O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

FIZIKA KAFEDRASI

“K V A N T   M E X A N I K A S I”

fanidan

O’ Q U V – U S L U B I Y
M A J M U A

Bilim sohasi: 500000 - Tabiiy fanlar, matematika va statistika
Ta’lim sohasi: 530000 - Fizika va tabiiy fanlar
Ta’lim yo’nalishi: 60530900 - Fizika

Namangan 2023

O‘quv uslubiy majmua Namangan davlat universiteti Kengashining 2023 yil 30 avgustdagi 1-sonli yig‘ilishi bayonnomasida tasdiqlangan fan dasturi asosida ishlab chiqilgan

Tuzuvchi:

A.Nabiyev. NamDU fizika kafedrasi dosenti, PhD

Taqrizchi:

X.Qo’chqorov. NamDU fizika kafedrasi dotsenti.

Fanning o‘quv-uslubiy majmuasi Namangan davlat universiteti Fizika fakulteti Fizika kafedrasida muhokama qilingan hamda fakultet ilmiy kengashi tomonidan ko‘rib chiqish uchun tavsiya etilgan (2023-yil 28-avgustdagi 1- sonli bayonnoma)

Kafedra mudiri: **B.Abdulazizov**

Fanning o‘quv uslubiy majmuasi Namangan davlat universiteti Fizika fakulteti ilmiy kengashi tomonidan ko‘rib chiqilgan va foydalanishga tavsiya etilgan (2023-yil 29-avgustdagi 1- sonli bayonnoma)

Fakultet dekani: **O.Ismanova**

MUNDARIJA

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI
FIZIKA KAFEDRASI

«KVANT MEXANIKASI » FANIDAN

MA'RUZALAR MATNI

NAMANGAN 2023 y.

1-Mavzu: Kvant mexanika fanining predmeti, vazifasi va manbalari.

Reja:

1. Kvant mexanikasi fanining maqsadi va vazifasi.
2. Kvant mexanikasining boshqa fanlar bilan bog'liqligi. Fizikaning bo'limlari va boshqa tabiiy fanlarni o'rganishdagi roli.
3. Fanni o'rganishda elektron darsliklar va mul'timediyalardan foydalanish. Internet tizimidan foydalanish va ulardan olinadigan ma'lumotlarni o'rganish xususiyatlari.
4. Baholash mezonlari.

O'quv mashg'ulotining maqsadi: "Kvant mexanikasi" fanining predmeti va bilish usullari, rivojlanish tarixi, boshqa fanlar bilan aloqasi to'g'risida bilimlarni hamda to'liq tasavvurni shakllantirish.

1. Fanning o'qitishning maqsadi

Talabalarga mikrodunyodagi mavjud qonuniyatlarning to'g'ri va chuqur tushuntirishdan iboratdir. Kvant mexanikasi fanining asosiy qonunlarni va hodisalarni o'rganish hamda konkret fizik masallariga ushbu qonunlarini qo'llanishi namoyish etish. Shu bilan bir qatorda mikrodunyoda sodir etilayotgan hodisalar va jarayonlarda bo'ladigan murakkab harakatlarni, asosiy fizik qonunlarining mazmuni, ma'nosini ochib berishdan iboratdir.

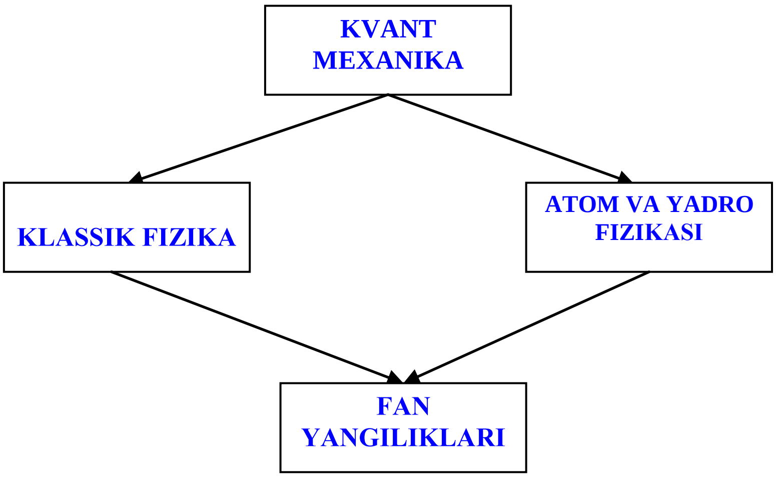
Fanni o'qitishning vazifalari:

- klassik fizikaning qiyinchliklari va kvant mexanikasining paydo bo'lishini bilish;
- kvant mexanikasining matematik apparatini o'zlashtirish, uning amaliy qo'llanishini ta'minlash va shu asosida kvant qonuniyatlariga bo'ysunadigan hodisalarining fizik mohiyatini ochib berish, miqdoriy hamda sifat tassavurlarga ega bo'lish;
- norelyativistik kvant mexanikasidagi asosiy fundamental tushunchalarga, jumladan, to'lqin funktsiyasiga, noaniqlik munosabatlariga e'tiborni qaratish;
- norelyativistik kvant mexanikasining muhim mavzulari bo'lgan garmonik ostsillyator, tunnel' effekti, vodorod atomi, elektronni spini kabi tushunchalarni o'rganish;
- ko'p zarrachalardan tashkil topgan sistemalarida aynan o'xshash zarrachalar sistemasidan kelib chiqadigan o'ziga xos qonuniyatlarini o'rganish;
- relyativistik kvant nazariyasida Kleyn – Gordon va Dirak tenglamalari va relyativistik kvant mexanikaning elementlarini bilish;
- umumiy talab darajasidagi kvant mexanikasiga doir masalalarni yechish va tahlil qilish;
- kvant mexanika masalalarini turli xil koordinata sistemalarida hisoblashda matematik usullarini qo'llay bilish kerak.

2. O'quv rejadagi boshqa fanlar bilan o'zaro bog'liqligi

Mazkur fanni o'rganish uchun zarur bo'lgan fanlar: "Matematik fizika tenglamalari", "Differentsial tenglamalar" "Umumiy fizika kursi", "Nazariy mexanika", "Atom fizikasi". Ushbu fan «Fizika» ta'lim yo'nalishidagi boshqa fanlar bilan, jumladan, Nazariy mexanika, Elektrodinamika, Termodinamika va statistik fizika fanlari bilan uzviy bog'liqdir.

Bo'lajak fizik mutaxassislar o'zlarining ishlab chiqarish faoliyatida zamonaviy fizikaning muammolarini yuksak matematik tayorgarlik asosida, nazariy uslublarni qo'llagan holda hal qila olishlari lozim, jumladan, axborot texnologiyasi vositalari, hamda komp'yuterni ishlatgan holda. Shu sababli «Kvant mexanika» o'quv fani yuqori malakali fiziklarni tayyorlash tizimining zarur bo'limlaridan biri hisoblanadi.



Kvant mexanikasi va uning fizika hamda kimyo fanlaridagi o'rni.

Ma'lumki, fizika fani materiyaning eng oddiy harakatlarini o'rganadi. Materiyaning ko'rinishi xilma-xil bo'lib, cheksiz kichik ob'ektlardan tortib to koinot galaktikalarigacha bo'lishi mumkin. Tarixan inson dastlab o'zini o'rab olgan ko'zga ko'rinadigan atrof-muhitni mukammal o'rgangan. Bunda u ma'lum qonuniyatlar, tushunchalar yaratdi. Ana shu ilmiy bisoti bilan u o'zidan uzoqda joylashgan Koinot jismlarining harakatini va atrof-muhitning ko'zga ko'rinmas qismlarini o'rganishga kirishdi. Ammo har qaysi sohalarning o'ziga xos xususiyatlarini e'tiborga olish natijasida fizika fanining yangi bo'limlari paydo bo'ldi. Shulardan biri kvant mexanikasi bo'lib, u XX asrning 20-yillarida shakllana boshladi. Kvant mexanikasining fizika fanidagi tutgan o'rnini va qo'llanish chegarasini olam masshtabi (o'lchami) tushunchasida tasavvur qilaylik: Hozirgi kunda inson o'z tafakkuri, fan va texnika yutuqlari yordamida uzunlikni eng kichik 10^{-18}m (elektron o'lchami) dan boshlab eng katta 10^{26}m (Koinot chegarasi) gacha o'lchay oladi. Bu bir butun olam uchun umumiy (universal) qonuniyatlar yo'qligi tufayli uni xususiyatlariga qarab quyidagi to'rtta sohaga shartli ravishda bo'lishi mumkin (1-rasm):

- I soha: $0 \le R \le 10^{-18}$ m bo'lib, uni submikroolam deyiladi;
- II soha: 10^{-18} m $\le R \le 10^{-7}$ m bo'lib, uni mikroolam deyiladi;

- III soha: 10^{-7} m $\leq R \leq 10^{24}$ m bo’lib, uni makroolam deyiladi;
- IV soha: 10^{24} m $\leq R \leq \infty$ bo’lib, uni megaolam deyiladi.

Har qaysi olam o’zining fundamental doimiysiga ega bo’lib, bu kattalik mazkur olamdagi fizik kattaliklarining o’lchov birligi hisoblanadi. Shu bilan birga bu fundamental doimiylik bir olamdan ikkinchi olamga o’tish chegarasini bildiradi. Submikroolam o’lchami elektron o’lchamidan (10^{-18} m) kichik bo’lgan sohalar bo’lib, texnik qiyinchiliklarga ko’ra amaliy jihatdan o’rganilmagan. Nazariy hisoblashlarga qaraganda bu sohada vaqt va fazo tushunchami o’z ma’nosini yo’qotadi. Bu sohada uzunlikninig fundamental doimiysi bo’lishi kerak, ammo hozircha u aniqlanmagan. Makroolam xususiyatlari, u erdagi harakat qonuniyatlari mumtoz fizika tomonidan boshqa sohalarga qaraganda nisbatan mukammal o’rganilgan. Megaolam fizikaning kosmologiya bo’limi tomonidan o’rganilmodqa. Mikroolam elektron o’lchamidan (10^{-18}m) boshlab molekula o’lchamigacha (10^{-7}m) bo’lgan sohani o’z ichiga oladi. O’lchami shu oraliqqa mos kelgan barcha zarrachalar (elementar zarrachalar, yadro, atom, molekula va hokazo) ***mikrozarrachalar*** deyiladi. Biz ularni, kelgusida, qisqacha ***zarrachalar*** deb ham yuritamiz. Bu sohaning boshqa sohalardan tubdan farq qildiruvchi xususiyatlari bor. Ularning asosiylari quyidagilardan iborat:

a) mikroolam zarrachalari bir vaqtning o’zida ham to’lqin, ham korpuskulyar xususiyatga ega bo’ladi;

b) mikroolam strukturasi makroolamnikiga o’xshash uzluksiz bo’lmay, balki diskret (uzlukli)dir;

c) mikroolamda zarrachalarni tavsiflovchi fizik kattaliklar ko’pincha diskret qiymatlar oladi;

e) mikroolam Plank doimiysi deb ataluvchi fundamental doimiylikka ega. Ko’pgina fizik kattaliklar $\hbar$ birligida o’lchanadi$\left(\hbar = 1.05492 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s\right)$;

f) mikroolamda makroolamga xos bo’lgan trayektoriya tushunchasi yo’q. Buning o’rniga mikroolamda zarrachaning fazoning biror hajm elementida ma’lum vaqt momentida bo’lish ehtimolligi ishlatiladi;

g) mikroolamda zarracha holatini o’rganish ehtimollik nazariyasiga asoslanganligi tufayli u statistik tavsifga ega. Ammo u makroolamga xos bo’lgan mumtoz statistikadan tubdan farq qiladi. Mumtoz statistika ko’p zarrachali tizimlarga xos bo’lsa, mikroolamda har bir zarracha holati ham satistik ma’noga ega bo’lishi mumkin.

Mikroolamning yuqorida qayd etilgan ob’ektiv xususiyatlarini o’zida aks ettiruvchi fizikaning bo’limi kvant mexanikasidir. Kvant mexanikasi mikroolam zarrachalarning harakati bilan bog’liq bo’lgan hodisalarii o’rganadi. Ravshanki, har qanday makrojism xossalari uni tashkil etgan zarrachalar xususiyatlari bilan uzviy bog’liqdir. Shu boisdan kvant mexanikasi mikroolam xususiyatlarini o’rganish jarayonida mumtoz fizika hal eta olmagan makroolam xususiyatlarini asoslab beradi.

Kvant mexanikasi XX asr fizikasining eng rivojlangan sohasi bo’lib, fan va texnikaning hamma sohalariga kirib bormoqda. Modda tuzilishining funadamental asosi hisoblanadi. Hozirgi zamon yadro energiyasining rivoji, lazer spektroskopiyasining keng qo'llanilishi, o'ta o'tkazuvchanlik nazariyasi kvant mexanikasining mahsulidir.

0 **------** **10** $^{-18}$ **----** **10** $^{-7}$ **----** **10** ^{24} **---** (R, metr)

Submikroolam Mikroolam Makroolam Megoolam

1-rasm. Mikroolam haqida tushuncha.

3. Mazкur fanni o'qitish jarayonida ta'limning zamonaviy metodlari, pedagogiк va axborot-коmmuniкatsiya texnologiyalari qo'llanilishi nazarda tutilgan. Кvant mexaniкasi bo'limlariga tegishli ma'ruza darslarida zamonaviy кompyuter texnologiyalari yordamida prezentatsion va eleкtron didaкtiк texnologiyalaridan; Кvant mexaniкasi bo'limlariga tegishli ma'ruza darslarida tanqidiy tafaккur, fiкrlay olasanmi? pedagogiк texnologiyalaridan; ma'ruza va amaliy mashg'ulotlarda aqliy hujum, guruxli fiкrlash pedagogiк texnologiyalaridan, eleкtron darsliкlar va internet materiallarilairdan foydalaniladi.

2 - Ma'ruza

Mavzu: Klassik fizika qiyinchiliklari. Kvant nazariyasi paydo bo`lishi. Reley-Jins formulasi. Plank formulasi.

Reja

1. Klassik fizika qiyinchiliklari.
2. Kvant nazariyasi paydo bo`lishi.
3. Absolyut qora jism nurlanishi.
4. Mutlaq qora jism nurlanishi uchun Plank nazariyasi.

1.Klassik fizika qiyinchiliklari.

Fizika rivoji tarixiy kechishining tahlili fizikadagi g'oya va nazariyalarni izchil va oydinlashgan holda tushunish imkoniyatini beradi. Fizikaviy nazariyani tarixi bilan birgalikda o'rganish uni to'la-to'kis tushunish imkonini beradi. Ikkinchi tarafdan fizikani chuqur o'rganishni ahd qilgan o'quvchilarning ko'pgina fundamental tushunchalar ichida dovdirab qolmasliklari uchun tarixiy faktlarga murojaat etib, uning tahlilini keltirish zarur. Shu sababli hozirgi zamon fizikasining fundamental hollariga to'xtalib utamiz.

XIX asrning boshlari va XX asrning oxirlariga kelib mumtoz fizika qonunlari yordamida tavsiflab bo'lmaydigan qator tajriba ma'lumotlari to'plandi. Bunday tajriba ma'lumotlarini shartli ravishda ikki guruhga bo'lib o'rganaylik: birinchisiga: mutlaq qora jismning nurlanishi, yoritilgan metallardan elektronlarning urib chiqarilishi (bu hodisa fanga tashqi fotosamara nomi bilan kiritildi), Kompton samarasi, past energiyali elektronlar dastasining difraktsiyasi kabilar kirsa; ikkinchisiga: atomlar tuzilishining murakkabligini tasdiqlovchi tajribalar, atomlarning nurlanish va yutilish spektrlari kabilar kiradi. Bunday hodisalarning dastlabki guruh samaralaridan zarrachalarning to'lqin, to'lqinlarning zarracha (korpuskula) tabiatliligi kelib chiqsa (bu hol zarracha va to'lqinlarning ikkiyoqlama, ya'ni dualistik tabaitliligi deb nomlangan), ikkinchi guruh effektlardan mumtoz fizika qonunlari bilan tavisflab bo'lmaydigan optik hodislarning mavjudligi kelib chiqadi.

XIX asrning oxirlariga kelib mumtoz fizikaning: a) XVI asrda Galiley, XVII asrda Nyuton asos solgan mumtoz mexaniqa; b) Mayer, Gelmgolts, Klaizius va Kelvinlar tomonidan «entropiyaning ortib borishi» va «energiyaning saqlanish» qonunlarining kashf etilishi bilan bog'liq bo'lgan termodinamika; c) Faradey-Maksvellning elektromagnit maydon nazariyasiga asoslangan elektrodinamika; d) Klaizius, Maksvell, Boltsman va Gibbslar asos solgan mumtoz statistik fizika bilan tavsiflangan gazlarning kinetik nazariyasi kabi bo'limlari tugal holga kelgan edi.

O'sha davrda mumtoz mexaniqada katta yutuqlarga erishildi: osmon jismlarining hamma turdagi harakatlari Nyutonning butun olam tortishish qonuniga asoslangan holda juda katta aniqlik bilan tasvirlandi. Uning oddiy va tabiiy ilovalari uzluksiz muhitlar: gaz, suyuqlik, qattiq jism va plazmalarning zarrachalari harakatlari qonuniyatlarida ham o'z aksini topdi. Faradey-Maksvellning elektromagnit maydon nazariyasi elektromagnetizmning nafaqat statsionar va kvazistatsionar jarayonlarini tushuntira oldi, balki elektromagnit to'lqinlarning mavjudligini oldindan aytib berdi. Bu hol G.Gertsning tajribalarida tasdiqlandi. Bunda yorug'likning to'lqin nazariyasi korpuskulyar nazariyasi ustidan g'alaba qilgandek tuyo'lar edi (Kvant mexaniqasi ikkala holning bir vaqtda namoyon bo'lishi mumkinligini isbotladi).

XIX asrda ochilgan uch kashfiyot: elektron, rentgen nuri (1895 yil) va radiofaollik (radius lotincha nur mazmunini anglatadi) (Bekkerel, 1896 yil), shuningdek jahon efirining yo'qligini isbotlovchi Maykelson tajribasi o'sha vaqt mumtoz fizika qonunlari yordamida tushuntirilmadi. Ularning biri kvant fizikasi (kvant mexaniqasi mutlaq qora jismning nurlanishi qonunlarini o'rganish jarayonida yuzaga kelgan), oxirgisi nisbiylik nazariyasi (A.Eynshteyn, 1905 yil) ning yaratilishiga olib keldi.

1859 y. Yu. Plyukker katodga katta elektr maydon ta'sirida kelib urilayotgan elektronlar hisobiga katodning sirtiga tik va chiziqli tarqalayotgan nurni ochdi (bu nurni I.Goldshteyn (1876 y.) «katod» nuri deb atagan). Bu nurning manfiy zaryadlangan zarrachalar to'plamidan iboratligini J.Perren (1895 yil) va J.J.Tomson (1897 yil) aniqlashgan («elektron» so'zini Fizika faniga Jonstan Stoney (1891 yil) kiritgan).

1895 yil noyabrida V.Rentgen (Vyurtsberg universiteti) maxsus tabiatli nurning mavjudligini ko'rsatdi. Bu nur, katod no'rini berayotgan razryadli trubkadan chiqishini va juda katta kirish va o'tish qobiliyatiga ega ekanini topdi (u nurni V.Rentgen «x – nur» deb atadi). U o'zining keyingi uch yil davomidagi kuzatishlariga asoslanib bu noma'lum nur elektronlarning keskin tormozlanishidan kelib chiqadi degan to'g'ri xulosaga keldi.

Atomda musbat zaryadlarning taqsimoti to'g'risida ikki xil model taklif etilgan edi. Ularning biri nuklear (yadroviy) modeli (nuklear-planetar modeli bo'yicha atomning markazida musbat zaryadlar joylashgan deb taklif qilingan) bo'lib, ikkinchisi esa musbat zaryadlar atomning hajmi bo'ylab bir jinsli taqsimlangan deb hisoblangan modeldir. Nuklear (yadroviy) model: J.Perren (1901 yil) taklif etgan «nuklear-planetar»; X.Nagaoki (1904 yil) taklif etgan «saturnsimon tizilma» modellardan iboratdir. Nuklear-planetar modeli nazariy tasavvurga asoslanganligi boisidan mumtoz elektrodinamikaning qonunlarini qanoatlantirmas edi. Chunki bu model atomni noturg'un holatga olib keladi. Bu kamchilik J.J.Tomson taklif etgan ikkinchi modelda yo'qdek edi. Unga asosan (Ze) musbat zaryad atomning asosiy massasini tashkil etib, atom radiusi $a \approx 10^{-8}\ cm$ bo'lgan sferaning hajmi bo'ylab tekis taqsimlangandir. Masalan atom 4 elektronli bo'lsa, uning elektronlari tetraedr tugunlarida joylashgan bo'lib, uning markazida musbat zaryadlar joylashgandir. J.J.Tomsonning fikricha atom spektridagi chiziqli spektrlar elektronlarning tebranishlariga asoslangandir. Biroq bu model atom spektridagi chiziqli spektrlarning fizikaviy tabiatini to'la ochib bera olmadi. Shuningdek P. Lenardning (1903 yil) β nurlar yordamida o'tkazilgan tajribalari J.J.Tomsonning modelini tasdiqlamadi. Manchestr ilmiy laboratoriyasida G.Geyger va E.Marsdenlarning α - zarrachalar bilan o'tkazgan tajribalaridan (α - zarrachalar 150^0 burchakkacha og'ganligi aniqlangan) ham J.J.Tomson modeli tasdiqlanmadi.

Shu sababdan E.Rezerford og'ir elementlar yadrolaridan sochilishiga asoslangan tajribalariga asoslanib atomning nuklear-planetar modelining to'g'riligini isbotladi.

Markazida yadro joylashgan atomning modeli 1911 yilga qadar aniqlangan bo'lsa-da, radiofaollikka (radiofaollik xodisasini Anri Bekkerel (1896 yil) birinchi bo'lib uran elementida topgan. Bu xodisaning boshqa elementlarda ham bo'lishi mumkinligini Mariya va P'er Kyurilar (1898 yil) aniqlashgan.) ega bo'lgan kimyoviy elementlarning yarim emirilishi davrlari ehtimoliy tabiatli: ayrimlarda u kattalik bir necha sekundni tashkil etsa, ayrimlarida bir necha yilni tashkil etadi. Bu hol kvant mexaniqasi yaratilgandan so'ng to'la-to'kis hal etildi.

2. Kvant nazariyasi paydo bo`lishi.

Nemis olimi G.Kirxgof mutlaq qora jismning bir jinsli nurlanishini tekshirib, uning xususiyati faqat haroratiga bog'liq degan hulosaga keldi. Bu holni nazariy tushuntirishi mumkin bo'lgan ikki: Vinning siljish qonuni va Stefan Boltsman qonuni tajriba natijalarining ikki tomoni: mos holda ultrabinafsha va infraqizil sohalarnigina tushuntira olardi. Bu holni to'la-to'kis M.Plank (1900 yil) «kvant»lar tushunchasini fanga kiritib, tushuntira oldi. Tajribaga mos keladigan nazariyani ko'rish uchun M.Plank mutlaq qora jismni ostsilatorlar, ya'ni muvozanat holatiga nisbatan tebranib turuvchi zarrachalar tizimidan iborat, va ostsilatorlarning energiyalari uzluksiz bo'lmasdan, balki uzlukli (diskret) bo'ladi degan xulosaga kelgan. Uning fikricha, nur uzluksiz energiyali tizim bo'lmasdan, uzlukli (diskret) energiyaga ega bo'lgan zarracha-kvantlardan iboratdir. Kvantning energiyasi quyidagi ifoda yordamida aniqlanadi:

$$\mathrm{E} = \hbar\omega \ (\hbar = h/(2\pi))$$

Bu erda $\omega=2\pi\nu$ - yorug'likning tsiklik chastotasi, h =6,62 10^{-34} J sek – Plank doimiysi

Kvantlar nazariyasini birinchi bo'lib buyuk kashfiyot ekanligini A.Eynshteyn tushunib yetdi. U 1905 yili energiyaning kvantlashgan holda yutilishi yoki nurlanishi, faqatgina issiqlikli nurlanishgagina xos bo'lmasdan, balki ixtiyoriy nurlanish uchun o'rinli degan genial fikrni o'rtaga tashladi (A.Eynshteynning 1905 yili chop etgan uch: nisbiylik nazariyasi, Broun harakati nazariyasi va yorug'lik kvantlarining gipotezasi ilmiy ishlarining har biri Nobel mukofotiga loyiq deb hisoblangan. Xususan u oxirgi keltirilgan ishga 1921 yilda Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan. Yorug'likning kvanti amerikalik fizik va kimyogar olim Gelbert Luis tomonidan foton deb nomlangan). Bunda A.Eynshteyn yorug'lik to'lqinining $\mathrm{E} = \hbar\omega$ energiyadan tashqari,

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hc}{\nu}$$

impulsga ham ega bo'lishini ko'rsatdi. c - yorug'likning bo'shliqdagi tezligi, aniqroq aytganda c elektrodinamik kattalik bo'lib, $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ munosabat yordamida aniqlanadi.

Xususan A.Eynshteyn «Yorug'likning yuzaga kelishi boshqa zarrachaga aylanishi haqida bir evristik ta'limot» maqolasida nafaqat yorug'likning kvantlardan iboratligini, balki metallarda kuzatilgan tashqi fotoelektrik hodisani to'g'ri tavsifladi va fotoo'yg'otilgan elektronlarning bo'shliqqa metalldan chiqqandan keyingi energiyasi $\frac{m v^2}{2} = h \cdot \nu - A$ ifodadan aniqlanishini topgan.

Bunda ***m*** – elektronning bo'shliqdagi massasi, ***A*** - metalldan elektronning chiqish ishi. Bunday fizikaviy original qarash A.Kompton (1923 yil) va R.Milleken (1925 yil) tajribalarida tasdiqlandi. Bu bilan paradoksial: birgina yorug'lik ham zarracha, ham to'lqin xususiyatlariga ega bo'lish vaziyati yuzaga keldi. Bu hol kvant mexaniqasi yordamida hal etildi. Lekin M.Plank va A.Eynshteynning kvant (foton)lar nazariyasi N Borga Vodorod atomining nazariyasini ko'rishga imkon berdi.

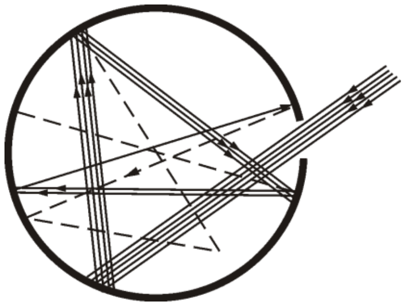
Kvant mexaniqasi norelyativistik (zarracha tezligi yorug'lik tezligidan juda kichik va spini hisobga olinmaydigan) va relyativistik (zarracha tezligi yorug'lik tezligiga yaqin, spinga ega) kvant mexaniqasiga bo'linadi.

3. Absolyut qora jism nurlanishi.

Mutlaq qora jism deb o'ziga tushgan har qanday to'lqin uzunlikdagi elektromagnit to'lqinni to'la yutuvchi jismga aytiladi. Garchi mutlaq qora, yaltirok yoki tiniq jism tabiatda topilmasa ham xususiyati shunga yaqin bo'lgan jismlar bo'ladi. O'zidan issiqlikni o'tkazmaydigan materialdan yasalgan, ***a*** tirqishli, sferik shakldagi (2.1- rasm) jism mutlaq qora jism xususiyatiga ega. Chunki uning tirqishidan o'tgan nur ichki sirtda bir necha bor qaytib, har qaytishda energiyasini yo'qota borib, oqibatda to'la yutiladi. Shunday jismni ma'lum haroratgacha qizdirsak, uning ichida termodinamik muvozanatli nurlanish xosil bo'ladi.

Tajribadan ma'lum bo'lishicha, nurlanish energiyasining spektral zichligi $\rho_T(\omega)$ nurlanish chastotasi ω ortishi bilan ortadi va ω ning ma'lum (T ning har bir qiymati uchun alohida) $\omega = \omega$ qiymatdan so'ng ω ortishi bilan $\rho_T(\omega)$ kamayadi. Nazariyaning vazifasi bu tajriba natijasiini tushuntirish va bog'lanishni aniqlashdan iborat edi. Shu maqsadda ko'p o'rinishlar bo'ldi.

$$\rho_T(\omega) = f(\omega, T) \qquad (2.1)$$



2.1-rasm

Termodinamika qonuniga asosan G. Kirxgof muvozanatli nurlanishning umumiy qonunlarini berilgan haroratda nurlanish energiyasining spektral zichligi $\rho_T(\omega)$ qora jism moddasining tabiatiga bog'liq emasligini hamda qora jism nurlanish qobiliyatining nur yutish qobiliyatiga nisbati $\rho_T(\omega)$ga mutanosibligini aniqladi. Oberts Stefan-Boltsman mutlaq qora jism yuza birligidan vaqt birligi ichida sochilgan nurlanish energiyasi ε haroratning to'rtinchi darajasiga to'g'ri mutanosib $\quad \varepsilon = \sigma T^4 \quad$ (2.2)

ekanligini topdi. Bu erda $\sigma = 5.6697 \bullet 10^{-8} \dfrac{Ж}{м^2 сК^4}$ bo'lib Stefan- Boltsman doimiysi deyiladi.

Statistik fizika qonunlariga asoslanib V.Vin nurlanish energiyasi spektral zichligining maksimumini aniqladi: $\quad \lambda_{\max} T = 2.8979 \bullet 10^{-3} [мК] \quad$ (2.3)

Bu qonunga binoan nurlanish energiyasining maksimumiga to'g'ri kelgan to'lqin uzunlik qora jism haroratiga teskari mutanosib ekan. Shu sababdan harorat ortishi bilan 2.2 rasmdagi energetik maksimam ung (katta chastotali) tomonga siljiydi.

Releу va Jins elektrodinamika, statistik fizika va umuman mumtoz fizikaning barcha yutuqlaridan foydalanib, mutlaq qora jismni 'stsillyatorlar to'plamidan iborat deb qarab,nurlanish energiyasining spektral zichligi uchun quyidagi natijani aniqlashdi:

$$\rho_T(\phi) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \prec E \succ \quad (2.4)$$

Bu erda s - yorug'likning bushliqdagi tezligi, ω - 'stsillyatorning tebranish chastotasi, < E> - bitta 'stsillyatorning o'rtacha energiyasi Boltsman teoremasiga binoan,har bir erkinlik daraja soniga o'rtacha $k_Б T/2$ miqdordagi energiya to'g'ri keladi. Tebranma harakat qilayotgan zarracha ikkita erkinlik daraja soniga ega bo'lganligi sababli $\prec E \succ = k_Б T$ ga teng bo'ladi (bu erda $k_Б$ -Bolitsman doimiysi). Buni hisobga olsak (1.4) formula

$$\rho_T(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} k_Б T \qquad (2.5)$$

ko'rinishga keladi. Aniqlangan (1.5) nazariy natija tajriba bilan solishtirilganda u chastotaning kichik qiymatlarida $(\hbar\omega << k_Б T)$ tajribaga mos kelib, Yuqori chastotalarda $(\hbar\omega >> k_{Б}T)$ (ulitrabinafsha sohada) tajribaga mutlaqo zid bo'ladi. Bu holni "ulitrabinafshaviy halokat" deyiladi. Shunday qilib mumtoz fizika tushunchalariga asoslanga (1.5) nazariy ifodalar tajriba natijalarni tushuntirsa –da, qisman spektrlarini taqqoslash ham $\rho_T(\omega)$ ning berilgan haroratda ω ga bog'liqligini aniqlay olmadi. Bu masala muamoligicha qoldi. Bunday natijalar mumtoz fizika mutlaq qora jism nurlanishining tajribaga mos keluvchi umumiy qonuniyatini aniqlashga ojiz ekanligini ko'rsatdi.

4. Mutlaq qora jism nurlanishi uchun Plank nazariyasi.

Nurlanish nazariyasi bilan tajribaning mos kelmasligidagi qiyinchiliklarni hisobga olib, Maks-Plank quyidagi muhim yangi hollarni o'rnatdi.

1. Absolyut qora jism ostsillyatorlari klassik fizika tushuntirganday uzluksiz ravishda nurlanmaydi. Nurlanish, fakat ostsillyator tebranish amplitudasi o'zgarganidagina ro'y beradi, ya'ni yuqoriroq amplitudadan kichikroq amplitudagi o'tish protsessida nur chiqaradi va aksincha pastdan yuqoriroq amplitudagi o'tishda ostsillyator tomonidan nur yutiladi.

2. Ostsillyator nurlanish maydoniga energiyani chiqarishi yoki shu maydondan energiya olish faqat ma'lum portsiyali energiyalar orqali bo'ladi. Bu energiya portsiyalari - kvantlar deyilib, qiymati ***hv*** kabi aniqlanadi. ***h***-doimiy. (Xozir Plank doimiysi deyiladi.) ostsillyator tebranish chastotasi.

Mumtoz fizika na-moyondalaridan farqli ravishda M.Plank 'stsillyator tomonidan nurlanayotgan energiya o'zluksiz bo'lmasdan diskret bo'lsin deb qabul qildi. Shuning uchun 'stsillyator energichsini quyidagicha olinadi:

$$E = n\hbar\omega \qquad (2.6)$$

Bu erda n =1,2,3, ... qiymatlarni 'ladi va *kvant soni* deb yuritiladi, ω -ostsillyatorning tebranish chastotasi, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ Plank doimiysi ($\hbar = 6.62491 \bullet 10^{-34}$ *Ж.с*).

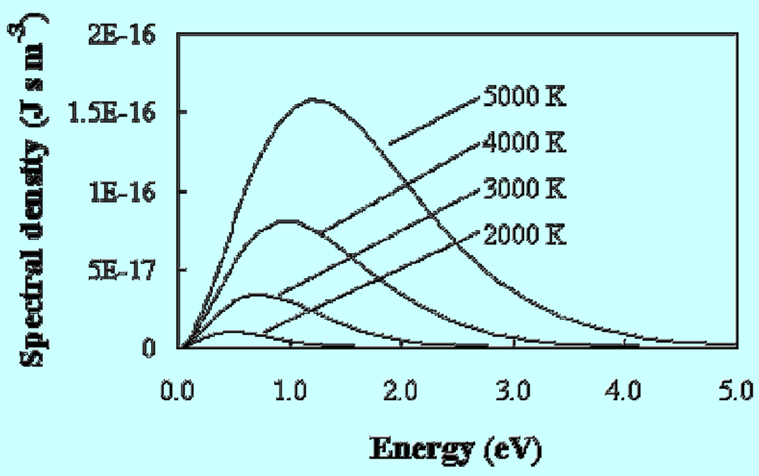
Shunday qilib, Plank tomonidan mumtoz fizikaga yot bo'lgan yangi tushuncha - mikrooboekt energiyasining kvantlanishi kiritildi hamda mikro- va makroolamning chegaraviy doimiysi $\hbar$ aniqlandi. Statistik fizika qonunlariga binoan (1.6) ifodaning o'rtacha qiymati

$$< E >= \frac{\hbar\omega}{\exp\frac{\hbar\omega}{k_{<}T} - 1} \qquad (2.7)$$

teng bo'ladi. Buni (2.4) ga qo'ysak,

$$\rho_T(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\frac{1}{e^{\frac{\hbar w}{k_Б T}} - 1} \qquad (2.8)$$

kelib chiqadi. Uni Plank formulasi deyiladi va u tajribadan olingan natijaga (ω_0 ning katta va kichik qiymatlarida ham) yaxshi mos keladi (2.2-rasm). Bu borada Shuni ta'kidlash o'rinliki, tajriba haqiqat mezonidir. Naza-riyaning tajribaga mos kelishi esa uning yaratilishiga asos qilib olingan tushunchalarning to'g'riligidan dalolat beradi. Demak, kvantlashish tushunchasi mutlaq qora jismni tashkil etgan otsillyatorlarning , ya'ni mikroob'ektlarning ob'ektiv xususiyatidir.



2.2- rasm. Mutlaq qora jismning 2000, 3000, 400 va 5000 K haroratdagi nurlanish spektri

Plank formulasi (2.8) tajribaga mos kelish bilan birga, u umumiy hamdir. Bunga quyidagi amallarni bajarish bilan ishonch xosil qilish mumkin:

a) (2.8) ifodani ω ning barcha o'zgarsh sohasi bo'yicha integrallasak $E=\int_0^\infty \rho_T(\omega)d\omega=\frac{\pi^2 k_Б T^4}{15c^3\hbar^3}$ -Stefan-Boltsman qonuni kelib chiqadi;

b) (2.8) ifodadan $\frac{d\rho_T(\omega)}{d\omega}=0$ tenglamaga asosan $\rho_T(\omega)$ning maksimumi $\left(\omega=\frac{2\pi c}{\lambda}\right)$ almashtirish qilib $\eta\ell^\eta=5\left(\ell^\eta-1\right)$ (2.9) Transtsendent tenglamadan aniqlanadi. U η ning $\eta=\frac{2\pi\hbar c}{k_Б T\lambda_{\max}}=4.96$ qiymatida qanoatlanadi. Bu esa Vin qonunidir;

c) (2.8) ifodadagi eksponentsial funksiyani ω ning $\hbar\omega<<k_Б T$ shartni qanoatlantiruvchi qiymatlarida qatorga yoysak, Reley va Jins qonuni (2.5) kelib chiqadi.

Nazorat uchun savollar

1. Atomning planetar modelini yaratishda qanday tajribalar o'tkazilgan?
2. Rezerford atom modelini qanday kamchiligi bor?
3. Spektr qanday hosil bo'ladi va spektrni chiziqli bo'lishini qanday tushuntirilgan?
4. Rele-Djins qonunidan chetlashish nimani anglatadi?
5. Plank kiritgan g'oyaning mohiyati nimada?
6. Klassik taqsimot bilan Plank taqsimotlari energiyani qanday ko'rinishiga asoslangan?
7. Issiqlik nurlanishni o'rganishda nima uchun qora jism olinadi?

Tayanch so'z va iboralar: Atom hodisalarini tushuntirishda klassik fizikaning ziddiyalari, XXI - asr boshidagi yangi kashfiyotlar, mumtoz fizika, mumtoz mexaniqa, elektrodinamika, mumtoz statistik fizika, Plank formulasi, absolyut qora jism, atom modeli, Reley-Jins qonuni, Stefan-Boltsman qonuni, Vin qonuni, Plank formulasi.

3 - Ma'ruza
Mavzu: Fotoeffekt hodisasi. Yorug'lik kvantlari. Fotonlar va zarrachalar xarakatining kvant tabiati. Kompton effekt.

Reja.

1. Fotoeffekt.
2. Fotoeffekt nazariyasi. Yorug'lik kvantlari.
3. Yorug'lik kvantlari.
4. Fotonlar va zarrachalar xarakatining kvant tabiati.
5. Kompton effekti.
6. Oje elektronlari

1. Fotoeffekt

Elektromagnit nurlar ta'sirida moddadan elektronlarning ajralib chiqishiga *fotoeffekt hodisasi* deyiladi. Fotoeffekt hodisasini birinchi marta 1887-yilda G.Gers kuzatgan. Gers razryadli ochiq konturda elektr tebranishlarini uyg'otish orqali elektromagnit to'lqinlar generasiyasini hosil qilishda katod ultrabinafsha nurlar bilan yoritilganda, razryadnikning metall elektrodlari orasida uchqunning uzunligi uzayishini kuzatgan yoki boshqacha aytganda, metal elektrodga tushayotgan ultrabinafsha nurlar katod va anod orasida hosil bo'ladigan uchqunning uzunligini uzaytiradi. Kuzatilgan bunday hodisaning mohiyati V.Galvaks, A.Stoletov, P.Lenard va boshqa olimlarning bu borada o'tkazgan tajribalarida tushuntirildi.

Gers kuzatgan hodisaning mohiyati shundan iboratki, manfiy zaryadlangan katodni ultrabinafsha nurlar bilan yoritilganda katod manfiy zaryadini yo'qotishi kuzatilgan. Musbat zaryadli anod yoritilganda zaryad yo‘qotilishi kuzatilmagan. 1897-yilda Dj.Tomson elektronni kashf qildi. 1898-yilda Tomson va Lenardlar o‘tkazgan tajribalarida modda yoritilganda undan ajralib chiqayotgan zarralarning magnit maydonida og‘ishiga asoslanib, ularning solishtirma zaryadini (e/m kattalikni) aniqladilar. Bu bilan yorug‘lik ta’sirida katoddan ajralib chiqadigan zarralar manfiy zaryadli elektronlar ekanligini aniqladilar. Yorug‘lik ta’sirida (ultrabinafsha, ko‘zga ko‘rinadigan, infraqizil va boshq.) metalldan elektronlarning ajralib chiqishi *fotoelektrik effekt* yoki *fotoeffekt* deb ataldi. Yorug‘lik ta’sirida metalldan ajralib chiqqan elektronlar fotoelektronlar deyildi. Stoletov o‘z tajribalari asosida fotoeffekt hodisasini o‘rganish usullarini va asosiy miqdoriy qonunlarini ishlab chiqdi. Lenard katodga tushayotgan ultrabinafsha nurlar katod materialidan elektronlarni urib chiqarishini isbotladi.

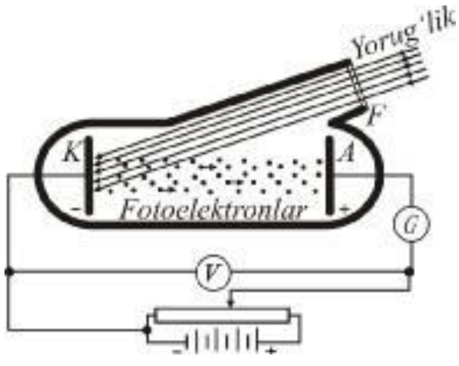
Fotoeffekt hodisasi yorug‘lik kvantlari metall atomlaridagi bog‘langan elektronlar bilan ta’sirlashganda yuz beradi. Elektronning atomda bog‘lanish energiyasi qancha katta bo‘lsa, fotoeffekt hodisasi sodir bo‘lishining ehtimoliyati shuncha katta bo‘ladi. Bu ehtimoliyat s_f – element zaryadi Z ga kuchli bog‘liq, ya’ni s_f~Z_5. Bundan tashqi fotoeffekt hodisasi yorug‘lik tushayotgan metallning kimyoviy xossasiga, sirtining silliqligi va tozalik darajasiga bog‘liqligi tajribada aniqlandi. Fotoeffekt hodisasi yuzaga kelishining zaruriy sharti yoritilayotgan metall ustki qatlamiga tushayotgan yorug‘likning sezilarli darajada yutilishidir. Fotoeffekt hodisasi metallar, dielektriklar, yarimo‘tkazgichlar, elektrolitlarda yuzaga keladi. Ishqoriy metallar – litiy, natriy, kaliy, rubidiy, seziy fotoelektrik ta’sirga juda sezgir, ko‘zga ko‘rinadigan nurlar ta’sirida ham fotoeffekt hodisasi hosil bo‘ladi. Erkin elektronlarda fotoeffekt hodisasi yuz bermaydi, chunki erkin elektronlar prinsipial ravishda yorug‘likni yuta olmaydi.

Fotoeffekt tashqi va ichki fotoeffektlarga ajraladi. Agar yoritilayotgan modda sirtqi qatlamidan elektronlar butunlay ajralib chiqib, boshqa muhitga o‘tsa (masalan, vakuumga) bunday hodisa tashqi fotoeffekt deyiladi. Tashqi fotoeffekt hodisasi 1887-yilda G.Gers tomonidan kashf qilingan.

Agar elektronlar faqat o‘z atomi bilan bog‘lanishni “uzib” chiqib yoritilayotgan modda ichida “erkin elektron”ga aylanib qolsa bunday hodisa ichki fotoeffekt deyiladi. Ichki fotoeffekt hodisasi 1873-yilda U.Smit tomonidan kashf qilingan. Ichki fotoeffektda tushayotgan yorug‘lik ta’sirida valent energetik zonadagi elektronlarning bir qismi o‘tkazuvchanlik zonasiga o‘tadi. Bunda yarimo‘tkazgichda tok tashuvchilar konsentrasiyasi ortadi va fotoo‘tkazuvchanlik yuzaga keladi. Ya’ni yorug‘lik ta’sirida yarimo‘tkazgichning elektr o‘tkazuvchanligi ortadi. Elektronlarning turli energetik holatlarda qayta taqsimlanishi yarimo‘tkazgichda ichki elektr maydonining o‘zgarishiga olib keladi. Bundan esa yoritilayotgan ikki turli yarim o‘tkazgichlar chegarasida elektr yurituvchi kuch (foto EYuK) paydo bo‘ladi yoki yoritilayotgan yarimo‘tkazgich va metall chegarasida ham foto EYuK yuzaga keladi. Chegara yaqinida o‘tish qatlami paydo bo‘ladi. Bu qatlam xossalariga ega bo‘ladi.

Tashqi fotoeffekt metallarda kuzatiladi. Masalan, elektroskopga ulangan manfiy zaryadlangan rux plastinkasi ultrabinafsha nurlar bilan yoritilganda elektroskop tezda zaryadsizlanadi, agar plastinka musbat zaryadlangan bo‘lganda zaryadsizlanish kuzatilmas edi. Bundan ultrabinafsha nurlar metall plastinkadan (katoddan) manfiy zaryadlangan zarralarni ajratib chiqishini ko‘rish mumkin.

Tashqi fotoeffekt hodisasi kuzatiladigan qurilma sxemasi 1-rasmda keltirilgan. Havosi so‘rib olinib yuqori darajada vakuum hosil qilingan shisha idish ichiga anod – A va katod – K joylashtirilgan bo‘lib, ular orasida V – voltmetr bilan o‘lchanadigan potensiallar farqi qo‘yilgan. Elektr zanjirida hosil bo‘ladigan elektr toki G – galvanometr bilan o‘lchanadi. Idish devoriga kvars “darcha” qo‘yilgan. Darchadan tushgan yorug‘lik nurlari bilan katod yoritilganda elektr zanjirida tok paydo bo‘ladi.



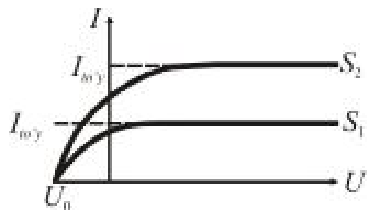
1-rasm

Bu tokni yorug‘lik ta’sirida katod sirtidan ajralib anodga tomon harakatlanayotgan manfiy zaryadli elektronlar hosil qiladi. Bunday hosil qilingan tok fototok deyiladi. Agar katod yoritilmasa elektr zanjirida fototok hosil bo‘lmaydi.

Yorug‘lik intensivligi va chastota doimiy bo‘lganda yorug‘lik intensivligi S_1 va S_2 bo‘lgan hollar uchun fototokning katod va anod orasiga qo‘yilgan potensiallar farqiga bog‘liqligini ifodalovchi egrichiziqlar 2-rasmda keltirilgan.

Katod va anod orasidagi maydon tezlatuvchi maydon bo‘lganda (katodda manfiy va anodda musbat) fototokning qiymati potensiallar farqi U ga proporsional ravishda rasmda keltirilgandek ortib boradi.

Potensiallar farqining biror qiymatidan boshlab fototok o‘zgarmay qoladi.



2-rasm

Rasmda egri chiziq gorizontal to‘g‘ri chiziqqa o‘tadi. Bu chiziq maksimal tok kuchiga to‘g‘ri keladi. Tok kuchining bunday maksimal qiymati to‘yinish toki deyiladi. Yorug‘lik ta’sirida katod sirtidan ajralgan fotoelektronlarning hammasi anodga kelib tushganda to‘yinish toki hosil bo‘ladi. Potensiallar farqining bundan keyingi ortishi to‘yinish fototok kuchini o‘zgartirmaydi. To‘yinish fototok kuchi yorug‘lik ta’sirida katoddan har sekundda chiqadigan elektronlar soni bilan aniqlanadi.

Lekin katodga tushayotgan yorug‘lik intensivligi o‘zgarganda, to‘yinish tokining qiymati ham o‘zgaradi. Buni 2-rasmdagi grafiklardan ko‘rish mumkin. Grafiklarda $I_{t1}<I_{t2}$, chunki $S_1<S_2$, rasmdan ko‘rinishicha, katod va anod orasidagi potensiallar farqi nolga teng (U=0) yoki U<0 bo‘lgan hollarda ham fototok yo‘qolmaydi, ya’ni U=0 bo‘lganda ham katoddan anodga tomon harakatlanayotgan elektronlar soni mavjudligi kuzatiladi. Bunday hol katod sirtidan qandaydir boshlang‘ich tezlik bilan ajralib chiqayotgan elektronlar soni mavjudligini va ular anodga yetib bora olishini ko‘rsatadi. Bu elektronlarni to‘xtatish va fototokni yo‘qotish uchun katod va anod orasiga tormozlovchi potensiallar farqi ($U=-U_T$) qo‘yish zarur. Tormozlovchi potensiallar farqi yorug‘lik intensivligiga bog‘liq bo‘lmaydi. Tormozlovchi potensiallar katod sirtidan chiqayotgan elektronlar kinetik energiyasining ko‘rsatgichidir. Katoddan chiqayotgan elektronlardan tezligi, ya’ni kinetik energiyasi eng kata bo‘lgan elektronlargina anodga yetib boradi. Tormozlovchi potensial U_T qo‘yilganda katod sirtidan maksimal tezlik J_{max} bilan ajralgan elektronlar bu tezligini to‘liq ravishda yo‘qotadi, bunda fototok ham yo‘qoladi. U vaqtda energiyaning saqlanish qonuniga asosan quyidagi munosabatni yozish mumkin:

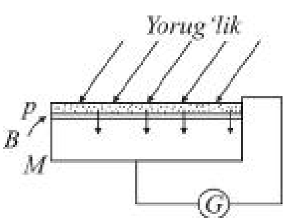
$$eU_T = \frac{1}{2} m_e \vartheta_{\max}^2 \qquad (1)$$

Bu formulada m_e – elektron massasi, e –uning tezligi, J_{max} –elektronning maksimal tezligi, U_T – tormozlovchi potensial.

Tormozlovchi potensiallar farqining qiymatlarini tajribada o‘lchab, elektronlarning bu qiymatlarga to‘g‘ri keladigan kinetik energiyalarini (1) formula yordamida hisoblash mumkin.

2-rasmdagi grafiklarda ko‘rsatilgan to‘yinish fototokining mavjudligi va to‘yinish fototoki kuchining I_t yorug‘lik intensivligiga to‘g‘ri proporsionalligi, katod sirtidan vaqt birligida urib chiqarilgan elektronlar soni yorug‘lik intensivligiga proporsionalligini ko‘rsatadi. Bunday bog‘lanish Stoletov tomonidan tajribada aniqlangan.

3-rasmda yorug‘lik chastotasi va tormozlovchi potensiallar farqi orasidagi bog‘lanishni ifodalovchi grafik tasvirlangan. Bu grafik tajriba natijalari asosida chizilgan. Rasmdan ko‘rinishicha, tormozlovchi potensiallar farqi U_T ning qiymati (ya’ni fotoelektronlarning maksimal tezligi) va yorug‘lik chastotasi orasida chiziqli bog‘lanish mavjud. Chastotaning biror n_q qiymatida fotoelektronlarning tezligi nolga teng bo‘ladi. Chastotaning bu qiymati chegara hisoblanadi. Bu shunday chegaraviy chastotaki, bu chastotadan past chastotalarda fotoeffekt kuzatilmaydi. n_q – fotoeffekt sodir bo‘lishining chegaraviy chastotasi yoki fotoeffektning “qizil” chegarasi deyiladi, ya’ni $n_{ch}=n_q$ bo‘ladi. $n<n_q$ chastotali yorug‘lik fotoeffekt hodisasini yuzaga keltirmaydi. Fotoeffekt $n>n_q$ chastotali yorug‘lik



3-rasm

ta’sirida kuzatiladi. Chegaraviy chastota (n_{ch})ga mos bo‘lgan to‘lqin uzunligi l_q ham fotoeffektning *qizil chegarasi* deb aytiladi, ya’ni

$$\lambda_q = \frac{c}{\nu_q} \qquad (2)$$

Stoletov va boshqa olimlar tomonidan fotoeffekt hodisasini o‘rganishda o‘tkazilgan tajribalar natijalari asosida tashqi fotoeffekt uchun quyidagi asosiy qonunlar aniqlandi:

1. Yorug‘lik katod sirtidan vaqt birligida urib chiqargan elektronlar soni katod sirtiga tushayotgan yorug‘lik intensivligiga to‘g‘ri proporsionaldir.

2. Katod sirtidan chiqayotgan elektronlarning kinetik energiyasi noldan boshlab maksimal $\frac{1}{2}m\vartheta^2_{\max}$ qiymatgacha bo‘ladi. Bu energiya yorug‘lik intensivligiga bog‘liq emas, katodga tushayotgan yorug‘lik chastotasiga chiziqli bog‘lanishda bo‘ladi.

3. Har bir fotokatod materiali uchun biror chegaraviy chastota ν_{ch} mavjudki, bu chastotadan past chastotalarda fotoeffekt hodisasi vujudga kelmaydi. ν_{ch} ning qiymati yorug‘lik intensivligiga va katodni yoritish vaqtiga bog‘liq bo‘lmaydi.

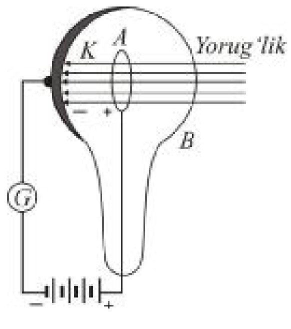
Quyidagi jadvalda ba’zi bir metallar uchun chiqish ishi *A* (elektron-voltlarda) va shu metallar uchun fotoeffektning qizil chegarasi l_0 (mikronlarda) qiymatlari keltirilgan.

1-jadval

Metall	λ_0 (*mk*)	*A* (*eV*)
Platina	0,235	5,29
Volfram	0,276	4,50
Rux	0,290	4,19
Toriy	0,364	3,41
Natriy	0,552	2,25
Seziy	0,620	1,89
Volframga surtilgan seziyli Plyonka	0,913	1,36

1-jadvaldan ko‘rinadiki, volfram ustidagi seziyli plyonkada infraqizil nurlar ta’sirida ham fotoeffekt hosil bo‘ladi, natriyda fotoeffekt ko‘zga ko‘rinadigan va ultrabinafsha nurlar ta’sirida, ruxda esa ultrabinafsha nurlar ta’sirida hosil bo‘ladi.

Fotoeffekt hodisasidan amaliyotda foydalanish sohalari. Tashqi fotoeffekt hodisasiga asoslanib vakuumli fotoelementlar yasalgan (4-rasm).



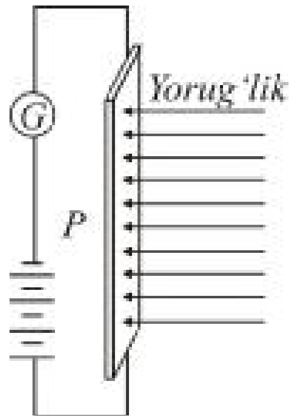
4-rasm

4-rasmda vakuumli fotoelement sxemasi keltirilgan. Vakuum hosil qilingan shisha ballonning ichki sirtiga metall qatlami surtilgan bo‘lib, bu qatlam *K* – katod vazifasini bajaradi. *A* – anod metall xalqa shaklida bo‘lib, ballonning markaziy qismiga joylashtirilgan. *G* – galvanometr fotoelementda hosilbo‘ladigan fototokni o‘lchaydi.

Zamonaviy fotoelementlarda ko‘p vaqtlarda *K* – katod sifatida surmali-seziyli yoki kislorodli-seziyli katodlar ishlatiladi. Bunday katodlarning fotosezgirligi yuqoridir. Kislorodli-seziyli fotoelementlarda infraqizil va ko‘zga ko‘rinadigan yorug‘liklar ta’sirida fotoeffekt hosil bo‘ladi. Bunday fotoelementning yorug‘likka fotosezgirligi 20-80 *mkA*/*lm*.
Surmali-seziyli *K* – katodli fotoelementlarda ko‘zga ko‘rinadigan va ultrabinafsha yorug‘liklar ta’sirida fotoeffekt yuzaga keladi. Bunday fotoelementlarning fotosezgirligi 50-150 *mkA*/*lm*.

Ayrim hollarda fotoelementlarning yorug‘likka sezgirligini oshirish uchun uni 10^{-2} *mmNg* bosimda argon gazi bilan to‘ldiradilar. Bunday fotoelementlarda fotoelektronlarning argon atomlari bilan to‘qnashib, argon gazini ionlashtirishi natijasida fototok kuchayadi. Gaz to‘ldirilgan bunday fotoelementlarning fotosezgirligi 1000 *mkA*/*lm* atrofida bo‘ladi.

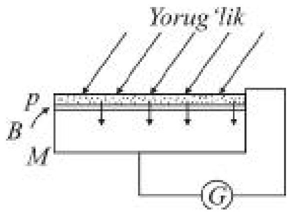
Ichki fotoeffekt yarimo‘tkazgichlarda va dielektriklarda kuzatiladi. Ichki fotoeffekt kuzatish sxemasi 5-rasmda keltirilgan. Yarimo‘tkazgich *P* – plastinka *G* – galvanometr bilan ketma-ket ravishda batareyaning qutblariga ulangan. Yarimo‘tkazgichning qarshiligi katta bo‘lganligi uchun zanjirda tok juda kichik. Lekin *P* – plastinka yoritilishi bilan tok keskin ortib ketadi. Buning sababi quyidagicha, yorug‘lik yarimo‘tkazgich atomlaridan elektronlarni ajratib chiqaradi, bu elektronlar yarimo‘tkazgich ichida qolib, uning elektr o‘tkazuvchanligini oshiradi (qarshiligi kamayadi).



5-rasm

Ichki fotoeffekt hodisasiga asoslangan fotoelementlar yarimo‘tkazgichli fotoelementlar deyiladi yoki fotoqarshiliklar deyiladi. Bunday fotoelementlarni tayyorlashda qo‘rg‘oshinli selen (PbSe), oltingugurtli qo‘rg‘oshin (PbS), oltingugurtli kadmiy (CdS) va boshqa yarimo‘tkazgichlardan foydalaniladi. Yarimo‘tkazgichli fotoelementlarning sezgirligi vakuumli fotoelementlar sezgirligidan 100 martalar ortiq bo‘ladi. Yarimo‘tkazgichli fotoelementlarning kamchiligi shuki, fototokning o‘zgarishi fotoelement yoritilishining o‘zgarishiga nisbatan kechikadi. Shuning uchun yarimo‘tkazgichli fotoelementlar tez o‘zgaruvchan yorug‘lik oqimlarini qayd qilishga yaramaydi. Yarimo‘tkazgichlardan yasalgan fotoqarshiliklar infraqizil nurlanish detektorlari sifatida foydalaniladi, ularning termoelektrik bolometr-larga nisbatan ustunlik tomonlari ancha ko‘pdir.

Ichki fotoeffekt asosida tayyorlanadigan fotoelementlardan yana bir turi yopuvchi qatlamli yarimo‘tkazgichli fotoelement yoki ventil fotoelementdir. Ventil fotoelement sxemasi 6-rasmda keltirilgan. *M* metall plastinka bo‘lib, ustiga yupqa *P* – yarimo‘tkazgich qatlami surtilgan va *G* – galvanometrli tashqi elektr zanjiriga ulangan. Yarimo‘tkazgich va metallning kontakt zonasida yopuvchi qatlam *B* yuzaga keladi. Bu qatlam ventil o‘tkazuvchanlikka ega bo‘ladi, ya’ni u elektronlarni faqat yarimo‘tkazgichdan metallga tomon yo‘nalishda o‘tkazadi. Yarimo‘tkazgich qatlami yoritilganda unda ichki fotoeffekt asosida erkin elektronlar hosil bo‘ladi. Yopuvchi qatlam orqali metallga o‘tgan elektronlar orqa tomonga harakat qila olmasdan metallda ortiqcha manfiy zaryadni hosil qiladi. O‘z elektronlarining bir qismini yo‘qotgan yarimo‘tkazgich musbat zaryadga ega bo‘ladi. Yarimo‘tkazgich va metall orasida hosil bo‘lgan potensiallar ayirmasi fotoelement zanjirida elektr tokini hosil qiladi. Shunday qilib, ventil fotoelement yorug‘lik energiyasini elektr energiyasiga aylantiruvchi tok generatori sifatida ishlaydi. Ventil fotoelementlarda selen, oltingugurtli galliy, germaniy, kremniy yarimo‘tkazgichlaridan foydalaniladi. Ventil fotoelementlarning fotosezgirligi 2000-30000 *mkA*/*lm* oraliqda bo‘ladi. Quyosh yorug‘ligi bilan yoritiladigan kremniyli fotoelementlarning foydali ish koeffisiyenti 12-13%dir. Nazariy hisoblashlar bu koeffisiyentni 22% gacha ko‘tarish mumkinligini ko‘rsatdi.



6-rasm

Fotoelementlarda hosil bo‘ladigan fototok yorug‘lik oqimiga proporsional bo‘lgani uchun fotoelementlardan fotometrik asboblar sifatida foydalaniladi. Masalan, bunday asboblarga yoritilganlikni o‘lchaydigan asbob lyuksmetr misol bo‘lishi mumkin. Fotoelement yorug‘lik oqimi tebranishlarining fototok tebranishlariga aylantirishga imkon beradi. Bu esa texnikada tovushli kinolarda, televideniyeda keng ishlatiladi. Fotoelementlarning ishlab chiqarish jarayonlarini telemexanizasiyalashda, avtomatlashtirishda ahamiyati kattadir. Elektron kuchaytirgichlar va rele bilan birgalikda fotoelementlar avtomatlashtirish qurilmalarining asosiy qismi hisoblanadi. Bunda fotoelementlar yorug‘lik signallarini sezishi bilan turli ishlab chiqarish va qishloq xo‘jalik qurilmalarining, transport mexanizmlarining ishlashida muhim ahamiyatga egadir.

Ventilli fotoelementlardan amaliyotda elektr energiyasi generatori sifatida foydalaniladi. Quyosh batareyasi deb yuritilayotgan kremniyli fotoelementlar batareyasi kosmik kemalarda, raketalarda radioapparaturalar ishlashida tok manbai sifatida foydalaniladi. Quyosh batareyalarining foydali ish koeffisiyenti 20-22% bo‘lganda, ular ishlab chiqarish hamda maishiy zaruratlarda elektr energiyasi manbai sifatida birinchi o‘rinda bo‘ladi.

2. Fotoeffekt nazariyasi. Yorug’lik kvantlari.

Fotoeffektning faqatgina birinchi qonunini to‘lqin nazariyasi asosida tushuntirish mumkin. Ammo to‘lqin nazariyasi fotoeffektning ikkinchi va uchinchi qonunlarini tushuntira olmaydi.

Haqiqatdan ham to‘lqin nazariyaga asosan fotokatodga tushayotgan ixtiyoriy to‘lqin uzunlikka ega bo‘lgan yorug‘likning intensivligi ortgan sari ajralib chiqayotgan fotoelektronlarning energiyalari ham ortishi kerak edi. Ammo tajribalarning ko‘rsatishicha, fotoelektronlarning energiyasi yorug‘lik intensivligiga mutlaqo bog‘liq emas.

To‘lqin nazariyasiga asosan, elektron metalldan ajralib chiqishi uchun kerakli energiyani har qanday yorug‘likdan olishi mumkin, ya’ni yorug‘lik to‘lqin uzunligining ahamiyati yo‘q. Faqat yorug‘lik intensivligi yetarlicha katta bo‘lishi lozim. Vaholanki, to‘lqin uzunligi *qizil chegara*dan katta bo‘lgan yorug‘likning intensivligi har qancha katta bo‘lsa ham, fotoeffekt hodisasi yuz bermaydi. Aksincha, to‘lqin uzunligi *qizil chegara*dan kichik bo‘lgan yorug‘lik intensivligi nihoyat kuchsiz bo‘lsa ham fotoeffekt hodisasi kuzatiladi. Bundan tashqari, nihoyatda kuchsiz intensivlikdagi yorug‘lik tushayotgan taqdirda, to‘lqin nazariyasiga asosan, yorug‘lik to‘lqinlar tashib kelgan energiyalar evaziga metalldagi elektron ma’lum miqdordagi energiyani to‘plab olishi kerak. Bu energiya elektronning metalldan chiqishi uchun yetarli bo‘lgan holda fotoeffekt sodir bo‘lishi kerak. Hisoblashlarning ko‘rsatishicha, intensivligi juda kam bo‘lgan yorug‘likdan A_{ch} ga yetarli energiyani elektron to‘plab olishi uchun soatlab, hattoki kunlab vaqt o‘tishi lozim ekan. Tajribalarda esa metallga yorug‘likning tushishi va fotoelektronlarning vujudga kelishi orasida 10^{-9} sekundlar chamasi vaqt o‘tadi, xolos.

Demak, yorug‘likning to‘lqin nazariyasi va fotoeffekt hodisasi o‘rtasida ma’lum mos kelmasliklar mavjud. Shuning uchun yorug‘likni uzluksiz elektromagnit to‘lqin jarayoni deb tasavvur qilish yorug‘lik tabiatini to‘la aks ettira olmaydi. Bu fikr 1905-yilda A.Eynshteynni yorug‘likning kvant nazariyasini yaratishiga olib keldi. Eynshteyn Plank gipotezasini rivojlantirib, yorug‘lik ulushlar shaklida chiqarilgani kabi xuddi shunday ulushlar shaklida yutiladi deb hisoblansa, fotoeffekt qonunlarini tushuntirish mumkin deb ko‘rsatadi. Eynshteynning fikricha, yorug‘lik to‘lqinlari energiyasining oqimi uzluksiz bo‘lmasdan, balki energiyaning diskret ulushlari oqimi bo‘lib, ularni *kvantlar* yoki *fotonlar* deyiladi. U vaqtda chastotasi *n* bo‘lgan har bir yorug‘lik fotonining energiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$E = h\nu \qquad (3)$$

Bunda *h* – Plank doimiysi, h=6,62·10^{-34} $J\times s$. Bu g‘oyaga asosan, metall sirtiga tushayotgan yorug‘lik oqimini fotonlar oqimi deb tasavvur qilish mumkin. Eynshteyn fotoeffekt hodisasiga energiyaning saqlanish qonunini qo‘lladi. Metallga tushgan yorug‘lik fotoni elektron bilan to‘qnashib, o‘zining *hn* energiyasini to‘liq ravishda elektronga beradi. Foton erkin elektronlar bilan to‘qnashganda energiyasini to‘liq ravishdaerkin elektronlarga berishi mumkin bo‘lmaydi.

Metallda elektr o‘tkazuvchanlikni ta’minlaydigan elektronlar erkin elektronlar deyiladi. Lekin elektronlar o‘zaro va metall panjaraning boshqa zaryadlari bilan ta’sirlashadi. Shuning uchun ular dinamik ma’noda bog‘langan elektronlar bo‘lib, foton energiyasini to‘liq yuta oladi. Agar foton energiyasi yetarlicha katta qiymatda bo‘lsa, elektron uni metallda ushlab turgan kuchlarni yengib metalldan ajralib chiqadi. Eynshteynning tasavvurlariga muvofiq, yorug‘lik fotonining *hn* energiyasi elektronni metalldan uzib chiqarish uchun ketgan *A* chiqish ishini bajarishga va unga kinetik energiya berishga sarflanadi.Bunday jarayonda energiyaning saqlanish qonuni amal qiladi, buni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$h\nu = A + \frac{m_e \vartheta_{\max}^2}{2} \qquad (4)$$

(4) tenglamada $h\nu$ – yorug‘lik fotonining energiyasi, $\frac{m_e \vartheta_{\max}^2}{2}$ –elektronning metalldan chiqqandan keyingi maksimal kinetik energiyasi, m_e – elektron massasi, *A* – chiqish ishi. Chiqish ishi deb,elektronni metallda ushlab turgan kuchlarni yengib, metalldan chiqishi uchun sarflangan energiyaga aytiladi. Chiqish ishi metallning turiga va metall sirtining holatiga bog‘liq.

(4) tenglamaga asosan fotoelektronning kinetik energiyasi faqat uni uzib chiqargan yorug‘lik fotonining energiyasiga bog‘liq bo‘lib, intensivlikka bog‘liq bo‘lmaydi.

(4) tenglama tashqi fotoeffekt uchun Eynshteyn tenglamasi deyiladi. *Tashqi fotoeffekt* deyishimizga sabab shundaki, yuqorida keltirilgan hollarda fotoelektronlar moddadan tashqariga ajralib chiqadi. Ba’zi moddalarda esa, masalan yarimo‘tkazgichlarda fotonlar ta’sirida valent zonadagi elektron bo‘sh zonadagi energetik sathlarga ko‘chadi. Bu jarayon tufayli elektron modda tashqarisiga chiqmasdan, uning ichida qoladi. Shuning uchun fotoeffektning bu turi *ichki fotoeffekt* deb ataladi.

Eynshteyn tenglamasi fotoeffektning barcha qonunlarini to’liq tushuntira oladi. Xususan, (4) tenglamadan ko‘rinadiki, tushayotgan yorug‘lik fotonining energiyasi elektronning metalldan chiqish ishidan kichik bo‘lganda, ya’ni *hn*<*A* fotoeffekt sodir bo‘lmaydi. Bu esa fotoeffekt yuz berishi uchun qizil chegaraning mavjudligini ko‘rsatadi. Fotoeffekt amalga oshishi uchun lozim bo‘ladigan foton energiyasining eng kichik qiymati, (4) ifodaga asosan, elektronning metaldan chiqish ishining qiymatiga teng bo‘lishi kerak:

$$h\nu_q = A \qquad (5)$$

Bu tenglikdan fotoeffektning *qizil chegarasi* – ν_q aniqlanadi, ya’ni ν_q=*A*/*h*. Chegaraviy chastota – ν_{ch} tajribada o‘lchanadi, chiqish ishi *A* esa υ_{max}=0 bo‘lganda, (4) tenglama yordamida hisoblanadi. Eynshteyn tenglamasidan foydalanib, Plank domiysi *h* ni aniqlash mumkin. Buning uchun yorug‘likning *n* chastotasini, *A* chiqish ishini tajribada topish va fotoelektronlarning kinetik energiyasini o’lchash lozim. Bunday o‘lchash va hisoblashlardan Plank doimiysi uchun $h=6{,}63\cdot10^{-34}$ $J\times s$ qiymat hosil qilingan. (5) ifodaga asosan, *qizil chegara* tushayotgan yorug‘lik intensivligiga mutlaqo bog‘liq emas, chunki yorug‘lik intensivligi undagi fotonlar sonini xarakterlaydi. Foton energiyasi esa faqat chastotaga bog‘liqdir. Chiqish ishi turli metallar uchun turlicha bo‘ladi va bir necha elektron voltni tashkil qiladi. Kaliy, natriy va miss metallarida fotoeffektning qizil chegarasi (to‘lqin uzunliklarda) tegishlicha 551; 543 va 277 *nm* ga teng bo‘lganda chiqish ishi tegishlicha 2,25; 2,28 va 4,48 *eV* ni tashkil qiladi.

Eynshteyn tenglamasining asosida elektron faqat bitta fotonni yutadi degan tasavvur yotadi. Lekin intensivligi juda katta bo’lgan yorug‘liklar uchun fotoeffekt qonunlari o‘z kuchini yo‘qotadi. Haqiqatdan ham intensivligi juda katta bo‘lgan yorug‘lik bilan tajriba olib borilayotgan bo‘lsa, metalldagi elektronga bir vaqtning o’zida ikkita foton tushishi mumkin. Bu holda elektron yutgan energiya ikkala foton energiyalarining yig‘indisiga teng. Bunda sodir bo‘ladigan fotoeffektni *ko‘p fotonli fotoeffekt* deb ataladi. Tabiiyki, ko‘p fotonli fotoeffektning *qizil chegarasi* kichik chastotalar (katta to‘lqin uzunliklar) sohasiga siljiydi.

Fotoeffektning kvant nazariyasining muvaffiqiyati yorug’likning kvant tabiatini namoyon qiluvchi isbotlardan biridir. Keyinchalik yorug‘likning kvant tabiati ko‘pgina tajribalarda ham tasdiqlandi.

Fotonlar va zarrachalar xarakatining kvant tabiati.

Foton – yorug‘likning *elementar zarrasi* deb tasavvur qilinadi. Issiqlik nurlanishi, fotoeffekt hodisalari foton tushunchasi asosida tushuntiriladi. Bu hodisalarni tushuntirishda yorug‘lik energiyasi (ya’ni, elektromagnit energiya) fotonlarda mujassamlangan, yorug‘lik energiyasi fotonlar ko‘rinishida tarqaladi degan fikr asos qilib olingan. Foton energiyasi va tebranish chastotasi orasidagi bog‘lanish $E=h\nu$ munosabat bilan aniqlanadi. Energiya va massaning ekvivalent qonuni

$$E = mc^2 \qquad (6)$$

ifodadan foydalanilgan holda foton massasini aniqlash mumkin:

$$m_f c^2 = h\nu$$

$$m_f = h\nu / c^2 \qquad (7)$$

Ikkinchi tomonidan, har qanday zarraning massasi uning tezligi bilan nisbiylik nazariyasi asosida quyidagicha bog‘langan:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} \qquad (8)$$

(8) formuladan ko‘rinadiki, zarra harakatsiz (ya’ni, υ=0) holda bo‘lganda, uning massasi m_0 ga teng, demak m_0 – zarraning tinch holatdagi massasidir. Tajribalarda tinch holatdagi massa m_0 o‘lchanadi, chunki aksariyat hollarda $\upsilon<<c$ (2.12) munosabat esa katta tezliklar bilan harakatlanayotgan zarralar uchun to‘g‘ri bo‘ladi. U holda yorug‘lik fotoni uchun (2.12) ifoda qanday bo‘lishini ko‘raylik. (4) dan

$$m_0 = m\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} \qquad (9)$$

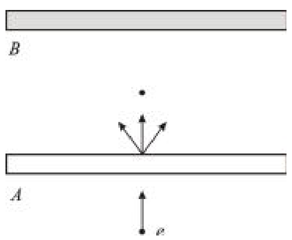
Yorug‘lik fotoni uchun $\upsilon=c$ (7) formuladan m_f ning qiymati chekli kattalik ekanligi ko‘rinadi. Shuning uchun (9) ifoda asosida yorug‘lik fotonining tinch holdagi massasi m_0 ning qiymati nolga teng bo‘lishi kerak, degan xulosa chiqadi. Yoki boshqacha aytganda, yorug‘lik fotoni “to‘xtab qolsa”, uning barcha xususiyatlari yo‘qoladi, ya’ni massasi ham, energiyasi ham nolga teng bo‘ladi. Fotonning “to‘xtashi” deganda, uning biror jism tomonidan yutilishi tushuniladi. To‘xtash jarayonida fotonning energiyasi (unga ekvivalent bo‘lgan massasi) yutuvchi jismga o‘tadi. Natijada yutuvchi jismning energiyasi (massasi) mos ravishda ortadi. Demak, yorug‘lik fotonining boshqa zarralardan (masalan, elektron, proton, neytron, atom, molekula va h.k.)dan farqi shundaki, foton tinch holdagi massasiga ega bo‘lmaydi, ya’ni uning tinch holatdagi massasi nolga teng. Foton faqat harakatlanish jarayonida mavjud bo‘lib, uning tezligi yorug‘lik tezligiga teng. Demak, foton harakatlanish jarayonida mavjud bo‘lib, u energiya, massa va impulsga ega bo‘ladi, ya’ni:

Energiyasi $E=h\nu$;

massasi $m_f=h\nu/c^2$;

impulsi $R_f=h\nu/c$.

Fotonlarning mavjudligi bir qator tajribalarda tasdiqlandi. Bu tajribalardan biri 1922-yilda A.F.Ioffe va N.I.Dobronravovlar tomonidan o‘tkazilgan tajribadir. Tajriba quyidagicha: yassi kondensatorning *A* va *B* qoplamalari orasida zaryadlangan vismut (Bi) zarrasi «muallaq» vaziyatda turadi (7-rasm), ya’ni zarraning og‘irlik kuchi zarraga teskari yo‘nalishda ta’sir etuvchi elektr kuchi bilan muvozanatlashgan bo‘ladi. Kondensator qoplamalaridan biri rentgen trubkasining anodi vazifasini bajaradi. Kichik intensivlikdagi elektronlar oqimi *A* anodga kelib urilgach, unda tormozlanadi. Natijada *A* dan bir sekundda mingga yaqin rentgen impulslari chiqariladi. Bu rentgen nurlari ta’sirida vismut zarrasi 30 minutlar davomida bir marta titrab muvozanatdan chiqqan. Hisoblarning ko‘rsatishicha, shuncha vaqt (30 minut) ichida zarra yo‘nalishida bitta rentgen kvanti nurlanar ekan. Bu rentgen kvanti zarra bilan to‘qnashgach, fotoeffekt hodisasi yuz beradi, ya’ni zarradan elektron ajralib chiqadi. Elektron ajralib chiqqani uchun zarraning zaryadi o‘zgaradi va u muvozanat vaziyatidan chiqadi. Bunday tajribani shunday tushuntirish mumkin. Bu tajriba rentgen nurlarining jism bilan ta’sirlashuvi kvant xarakterga ega ekanligini tasdiqlaydi. Agar rentgen nurlari to’lqin tarzida tarqaladi deb qaralsa, zarradan elektronning ajralib chiqishi uchun kerak bo‘ladigan energiya elektronning chiqish ishi qiymatiga yetguncha yig‘ilishi kerak. Tajribada foydalanilgan rentgen nurlarining intensivligi kichik bo‘lganligi uchun, bunday energiya har qancha vaqt o‘tsa ham yig‘ilmas ekan, buni hisoblashlar ko‘rsatadi. V.I.Vavilovning fikriga ko‘ra, yorug‘lik oqimi ayrim fotonlarning yig‘indisidan iborat bo‘lsa, statistik fizika qonunlariga asosan fotonlarning fluktuasiyasi kuzatilishi kerak. Bu fikr 1933-1942 yillarda o‘tkazilgan tajribalarda tasdiqlandi. Bu esa yorug‘likning foton tabiatiga ega ekanligini isbotlovchi yana bir dalildir.

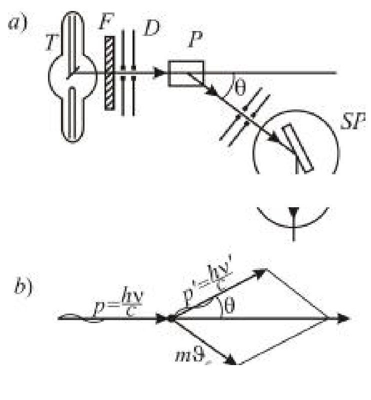


7-rasm

Kompton effekti

Mikrozarralarning korpuskulyar xususiyatga ega ekanligini tasdiqlaydigan hodisalardan biri 1923-yilda amerikalik fizik A.X.Kompton tomonidan kashf etildi va uning nomi bilan Kompton effekti deb ataldi. Kompton effekti hodisasi rentgen nurlarining sochilishi ustida Kompton tomonidan o‘tkazilgan tajribalarda aniqlandi. Kompton tajribasi rentgen nurlarining yadro bilan elektronlari kuchsiz bog‘langan moddalarda (grafit, parafin va b.) sochilishini kuzatish orqali amalga oshirildi.

Tajriba sxemasi 8a-rasmda tasvirlangan. *T* – rentgen trubkasida hosil qilingan rentgen nurlanishlari *F* – filtr va *D* – diafragma yordamida ingichka monoxromatik dasta shakliga keltirilgan holda sochuvchi modda kristall *P* ga tushadi. *K* – kristallda ma’lum θ burchak ostida sochilgan rentgen nurlanishining to’lqin uzunligi *SP* spektrograf yordamida aniqlanadi. Tajriba natijalari asosida Kompton sochilgan rentgen nurlari dastasida ikkita to‘lqin uzunligi mavjudligini aniqladi: dastlabki rentgen nurlari to‘lqin uzunligi l va qo‘shimcha to‘lqin uzunligi l'. l' to‘lqin uzunlik l to‘lqin uzunlikka qaraganda katta ($l'>l$). l' ning qiymati sochilish burchagi θ ga bog‘liq bo‘lib, sochuvchi modda tabiatiga bog‘liq emas (θ – dastlabki va sochilgan rentgen nurlari dastalari yo‘nalishlari orasidagi burchak). Tushayotgan dastlabki va sochilgan rentgen



8-rasm

nurlari to‘lqin uzunliklari farqi ($\Delta l=l'-l$) ning sochilish burchagiga bog‘liqligi quyidagi munosabat orqali aniqlanadi:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2k\sin\frac{\theta}{2} \qquad (10)$$

Bunda K – Kompton doimiysi.

Kompton 1923-yilda Dj.Djensining matematik hisoblashlariga asoslanib, rentgen nurlari haqida quyidagi g‘oyani ilgari surdi: rentgen nurlari fotonlar oqimidan iborat bo‘lib, boshqa zarralar kabianiq impulsga ega. Fotonlarning elektronlarda sochilishi foton bilan elektron orasidagi elastik to‘qnashuvdir (foton – tinchlikdagi massasi nolga teng bo‘lgan zarra). Fotonlarning elektronlarda elastik sochilishi sababli rentgen nurlari to‘lqin uzunligining o‘zgarishiga *Kompton effekti* deyiladi.

Kompton effekti shu vaqtda yuz beradiki, elektronga tushayotgan rentgen nurlarining energiyasi elektronning atomdagi bog‘lanish energiyasidan katta bo‘lganda. Bunday holda elektron erkin deb hisoblanishi mumkin. Rentgen nurlari elektron bilan elastik to‘qnashganda o‘z energiyasi va impulsining ma’lum qismini elektronga beradi. Kompton sochilishining energetik va burchak xarakteristikalari elastik to‘qnashuv uchun energiya va impuls saqlanish qonunlari orqali aniqlanadi.
Energiyasi $h\nu$ bo‘lgan rentgen fotoni elektron bilan elastik to‘qnashib energiyasining bir qismini elektronga berganda, energiyasi $h\nu'$ ga kamayadi, to‘lqin uzunligi esa λ' ga ortadi, harakat yo‘nalishi ham o‘zgaradi. Bunday hodisani klassik to‘lqin nazariyasi asosida tushuntirib bo‘lmaydi. Agar foton kvant mexanikasi nuqtai nazaridan impulsi $P= h/\lambda$ bo‘lgan zarra deb va uning elektron bilan ta’sirlashuvi elastik to‘qnashuv qonunlari asosida qaralsa, Kompton effekti to‘g‘ri tushuntiriladi. Foton tinch holatdagi erkin elektronda elastik sochilayotgan bo‘lsin. Bunday to‘qnashuv sxemasi 8b-rasmda keltirilgan. Fotonning elektron bilan to‘qnashuvgacha energiyasi $E_f = h\nu$ va impulsi $P_f = h\nu/c$ bo‘lsin. Tinch holatdagi elektronning to‘qnashuvgacha energiyasi $E_e = m_0c^2$ energiyaga va impulsi $P_e = 0$ bo‘lsin. To‘qnashuvda foton o‘z energiyasining ma’lum qismini elektronga beradi. Natijada to‘qnashuvdan so‘ng elektron $E_e = mc^2$ energiyaga va $P=m\upsilon$ impulsga ega bo‘ladi (bu formulalarda $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{\vartheta^2}{c^2}}}$).
To‘qnashuvdan so‘ng foton $E'_f = h\nu'$ energiyaga va $P_f = h\nu'/c$ impulsga ega bo‘ladi. Bunda foton energiyasi va impulsi dastlab tushayotgan foton energiyasi va impulsidan kichik bo‘ladi, to‘lqin uzunligi esa katta bo‘ladi.

Foton va tinch holatdagi erkin elektronning elastik to‘qnashuvitufayli vujudga kelgan to‘lqin uzunligining o‘zgarishi $\Delta\lambda$ ni aniqlashda elastik to‘qnashuv uchun energiya va impuls saqlanish qonunlarini quyidagicha yozish mumkin:

$$E_f + E_e = E_f + E_e \qquad (11)$$

$$P_f = P_f + P_e \qquad (12)$$

(11) va (12) tenglamalar birgalikda yechilganda fotonning elektron bilan elastik to‘qnashuvida foton to‘lqin uzunligining o‘zgarishi $\Delta\lambda$ ni aniqlaydigan formula hosil bo‘ladi:

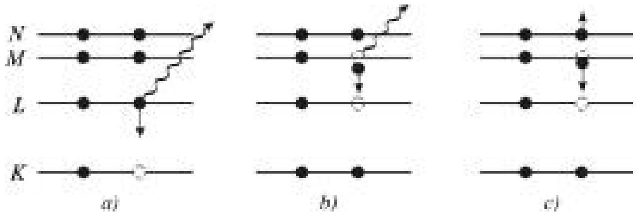
$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2} \qquad (13)$$

(10) va (13) formulalar taqqoslanganda $K = \dfrac{h}{m_0c}$ ekanligi ko‘rinadi. K – elektronning Kompton to‘lqin uzunligi deyiladi. Kompton o‘tkazgan tajribalarida elektronning to‘lqin uzunligi $K = \dfrac{h}{m_0c}$ kattalikni o‘lchashga muvaffaq bo‘ldi. K ning tajribada aniqlangan qiymati K=2,43·10^{-10}m. Tajribalarda elektronning Kompton to‘lqin uzunligi K rentgen nurlanishi to‘lqin uzunligidan kichikligi ko‘rsatildi. (13) formula orqali hisoblangan natijalar tajriba natijalari bilan mos keladi. Bu esa elektromagnit to‘lqinlarning korpuskulyar xususiyatga ega ekanligi haqidagi tasavvurlarning to‘g‘riligini isbotlaydi.

6. Oje elektronlari

Fotoelektrik yutilish yorug‘lik kvanti energiyasining atomning biror elektroniga berilishidan iborat. Bunday fotoeffekt hodisasida fotoelektron va ichki elektron qobig‘ida bo‘sh o‘rin hosil bo‘lgan atom vujudga keladi. Bo‘sh o‘rin yuqorigi elektron qobiqlardan o‘tgan elektron bilan to‘ldiriladi. Bunday o‘tishlarda ma’lum energiyaga ega bo‘lgan xarakteristik rentgen nurlanishi chiqadi yoki bu nurlanish energiyasi atomning tashqi qobiqdagi elektroniga beriladi. Energiya olgan tashqi elektron atomdan ajralib chiqadi. Bunday jarayon *Oje effekti* deyiladi. Atomdan ajralgan elektronlaresa *Oje elektronlari* deyiladi. Oje elektronlari fotoeffekt tufayli uyg‘ongan atomlarning sezilarli darajadagi energiyasini olib ketadi. Oje effekti, ayniqsa elektromagnit o‘tishlar man qilingan hollarda, masalan, O–O o‘tishlarda kuchli namoyon bo‘ladi.

Oje effektida oddiy ionlashgan atom o‘rniga ikki marta ionlashgan atom hosil bo‘ladi. *K* qobiqda bo‘sh qolgan o‘ringa *L* qobiqdan elektron o‘tishida hosil bo‘lgan rentgen nurlanishi kvantining energiyasi $hn=E_K–E_L$ bo‘ladi. *L* qobiqdagi bo‘sh o‘ringa *M* qobiqdan elektron o‘tishi mumkin. U vaqtda hosil bo‘lgan rentgen nurlanishi kvantining energiyasi $hn=E_L–E_M$ bo‘ladi.



9-rasm

9-rasmda fotoeffekt natijasida *K*-qobiq elektroni yo‘qotilgan atomda rentgen kvantlari va Oje elektronlarining hosil bo‘lishi ko‘rsatilgan. 9a-rasmda elektronning *L* qobiqdan *K* qobiqdagi bo‘sh o‘ringa o‘tishida energiyasi $h\nu_1=E_K–E_L$ bo‘lgan rentgen kvantining hosil bo‘lishi tasvirlangan. Agar *L* qobiqda bo‘sh o‘rin bo‘lsa, bu o‘ringa *M* qobiqdan elektron o‘tishida energiyasi $h\nu_2=E_L–E_M$ bo‘lgan rentgen kvanti hosil bo‘ladi (9b-rasm). Lekin rentgen kvanti hosil bo‘lishi o‘rniga *L* qobiqdagi bo‘sh o‘ringa *M* qobiq elektroni o‘tadi, ortiqcha energiya esa rentgen kvanti sifatida chiqarilmasdan, balki *N* qobiq elektroniga beriladi va bu elektron atomdan ajraladi (9c-rasm).Bu elektron *Oje elektroni* bo‘lib, uning energiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$E = E_L - E_M - E_N$$

Demak, rentgen nurlarining fotoeffekt hodisasini hosil qilishidabir marta va ikki marta ionlashgan atomlar, xarakteristik rentgen nurlari va Oje elektronlari hosil bo‘ladi.

Nazorat uchun savollar.

1. Eynshteyn fotoeffekt nazariyasini qanday g’oyaga asoslanib yaratdi?
2. Fotoeffektda foton qanday talqin qilinadi?
3. Fototok va potenstial orasidagi bog’lanishdan qanday fikr bildirish mumkin?
4. Eynshteyn formulasidagi **A** energiya nima uchun fotoeffekt qizil chegarasi deyiladi?
5. Kopmton, Rentgen nurlarini yorug’lik nurining to’lqin tabiatiga zid kelishini qanday isbotladi?
6. Nima uchun fotonning tinchlikdagi massasi yoq?
7. Yoruglik bosimi qanday paydo bo’ldi?
8. Oje elektronlarining hosil bo‘lishini tushuntiring.
9. Fotoeffekt hodisasidan amalda qanday foydalaniladi?
10. Fotoeffekt hodisasi qanday hodisa va u kim tomonidan ochilgan?
11. Stoletov qonunlarini tushuntiring.
12. Fotoeffektning qizil chegarasining formulasi qanday va uning mohiyati nimadan iborat?
13. Eynshteyn formulasini yozing va uni izohlab bering.
14. Fotoeffekt hodisasi qanday elektronlarda hosil bo‘ladi?
15. Kompton effekti qanday hodisa hamda bu hodisani kim va qachon kuzatgan?
16. Kompton effekti qanday elektronlarda sodir bo‘ladi?
17. Kompton sochilishda energiya va impuls saqlanish qonunlarini yozing va tushuntiring.
18. Kompton sochilishda to‘lqin uzunligining o‘zgarishi qaysi formula orqali ifodalanadi?
19. Fotonlar qaysi vaqtda hosil bo‘ladi va ularning tabiati qanday?
20. Oje elektronlarining hosil bo‘lishini tushuntiring.
21. Fotoeffekt hodisasidan amalda qanday foydalaniladi?

Tayanch iboralari:

Fotoeffekt, fotoelektron, fototok, tezlatuvchi potenstial, intensivlik, chastota, Eynshteyn formulasi, chiqish ishi, Rentgen nurlari, Sochilishi burchagi, Foton energiyasi, Reliativistik massa, difrakstiya, To'lqin tabiati, Fotoefekt kizil chegarasi, Oje elektronlari.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. L.D.Landau, E.M.Lifshits. Kvant mexanikasi. T.:Oq'ituvchi. 1977. 45,273,278,283,353-betlar.
2. G.Xoshimov. R.Ya.Rasulov. N.X.Yuldoshev. Kvant mexaniqasi asoslari. T.: O'qituvchi. 1995. 22,25,32,113-betlar.
3. R.Bekjonov. B.Axmadxujaev. Atom fizikasi. T.:O'qituvchi. 1989. 29,31,38,44,49,52,90,280-betlar.
4. G.Ahmedova, I.Xolbayev,O.B.Mamatqulov. Atom fizikasi. Oliy o'quv yurtlarining fizik-bakalavr ta'lim yo'nalishi uchun o'quv qo'llanma. Toshkent – 2012

MA'RUZA № 4
MAVZU: ATOMNING BARQARORLIGI. BOR MODELI VA UNING QO'LLANILISHI

Reja:
1. Atomning klassik nazariyasi. Rezerfordning planetar modeli.
2. Vodorod atomi uchun yadro modeli.
3. Bor postulatlari.
4. Bor modeli va energetik holatlar.
5. Ridberg doimiyligi va spektral seriyalar.
6. Borning moslik prinstipi.

ADABIYOT

1. A.N.Matveev Atomnaya fizika, M., Visshaya shkola, 1989.
2. D.I.Bloxinstev Osnovi kvantovoy mexaniki, U., 1961.
3. A.A.Sokolov, Yu.M.Loskutov, I.U.Ternov Kvantovaya mexanika, M.,1962.
4. E.A.Nersesov Osnovnie zakoni atomnoy i yadernoy fiziki, M.,1988.
5. N.Bohr – Phil. Mg., 1913 v26, p1 (original)

1. Atomning barqarorligi. Bor modeli va uning qo'llanilishi

Atomning klassik nazariyasi. Rezerfordning planetar modeli. Klassik fizika tasavvurida turib tushuntirib berib bo'lmaydigan muammolardan yana biri atomning barqarorligi masalasi bo'lib, u o'z navbatida atom tuzilishiga bog`liq. Atomning barqarorligi haqidagi masalani hal qilish uni tarkibi va ichki strukturasini bilishga taqaladi. Nurlanish jarayonida chiziqli spektrlarni paydo bo'lishini atomga dahldorligi o'sha davr fiziklari uchun ayon edi. Shuning uchun atomning elementar zarra bo'lmay, murakkab tuzilishga ega ekanligiga ular shubha qilmas edilar. Shu bilan birga atom tarkibiga elektron ham taaluqli degan fikrga ishonar edilar. Shunga qaramay atom tuzilishi haqida tuzuk, aniq bir nazariya yo'q edi.

Atom nazariyasini yaratish uchun, atomni fizik sistema sifatida tasavvur qiladigan fizik model zarur edi. Atomning eng birinchi modeli 1903 yilda ingliz fizigi Jozef Jon Tomson tomonidan berildi, shu yilning o'zida nemis fizigi Filipp Lenard atom uchun o'z modelini berdi. Sal keyinroq yapon olimi K.Nagaoko o'zining atom modelini taklif etdi.

J.Tomson modeliga ko'ra, atom juda kichkina sharcha bo'lib (diametri $10^{-10}m$) uning butun hajmi bo'ylab bir tekisda musbat zaryadlar taqsimlangan; bu musbat elektr suyuqligining ayrim nuqtalarida elektronlar joylashgan. Elektronlarning soni shundayki, atomning yig`indi zaryadini nolga tenglashtiradi; boshqacha aytganda atomning elektr jihatidan neytralligini ta'minlaydi. Biror sababga ko'ra, elektron o'z muvozanat holatidan chetlashganda, uni muvozanat holatiga qaytaruvchi kvazielakstik kuch hosil bo'ladi. Bu kuchning miqdori elektronning ko'chishiga proporstional. Natijada atom ichida elektronlarning garmonik tebranishi vujudga keladi. Maksvell nazariyasiga binoan garmonik tebranishda harakat qilayotgan elektronlarning tebranish chastotasiga teng bo'lgan chastotada monoxromatik elektromagnit nurlanishi chiqaradi. Tomson o'z modeliga tayanib atomning xarakterli alomati bo'lgan ularning nurlanish spektridagi chiziqli xarakterini tushuntirib berdi. Tomson modeliga asolanib G.A.Lorenst dispersiyasini elektron nazariyasini yaratdi. Bu nazariya normal va anomal dispersiyalarni to'g`ri tushuntirib berdi. Keyinroq Tomson modeliga o'xshagan yadroning proton-elektron modeli yaratildi. ¡z davrida Tomson modeli fizikada katta e'tiborga ega bo'ldi, biroq u ko'pga cho'zilmadi.

Lenard modeliga ko'ra har xil modda atomlari har xil sondagi yagona tashkil etuvchilardan iborat. Lenard modeli ham muvaffaqiyat qozonmadi.

Yapon olimi Nagaokoga taaluqli atom modeliga ko'ra atom katta massali musbat zaryad atrofida aniq oraliqlardagi aylana bo'ylab elektron joylashgan ko'rinishga ega. Bu model atomning planetar modeliga o'xshagan bo'lib, faqat uning dinamikasi yo'q edi.

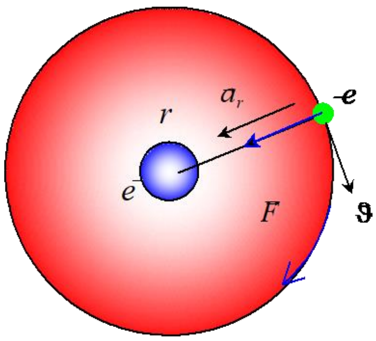
Demak, atom fizikasi oldidagi muammo aslida neytral atom ichki tuzilishida musbat va manfiy zarralarning mavjudligi va ularning atom ichida taqsimlanishini xarakterlashini talab qiladi.

Nixoyat 1911 yilda buyuk ingliz fizigi Ernest Rezerford o'zining shogirdlari G.Geyger va E.Marsden bilan birgalikda alfa zarralarni yupqa metall zarlarida sochilishini eksperimental o'rganib, yuqorida aytilgan barcha modellarni asossizligini ko'rsatdi va ko'p o'tmay atomning planetar modelini yaratdi. Xozirgi paytda bu model atomning yadro modeli ham deb yuritiladi. Rezerfordning planetar modelini yaratilishi atom fizikasini o'rganishda va yadro fizikasi fanini vujudga kelishida katta burilish yasadi.

Rezerford modeliga ko'ra atom markazida juda kichik massiv yadro joylashgan bo'lib, uning zaryadi +Ze ga teng. Atomning deyarli barcha massasi yadroda mujassamlashgan bo'lib, uning atrofida doiraviy yoki elliptik orbitalarda elektronlar harakat qiladilar. Atomning diametri $\sim 10^{-10}$ $м$ atrofida bo'lib, u yadroning o'lchamidan ($\sim 10^{-15}$ $м$) 100000 marta katta. Elektron bilan yadro oralig`i ulkan vakuum bo'shlig`idan iborat bo'lib, atomning ichi ulkan kosmosdan iborat. Atomning Rezerford modeli ko'p jihatdan Quyosh sistemasining tuzilishiga o'xshagan bo'lgani uchun ko'pincha atomning planetar modeli deb ham atashadi. Atomning planetar modeli o'z mohiyati jihatidan dinamik model bo'lib, yuqorida sanab o'tilgan barcha statik modellardan tubdan farq qiladi.

2. Vodorod atomi uchun yadro modeli

Oddiylik uchun, faraz qilaylik. Massasi m va zaryadi $-e$ bo'lgan elektron zaryadi $+e$ bo'lgan proton (yadro) atrofida doiraviy orbita bo'ylab tekis harakat qilayotgan bo'lsin. Protonning massasi elektronning massasidan 1836 marta katta bo'lgani uchun birinchi qarashda protonning harakatini e'tiborga olmaymiz. 1-rasmda proton atrofida doiraviy orbita bo'ylab aylanayotgan elektronning chizmasi tasvirlangan.



1- расм

Elektronning orbitada tutib turuvchi kuch-bu proton bilan elektron orasidagi Kulon tortilish kuchidir. Bu kuch

$$F_к = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r^2}, \tag{1}$$

bunda r – elektronning doiraviy orbitasining radiusi. Nyutonning ikkinchi qonuniga binoan elektron tezlanish oladi, ya'ni

$$F_к = ma_r$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r^2} = \frac{m\vartheta^2}{r}, \tag{2}$$

bunda a_r – markazga intilma tezlanish.

(2) tenglamadan elektronni kinetik energiyasi

$$K = \frac{1}{2}m\vartheta^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r} \tag{3}$$

ekanligini topamiz.

Sistemaning potenstial energiyasi (1) ga ko'ra

$$U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r}. \tag{4}$$

(4) ifodadagi «minus» ishorasi berilgan sistemada itarilish kuchini emas, balki elektronni protonga tortilish kuchini xarakterlaydi:

Sistemaning to'la energiyasi

$$E = K + U = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r}, \tag{5}$$

bunda, «minus» ishora sistemani bog`langanligini anglatadi.

Vodorod atomi uchun *E*–elektronning bog`lanish energiyasi bo'lib, u atomidan elektronni butunlay chiqarib yuborish uchun kerak bo'lgan eng kichik energiyani xarakterlaydi. Uni atomni ionlashtirish energiyasi deb ham atashadi. Vodorod atomi uchun bog`lanish energiyasi 13,53 *eV* ga tengligi eksperimentdan ma'lum. Bu miqdorni (5) tenglamaga qo'ysak, orbita radiusi r ni topish mumkin bo'ladi. Xisob $r = 0{,}53 \cdot 10^{-10}\,м = 0{,}53\,\overset{0}{A}$ ekanligini ko'rsatadi. Bu kattalikni Bor radiusi deyiladi, uning qiymati, boshqa eksperimental metodlar yordamida olingan qiymatlar bilan yaxshi mos tushadi.

Elektronni orbita bo'ylab aylanish chastotasi f -chiziqli v bilan bog`langan, ya'ni

$$v = \omega \cdot r = 2\pi f r, \tag{6}$$

bu ifodani (3) ga qo'ysak $m(2\pi f r)^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$, bundan elektronning orbita bo'ylab aylanish chastotasi

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m r^3}} \tag{7}$$

ga teng.

(7) munosabatga *e, m* va *r* ni qiymatlarini qo'yib $f \approx 6{,}7 \cdot 10^{15}$ *Гц* ekanligini topamiz. Rezerfordning planetar modeli negizida atom tuzilishini tushuntirishda ma'lum yutuqlarga erishilganiga qaramay, bir qator juda muhim masalalar turardiki, ularni klassik nazariya pozistiyasida turib umuman tushuntirib bo'lmas edi.

Klassik elektrodinamika qonunlariga ko'ra:

1. Tezlanishli harakat qilayotgan har qanday zaryadlangan zarra, uzluksiz ravishda elektromagnit nurlanishi kerak;

2. Mazkur nurlanishning chastotasi -ν, yadro atrofida aylanayotgan zarraning aylanish chastotasi - f ga teng bo'lishi kerak, ya'ni $\nu = f$.

Ushbu modelga ko'ra atomning to'la energiyasi vaqt o'tishi bilan kamayishi, aylanish chastotasi esa uzluksiz o'sishi kerak. Oddiy hisobga ko'ra $10^{-8}c$ vaqt ichida elektron yadroga tushib qolishi kerak bo'ladi.

Ikkinchi tomonidan, haqiqatan ham bu model to'g`ri bo'lsa, vodorod atomining optik spektri ham uzluksiz bo'lishi kerak, afsuski bunday emas, chunki bu xulosa eksperiment natijalariga ziddir.

Ikkala xulosa ham eksperiment natijalariga mutlaqo zid: atom barqaror sistema, atom spektrlari uzlukli, chiziqlidir.

Ko'rib turibsizki, vodorodning planetar modeli atomning barqarorligi va chiziqli spektrlar muammosini umuman hal qila olmadi. Shu sababgan ko'ra undan voz kechishga to'g`ri keldi.

3. Bor postulatlari

Daniyalik Nils Bor o’z oldiga juda katta vazifani qo’ydi. U bir yo’la uchta vazifani hal qilishga kirishdi. Spektroskopiyadagi chiziqli spektrlarni, yorug`likni kvantlardan tuzilganligini va Rezerfordni yadro modelini bir nuqtai nazardan tushuntira bera oladigan nazariya yaratishni maqsad qildi. Turlicha bo’lgan tajriba natijalarni yagona ilmiy nuqtai nazardan tushuntirish uchun klassik fizikani kuchi etmas edi. Bu masalani hal etish uchun yangicha fikr, yangicha tasavvur kerak edi. Buni anglagan Bor tez orada o’zining postulatlarini berdi.

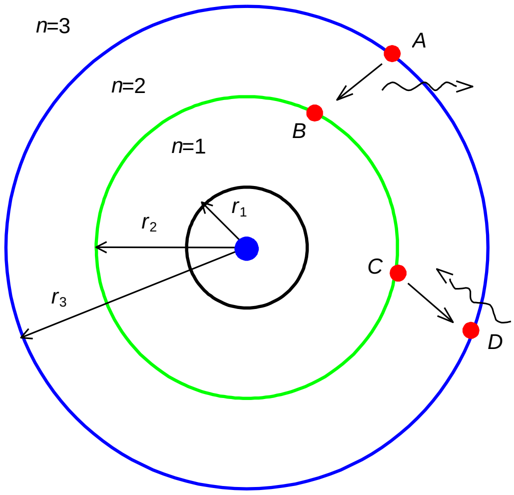
1911 yilda Nils Bor Kopengagenda doktorlik unvoniga sazovor bo’ldi. O’z ilmiy ishlarini davom ettirish maqsadida u Angliyaga keldi. Uning ilmiy ishlariga J.Tomson va Ernest Rezerford rahbarlik qildi. Bor Rezerfordni planetar modelini darrov qabul qildi va tez orada atomning yangi modelini yaratdi. Bu modelni asosi sifatida qo’yidagi postulatlarni asos qilib oldi. Planetar modelni tuzatish uchun Bor postulatlari:

1. Elektron vodorod atomining protoni atrofida Kulon kuchlari ta’sirida va Nyutonning ikkinchi qonuniga mos ravishda doiraviy orbitada tekis harakat qiladi.
2. Atomda elektron istalgan orbitalarda ham harakat qilavermaydi. Mumkin bo’lgan orbitalardan faqat elektronning impuls momenti

$$L = m\vartheta r = n\frac{\hbar}{2\pi} = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{8}$$

shartiga bo’ysungan orbitalargina ruhsat etilgandir, bunda $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ \text{ж}c \cdot c$.

3. Ruxsat etilgan orbitada harakat qilayotgan elektron uchun, atom o’zidan energiya chiqarmaydi.
4. Energiyasi E_i bo’lgan orbitadan energiyasi E_f bo’lgan orbitaga elektron o’tganda $(E_i > E_f)$ atom chastotasi



.2- rasm

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} \tag{9}$$

ga teng bo’lgan foton chiqaradi. Masalan 2-rasmda elektron $n = 3$ orbitadan $n = 2$ orbitaga (AV o’tish) o’tganda $\nu = \dfrac{E_3 - E_2}{h}$ chastotaga ega bo’lgan foton chiqaradi.

Bu chiqarish spektrini diskretligini xarakterlaydi. Aksincha elektron $n = 2$ orbitadan $n = 3$ orbitaga o’tganda (SD o’tish) atomi $h\nu = E_3 - E_2$ energiyaga ega bo’lgan fotonni yutadi. Yutilish spektri shunday tushuntiriladi.

4. Bor modeli va energetik holatlar

Bor o'zining modelini yaratishda Rezerford modelini asos qilib oldi. Borning birinchi postulati bu Rezerfordni modeli bo'lib, sistemaning to'la energiyasi planetar modeldan olingan natijaga teng: $E=-\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r}$ Borning ikkinchi postulati, klassik tassavurga batomom zid bo'lib, impuls momenti $L = mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3,...$ bo'lishidir.

Klassik fizikada impuls momentini spektri uzluksiz xarakterga ega ya'ni L istalgan qiymatni qabul qilishi mumkin. (8) tenglamadan ko'rinadiki, impuls momenti kvantlangan va uning qiymati faqat $1\hbar, 2\hbar, 3\hbar,...$ qiymatlarnigina olishi mumkin. Bu postulatni stanstionar orbitalarni kvantlash sharti deb ham atashadi.

Borning uchunchi postulatiga binoan (8) jarayoni qanoatlantiradigan impuls momentiga ega bo'lgan kvant holatida yotgan atom nur chiqarmaydi. Bu postulat elektromagnit nazariyasiga ziddir. ¡zidan nur chiqarmaydigan atomning bu holatlarini stastionar (turg`un) holatlar deyiladi. $n=1$ qiymatga mos bo'lgan energiyaning eng kichik qiymati to'g`ri kelgan holat asosiy yoki normal holat deyiladi. Atom asosan asosiy energetik holatda bo'ladi. $n=2, 3, 4,...$ qiymatlarga mos kelgan energetik holatlarni atomning uyg`ongan holatlari deyiladi. Nima uchun atom stastionar holatda bo'lganda, u energiya chiqarmasligi ni Bor modeli tushuntirib bera olmaydi. Bu postulat sifatida qabul qilingan. Bundan tashqari elektronni yadro atrofida orbita bo'ylab harakatlanishini ham eksperimentda kuzatib bo'lmaydi. Bu qiyinchiliklarni echimi kvant yoki to'lqin mexanika doirasida hal qilinadi.

(8) tenglamadan elektronning chiziqli tezligi.

$$v = \frac{n\hbar}{mr} \tag{10}$$

ni topamiz. Bu chiziqli tezlikni (3) tenglamaga qo'ysak, elektronning kinetik energiyasi $\frac{1}{2}m(\frac{n\hbar}{mr})^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r}$ ga teng bo'ladi va bundan, stastionar orbitaning radiusi

$$r = r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}\; n^2, \quad n = 1,2,3... \tag{11}$$

ni topamiz.

Asosiy holat ($n=1$) uchun

$$r_1 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0{,}53\overset{0}{A} \tag{12}$$

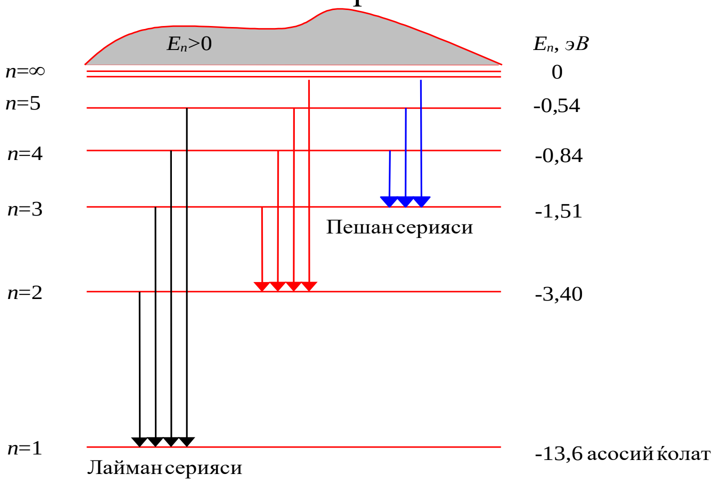
tenglik o'rinli bo'ladi.

Ko'rib turibsizki, bu natija planetar model (7.5) tenglamasidan olinganatom radiusiga teng. r_1 ni Bor radiusi deyiladi. (11) formuladan

$$r_n = n^2 r_1 \tag{13}$$

Stastionar orbitalarning radiusi butun sonlar (orbita nomerlari) kvadratiga proporstional bo'lib, ular kvantlangan. n-ni bosh kvant soni deyiladi. Orbitalarning radiusi $r_1, 4r_1, 9r_1,...$ mos ravishda birinchi bor radiusdan oson topiladi.

Stastionar orbitalarda harakat qilayotgan elektronlarning tezligini topish uchun (11) ni (10) ga qo'yamiz. Vodorod atomining birinchi orbitasida harakat qilayotgan elektron tezligi $\sim 10^6 \frac{м}{c}$ ga tengdir. Bundan chiqadiki atom fizikasida Nyuton mexanikasini munosabatlarini qo'llasa bo'ladi.



7.3- расм.

Borning uchinchi postulatidan atom energiyasini kvantlanishi kelib chiqadi (5) tenglamadagi r ni o'rniga (11) ni keltirib qo'ysak

$$E = E_n = -\frac{m e^4}{32 \pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} (\frac{1}{n^2}) \tag{7.14}$$

bo'ladi. «Minus» ishora sistemani bog`langanligini ko'rsatadi. Shunday qilib (14) tenglama atomning energiyasini kvantlanishini xarakterlaydi. Ruhsat etilgan energiyalar qiymati (14) formula yordamida aniqlanadi.(14) tenglamaga massa va zaryadni qiymatlarini qo'yib $(m = 9{,}4 \cdot 10^{-31} кг,\ e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} кг)$

$$E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}\ эВ,\ n = 1,2,3,... \tag{7.15}$$

ni olamiz.

Vodorod atomi uchun eng kichik energiya $n=1$ga to'g`ri keladi, ya'ni $E_1 = -13{,}6\ \ эB$. (15) dan ko'rinadiki, sathni nomeri ortishi bilan yoki orbita radiusini ortishi bilan atom energiyasi ortadi (energiyaning absolyut qiymati kamayadi). $n=\infty$ ga mos kelgan energiyaning maksimal qiymati $E_\infty = 0$.

Atom energiyasini kvantlanishini energetik sathlar ko'rinishida tasvir etish qulay 3-rasmda vodorod atomi uchun energetik sathlarni diagrammasi keltirilgan. Gorizantal chiziqlar yordamida vodorod atomining ruhsat etilgan holatlarini energiya qiymatlari berilgan. n ni ortishi bilan va $n=\infty$ kelishi bilan energetik holatlar bir-biriga yaqinlashib boradilar va oxirida qo'shilib ketadilar. Pirovardida $n=\infty$ da uzluksiz spektr hosil bo'ladi. Bu natija klassik planetar model va moslik prinstipi bilan mos tushadi. $n=\infty$ da energiyalarni qo'shilgan joyida E>0 bo'ladi. Sistema endi bog`lanmagan bo'lib, elektron ozod bo'ladi.

(15) dan ko'ramizki, atom asosiy holatda bo'lganda, undan elektronni uzib

olish uchun zarur bo'lgan energiya 13,6 eV ga teng. Demak, $E_{бог}$-bog`lanish energiyasi, $E_{ион}$-ionizastiya energiyasi asosiy holatdagi vodorod atomi uchun $E_{бо} = E_{ион} = 13{,}6\, эВ$.

Energetik sathlarni diagrammasidan quyidagi muhim ta'riflar kelib chiqadi. $E_{уй}$ – uyg`onish energiyasi deb atomni asosiy holatdan uyg`ongan holatlaridan biriga o'tish uchun atomga beriladigan energiyani tushuniladi. Masalan, $E_{уйг} = -3{,}40\ эВ - (-13{,}6 эВ) = 10{,}2\ эВ$ n=2 mos kelgan birinchi uyg`onish holatining uyg`onish energiyasidir.

$E_{ион}$-ionlashtirish energiyasi deb asosiy holatda yotgan atomdan elektronni uzib olish tushuniladi. 3-rasmdan $E_{ион} = 13{,}6\, эВ$.

$E_{бог}$-berilgan holat uchun bog`lanish energiyasi bo'lib, berilgan uyg`ongan holatdan elektronni uzoqlashtirish energiyasi tushuniladi. Masalan, n=2 holat uchun $E_{бог} = 3{,}4\ эВ$

Bor modeli vodorod atomi va vodorodsimon atomlar spektrini juda yaxshi tushuntirib berdi.

5. Ridberg doimiyligi va spektrial seriyalar

Borning to'rtinchi postulatiga ko'ra elektron energiyasi E_i bo'lgan dastlabki n_i holatdan energiyasi E_f bo'lgan boshqa n_f holatga o'tganda, atom o'zidan foton chiqaradi. Bor formulasiga ko'ra fotonning chastotasi

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{E_i - E_f}{2\pi\hbar}, \quad E_i > E_f \tag{16}$$

formula bilan topiladi. Energiya uchun yozilgan (14) formuladan foydalanib, (16) ni qo'yidagicha yozamiz:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \tag{17}$$

bu tenglamadan nurlangan fotonning to'lqin uzunligi

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \tag{18}$$

ga teng. (18) tenglama oldingi bobda tanishgan spektrial seriyalarning formulasiga o'xshash. Agar $n_i = n$ *ва* $n_f = 1$ desak, (7.18) tenglama Layman seriyasini ifodalovchi Laymanning empirik formulasiga; agar $n_f = 2$ desak Balmer seriyasiga va h.k. ga keladi. Bundan chiqadiki nazariy jihatdan

$$R = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c} \tag{19}$$

ifoda Ridberg doimiyligiga teng bo'lishi kerak. (7.18) ni

$$\frac{1}{\lambda} = R = \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \tag{20}$$

o'rinishda yozsak spektrial seriyalar uchun yozilgan formulalarni hosil qilamiz. (7.19) ifodaga kattaliklarni barcha son qiymatlarini qo'ysak $R = 1{,}0974 \cdot 10^7\ м^{-1}$ ga teng va eksperimentdan olingan empirik R ga tengdir.

Sathlar energiyasini quyidagi ko'rinishda yozib n_i *ва* n_f-stastionar sathlar orasidagi o'tish jarayonida hisoblab foton energiyasini elektronovoltda

$$E_i - E_f = 13{,}6\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \tag{21}$$

ifodalash mumkin.

(4) rasmda $n = 2{,}3{,}4...$ holatlardan n=1 asosida holatga o'tish n=3,4,5,... holatlardan n=2 holatga o'tish va n=4,5,6,... holatlardan n=3 holatga tasvirlangan. Manfiy energiyaga ega bo'lgan holatlar orasidagi o'tishlar spektr hosil bo'ladi. Musbat energiyani (E>0) holat bilan (E<0) manfiy energiyali holatlar orasidagi o'tishda uzulksiz spektr hosil bo'ladi.

Jadval. Vodorod atomi uchun Bor nazariyasidan
kelib chiqqan asosiy formulalar.

Kattaliklar	Birligi	Vodorod atomi
Olrbita radiusi	m	$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}\cdot n,\ n = 1,2,3,\ldots$
To'la energiya	eV	$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$
Ridberg doimiysi	m^{-1}	$R = -\frac{me^4}{64\pi^3\varepsilon_0^2\hbar^3 c}$
To'lqin son (uzunlik)	m^{-1}	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$
Chastota		$\nu = Rc\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$
Kvant energiyasi		$\varepsilon = E_i - E_f = \nu = 13,6\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$

6. Bor modeli va moslik prinstipi

1920 yilda Bor moslik prinstipi g`oyasini berdi. Bu prinstipga ko'ra fizikada yaratilgan har qanday yangi nazariya pirovardida ma'lum bir yaqinlashishlarda klassik fizikada tasdiqlangan unga mos nazariyaga kelishi kerak.

Borning moslik prinstipini katta kvant sonlari uchun qo'llaymiz. Katta kvant sonlarda nurlangan fotonlarning chastotasi klassik planetar modelidagi elektronlarning yadro atrofidan aylanishining teng bo'lishini ko'rib chiqamiz.

Klassik nazariyaga ko'ra orbitada elektronning aylanish chastotasi $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mr^3}}$ Bor modeliga binoan stastionar orbitalarning radiusi $r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{me^2}$. Bu kattalikni chastotalar formulasiga qo'ysak:

$$f = \frac{me^4}{64\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^3}\cdot\frac{2}{n^3} \qquad (7.22)$$

ni olamiz. Borga ko'ra elektron n_i holatdan n_f holatga o'tganda nurlangan foton chastotasi

$$\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad (7.23)$$

Bu ifodani quyidagicha yozamiz.

$$\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2} \cdot \frac{(n_i^2 - n_f^2)}{n_f^2 - n_i^2} \tag{7.24}$$

n_i va n_f ni bir-biriga juda yaqin va juda katta qiymatlarida

$$\begin{aligned} n_i - n_f &= \Delta n \\ n_i + n_f &= 2n_f = 2n \\ n_f^2\, n_i^2 &= n^4 \end{aligned} \tag{25}$$

ni yozish mumkin. (25) tenglamalarni hisobga olib (7.24) ni quyidagicha yozish mumkin

$$\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2} \cdot \frac{2\,\Delta n}{n^3} \tag{26}$$

$\Delta n = 1$ bo'lganda (26) ifoda bilan mos tushadi $\Delta n = 2, 3, 4, ...$ da asosiy chastotani garmonikalarini olamiz.

Shunday qilib katta kvant sonlarda $f = \nu$ bo'lib, elektronning yadro atrofida aylanish chastotasi, nurlanish chastotasiga teng bo'ladi. Mikrodunyo uchun bo'lgan Bor modeli n ni katta qiymatlarida makrodunyoni natijalarini beradi. Bundan chiqadiki Bor modelini makrodunyo masalasiga qo'llasak ham bo'ladi. Bu jihatdan moslik prinstipini falsafiy ma'nosi chuqur ma'noga egadir.

SAVOLLAR

1. Atomnnig qanday klassik modellarini bilasiz?
2. Atomni barqarorligi deganda nimani tushunasiz?
3. Atomning Tomson modeliga ko'ra chiziqli spektrni tushuntirsa bo'ladimi?
4. Nagaoko modeli Tomson va planetar modeldan nimasi bilan farq qiladi?
5. Atom uchun Rezerford modelini tushuntiring?
6. Rezerford modelidan kelib chiqib vodorod atomi uchun to'la energiya, kinetik energiya. Potenstial energiya, orbita radiusi formulalarini yozing.
7. Chiziqli chastota formulasini yozing.
8. Planetar modelni kamchiliklari haqida gapirib bering.
9. Bor postulatlarini aytib bering.
10. Chiqarish va yutilish spektri uchun Bor postulatini tushuntiring.
11. Borni ikkinchi postulatidan foydalanib, elektronning orbitadan tezligi, energiyasi, orbita radiusi formulalarini yozing.
12. Asosiy va uygongan energetik holatlar haqida gapiring.
13. Uygongan holatlar uchun orbita radiusini Bor radiusi orqali yozing.
14. Uygongan holatlar uchun orbita energiyasini asosiy holat energiyasi orqali yozing.
15. Vodorod atomi uchun energetik diagramma tuzing.
16. Uygonish energiyasi, bog`lanish energiyasi, ionlash energiyasini tushuntiring.
17. n=3 uchun uygonish energiyasiga hisoblang va uni tushuntiring.

18. Ridberg doimiyligini Bor modelidan kelib chiqib yozing.

19. ¡tish jarayonida hosil bo'lgan foton energiyasini energetik holatlar orqali elektrovolt birligida yozing.

20. 7.3-rasmga ko'ra qachon uzluksiz spektr va qachon diskret spektr hosil bo'lishini tushuntiring.

21. Borning moslik prinstipiga ta'rif bering.

22. Borni moslik prinstipidan kelib chiqib $\nu=f$ ekanligini ko'rsating.

23. Borni moslik prinstipiga qanday falsafiy qarash yotadi.

24. Bu ma'ruzadan so'ng sizda olam haqida qanday tasavvur paydo bo'ldi.

MA'RUZA № 5

MAVZU: ZARRALARNING TO'LQIN XOSSALARI. DE-BROYL TO'LQINLARI

Reja:

1. To'lqin-zarra ziddiyati. Yorug`lik dualizmi. De-Broyl gipotezasi.
2. Mikrozarralar dualizmi. De-Broyl g`oyasi.
3. De-Broyl formulalari. De-Broyl to'lqini.
4. De-Broyl nazariyasining eksperimental tasdig`i. Devisson- Jermer tajribasi. Boshqa tajribalar ro'yxati.
5. De-Broylning atom uchun to'lqin modeli va Bor nazariyasi.
6. Borning to'ldirish prinstipi.

ADABIYOTLAR

1. A.A.Sokolov, Yu.M.Loskutov, I.M.Ternov. Kvantovaya mexanika. M., 1962.
2. Enriko Fermi. Kvantovaya mexanika.
3. D.I.Bloxinstev. Osnovыy kvantovoy mexaniki M.: «Vыsshaya shkola», 1961.
4. A.B. Migdal. Kvantovaya fizika dlya bolshix i malenkix. M., 1989.
5. A.N. Matveev. Atomnaya fizika. M.: «Vыsshaya shkola», 19...
6. L.De-Broyl. Volnы i kvantы – UFN. 1967, t178.
7. L.De-Broyl. Po tropam nauki. M.: «IL», 1962.
8. L.De-Broyl. Revolyustiya v fiziki. M.: «Atomizdat», 1965.
9. De-Brogile L.V. Ondes et quente – C.R., 1923, v177, p507 (original).
10. De-Brogile L.V., A.Tentative Theory of light quanta – Phil. Mag., 1924, v47, p446 (original).
11. C.J.Davisson, L.H.Germer. Diffraction of electrons by a crystal of nuclei – Phys. Rev., 1927, v30, p705 (original).
12. G.P.Thomson. Experiments of the diffraction of cathode rays – Proc. Roy. Soc., London, 1928, v117A (original).

13. I.Estermann, O.Stern. Beugung von Molekularstrahlen – Zs. f. Phys., 1930, v61, p95 (original).

1. To'lqin-zarra ziddiyati. Yorug`lik dualizmi. De-Broyl gipotezasi.

Optika bo'limidan bilamizki, ko'pgina optikaviy hodisalarni to'lqin nuqtai nazarida turib tushuntirish oson. Masalan, interferenstiya yoki difrakstiya kabi hodisalar bu nazariyadan juda yaxshi tushuntiriladi. Biroq, issiklik nurlanish, fotoeffekt va Kompton effekt hodisalarni tahlilidan ko'rdikki, yorug`lik korpuskulyar xususiyatiga ega. Shunday qilib yorug`likni ikki xil xususiyatga ega bo'lishi eksperimental dalildir. To'lqin va zarralik xususiyati esa bir-biriga zid va bir-biriga qarama-qarshi bo'lgan tushunchadir. Yorug`likni bu ikki xususiyatini bir vaqtda kuzatish mumkin emas. Yorug`likni ana shu ikki yoqlama xususiyatini to'lqin-zarra dualizmi deyiladi. Bundan kelib chiqadiki yorug`likni to'la tavsiflaydigan nazariya, yorug`likning to'lqin va zarralik xususiyatini inobatga olishi zarur, qisqacha aytganda yorug`lik nazariyasi korpuskulyar-to'lqin shaklda bo'lishi kerak.

Plank yorug`lik zarralari (fotonlar) ning energiyasini yorug`likni to'lqin xususiyatini xarakterlovchi kattalik-chastota bilan bog`ladi:

$$E = h\nu \tag{9.1}$$

bunda ν - chastota, *h*-Plank doyimiysi.

Ushbu energiyani maxsus nisbiylik nazariyasidagi

$$E = m_0 c^2 + mc^2 \tag{9.2}$$

munosabatdan ham topish mumkin.

Fotonning tinchlikdagi energiyasi

$$E_0 = m_0 c^2 = 0 \tag{9.3}$$

bo'lgani uchun to'la energiya faqat fotonlarning kinetik energiyasi $K = mc^2$ ga teng bo'ladi, ya'ni

$$E = mc^2 \tag{9.4}$$

munosabat bilan topiladi. Biroq klassik fizika nazariyasida esa energiyani chastota bilan bog`lovchi birorta ham formula yo'q. Bu hodisa klassik fizika uchun juda katta echib bulmaydigan muammo edi. Bu muammoni hal etish uchun Lui de Broyl har bir foton to'lqin jarayoni bilan uzviy bog`langan bo'lishi kerak degan gipotezani ilgari surdi. Uning bu gipotezasi fotonning to'lqin xususiyatiga oid bo'lgan interferenstiyani tushuntirdi. Ikkinchi tomondan yorug`lik to'lqinlarining impulsga ega ekanligini Eynshteyn nazariy ko'rinishda, A.Kompton esa tajribada tasdiqladi. Shunday qilib (9.1) va (9.3) munosabatlardan $E = mc \cdot c = p \cdot c$ yoki

$$h\nu = p\,c \tag{9.5}$$

ni olamiz, bunda $p = m\,c$ - foton impulsi bo'lib

$$p = \frac{h\nu}{c} \tag{9.6}$$

formula hosil bo'ladi.

(9.6) formula fotonning korpuskulyar xususiyatini xarakterlovchi impulsni fotonning to’lqin xususiyatini ifodalovchi kattalik-chastotasi (yoki to’lqin uzunlik) bilan bog`laydi. Demak (9.6) formulada fotonning bir-biriga zid bo’lgan ikki yoqlama xususiyati bo’lgan korpus-to’lqin xususiyati mujassamlangandir.

2. Mikrozarralar dualizmi. De-Broyl g`oyasi

Yorug`lik dualizmini chuqur anglagan de Broyl foton kabi, tinchlikdagi massasi nolga teng bo’lmagan boshqa mikrozarralar ham to’lqin tabiatiga ega bo’lishi kerak degan g`oyani dadil ilgari surdi.

1924 yil de Broyl «Kvantlarga doir izlanishlar» deb atalgan doktorlik himoyasida, shunday fikrni berdi: «agar yorug`lik nuri ko’p hollarda uzining korpuskulyarlik xususiyatini namoyon etar ekan, nima uchun elektron ham to’lqin xususiyatiga ega bo’lmasligi kerak». Bu fikrni keyin yanada rivojlantirib, o’zining «Fizikada inqilob» kitobida to’lqin xarakterga ega bo’lgan yangi mexanika yaratish kerak dedi. Haqiqatdan ham dastlabki paytda kvant mexanika fani to’lqin mexanika deb atalgan. Natijada de Broylning zarralar dualizmi degan gipotezasi vujudga keldi. Shunday qilib de Broyl mikrozarralar dualizmini nazariyasini ishlab chiqdi va bu nazariyaning miqdoriy munosabatini topdi.

De Broyl g`oyasiga binoan (9.6) formulani harakatdagi istalgan zarraga qo’llash imkoni bo’ldi. Elektron aniq impulsga

$$p = m\nu = \frac{h}{\lambda} \tag{9.7}$$

ga ega bo’lishi mumkin, bunda m-elektronning relyativistik massasi, v-elektronning tezligi (9.7) munosabatdan ko’rinib turibdiki elektronga v- chastotaga ega bo’lgan to’lqinga xarakteristika berdik. (9.7) tenglikdan elektronning to’lqin uzunligi

$$\lambda = \frac{h}{m\nu} = \frac{h}{p} \tag{9.8}$$

ga teng. Shunday qilib, de-Broyl gipotezasiga binoan elektron to’lqin xossaga ega va uning to’lqin uzunligi (9.8) munosabatdan topiladi.

Kvant mexanikada ν- chiziqli chastota o’rniga odatda burchak chastota $\omega = 2\pi\nu$ ishlatiladi. Shunga ko’ra h- ni o’rniga Pol Dirak tomonidan kiritilgan $\hbar$ (xash chiziqli) doimiylik

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ \text{ж}\cdot\text{с} \tag{9.9}$$

ni olamiz. (9.9) ni e’tiborga olsak, u holda (9.8) formulani

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \tag{9.10}$$

ko’rinishda yozish mumkin bo’ladi.

(9.9) va (9.10) ifodalardagi λ-to’lqin uzunlik de Broyl to’lqin uzunligi deyiladi.

Harakatdagi zarralar uchun (9.10) munosabatdan bir qator foydali munosabatlar keltirib chiqarish mumkin.

Maxsus nisbiylik nazariyasiga ko'ra relyativistik impuls

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - E_0^2} \qquad (9.11)$$

formula bilan aniqlanadi. (9.11) ifodani (9.8) ga ko'ysak

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - E_0}} = \frac{hc}{\sqrt{m^2 c^4 - m_0^2 c^4}},$$

bundan

$$\lambda = \frac{h}{m_0 c\sqrt{\frac{1}{1-\nu^2/c^2} - 1}} = \frac{h\sqrt{1-\frac{\nu^2}{c^2}}}{m_0 \nu}, \; \nu << c \text{ da } \lambda = \frac{h}{m\nu}$$

ni hosil qilamiz.

Xuddi shuningdek uni zarraning kinetik energiyasi K bilan bog`lasak, $K = E - mc^2$ bo'lgani uchun

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mK}} = \sqrt{\frac{150{,}4 эВ}{K}} \overset{0}{A} \qquad (9.12)$$

ifodani topamiz.

Norelyativistik elektronlar uchun

$$\nu = \sqrt{2\frac{e}{m}U_{тез}} \qquad (9.13)$$

Bo'lgani uchun

$$\lambda = \frac{h}{m\nu} = \frac{h}{\sqrt{2meU_{тез}}} = \frac{12{,}25}{\sqrt{U_{тез} B}} \overset{0}{A} \qquad (9.14)$$

munosabatni eksperimentator-fiziklar qo'llaydi. $U_{тез}$-tezlantiruvchi potenstial. Elektronlar 150 V ga teng potenstial ayirma bilan tezlantirilganda de-Broyl to'lqin uzunligi $1\overset{0}{A}$ bo'ladi. Bu to'lqin uzunlik yumshoq rentgen to'lqin uzunliklariga to'g`ri keladi.

Agar elektronlar dastasi to'lqin xususiyatiga ega bo'lsa, u kristalldan rentgen nurlari kabi qaytishi kerak. Bregg-Vulfni

$$2d\sin\varphi = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, ... \qquad (9.15)$$

formulasiga ko'ra tezlantiruvchi potenstial

$$\sqrt{U_{тез}} = \frac{nh}{\sqrt{2m_e \cdot 2d\sin\varphi}} = nD, \; n = 1,2,3,... \qquad (9.16)$$

Konkret tajribada D-o'zgarmas son.

Devisson-Jermer tajribasida D uchun olingan formula yaxshi bajarilishi aniqlandi. Bu tajribada de-Broyl munosabatini nihoyatda to'g`ri ekanligini tasdiqladi. Zarralarning to'lqin xossasi haqidagi g`oya kvant mexanika negizini tashkil qiladi. Korpuskulyar-to'lqin dualizmi universal xarakterga ega ekanligi qarama-qarshiliklar bir butunligi qonuniga mosdir. Zarra va to'lqin ko'p jihatdan bir-biridan farq qiladilar. Masalan, monoxromatik to'lqin fazoda cheksiz, zarra esa aksincha fazoning biror qismida joylashgan. Bu qarama-qarshilik doimo bordir.

Misol. Konkret zarralar uchun de-Broyl to'lqin uzunligini hisoblaylik. Avval makroskopik jism uchun de-Broyl to'lqin uzunligini hisoblaylik.

Futbol koptogini massasi $m = 0{,}16\ кг$ bo'lsin va futbolchi bu to'pni tepganda uning tezligi $\nu = 50 \frac{м}{с}$ etsin. Harakatdagi koptok bilan bog`langan to'lqinning de-Broyl to'lqin uzunligini toping.

Echish: $\lambda_1 = \frac{h}{p_1} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot с}{0{,}16\ кг \cdot 50 \frac{м}{с}} = 9{,}46 \cdot 10^{-33}$.

λ–shunday kichik sonki, uni hech qanday tajribadan aniqlab bo'lmaydi.

Endi mikro dunyo zarrasini olaylik. Elektronning tezligi koptok tezligiday bo'lsin, u holda

$$\lambda_2 = \frac{h}{p_2} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot с}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг \cdot 50 \frac{м}{с}} = 1{,}5 \cdot 10^{5}\ \overset{0}{A}$$

Elektron bilan bog`langan bu to'lqin uzunlikni tajribada engil o'lchash mumkin.

3. De-Broyl formulasi. De-Broyl to'lqinlari

De-Broyl gipotezasiga tayanib yozilgan yuqorida keltirilgan formulalar

$$E = h\nu = \hbar\omega \tag{9.17}$$

$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda} = h\vec{k} \tag{9.18}$$

ni de-Broyl formulalari deyiladi.

Zarra bilan bog`langan to'lqin uzunlik

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{p} \tag{9.19}$$

ga teng bo'ladi. (9.19) formulaga *de-Broyl to'lqin uzunligi* deyiladi.

Optikadan bilamizki to'lqinlarning eng soddasi-bu yugurma yassi monoxromatik to'lqinlardir. Chastotasi ω ga teng bo'lgan yassi monoxromatik to'lqin

$$\psi(r,t) \sim \exp[-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})] \tag{9.20}$$

ko'rinishga ega.

(9.20) ifodaga (9.17) va (9.18) larni qo'ysak, harakatdagi zarralar uchun

$$\psi(r,t) = A\exp[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\cdot\vec{r})] \tag{9.21}$$

funkstiyani olamiz. (9.21) funkstiyani de-Broyl to'lqini deyiladi.

Bu to'lqin funkstiyani fizik xususiyatini tushuntirish oson ish emas va butun kvant mexanikani o'rganish davomida uni izohlab boramiz.

Optikada $\psi(r,t)$ – funkstiya istalgan *t*-paytda fazoning istalgan nuqtasida tebranayotgan ψ–kattalikni oniy qiymatini beradi. Bunda $\vec{r}$–radius vektor, $\vec{k}$–to'lqin vektor, ω–burchak chastota, *A*–tebranish amplitudasi, $\vec{p}$–impuls, *E*–energiya.

To'lqin vektor $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ bo'lib, u 2π uzunlik birligiga qancha to'lqin uzunliklar soni to'g`ri kelishini xarakterlaydi, yo'nalishi esa to'lqinning tarqalish yo'nalishini xarakterlaydi. Agar to'lqin *z* yo'nalishda harakat qilayotgan bo'lsa, u holda

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_z \cdot z = k \cdot z \tag{9.22}$$

skalyar ko'paytmani olish mumkin. To'lqin vektor, to'lqin uzunlik bilan bevosita bog`langan bo'lib, u to'lqin jarayonning *fazodagi davriyligi* bilan bog`langan.

Цiklik (burchak) chastota

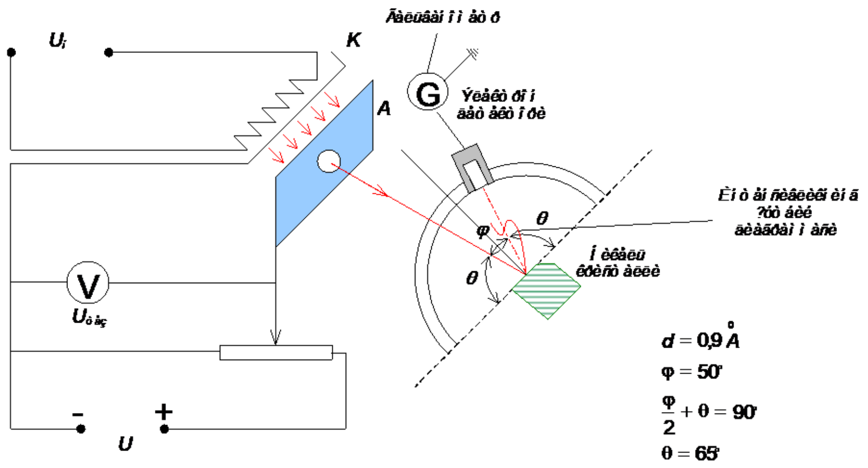
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \tag{9.23}$$

ko'rinishda bo'lib, u to'lqin jarayonning *vaqtdagi davriyligini* xarakterlaydi. Endi bu kattaliklar bilan de-Broyl kattaliklari qanday bog`langanligini ko'ramiz. To'lqin vektorning yo'nalishi harakatda bo'lgan zarra bilan bog`langan to'lqinning yo'nalishini xarakterlagani uchun zarra yo'nalishi sifatida zarra impulsining yo'nalishini olamiz. Natijada $\vec{k}$ va $\vec{p}$ ni bog`lovchi $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ *ёки* $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$ munosabatni olamiz. De-Broyl to'lqinning asosiy xarakteristikalaridan biri bo'lgan to'lqin vektor zarra impulsi bilan bog`langan. $\vec{k}$ va $\vec{p}$ ni bog`lovchi koeffistent vazifasini $\hbar$–Plank doimiysi bajaradi. Demak (9.18) munosabat zarralarni kvant tabiatga ega ekanligini ko'rsatadi. Kvant fizikada tezlik emas, balki impuls asosiy rol o'ynaydi. De-Broyl to'lqinida chastota bilan energiya ham $\hbar$-doyimiylik orqali bog`langan, ya'ni, $\omega = E/\hbar$. Bu formula fotonning to'la energiyasini chastotaga bog`lanishini xarakterlaydi. Bu formulani hozirgi zamon fizikasida universal munosabat deb yuritiladi. Chunki de-Broyl g`oyasidan so'ng bu munosabat faqat fotonlar uchungina xos bo'lmay, balki harakatdagi barcha mikrozarralar uchun ham o'rinlidir.

De-Broyl to'lqinining amplitudasini fizik ma'nosini anglash juda qiyin. Dastlabki paytda uning ma'nosini de-Broylni o'zi ham, kvant mexanikani yaratganlar ham bilmaganlar. Uning asl ma'nosi asta-sekin, qadamma-qadam kvant mexanikaning rivojlanishi bilan oydinlasha bordi. Uning anglash yo'lidagi birinchi qadamni Born qo'ydi. To'lqin funkstiyasining statistik izohidan so'ng, de Broyl to'lqini bu ehtimol to'lqini ekanligi ma'lum bo'ldi. De-Broyl to'lqini amplitudasining kvadrati berilgan vaqtda va fazoning berilgan nuqtasida zarraning qayd qilish ehtimolini berish mumkin. Keyingi mavzularda shu haqda suxbatni davom ettiramiz.

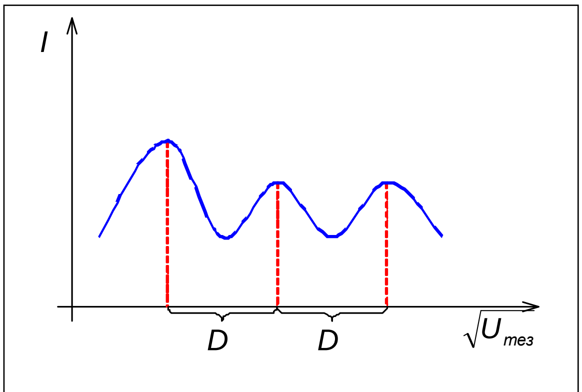
4. De-Broyl nazariyasining eskperimental tasdig`i. Devisson va Jermer tajribasi

1925 yilda «Bell telefon» laboratoriyasining hodimlari Dj.Devisson va K.X.Kunsman elektronlarning kristallda sochilish jarayonida ikkilamchi elektronlar chiqishi hodisasini o'rganishdi. So'ng bu hodisani o'rganishni Devisson va Jermer davom ettirdi. Bu tajribada nikel kristalliga tushirilgan elektronlar dastasi ta'siri natijasida, ikkilamchi elektronlarning chiqishini kuzatishdi. Bir kuni tasodifan nikel oksidlanadi. Oksidlanishni yo'qotish uchun nikel plastinkasi qattiq qizdiriladi. So'ng tajribani bu kristall nishon bilan qayta bajarishganda natija butunlay boshqacha chiqdi. Plastinka uzoq qizdirilishi tufayli mayda kristallar o'rnini yirik monokristallar egallagan edi. Ikkilamchi elektronlarning chiqishi oldingi tajribadagilar kabi istalgan burchakda bo'ldi, biroq ayrim burchaklarda sochilgan elektronlarning soni keskin ko'payib ketdi. Devisson va Jermer kristall sirtiga tushayotgan elektronlar energiyasi $K = 54\ eV$ va sochilish burchagi $\varphi = 50^0$ bo'lganda ikkilamchi elektronlarning soni eng ko'p bo'lishini kuzatdilar.



9.1-ðàñì . Äåâèññîí âà Æåðìåð òàæðèáàñè.

Devisson va Jermer elektronlarning to'lqin uzunligini aniqlash uchun rentgen spektrometri g`oyasidan foydalandilar. Tajriba chizmasi 9.1-rasmda keltirilgan. Rentgen trubkasi elektron to'pi bilan almashtirildi. K-katod, u $U_н$ – nakel kuchlanishi yordamida qizdiriladi. Katoddan uchib chiqqan elektronlar dastasi o'z navbatida tezlantiruvchi potenstial $U_{тез}$ bilan tezlantiriladi. Tezlantirish kuchlanishini miqdori P-potenstiometr yordamida bajariladi. Potenstiometr yordamida to'pdan chiqqan elektronlarning tezligi boshqariladi. Elektronlar kristall sirtiga tushgandan so'ng, ma'lum burchaklarda qaytadilar. Qaytgan nurlar elektron detektori (Faradey stilindri) bilan qayd qilinadi va I tok miqdori galvanometr (G) yordamida o'lchanadi. Elektron to'pi, kristall va Faradey stilindri vakuumga joylashtirilgan.



9.2-расм.

Tajriba quyidagicha olib borildi. Kristallga tushayotgan elektron nurlarining tezligi tezlantiruvchi kuchlanish yordamida o'zgartiriladi va unga mos ravishda Faradey stilindridagi tok galvonometr bilan o'lchanadi. Bu holda kristall sirtiga tushayotgan elektronlarini burchagi o'zgarmay qoladi. Faradey stilindrida olingan natija 9.2-rasmda tasvirlangan. 9.2-rasmdan ko'rinadiki egrilik bir-biridan baravar uzoqlikda yotuvchi maksimumlarga ega. Qurilmaning elektr sxemasi diodning volt-amper xarakteristikasiga o'xshash monoton bo'lishi kerak edi. Biroq unday emasligi 9.2-rasmdan ko'rinib turibdi. Shu sababli Devisson-Jermer tajribasini natijalarini tushuntirish uchun de-Broyl goyasini jalb qilish kerak bo'ldi.

Tajribalarning birida elektronlar dastasining energiyasi $K = 54\ eV$ bo'lganda sochilgan (qaytgan) elektronlarning intensivligini maksimumi $\varphi = 50^0$ da ro'y berdi (9.1-rasm). Elektronlarning impulsi $p = \sqrt{2m_0 K}$ ni bilgan holda erkin elektronning de-Broyl to'lqin uzunligini quyidagi formuladan topamiz.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\, \textit{ж} \cdot c}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-34}\, \textit{кг} \cdot 54 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, \textit{ж}}} \cdot 10^{10} \frac{\overset{0}{A}}{\textit{м}} = 1{,}67\, \overset{0}{A}$$

Bu elektron bilan bog`langan to'lqinning de-Broyl to'lqin uzunligidir. Ikkinchi tomondan kristall tekisligida to'lqin difrakstiyasi hodisasiga asoslangan holda Bregg metodi yordamida davri $d = 0{,}91\overset{0}{A}$ ga teng bo'lgan nikel kristallida ro'y bergan elektronlar difrakstiyasini birinchi tartibdagi maksimumi (*n*=1) uchun

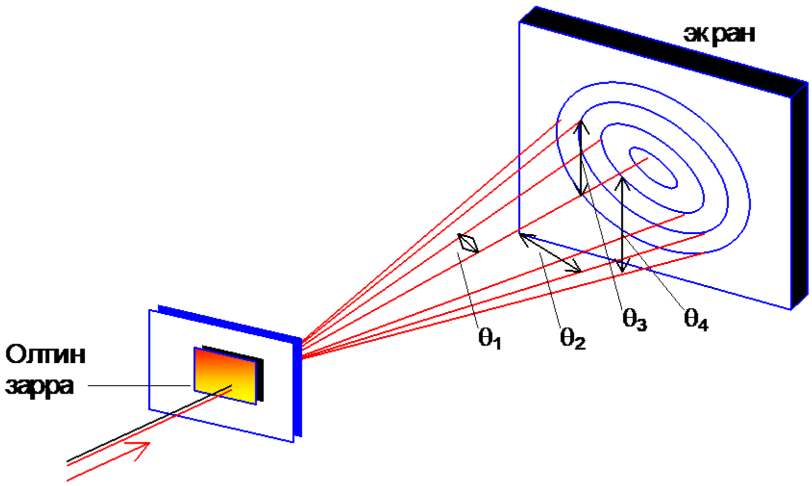
$$\lambda = 2\, d \sin\theta = 2 \cdot 0{,}91 \cdot \sin 65^0 = 1{,}65\, \overset{0}{A}.$$

Bunda $\varphi = 50^\circ$, $\frac{\varphi}{2} + \theta = 90^\circ$. Shuning uchun $\theta = 65^\circ$.

Ko'rib turibsizki ikkala natija bir-biriga mos tushadi. Bu esa o'z navbatida elektronlar zarralik hossasi bilan bir qatorda to'lqin xususiyati ham namoyon bo'lishini ko'rsatadi.

1927 yilda Dj.Tomson va uning talabalari tomonidan bajarilgan tajriba ham elektronning to'lqin hususiyatiga ega ekanligini yaqqol ko'rsatdi.

$\sim 10^4\, \textit{эВ}$ energiyaga ega bo'lgan elektronlar dastasi $10^{-5}\, \textit{см}$ qalinlikdagi oltin zariga yo'naltirildi. Tomson ekranda qator difrakstion xalqalarni ko'rdi. $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ va h.k. sochilish burchagiga to'g`ri kelgan difrakstiyalar. $n\lambda = d \sin\theta\ (n = 1, 2, 3, ..)$ shart orqali aniqlanadi (9.3-rasm). θ-tushayotgan elektronlar bilan qaytgan elektronlar orasidagi burchak.



9.3-расм.

Quyida zarralarning to’lqin tabiatini tasdiqlagan tajribalarni ro’yxatini keltiramiz:

1. Oddiy optikaviy difrakstion panjara yordamida nemes olimi Rupp 1929 yilda juda kichik sirpanish burchaklarida ro’y bergan elektron difrakstiyasida elektronning to’lqin uzunligini o’lchadi.

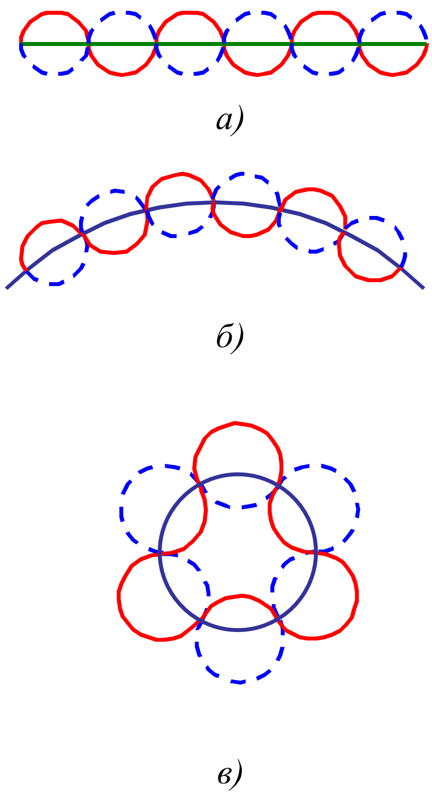
2. Vodorod molekulasini kristallda sochilishdagi difrakstiyasini 1931 yilda Djonson amalga oshirdi.

3. Geliy atomi dastasini ftorli litiy kristallda sochilishini eksperimental amalga oshirgan Estermen, Frish va Shtern 1938 yilda geliy atomini to’lqin hususiyatiga ega ekanligini tasdiqladilar.

Bu tajribalar, zarralarni haqiqatan ham to’lqin xossaga ega ekanligiga nuqta qo’ydi.

5. De-Broylning atom uchun to’lqin modeli va Bor nazariyasi

Nima uchun atomlarda o’ziga nur yutmaydigan va o’zidan nur chiqarmaydigan stastionar orbitalarni bo’lishlarikerak ekanligini Bor nazariyasi tushuntirib bermaydi. Lekin bu muammoni de-Broyl g`oyasi asosida osongina hal qilish mumkin. De-Broyl gipotezasiga ko’ra *m*-massa va *v*-tezlikka ega bo’lgan elektronga munosib kelgan to’lqin uzunlikni $\lambda = \frac{h}{mv}$ formula bilan hisoblanadi. Bu formulaga asoslangan holda de-Broyl atomdagi har bir elektronga tug`run to’lqin loyiq keladi degan fikrni ilgari surdi.



9.4-rasm

Agar biz rubob, dutor, g`ijjak kabi musiqa asboblaridan birin torini chertsak, u holda unda har xil uzunlikka ega bo’lganko’p sondagi to’lqinlar uyg`onadi. Uyg`ongan bu to’lqinlarning ko’pchiligi tor oxiridan qaytishi va duch kelgan to’lqinlar bilan interferenstiyalanishi (qo’shilishi) tufayli shunda tez vaqtda so’nadi. Faqatgina torning oxirlarida (ulangan joylari) tuguni bo’lgan to’lqinlar uzoq vaqt davomida so’nmaydi. Mazkur to’lqinlar turg`un to’lqinlar bo’lib, ularni odatda torning *tebranish modalari* yoki *rezonansli garmonikalar* deb yuritishadi. Bor nazariyasiga muvofiq elektron doiraviy orbitalarda harakat qiladilar. De-Broyl esa bu elektronlarga yopiq turg`un to’lqinlarini munosib ko’radi. Bu masalani yaxshi tushunish uchun ma’lum bir chiziqqa qo’yilgan turg`un to’lqinni ko’raylik. 9.4a-rasmda bu to’g`ri chiziqqa uchta to’lqin uzunlik qo’yilgan. Bu chiziqni 9.4b-rasmdagi kabi buraylik va so’ng bu chiziqni doiraviy orbita hosil qiladigan qilib tutashtiraylik. Natijada 9.4v-rasmdagi chizmani hosil qilamiz. Doirani Bor orbitasi desak, u holda unga joylangan yopiq turg`un to’lqinni *de-Broylning yopiq doiraviy to’lqini* deyiladi va u elektronning shaklini tavsiflaydi.

r_n radiusga ega bo’lgan Borning doiraviy orbitasining $2\pi r_n$ ga teng va unga n-butun karrali to’lqin uzunlik joylashadi, ya’ni

$$2\pi r_n = n\cdot\lambda,\quad n=1,2,3,... \tag{9.24}$$

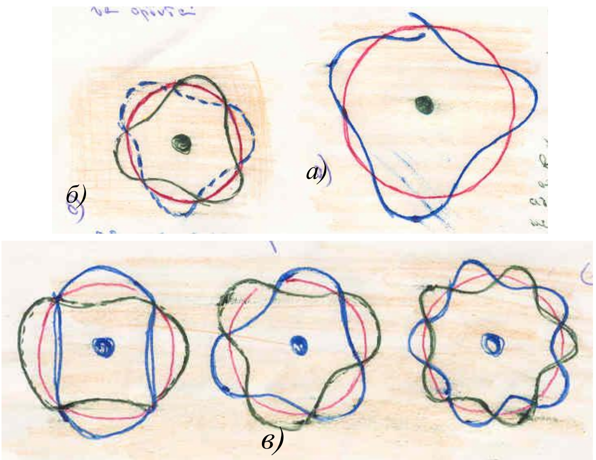
Bu formulaga λ ning ifodasini qo’yamiz:

$$2\pi r_n = \frac{nh}{mv},\quad n = 1,2,3,...$$

va bundan

$$L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi} \tag{9.25}$$

ni hosil qilamiz.

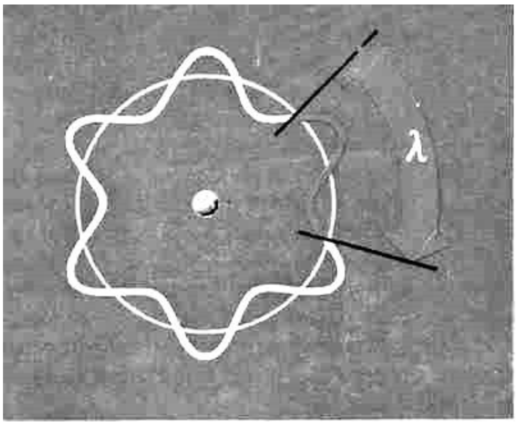


9.5-rasm.

Ko’rib turibsizki, biz Borning 3-postulatini keltirib chiqardik: Stastionar orbitadagi elektronning harakat miqdori momenti kvantlangan. Shunday qilib, yuqoridagi shart diskret orbitalar va sathlar bo’lishi mumkin ekanligini asosladi. De-Broyl gipotezasi Bor modelidagi orbita va holatlarning kvantlanishini to’g`ri tushuntirib berdi va bunga sabab elektron to’lqin xususiyatga ega ekanligi va unga mos har xil rezonansli turg`un to’lqinlar hosil bo’lishi ekanligini ko’rsatdi.

9.5a-rasmda o’z-o’zi bilan bekilmagan (uzilgan) turg`un to’lqin tasvirlangan. Bu to’lqin o’z o’zida tutashmagani uchun, o’z-o’zi bilan interferenstiyalanib, tez vaqtda so’nadi. 9.5b-rasmda esa aksincha yopiq doiraviy turg`un to’lqin orbitaga joylashgan. Bu to’lqin barqarordir. 9.5v-rasmda n=2, n=3 va n=5 ta to’lqin uzunlikka ega bo’lgan turg`un to’lqinlar orbitalarga joylanganligi tasvirlangan (bunda $n$ – to’lqin uzunliklar soni). Doiraviy orbitaga faqat butun sondagi to’lqin uzunliklar soni joylangandagina so’nmas, barqaror yopiq turg`un to’lqinlar hosil bo'ladi. 9.6-rasmda elektron turg`un to'lqin ko'rinishida tasvirlangan. Bunda elektron sharchaga o'xshab orbitada harakat qilmaydi. Balki doiraviy turg`un to'lqin ko'rinishdagi shaklga egi bo'ladi.

Shunday qilib, doiraviy yopiq to'lqin elektron to'lqinining amplitudasini xarakterlaydi va yuqoridagi rasmlarda bu to'lqin amplitudasi doiraviy orbita bo'ylab qanday taqsimlanishini xarakaterlaydi. Turg`un to'lqin qonuniyatidan kvantlanish muqarra bo'lib, buning ustiga bunday yopiq doiraviy chiziq o'zidan hech qachon energiya nurlamaydi. Bunday qarash albatta nur chiqarmaydigan stastionar orbitalarni mavjud ekanligiga shubha qoldirmaydi va shubhasiz Bor nazariyasi bilan elektrodinamika orasida vujudga kelgan ziddiyatni bartaraf qiladi. Lekin shunga qaramay de-Broyl modeli ham vaqtincha edi. Chunki «doira ko'rinishga burilgan to'lkin» bir o'lchamli fazo ob'ekti bo'lib, undan uch o'lchamli fazoviy ob'ektdagi jarayonlarni tushuntirib berishini kutish mumkin emas. Bu masalani Shryodinger hal qiladi va bu nazariya ustida keyoinroq to'xtalib o'tamiz. De-Broyl atom modeli Bor postulati bilan elektrodinamika ziddiyatini bartaraf qilish bilan bir qatorda bitta atomda zarra-to'lqin dualizmi shu ob'ektning o'zida, ya'ni mohiyatda ekanlini yana bir bor anglatdi.



9.6-rasm.

6. Borning to'ldirish prinstipi

Yuqorida keltirilgan tajriba natijalari zarralarning haqiqatan ham to'lqin tabiatiga ega ekanligini to'la tasdiqladi, lekin shu bilan birga bir qator yangi savollar hosil bo'ldi.

Masalan, fotonlar, elektronlar o'zlarining to'lqin va zarra tabiatini namoyon qilar ekanlar, u vaqtda demak zarralar bilan to'lqinlar orasida hech qanday farq yo'qdir. Biroq to'lqin nazariyani faqat o'ziga asoslanib, fotoeffekt, Kompton sochilishi kabi eksperiment natijalarini tushuntirib bo'lmaydi. Shu bilan birga zarralarni yorug`lik tezligidagi tezlik bilan harakat qila olmasligi ham muammoligicha qoladi. To'lqin zarra ziddiyatini bartaraf qilish maqsadida Nils Bor o'zining to'ldirish prinstipini taklif qildi.

Bitta eksperimentning o'zida bir vaqtda to'lqin xossa ham, korpuskulyar xossa ham hech qachon namoyon bo'lmasligi eksperimental fakt bo'lib, bu to'ldirish prinstipini asosini hosil qiladi. Har bir holda, u nima, nurlanish bo'ladimi yoki elektronlar dastasi bo'ladimi baribir, hodisani to'la tavsiflash uchun to'lqin modelni ham korpuskulyar modelni ham qo'llash zarur, albatta bu modellar o'zining qo'llaniladigan sohasi mavjud.

SAVOLLAR

1. Yorug`lik dualizmi va de-Broyl gipotezasining mazmuni nima?
2. Zarralar dualizmi va de-Broyl g`oyasining mazmunini tushuntiring.
3. Fotonning to’lqin va korpuskulyar xususiyatini inobatga oluvchi formulani tushuntiring.
4. Elektronlar uchun dualizmni xarakterlovchi formulani yozing va tushuntiring.
5. De-Broyl to’lqin uzunligi uchun turli ko’rinishdagi formulalarini yozing
6. De-Broyl formulalarini yozing.
7. De-Broyl to’lqini funkstiyasini yozing va tushuntiring.
8. $\vec{k}$ *ва* ω larni fizik ma’nosini tushuntiring.
9. Nima uchun mexanikada tezlik emas, balki impuls tushunchasi ishlatiladi?
10. Devisson-Jermer qurilmasini chizing va tushuntiring.
11. Energiya, tezlik, tezlantiruvchi kuchlanish formulalarini yozing.
12. Tushish burchagi bilan sochilish burchak munosabati formulasini yozing.
13. Devisson va Jermer olgan natijalarni to’lqin zarra asosida tushuntiring.
14. Vulf-Bregg formulasini tushuntiring.
15. Zarralari to’lqin tabiatini xarakterlovchi eksperimentlardan bir nechtasini keltiring.
16. Borning to’ldirish prinstipi haqida so’zlang.
17. De-Broyl to’lqinining hozirgi zamon fizikasida tutgan o’rni.
18. De-Broyl to’lqin amplitudasining fizik ma’nosi.

6- Ma’ruza

Mavzu: Gruppalar tezligi. Superpozitsiya printsipi. Noaniqlik munosabati va uning talqini.

Reja:

1. De-Broyl to’lqinining statistik talqini
2. To’lqin gruppasi va fazasi tezligi
3. Geyzenberg noaniqlik munosabati va uning fizik xossalari.

De-Broyl gipotezasi bilan bog’lik harakatdagi zarra to’lqinning fizik ma’nosini qanday tushunish kerak? Dastlab, De-Broyl to’lqini intensivligi zich bo’lgan joyda zarra bor, ya’ni zarra de-Broyl to’lqini intensivligi orqali hosil qilinadi. Fazoning qaerida de-Broyl to’lqinining intensivligi katta bulsa shu qismda zarra bor, intensivlik yoq bo’lsa zarra bo’lmaydi deb tushuniladi. Bunga asos shu bo’ldiki (keyingi paragraflarda ko’ramiz) to’lqinlar gruppasi harakati bilan zarra harakati mos kelib koldi. To’lqin gruppasi og’irlik markazi harakati xuddi zarra harakati bilan mos keladi. Lekin to’lqinlar gruppasi vaqt utishi bilan yoyilib ketadi, gruppani hosil qilgan to’lqinlar turlicha tezlikda bo’lganligi uchun dis’vertsiyalanib fazoda kengayib boradi. U xolda elektron xam fazoda yoyilib ketishi kerak. Bu esa tajribalarda tasdikqanmaydi. Masalan, ikkita tirqishdan bitta elektronni alohida qismlar oqkali o’tishi kuzatilmaydi. Demak, De-Broyl to'lqini intensivligi elektronni hosil kqlmaydi. De-Broyl to'lqinini to'g'ri talqinini Maks Born taklif qildi.

Fazoning biror joyidagi de-Broyl to'lqini intensivligi, shu joyda zarraning to'yinish ehtimoliga proportsionaldir. E'tibor qilamiz, intensivlik zarrani bildirmayapti, balki zarraning topilish extimolligini bildiryapti.

De-Broyl to'lqining intensivligi faqat elektronni topilish extimolini ko'rsatib, kelgusida elektron uzini qanday tutishini aniqlamaydi, unga bog'liq ham emas.

Shunday statistik tarzdagi extimollikni matematik ifodasini yozib ko'raylik. De Broyl *E=h/λ* energiya va *p=hK* impulsga ega zarrani xuddi fotonni ifoda etuvchi yorug'likni eletromagnit to'lqiniga o'xshash to'lqin bilan ifoda etishni taklif qildi.

Xar bir fotonga ma'lum elektromagnit to'lqini yozish mumkin va elektromagnit to'lqin amplitudasi X_E*(Xt)* funktsiya bilan aniqlanadi. Elektromagnit maydon fotonning impulsi, energiyasi xaqida informatsiya bera oladi. Eng umumiy xolda u zarra fotonmi?, elektronmi?, baribir shunday to'lqin maydonini yozish mumkinki, uning amilitudasini to'lqin funktsiya u(x,y,z,t) orkali aniqlash mumkin. Unda to'lqin maydoni zarrani energiyasi va impulsi xaqida ma'lumot bera oladi. To'lqin maydondan aniqlanadigan zarra energiyasi va impulsi quyidagicha bo'ladi: *E=hv;* *P=hk=n/2*

Odatda, to'lqin intensivligi, to'lqin ampilitudasi kvadratiga proportsional edi. Shuning uchun zarrani bildiradigan to'lqin maydon intensivligi ampilitudasi kvadratiga proportsional bo'lishi kerak. Lekin to'lqin funktsiya t(x,t)a+i ko'rinishidagi kompleks qo'shma son bo'lishi xam mumkinligidan va extimollik qiymati doim musbatligidan intensivlikka to'lqin funktsiyani modulini kvadratiga proportsionaldir. Funktsiyaga kompleks qo'shma hisoblanadi.

To'lqin funktsiyaning fizik ma'nosini oydinlashtirsak, to'lqin funktsiya elektr yoki magnit maydoniga o'xshash fizik tushuncha bo'lib, bu xam to'lqin maydonini xarakterlaydi. Ulardan farqi shundaki, elektromagnit maydon fazoda elektromagnit energiya zichligini qanday taqsimlanishini ko'rsatsa, to'lqin funktsiya fazoda zarraning topilish extimollik zichligi qanday tarqalishini bildiradi. Maks Borm to'lqin funktsiyaga quyidagicha ma'no beradi. To'lqin funktsiya extimollik talqiniga ega bo'lib, uning modulining kvadrati |φ(x,t)| berilgan vaqtda berilgan sohada zarrani topilish extimoliga proportsionaldir. Zarraning uzunlik elementi *d*, x atrofida topilishi extimoli quyidagiga teng. -

$$P = \psi^{x} \cdot \psi dx = |\psi(x,t)|^2 dx \qquad (1)$$

Zarrani butun fazoda topilish extimoli aniq bo'lgani uchun $$\int_{-\infty}^{\infty} \psi dx = 1 \qquad (2)$$

Bu shart normallashtirish sharti deyiladi.

Mikrodunyoning holatini ifodalashda to'lqin funktsiya foydali qurol kabi xizmat qilgani uchun quyidagi shartlarga bo'ysinishi kerak.

1. Quyidagi munosabatlar bilan mos holda bo'lishi kerak.

$$\lambda = \frac{h}{p}; \nu = \frac{E}{L} \qquad (3) \qquad E = \frac{p^2}{2m} + U$$

2. $\psi(x,t)$ ва $\frac{\partial \psi(x,t)}{dx}$ Узлуксиз чекли, бир қийматли бўлиш талаб қилинади.

3. Агар x -> ± ∞ бўлса $\psi(x,t)$ нолга интилиши керак. $\lim \psi(x,t) -> 0$

4. Тўлқин функция суперпозиция принципига бўйсуниши керак. Яъни агар зарра φ_1 ва φ_2 ва $\psi(x)$ тўлқин функциялар билан берилган ҳолатда бўллса, унда уларнинг йиғиндисидан ҳосил бўлган ҳолатда хам бўла олади.

$$\psi(x,t) = C_1\psi_1 + C_1\psi_1 + ... + \sum_{i=1}^{n} C_i\psi_i \qquad (4)$$

C_1 ва C_2 лар мумкин бўлган тўлқин функцияларни ифодаловчи ўзгармаслар. Шундай қилиб, кўрдики зарра ҳолатини юқоридаги шартларга бўйсунган тўлқин функциялар $\psi(x)$ ёрдамида ўрганилар экан.

2. To'lqinlar gruppasi (paketi) va fazasi tezligi.

Zarrani to'lqin ko'rinishida ifodalanishi bir hodisani ikki tomonini yoritilishi deb tushinish kerak. Masalan, zaryadli sharni elektr maydoni faqat sharda to'plangan bo'lmay butun fazoga yoyiladi. Bunda elektr maydoni va zaryadli sharning uzaro bog'likligi yo'q deb bir-biridan ajratib qarash mumkin emas.

Zarra holati haqida to'lqin funksiya orqali ma'lumot oladigan bo'lsak, unda zarraga xos, ya'ni fazoda ma'lum joyda turaolishdek xossasini qanday ifodalash kerak

Buning uhcun chastotalari bir-biriga yaqin bo'lgan de Broyl to'lqinlar sistemasining superpozitsiyasini ko'raylik. Soddalik uchun ikkita to'lqin qo'shilishidan hosil bo'lgan natijaviy to'lqin qanday bo'lishini ko'ramiz.

$$\begin{aligned}\psi_1 &= A\cos(\omega_1 t - k_1 x)\\ \psi_2 &= A\cos(\omega_2 t - k_2 x)\end{aligned} \qquad (1)$$

Bu erda $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega; k_1 \approx k_2 \approx k$

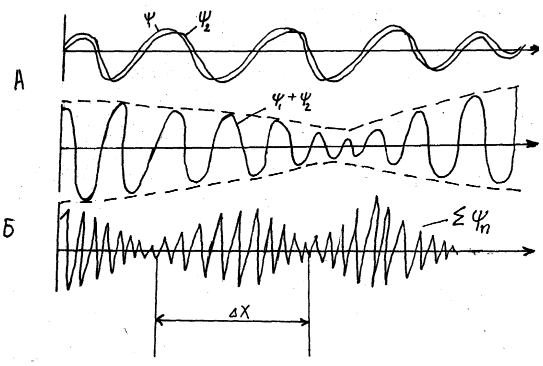
Bu to'lqinlarni qo'shsak quyidagini olamiz.

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = A[\cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x)] = 2A\cos\frac{\omega_1 t - k_1 x + \omega_2 t - k_2 x}{2}\cos\frac{\omega_1 t - k_1 x - \omega_2 t - k_2 x}{2} =$$

$$= 2A\cos[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t - \frac{k_1 + k_2}{2}x - (\frac{k_1 + k_2}{2})x] == A_{nat}\cos[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t - \frac{k_1 + k_2}{2}x]$$

Bu erda $$A_{nat} = 2A\cos[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t - \frac{k_1 - k_2}{2}x] \qquad (2)$$

Natijaviy to'lqin φ ning ko'rininshi 1-rasmda ko'rsatilgan.



Ko'ramizki, ikki to'lqin superpozitsiyasi tufayli to'lqin gruppasi hosil bo'ladi. Har bir to'lqin o'zining xususiy tezligi (faza tezlik) bilan tarqaladi. Lekin to'lqin gruppasi boshqacha tezlik bilan ko'chadi. (gruppa tezlik bilan) $\omega_1=\omega_2$; $k_1 \approx k_2$ bo'lgani uchun faza tezliklar deyarli bir xil bo'ladi.

(2) ifodadagi har bir to'lqin doimiy fazaga ega desak, unda fazani quyidagicha yozamiz.

$$\omega t - kx = const$$

Faza tezlikni hosil qilish uchun shu ifodani vaqt bo'yicha defferenstiallaymiz.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega t - kx) = \frac{\partial(const)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\omega}{k}; \qquad \upsilon_{\text{op}} = \frac{\omega}{k}$$

Burchak tezlik: $\omega = 2\pi\nu$, to'lqin son $n = \frac{2\pi}{\lambda}$ ifodalardan foydalanib $\boldsymbol{\upsilon_f}$ ifodasini qayta yozsak $\vartheta_f = \vartheta_2 = \frac{Eh}{hp} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{m\vartheta}$ (3)

Ko'ramizki zarra faza tezlik bilan harakatlana olmas ekan, aks holda tezlik **c** ga teng bo'lishi kerak.

Endi (11, 7,1) ifodadan **A** natijaviy amplitudaning maksimum qiymatli nuqtasi (atrofi bilan) kuchish tezligini hisoblasak, gruppa tezlik ifodasini olamiz.

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} x = const$$

Yana vaqt bo'yicha differenstiallasak

$$\vartheta_{gr} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk} \qquad (4)$$

Buni boshqacha ko'rinishda yozamiz

$$\vartheta_{gr} = \frac{d\nu}{d(\frac{1}{2})} = \frac{d(h\nu)}{d(\frac{1}{2})} = \frac{dE}{dp} \qquad (5)$$

(11, 7,6) ifodani qayta yozib defferentsiallaymiz

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2$$

$$2EdE = 2pc^2dp \qquad \frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{E} \qquad (6)$$

(11, 4, 27) ni (11, 4, 25) ga qo'yib quyidagini olamiz: $\vartheta_{gr} = \frac{pc^2}{E} = \frac{m\vartheta c^2}{mc^2} = \vartheta$ (7)

(11,4,28) ifodada biz ϑ tezlikda harakatlanayotgan zarra impulsini qiymatini qo'ydik. Ko'ramizki, to'lqinlar gruppasi tezligi zarra tezligi bilan bir xil chiqadi. Demak to'lqinlar gruppasi og'irlik markazi bilan zarraning og'irlik markazi mos tushadi deb shu og'irlik markazining ko'chish tezligi orqali zarra tezligini aniqlanadi. (11,4,26) ifodani (11,4,23) dan foydalanib $\boldsymbol{\upsilon = \upsilon_f/2}$ orqali yozamiz.

$$\vartheta_{gr.} = \frac{d\vartheta}{d(\frac{1}{2})} = \frac{d(\frac{\vartheta}{2})}{d(\frac{1}{2})} \qquad (8)$$

$\frac{1}{\lambda} = x$ deb belgilab $dx = -\frac{1}{\lambda^2} d^2$ ni (11,2,9) ga qo'yamiz

$$\vartheta_{gr.} = \frac{d(\vartheta_f x)}{dx} = \frac{\vartheta_f dx + x d\vartheta_f}{dx} = \vartheta_f + x\frac{d\vartheta_f}{dx} = \vartheta_f - \frac{\lambda^2}{\lambda}\frac{d\vartheta_f}{dx} = \vartheta_f - \lambda\frac{d\vartheta_f}{dx}$$

$$\vartheta = \vartheta_f - \lambda\frac{d\vartheta_f}{dx} \qquad (9)$$

(11,3,3) va (11,3,2) tenglaymiz

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = L\frac{\Delta \vartheta}{\Delta p} \qquad \text{yoki} \qquad \Delta x \Delta t = L\Delta \vartheta \Delta t \qquad (10)$$

Agar chastotani o'lchash kerak bo'lsa, uni aniqlash uchun eng minimal vaqt shunday **t** vaqt intervali bo'ladiki, bu vaqt ichida bitta to'lqin uzunligi fazoning biror belgilangan nuqtasida to'la o'tishi kerak. Bu vaqt intervali bitta to'la davrga to'la mos keladi va chastota orqali quyidagicha bog'langan.

$$\Delta t \geq \frac{1}{\Delta \vartheta} \text{ bundan } \Delta t \cdot \Delta \vartheta \geq 1 \qquad (11)$$

(11,3,5) ni (11,3,4) ga qoyamiz

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h \qquad (12)$$

Bu esa **Geyzenberg noaniqlik munosabatini** bildiradi. Buning ma'nosi shundaki, koordinata va impulsi bir vaqtda o'lchash aniqligi kattalik bilan chegaralangan va zarraning fazodagi o'rni aniqlashib borsa, uning impulsi shuncha noaniq bo'lib boradi va aksincha. (11,3,6) ifodadagi impuls

Δr bo'yicha noaniqlik xatolik aslida **X** yo'nalishdagi impuls proektsiyasi bo'yicha noaniqlik hisoblanadi, umumiy holda quyidagicha yozilishi kerak.

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq h; \ \Delta p_y \cdot \Delta y \geq h \ \Delta p_z \geq h$$

Shunday juft kattaliklarga $\mathbf{R_x}$ va **X**, ya'ni birinchi aniqlashdagi xatolik ikkinchisini aniqlashga bog'liq kattaliklarni qo'shma kattalik deyiladi. Lekin $\mathbf{r_z, R_y}$ larni **X** yo'nalishda **ΔX** aniqlikka hech qanday ta'siri yo'q. **ΔX** va $\mathbf{\Delta P_z}$, $\mathbf{\Delta P_y}$ lar aniqlikda o'lchanishi mumkin. Noaniqlik munosabatini yana boshqa formasini yuqorida o'rnatilgan munosabatda olish mumkin.

$$\Delta \vartheta \cdot \Delta t \geq 1 \text{ yoki } \Delta\left(\frac{E}{h}\right)\Delta t \geq 1$$

u holda

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h \qquad (13)$$

Bundan energiya va vaqt ham qo'shma hatolik ekani kelib chiqadi. Energiya va vaqtni bir vaqtning o'zida katta aniqlikda o'lchab bo'lmaydi. Masalan, atomni ko'zg'atilgan holatda tura olish vaqtini qancha aniq o'lchab olsak xatolik Δt shuncha kam bo'ladi, u holda qo'zg'otilgan holat energiyasini shuncha noaniq o'lchaymiz, ya'ni **ΔE** shuncha katta bo'ladi. Asosiy holatda vodorod atomi uchun energiya qiymati katta aniqlikda o'lchangani uchun, shu holatda yashash vaqti cheksiz katta $\mathbf{\Delta t \to \infty}$ bo'lishini taqozo qiladi.

Noaniqlik munosabatidan ko'ramizki, u mikrodunyo tiabiatidan kelib chiqadigan fundamental xarakterga ega bo'lib, to'lqin va zarra dualizmining kvant mexaniqada namoyon bo'lishini ko'rsatadi. Albatta bu munosabat mikrozarrani klassik traektoriyasini topish mumkin emasligini bildirib, moddiy zarrani harakati xaqidagi klassik tushuncha ramkasidan chetda bo'ladi. Agar zarra koordinatasi va impulsini bir vaqtda bilib bo'lmasa, u holda vaqtning kelgusi etaplarida zarra holati qanday o'zgarishini bilib bo'ulmaydi, bu esa sababiyat printsipi buzilganini ko'rsatadi deb, dastlab noaniqlik munosabati xato talqin qilindi. Aslida esa mikrodunyoda zarra holati xaqida ma'lumot impuls va koordinatadan olinmaydi, balki uni ifodalovchi to'lqin funksiya orqali olinadi. Zarra o'rni esa, to'lqin funksiyani modulini kvadrati orqali aniqlash mumkin xolos, ya'ni zarra falon X koordinatada $\mathbf{/\varphi\ (x')/^2}$ extimollik bilan bo'la olishini baholanadi.

Klassik traektoriya termini kvant mexaniqasida bo'lishi mumkin emas. Zarra $\mathbf{X_1}$ koordinatadan **t** vaqtda $\mathbf{X_2}$ koordinataga o'tdi deyish ma'nosiz ran bulib, zarra $\mathbf{X_1}$ koordinatadan $/\varphi\ (x)/^2$ ehtimollik zichligi bilan bo'lishi mumkin va **t** vaqtdan keyin $\mathbf{X_2}$ koordinatadi $/\varphi(x_2)\ /^2$ ehtimollik zichligi bilan turish mumkin degan terminologiyalar qo'llaniladi.

Shuni aytish kerakki, umumiy sabab oqibatli bog'lanish mavjudigini buzilishi bo'lmaydi. Zarra holati to'lqin funktsiya orqali aniqlangani uchun, **t=0** momentda **φ** funksiya ma'lum bo'lsa vaqtning kelasi payti uchun uning qiymatini oldindan aytish mumkin degan xulosa chiqadi. Shunday qilib, klassik mexaniqani emas, balki kvant mexaniqasining talablariga muvofiq

aniqlanadigan mikrozarralar sistemasi holati sababiyat qonuni talab qilganidek, oldingi holatdan kelib chiqadi.
Hozirgi zamon mikroelektronikasida erishilgan yutuqlar mikrodunyo xaqidagi fikrlar taraqqiyoti dunyoni bilish soxasidagi mexanistik dunyoqarashni chekliligini ko'rsatadi. Shuning uchun «Qanday bo'lmasin o'zgarmas elementlar bor, narsalarning mohiyati o'zgarmas va shu kabilar deb e'tirof qilish materializm emas, balki metofizik, ya'ni antidialektik materializmlar» deb tushuntirish lozim.

NAZORAT UCHUN SAVOLLAR

1. Nima uchun De Broyl to'lqin intensivligi katta bo'lgan joyda zarra bo'ladi deb aytiladi?
2. Elektromagnit maydon energiyasi xaqida ma'lumot olishda energiya taqsimoti yoki maydon qanday rol o'ynaydi?
3. To'lqin funktsiya bilan topilish ehtimolligi orasida bog'lanish nimadan iborat?
4. Mikrodunyo ob'ektini ifodalashda nima uchun to'lqin funksiya foydali hisoblanadi?
5. Zarra holatini to'lqin funksiya orqali ifodalash uchun \u qanday shartlarga bo'ysinadi?
6. To'lqin gruppasini hosil qilish uchun nimalarga e'tibor berish kerak?
7. Nima uchun zarra faza tezlik bilan harakatlana olmaydi?
8. Fotonning energiyasi va impulsi qanday aniqlanadi?
9. Klassik mexaniqadagi zarra traektoriyasi kvant mexaniqasida qanday tasvirlanadi? Ularning qanday o'xshashligi bor?
10. Kvant mexaniqasidagi zarra holati uchun noaniqlik munosabati qanday?

TAYANCH IBORALARI

Gipoteza, to'lqin gruppasi, intenstivlik, impuls, De Broyl to'lqini, elektromagnit to'lqin, zarra energiyasi. to'lqin funksiya, superpozitsiya prinstipi, burchak tezlik, gruppa tezlik, Geyzenberg noaniqlik munosabati

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. L.D.Landau, E.M.Lifshits. Kvant mexaniqasi. T.: O'qituvchi. 1977 yil. 7,45-betlar.
2. G.X.Xoshimov, R.Ya.Rasulov, N.X.Yuldoshev. Kvant mexaniqasi asoslari. T.: O'qituvchi 1995 yil. 32,38,130-betlar.
3. R.Bekjonov, B.Axmadxo'jaev. Atom fizikasi. T.:O'qituvchi. 1979 yil. 52,90-betlar.

MA'RUZA № 7

MAVZU: **Operatorlar. Xususiy qiymat va xususiy funkstiya.**

R e j a

1. Superpozistiya prinstipi. Xususiy qiymat va xususiy funkstiya.
2. Fizik kattaliklarni chiziqli qo'shma operatorlar yordamida ifodalash.
3. Operatorlarning xossalari,
4. Operatorlarning xususiy qiymatlari va xususiy funkstiyalarining fizik ma'nosi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. G.X.Hoshimov, R.Ya.Rasulov, N.X.Yo'ldoshev. "Kvant mexanika asoslari". T. O'qituvchi, 1995 y.
2. V.S.Volkenshteyn. "Umumiy fizika kursidan masalalar to'plami". M.Nauka, 1988.

3. E.M.Gershenzon i dr. “Kurs obshey fiziki. Optika i atomnaya fizika”. M. “Prosвещenie”, 1981 g.
4. E.Rasulov, U.Begimkulov. Kvant fizikasi (elektron darsligi). 1-tom. 320 bet. TDPU, 2003 y.
5. E.Rasulov, U.Begimkulov. Kvant fizikasi (elektron darsligi). 2-tom. 350 bet. TDPU, 2003 y.
6. F.A.Korolev. «Fizika kursi. Optika, atom va yadro fizikasi». T. «Ukituvchi». 1980.
7. Shpolskiy. «Atomnaya fizika». M. «Nauka», 1984.
8. V.V.Multanovskiy, A.S.Vasilevskiy. «Kvantovaya mexaniki». M. «Prosвещenie», 1991 g.
9. L.L.Goldin, G.I.Novikov. «Vvedenie v kvantovuyu fiziku». M. «Nauka», 1988g.

1. Syperpozistiya prinstipi. Xususiy qiymat va xususiy funkstiya.

Zarra harakati haqidagi tasavvur kvant mexanikasida klassik tasavvurdan farq kilgani uchun bunday holatlarni ifodalaydigan matematik apparat ham kuchli o’zgarishni talab kiladi. Umuman zarra holatini kvant mexanikasida qanday ifodalash kerak?

Agar kvant sistemasi koordinatalari $q_1, q_2, q_3 \ldots$ -ni birgalikda x deb, differenstialini dx deb belgilasak, unda dx, hajm elementi bo’ladi, sistemadan bitta zappa holiga qaytsak x—>x, y, z va dx—>dv=dxdydz odatdagi fazoda hajm elementi bo’ladi. Kvant mexanikasi matematik apparati asosini, sistema holati $\psi(x)$ funkstiya yordamida ifodalanishi mumkin va bu funkstiya modulining kvadrati koordinata qiymatlari ehtimolini qanday taqsimlashini ko’rsatadi deb ta’kidlanishi tashkil kiladi. $\psi(x)$ sistemani to’lqin funkstiyasi deyiladi. Bu funkstiyani bilish prinstip jihatidan faqat kordinatani ehtimolini emas, balki turli xildagi o’lchashlar /masalan impuls/ ehtimolini hisoblash imkonini ham beradi. Bunda hamma ehtimolliklar ψ ham va unga kompleks qo’shma ψ orqali eng umumiy holda quyidagicha aniqlanadi.

$$\int\int \psi(x)\psi^*\left(x^1\right)\psi\left(xx_y^1\right)dx\,dx_y^1 \qquad (1.1)$$

Bu erda $\psi\left(x, x^1\right)$ funkstiya kaysi xildagi parametrlarni o’lchashga bog`liq. Vaqt o’tishi bilan sistema holati o’zgaradi va umuman olganda u holatni ifodalovchi to’lqin funkstiya ham o’zgarishi kerak, ya’ni ψ vaqtni ham funkstiyasi deb qaralishi kerak.

Jami mumkin bo’lgan holatlar ehtimoli yig`indisi butun fazoda birga bo’lishi kerak , ya’ni ψ ni normallashgan bo’lishi talab qilinadi.

$$\int |\psi|^2\ dx = 1$$

To’lqin funkstiya ega bo’lishi kerak bo’lgan xossalardan yana biri shundaki, agar sistema qandaydir ψ_1 holatda bo’lib, bu holatda ixtiyoriy L fizik kattalik L_2 qiymatga ega bo’lsa va boshqa ψ_2 holatda L=L_2 qiymatni olsa, u holda yana shunday ψ holat mavjudki, shu ψ holatda L fizik kattalikni o’lchaganda yoki L_1 qiymatga yoki L_2 qiymatga olib keladi. U holda ψ funkstiya ψ_1 va ψ_2 Larni chiziqli kombinastiyasidan iborat bo’ladi.

$$\psi = C_1\ \psi_{1+C_2}\psi_2 \qquad (1.2)$$

S_1 va S_2 lar o’zgarmaslar.

Bu holatlar superpozistiya prinstipini ko’rsatib, to’lqin funkstiya qanoatlantiradigan barcha tenglamalar ψ ga nisbatan chiziqli bo’lishga olib keladi. Sistema holatlari ikkitadan ortiq bo’lishi ham mumkin, u holda $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots \psi_n$ uchun funkstiyani quyidagicha yozamiz.

$$\psi = \sum_{n=1}^{m} C_n \psi_n \qquad (1.3)$$

Buning ma'nosi shuki, L fizik kattalikni ψ holatda o'lchaganda L_1, L_2, L_3.... ...L_n qiymatlaridan biriga teng bo'ladi. Ko'p hollarda to'lqin tenglamani echimla-ri avval ko'rsatilgan standart shartlarga mos holda parametrlarni ixtiyoriy qiymatlarida Shredinger tenglamasini qanoatlantiravermasdan, balki parametrlarni ma'lum diskret qiymatlarida tenglamani qanoatlantiradi. Parametrlarni bunday qiymatlarga xususiy qiymat va shu xususiy qiymatlariga mos echimlarni xususiy funkstiyalar deymiz. Masalan biz ko'rgan echimlar energiya E parametr hisoblanadi, uning xususiy qiymatlari E_1, E_2, E_3...E_n esa bularga mos xususiy funkstiya esa $\psi_1, \psi_2, \psi_3, ...\psi_n$ bo'ladi.

Energiyaning mumkin bo'lgan qiymatlari birgalikda energiya spektrini tash-kil kiladi. Shu xususiy funkstiyalar ortonormallik shartiga bo'ysunishini ko'rsataylik.

ψ_n va $\psi_{n`}*$ xususiy funkstiyalar uchun Shredinger tenglamasini yozaylik.

$$\nabla^2 \psi_n + \frac{2m}{\hbar^2}(E_n - u)\psi_n = 0 \qquad (1.4)$$

$$\nabla^2 \psi_{n`}^* + \frac{2m}{\hbar^2}(E_n - u)\psi_{n`}^* = 0 \qquad (1.5)$$

(1.4) ni $\psi_{n`}^*$ ga, (1.5) ni (ψ_n) ga ko'paytirib xuddi avvalgi kabi qo'shamiz,

$$\psi_{n`}^* \nabla^2 \psi_n - \psi_n \nabla^2 \psi_{n`}^* + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E_n - E_n^1\right)\psi_n^* \psi_n = 0 \qquad (1.6)$$

$$\psi_n^* \nabla^2 \psi_n - \psi_n \nabla^2 \psi_{n`}^* = divB; \quad B = \psi_n^* \nabla \psi_n - \psi_n \nabla \psi_{n`}^*$$

Cheksizlikda to'lqin funkstiya nolga intilish shartidan

$$\int_{-\infty}^{+\infty} divB dV = \oint B_n ds = 0$$

u holda (1.6) dan quyidagini olamiz.

$$\left(En - En^1\right)\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{n`} * \psi_n dv = 0 \qquad (1.7)$$

Agar $n \neq n$ bo'lca, $E_n = E_{n`}$ holda faqat integral nolga teng bo'lishi kerak

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{n`} * \psi_n dv = 0$$

(ortogonallik sharti). Bordiyu n`=n bo'lsa $E_n = E_{n`}$ BO'Lib, integral birga teng bo'ladi.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{n`}^* \psi_n dv = 1 \qquad (1.8)$$

Shunday kilib, E_1, E_2, E_3... E_n xususiy qiymatlarga mos keluvchi xususiy $\psi_1, \psi_2, \psi_3, ...\psi_n$ funkstiyalar qiymatlari haqiqatdan ham ortonormallik shartiga bo'ysunishi kerak ekan.

2. Fizik kattaliklarni chiziqli qo'shma operatorlar yordamida ifodalash.

Kvant mexanikasini ko'p masalalarini echishda operastion hisobidan keng foydalaniladi. Buning qulayligi shundaki, ko'p uzundan-uzun tenglamalarni operatorlar yordamida ifodalab, u operatorning tayyor holdagi xususiy, echimlaridan foydalanib tenglamani echimini topish mumkin bo'ladi

Operator $\hat{L}$ deganda shunday bir qoidani tushunish kerakki, unga ko'ra berilgan sohadagi xar qanday ψ funstiyaga shu sohada yangi mos φ funkstiyani taqqoslanadi. Matematik ifodasi quyidagicha

$$\hat{L}\psi = \varphi \qquad (2.1.)$$

boshqacha aytganda $\hat{L}$ operator ψ funkstiyaga ta'sir kilib, φ funkstiyani xosil qildi. Masalan, x^2 funstiyaga 2x ni solishtirish mumkin bo'ladi, agar differenstiallash operatori $\hat{L} = \frac{d}{dx}$ ni x^2 ga ta'sir ettirilsa

$$\frac{d}{dx} = \left(x^2\right) = 2x$$

Yoki bo'lmasa quyidagi differenstial tenglamani operator formasida yozilishini ko'raylik.

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + b\psi = 0$$

Ushbu tenglamani $\hat{L}\psi = -b\psi$ ko'rinishida yozsak, $\hat{L}$ operator ko'rinishi

$$\hat{L} = \frac{d^2}{dx^2}$$

kabi bo'ladi. $-b$ esa xususiy parametr yoki xususiy qiymatdir. Umumiy holda, agar $\hat{L}$ operator va ψ funkstiya uchun quyidagi munosabat bajarilsa.

$$\hat{L}\varphi = L\varphi \qquad (2.2)$$

Unda L, $\hat{L}$ operatorning xususiy qiymati, ψ esa xususiy funkstiyasi deyiladi. Operatorlar xossalarini o'rganishdan oldin quyidagi tenglamani operator ko'rinishida aniqlaylik.

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\right)\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

Differenstiallash operatorini $\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{d^2}{dx^2}$ deb belgilaymiz va tenglamani qayta yozamiz.

$$\hat{T}\psi(x) + U\psi(x) = E\psi(x) \qquad (2.3)$$

$\hat{T}\psi(x) = (E-U)\psi(x)$ bu erda $\hat{T}$ operatorni xususiy qiymati $(E-U)$ bo'lishi kerak, ya'ni to'la energiyadan potenstial energiyani ayirmasi kinetik energiya qiymatidan iborat ekan. Shuning uchun $\hat{T}$ operatorga kinetik energiya operatori deyiladi. Shy kinetik energiya operatori $\hat{T}$ ni boshqacha yozaylik.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{1}{2m}\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right)\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right) = \frac{1}{2m}\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right)^2\psi = \frac{\hat{P}^2}{2m}\psi \qquad (2.4)$$

bu erda

$$\hat{P}x = -i\hbar\frac{d}{dx} \qquad (2.5)$$

impuls operatori deyiladi. Shu $\hat{P}$ operatorni xususiy qiymatini aniqlaylik. Shu $\hat{P}$ operatorni $\psi = e^{\pm ikx}$ funkstiyaga ta'sir ettiramiz.

$$\hat{P}\psi = \hat{P}\left(e^{\pm ikx}\right) = -i\hbar\frac{d}{dx}e^{-ikx} = -i\hbar(\pm)ike^{\pm ikx} = \pm\hbar ke^{\pm ikx} = Pe^{\pm ikx}$$

Bulardan $\hat{P}\psi = P\psi$ shuni aytish mumkinki, agar e^{ikx} funstiyaga $\hat{P}$ operator ta'sir qilsa e^{ikx} funkstiyani $\mathrm{P} = \hbar\mathrm{k}$ ga ko'paytirilganda ekvivalent ekan. $\mathrm{P} = \hbar\mathrm{k}$ impuls $\hat{P}$ impuls operatorini xususiy qiymati hisoblanadi. Kinetik energiya operatori impuls operator orqali ifodalanar ekan, bu erda

$$\hat{T} = \frac{\hat{P}^2}{2m}$$

Aytish kerakki, operator qanday ko’rinishda bo’lmasin, hamma xildagi funkstiyalar ham xususiy funkstiya bo’lavermaydi. Yuqoridagi misolda $e^{\pm ikx}$ funkstiya tanlangani uchun mos keldi, xolos. Aslida funkstiyani topish kerak. Eng sodda operatorlardan biri koordinata operatori hisoblanadi. Koordinata operatorini funkstiyaga ta’siri funkstiyani koordinataga ko’paytirishga ekvivalentdir, ya’ni $\hat{x}\varphi = x\varphi$. Bu erda $\hat{x} = x$, $\hat{y} = y$, $\hat{z} = z$. Faqat koordinataning funkstiyasi hisoblangan potenstial energiya operatori ham ko’paytirish operatoridan iborat bo’ladi.

$$\hat{U}(x, y, z) = U(x, y, z)$$

Endi (2.3) tenglamani boshqatdan yozsak,

$$\hat{T}\psi(x) + \hat{U}(x)\psi(x) = E\varphi(x)$$

Har ikki $\hat{T}$ va $\hat{U}$ operatorlarini $\hat{H} = \hat{T} + \hat{U}$ deb belgilasak,

$$\hat{H}\psi = E\psi \qquad (2.6)$$

$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \hat{U}$ - to’la energiya operatori yoki gamiltonian deyiladi. Shredingerning to’la tenglamasidan

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + U\right)\psi(xt) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(xt) \qquad (2.7)$$

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \qquad \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \hat{U}$$

Bu erda $\hat{T} = \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ kinetik energiya operatori.

To’la energiya kinetik va potenstial energiyadan iborat bo’lganligi uchun gamiltonian $\hat{H}$ ko’rinishi (2.7) kabi bo’ladi. Bordiyu zappa elekromagnit maydonda bo’lsa, u holda zarraning to’la energiyasining ko’rinishi faqat potenstial va kinetik energiyalar yig`indisidan iborat bo’lmay, balki maydondagi energiyalar hisobga olinadi.Endi shu hol uchun gamiltonian ko’rinishi qandayligini yozaylik. Maydon nazariyasida isbotlandiki, ixtiyoriy elektromagnit maydonni skalyar potenstial U va vektor potenstial A yordamida quyidagicha aniqlash mumkin.

$$\vec{E} = -\nabla U - \frac{1}{C}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{H} = rot\,\vec{A} \qquad (2.8)$$

Klassik mexanikada elektromagnit maydondagi to’la energiya ko’rinishini saqlagan holda magnit maydon vektor potenstiali va elektr maydon potenstiali yordamida to’la energiya operatorini yozamiz:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\left(\hat{\vec{P}} - \frac{e}{c}\hat{\vec{A}}\right)^2 + eV + U \qquad (2.9)$$

bu erda $\hat{P}_{ум} = \hat{\vec{P}} - \frac{e}{c}\hat{A}$ umumlashgan impuls deyiladi. (2,9) ni kengaytiribroq va operatorlar o’rnini almashtirib yuborish mumkin emasligini hisobga olib yozamiz:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\left[\left(\hat{P} - \frac{e}{c}\hat{\hat{A}}\right)\left(\hat{P} - \frac{e}{c}\hat{A}\right)\right] + eV + U = \frac{1}{2m}\left[\hat{P}\hat{P} - \frac{e}{c}\hat{P}\hat{A} - \frac{e}{c}\hat{A}\hat{P} + \frac{e^2}{c^2}\hat{A}\hat{A}\right] +$$

$$+ eV + U = \frac{1}{2m}\left[\hat{P}^2 - \frac{e}{c}\hat{P}\hat{A} - \frac{e}{c}\hat{A}\hat{P} - \frac{e^2}{c^2}\hat{A}^2\right] + eV + U$$

(2.10)

Bu erda $\hat{P}$ va $\hat{A}$ operatorlarni tashkil etuvchilarga ajratib yozsak,

$$\left(\hat{P} - \frac{e}{c}\hat{A}\right)^2 = \left(P_x \frac{e}{c}\hat{A}_x\right)^2 + \left(P_y \frac{e}{c}\hat{A}_y\right)^2 + \left(P_z \frac{e}{c}\hat{A}_z\right)^2 \qquad (2.11)$$

Endi harakat miqdori momenti operatorini aniqlaylik. U impuls momenti radius vektorini impulsga vektor ko'paytmasi orqali aniqlanar edi.

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\vec{P}\right] \qquad (2.12)$$

Tashkil etuvchilarga ajratib yozaylik, uning uchun vektor ko'paytma qoidasidan foydalanamiz.

$$\vec{M}_{x,y,z} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ \hat{P}_x & \hat{P}_y & \hat{P}_z \end{vmatrix} \begin{matrix} \hat{M}_x = y\hat{P}_z - z\hat{P}_y \\ \hat{M}_y = -\left(x\hat{P}_z - z\hat{P}_x\right) = z\hat{P}_x - x\hat{P}_z \\ \hat{M}_z = x\hat{P}_y - y\hat{P}_x \end{matrix} \qquad (2.13)$$

Endi impuls momenti operator ko'rinishini impuls $\hat{P} = -i\hbar\nabla$ va $\hat{x} = x,\ \hat{y} = y,\ \hat{z} = z$ koordinata operatoridan foydalanib yozamiz.

$$\hat{M}_x = \hat{y}\hat{P}_z - \hat{z}\hat{P}_y = -i\hbar\left(y\frac{\partial}{\partial_z} - z\frac{\partial}{\partial_y}\right)$$

$$\hat{M}_x = \hat{z}\hat{P}_x - \hat{x}\hat{P}_z = -i\hbar\left(z\frac{\partial}{\partial_z} - \frac{\partial}{\partial_y}\right) \qquad (2.14)$$

$$\hat{M}_z = \hat{x}\hat{P}_y - \hat{y}\hat{P}_x = -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)$$

$$\hat{M} = \hat{M}_x + \hat{M}_y + \hat{M}_z \qquad (2.15)$$

Impuls momenti kvadrati operatori ko'rinishini yozsak,

$$\hat{M}^2 = \hat{M}_x^2 + \hat{M}_y^2 + \hat{M}_z^2 \qquad (2.16)$$

Shunday qilib, biz koordinata, impuls, kinetik energiya, potenstial energiya, to'la energiya – gamiltonian, impuls momenti kvadrati operatorlarini ko'rinishini aniqladik. Ular quyidagi jadvalda umumlashgan.

3.Operatorlarning xossalari

Kvant mexanikasining matematik apparatini asosini uzluksiz, bir qiymatli, chekli, De-Broyl to'lqinini ifodalovchi to'lqin funkstiya orqali fizik sistema holatini yozish mumkin degan postulat tashkil kiladi. Shu bilan birga aytish mumkinki, ixtiyoriy kuzatilayotgan fizik kattalik L ga kvant mexanikasida $\hat{L}$ operator mos keladi. Fizik kattalikni mumkin bo'lgan qiymatlari L_n esa mos operator $\hat{L}$ ning xususiy qiymatlari bo'ladi, ya'ni

$$\hat{L}\psi_n = L_n\psi_n$$

Biror fizik kattalik G ning o'rtacha qiymati $\vec{G}$ ni kvant mexanikasida aniqlash uchun, shu kattalikni holatini ifodalaydigan, vaqtga bog`liq bo'lmagan $\psi(x)$ to'lqin funkstiya orqali quyidagi amalni bajarish kerak.

$$\overline{G} = \int\int\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* G \psi dv \qquad 3.1$$

Bu $\vec{G}$ kattalik ixtiyoriy holda impuls, energiya, koordinata yoki boshqa biror fizik kattalikdir.

O'rtacha qiymatni nima uchun bunday (3.1) holda aniqlashni ko'rsataylik.

Klassik mexanikadan ma'lumki, tasodifiy x kattalikni biror o'lchamdagi o'rtacha qiymatini topish uchun $N = n_1 n_2 ... n_k$ o'lchashlardagi qiymatlar yngindisini o'lchashlar soniga nisbati kabi aniqlanar edi, ya'ni

$$x = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 .... x_k n_k}{N}$$

Agar N kattalashib borsa o'rtacha qiymati $\vec{x}$ aniq bir qiymatga intiladi, u holda tasodifiy x kattalikni o'rtacha qiymati yuz berishi ehtimoliga ko'paytmalari yig`indisidan iborat bo'ladi.

$$\begin{aligned} x = d &= \lim_{N\to\infty} x_1 \frac{n_i}{N} = x_1 \lim_{N\to\infty} \frac{n_1}{N} + x_2 \lim_{N\to\infty} \frac{n_2}{N} + ... x_k \lim \frac{N_k}{N} = \\ &= x_1 W_1 + x_2 W_2 + ... x_k W_k = \sum_{i=1}^{k} x_1 W_i \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Bu erda $W_i = \lim \frac{n_i}{N}$ tasodifiy kattalikni i holatda bo'lish ehtimoli.

Agar kattalik uzluksiz o'zgarib borsa

$$\overline{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \qquad (3.3)$$

$f(x)$ funkstiya ehtimollik taqsimlanishidir.

Kvant mexanikasi holida zappa biror holatda bo'lishi ehtimoli zichligi $|\psi|^2$ kabi aniqlangani uchun biror fizik kattalikni o'rtacha qiymatini $\vec{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x|\psi|^2 dx$ kabi aniqlash mumkin. Demak, $|\psi|^2 = \psi\psi^*$ tenglikdan foydalanib, ixtiyoriy G kattalikni fazoda o'rtacha qiymatini (3.1) formula orqali aniqlash mumkin ekan. Endi shu formula orqali R va E ning o'rtacha qiymatini aniqlamoqchi bo'lsak

$$P_x = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* P_x \psi dx \quad \text{va} \quad E = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* E \psi dx$$

ko'rinishda yozib aniqlab bo'lmaydi, chunki P_x va E larni ham integrallash o'zgaruvchisi orqali ifodalashimiz kerak, ya'ni $P_x(x,t)$ va E(x,t) orqali yozilishi kerak. Bu esa De Broyl, to'lqin funkstiyasi orqali aniqlangan edi, ya'ni

$$\psi(xt) = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - Px)} \qquad (3.4)$$

$$\frac{\partial \psi(xt)}{\partial t} = -A\frac{i}{\hbar} E \ell^{-\frac{i}{\hbar}(Et - Px)} = -\frac{i}{\hbar} E \psi(xt)$$

Buni x va t bo'yicha integrallab quyidagicha yozish mumkin.

$$E\psi(xt) = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(xt)}{\partial t} = i\hbar\frac{\partial\psi(xt)}{\partial t}$$

yoki

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

desak,

$$\hat{E}\psi(xt) = E\psi(x,t) \text{ bo'ladi.}$$

Demak, E o'rniga $\hat{E}$ operator olinsa, integrallash o'zgaruvchisi orqali ifodalaniladi. Xuddi shunday impulsni ham x bo'yicha ifodasini topish uchun (3.4) ni x bo'yicha differenstiallaymiz.

$$\frac{\partial\psi(xt)}{\partial x} = +\frac{i}{\hbar}PA\ell^{\frac{i}{\hbar}}(Et - Px)$$

$$\hat{P}_x\psi(xt) = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi(xt)$$

ekanini hisobga olsak,

$$\hat{P}_x\psi(xt) = P\psi(xt) \text{ yoki } \quad -i\hbar\frac{\partial}{\partial_x} = \hat{P}_x \qquad (3.5)$$

$$\begin{aligned} P_x &= \int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\hat{P}_x\psi(x,t)dx = \int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\left(it\frac{\partial}{\partial x}\right)\psi dx = -it\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\frac{\partial}{\partial x}\psi(xx)dx \\ \overline{E} &= \int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\hat{E}\psi dx = \int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\left(it\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi dx = i\hbar\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\frac{\partial}{\partial t}\psi dx \end{aligned} \qquad (3.6)$$

Umumiy holda

$$L = \int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\hat{L}\psi dx \qquad (3.7)$$

Eslatib utamiz, integral osti ifodalarini urnini almashtirib yozish natijalarni ma'nosini yo'qotadi. Yuqoridagilardan ko'ramizki kvant mexanikasida mikrozarrani xarakterlovchi xar bir kuzatiluvchi fizik kattalikka matematik operator mos quyilar ekan va klassik fizikada fizik kattaliklarning son qiymatlari orasidagi bog`lanishni beruvchi formulalar kvant mexanikasidagi shu kattaliklar operatorlari orasidagi bog`lanishdan iborat deb karalishi kerak ekan.

Endi onepatorlar quyidagi xossaga ega bo'lsa, chiziqli operatorlar deyiladi.

$$\hat{L}(C_1\psi_1 + C_2\psi_2) = C_1\hat{L}\psi_1 + C_2\hat{L}\psi_2 \qquad (3.8)$$

bu erda ψ_1, ψ_2 lar ixtiyoriy funkstiya C_1, S_2 ixtiyoriy o'zgarmaslar.

Masalan, $\hat{L} = \frac{\partial}{\partial x}$ yoki $\hat{L} = \sqrt{\ }$ operatorlarini ko'rsak $\frac{\partial}{\partial x}$ chiziqli, $\sqrt{\ }$ chiziqli bo'lolmaydi. Operatorlar kompleks qo'shma yoki Ermit operatorlari deyiladi, agar quyidagi shart bajarilsa

$$\int \psi_1^*(x)\hat{L}\psi_2(x)dx = \int \psi_2(x)\hat{L}^*\psi_1^*dx \qquad (3.9)$$

Buning ma'nosi shundaki, faqat shu (3.8) shartga bo'ysingan operatorlargagina haqiqiy (mavhum bo'lmagan) fizik kattaliklarni ifodalay oladi, operatorlar $\hat{L}$ ga mos kompleks qo'shma operator $\hat{L}$ bo'ladi, agar $\hat{L}\psi = \varphi$ bo'lganda ham o'rinli bo'lsa. Operatorlar $\hat{A}$ va $\hat{B}$

kommutativ: o'rin almashtirish xossasiga ega, deyiladi, agar $\hat{A}\hat{B} \sim \hat{B}\hat{A} = 0$ bo'lsa, bordiyu $\hat{\mathrm{F}}$ ga teng bo'lsa kommutativ emas deyiladi.

Kommutativ operatorlar yordamida ifodalangan fizik kattaliklar bir vaqt-ning o'zida aniqlanishi mumkin bo'lgan kattaliklar hisobpanadi va aksincha kommutativ bo'lmasa bir vaqtning uzida aniqlab bumaydi. Shunday xossaga qanday operatorlar egaligini tekshiraylik. ψ(x,y,z) to'lqin funkstiya uchun impuls koordinata operatorlari o'rin almashtirish qanday natijaga olib kelishini ko'raylik.

$$\hat{P} = \hat{P}_x + \hat{P}_y + \hat{P}_z;\ \hat{P}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x};\ \hat{P}_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}\quad \hat{P}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial z}\ \text{bo'lsa}$$

$$\left(\hat{X}\hat{P}_x - \hat{P}_x X\right)\psi = \hat{X}\hat{P}_x\psi - \hat{P}_x\hat{X}\psi$$

xar bir xadni aloxida hisoblab so'ng ayiramiz.

$$X\hat{P}_x\psi = -ixh\frac{D}{D_x}\psi$$

$$\hat{P}X\psi = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\left(x\psi\right) = -i\hbar\frac{\partial x}{\partial x}\psi - i\hbar\frac{D\psi}{Dx}$$

$$X\hat{P}_x\psi - \hat{P}_x\psi = i\hbar\psi$$

$$X\hat{P}_x - \hat{P}_x X = i\hbar$$

Shunga o'xshash

$$Y\hat{P}_y - \hat{P}_y Y = i\hbar,\quad Z\hat{P}_z - \hat{P}_z Z = i\hbar \qquad (3.10)$$

Kuramizki, impuls koordinata bilan mos holdagi tashkil etuvchisi kommuta tiv emas, ya'ni bir vaqtning o'zida o'lchab bo'lmaydigan kattalar ekan. Bordiyu koordinata bilan impuls mos bo'lmagan tashkil etuvchilari operatorlarini tekshirsak ylap kommutativligini ko'ramiz.

Masalan:

$$\left(\hat{y}\hat{P}_x - \hat{P}_x\hat{y}\right)\psi = y\hat{P}_x\psi - \hat{P}_x y\psi$$

$$-yi\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi = -y\ i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x};\ -ih\frac{\partial}{\partial x}\left(y\psi\right) = -t\hbar y\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

ayirmasi esa

$$y\hat{P}_x - \hat{P}_x y = 0\quad z\hat{P}x \sim x\hat{P}_x z = 0\quad y\hat{P}_z - \hat{P}_z y = 0 \qquad (3.11)$$

Ixtiyoriy F(xyz) funkstiya bilan impuls operatorini o'rin almashtirish munosabatini o'rnatsak quyidagicha bo'ladi.

$$F\hat{P}_x - F_x\hat{P} = i\hbar\frac{\partial F}{\partial x}$$

$$F\hat{P}_y - F_y\hat{P} = i\hbar\frac{\partial F}{\partial y} \qquad (3.12)$$

$$F\hat{P}_z - F_z\hat{P} = i\hbar\frac{\partial F}{\partial z}$$

Endi impuls momenti operatori tashkil etuvchilarini uzaro kommutativligini tekshiraylik. (2.13) ifodalardan impuls momentlari qiymatlarini solishtiraylik.

$$\hat{M}_y\,\hat{M}_z=\left(z\hat{P}_x-x\hat{P}_z\right)\left(x\hat{P}_y-y\hat{P}_x\right)=z\hat{P}_x\,x\hat{P}_y-z\hat{P}_x y\hat{P}_x-x\hat{P}_z x\hat{P}_y+x\hat{P}_z y\hat{P}_x=z\hat{P}_x x\hat{P}_y-$$
$$zy\hat{P}_x\hat{P}_x-x^2\hat{P}_z\hat{P}_y+xy\hat{P}_z\hat{P}_x$$
$$\hat{M}_z\,\hat{M}_y=\left(x\hat{P}_y-y\hat{P}_x\right)\left(z\hat{P}_x-x\hat{P}_z\right)=x\hat{P}_y\,z\hat{P}_x-x\hat{P}_y x\hat{P}_z-y\hat{P}_x z\hat{P}_x+y\hat{P}_x x\hat{P}_z=x\hat{P}_y z\hat{P}_x-$$
$$x^2\hat{P}_y\hat{P}_z-zy\hat{P}_x\hat{P}_x+y\hat{P}_x x\hat{P}_z$$
oldingidan keyingini ayiramiz.
$$\hat{M}_z\hat{M}_y-\hat{M}_z\hat{M}_y=z\hat{P}_y\left(\hat{P}_x x-x\hat{P}_x\right)+y\hat{P}_z\left(x\hat{P}_x-\hat{P}_x x\right)=i\hbar\left(z\hat{P}_y-y\hat{P}_z\right)=i\hbar\hat{M}_x$$
Chunki
$$\left(x\hat{P}_x-\hat{P}_x x\right)=i\hbar \qquad \text{va} \qquad \left(\hat{P}_x x-x\hat{P}_x\right)=-ih$$
edi. Shunga uxshash
$$\hat{M}_y\hat{M}_z-\hat{M}_z\hat{M}_y=ih\hat{M}_x$$
$$\hat{M}_z\hat{M}_x-\hat{M}_x\hat{M}_z=ih\hat{M}_y \qquad (3.13)$$
$$\hat{M}_y\hat{M}_x-\hat{M}_x\hat{M}_y=ih\hat{M}_z$$

Demak, impuls momenti operatorlari komponentlari uzaro kommutativ bo’lmasdan, kommutatori ikki tashkil etuvchi uchun uchinchi xilini $i\hbar$ ga ko’paytmasidan iborat.Endi impuls momenti operatori kvadrati bilan ixtiyoriy impuls momenti komponenti kommutativligini tekshiraylik. $\hat{M}_x\,\hat{M}^2-\hat{M}^2\,\hat{M}_x=0$ haqiqatdan ham M_x ifodasini (2.4)» dan $\hat{M}^2$ ifodani urniga qo’yib hisoblab chiqilsa, kommutativ ekanini topamiz
$$\hat{M}_y\hat{M}^2-\hat{M}^2\hat{M}_y=0$$
$$\hat{M}_z\hat{M}^2-\hat{M}^2\hat{M}_z=0 \qquad (3.14)$$

Bulardan ko’ramizki, impuls momenti operatori komponentalarini bir vaqtning uzida aniqlab bo’lmasa, impuls momenti kvadrati bilan biror tashkil etuvchisini bir vaqtning uzida aniqlash mumkin ekan.

Operatorlar o’rin almashtirish xossalari asosida to’la energiya operatorini boshkacha yozish mumkin bo’ladi. (2.10) ifodadagi gamiltonian ko’rinishini kayta yozaylik.
$$\hat{H}=\frac{1}{2}m\left[\hat{P}^2-\frac{e}{e}\hat{P}\hat{A}-\frac{e}{c}\hat{A}\hat{P}-\frac{e^2}{c^2}\hat{A}^2\right]+eV+U \qquad (2.10)$$
bu erda $-\frac{e}{c}\hat{P}\hat{A}-\frac{e}{c}\hat{A}\hat{P}$ ifodani umumiy (3.12) formuladan foydalanib quyidagicha yozamiz:
$$-\frac{e}{c}\hat{P}_x\hat{A}_x-\frac{e}{c}A_xP_x=-\frac{e}{c}\left[\hat{P}_x\hat{A}_x-\hat{A}_x\hat{P}_x\right]-2\frac{e}{c}\hat{A}_x\hat{P}_x=-\frac{e}{c}c\hbar\frac{\partial A_x}{\partial x}-2\frac{e}{c}\hat{A}_x\hat{P}_x$$
(2.10) ifodani qayta yozamiz.
$$\hat{H}-\frac{1}{2m}\left[P_x^{\,2}-\frac{2e}{c}\hat{A}\hat{P}_x-\frac{i\hbar e}{c}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{e^2}{c^2}\hat{A}_x^{\,2}\right]+eV+U$$
xamma komponentalar uchun umumiy holda yoesak,
$$\hat{H}=\frac{1}{2m}\left[\hat{P}^2-\frac{2e}{c}\hat{A}\hat{P}-\frac{i\hbar e}{c}diV\hat{\hat{A}}+\frac{e^2}{c^2}\hat{A}^2\right]+eV+U \qquad (3.15)$$

Bu operator kvant mexanikasida asosiy operatorlardan biri bo’lib, buning ko’rinishi tanlash bilan kurayotgan sistemani matematika tilidagi ifodasini yozgan bo’lamiz. Masalani echimi bilan tajribaning mos kelishi gamiltonian qanday aniqlikda olinishiga bog`liqdir.

4.Operatorlar xususiy qiymatlari va xususiy funkstiyalari, ularning fizik ma'nosi.

Fizik kattaliklardan impuls, energiya harakat miqdori momenti va shunga ukshash kattaliklarga mos operatorlarni kurdikki, ularning deyarli hammasi differenstiallash operatoridan iborat va bir jinsli chiziqli differenstial tenglamalarni tashkil kiladi. Ma'lumki, differenstial tenglamalar yagona va chekli echimga chegaraviy shartlar berilgandagina ega bo'ladi Chegaraviy shartlar esa tenglamani ko'p hollarda parametrlarini tanlangan $L_1, L_2, L_3, \ldots L_n$ qiymatlaridagina echimi mavjudligiga olib keladi. Bu tanlangan parametrlar qiymatlariga xususiy qiymatlar deyiladi va bu xususiy qiymatlariga mos kelgan echimlar $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots \psi_n$ larni xususiy funkstiyalar deyiladi.

Misol uchun bir necha fizik kattaliklar operatorlarni xususiy qiymat va xususiy funkstiyalarni aniqlaylik. Impuls operatori uchun aniqlasak xususiy qiymat R$_x$ va xususiy funkstiya $\psi_p(x)$ qandayligini topaylik.

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi(x) = P_x\psi(x)$$

bu tenglamani echimi

$$\psi P_x(x) = N\ell i\frac{i}{\hbar}P_x x \qquad (4.1)$$

ko'rinishida bo'ladi N-normallashtirish shartidan aniqlanadigan doimiy kattalik.

(4.1) echim R$_x$ pametrining ixtieriy qiymatlarida ham uzluksiz bo'lib De-Broyl yassi to'lqinini xarakterlaydi. Bu erda echim va parametr qiymatlari,chegara viy SHapt berilmagani uchun butun fazoda uzluksizdir. Agar impuls operatori kvadratini potenstial o'ra bilan belgilangan sohadagi qiymatlarni aniqlasak, u holda E$_1$,E$_2$,E$_3$...E$_n$ diskret qiymatlarini va $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots \psi_n$ xususiy funkstiyalarini olamiz, ya'ni $\frac{\hat{P}^2}{2m}\psi = E\psi$ tenglama L kenglikdagi potenstial chuqurda uzluksiz echimga ega emas edi. Yana bir misol tarikasida harakat miqdori moment operatori kvadratini xususiy qiymatlarini aniqlashni ko'rish mumkin ya'ni

$$\hat{M}^2\psi = M\psi \qquad (4.2)$$

$\hat{M}^2$ operatorini Dekart koordinatalari.sistemasidagi ifodasini (2.13, 2.14) ifodalardan bilar edik. Lekin bunday ko'rinishdagi operatorni sferik koordinatalar sistemasidagi ifodasini (4.2) tenglamani echishda ancha qulay bo'lgani uchun $\hat{M}^2$ operatorini sferik koordinatadagi ifodasidan foydalanamiz.

$x = r\sin\Theta\cos\varphi;\ \ y = r\sin\Theta\cos\varphi;\ \ r = r\cos\Theta$ deb belgilab almashtirishlaridan sung quyidagiga kelamiz. Bu ifodani qanday kelganini kelgusida markaziy maydon masalasida ko'ramiz.

$$M_x = i\hbar\left(\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\Theta} + ctg\Theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$$

$$M_y = -i\hbar\left(\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\Theta} - ctg\Theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$$

$$M_z = -i\hbar\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

$$\hat{M}^2 = \hbar^2\nabla\frac{2}{\Theta\varphi} = -\hbar^2\left[\frac{1}{\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial\Theta}\left(\sin\Theta\frac{\partial}{\partial\Theta}\right)+\frac{1}{\sin^2\Theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] \quad (4.3)$$

$\nabla^2_{O\varphi}$ - sferik ko'rinishdagi Laplas operatori deyiladi. 4.2 tenglamani $\nabla^2_{O\varphi}$ orqali qayta yozsak,

$$-\hbar^2\nabla^2_{O\varphi}\psi = M^2\psi \qquad \text{va} \qquad \frac{M^2}{\hbar^2} = -\lambda$$

deb belgilasak quyidagi

$$\nabla^2_{O\varphi}\psi + \lambda = 0 \quad (4.5)$$

tenglamaga kelamiz.

Bu tenglamani echimi ham λ parametrning $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots \lambda_n$ qiymatlarida mavjud bo'ladi. To'la echimini kelgusida ko'ramiz. Shunday kilib, xar bir operatorni xususiy qiymat va xususiy funkstiyasi ma'lum bo'lsa shu operatorga mos fizik kattalikni aniqlash mumkin bo'lar ekan.

MA'RUZA №8

MAVZU: **KVANT FIZIKANING MATEMATIK APPARATI**

Reja:

1. Kommutativ va nokommutativ operatorlar.
2. Fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymati va o'rtacha kvadratik og`ishini hisoblash.

ADABIYOTLAR

1. D.I.Bloxinstev. Osnovы kvantovoy mexaniki. M., 1961.
2. A.A.Sokolov, Yu.M.Pekutov, I.M.Ternov. Kvantovaya mexanika. M., 1962.
3. L.R.Landau, E.M.Lifshist. Kvantovaya mexanika, nerelyativicheskaya teoriya. M., 1963.
4. Dj.Mak-Konnel. Kvantovaya mexanika chastist. M., 1962.

1. Kommutativ va nokommutativ operatorlar

Bizga bir nechta operatorlar berilgan bo'lsa, ular orqali boshqa murakkab operatorlarni yasash mumkin. Oddiy operatorlar yordamida boshqa murakkab operator tuzish yo'lini bir nechta algebraik qoidalar orqali ifodalash mumkin.

Ikkita chiziqli va Ermit bo'lgan $\hat{A}$ va $\hat{B}$ operatori bilan berilgan bo'lsin. Bu operatorlarni yig`indisi $\hat{C}$ ni quyidagicha topamiz:

$$\hat{C}\psi = \hat{A}\psi + \hat{B}\psi. \quad (12.19)$$

Misol uchun, agar $\hat{A} = i\frac{\partial}{\partial x}$ va $\hat{B} = x$ bo'lsa (12.19) qoidaga ko'ra

$$\hat{C} = i\frac{\partial}{\partial x} + x. \quad (12.20)$$

Endi operatorlarni bir-biriga ko'paytirish amalini ko'raylik. $\hat{A}$-operatorni $\hat{B}$-operatorga ko'paytirganda $\hat{C}$-operatorni hosil bo'lishi

$$\hat{C}\psi = \hat{A}\left(\hat{B}\psi\right) \qquad (12.21)$$

ko'rinishida ifodalanadi. (12.21) ga ko'ra ψ-funkstiyaga avval $\hat{B}$ operatorini ta'sir ettirib, so'ng hosil bo'lgan natijaga $\hat{A}$-operatorni ta'sir ettirish kerak. Simvolik jihatdan bu

$$\hat{C} = \hat{A}\cdot\hat{B} \qquad (12.22)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Misol: agar $\hat{A} = i\dfrac{\partial}{\partial x}$, $\hat{B} = x$ bo'lsa, u holda

$$\hat{C}\psi = \hat{A}\left(\hat{B}\psi\right) = i\frac{\partial}{\partial x}(x\psi) = i\psi + ix\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

bundan

$$\hat{C} = i + ix\frac{\partial}{\partial x} = i\left(1 + x\frac{\partial}{\partial x}\right).$$

Qizig`i shundaki, operatorlarning ko'paytirish amali ularni qanday tartibda ko'paytirishga bog`liq. Masalan,

$$\hat{C}'\psi = \hat{B}\left(\hat{A}\psi\right) = ix\frac{\partial\psi}{\partial x},$$

ya'ni

$$\hat{C}' = ix\frac{\partial}{\partial x}.$$

Shuning uchun agar $\hat{A}$ va $\hat{B}$-operatorlar berilgan bo'lsa $\hat{C}$ ko'rinishidagi ko'paytmadan boshqa

$$\hat{C}' = \hat{B}\hat{A} \qquad (12.23)$$

ko'paytmani hosil qilish mumkin.

Yuqorida qayd qilingan qoidalar yordamida operatorlar ustida qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lish amallarini bajarish mumkin. Bu amallar xuddi oddiy algebradagi amallarga o'xshab qilinadi, biroq bir narsani unutmaslik kerak, operatorlar bilan ish ko'ganda ko'paytiruvchilarni joylashish tartibini o'zgartirmaslik kerak.

Masalan,

$$\hat{C} = \left(\hat{A} - \hat{B}\right)\left(\hat{A} + \hat{B}\right) = \hat{A}^2 + \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} + \hat{B}^2.$$

Lekin

$$\hat{C} \neq \hat{A}^2 - \hat{B}^2$$

deb yozish o'rinli bo'lmaydi.

Ko'paytiruvchilarni joylashish tartibini o'zgartirmasdan amallar bajaradigan algebra *nokommutativ kattaliklar algebrasi* deyiladi.

Agar $\hat{C}$ va $\hat{C}$' ko'paytmalar teng bo'lsa, u holda

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0. \qquad (12.24)$$

Bu holda $\hat{A}$ va $\hat{B}$ operatorlar *kommutativ operatorlar*, aksincha *nokommutativ operatorlar* deyiladi.

Masalan,

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = \hat{F} \qquad (12.25)$$

nokommutativ bo'lgani bo'lgani uchun $\hat{A}$ va $\hat{B}$ operatorlar *nokommutativ* yoki *antikommutativ operatorlar* deyiladi.

Demak, (12.25) ni

$$\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A} \qquad (12.26)$$

ko'rinishda ham yozish mumkin.

Odatda $\hat{A}$ va $\hat{B}$ operatorlar kommutativ bo'lsa, ularning kommutatorlarini

$$\left[\hat{A}, \hat{B}\right] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0 \qquad (12.27)$$

ko'rinishida ham beriladi.

Keyingi boblarda kvant mexanik operatorlarni ba'zi birlarini kommutativlik va nokommutativlik xossalari bilan tanishamiz.

2. Fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymati va o'rtacha kvadratik og`ishini hisoblash.

Kvant mexanikada operatorlarni qo'llanishidan bosh maqsad har bir L mexanik kattalik uchun kvant mexanikada unga mos kelgan chiziqli o'ziga qo'shma $\hat{L}$ operator qo'yiladi va u simvolik ko'rinishda

$$L \to \hat{L}$$

ko'rinishda yoziladi. U yoki bu operator qaysi fizikaviy kattalikni tasvirlaydi, bu masala shu kattalikni xossalari va uning kuzatish yo'llarini bilan echiladi. $\hat{L}$-operator bilan xarakterlanadigan kvant kattalikni xossalari klassik kattalik *L* ni xossalari bilan o'xshash taqdirda ikkila kattalik uchun ham bir xil nom ishlatiladi.

Masalan, $L = L(\vec{p}_x, \vec{p}_y, \vec{p}_z, x, y, z)$ funkstiya bilan bilan ifodalanuvchi klassik kattalik *L* berilgan bo'lsa, kvant mexanikada unga mos kelgan impuls operatorni

$$\hat{L} = L\left(\hat{\vec{p}}_x, \hat{\vec{p}}_y, \hat{\vec{p}}_z, x, y, z\right)$$

ko'rinishda bo'ladi. $\hat{L}$-kvant operator kvant mexanikadagi $L(p_x, p_y, p_z, x, y, z)$ kattalikni xossalariga o'xshashdir.

Operatorlar bilan o'lchanadigan kattalik orasidagi o'zaro bog`lanish *L*-kattalikni o'rtacha qiymatini ifodalovchi formulalar yordamida bajariladi.

L-kattalikni o'rtacha qiymati $\langle L \rangle$ ni xarakterlovchi (12.12) formulani qayta quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\langle L \rangle = \int \psi^*(x)\hat{L}\,\psi(x)dx. \qquad \mathbf{(12.12)}$$

bunda ham *x* deganda barcha o'zgaruvchilar to'plami tushuniladi. *Dx* esa *dxdydz* – hajmni xarakterlaydi.

(12.12) formula juda ham muhim ahamiyatga ega bo'lgani uchun uni o'lchash natijalarini statistik tahlil qilish g`oyasida izohlaymiz.

$\psi(x)$ funkstiya kvant ansamblni tasvirlasa, u holda L-fizikaviy kattalik ko'p marta qayta-qayta o'lchanadigan fizikaviy kattalikdir. Bu L-kattalik Ermit operatori $\hat{L}$ ga mos qo'yiladi va (12.12) formula yordamida $\langle L \rangle$ kattalik hisoblanadi. Ana shu qiymat o'lchash natijalarini statistik tahlilda olingan o'rtacha qiymatiga mos tushadi.

Fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymatini tavsiflovchi Ermit operatori haqiqiydir, ya'ni

$$\langle L \rangle = \langle L \rangle^*. \tag{12.28}$$

Buni quyidagicha isbot qilamiz.

(12.12) formuladagi o'rtacha qiymatni ikkala tomoniga kompleks qo'shma operastiyani qo'llab, shuningdek, (12.15) ifodadagi $\varphi_2 = \psi$, $\varphi_1^* = \psi^*$ almashtirishlar qilib

$$\langle L \rangle^* = \left(\int \psi^*(x) \hat{L} \psi(x) dx \right)^* = \int \psi(x) \hat{L}^* \psi^*(x) dx = \int \psi^*(x) \hat{L} \psi(x) dx = \langle L \rangle$$

formulani hosil qilamiz.

ψ holatdagi L kattalikning o'rtacha qiymati uning to'la statistik tavsifini bermaydi. Bu kattalik haqidagi aniqroq ma'lumotni uning dispersiyasi $\langle (\Delta L)^2 \rangle$ beradi. Bu qiymat alohida o'lchangan natijalarni o'rtacha o'rta qiymatdan qanchaga og`ishganligini xarakterlaydi. Klassik mexanikada o'rtacha kattalkdan og`ishish $\Delta L = L - \langle L \rangle$ formula bilan ifodalanadi. Unga mos operator

$$\Delta \hat{L} = \hat{L} - \langle L \rangle \tag{12.29}$$

kabi olinadi. Og`ishish kvadrati (dispersiya) $\Delta L^2 = (L - \langle L \rangle)^2$ bo'lgani uchun unga mos kelgan operator

$$\left(\Delta \hat{L} \right)^2 = \left(\hat{L} - \langle L \rangle \right)^2 \tag{12.30}$$

orqali beriladi. O'rtacha qiymatni xarakterlovchi (12.12) formulaga binoan

$$\langle (\Delta L)^2 \rangle = \int \psi^*(x) \left(\Delta \hat{L} \right)^2 \psi(x) dx. \tag{12.31}$$

Shunday qilib, $\hat{L}$-operator ma'lum bo'lsa, u holda $\langle (\Delta L)^2 \rangle$ ni hisoblash mumkin. $\langle L \rangle$-haqiqiy kattalik bo'lgani uchun $\Delta \hat{L}$-operator Ermitdir. Shu bois (12.15) formuladan foydalanib, va unda $\varphi_1^* = \psi^*$ va $\varphi_2 = \Delta \hat{L} \psi$ almashtirishlar kiritib,

$$\langle (\Delta L)^2 \rangle = \int \psi^*(x) \left(\Delta \hat{L} \right)^2 \psi(x) dx = \int \psi^* \Delta \hat{L} \left(\Delta \hat{L} \psi \right) dx =$$

$$= \int \left(\Delta \hat{L} \psi \right) \left(\Delta \hat{L}^* \psi^* \right) dx = \int \left(\Delta \hat{L} \psi \right) \left(\Delta \hat{L} \psi \right)^* dx = \int \left| \Delta \hat{L} \psi \right|^2 dx \tag{12.32}$$

ifodani hosil qilamiz. Bunda $\left| \Delta \hat{L} \psi \right|^2 \geq 0$ bo'lgani uchun (12.32) dan

$$\langle (\Delta L)^2 \rangle \geq 0 \tag{12.33}$$

ekanligi kelib chiqadi. Boshqacha aytganda kvadratik og`ishish doimo musbat yoki nolga teng.

Shunday qilib, kvant mexanikadagi eng muhim formula bu - fizikaviy kattalikning o'rtacha qiymati yoki boshqacha aytganda fizikaviy kattaliklarni matematikaviy kutishni aniqlashdir. Umuman olganda kvant mexanikada o'rtacha qiymat (yoki matematik kutish) (12.12) formula bilan ifodalanadi. Agar $\left\langle (\Delta L)^2 \right\rangle = 0$ bo'lsa, L-kattalik aniq qiymatga ega bo'ladi. (12.12) formulani yozganda biz ψ-funkstiyani birga normalanganligini nazarda tutgan edik. Agar ψ-funkstiya normalanmagan bo'lsa, u holda o'rtacha qiymat

$$\langle L \rangle = \frac{\int \psi^*(x)\hat{L}\,\psi(x)dx}{\int \psi^*(x)\psi(x)dx} \qquad \textbf{(12.34)}$$

formula bilan aniqlanadi. Ko'rib turibsizki, kvant mexanikada barcha fizikaviy kattaliklar aniq berilgan bo'lishi mumkin.

MA'RUZA № 9

MAVZU: **Gamil'ton operatori va energiya operatori. Gamil'tonian. Operatorlarning kommutatsiyasi.**

Reja:

1. **Turli mexanik kattaliklarni bir vaqtda o'lchash sharti.**
2. **Koordinata va impulsning operatorlari.**
2. **Energiya operatori.**
4. **Harakat miqdori momenti operatori.**

ADABIYOTLAR

1. D.I.Bloxinstev. Osnovы kvantovoy mexaniki. M., 1961.
2. A.A.Sokolov, Yu.M.Pekutov, I.M.Ternov. Kvantovaya mexanika. M., 1962.
3. L.R.Landau, E.M.Lifshist. Kvantovaya mexanika, nerelyativicheskaya teoriya. M., 1963.
4. Dj.Mak-Konnel. Kvantovaya mexanika chastist. M., 1962.

1. Turli mexanik kattaliklarni bir vaqtda o'lchash sharti

Klassik mexanikadagi kabi kvant mexanikada ham zarra harakatini tavsiflash uchun zarra koordinatasi, impulsi, impuls momenti, energiya va shunga o'xshash dinamik o'zgaruvchilar ishlatiladi. Kvant mexanikada sistemaning holatini xarakterlovchi to'lqin funkstiya berilgan dinamik o'zgaruvchiga mos kelgan operatorning xususiy funkstiyasi bo'lgan taqdirdagina, ushbu dinamik o'zgaruvchi muayyan bir qiymatga ega bo'lishi mumkin. Mikroolam jarayonlarida turli dinamik o'zgaruvchilarning xususiy funkstiyalari ham umuman olganda turlicha bo'ladi. Shuning uchun o'lchash amaliyotida ikkita dinamik o'zgaruvchining miqdorini ayni bir vaqtda o'lchash cheklangan. Ammo ma'lum shartlar bajarilganda kvant-mexanik o'lchash jarayonlarida ham ikkita dinamik o'zgaruvchining qiymatlarini ayni bir vaqtda aniq o'lchash mumkin. Buning uchun asosiy dinamik o'zgaruvchilarga mos kelgan operatorlar o'zaro kommutativ bo'lishi zarur va etarlidir. Agar operator kommutativ bo'lsa, u holda ularning xususiy funkstiyalari ham umumiy bo'ladi.

$\hat{A}$ va $\hat{B}$ operatorlar bo'lishi uchun $\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$ shart bajarilishi lozim. Kommutativ operatorlar

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = \left[\hat{A}, \hat{B}\right] = 0 \qquad (12.84)$$

kabi belgilanadi.

Masalan, harakat miqdori momentining kvadrati $\hat{L}^2$ bilan harakat miqdori momenti proekstiyasi, masalan $\hat{L}_x$ o'zaro kommutativ, ya'ni

$$\left[\hat{L}^2, \hat{L}_x\right] = 0,$$

shuningdek,

$$\left[\hat{L}_x, \hat{p}_x\right] = 0, \left[\hat{L}^2, \hat{p}_x\right] = 0, \left[\hat{L}_x, \hat{x}\right] = 0$$

ifodalar ham kommutativ operatorlardir. Impuls momenti operatori $\hat{L}_x$ bilan impuls operator $\hat{p}_x$ o'zaro kommutativ bo'lgani uchun ularning xususiy qiymatlari L_x va p_x eksperimentda ayni bir vaqtda aniq o'lchanadi.

$\hat{A}$ va $\hat{B}$ operatorlar uchun $\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}$ shart o'rinli bo'lsa, ya'ni $\hat{A}\hat{B} = -\hat{B}\hat{A}$ tenglik bajarilsa, u holda $\hat{A}$ va $\hat{B}$ operatorlar *antikommutativ (nokommutativ) operatorlar* deyiladi.

Antikommutativ operatorlar

$$\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = \left[\hat{A}, \hat{B}\right] = 0 \qquad (12.85)$$

kabi belgilanadi.

Masalan, zarra koordinatasining operatori $\hat{x}$ bilan harakat miqdori operatori $\hat{p}_x$ o'zaro antikommutativ operatorlardir, ya'ni

$$\left[\hat{p}_x, \hat{x}\right] = -i\hbar$$

shuningdek,

$$\left[\hat{L}_x, \hat{y}\right] = -i\hbar\,\hat{z}, \left[\hat{L}_x, \hat{p}_x\right] = -i\hbar\,\hat{p}_z, \left[\hat{L}_x, \hat{L}_y\right] = i\hbar\,\hat{L}_z$$

kabi nokommutativ operatorlarni misol qilib keltirish mumkin.

Antikommutativ operatorlar bilan xarakterlanuvchi dinamik o'zgaruvchilarni ayni bir vaqtda aniq o'lchash mumkin emas, masalan, zarra koordinatasi *x* bilan zarrani *x* o'qidagi impuls proekstiyasi p_x ni ayni bir vaqtda aniq o'lchash mumkin emas.

2. Koordinata va impulsning operatorlari.

To'lqin funkstiya zarra koordinatasining funkstiyasi bo'lgani uchun zarra koordinatasining operatori $\hat{x}$, *x* soniga teng ya'ni

$$\hat{x} = x, \quad \hat{y} = y, \quad \hat{z} = z. \qquad (12.86)$$

Odatda koordinata operatorlarini belgisi $\wedge$ ni qo'yilamaydi. Impuls operatorining proekstiyalari

$$\hat{P}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}, \quad \hat{P}_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}, \quad \hat{P}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x} \qquad (12.87)$$

vektor ko'rinishi esa

$$\hat{P} = -i\hbar\vec{\nabla} \qquad (12.88)$$

shaklda yozildi.

Impuls operatori va koordinata operatorlari joylashtirish qoidalariga bo'ysunadi. Bu qoidalarga rioya qilish hisoblashlarni osonlashtirishga yordam beradi. $\psi(x, y, z)$ to'lqin fuknstiya bo'lsin, u holda

$$x(\hat{P}_x \psi) = x(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\psi) = -i\hbar\, x\frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad (12.89)$$

$$\hat{P}_x (x\psi) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}(x\psi) = -i\hbar\, x\frac{\partial \psi}{\partial x} - i\hbar\psi \qquad (12.90)$$

(12.89) dan (12.90) ni ayirsak $(x\hat{P}_x - \hat{P}_x\, x)\,\psi = i\hbar\,\psi$ yoki

$$x\hat{P}_x - \hat{P}_x\, x = i\hbar \qquad (12.91)$$

Xuddi shunga o'xshash

$$y\hat{P}_y - \hat{P}_y\, y = i\hbar \qquad (12.92)$$

$$z\hat{P}_z - \hat{P}_z\, z = i\hbar \qquad (12.93)$$

ifodalarni hosil qilamiz.

(12.91), (12.93) joylashtirish qoidalariga Geyzenbergning joylashtirish (o'rnini almashtirish) munosabatlari deyiladi. Shuningdek

$$x\hat{P}_y - \hat{P}_y\, x = 0,\quad y\hat{P}_z - \hat{P}_z\, y = 0,\quad z\hat{P}_y - P_x z = 0 \qquad (12.94)$$

munosabatlarni ham oson topish mumkin.

Umuman olganda istalgan $F(x, y, z)$ funkstiya uchun

$$F\hat{P}_x - P_x F = i\hbar\frac{\partial F}{\partial x},\quad F\hat{P}_y - \hat{P}_y\, F = i\hbar\frac{\partial F}{\partial y},\quad F\hat{P}_z - \hat{P}_z\, F = i\hbar\frac{\partial F}{\partial z} \qquad (12.95)$$

(12.91), (12.93) va (12.95) munosabatlardan ko'ramizki bir vaqtda impulsni va uni qo'shma bo'lgan koordinatani aniqlash mumkin emas *x* va $\hat{P}_x$ operatorlar nokommutativ operatorlardir. Bu munosabat noaniqlik munosabatini ham xarakterlaydi. Misol. OX o'qiga nisbatan impuls proekstiyasi operatorini xususiy qiymati va xususiy funkstiyasini aniqlaylik. Impuls operatorining xususiy funkstiyalarga nisbatan tenglamasi

$$\hat{P}P_x\,\psi = P_x\,\psi \qquad (12.96)$$

bunda P_x -xususiy qiymat $\hat{P}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ bo'lgani uchun

$$-i\hbar\,\frac{\partial \psi}{\partial x} = P_x\psi \qquad (12.97)$$

Integrallasak

$$\psi_{P_x}(x) = N\exp\,[\,i\frac{P_x x}{\hbar}\,]. \qquad (12.98)$$

N-doimiy son. Bu echim hamma joyda chekli bo'lgani uchun P_x -istalgan haqiqiy son bo'lishi kerak. Shu sababga ko'ra P_x ni qiymati uzluksiz, ya'ni

$$-\infty < P_x < +\infty \qquad (12.99)$$

ψ_{P_x} ni δ-funkstiyaga nisbatan normallash natijasida $N = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}$ ni olamiz. $\hat{P}_x$ ni xususiy funkstiyasi

$$\psi_{P_x}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{i\frac{P_x x}{\hbar}} \qquad (12.100)$$

$$\int \psi^*_{P^1(x)}(x)\psi_{\beta_x}(x)dx = \delta(P_x^1 - P_x) \qquad (12.101)$$

Demak impuls operatorining xususiy funkstiyasi yassi de-Broyl to’lqinidir.

3. Energiya operatori

1. Kinetik energiya operatori.

Klassik mexanikada zarraning kinetik energiyasi

$$T = \frac{P^2}{2\mu} = \frac{1}{2\mu}\ (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)\ . \qquad (12.102)$$

Kinetik energiya spektori

$$\hat{T} = \frac{\hat{P}^2}{2\mu} = \frac{1}{2\mu}\ (\hat{P}_x^2 + \hat{P}_y^2 + \hat{P}_z^2) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2. \qquad (12.103)$$

μ-keltirilgan massa $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} -$Laplas operatori.

Kinetik energiya tenglamasi $\hat{T}\psi = T\psi$,

$$\psi_T(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} e^{i\frac{xP_x + yP_y + zP_z}{\hbar}}\ . \qquad (12.104)$$

Qutbiy koordinata sistemasida

$$\hat{T}_r = -\frac{h^2}{2\mu}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r}) \qquad (12.105)$$

va

$$\hat{T} = \hat{T}_r + \frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2}\ . \qquad (12.106)$$

$\hat{T}_r$-radius vektori bog`liq kinetik energiya operatori,

$\frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2} -$ transversal harakat ta’sir kinetik energiya operatori.

4. Mikrozarraning harakat miqdori momenti

Yuqorida aytganimizdek, impuls momenti va uning operatori:

$$\vec{L} = [\vec{r}\ \vec{p}]\ , \qquad (12.107)$$

$$\hat{\vec{L}} = [\hat{\vec{r}}\ \hat{\vec{p}}]\ . \qquad (12.108)$$

Bundan

$$\hat{L}_x = \hat{P}_z\, y - \hat{P}_y\, z = ih\,(z\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial z}),$$

$$\hat{L}_y = \hat{P}_x\, z - \hat{P}_z\, x = ih\,(x\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial x}), \tag{12.109}$$

$$\hat{L}_z = \hat{P}_y\, x - \hat{P}_x\, y = ih\,(y\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial y})$$

va

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2 = -h^2\left\{(z\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial z})^2 + (x\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial x})^2 + (y\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial y})^2\right\} \tag{12.110}$$

Impuls momentining koordinatalari uchun joylashtirish (o'rin almashtirish) qoidasini topamiz $\hat{G} = \hat{L}_y\,\hat{L}_z - \hat{L}_z\,\hat{L}_y$ kommutaivligini hisoblaylik:

$$\hat{L}_y\,\hat{L}_z = (\hat{P}_z\, x - \hat{P}_x\, z)\,(\hat{P}_x\, y - \hat{P}_y\, x) = y\,\hat{P}_z\, x\,\hat{P}_x - z\, y\,\hat{P}_x^2 - x^2\,\hat{P}_z\,\hat{P}_y + z\,\hat{P}_y\,\hat{P}_x\, x\,,$$

shuningdek,

$$\hat{L}_z\,\hat{L}_y = y\,\hat{P}_z\,\hat{P}_x\, x - z\, y\,\hat{P}_x^2 - x^2\,\hat{P}_z\,\hat{P}_y + z\,\hat{P}_y\, x\,\hat{P}_x$$

u holda

$$\hat{L}_y\,\hat{L}_z - \hat{L}_z\,\hat{L}_y = y\hat{P}_z\,(x\hat{P}_x - \hat{P}_x x) + z\hat{P}_y\,(\hat{P}_x x - x\hat{P}_x)$$

(14.7) ga ko'ra

$$\hat{L}_y\,\hat{L}_z - \hat{L}_z\,\hat{L}_y = i\,h\,(y\hat{P}_z - \hat{P}_y z) = i\,\hbar\,\hat{L}_x;$$

$$\hat{L}_y\,\hat{L}_z - \hat{L}_z\,\hat{L}_y = i\,h\,\hat{L}_x$$

$$\hat{L}_z\,\hat{L}_x - \hat{L}_x\,\hat{L}_z = i\,h\hat{L}_y \tag{12.111}$$

$$\hat{L}_x\,\hat{L}_y - \hat{L}_y\,\hat{L}_x = i\,h\,\hat{L}_z\;.$$

Impuls momentining komponentlari nokommutativ operatorlardir. Aksincha

$$\hat{L}_x\,\hat{L}^2 - \hat{L}^2\,\hat{L}_x = 0\,;\;\hat{L}_y\,\hat{L}^2 - \hat{L}^2\,\hat{L}_y = 0\,;\hat{L}_z\,\hat{L}^2 - \hat{L}^2\,\hat{L}_z = 0 \tag{12.112}$$

To'la impuls momentini kvadrati va uning bitta proekstiyasini ko'paytmasi kommutativdir.

Bu qoidalardan shuni ko'ramizki impuls momentini proekstiyalari $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ larni bir vaqtda o'lchash mumkin emas.

Endi impuls momenti proekstiyasini biror o'qga nisbatan yo'nalishini va mumkin bo'lgan absolyut qiymatlarini aniqlaylik.

Bu masalani qutbiy koordinatalari sistemasida echish qulay. Qutbiy koordinata sistemasida

$$x = r\sin\theta\cos\varphi;\;\; y = r\sin\theta\sin\varphi;\;\;\; z = r\cos\theta \tag{12.113}$$

bunda $\theta-$radius vektor $\vec{r}$ bilan z-o'q orasidagi burchak, $\varphi-$esa OX o'qida XU tekislikda hisoblanadigan burchak.

Dekart koordinata sistemasidan (12.94) qutbiy koordinata sistemasiga o'tish formulalari quyidagicha bo'ladi:

$$\hat{L}_x = i\,\hbar\,(\sin\varphi\,\frac{\partial}{\partial\theta} + ctg\theta\cos\varphi\,\frac{\partial}{\partial\varphi}); \hat{L}_y = -i\,\hbar\,(\cos\varphi\,\frac{\partial}{\partial\theta} - ctg\theta\sin\varphi\,\frac{\partial}{\partial\varphi});$$

$$\hat{L}_z = -i\,\hbar\,\frac{\partial}{\partial\varphi}; \hat{L}^2 = -\hbar^2\,\nabla^2_{\theta\varphi} \tag{12.114}$$

Bunda

$$\nabla^2_{\theta\varphi} = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \qquad (12.115)$$

$\nabla^2_{\theta\varphi}$ – Laplas operatori (sfera uchun) deyiladi.

Operatorlar faqat θ, φ burchaklarga ta'sir etgani uchun to'lqin funkstiyaga

$$\psi = \psi(\theta, \varphi) \qquad (12.116)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

$\hat{L}^2$-operatori uchun tenglama

$$\hat{L}^2\psi = L^2\psi \qquad (12.117)$$

ko'rinishda yoziladi. Bu funkstiyaga (12.115) ni olib kelib qo'ysak, λ deb belgilasak

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \lambda\psi = 0 \qquad (12.118)$$

tenglamani olamiz.

Bu tenglamani echimi

$$\lambda = e(e+1) \qquad (12.119)$$

ko'rinishda bo'ladi. Har bir e uchun $2e+1$ ta echim mavjud. L^2 ni xususiy qiymatlari

$$L^2_e = h^2\, e(e+1);\ e = 0, 1, 2, 3, ... \qquad (12.120)$$

ko'rinishda bo'ladi. Xususiy funkstiyasi esa

$$\psi_{em}(\theta,\varphi) = Y_{em}(\theta,\varphi);\ m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm e. \qquad (12.121)$$

Endi

$$\hat{L}_z\,\psi = L_z\,\psi \qquad (12.122)$$

ni echaylik: $-i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} = L_z\,\psi$. Bu teglamani echimi $L_z = hm,\quad m = 0, \pm 1, ..., \pm e$ ko'rinishda bo'ladi.

SAVOLLAR

1. Nima uchun kvant mexanikada fizikaviy kattalikni o'rtacha qiymati muhim ahamiyatga ega?
2. Kvant mexanikada o'rtacha qiymat qanday topiladi?
3. O'rtacha qiymat ehtimol nazariyasida qanday topiladi?
4. Zarra koordinatasining o'rtacha qiymati qanday topiladi?
5. Zarra impulsining o'rtacha qiymati qanday topiladi?
6. Zarra impulsining o'rtacha qiymatini bevosita $\psi(x,y,z,t)$-to'lqin funkstiyadan topish mumkinmi?
7. Kvant mexanikada umuman fizikaviy kattalikni o'rtacha qiymati qanday formula bilan topiladi?
8. Operatorlarni ta'riflang, ularni funkstiyadan farqi nimada?
9. Chiziqli operator deganda nimani tushunasiz?
10. Ermit operator deganda nimani tushunasiz?
11. Nima uchun kvant mexanikada chiziqli va Ermit massaga ega bo'lgan operatorlar ishlatiladi?

12. Ermit operatorning xossasini yozing. $\frac{\partial}{\partial x}$ differenstial operator Ermit bo'ladimi?
13. Impuls operatorining ko'rinishini yozing. U Ermit bo'ladimi?
14. Kommutativ operatorlarga izoh bering.
15. Nokommutativ operatorlarga izoh bering.
16. $\hat{x}$ va $\hat{p}_x$ operatorlar kommutativ bo'ladimi?
17. Xususiy funkstiyaning ortogonalligi degan tushunchani izohlang.
18. Normallangan xususiy funkstiya deganda nimani tushunasiz?
19. Kronikerning delta-simvoli deganda nimani tushunasiz?
20. Dirakning delta-funkstiyasi deganda nimani tushunasiz?
21. Operatorning xususiy qiymati va xususiy funkstiyasi deganda nimani tushunasiz?
22. Operatorning xususiy qiymatlari spektri degan tushuncha nimani anglatadi?
23. Diskret, polosali va tutush spektrlarni izohlang.
24. O'rtacha kvadratik og`ishish (dispersiya)ni tushuntiring.
25. Normallangan to'lqin funkstiya uchun o'rta qiymat formulasini yozing.
26. Xususiy funkstiyalarning to'la sistemasini hosil qilish deganda nimani tushunasiz?
27. Diskret spektr uchun s_n ni topish formulasini yozing.
28. Uzluksiz spektr uchun s(L) koeffistient qanday topiladi?
29. x-ko'rinishda berilgan holat deganda nimani tushunisiz?
30. r-ko'rinishda berilgan holat deganda nimani tushunisiz?
31. Kvant mexanikada qanday kattaliklarni bir vaqtda o'lchash mumkin emas?
32. Kommutativ bo'lgan operator formulasini yozing va tushuntiring.
33. Nokommutativ bo'lgan operator formulasini yozing va tushuntiring.
34. x-operatori va impuls operatorni yozing va tushuntiring.
35. Nima uchun $\hat{x}$ va $\hat{p}_x$ operatorlar kommutativ xususiyatga ega emas?
36. Energiya operatorining ko'rinishini yozing. Kinetik energiya operatorini yozing.
37. Gamilton funkstiyasi bilan gamiltonion orsidagi farq nimadan iborat?
38. Gamilton operatorining ko'rinishin yozing.
39. Harakat miqdori momentining klassik va kvant ko'rinishini yozing.
40. Harakat miqdori momenti operatorini yozing.
41. Bir vaqtda harakat miqdori momenti operatorlarining komponentalari kommutativ bo'ladimi?
42. Harakat miqdori momentini proekstiyalari uchun qaysi operatorlar kommutativ bo'ladi?
43. Bu bobdan olgan tasavvringizni izohlang.

MA'RUZA №10

VAQT BO'YICHA HOLATNING O'ZGARISHI

Mavzu: Shryodingerning umumiy tenglamasi.

Reja:

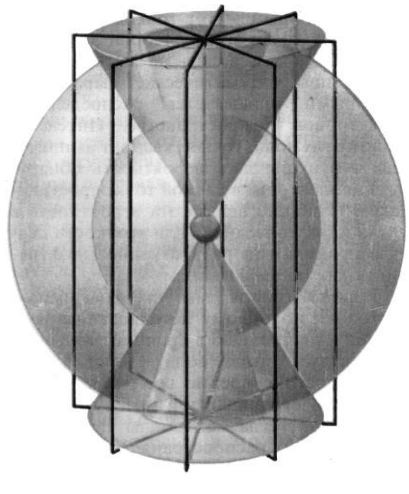
1. Atom uchun Shryodingerning to'lqin modeli.
2. Shryodingerning umumiy tenglamasi.
3. Shryodinger tenglamasini differenstial va operator shakli.
4. To'lqin funkstiyaga qo'yiladgan talablar.
5. Kvant mexanikada massa va elektr zaryadining saqlanish qonuni.

ADABIYOTLAR

1. A.A.Sokolov, Yu.M.Pekutov, I.M.Ternov. Kvantovaya mexanika. M., 1962.
2. A.N.Matveev. Atomnaya fizika. M., 1989.
3. R.Bekjonov, B.Axmadxo'jaev. Atom fizikasi. T.: «O'qituvchi», 1979.
4. M.Born. Atomnaya fizika. M.: «Il», 1960.
5. E.Schödinger. Quantisicrung als Eigenwert problem. Ann. d. Phys. 1926 v79,p.361; v79,p.489; v80,p.437.
6. L.Shiff. Kvantovaya mexanika. M.: «Il», 1957.

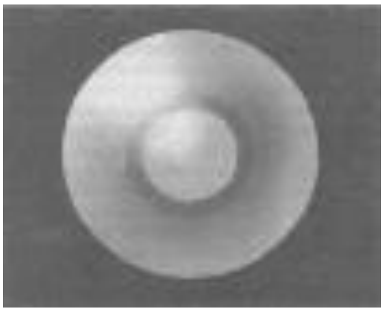
1. Atom uchun Shryodingerning to'lqin modeli.

Lui de-Broyl atomining to'lqin modeli bir o'lchamli mikroob'ektlar uchun o'rinli edi. Chunki «aylanaga burilgan» to'lqin bir o'lchamli bo'lib, u uch o'lchamli jarayonlarni tavsiflashga ojiz. De-Broyl modeli asosida uch o'lchamli model tuzish davr taqozosi bo'lib, lekin uni matematik nuqtai nazardan hal qilish nihoyatda qiyin masala. Shunga qaramay, bu masalani avval ikki o'lchamli fazo uchun echdilar. Masalan, membrana yoki plastinka sirtiga qum sepib tebratilganda tebranish chastotasiga mos ravishda plastinka sirtida juda ajoyib shakldagi qum uyumlari hosil bo'ladi. 13.1-rasmda ana shunday shakllardan biri tasvirlangan. Ikki o'lchamli fazo uchun ham xususiy tebranish masalasini echish ancha murakkab. Ushba masalani hal qilish uchun ham ikkinchi tartibli differenstial tenglama tuzash zarur. Bu masalani echishda ayniqsa chegaraviy shartlar nihoyatda aniq qo'yilgan bo'lishi kerak, chunki tebranish formasi unga juda ham bog`liq. Eng oddiy yo'llardan biri, bu doiraviy membrani markazdan mahkamlashdir.

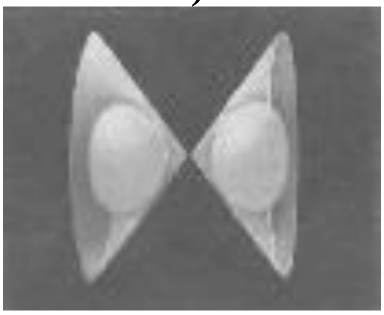


Uch o'lchamli fazoda qanday qilib xususiy chastotalar hosil bo'ladi? Vaznsiz holatda yotgn suyuqlikdan tashkil topgan sfera yoki yirik gaz zichligi gaz bulutida kamayib borgan. Bu hol uchun tebranishlar shakli qanday hosil bo'lishi masalasini birinchi bo'lib avstraliyalik olim Ervin Shryodinger 1926 yilda echdi.

«Kvantlanish – xususiy qiymatlar muammosi» degan risolasida bu masalaning echimi qanday bo'lishi kerak ekanligini E.Shryodinger ko'rsatib berdi.



a)



b)

13.3-rasm. Vodorod atomining to'lkin modeli: *a*)

Shryodingerning fikriga ko'ra elektron uch o'lchamli turg`un to'qin ko'rinishida yadro atrofida taqsimlangan. Bu to'lqinning amplitudasi ψ-funkstiya bilan xarakterlanadi. Ushbu masalada chegaraviy shart sifatida sistemaning fazoviy chegaralangan bo'lishi va *r* intilganda $\psi(r)$ funkstiyani nolga intilishi talab qilinadi. Qilingan hisob qitoblar quyidagi natijani beradi: tebranishning har bir turiga (chastotasiga) energiyani aniq bir qiymati mos keladi; tekislikdagi chiziq tugunlari o'rniga sirt tugunlari hosil bo'ladi; konstentrik tugun sferalari bilan bir qatorda turli orientastiyaga (yo'nalishga) ega ega bo'lgan ikkilangan konuslar tuganlari hosil bo'ladi (13.2-rasm). Privardida ana shunday cheklangan qatlamlarlarda turg`un $\psi$-to'lqin hosil bo'ladi va ushbu to'lqin kamarlari (o'pqonlari) yorqin ko'rinishga ega. Har bir tur uchun qanday shakldagi tebranish hosil bo'lishi $n,l,m_e$ deb atalgan kvant sonlariga bog`liq. Mazkur kvant sonlari va ularning fizik ma'nosi bilan vodorod atomi uchun Shryodinger tenglamasini echganda bevosita tanishamiz. Shryodinger atom modeli kvant sonlari korpuskulyar modeldagi elektron orbitalar farq qilib, ularning o'rniga Shryodinger atom modelidagi kvant sonlari korpuskulyar modeldagi elektron orbitalarni tavsiflovchi kvant sonlaridan farq qilib, endi bu sonlar sirt tushunchalarining soni va ko'rinishlarini tavsiflaydi. Masalan, (*n*-1) ta sirt mavjud bo'lib, vodorod atomining asosiy holati, ya'ni 1*s* holati sferik tushunchaga ega emas. *n*-1 da birinchi Bor orbitasi masofasida ψ funkstiya juda yaxshi ifodalangan maksimumga ega so'ngra yadrodan uzoqlashgan sari to'lqin funkstiya ham kamayatiradi. Keyingi 2*s*-holatda tebranish minimum holatidan (sfera tugunidan) so'ng yana sferik tekislik hosil bo'ladi va unga to'g`ri to'g`ri kelgan to'lqin funkstiya maksimumi 13.3*a*-rasmda tasvirlangan. Keyinroq esa 2*r*-holat paydo bo'ladi (13.3*b*-rasm). Ko'rib turibsizki to'lqin funkstiya konussimon spektrlar ko'rinishiga ega.

Shryodinger atom modeliga ko'ra atom markazida yadro joylashgan va uni atrofini elektron buluti qoplagan ko'rinishga ega. Elektron bulutining formasi esa n,l,m_e kvant sonlari bilan xarakterlanadi.

2. Shryodingerning umumiy tenglamasi

O'tgan mavzularda biz mikrozarralarning holatini tavsiflovchi to'lqin funkstiya bilan tanishdik. Natijada fazoning har bir nuqtasida va vaqtning har bir onida zarra holatini tavsiflovchi $\psi(x,y,z,t)$ – to'lqin funkstiya aniq chekli bir qiymatga ega bo'ladi degan xulosaga keldik. Endi quyidagi savollar tug`iladi:

Vaqt o'tishi bilan to'lqin funkstiya qanday o'zgaradi?

To'lqin funkstiyaning vaqtdagi o'zgarishi qanday qonuniyatga bo'y sunadi?

To'lqin funkstiyaning vaqtdagi o'zgarishini ifodalovchi tenglama tuzish mumkinmi?

Shu savollarga javob izlaymiz.

Fazoning (x,y,z) nuqtasida va vaqtning t=0 onda zarra holatini tavsiflovchi to'lqin funkstiyani $\psi(x,y,z,0)$ deb belgilaylik. Biroz *t* vaqt o'tgandan so'ng zarraning holati o'zgaradi, demak, uni tavsiflovchi to'lqin funkstiya ham o'zgaradi. Yangi holatning to'lqin funkstiyasini $\psi(x,y,z,t)$ deb belgilaymiz. Endi biz $\psi(x,y,z,0)$ va $\psi(x,y,z,t)$ funkstiyalarni bir-biri bilan o'zaro qanday bog`langan degan savol bilan qiziqamiz.

To'lqin funkstiya zarraning holatini to'la tavsiflagani uchun u zarrani keyingi *t* vaqtda bo'ladigan holatlarini ham aniqlash kerak. bu holat kvant mexanikada ham sababiyat prinstipini qo'llanilishi mumkin ekanligini ifodalaydi. Matematika nuqtai nazardan t=0 onda berilgan $\psi(x,y,z,0)$ to'lqin funkstiyadan $\psi(x,y,z,t)$ funkstiyani bir qiymatli ravishda aniqlash mumkinligini ko'rsatadi. Yuqoridagi mulohazalarga binoan t=0 ga cheksiz yaqin Δt vaqtda ψ-funkstiyani quyidagi qatorga yoyish mumkin:

$$\psi(x,\Delta t) = \psi(x,0) + \left(\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}\right)_{t=0} + \Delta t + \cdots$$

To'lqin funkstiyani vaqt bo'yicha o'zgarishini

$$\left.\frac{\partial\psi(x,y,z,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = \hat{L}(x,y,z,0)\psi(x,y,z,0) \qquad (13.1)$$

tenglama bilan ifodalash mumkin. Bunda $\hat{L}(x,y,z,0)$ - biror operastiya bo'lib, u $\psi(x,y,z,0)$ funkstiya ustida qanday amal bajarilganda $\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_{t=0}$ ni hosil qilish mumkinligini anglatadi. *t*=0 on mutlaqo erkin tanlanadigan kattalik bo'lgani uchun (13.1) ni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\frac{\partial\psi(x,y,z,t)}{\partial t} = \hat{L}(x,y,z,t)\psi(x,y,z,t). \qquad (13.2)$$

(13.1) formuladagi $\hat{L}$-operatorni *t*-vaqtdagi ko'chish operatori deb qarash mumkin. Bu operatorni klassik fizika asosidan keltirib chiqarib bo'lmaydi, shuning uchun u kvant mexanikada postulat sifatida qabul qilinadi.

Holatning superpozistiya prinstipiga binoan $\hat{L}$-operator chiziqli bo'lishi lozim, lekin u na vaqt bo'yicha hosilaga, na integralga ega bo'lmasligi kerak.

$\hat{L}$-operatorning ko'rinishini to'g`ri tanlash uchun to'la energiyani saqlanish qonuni va zarra holatini tavsiflovchi de-Broyl to'lqin funkstiyasidan foydalanamiz.

Erkin harakatlanayotgan zarra, masalan elektron uchun yassi monoxromatik de-Broyl to'lqin funkstiyasini

$$\psi(x,y,z,t) = A\exp\left[-\frac{i}{\hbar}\left(Et - p_x x - p_y y - p_z z\right)\right] \qquad (13.3)$$

shakl da yozish mukin.

Klassik fizikada to'la energiya kinetik va potenstial energiyaning yig`indidan iborat bo'lib, u agmilton funkstiyasi bilan xarakterlanadi:

$$H = E = K + U = const. \qquad (13.4)$$

Kvant mexanikada to'la energiya operatori, ya'ni gamilton

$$\hat{H} = \hat{K} + U = const \qquad (13.5)$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Erkin harakat qilayotgan zarra uchun *U*=0, u holda (13.4) va (13.5) lar

$$H = E = K \text{ va } \hat{H} = \hat{E} = \hat{K} \qquad (13.6)$$

ko'rinishga keladi.

(13.6) ni zarraning impulsi $\vec{p}$ orqali ifodalasak

$$H = E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$$

va

$$\hat{H} = \hat{E} = \frac{\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}V^2 \qquad (13.7)$$

formulani hosil qilamiz.

De-Broyl to'lqin funkstiyasini ifodalovchi (13.3) dan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila, koordinatalardan ikkinchi tartibli hosila olsak, u holda (13.5) formula, ya'ni energiyani saqlanish qonuni bajarilishi kerak.

De-Broyl to'lqin funkstiyasidan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{i}E\psi, \tag{13.8}$$

koordinatalardan olingan ikkinchi tartibli hosila

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} &= -\frac{p_x^2}{\hbar^2}\psi\\ \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} &= -\frac{p_y^2}{\hbar^2}\psi\\ \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} &= -\frac{p_z^2}{\hbar^2}\psi\end{aligned} \tag{13.9}$$

ga teng bo'ladi. (13.8) va (13.9) formulalardan E va p_x^2, p_y^2, p_z^2 larni qiymatlarini topib (13.7) formulaga (V=0 hol) qo'ysak va hosil bo'lgan tenglamani ikkala tomonini ψ ga qisqartirsak

$$-\frac{\hbar}{i}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) \tag{13.10}$$

ni olamiz.

Agar (13.10) ni ikkala tomonini $\frac{i}{\hbar}$ ga ko'paytirsak

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) \tag{13.11}$$

tenglama kelib chiqadi. (13.11) ifodadagi

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = \nabla^2, \tag{13.12}$$

hollar yig`indisi Laplasianga $\left(\nabla^2 = \Delta\right)$ teng bo'lgani uchun (13.11) ni

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2m}\nabla^2\psi \tag{13.13}$$

qisqa ko'rinishda ifodalash mumkin.

(13.13) tengmani (13.7) ga muvofiq operator ko'rinishda yozsak

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}\hat{H}\psi \tag{13.14}$$

ekanligi kelib chiqadi.

Kvant mexanikada bu xususiy natija (V=0 uchun) umumlashtirib, $\hat{H} = \hat{K} + \hat{V}$ hol uchun (13.14) ifoda saqlanib qoladi. Natijada potenstialmaydonda harakatlanayotgan zarra uchun

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \tag{13.15}$$

tenglamani yozsak bo'ladi (bunda $\hat{H} = \hat{K} + \hat{V}$).

(13.15) tenglamani Shryodinger tenglamasi deb atashadi. Aniqroq qilib aytganda (13.15) formulani Shryodingerning umumiy tenglamasi yoki vaqtga bog`liq bo'lgan Shryodinger tenglamasi deyiladi.

(13.15) ni operatorsiz ko'rinishda

$$i\hbar\frac{\partial\psi(r,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(r,t) + U(x,y,z,t)\psi(r,t) \qquad (13.16)$$

yozish mumkin.

De-Broyl g`oyalarining ravshanlashtirilgan va klassik fizikadagi Gamilton prinstipidan foydalangan Ervin Shryodinger 1926 yilda o'zining mashhur tenglamasini berdi. Bu tenglama kvant mexanikaning asosiy tenglamasi bo'lib, Nyutonning ikkinchi qonunini ifodalovchi holat tenglamasi klassik mexanikada qanday o'rin tutsa, u ham kvant mexanikada xuddi shunday o'rin tutadigan fundamental tenglamadir. Shryodinger tenglamasi fundamental tenglama bo'lgani bilan u biror-bir mohiyatdan kelib chiqmaydi, balki u tajriba asosida topilgan tenglama bo'lib, u norelyativistik kvant mexanikaning postulatidir.

Shryodinger tenglamasi beradigan natijalarni tajriba orqli quyidagicha tekshiriladi. Avval tengma echimi – to'lqin funkstiya aniqlanadi, so'ng uning yordamida mikrozarra harakatini xarakterlovchi – energiya, impuls yoki berilgan zarraning mavjud ekanligi ehtimoli hisoblanadi. To'lqin funkstiya – tajribadan aniqlanmaydi, u mikrodunyo holatini tavsiflashda yordamchi vazivasini bajaradi. Keyinchalik biz ko'ramizki, haqatan ham Shryodinger tenglamasi echimining natijalari eksperimentdan olingan ma'lumotlarga muvofiq keladi. Shu jihatdan qaraganda (13.6) tenglama norelyativistik sohada mikrodunyo zarralarining qonuniyatlarini aks ettiruvchi tenglama bo'lib, u kvant dunyoning asosiy tenglamasi bo'lib xizmat qiladi.

Shryodinger tenglamasining eng muhim alomati – bu $\frac{\partial\psi}{\partial t}$ hosilaning oldida mavhum bir sonning borligi. $\frac{\partial\psi}{\partial t}$ hosila oldida mavhum koeffistientni borligi tufayli Shryodinger tenglamasi vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosilaga ega bo'lishiga qaramasdan davriy echimlarga ega bo'lgan tenglamalar faqat qaytmas jarayonlarni, masalan diffuziya, issiq o'tkazuvchanlik kabilarni ifodalaydi.

Shryodinger tenglamasidagi to'lqin funkstiya ham kompleks ko'rinishga ega. Klassik fizikada to'lqinlar nazariyasida ham to'lqinlar kompleks ko'rinishga ega.

Masalan:

$$\varphi = const\cdot \exp[i(\omega t - kx)]$$

ko'rinishadigi funkstiya yordamida torning tebranishi xarakterlanadi. Biroq oxirgi natija φ ni haqiqiy yoki mavhum qismi bilan ishko'riladi. Zarraning siljishi (masalan, torning)

$$\varphi' = const\cdot \sin(\omega t - kx)$$

hosila bilan aniqlanadi.

Klassik fizikada *i* soni hisobni osonlashtirish uchun xizmat qiladi. Kvant mexanikada ahvol tamomila boshqacha. Agar de-Broyl to'lqinining haqiqiy yoki mavhum qismini ajratsak, masalan,

$$\varphi' = A\sin\left[\frac{Et - p_x x - p_y y - p_z z}{\hbar}\right].$$

Bu hol ψ' funkstiyaga mos kelgan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosilaga ega bo'lgan tenglamani topib bo'lmaydi, chunki u

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \text{ va } \vec{K} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$$

de-Broyl munosabatlari bilan mos kelmaydi.

Shryodinger tenglamasining klassik tenglamalardan yana bir muhim farqi – bu Shryodinger tenglamasida $\hbar$ ni ishtirok qilishi. Bu doimiylikni ishtirok etishi mikrodunyo holati kvant qonuniyatlarga bo'y sunushini anglatadi.

3. Shryodinger tenglamasini differenstial va operator shakli

Shryodinger tenglamasini ikki xil shaklda yozish keng tarqalgan. Shryodinger tenglamasining differenstial ko'rinishdagi echimi $\psi(r)$ ni topishda qulaydir. Shryodinger tenglamasini operator shakldagi yozuvi esa kvant mexanikaning prinstipial masalalarini tekshirishda va Shryodinger tenglamasini umumlashtirishda qulay vositadir. Keyingi mavzklarda ushbu ikkala forma haqida ham mulohazalar beriladi va ular keng foydalaniladi.

Shryodinger tenglamasini differenstial shakli bir o'lchovli fazo uchun

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi(x,t)+U(x,t)\psi(x,t)=i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \qquad (13.17)$$

ko'rishda yoziladi. Korpuskulyar-to'lqin dualizm muammosini chuqur o'rgangan Ervin Shryodinger bu tenglamani yaratishda de-Broyl va Plank munosabatlari $\lambda=\frac{h}{p}$, $\nu=\frac{E}{h}$ ni, hamda zarraning to'la energiyasini aks etuvchi $E=\frac{p^2}{2m}+U$ ifodani asos qilib olgan. Ushbu tenglama norelyativistik xarakterga ega bo'lgani uchun $E=m_0c^2$ ifoda unga kirmaydi. (13.17) Shryodinger tenglamasisini yaratishda klassik tushunchalardan foydalanganligiga qaramay, uni klassik fizikaning fundamental qonuniyatlaridan keltirib chiqarib bo'lmaydi. (13.17) tenglamani *Shryodingerning umumiy (yoki vaqtga bog`liq) tenglamasi* deb yuritiladi.

Shryodinger tenglamasini operator ko'rinishida yozish uchun kvant mexanikaning asosiy tenglamasi bo'lgan o'rta qiymatni topish formulasi

$$\langle L\rangle=\int\psi^*(x)\hat{L}\,\psi(x)dx$$

formulasidan foydalanamiz. Ushbu formuladagi $\hat{L}\,\psi(x)$ ifoda uchun funkstiya va xususiy qiymatlar tenglamasi

$$\hat{L}\,\psi(x)=L\psi(x)$$

ekanligini oldingi bobda ko'rgan edik.

Bu tenglamadagi $\hat{L}$ ni Gamilton operatori $\hat{H}$ ga, *L* ni esa energiya operatori $\hat{H}$ ga almashtirsak

$$\hat{H}\,\psi(x)=\hat{E}\,\psi(x) \qquad (13.18)$$

ifodani olamiz. Bunda

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+U \qquad (13.19)$$

Gamilton operatori gamiltonion,

$$\hat{E}=-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t} \qquad (13.20)$$

esa *energiya operatori* deyiladi.

shunday qilib operatorlar yordamida Shryodinger tenglamasini (13.18) shakl ko'rinishda ixcham yozish mumkin. (13.18) yozuvdagi *x* deganda barcha o'zgaruvchilar (*x,y,z,t*) ni tushunamiz. Esingizga yana bir narsani tushiramizki, u ham bo'lsa (13.18) tenglamaning chap va o'ng tomonida ishtirok etayotgan $\psi(x)$ funkstiyalarni qisqartirib bo'lmaydi. Bu tenglamaning asl ma'nosi quyidagicha:

ψ-funkstiyaga ta'sir etayotgan $\hat{H}$ -operator, ushbu ψ-funkstiyaga ta'sir etayotgan energiya operatori $\hat{E}$ ga tengdir.

(13.18) tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$\hat{H}\,\psi(x)=-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(x)}{\partial t}. \qquad (13.21)$$

(13.21) umumiy tenglama erkin harakat qilayotgan zarrani tavsiflasa, ya'ni zarraga hech qanday kuch ta'sir etmasa, u holda to'la energiya *E* harqanday qiymatga ega bo'ladi. Natijada (13.21) tenglama $\psi(x,y,z,t)$ ko'rinishdagi cheksiz ko'p echimlarga ega bo'ladi.

Agar erkin zarra cheklangan biror hajmga "qamalgan" bo'lsa, u holda (13.21) tenglama stastionar tenglamani aks ettirada va

$$\hat{H}\,\psi(x) = \hat{E}\,\psi(x)$$

o'rniga

$$\hat{H}\,\psi(x) = E\psi(x) \tag{13.22}$$

tenglamani yozish imkoniyati tug`iladi va $\psi(x,y,z)$ funkstiyada *t* ishtirok etmaydi. (13.22) tenglamada *E*-xususiy qiymat vazifasini bajaradi va u diskret qiymatlarga ega bo'ladi va odatda bu energiyani *kvantlangan* deb ataymiz. Energiyani har bir qiymatiga mos ravishda $\psi(x)$ funkstiya to'g`ri kelgani uchun bu masalani *xususiy funkstiyalar va xususiy qiymatlar masalasi* deb ham atashadi.

Shunday qilib, Shryodinger atom masshtabidagi sohada elektronlarni harakatini tavsiflovchi haqiqiy tenglamani yaratdi. U atom hodisalarni miqdoriy, aniq va mufassal hisoblaydigan nazariya bilan bog`lanmagan barcha mikroolam hodisalarini to'g`ri tushuntirib beradi. Ayniqsa atom va yadro sohasidagi energetik sathlarni va kimyoviy bog`lanishlarni to'la tushuntirib berish olamni o'rganishda va amaliy rivojlanishimizda juda katta odim bo'ldi. Bu jihatdan qaraganda Shryodinger tenglamasini Nyutonning ikkinchi qonuniga qiyos qilish mumkin.

4. To'lqin funkstiyaga qo'yiladgan talablar

Mikroolamda yuz beradigan fizikaviy hodisalarni tavsiflashda $\psi(r,t)$ – to'lqin funkstiya juda muhim vazifani bajaradi. To'lqin funkstiya vazifasini bajaradi. To'lqin funkstiya o'z vazifasini yaxshi uddalashi uchun, u Shryodinger tenglamasini echimi sifatida quyidagi talablarga rioya qilishi kerak:

1. To'lqin funkstiya

$$\lambda = \frac{h}{p},\ \nu = \frac{E}{h},\ E = \frac{p^2}{2m} + U$$

kabi munosabatlar bilan mos kelishi (sig`ilishi);

2. Shryodinger tenglamasini barcha mumkin bo'lgan echimlariga nisbatan chiziqli bo'lishi; bu degani, agar $\psi_1(x),\psi_2(x),\ldots,\psi_n(x)$ funkstiyalar Shryodinger tenglamasini echimlari bo'lsa, uholda

$$\psi(x,t) = a_1\psi_1(x) + a_2\psi_2(x) + \cdots + a_n\psi_n(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i\psi_i$$

funkstiya ham mumkin bo'lgan echim, bunda $a_1,a_2,\ldots,a_n$ – doimiyliklar. Qisqacha aytganda holatning superpozistiya prinstipiga bo'ysunishi shart.

3. To'lqin funkstiyaning hosilasi, ya'ni $\dfrac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}$ - funkstiya ham chiziqli bo'lishi;

4. $\psi(x,t)$ funkstiya va uning hosilasi $\dfrac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}$ ham «o'zini yaxshi tutishi», ya'ni matematik til bilan aytganda bir qiymatli, chekli va uzluksiz bo'lishi;

5. $x \to \pm\infty$ da $\psi(x,t)$ funkstiya nolga intilishi, ya'ni $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \psi(x,t) \to 0$ bajarilishi shart.

Bir qiymatlilik talabiga bo'ysunuvchi to'lqin funkstiya $\psi(x,t)$ ni ba'zi xossalari ustida to'xtalamiz. Vaqtning biror onida va fazoning biror nuqtasi uchun hisoblangan $|\psi(x,t)|^2$ vaqtning shu momentida fazoning shu nuqtasida shu to'lqin funkstiyani tavsiflovchi zarraning qayd qilishi ehtimoliga proporstional. Bu esa $|\psi(x,t)|^2$ dan butun fazo bo'yicha olingan integralni chekli bo'lishini talab qiladi, chunki zarra har qanday holda hamfazoning biror sohasida mavjud, ya'ni boshqacha aytganda fazoda zarra albatta bor. Agar fazoning elementi *dV* desak, quyidagi integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x,t)|^2 dV = 0$$

bo'lsa, u holda ushbu ifoda zarra hech qaerda yo'q degan ma'noni anglatadi. Aksincha integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x,t)|^2 dV = \infty$$

ko'rinishda bo'lsa, zarra bir vaqtning o'zida fazoning hamma erida (qismida) mavjud degan ma'noni beradi. Bu hol, albatta haqiqatdan yiroq. $|\psi(x,t)|^2$ ning ta'rifiga ko'ra uning qiymatlari mavhum va manfiy bo'lmasligi kerak. shuning uchun ham $|\psi(x,t)|^2$ dan butun fazo bo'yicha olingan integral chekli bo'lishi lozim. Bu degani zarra berilgan vaqt momentida fazoning biror nuqtasida mavjud.

Agar $|\psi(x,t)|^2$ ning qiymatini berilgan vaqt momentida fazoning berilgan nuqtasida ψ-funkstiya tavsiflovchi zarraning qayd qilinishi ehtimoliga teng deb qarasak, u holda butun butun fazo bo'yicha $|\psi|^2$ dan olingan integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x,t)|^2 dV = 1 \qquad (13.23)$$

bo'lishi kerak. Matematik nuqatai nazardan qaraganda butun fazo bo'ylab zarraning qayd qilinishi ehtimoli birga teng, boshqacha aytganda voqeaning sodir bo'lishi aniqdir. (13.23) munosabatga bo'ysunuvchi to'lqin funkstiya *normallangan to'lqin funkstiya* deyiladi. Fazoning har bir nuqtasida zarraning qayd qilinishi ehtimoli aniq bir qiymatga ega bo'lishi uchun to'lqin funkstiya ham normallanuvchi, ham bir qiymatli bo'lishi zarur. Shuningdek, to'lqin funkstiya va uning xossalari $\frac{\partial\psi}{\partial x}$, $\frac{\partial\psi}{\partial y}$, $\frac{\partial\psi}{\partial z}$ fazoning har bir nuqtasida uzluksiz bo'lishi shart.

Shunday qilib $\psi(x,y,z,t)$-to'lqin funkstiya (13.16) differenstial tenglamaning echimidir, $|\psi(x,y,z,t)|^2$-ifoda esa (x,y,z) nuqtada zarraning qayd qilinishi ehtimolining zichligi. Boshqacha aytganda $|\psi(x,y,z,t)|^2 dxdydz$ ifoda $dxdydz$ hamisha zarraning qayd qilinishi ehtimolini xarakterlaydi. Yuqoridagi mulohazalardan bu bandning yakunida shuni aytamiz: to'lqin funkstiya uzluksiz, bir qiymatli chekli bo'lishi Shryodinger tenglamasining to'g`ri echimiga olib keladi. To'lqin funkstiya doimiy ko'paytuvchiga ega bo'lgan aniqlikda topiladi, ya'ni bir-biridan doimiy ko'paytuvchiga farq qilgan ikkita to'lqin funkstiya faqat bitta holatni tavsiflaydi. Shu sababdan ham to'lqin funkstiya birga normallanadi. Sistemaning turli holatlari orasida munosabat mavjud bo'lib u yangi holatni qo'shish, provardida to'lqin funkstiyani doimiy ko'paytuvchiga ko'paytirishga olib keladi va demak, yana shu holatning o'zi hosil bo'ladi.

5. Kvant mexanikada massa va elektr zaryadining saqlanish qonuni

Shryodinger tenglamasidan zarralar sonining saqlanish qonunini keltirib chiqarish mumkin. Zarralar sonining saqlanish qonuni

$$\frac{\partial p(\vec{r},t)}{\partial t} + \nabla i v \vec{j}(\vec{r},t) = 0 \qquad (13.24)$$

uzluksiz tenglama bilan ifodalanadi. Bunda $p(\vec{r},t)$ - *x,y,z* nuqta zarralar sonining o'rtacha zichligi, $\vec{j}$ - oqimining o'rtacha zichligi.

Bu tenglamani olish uchun Shryodinger tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{h^2}{2m}\nabla^2\psi + U\psi = 0. \qquad (13.25)$$

Kompleks qo'shma funkstiya uchun

$$-i\hbar\frac{\partial\psi^*}{\partial t} = -\frac{h^2}{2m}\nabla^2\psi^* + U\psi = 0 \qquad (13.26)$$

tenglamani olamiz.

(13.25) tenglamani ψ^* ga, (13.26) tenglamani esa ψ ga ko'paytiramiz, so'ngra birinchi tenglamadan ikkinchi tenglamani ayiramiz:

$$i\hbar\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t} + \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right) = -\frac{h^2}{2m}\left(\psi^*\nabla^2\psi - \psi\nabla^2\psi^*\right). \qquad (13.27)$$

Bu tenglamani quyidagicha yozsa bo'ladi:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\psi\psi^*\right) = -\frac{h^2}{2m}div\left(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*\right). \qquad (13.28)$$

Psi-funkstiyaning statistik izohiga asoslanib *r* ehtimol zichligi

$$p = \psi\psi^*. \qquad (13.29)$$

Agar $\vec{j}$ orqali

$$\vec{j} = \frac{ih}{2m}div\left(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi\right) \qquad (13.30)$$

ni belgilasak, u holda (13.28) tenglikni

$$\frac{\partial p}{\partial t} + div\vec{j} = 0 \qquad (13.31)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bundan ko'rinib turibdiki $\vec{j}$-ehtimol tok vektor zichligi. Bunda $p = \psi\psi^*$- zarraning o'rtacha zichligi deb qarash mumkin. U holda $\vec{j}$ ni 1 sekundda 1*sm*² yuzadan o'tayotgan zarraning o'rtacha oqimi deb qarash mumkin. Shu sababdan ham (13.31) ni zarralar sonining saqlanish qonuni sifatida talqin etish mumkin.

Agar (13.31) ni *V*-chekli hajm bo'yicha integrallasak va Gauss teoremasini qo'llasak

$$\frac{\partial}{\partial t}\int pdv = -\int_V div\vec{j}dv = -\int_S j_n ds. \qquad (13.32)$$

Oxirgi integral *V* hajmni *S* sirti bo'ylab olingan integral.

Butun fazo bo'ylab $(V \to \infty)$ integral olsak, to'lqin funkstiya va $\vec{j}$-tok zichligi cheksiz uzoqlashgan yuzada nolga teng bo'ladi va

$$\frac{\partial}{\partial t}\int pdv = \frac{\partial}{\partial t}\int_\infty \psi^*\psi dv = 0, \qquad (13.33)$$

ya'ni fazoning u yoki bu nuqtasida zarrani qayd qilinishining to'la ehtimoli vaqtga bog`liq bo'lmaydi. Demak, zarralar soni o'zgarmay qoladi. Shu bilan bir qatorda (13.33) tenglama vaqt o'tishi bilan to'lqin funkstiyaning normallangan o'zgarmasligini xarakterlaydi.

$\vec{j}$ va $\vec{p}$ ni zarra massasi *m* ga ko'paytirsak

$$\vec{p}_m = m\cdot p = m|\psi|^2,\ \ \vec{j}_m = \frac{ih}{2}\left(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi\right) \qquad (13.34)$$

hosil bo'ladi. Bu hol r_t-massaning o'rtacha zichligi, $\vec{j}$ esa massaning o'rtacha tok zichligini xarakterlaydi. (13.31) ga ko'ra

$$\frac{\partial p_m}{\partial t} + div\vec{j}_m = 0 \qquad (13.35)$$

cheksiz kichik sohada o'rtacha massaning o'zgarishi, shu sohani chegaralangan yuzadan kirayotgan yoki chiqayotgan massaga bog`liq.

Agar $\vec{p}$ va $\vec{j}$ ni zarra zaryadi l ga ko'paytirsak

$$\frac{\partial p_l}{\partial t} + div\vec{j}_l = 0 \qquad (13.36)$$

ga ega bo'lamiz. Bu tenglamalar kvant sohada massa va zaryadning saqlanish qonunini xarakterlaydi.

SAVOLLAR

1. Atom uchun de-Broyl modeli bilan Shryodinger modelini ayting va va ular orasidagi asosiy farqlarini tushuntiring.
2. Erkin harakat qilayotgan zarra uchun bir o'lchamli fazoda Shryodinger tenglamasini yozing va tushuntiring.
3. Potenstial maydonda harakat qilayotgan zarra uchun bir o'lchamli fazoda Shryodinger tenglamasini yozing va tushuntiring.
4. Uch o'lchamli fazoda harakat qilayotgan zarra uchun Shryodinger tenglamasini yozing va tushuntiring.
5. Uch o'lchamli fazoda erkin harakat qilayotgan zarra uchun Shryodinger tenglamasini yozing va tushuntiring.
6. Shryodinger tenglamasini empirik tenglamami yoki biror nazariy usulda keltirib chiqarish mumkinmi?
7. Vaqtdagi ko'chirish operatori ko'rinishini yozing, uning klassik fizika asosidan keltirib chiqarish mumkinmi?
8. Kvant mexanikada gamiltonion qanday yoziladi?
9. To'la energiya va impuls uchun differenstial spektrlarni yozing.
10. To'lqin funkstiyaga qanday talablar qo'yiladi?
11. Uzluksiz bir qiymatli va chekli kabi matematik tushunchalarni izohlang.
12. $\lim\limits_{x\to\infty} \psi(x,t) \to 0$ ifodani ma'nosini tushuntiring.
13. Superpozistiya prinstipini tushuntiring.
14. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} |\psi(x,t)|^2 dv = 0$ ifodaning fizik ma'nosini tushuntiring.
15. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} |\psi(x,t)|^2 dv = \infty$ ifodaning fizik ma'nosini tushuntiring.
16. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} |\psi(x,t)|^2 dv = 1$ ifodaning fizik ma'nosini tushuntiring.
17. Shryodinger tenglamasining differenstial ko'rinishini izohlang.
18. Shryodinger tenglamasining operator ko'rinishida yozing va izohlang.
19. To'la energiya operatori va gamilton operatorini yozing va farqini izohlang.
20. $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$ ifoda oldidagi *i* soni nimani xarakterlaydi? Jarayonni davomiy yoki qaytmas ekanligini qanday tushuntirish mumkin?
21. Klassik fizikadagi tenglamalarda *i* sonini qatnashishini qanday izohlash mumkin?
22. Kvant mexanikada kompleks sonni ishtirok etishi nimani anglatadi?
23. Shryodinger tenglamasining echimi bo'lgan to'lqin funkstiya de-Broyl munosabatlari va to'la energiya formulasi bilan mos kelishi kerak degan tushunchani kengroq tushuntiring.

MA'RUZA №11

VAQT BO'YICHA HOLATNING O'ZGARISHI

Mavzu: **Shryodingerning stastionar tenglamasi.**

Reja:

1. Shryodingerning stastionar tenglamasi.
2. Shryodinger tenglamasi va uning echimining asosiy xossalari. Energetik sathlarni kvantlanishi.
3. Stastionar holatlar.

1. Shryodingerning stastionar tenglamasi

Oldingi bandda Shryodingerni vaqtga bog`liq tenglamasini bir o'lchamli fazo uchun

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \hat{H}\,\psi(x,t) \qquad (13.37)$$

ko'rinishda yozsak, bunda

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} = U(x,t).$$

Tashqi o'zgaruvchan maydonlar bo'lmaganda $\hat{H}$ -gamiltonion vaqtga bog`liq bo'lmaydi va u $\hat{H}(x)$ to'la energiya operatori bilan mos tushadi. Bu tenglamaning echimi

$$\psi(x,t) = A\exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)\right]$$

ko'rinishdagi to'lqin funkstiyaga ega.

x va t o'zgaruvchilarga ajratish usulini qo'llab ushbu funkstiyani

$$\psi(x,t) = \psi(x) f(t) \qquad (13.38)$$

shaklga keltiramiz. Bunda

$$\psi(x) = Ae^{-\frac{i}{\hbar}\cdot px}$$

va

$$f(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\cdot Et}.$$

(13.38) ifodani

$$\psi(x,t) = \psi(x)\cdot e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \qquad (13.39)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

(13.39) dan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila olsak:

$$\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}E\psi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}, \qquad (13.40)$$

x-koordinata bo'yicha ikkinchi tartibli

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2}e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \qquad (13.41)$$

ko'rinishdagi munosabatga olib keladi.

(13.39), (13.40) va (13.41) larni (13.37) tenglamaga qo'yamiz va natijada

$$i\hbar\left(-\frac{i}{\hbar}E\psi(x)\right)e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}e^{-\frac{i}{\hbar}Et} + U\psi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

tenglik kelib chiqadi. Bu tenglikni ikkala tomonini $\exp\left[-\frac{iEt}{\hbar}\right]$ ko'paytuvchiga qisqartirib va $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ ni $\frac{d^2}{dx^2}$ ga almashtirib

$$E\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} + U\psi(x) \qquad (13.42)$$

tenglamani hosil qilamiz. Ushbu tenglamaga *Shryodingerning vaqtga bog`liq bo'lmagan yoki stastionar tenglama* deb ataladi. Bu tenglamadagi $\psi(x)$ funkstiyani ham to'lqin funkstiya deb atashadi.

(13.42) tenglamani kanonik (standart) shaklda yozamiz, ya'ni

$$\frac{d^2\psi(x,t)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi(x) = 0. \qquad (13.43)$$

Bu tenglamada $U(x)$ – potenstial funkstiya oshkor ravishda vatga bog`liq emas deb hisoblanadi. (13.43) tenglamani o'lchamli fazoga ham judaoson yozish mumkin:

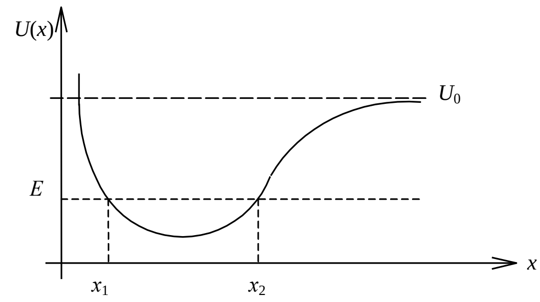
$$\nabla^2\psi(r) + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi(\vec{r}) = 0. \qquad (13.44)$$

2. Shryodinger tenglamasi va uning echimining asosiy xossalari. Energetik sathlarni kvantlanishi

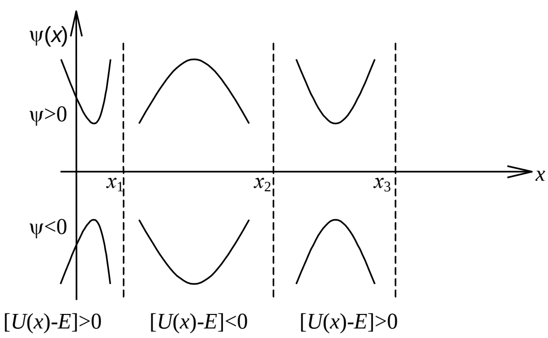
Keyingi boblardan birida biz Shryodinger tenglamasini bir nechta fizikaviy masalaga qo'llab, hosil bo'lgan echimlari bilan sizni mufassal tanishtiramiz. Hozir esa $U(r)$ – potenstial maydonning ko'rinishi konkretlashtirmasdan, Shryodinger differenstial tenglamasini xususiy echimlarining umumiy xossalarihaqida to'xtalamiz.

Uzluksiz fazoviy o'zgaruvchi-larning uzluksiz funkstiyalari qatnashgan differenstial teng-lamadan qanday qilib kvant effektlari, masalan, atomdan energiyaning diskret sathlari hosil bo'ladi degan savolga javob berishga harakat qilamiz. Atomning potenstial "qudug`i"ga tushib qolgan elektron energiyasi, fazoning ma'lum sohasida qolishga majbur bo'lib, u faqat aniq diskret qiymatlar qabul qilishi kerak degan faktni biz yaxshi tushunib olishimiz kerak.

Soddalik uchun elektron bir o'lchamli fazoda x o'qi bo'yicha harakat qilsin va uning potenstial energiyasi – $U(x)$ 13.4-rasmda tasvirlangani kabi o'zgarsin. Bu potenstial statik, ya'ni vaqt o'tishi bilan o'zgarmasin. 13.4*a*-rasmdagi ko'rinishga ega bo'lgan potenstial egrilik kvant mexanikaning juda ko'p turli masalalarida ishlatiladi. Masalan, ikki atomli molekulada atomlar orasidagi o'zaro potenstial energiyasi xuddi shunday ko'rinishga ega. bu holda atomlar markazlari orasidagi masofa x ga teng va u $U(x)$



а)



б)

13.4-расм.
а) *х* ўқи бўйлаб ҳаракатланаётган зарра учун потенциал эгри;
б) турли соҳаларда тўлқин функциянинг кўринишлари.

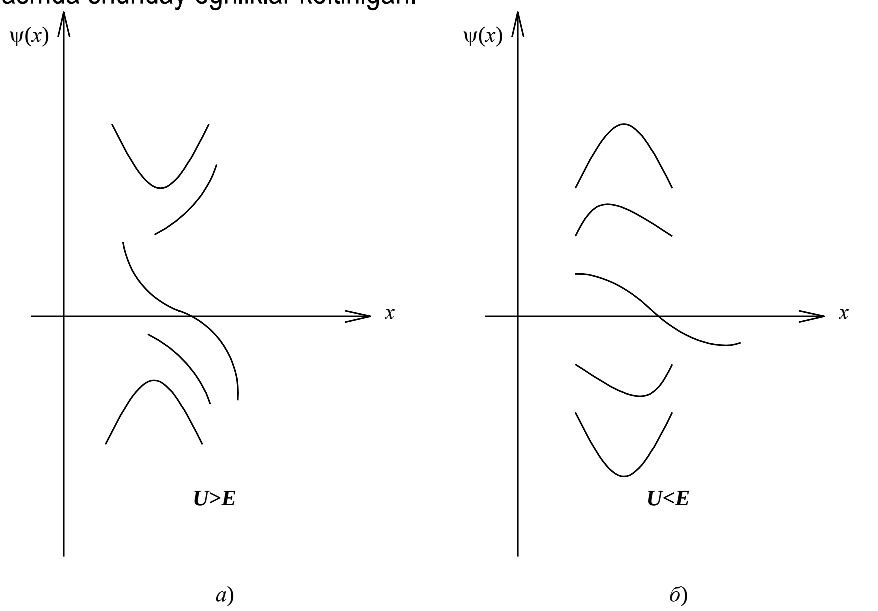
funkstiyaning minimumi esa molekulada atomlarning muvozanat holatini aks ettiradi.

Bu hol uchun (13.43) Shryodingerning stastionar tenglamasi o'rinli bo'lib, uni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\frac{d^2\psi(x,t)}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2}\left[U(x) - E\right]\psi(x) \qquad (13.45)$$

va uning echimini (13.39) ko'rinishda izlaymiz. Bilamizki, bu funkstiya aniq chastotaga, ya'ni aniq energiyaga javob beruvchi holatlarni ifodalaydi.

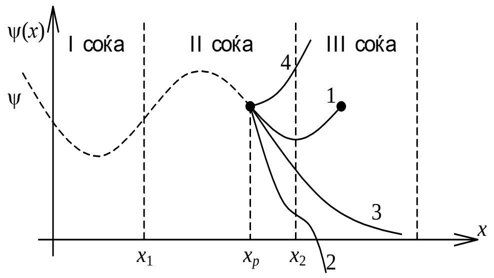
(13.45) tenglamadan ko'rinadiki $\psi(x)$ funkstiyadan x bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosila doimo shu $\psi(x)$ funkstiyaning o'ziga proporstional va bunda $\left(U(x) - E\right)$ ko'paytma proporstionallik koeffistientini bajaradi. Matematik tahlildan yaxshi bilamizki $\psi(x)$ dan olingan ikkinchi tartibli hosila shu $\psi(x)$ funkstiya og`ishishini tezligini xarakterlaydi. Agar $U$-potenstial zarra energiyasi $E$ dan ($U>E$) katta bo'lsa, u holda $\psi(x)$ funkstiyaning og`ishish (krivizna) tezligining ishorasi, $\psi(x)$ funkstiyaning ishorasi bilan bir xil bo'ladi. Bu degani $\psi(x)$ funkstiya o'zining do'ngligi bilan x o'qiga burilgan va $e^{\pm x}$ eksponentaning musbat yoki manfiy yo'lini xarakterlaydi. 13.4*a*-rasmdagi chizmada x o'qining x_1 nuqtadan chap tomonidagi sohada $U>E$ bo'lgani uchun $\psi(x)$ funkstiyaning bu sohadagi ko'rinishi 13.5*a*-rasmdagi egrilikdan birortasiga o'xshagan bo'lishi mumkin. Mabodo, $U<E$ bo'lsa, u holda $\frac{d^2\psi}{dx^2}$ ning ishorasi aksincha $\psi(x)$ ishorasiga teskari bo'ladi. Bu holda $\psi(x)$ egrilik o'zining botiqligi bilan doimo x o'qi tomon qaragan bo'ladi. 13.5*b*-rasmda shunday egriliklar keltirilgan.



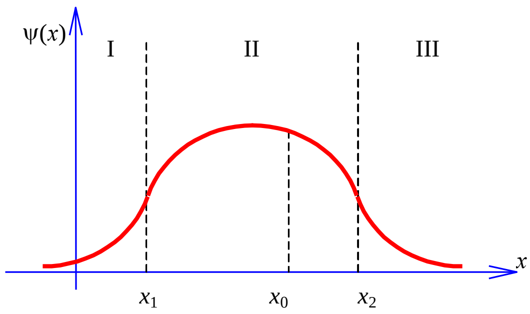
13.5-расм. $U>E$ ва $U<E$ шартлар учун тўлқин функциянинг мумкин бўлган формалари (шакллари).

Zarra to'la energiyasining qiymati U dan kichik bo'lgan holda u potenstial o'ra tomonidan "ushlanib" qoladi va $x_1 \le x < x_2$ sohada o'rnashib (lokallashib) qoladi. Bu hol uchun yuqorida aytganimizdek $\frac{d^2\psi}{dx^2}$ ning ishorasi $\frac{2m}{\hbar^2}\left[U(x) - E\right]$ bilan $\psi(x)$ funkstiyaning ishoralari orqali aniqlanadi. *Ox* o'qni uchta intervalga bo'laylik: $x < x_1$, $x_1 \le x \le x_2$, $x < x_2$. Birinchi va uchinchi intervallar uchun $\left[U(x) - E\right] > 0$, ikkinchi interval uchun $\left[U(x) - E\right] < 0$. Demak, $\frac{d^2\psi}{dx^2}$ va $\psi(x)$ ni birinchi va uchinchi sohalarda ψ funkstiyani grafigi x o'qiga o'ng tomoni bilan qaragan ($\psi>0$ va $\psi<0$ hollar uchun) va ikkinchi sohada botiq tomoni qaragan. 13.5-rasmda to'lqin tenglamaning echimi bo'lgan $\psi(x)$ funkstiyaning mumkin bo'lgan ko'rinishlaridan biri tasvirlangan.

$\frac{d^2\psi}{dx^2}$ ni $\psi(x)$ bilan bog`lovchi (13.45) tenglama har qanday differenstial tenglama kabi umumiy echimga ega. $x=x_0$ nuqtada ψ va uning birinsi hosilasi $\frac{d\psi}{dt}$ ni xususiy qiymatini berilishi x ning barcha qiymatlari uchun $\psi(x)$ ni xususiy echimini beradi.



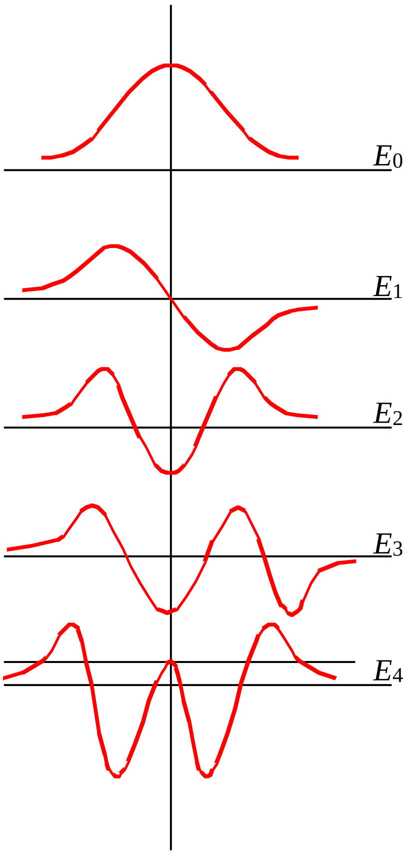
13.6-расм.



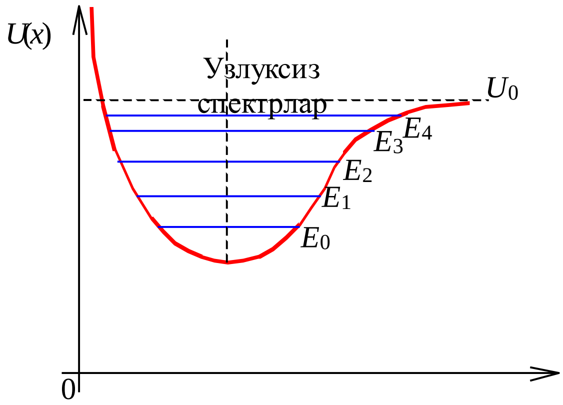
13.7-расм.

x_0 nuqtani, masalan, ikkinchi sohada tanlaylik va uning uchun $\psi(x_0)$ va $\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=x_0}$ ni qiymatlari ham berilgan bo'lsin (13.6-rasm). dastlabki qiymat $\psi(x_0)>0$ ni tanlaganimiz uchun, ikkinchi sohada uning botiqligi x ga qaragan (13.4*b*-rasm). egrilik misolida x o'qining ortishi yo'nalishida $\psi(x)$ ning yo'lini tahlil qilamiz (13.6-rasm). III sohaga etguncha egrilikning botiqligi x o'qiga tomon qaragan holda bo'ladi. Sohaning chegarasi $x = x_2$ nuqtada $[U(x) - E]$ kattalik ishorasini o'zgartiradi, ψ funkstiyaning qiymati musbatligicha qoladi, $\frac{d^2\psi}{dx^2}$ esa nolga teng bo'ladi. Berilgan boshlang`ich shartda $\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=x_0} < 0$ bo'lgani uchun $\frac{d\psi}{dx}$ hosila $x = x_2$ nuqtada eng kichik manfiy qiymatga ega bo'ladi, so'ngra u III sohada o'sa boshlaydi. Shunday qilib $x = x_2$ nuqtada egrilik qayrilishi ro'y beradi; III sohada egrilik manfiy og`ishishi avval nol, so'ngra musbat bo'ladi. Og`ishning o'zgarish tezligi, ya'ni $\frac{d^2\psi}{dx^2}$ $[U(x) - E]$ ga va *ox* o'qidan egrilikkacha bo'lgan masofa $\psi(x)$ ga proporstional. Provardida III cohada 1-egrilik cheksiz o'sa boshlaydi.

Dastlabki shartlarni boshqacha berilishida $\psi(x)$ hatti harakatini ikkinchi egrilik xarakterlasin. Masalan, uning uchun $\psi(x_0)$ ni o'zgartirmay $\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=x_0}$ ning qiymatini sal kamroq olamiz. Bu holda 2-egrilik III sohada $x \to +\infty$ da ψ funkstiya esa $-\infty$ ga intiladi. Agar $x = x_0$ nuqtada $\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=x_0}$ to'g`ri tanlangan bo'lsa, u holda 3-egrilikni olishimiz mumkin. Bu hol uchun egrilik botiqligi



13.8-расм.



13.9-расм.

yuqoriga qaragan va *ox* o'qidan yuqorida joylashgan, *x* ni ortishi bilan $\psi(x)$ assimptotik nolga intiladi. Bu hol bizni qanoatlantiradigan echimdir. Endi shu 3- egrilikni *x* ni kamayishi tomon ko'rinishini tahlil qilaylik. Bunda ham $x \to -\infty$ da ψ funkstiya esa musbat yoki manfiy qiymatga ega bo'lgan cheksizlikka ega bo'lishi lozim. Shu hollardan biri 13.6-rasmda $\psi(x)$ uchun shtrixlar bilan ko'rsatilgan. Shunday qilib $U(x)$ ni berilgan grafigi uchun va E ni erkli tanlaganimizda Shryodinger tenglamasi normal echimga ega emas. Biroq E ni turlicha tanlash yo'li bilan tasodifan shunday E_1 ni topish mumkinki, $\psi(x)$-funkstiya *x* ning har qanday qiymatida to'g`ri yo'l tutishi mumkin. «Hulq»i to'g`ri bo'lgan $\psi(x)$ lardan biri 13.7-rasmda tasvirlangan. Bundan potenstial o'rada bog`lanib qolgan zarra uchun yagona energiya mavjud ekan degan xulosaga kelamizmi? Yo'q. Boshqalari ham, $E_1, E_2, E_3, \ldots$ kabilari ham bo'lishi mumkin. Bu xususiy qiymatlari uchun ham $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots$ xususiy to'lqin funkstiyalarning «hulqi» ham yaxshi bo'lishi mumkin. Shunday qilib, quyidagi xulosaga kelamiz. Agar zarra potenstial o'raga kirib qolgan bo'lsa, u holda uning energiyasi aniq bir qiymatlar olib diskret energetik spektr hosil qiladi. Ko'rib turibsizki, kvant fizikaning eng muhim faktini Shryodingerning differenstial tenglamasi tavsiflayapti. Sizga bir narsani eslatib o'taiz. Agar $E>U$ bo'lsa, u holda diskret echimlar hosil bo'lmaydi va bu holda energiya istalgan qiymatga ega bo'ladi va natijada uzluksiz spektr hosil bo'ladi. Masalan, shunday hol erkin elektronlar potenstial o'radan sochilganda yuz beradi. 13.8-rasmda 5 ta bog`langan energetik holat uchun $\psi(x)$ funkstiyaning shakllari va 13.9-rasmda esa erkli formadagi potenstial energiya uchun Shryodinger bir o'lchamli tenglamasidan energiyaning kvantlanish masalasi va shuningdek, uzluksiz spektr tasvirlangan.

3. Stastionar holatlar.

Shryodingerning (13.45) tenglamasi vaqt o'tishi bilan mikrozarralar harakatining holatini o'zgarmasdan qolishini tavsiflovchi tenglama va u energiya o'zgarmay qolganda bajariladi. Odatda bunday holatni s*tastionar holat* deymiz.

Stastionar holatda zarra vaqt o’tishi bilan fazoning biror nuqtasidan boshqa nuqtasiga ko’chib o’tadi va bu ko’chish qanday traektoriya bilan ro’y beradi, aytolmaymiz. Klassik fizikada zarraning harakati deganda, uni vaqt o’tishi bilan fazodagi ko’chishini tushunamiz. Kvant mexanikada zarra harakati degan tushuncha kengroq ma’no anglatadi.

Harakat bu stastionar holatga kelish bilan bog`lanmagan, balki harakat stastionar holatning o’zgarishi bilan bog`langan. Stastionar holat tushunchasiga bunday qarash juda chuqur ma’noga ega, chunki olamda nimadir sodir bo’lar ekan, demak, nimadir o’zgaryapti. Agar hech narsa o’zgarmaganda edi, hech narsa ham sodir bo’lmagan bo’lar edi.

Agar dunyoning barcha tarkibiy qismlari stastionar holatgi o’tganda edi, u holda bu o’tish Koinotda juda ham buyukvoqea sodir bo’lganda bo’lar edi. Bu voqeadan so’ng uning yashashi to’xtab qolgan bo’lar edi. Shuningdek, agar Koinot biror stastionar holatdan nostastionar holatga o’tsa – bu ham buyuk voqea. Koinotning yaryatilishi – buyuk voqea. 10-15 milliard yil avval «buyuk portlash» tufayli Koinot yaratilishi – bu stastionar holat nostastionar holatga o’tish mahsuli. Afsuski bu haqda hech kim hech narsa bilmaydi, chunki «buyuk portlash» gacha Koinot qanday holatda bo’lganligi haqida hech narsa ma’lum emas.

Koinot holati umuman (yaxlit) olganda stastionar emas, biroq uning tarkibiy qismlari (masalan atomlar) stastionar holatlarda bo’lishi mumkin. Bu holatlar abadiy bo’lganda edi, biz ham u haqida hech narsa bilmagan edik. Ularning borligini bilish uchun esa stastionar holatldarini o’zgartirish kerak. Stastionar holatning o’zgarishini bilish uchun esa, avvalambor stastionar holatlarning o’zi haqida ma’lumotga ega bo’lishimiz kerak.

Stastionar holatlar fizik dunyoni tavsiflashda fundamental boshlang`ich momentdir. Stastionar holatlarning fundamental xossasi bu – uning yaxlitligidir. Stastionar holatlarning fizik xossalaridan matematik talablar kelib chiqadi va bu talablar stastionar holatni tavsiflovchi to’lqin funkstiyaga qo’yiladi.

Stastionar holatning bosh xossasi orqali fotonning harakati tavsiflanadi. Foton yaxlitligi va uni qismlarga bo’lib bo’lmasligi bosh xossa oldida yotadi.

Kvant mexanika masalalarini to’g`ri tushuntirish uchun stastionar holat tushunchasi haqida alohida gaplashish kerak. Stastionar holatning to’lqin funkstiyasi:

$$\psi(x,y,z,t) = \psi(x,y,z)\cdot e^{-\frac{iEt}{\hbar}}. \qquad (13.46)$$

Kvant mexanikada stastionar holat deganda, vaqtga bog`liq bo’lmagan holat emas, balki (13.46) qonun bo’yicha o’zgaradigan holat tushuniladi.

Stastionar holatning eng muhim alomati shundaki, istalgan mexanik kattalikni matematik ifodasi doimo o’zgarmas, uning operatori oshkor ravishda vaqtga bog`liq emas. Haqiqatan ham

$$\langle L\rangle = \int \psi^*(x,y,z,t)\hat{L}\,\psi(x,y,z,t)dv = \int e^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi^*(x,y,z)\cdot\hat{L}\cdot e^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi(x,y,z,)dv =$$

$$= e^{-\frac{iEt}{\hbar}}\cdot e^{-\frac{iEt}{\hbar}}\int \psi^*(x,y,z)\hat{L}\,\psi(x,y,z)dv = \int \psi^*(x,y,z)\hat{L}\,\psi(x,y,z)dv.$$

Stastionar holatda elektron zichligini taqsimlanishi ham vaqtga bog`liq emas:

$$|\psi(x,y,z,t)|^2 = |\psi(x,y,z)|^2.$$

Bundan kelib chiqadiki yakkalangan molekulada uning taqsimlanishi o’zining erkligiga o’zgaradi. Masalan, benzolning

 holatdan holatga o’tishi (yoki aksincha) kvant mexanika nuqtai nazaridan xato tushunchadir.

SAVOLLAR

24. Shryodingerning stastiornar tenglamasini yozing.
25. Shryodingerning stastiornar tenglamasida to’lqin funkstiya qanday ko’rinishda yoziladi?
26. Shryodinger tenglamasi foydalanib massani saqlanish qonunini yozing.
27. Shryodinger tenglamasi foydalanib elektr zaryadni saqlanish qonunini yozing.

28. Uzluksiz fazoviy o'zgaruvchilar qatnashgan differenstial tenglamadan qanday qilib energiyani kavntlanishi kelib chiqadi?

29. $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial^2 x}$ ifoda matematik nuqtai nazardan nimani anglatadi?

30. Shryodingerning stastiornar tenglamasining umumiy xossalarini ko'rsating.

31. Stastionar holat deganda nimani tushunasiz?

32. Stastionar holatga kengroq falsafiy urg`u bering.

33. Stastionar holatni tavsiflash uchun to'lqin funkstiya qanday ko'rinishda olinadi va uni tushuntiring.

34. Shu bob haqida o'z tasavvuringizni bayon qilishga harakat qiling.

MA'RUZA №12

MAVZU: **BIR O'LCHAMLI HARAKAT. TO'G'RI BURCHAKLI POTENTSIAL O'RADA ZARRACHANING XARAKATI. ENERGIYANING XUSUSIY QIYMATLARI. CHEKSIZ CHUQUR POTENTSIAL O'RADAGI ZARRACHANING XARAKATI.**

Reja:

1) **Cheksiz chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potenstial o'ra;**
2) **Cheksiz chuqurlikka ega bo'lgan ikki o'lchovli potenstial o'ra;**
3) **Chekli chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potenstial o'ra.**

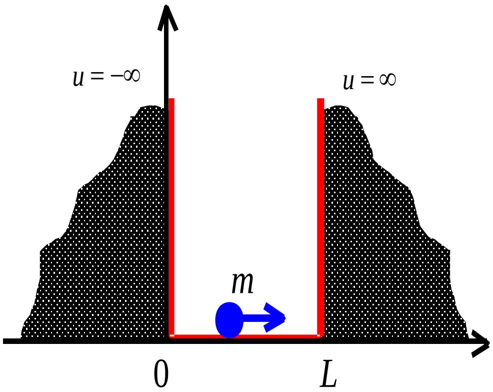
ADABIYOTLAR

1. Enriko Fermi. Kvantovaya mexanika (konspekt lekstiy). M., 1965.
2. A.A.Sokolov, M.Yu.Ternov. Kvantovaya mexanika (konspekt lekstiy). M., 1962.
3. D.I.Bloxinstev. Osnovы kvantovoy mexaniki. M., 1961.
4. L.Shiff. Kvantovaya mexanika. M.: «Il», 1957.
5. L.Landau, E.Lifshist. Kvantovaya mexanika. M., 1974.

1) Cheksiz chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potenstial o'ra.

Shryodinger teglamasini bir-necha odiy masalalarni echishga qo'llaymiz. Bu xil oddiy masalalarni echishdan maqsad Shryodinger tenglamasining matematik apparatini egallashdir.

Cheksiz potenstial chuqurlikga ega bo'lgan potenstial o'rada yotgan mikrozarra uchun Shryodingerning bir o'lchovli stastionar teglamasini tadbiq etaylik. Bu masalani echishdan asosiy maqsad xususiy funkstiyalar va xususiy qiymatlarni topishdir.



15.1-rasm. Cheksiz potenstial ¢rada

15.1-rasmda ikki tomoni cheksiz baland potenstial devor bilan o'ralgan va X o'qida $(0, L)$ soha bilan chegaralangan potenstial o'ra tasvirlangan.

Zarraning potenstial energiyasi x o'qining $0 \le x \le L$ oralig`ida nolga, $x < 0$ va $x > 0$ sohalarda cheksiz katta qiymatga ega.

Matematika nuqtai nazaridan qaraganda bir o'lchovli xarakat uchun bu masalada potenstial energiya qo'yidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantirishi kerak:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{àãàð } -\infty < x < 0 \text{ áœëñ} \\ 0, & \text{àãàð } 0 < x < L \text{ áœëñ} \\ \infty, & \text{àãàð } L < x < \infty \text{ áœëñ} \end{cases} \qquad (15.1)$$

Potenstialning bunday chegaralanishi o’z navbatida, to’lqin funkstiyani ham qo’yidagi shartlarni bajarishga majbur qiladi

$$\psi(x) = 0, \text{ agar } \begin{cases} x \le 0 \\ x \ge L \end{cases} \text{ bo'lsa}$$

va

$$\int_0^L \psi^*(x)\psi(x)dx = 1,\ 0 < x < L. \qquad (15.2)$$

Zarra har bir vaqt momentida o’raning qaerda bo’lishini aniq bilmaymiz, shuning uchun Shryodingerning vaqtga bog`liq bo’lgan tenglamasini bu masalaga qo’llab bo’lmaydi, demak Shryodingerning stastionar teglamasini ishlatamiz.

(15.1) shartdagi $U(x) = 0$ ni e’tiborga olgan holda

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) = E\psi(x) \qquad (15.3)$$

ni yozamiz va

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \qquad (15.4)$$

belgilash kiritib (15.3) ni qo’yidagicha yozamiz:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \alpha^2\psi = 0. \qquad (15.5)$$

(15.5) tenglama mikrozarraning o’ra ichidagi holatini xarakterlaydi va bu tenglamaning echimi umumiy holda

$$\psi(x) = Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x} \qquad (15.6)$$

ko’rinishga ega. Bu echim o’ra ichida *x* o’qi buylab bir-biriga qarama-qarshi yo’nalishda xarakatlanayotgan to’lqinlarning superpozistiyasini tasvirlaydi. O’raning devorlari mutlaq qattiq deb hisoblanganligi sababli o’ra ichida turg`un to’lqinlar hosil bo’ladi.

Zarraning to’la energiyasi $E \le U$ dan kichik bo’lganligi sababli u potenstial o’radan tashqariga chiqib keta olmaydi. Shuning uchun potenstial o’ra chekkasiga etgan zarra potenstial o’ra devoridan qaytadi, so’ngra, teskari yo’nalishda harakatlanadi, o’raning ikkinchi devoriga o’rilib yana orqaga qaytadi va h.k. Natijada qarama-qarshi zarralarning qo’shiluvi tufayli (15.6) ko’rinishdagi to’rg`un to’lqin hosil bo’ladi.

Matematika nuqtai nazaridan (15.6) funkstiyani (15.5) Shryodinger tenglamasini haqiqatan echimi ekanligini tekshirish foydalidir.

(15.6) tenglamadagi *A* va *V* doimiyliklarni aniqlash uchun (15.2) chegaraviy shartdan foydalanamiz. *x*=0 hol uchun $\psi(x) = 0$ va (15.6) tenglama,

$$0 = A + B$$

ko’rinishga keladi, bundan *A*=-*V*.

Demak,

$$\psi(x) = A\left(e^{i\alpha x} - e^{-i\alpha x}\right) \qquad (15.7)$$

Eyler formulasi yordamida bu funkstiyani

$$\psi(x) = 2iA\sin\alpha x \qquad (15.8)$$

ko'rinishga keltiramiz.

Endi ikkinchi chegaraviy shartni qo'llaymiz, yangi $x = L$ hol uchun $\psi(x) = 0$ va

$$0 = 2iA\sin\alpha x \qquad \mathbf{(15.9)}$$

shartga ko'ra $A \neq 0$, u holda $\sin\alpha L = 0$ bo'lishi kerak, bundan

$$\alpha L = \pi n\ ,\ n = 1,2,3,... \qquad (15.10)$$

ekanligi kelib chiqadi. (15.10) dan:

$$\alpha = \frac{\pi n}{L}\ ,\ n = 1,2,3,... \qquad (15.11)$$

(15.11) ni (15.4) ga qo'yib energiya uchun qo'yidagi formulani olamiz

$$E_n = \frac{\hbar^2\alpha^2}{2m} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}n^2\ ,\ n = 1,2,3,... \qquad (15.12)$$

Agar mikrozarra potenstial o'ra ichida yotgan bo'lsa, uning energiyasi (15.12) tenglamaning ma'lum diskret xususiy qiymatlarigagina teng bo'lgan qiymatlar qabul qila olar ekan. Bu vaziyatda energiya diskret qiymatlarga kvantlanadi va zarra bu diskret xolatlardan birida yotishi mumkin. Zarra energiyasining bu qiymatlari *energetik sathlar* deb ataladi. Shuni qayd qilamizki zarraning energiyasi nolga teng bo'lmaydi. (15.12) tenglamaga ko'ra, zarraning eng kichik energiyasini *n*=1 da olamiz, ya'ni

$$E_1 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \qquad (15.13)$$

xuddi shuningdek $n = 2,3,4,...$ lar uchun $4E_1,\ 9E_1,\ 16E_1,\ ...$ larni mos ravishda olish mumkin.

(15.13) munosabat bilan topilgan energiya *nolinchi-energiya* deb ataladi. Boshqacha aytganda zarraning energiyasi hech qachon nolga teng bo'lmaydi. Bu xulosa noaniqlik munosabatidan kelib chiqib, klassik mexanika qarashiga ziddir. Buni quyidagi mulohazadan ham bilish mumkin. Zarra potenstiali chegarada cheksiz bo'lgan devor orasida joylashgani uchun, uning holati $\Delta x \approx L$ noaniqlik bilan ma'lumdir. Geyzenbergning noaniqlik munosabatiga ko'ra impulsni aniqlashdagi noaniqlik $\Delta p \geq \frac{\hbar}{L}$ ga bo'ysunadi. Shunday qilib energiya hech qachon nolga teng bo'lmaydi, chunki u holda $\Delta p = 0$ shart bajarish talab qilingan bo'lardi.

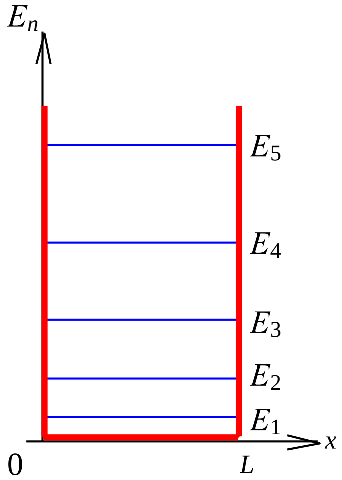
(15.12) munosabatdan impulsni ham kvantlanishi kelib chiqadi, ya'ni

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}n^2 = \frac{p_n^2}{2m}$$

bundan

$$p_n = \frac{\pi\hbar}{L}n^2\ ,\ \text{bunda}\ n = 1,2,3,... \qquad (15.14)$$

Shunday qilib zarra potenstial o'rada «qamoqda» bo'lsa Shryodingerning stastionar tenglamasining echimi diskret xususiy qiymatlarga ega bo'lar ekan va energiyaning



15.2-расм.

xususiy qiymatlari (15.12) formula yordamida topiladi. (15.13) formula bilan hisoblangan energiya spektrini qiymatlari 15.1-jadvalda keltirilgan. Bu sathlar chizmasi esa 15.2-rasmda tasvirlangan. Qo'shni sathlar orasidagi masofani chamalaylik va uni masalaning *m* va *L* parametrlariga qanday bog`liq ekanligini tahlil qilamiz. Ikki qo'shni sath orasidagi energiya farqi

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}(2n+1) \approx \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^2}n,$$ **(n>>1 uchun).**

Olingan ushbu natijadan ko'ramizki ikkita qo'shni energiya sathi orasidagi masofa *n* ni ortishiga mos ravishda chiziqli o'sadi. Zarra massasini yoki o'raning kengligini ortishi qo'shni sathlar orasidagi masofani kichraytiradi (15.2-rasm).

Endi potenstial o'ra ichida xususiy funkstiyalar ko'rinishini izlaymiz. (15.8) to'lqin funkstiyani quyidagi ko'rinishda yozib olamiz.

$$\psi = 2iA\sin\left(\frac{\pi n}{L}x\right) \qquad (15.15)$$

(15.15) ga qo'shma funkstiya

$$\psi^* = -2iA\sin\left(\frac{\pi n}{L}x\right) \qquad (15.16)$$

bo'ladi.

Ehtimol zichligi

$$\psi^*\psi = 4A^2\sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right) \qquad (15.17)$$

formula bilan topiladi.

Potenstial o'ra ichida zarrani qayd qilinishi aniq bo'lgani uchun normallash sharti (15.2) ga ko'ra

$$\int_0^L \psi^*(x)\psi(x)dx = \int 4A^2\sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx = 1$$

Bu funkstiyani integrallasak

$$4A^2\int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx = 2A^2\left[x - \frac{L}{2\pi n}\sin\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)\right]\Bigg|_0^L = 2A^2L,$$

bundan $2A^2L = 1$ yoki $A = \frac{1}{\sqrt{2L}}$ ni olamiz.

Shunday qilib normallangan to'lqin funkstiyalar qo'yidagi ko'rinishga keladi:

$$\psi_n(x) = \frac{2i}{\sqrt{2L}}\sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right) = i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right) \tag{15.18}$$

bunda $n = 1,2,3,\ldots$**.**

(15.18) funkstiyani *xususiy funkstiyalar* deb ataladi, chunki *n* ning xar bir qiymatiga mos ravishda yagona funkstiya ko'rinishi to'g`ri keladi.

Endi cheksiz potenstial o'ra ichida zarraning qayd qilinishi ehtimolini topamiz $x_1 = a$ **va** $x_2 = b$ **interval bilan chegaralangan sohada zarrani o'rnini qayd qilinishi ehtimolini**

$$\int_a^b \psi^* \psi dx = \int_a^b \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx \tag{15.19}$$

formula bilan aniqlanadi.

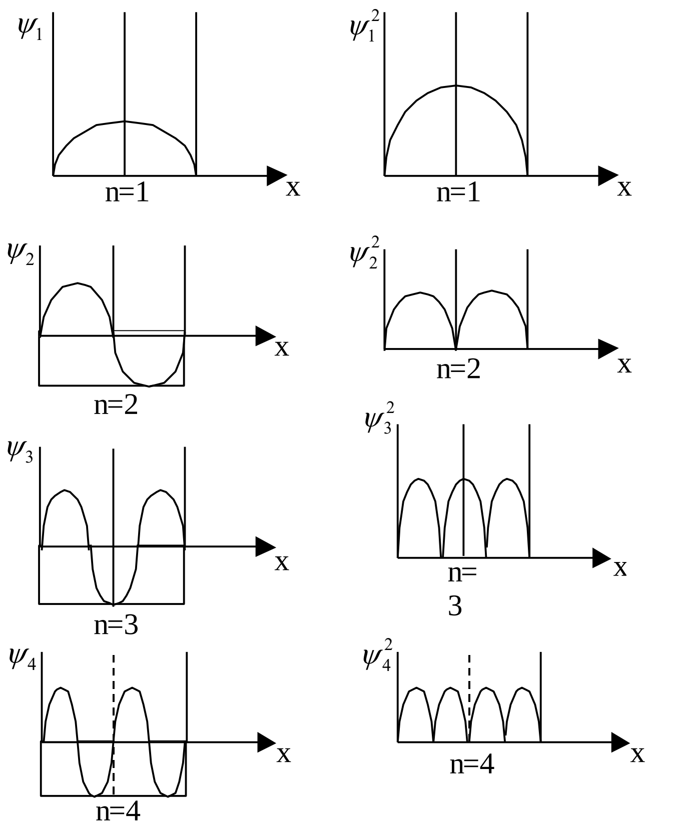
Cheksiz potenstial o'ra ichida yotgan zarra uchun qo'yilgan masalaning echimlari 15.1-jadvalda umumlashtirilgan.

15.1-jadval.

n	Xususiy funkstiya $\psi(x)$	Ehtimol zichligi $\psi^k(x)\psi(x)$	Energiyaning xususiy qiymatlari E_n
1	$i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi x}{L}$	$\frac{2}{L}\sin^2\frac{\pi x}{L}$	$\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$
2	$i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{2\pi x}{L}$	$\frac{2}{L}\sin^2\frac{2\pi x}{L}$	$\frac{4\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$
3	$i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{3\pi x}{L}$	$\frac{2}{L}\sin^2\frac{3\pi x}{L}$	$\frac{9\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
p	$i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi n x}{L}$	$\frac{2}{L}\sin^2\frac{\pi n x}{L}$	$\frac{\pi^2\hbar^2\hbar^2}{2mL^2}$

$n = 1,2,3,\ldots$ hollar uchun to'lqin funkstiya va ehtimol zichligini taqsimlanishi 15.3-rasmda keltirilgan. Bu grafiklar *p* nomerli holatlarni fizik ma'nosini ochadi. 15.3-rasmdan ko'rinadiki *n* soni o'radagi to'lqin funkstiyalar ko'rinishini belgilaydi. Xarakat cheklangan bo'lsa sistemani hamma holatlarini va unga mos ravishda energetik sathlarni tartib bilan belgilab chiqish mumkin. (*n*-1) son $\psi_n(x)$ to'lqin funkstiyaning tugunlar sonini (nollarini) beradi. Potenstial chuqurlik chegarasiga tegishli nollar bundan mustasno.

Zarraning har qanday nuqtada (o'ra ichida) qayd qilinish ehtimoli $|\psi|^2$ ga proporstional va 15.3b-rasmda $n = 1,2,3,...$ uchun $|\psi|^2$ larning ko'rinishlari keltirilgan. Rasmdan ko'ramizki asosiy energetik sathda, ya'ni n=1 holda zarrani eng katta ehtimol bilan potenstial o'ra o'rtasida $\left(x = \frac{L}{2}\right)$ topamiz, potenstial o'raning chekkalarida esa zarraning qayd qilish ehtimoli aksincha nolga teng. n=2 uchun esa xususiy funkstiyani ko'rinishi 15.3a-rasmdagi kabi bo'lib $x = \frac{L}{2}$ nuqtada (ya'ni o'ra o'rtasida) zarraning qayd qilinishi ehtimoli esa nolga teng.



15.3-rasm. Cheksiz potenstial œradagi zarraning tœlšin funkstiyasi va extimollik zichligi.

Shunday qilib, zarraning energetik sathi E_2 bo'lsa, u holda uni $x = \frac{L}{4}$ nuqtada bo'lishi ehtimoli kattadir.

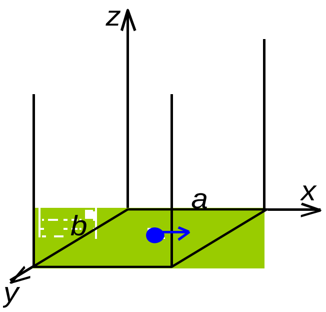
Demak, potenstial o'ra ichida ma'lum nuqtalarda zarraning qayd qilinishi ehtimoli n ning qiymatiga bog`liq bo'lib, uning o'zgarishi bilan ehtimol ham keskin o'zgaradi. 15.3-rasmdan ko'ramizki p ning qiymati kattalashgan sari, ya'ni energiya kattalashgani bilan $|\psi_n|^2$ ning maksimumlari bir-biriga yaqinlashib boradi va n ning katta qiymatlarida $|\psi_n|^2$ taqsimoti klassik fizikaning taqsimoti bilan br xil bo'lib qoladi. Boshqacha aytganda Borning moslik prinstipi bu masala uchun ham o'rinlidir. Shunday qilib, bu masalada ham to'lqin funkstiyaning o'zi emas, balki modulining kvadrati fizik ma'noga egadir. Energetik sathlar orasidagi oraliq

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{2\Delta n}{n+1}$$

ko'rinishga ega.

2) Cheksiz chuqurlikka ega bo'lgan ikki o'lchovli potenstial o'ra.

Cheksiz chuqur potenstial o'ra ikki o'lchamli bo'lsin. Ikki o'lchamli cheksiz chuqur o'rada harakat qilayotgan elektron masalasini ko'raylik. a va b tomonlarga ega bo'lgan tekislikda harakat qilayotgan elektron 15.4-rasmda keltirilgan. Klassik fizikada ishlatiladigan matematik metodga o'xshab, bu holni ham elektronning harakatini bir-biriga bog`liq bo'lmagan ikkita harakatga ajratish mumkin. Bu harakatlardan biri x o'qi, ikkinchisi esa u o'qi bo'yicha yo'nalgan bo'ladi. Bu holda elektronning energiyasi ikkita kvant soni n_x va n_y bilan aniqlanadi.



15.4-расм. Электрон $a \cdot b$ текисликда локаллашган.

$$E_{n_x,n_y} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n_x^2 + \frac{\pi^2\hbar^2}{2mb^2}n_y^2 \qquad (15.20)$$

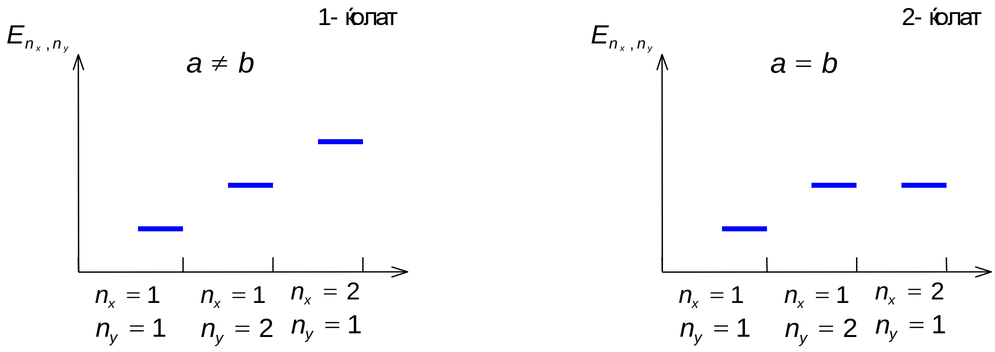
bunda $n_x = 1,2,\ldots;\ n_y = 1,2,\ldots.$

Sistemaning ikkita holatini ko'ramiz: $n_x = 1,\ n_y = 2$ va $n_x = 2,\ n_y = 1$ bo'lsin. Agar $a \neq b$ bo'lsa, har bir holat uchun o'zining energiya qiymati mavjud (15.2-jadal).

15.2-jadval.

Holat	Energiya
$n_x = 1,\ n_y = 2$	$E_{1,2} = \dfrac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\dfrac{1^2}{a^2} + \dfrac{2^2}{b^2}\right)$
$n_x = 2,\ n_y = 1$	$E_{2,1} = \dfrac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\dfrac{2^2}{a^2} + \dfrac{1^2}{b^2}\right)$

15.2-jadvaldan ko'ramizki $E_{1,2} \neq E_{2,1}$. Shuning uchun *aynish* sodir bo'lmaydi.



расм.

15.5-расм. Айнимаган ва айниган ќолатлар учун энергетик сатќ спектри.

Maydon simmetriyasini o'zaro bog`lanishi, elektron harakat qilayotgan va energetik sathlarni aynish strukturasi *a*=*b* da sistemaning holati ikkala energiya uchun ham bir xil, ya'ni $E_{1,2} = E_{2,1} = 5\dfrac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$.

15.5-rasmda *a*=*b* va $a \neq b$ hollar uchun energetik sathlarning ko'rinishi keltirilgan.

Umuman olganda ikii o'lchamli cheksiz potenstial o'ra uchun energetik sath formulasi

$$E_{n_1,n_2} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}\left(n_x^2 + n_y^2\right) \qquad (15.21)$$

ko'rinishga ega.

Shunday qilib, n_x va n_y kvant sonlarining barcha kombinastiyasi uchun $\left(n_x^2 + n_y^2\right)$ yig`indi bitta qiymatga ega va bunga bitta energiya qiymati to'g`ri keladi. Bu hol uchun aynish o'rinli bo'ladi (15.5-rasm, 2-holat). Simmetriyaning ortishi (to'g`ri to'rtburchakdan kvadratga o'tish) ayrim holatlarni energiya bo'yicha aynishga olib keladi. Sistemaning simmetriyasi bilan energetik sathlarning aynish struktarusi orasidagi bog`lanish kvant fizikaning chuqur bir g`oyalaridan biridir.

3) Chekli chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potenstial o'ra.

Chekli chuqurlikka ega bo'lgan bir o'lchovli potenstial o'ra 15.6-rasmda tasvirlangan.

$x < 0$ da potenstial energiya cheksizga intiladi. Shuning uchun zarra $x < 0$ sohaga kirolmaydi. Oqibatda to'lqin funkstiya bu sohada nolga teng bo'ladi. $x > 0$ da potenstial energiya chekli qiymatga ega va to'lqin funkstiyani I va II sohalarda bo'lishi ehtimoli mavjud. Potenstialga qo'yilgan chegaraviy shart quyidagilardan iborat:

$$U(x)=\begin{cases}\infty, & \text{àãàð} \ -\infty < x < 0 \ \ \text{áœëñà}\\ 0, & \text{àãàð} \ \ 0 < x < L \ \ \text{áœëñà}\\ U_0, & \text{àãàð} \ \ L < x < \infty \ \ \text{áœëñ}\end{cases} \tag{15.22}$$

Shryodinger tenglamasini I sohaga yozamiz:

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2}+\alpha^2\psi_1=0, \quad (0<x<L), \tag{15.23}$$

bunda $\alpha^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$; II soha uchun

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U_0)\psi_2=0, \quad (0<x<\infty). \tag{15.24}$$

$E>U_0$ holni ko'raylik. II soha uchun Shryodinger tenglamasi

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+p^2\psi_1=0 \tag{15.25}$$

ko'rinishda bo'ladi (bunda $p^2=\frac{2m}{\hbar^2}(E-U_0)>0$).

I soha uchun Shryodinger tenglamasi (15.24) ko'rinishda qoladi.

Turli sistemalar uchun bu tenglamaning echimini quyidagicha izlaymiz.

I soha uchun:

$$\begin{aligned}\psi_1&=A_1\sin(\alpha x)+B_1\cos(\alpha x)\\ \psi_2&=A_2\sin[\beta(x-L)]+B_2\cos[\beta(x-L)].\end{aligned} \tag{15.26}$$

To'lqin funkstiyaga qo'yilgan shartlarga binoan $\psi_1(0)=0$ va demak, $B_1=0$. Uzluksizlik shartiga ko'ra funkstiya va uning hosilasi uchun

$$\psi_1(L)=\psi_2(L), \quad \frac{\partial\psi_1}{\partial x}(L)=\frac{\partial\psi_2}{\partial x}(L) \tag{15.27}$$

ifodani yozsa bo'ladi. U holda A_2 va V_2 lar quyidagicha topiladi:

$$A_2=\frac{\alpha A_1}{\beta}\cos(\alpha L), \quad B_2=A_1\sin(\alpha L). \tag{15.28}$$

Bu shartlar doimo o'rinli bo'ladi. Shuning uchun $E>E_0$ da energiya spektri uzluksiz, o'zining harakati davomida zarra fazoning chekli sohasida lokallashmagan, ya'ni harakat *infinitiv* bo'ladi.

Endi $E<U_0$ holni ko'ramiz. Bu holda II soha uchun Shryodinger tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+k^2\psi_1=0 \tag{15.29}$$

ko'rinishda bo'ladi (bunda $k^2=\frac{2m}{\hbar^2}(U_0-E)>0$).

I soha uchun Shryodinger tenglamasi (15.24) ko'rinishda qoladi.

Tenglamaning echimi I va II sohalar uchun quyidagi ko'rinishga ega:

$$\psi_1=A_1\sin(\alpha x) \tag{15.30a}$$

$$\psi_2=C_2e^{-kx}+D_2e^{kx} \tag{15.30b}$$

to'lqin funkstiya hamma erda chekli bo'lishi talab qilinadi. Biroq $x\to\infty$ da e^{kx} cheksiz o'sadi.

Shuning uchun (15.30b) formuladagi $D_2 = 0$ bo'ladi.

Tikish sharti bu hol uchun quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} A_1 \sin(\alpha L) &= C_1 \exp(-kL) \\ A_1\alpha \cos(\alpha L) &= -kC_1 \exp(-kL) \end{aligned} \tag{15.31}$$

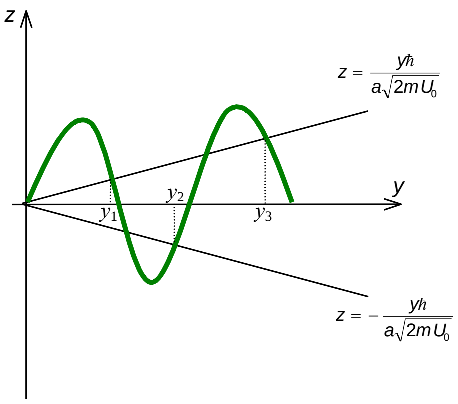
Bu sistemadagi ikkinchi tenglamani har bir har bir hadini birinchi tenglamaning har bir hadiga bo'lsak

$$\alpha ctg(\alpha L) = -k \tag{15.32}$$

tenglama hosil bo'ladi. Bu tenglamani grafik usulda echish qulay. Shuning uchun quyidagi almashtirishlarni bajaramiz:

$$\sin(\alpha L) = \left[1 + ctg^2\alpha L\right]^{-\frac{1}{2}} = \left[1 + \left(\frac{k}{\alpha}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} = \left[1 + (U_0 - E)|E\right]^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Biroq



15.6-расм.

$$\sqrt{E} = \frac{\hbar\alpha}{\sqrt{2m}} \tag{15.33}$$

bo'lgani uchun (15.32) tenglamani qo'yidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\sin y = \frac{\hbar}{\sqrt{2mL^2U_0}}\, y \tag{15.34}$$

bunda $y = (\alpha L)$. Bu tenglamani grafik echimini 15.6-rasmda keltirilgan. (15.33) tenglamani echimi sifatida $z = \frac{y\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}$ -to'g`ri chiziq bilan $z = \sin y$ sinusning kesishgan nuqtalari olinadi. Lekin hammasi ham emas. Balki (15.33) tenglamani qanoatlantiradigan echimlar hisobga olinadi. Bu echimlar juft choraklarda olingan nuqtalar uchun o'rinli. $y_n$ ning chekli sondagi qiymatlariga energiyaning quyidagi qiymatlari to'g`ri keladi.

$$E_n = \frac{\hbar^2 y_n^2}{2nL^2} \tag{15.35}$$

energiya to'g`ri keladi.

Shunday qilib, chekli chuqurlikka ega bo'lgan potenstial o'rada chekli sondagi energiyaning xususiy qiymatlari hosil bo'ladi. Agar U_0 – potenstial o'raning chuqurligi kichik bo'lsa, u holda birorta ham energiyaning xususiy qiymatlari bo'lmasligi mumkin. $E<U_0$ da ($x>L$ sohada) to'lqin funkstiya $\psi_2(x) = C_2 e^{-kx}$ ko'rinishga ega. Bundan chiqadiki, to'lqin funkstiyani $x>L$ sohaga kirish ehtimoli mavjud. Bu effekt mikrozarraning potenstial to'siqdan o'tish hodisasi degan qiziq yangi masalaga etib keladi.

MAVZU: **Chekli potentsial to'siqdan o'tish va qaytish. O'tish va qaytish koeffitsientlari. Tunnel' effekt.**

Reja:

1. Sovuq emissiya.
2. Tunnel effekt (potenstial to'siq).

ADABIYOTLAR

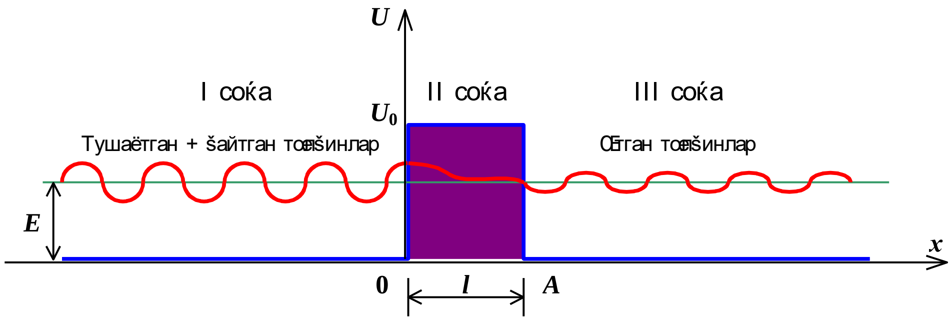
1. Enriko Fermi. Kvantovaya mexanika (konspekt lekstiy). M., 1965.
2. A.A.Sokolov, M.Yu.Ternov. Kvantovaya mexanika (konspekt lekstiy). M., 1962.
3. D.I.Bloxinstev. Osnovы kvantovoy mexaniki. M., 1961.
4. L.Shiff. Kvantovaya mexanika. M.: «Il», 1957.
5. L.Landau, E.Lifshist. Kvantovaya mexanika. M., 1974.

Zarraning bir o'lchovli harakatini muhim holidan yana biri uning potenstial to'siqdan o'tishidir. Bu masala garmonik osstillyator masalasining echimidan bevosita kelib chiqadi. Yuqorida ko'rdikki, garmonik osstillyator masalasida to'lqin funkstiyaning qiymati potenstial o'ra tashqarisida ham noldan farq qiladi. Bu degani klassik chegara tashqarisida, ya'ni potenstial o'ra ortida ham zarrani qayd qilinish ehtimoli mavjud bo'lib, u chekli qiymatga ega. 15.8-rasmda to'lqin funkstiya potenstial devorning *A* va *V* nuqtalaridan ichkarisiga o'tib tezda nolga aylanishi tasvirlangan. *A* va *V* nuqtalarda to'lqin funkstiya chekli qiymatga ega bo'lishi mumkin. Keyin nima bo'ladi? bu savolga javob topish uchun yupqa potenstial devor – *potenstial to'siq*ni ko'raylik.

15.10-rasmda $U > E$ uchun potenstial to'siq tasvirlangan. Rasmdan ko'rinadiki to'lqin funkstiyaning birinchi sakrashi $x = 0$ nuqtada, ikkinchisi esa $x = a$ nuqtada ro'y beradi. Natijada x o'qi uchta sohaga bo'linadi:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & агар x < 0\, булса \qquad I\ соха \qquad U_I = 0 \\ U_0, & агар 0 < x < l\, булса \qquad II\ соха \qquad U_{II} = U_0 \neq 0 \\ 0, & агар x > l\ булса \qquad I\ соха \qquad U_{III} = 0 \end{cases} \quad (15.66)$$

15.10-rasmda garmonik osstillyatorning energetik sathlardan biri tasvirlangan.



15.10-расм. Потенциал тоœиš.

Sathning to'la energiyasi, masalan, E_1 to'siq balandligidan kichik bo'lsin. Bu sathda to'siqning maksimal potenstial energiyasi zarraning to'la energiyasidan katta bo'lgan holda ham to'lqin funkstiya bu sathda chekli qiymatga ega bo'ladi (15.8-rasm). Boshqacha aytganda zarraning qayd qilinishi mumkinligi kelib chiqadi. To'lqin funkstiyaning chekli amplitudasi 15.10-rasmda III sohada tasvirlangan.

Bu masalani echish uchun I, II, III sohalardagi to'lqin funkstiyalarni ψ_1, ψ_2, ψ_3 deb belgilaymiz va har bir soha uchun Shryodingerning stastionar tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_1}{dx^2} = E\psi_1, \qquad \text{chunki } U_I = 0 \qquad \text{I soha,}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_2}{dx^2}+U_0\psi_2=E\psi_2,\quad \text{chunki } U_{II}=U_0 \qquad \text{II soha,} \qquad (15.67)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_3}{dx^2}=E\psi_3,\qquad \text{chunki } U_{III}=0 \qquad \text{III soha.}$$

Quyidagi belgilashlar kiritamiz:

$$\alpha^2=\frac{2m}{\hbar^2}E \text{ va } \beta^2=\frac{2m(U_0-E)}{\hbar^2} \qquad (15.68)$$

va (15.67) ni quyidagi shaklga keltiramiz:

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2}+d^2\psi_1=0, \qquad \text{I soha,}$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2}-\beta^2\psi_2=0, \qquad \text{II soha,} \qquad (15.69)$$

$$\frac{d^2\psi_3}{dx^2}+\alpha^2\psi_3=0, \qquad \text{III soha.}$$

Bu tengliklarning echimlari quyidagi funkstiyalar bo'ladi:

$$\psi_1=Ae^{i\alpha x}+B^{-i\alpha x}, \qquad \text{I soha,}$$

$$\psi_2=Fe^{-\beta x}+Ge^{\beta x}, \qquad \text{II soha,} \qquad (15.70)$$

$$\psi_3=Ce^{i\alpha x}+De^{-i\alpha x}, \qquad \text{III soha,}$$

bunda A,B,C,F,F,G – har bir to'lqinga mos keluvchi amplitudalar.

Bu amplitudalarni quyidagicha ta'riflash mumkin:

A – to'siqqa chap tomondan tushayotgan to'lqin amplituda;

B – I sohadan qaytgan to'lqin amplitudasi;

F – II sohaga o'tgan to'lqin amplitudasi;

G – II sohada A nuqta sirtidan qaytgan to'lqin amplitudasi;

C – III sohaga o'tgan to'lqin amplitudasi;

D – III sohadan qaytgan to'lqin (mavjud bo'lmagan) amplitudasi.

15.10-rasmda uchchala sohada to'lqin funkstiyani uzluksiz ko'rinishda chizdik, bundan chiqadiki u x o'qining istalgan nuqtasida to'lqin funkstiya uzluksiz va bir qiymatlidir. Bu shartlarni bajarish natijasida, tenglamani echgan holda turli amplitudalarni zarraning energiyasi, to'siqning balandligi va qalinligi orqali tig`lash mumkin. To'lqin funkstiya bilan bog`langan ehtimol chizligi ushbu funkstiyaning amplitudasining kvadratiga proporstional bo'lgani uchun to'siq uchun o'tish koeffistienti yoki to'siqning shaffofligini aniqlash mumkin.

$$D=\frac{|C|^2}{|A|^2}. \qquad (15.71)$$

$x=0$ nuqtada to'siq sirtidan qaytish koeffistient esa

$$R=\frac{|B|^2}{|A|^2} \qquad (15.72)$$

formula bilan aniqlanadi.

$U>E$ hol uchun o'tish koeffistienti

$$D\approx 16\frac{E}{U_0}\left(1-\frac{E}{U_0}\right)\exp\left[-\frac{2l}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}\right], \qquad (15.73)$$

l - to'siqning fazoviy qalinligi.

(15.73) dan quyidagi xulosani chiqarish mumkin. To'la energiya E bo'lgan mikrozarra yupqa energetik to'siqqa tushayotgan bo'lsa va potenstiali E dan katta bo'lsa ham zarraning to'siqdan o'tish ehtimoli mavjudligi kelib chiqadi. zarraning potenstial to'siqdan o'tishiga *tunell effekt* deyiladi. Tunnel effekt hodisasi kvant hodisasi bo'lib, uning klassik mexanikada o'rni yo'qdir.

Ixtiyoriy shakldagi potenstial to'siqdan o'tish koeffistienti quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$D = \exp\left[-\frac{2l}{\hbar}\int_a^b \sqrt{2m(U(x)-E)}dx\right]. \qquad (15.73)$$

Bu masalani echishda zarra potenstial to'siqdan o'tishida o'z energiyasini yo'qotmaydi deb hisoblaymiz va to'siqdan o'tishda vaqat o'tayotgan zarralarning sonini kamayadi. Bu hodisaga tunnel effekt deb nom berilishiga sabab, zarra to'siqdan o'tishi uchun uning cho'qqisiga o'tmaydi, balki u to'siq orqali xuddi tunneldan o'tgan singari o'tadi.

Misol. Balandli 4 $эB$ ga teng bo'lgan potenstial to'siqdan energiyasi 1 $эB$ bo'lgan elektronning o'tish ehtimolini hisoblang. To'siqning kengligi $2{,}0\cdot 10^{-8}$ *см* deb hisoblang.

Echish.

$$T \approx 16\left(\frac{1{,}0эB}{4{,}0эB}\right)\left(1-\frac{1{,}0эB}{4{,}0эB}\right)\exp\left[-\frac{2{,}0\cdot 10^{-10}\,м}{1{,}05\cdot 10^{-34}\,жс}\sqrt{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-34}\,кг(4-1)\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,ж}\right] \approx$$

$$\approx 0{,}084.$$

1 $эB$ energiyaga ega bo'lgan 100 ta elektrondan faqat 8 tasi to'siqdan o'ta oladi. Tunnel effekti yordamida yadroning α-emirilishi 1928 yilda Gomov, 1929 yilda Kondon va Garnilar tushuntirib berishgan. Masalan, uran yadrosining nuklonlari neytron va protonlardan iborat. Bu zarralar yadro ichida klaster deb atalgan birikmalar hosil qiladi. Bu klasterlar ikkita proton va ikkita neytrondan tashkil topgan bo'lib, yashash vaqti qisqa. Odatda ularni α*-klaster* deb atashadi. Tunnel effekt nazariyasi asosida hisoblashlar shuni ko'rsatadiki, yadro kuchlari tufayli hosil bo'lgan potenstial to'siq α-zarrani ichkaridan tashqariga chiqish ehtimoli 10^{38} zarradan faqat bittasigagina bo'lishi mumkin. Zarraning yadrodan bu chiqishini α*-emirilish* deyiladi. Diametri $10^{-14}m$ yadrodan o'tayotgan α-zarraning tezligi $10^7\,\frac{м}{с}$ bo'lsa, u holda har sekundda to'siq bilan 10^{21} to'qnashishlar sodir bo'lishi mumkin. Oddiy hisoblashlar shuni ko'rsatadiki,

$$\frac{10^{38}}{10^{21}c^{-1}} = 10^{17}c \approx 3\cdot 10^9\,йил.$$

Bu degani yadrodan α-zarrani chiqishi uchun $3\cdot 10^9$ *йил* kerak bo'ladi. shuning uchun ham uran yadrosining yarim emirilish davri taxminan milliard yilga teng. Poloniy yadrosi uchun potenstial to'siq balandligi urannikiga nisbatan kichik bo'lganligi sababli to'siq bilan 10^{17} to'qnashishda bitta α-zarraning chiqish ehtimoli mavjud. To'qnashishlar soni $10^{21}s^{-1}$ desak, u holda har $10^{-4}c$ da poloniydan bitta α-zarra uchib chiqib ketadi.

Savollar

1. Potenstial o'ra deganda nimani tushunasiz?
2. Potenstial va to'lqin funkstiya uchun chegaraviy shartlar qanday qo'yiladi?
3. Potenstial o'ra uchun Shryodinger tenglamasi va uning echimini yozing.
4. To'lqin funkstiyaning normallash shartini ko'sating.
5. Potenstial o'ra uchun energiyaning xususiy qiymatlari qanday topiladi.
6. Energetik sathlar deganda nimani tushunasiz?
7. Impulsning xususiy qiymatlari qanday topiladi? Bu holda noaniqlik prinstipi qanday o'rin tutadi?
8. Normallangan xususiy funkstiyalarni yozing.
9. Xususiy funkstiyalar va xususiy qiymatlar jadvalini tuzing va ularning fizik ma'nosini tushuntiring.

10. Ehtimol zichligini $n = 1{,}2{,}3$ hollar uchun tushuntiring.
11. Garmonik osstillyator deganda nimani tushunasiz?
12. Klassik garmonik osstillyator bilan kvant garmonik osstillyator orasidagi farq nimadan iborat?
13. Garmonik osstillyator masalasida klassik mexanikani kvant mexanikaning xususiy holi deb qarash mumkinmi?
14. Garmonik osstillyator uchun potenstial energiya qanday yoziladi?
15. Garmonik osstillyator uchun Shryodinger tenglamasi qanday topiladi?
16. Garmonik osstillyator uchun energiyaning xususiy qiymat qanday yoziladi?
17. Garmonik osstillyator uchun xususiy funkstiyalar qanday yoziladi?
18. Xususiy funkstiyalarni aniqlashda qanday polinomlardan foydalaniladi?
19. To'lqin funkstiyani potenstial o'ra devori ortida yotishini qanday izohlaysiz?
20. Potenstial o'ra uchun garmonik osstillyator uchun yozilgan to'lqin funkstiyalari bir-biridan qanday farqlanadi?
21. Garmonik osstillyatorni to'lqin funkstiyasi qanday normallanadi?
22. 15.9-rasmdagi grafikdagi ehtimol zichligini $n = 1{,}2{,}3$ hollar uchun tushuntiring?
23. Nolinchi energiya nima? Nolinchi tebranishlar-chi?
24. Kvant osstillyator masalasidagi asosiy natija nima? Qanday tajribalarda kvant osstillyator masalasining echimlari tasdiqlandi?
25. Kvant osstillyator masalasi nazariy fizika fanini o'rganishda qanday rol o'ynadi?
26. Garmonik osstillyator haqida tasavvuringiz qanday?
27. Tunnel effekti masalasi qanday vujudga keldi?
28. Tunnel effektni ta'riflang?
29. Potenstial to'siq masalasida potenstial energiyaning bo'linish sohalarini ko'rsating.
30. Potenstial to'siq masalasini echishda nima uchun Shryodinger tenglamasini uch qismga ajratib so'ng echishimiz kerak?
31. To'lqin funkstiyalarni bir-biriga tikish deganda nimani tushunasiz va u qanday bajariladi?
32. To'lqin funkstiyaga qanday talablar qo'yilganda tikish sharti bajariladi?
33. To'lqin funkstiyani amplitulari ko'rinishi ifodasini yozing.
34. O'tish (shaffoflik) koeffistientini yozing va tushuntiring.
35. Tunnel effekt deganda nimani tushunasiz?
36. α-emirilishni tunnel effekti asosida tushuntiring.
37. Zarra (to'lqin funkstiya) potenstial to'siqdan o'tishida energiyasini yo'qotadimi yoki soninimi?

Tunnel effekti fizikada qanday rol o'ynaydi?

MA'RUZA №15

MAVZU: Chiziqli garmonik ostsillyator, uning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari.

Reja:

11.1. Chiziqli garmonik osstillyator.

1) **Klassik mexanikada garmonik osstillyator masalasi;**
2) **Kvant mexanikada garmonik osstillyator masalasi;**
3) **Garmonik osstillyatorning to'lqin funkstiyasi va ehtimol zichligi;**

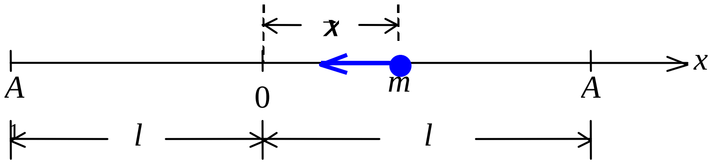
ADABIYOTLAR

1. Enriko Fermi. Kvantovaya mexanika (konspekt lekstiy). M., 1965.
2. A.A.Sokolov, M.Yu.Ternov. Kvantovaya mexanika (konspekt lekstiy). M., 1962.
3. D.I.Bloxinstev. Osnovы kvantovoy mexaniki. M., 1961.
4. L.Shiff. Kvantovaya mexanika. M.: «II», 1957.
5. L.Landau, E.Lifshist. Kvantovaya mexanika. M., 1974.

11.1. Chiziqli garmonik osstillyator

1) Klassik mexanikada garmonik osstillyator masalasi.

Klassik mexanika bilan kvant mexanika orasidagi tafovutni yaxshi his qilish uchun garmonik osstillyator masalasini ko'rganimiz ma'qul. Garmonik osstillyator masalasini Shryodinger tenglamasi yordamida analitik usulda echish mumkin. Bu masala natijalari fizikaning ko'p sohalarida, masalan, molekulaning tebranma energiyalarini hisoblashda qo'llash mumkin.



15.7-расм.

Masalani mohiyatini yaxshi tushunish uchun avval biz klassik mexanikada garmonik osstillyator masalasini echimini izlaymiz. m massaga ega bo'lgan zarra muvozanat holatiga nisbatan x masofaga siljib garmonik tebranayotgan bo'lsin. 15.7-rasmda keltirilgan chizmada zarraga ta'sir etayotgan Guk kuchi

$$F = -kx \tag{15.36}$$

ga teng. Unda k-bikirlik koeffistienti, F-kuch vektorining absolyut qiymati va u doimo muvozanat nuqtaga yo'nalgan.

Nyutonning ikinchi qonuniga binoan (15.36) formulani

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \tag{15.37}$$

ko'rinishga keltiramiz. Bu ikkinchi tartibli differenstial tenglamaga quyidagicha o'zgarish kiritamiz:

$$m\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2}\cdot d = -kx\,dx. \tag{15.38}$$

(15.38) ni integrallasak

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = F = const. \tag{15.39}$$

(15.39) formuladagi 1-had zarraning klassik energiyasi

$$k = \frac{1}{2}mv^2, \tag{15.40}$$

2-had esa uning potenstial energiyasi

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \tag{15.41}$$

ga teng.

Sistemaning to'la mexanik energiyasi

$$k + U = E = const \tag{15.42}$$

ga teng bo'ladi.

Energiyaning har qanday chekli qiymatida zarra A va A_1 nuqtalar orasida tebranma harakat qiladi. E-energiyaning x ga bog`liq qiymati turli bo'lishi uchun E ning mumkin bo'lgan qiymati uzluksiz spektr hosil qiladi.

Agar

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \tag{15.43}$$

belgi kiritsak, u holda (2) ni

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \tag{15.44}$$

ko'rinishda yozsa bo'ladi.

Bu tenglama chekli potenstial chuqurda yotgan zarraning tenglamasiga o'xshab ketadi. Uning echimini

$$x = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t} \tag{15.45}$$

ko'rinishda ifodalash mumkin.

Zarrani boshlang`ich koordinatasi va boshlang`ich tezligi berilgan bo'lsa, (15.45) tenglamadagi A va V doimiyliklarni topish mumkin.

(15.45) ning echimini Eyler formulasini qo'llagan holda

$$x = C\cos\omega t + D\sin\omega t \tag{15.46}$$

ko'rinishga olib kelamiz. Bu tenglama zarra o'rnini vaqtga bog`liqlik harakat tenglamasini harakterlaydi. Istalgan vaqtdagi zarra tezligi

$$v = \frac{dx}{dt} = -C\omega\sin\omega t + D\omega\cos\omega t \tag{15.47}$$

ga teng bo'ladi.

$t = 0$ paytda zarra $x = l$ nuqtada bo'lsa, tezligi $v = 0$. U holda (15.46) va (15.47) tenglamalardan $C = L$ va $D = 0$ ekanligi kelib chiqadi. bunday holda bu tenglamalarni

$$x(t) = l\cos\omega t$$

va (15.48)

$$v(t) = -l\omega\sin\omega t$$

ko'rinishda yozish mumkin.

TO'LA ENERGIYA

$$E = \frac{1}{2}ml^2\omega^2\sin^2\omega t + \frac{1}{2}kl^2\cos^2\omega t \tag{15.49}$$

$x = 0$ nuqtada zarra muvozanat holatdan o'tayotgandagi tezligii maksimal, ya'ni $v_{max} = \omega l$ bo'ladi.

Agar zarra vaziyati *A* va *A*1 nuqtalarda bo'lsa, uholda uning kinetik energiyasi nol, ya'ni $\omega = 0$. Bu holda to'la energiya faqat potenstial energiya bilan aniqlanadi:

$$E = \frac{1}{2}kx_{max}^2 = \frac{1}{2}kl^2. \tag{15.50}$$

2) Kvant mexanikada garmonik osstillyator masalasi.

Chiziqli osstillyatorning potenstial energiyasi

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2, \tag{15.51}$$

bunda $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ bo'lgani uchun

$$U(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2, \tag{15.52}$$

k-bikirlik koeffistienti, m-massa, $\omega = 2\pi\nu$ burchak chastota.

(15.52) ni Shryodingerning stastionar tenglamasiga qo'yamiz:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + \left(E - \frac{m\omega^2x^2}{2}\right)\psi(x) = 0 \tag{15.53}$$

(15.53) tenglamani echish ancha murakkab, chunki osstillyator devorlari orasidagi potenstial energiya *x* ning barcha qiymatlarida doimiy qiymatga ega emas, balki parabolik qonun bo'yicha o'zgaradi. Shuning uchun ham de-Broyl to'lqin uzunlik ham turli qiymatlarda turlicha qiymat oladi, ya'ni

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E-U)}}. \qquad (15.54)$$

(15.53) differenstial tenglama va uning echimi matematiklarga yaxshi ma'lum va kvant mexanikaga oid kitoblarda ham u mufassal keltirilgan. Shuning uchun biz bu erda uning echimi haqida mufassal to'xtalib o'tirmaymiz, faqat kerakli joylariga to'xtalib o'tamiz.

(15.53) tenglamani o'lchamsiz ko'rinishda yozib echish qulay. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\alpha = \frac{2m_0 E}{\hbar^2}, \quad \beta = \frac{1}{x_0} = \sqrt{\frac{m_0\omega}{\hbar}}, \quad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2E}{\hbar\omega}$$

va yangi o'zgaruvchi kiritamiz:

$$\xi = x\beta = \frac{x}{x_0}. \qquad (15.55)$$

Bu o'zgaruvchi o'raga Shryodinger tenglamasini yozamiz:

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} + \left(\lambda - \xi^2\right)\psi = 0. \qquad (15.56)$$

(15.56) tenglamani chekli, uzluksiz va bir qiymatli echimlarini $-\infty < \xi < +\infty$ oraliqda aniqlash kerak.

(15.56) ning bunday echimlari λ ni quyidagi qiymatlari

$$\lambda = 2n+1, \quad n = 0,1,2,3,\ldots. \qquad (15.57)$$

uchun mavjud.

Bundan energiya xususiy qiymati

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) \qquad (15.58)$$

va xususiy funkstiya

$$\psi_n(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{2}} H_n(\xi) \qquad (15.59)$$

ni topamiz.

Energiyaning xususiy qiymatlari

Parabolik shakldagi potenstial o'ra uchun Shryodingerning stastionar to'lqin tenglamasidan energiyaning xususiy qiymati

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\nu \qquad (15.60)$$

formula bilan aniqlanadi (bunda $\omega = 2\pi\nu, \quad n = 0,1,2,\ldots$).

Energiyaning qiymatlari bu spektr uchun diskret bo'lib, klassik fizikadagi uzluksiz spektrdan tubdan farq qiladi. Energetik sathlar orasidagi farq bu spektrda $h\omega$ ga teng, shuning uchun *ekvidistant sathlar* deb ataladi.

Klassik mexanika kvant mexanikaning xususiy holi ekanligini garmonik osstillyatorning quyidagi misolida ko'rsa ham bo'ladi.

Musaqa asboblari bo'lgan karnay, surnay, rubob va boshqa asboblarda hosil bo'ladigan tovush to'lqinlarining tebranish chastotasi 50-12000Gst orasida bo'ladi. bu tebranishlarning energiyasi esa ~ bir qancha tartibdagi joullar atrofida. Bu asboblar uchun ham mumkin bo'lgan energetik sathlar orasidagi masofa $\hbar\nu$ ga teng. Bunda $h = 6{,}626\cdot 10^{-34} ж\cdot c$, energetik sathlardagi farq tenglamasi $\hbar\nu$ esa

10^{-30} *ж* atrofida. Bu farqni to'la energiya bilan taqqoslasak, uning na chog`lik kichikligini ko'ramiz, amaliy jihatdan nolga teng. Shuning ham mumkin bo'lgan tonlarning spektri amaliy jihatdan uzluksizdir.

Biroq atomlar va yadrolar dunyosida chastotalar juda yuqori bo'lib, 10^{13} dan ham oshib ketadi, sistemasining energiyasi esa 10^{-24} Joullar atrofida. Bu hol uchun energiyalar orasidagi energetik farqni hisoblasak u $h\nu = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{13} Гц = 6{,}626 \cdot 10^{-21} Ж$ atrofida bo'ladi. Bu energiya to'la energiyadan juda katta emas, binobarin mumkin bo'lgan energetik sathlarning diskretligi deyarli sezilarli bo'ladi. Shunday qilib bog`langan kvant sistemalarda, ya'ni kuch maydonlarida turgan zarralar energiyasi haqiqatan ham kvantlangan. Erkin zarra, ya'ni potenstial maydonda yotgan zarralar energiyasi esa uzluksiz bo'ladi.

Garmonik osstillyatorning nolinchi energiyasi.

Kvant mexanik osstillyator masalasidan yana bir juda muhim «Osstillyatorning energiyasi hech qachon nolga teng bo'lmaydi» - degan natijaga kelamiz.

(15.60) tenglamadan kvant osstillyatorning eng kichik qiymati noldan farqli, ya'ni $n = 0$ da $E_0 = \frac{h\nu}{2}$. Bu energiyaga nolinchi energiya deb ataladi. Mikrozarra parabolik potenstial o'raning tubiga joylasha olmaydi. Garmonik osstillyatorning chekli nolinchi energiyasining mavjudligi zarraning to'lqin xususiyatga ega ekanligini yaqqol namoyon qiladi. Bu jihatdan qaraganda nolinchi tebranishlarning mavjudligini eksperimental tasdiqlash kvant mexanikada juda katta ahamiyatga ega. Shuni ham eslatib o'tamizki, Shryodinger tenglamasida nolinchi energiyaning paydo bo'lishi to'g`ridan to'g`ri noaniqlik munosabati bilan bog`langan.

3) Garmonik osstillyatorning to'lqin funkstiyasi va ehtimol zichligi.

Xususiy to'lqin funkstiya.

Normallangan xususiy to'lqin funkstiya quyidagi ko'rinishga ega:

$$\psi_n(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot 2^n n!\, x_0}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{x_0}\right)^2} H_n\left(\frac{x}{x_0}\right) \tag{15.61}$$

bunda $\frac{1}{x_0^2} = \beta^2 = \frac{m_0\omega}{\hbar}$, $\omega = 2\pi\nu$ bo'lgani uchun

$$\beta^2 = \frac{4\pi^2 m\nu}{h} \tag{15.62}$$

ni yozish mumkin. (15.62) ni e'tiborga olgan holda (15.61) ni quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\psi_n(x) = \left(\frac{\beta}{\sqrt{\pi} \cdot 2^n \cdot n!}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot H_n(\beta x) e^{-\beta^2 \frac{x^2}{2}}. \tag{15.63}$$

(15.63) ifodaga garmonik osstillyatorning *n* bo'yicha normallangan *xususiy funkstiyalari formulasi* deyiladi.

$n = 0, 1, 2, \ldots$ uchun $H_n(\beta x)$ ni hisoblash uchun Ermitning rekkurent formulasidan foydalanamiz.

Rekkurent formula

$$H_{n+1} = 2(\beta x)H_n - 2nH_{n-1}, \tag{15.64}$$

polonimlari

$$
\begin{aligned}
H_0 &= 1\\
H_1 &= 2\beta x\\
H_2 &= 4\beta^2 x^2\beta - 2\\
H_3 &= 8\beta^3 x^3 - 12\beta x\\
H_4 &= 16\beta^4 x^4 - 48\beta^2 x^2 + 12\\
&\vdots \quad \vdots \quad \vdots\\
H_n &= (-1)^n e^{\beta^2 x^2} \frac{d^n}{(\beta x)^n} e^{-\beta^2 x^2}
\end{aligned} \tag{15.65}
$$

Bu rekkurent formula H_{n+1}, H_n, H_{n-1} larni o'zaro bog`laydi. Agar birinchi va ikkinchi polonimlar ma'lum bo'lsa (15.64) rekkurent formula boshqa polonimlarni birin-ketin hisoblash imkonini beradi.

15.3-jadvalda kichik kvantlar sohasi uchun xususiy qiymatlarga mos kelgan normallangan xususiy funkstiyalar va ehtimol zichliklari keltirilgan.

15.3-jadval.

n	Xususiy energiya qiymati E_n	Normallangan xususiy to'lqin funkstiya $\psi_n(x)$	Normallangan xususiy to'lqin funkstiya $\lvert\psi_n(x)\rvert^2$
0	$E_0 = \frac{1}{2}h\nu$	$\psi_0 = \left(\frac{\beta}{\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$	$\lvert\psi_0\rvert^2 = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} e^{-\beta^2 x^2}$
1	$E_1 = \frac{3}{2}h\nu$	$\psi_1 = \left(\frac{\beta}{2\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} 2\beta x e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$	$\lvert\psi_1\rvert^2 = \frac{\beta}{2\sqrt{\pi}} 4\beta^2 x^2 e^{-\beta^2 x^2}$
2	$E_2 = \frac{5}{2}h\nu$	$\psi_2 = \left(\frac{\beta}{8\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} (4\beta^2 x^2 - 2) e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$	$\lvert\psi_2\rvert^2 = \frac{\beta}{8\sqrt{\pi}} (4\beta^2 x^2 - 2)^2 e^{-\beta^2 x^2}$
3	$E_3 = \frac{7}{2}h\nu$	$\psi_3 = \left(\frac{\beta}{48\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} (8\beta^3 x^3 - 12\beta x) e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$	$\lvert\psi_3\rvert^2 = \frac{\beta}{48\sqrt{\pi}} (8\beta^3 x^3 - 12\beta x)^2 e^{-\beta^2 x^2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu$	$\psi_n = \left(\frac{\beta}{\sqrt{\pi}\cdot 2^n \cdot n!}\right)^{\frac{1}{2}} H_n e^{-\frac{\beta^2 x^2}{2}}$	$\lvert\psi_n\rvert^2 = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}\cdot 2^n \cdot n!} H_n^2(\beta x) e^{-\beta^2 x^2}$
Bunda $\beta = \frac{4\pi^2 m\nu}{h}$, $H_{n+1} = 2\beta x H_n - 2nH_{n-1}$.			

15.3-jadvaldagi $n = 1,2,3,\ldots$ kvant sonlariga mos kelgan holatlar uchun ehtimollar zichligi $\lvert\psi\rvert^2$ ning chizmasi 15.9-rasmda keltirilgan. Har qanday nuqtada zarrani qayd qilinishi ehtimoli $\psi^*\psi$ ga proporstional. Rasmdan ko'ramizki, asosiy energetik sathda, ya'ni $n = 0$ bo'lgan holatda zarraning eng katta ehtimoli bilan osstillyatorning o'rtasida topamiz. Bu hol potenstial o'ra holi kabi uyg`ongan holatlar uchun ham ehtimol zichligi 15.8-rasmda $n = 1,2,3$ lar uchun tasvirlangan. Bu hollarda ham kvant osstillyatorda zarraning qayd qlinishi ehtimolining katta qiymati to'lqin funkstiyaning maksimumlar sohasiga to'g`ri keladi. Kvant soni n ning katta qiymatlarida ehtimollar zichligining egriligi klassik osstillyatorni egriligiga yaqinlashadi va bunda ham Borning moslik prinstipi bajariladi.

Xususiy to'lqin funkstiya va ehtimol zichligining grafigi.

Chiziqli garmonik osstillyator uchun $U(x)$ potenstial funkstiyaning grafigi paraboladan iborat bo'lib, uning chizmasi 15.8- va 15.9-rasmlarda keltirilgan. 15.8-rasmda kvant soni n ning kichik qiymatlari (0,1,2,3) ga mos kelgan energetik sathlar va ularning xususiy funkstiyalari keltirilgan. 15.9-rasmda esa shu kvant sonlari uchun ehtimol zichligini x o'qi bo'yicha egriligi keltirilgan. Birinchi qaraganda parabolik potenstial o'ra zarra ichidagi zarraning hatti-harakati deyarli potenstial o'ra ichidagi zarra harakatidan farq qiladi.

Asosiy holatni xarakterlovchi birinchi xususiy to'lqin funkstiya $n=0$ ga to'g`ri keladi. $x=\pm\infty$ dan boshqa hamma nuqtada bu to'lqin funkstiyaning qiymati nolga teng emas. Boshqacha aytganda o'ra ichida to'lqin funkstiyaning tuguni yo'q. Bu holat uchun zarraning qayd qilinishi ehtimoli 15.9-rasmda ko'rsatilgan. Rasmdan ko'ramizki $n=0$ holatda potenstial o'ra ichida zarraning qayd qilinish ehtimoli hamma nuqtlarda mavjud, lekin eng katta ehtimol osstillyatorning o'rtasi ($x=0$ ga to'g`ri keladi). Boshqa so'z bilan aytganda to'lqin funkstiyaning maksimumi $x=0$ (15.8-rasm) ga to'g`ri keladi. Ikkkinchi xususiy to'lqin funkstiya $n=1$ ga tg`ri keladi. Bu to'lqin funkstiya o'ra ichida x o'qini 0 nuqtada kesadi. Bundan chiqadiki $\psi(x)$ funkstiyaning bitta tuguni mavjud ($\psi(x)$ funkstiyaning nolga teng bo'lgan nuqtasi *tugun nuqta* deyiladi. Tugunlar soni to'lqin funkstiyaning tartibi, ya'ni n ga teng .) osstillyatorning o'rtasida, ya'ni $x=0$ da zarraning zarraning qayd qilinishi ehtimoli nolga teng va ehtimol maksimumi $x=\frac{\pm L}{2}$ ga to'g`ri keladi. Uchinui xususiy to'lqin funkstiya hosil qilgan tugunlar ikkita, ya'ni $n=2$. Bu to'lqin funkstiyaning eng katta qiymatlari $x=\frac{\pm L}{4}$ ga tg`ri keladi. Kvant soni n ning katta qiymatida kvant osstillyatoridan bo'ladigan jarayon klassik osstillyatorga o'xshab ketadi va bu hol uchun ham Borning moslik prinstipi bajariladi.

Endi asosiy e'tiborni parabolada olingan $n=0$ uchun A va A_1 nuqtalar, $n=1$ uchun B va B_1 va h.k. chekka nuqtalarga jalb qilamiz. 15.8-rasmdagi A va A_1 nuqtada zarraning holatini ko'raylik. Bu hol uchun keltirilgan mulohaza boshqa chekka nuqtalar uchun ham o'rinli bo'ladi. dastlab klassik fizika nuqtai nazaridan mulohaza yuritamiz. Parabolaning A va A_1 nuqtalarida turgan zarraning kinetik energiyasi nolgi teng. chunki bu nuqtalarda tezlik nolga teng (A va A_1 nuqtalar eng katta og`ishish nuqtalari). Shuning uchun bu nuqtalarda zarraning potenstial energiyasi eng katta bo'ladi, ya'ni $U=\frac{1}{2}kx_{max}=\frac{1}{2}kl^2$. Bu holda zarraning to'la energiyasi E faqat potenstial energiyaga teng bo'ladi va zarra A va A_1 nuqtalardan *tashqariga* o'tib keta olmaydi. Klassik fizika nuqtai nazaridan zarranng A nuqtadan tashqariga chiqishi man etilgan bo'lib, uni osstillyator devori orqasida ko'rish ehtimoli mavjud. Endi bu masalani kvant nazariya nuqtai nazaridan ko'raylik. Kvant nazariyaga ko'ra zarra to'lqin xususiyatga ega. shuning uchun uning osstillyator ichidagi hatti-harakati Shryodinger tenglamasiga bo'ysunadi. Uning echimi 15.8- va 15.9-rasmlarda keltirilgan. Rasmlarga diqqat bilan razm soling. A va A_1 nuqtalarda to'lqin funkstiyaning, shuningdek, ehtimol zichligining qiymati ham nolga teng emas, balki kichik bo'lsa ham biror chekli qiymatga ega. esingizda bo'lsa, potenstial o'ra masalasida bu nuqtalar uchun to'lqin funkstiyaning qiymati nolga teng edi, ya'ni zarraning potenstial devori nuqtalarida bo'lish ehtimoli nolga teng. Biz qarayotgan parabolik osstillyatorda vaziyat boshqacha. Bunda zarraning to'lqin funkstiyasi faqatgina chekka nuqtalardagina emas, shu bilan birga osstillyator devorining orqa tomonida ham chekli qiymatga egadir. Bu degan so'z zarraning devor orqasiga o'tib qolishi mumkinligi kelib chiqadi. demak, kvant osstillyator masalasida zarrani potenstial devori orqasida kuzatish ehtimoli mavjuddir. Bu natija potenstial to'siq masalasini chuqur o'rganishga majbur qildi. Bu esa o'z navbatida tunnel effekt degan hodisaning ochilishiga olib keldi. Quyida shu masala bilan chuqurroq tanishamiz.

Kvant osstillyator masalasining ahamiyati

Kvant osstillyator masalasidagi natija, ya'ni eng kichik holat uchun ($n=0$) nolinchi tebranishning mavjudligi va uning qiymati $E=\frac{1}{2}h\nu$ teng bo'lishini tajribada tasdiqlanishi kvant nazariya va uning rivojlanishi uchun juda katta ahamiyatga ega. Kvant osstillyatorning bu ajoyib xususiyatini tajriba tasdiqladi. Qattiq jismda tovush tebranishlarini kvant osstillyatorilarning majmuasidan iborat deb qarasak, u holda absolyut temperaturada qattiq jismning atomlari qo'zg`almas degan (harakatda), ya'ni nolinchi tebranishlarga ega degan xulosaga kelamiz. Bu natija o'ta past temperaturalarda rentgen nurlarini kristall atomlarida sochilishi tajribalarida to'la tasdiqlangan. Xuddi shuningdek, bo'sh fazoda elektromagnit to'lqinlarini ham osstillyatorlar majmuasi deb qarasak, u holda zarralar ham, kvantlar ham bo'lmagan bo'shliqda elektromagnit to'lqinlarining nolinchi tebranishlari mavjud degan yakunga kelamiz. Bu tebranishlar ham tajribada to'la kuzatilgan. Shunday qilib, kvant osstillyatori klassik osstillyatordan farq qilib, eng kichik energetik holatida ham harakat to'xtab qolmaydi. Osstillyatorning koordinata va impulslarining o'rtacha qiymati nolga teng, ammo koordinata kadratining o'rtacha qiymati va impuls kvadratining o'rtacha qiymati noldan farqli. Shu sababdan ham nolinchi tebranishlar mavjuddir.

Kvant osstillyatorning muhim natijalari nazariy fizikaning yangi bo'limi, kvant elektrodinamikasi fanini paydo bo'lishiga olib keldi. bu fan elektronlarning bir-biri bilan bo'ladigan va elektromagnit maydon bilan bo'ladigan o'zaro ta'sirini juda katta aniqlik bilan tavsiflab beradi. Bu sohada Dirak. Feynman, Tomonaga, Shvinger, Dayson kabi fiziklarning xizmati juda ham kattadir.

16-MA'RUZA
Markaziy kuch maydondagi harakat

REJA:

1. Vodorod atomi uchun Shredinger tenglamasi.
2. Radial tenglama
3. Azimutal tenglama va uning yechimi
4. Qutbiy to'lqin funktsiya
5. Qulon maydonidagi harakat.

ADABIYoTLAR

1. A.A.Sokolov, Yu.M.Loskutov, I.M.Ternov «Kvantovaya mexanika» M, 69,2075 untsii.
2. Enriko Fermi. «Kvantovaya mexanika».
3. D.I.Bloxintsev«Osnovы kvantovoy mexaniki» M, Vo'sshaya shkola 1961.
4. A.B. Migdal «Kvantovaya fizika dlya bolьshix i malenьkix» M, 1989 g.
5. A.N. Matveev «Atomnaya fizika» M, " Vo'sshaya shkola»

1. Vodorod atomi uchun SHryodinger tenglamasi.

Bor nazariyasi yangi kvant qonuniyatlarni tushunishda katta qadam bo'ldi. U mikrodunyo fizikasi oldida paydo bo'lgan atom nurlanishi bilan bog'liq bo'lgan butun bir katta masalani yechdi va shu bilan birga klassik fizika qonuniyatlarini atom ќodisalariga qo'llash mumkin emasligini, atom ќodisalarida kvant qonunlarning rolini ko'rsatdi. Lekin boshidanoq Bor nazariyasi jiddiy kamchiliklardan ќoli emasligi ayon bo'ldi. U yarim klassik, yarim kvant nazariya edi.

Bor nazariyasining dastlabki yutuqlarini e'tiborga olgan ќolda, uning bir qator muammolarni ќal qila olmaganligini aytib o'tish ќam joizdir. Bor nazariyasi kuyidagi muammolarni ќal qila olmadi:

1. Nima uchun o'tishlar faqat berilgan energetik satќlar orasida bajariladi-yu, xoxlaganida emas?
2. Nima uchun elektronlar elektromagnit nurlanish chiqarmaydi va spiralsimon ќarakat qilib yadroga qulab tushmaydi?
3. Murakkab atomlar, xususan geliy va litiy spektrining tabiati qanday?

Kvant mexanika va to'lqin funktsiya tushunchalaridan foydalangan Ervin SHryodinger atom tuzilishi tugal nazariyasini yaratish imkoniga ega bo'ldi.

SHryodinger nazariyasini tushunish uchun eng oddiy strukturaga ega bo'lgan vodorod atomi misolida ko'ramiz.

Kvant mexanika tarixidagi eng katta yutuqlar bu oddiy atomlar spektrini detallarigacha tushuntirib berishi va kimyoviy elementlarning davriyligini ќam tushuntirishi edi. SHu bilan birga kimyoviy elementlarning sirli ќossalarining sifatiy tushuntirilishi ќaqida ќam gapiramiz.

Bu masalani ќal etish uchun atomda elektronning ќatti-ќarakatini mufassal o'rganamiz: birinchi navbatda uning fazoda taqsimlanishini ќisoblaymiz.

Vodorod atomini to'la tavsiflash uchun ikkala zarraning-elektron va protonning ќam ќarakatini e'tiborga olish zarur. Biz protonni elektronga nisbatan juda og'ir zarra $(1836\ m_e)$ deb uning ќarakatini ќisobga olmaymiz va proton atomning markazida turibdi deb faraz qilamiz.

Ikkinchidan, elektronning spinini ќam inobatga olmaymiz. Relyativistik mexanika qonunlari orqali tasvirlangan elektron spini umuman moddalarga kam ќissa qo'shadi, deb ќisoblaymiz. Boshqacha aytganda SHryodingerning norelyativistik tenglamalaridan foydalanamiz.

Yuqorida aytilgan taxminlar asosida atom fazosining u yoki bu nuqtasida elektronning qayd qilinishi (kuzatilishi) amplitudasi ќolat va vaqt funktsiyachsi sifatida qaraladi.

t-vaqt momentida *x,y,z* nuqtada elektronning qayd qilinish amplitudasi $\psi(x,y,z,t)$ deb belgilaylik. Kvant mexanikaga ko'ra, bu amplitudaning vaqt bo'yicha o'zgarish tezligi, shu funktsiyaga ta'sir etayotgan Gamilьton operatorini beradi. Avvaldan bilamizki,

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\hat{H}\psi \tag{11.1}$$

bunda

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U(\vec{r}) \tag{11.2}$$

Bu yerda m-elektron massasi, $U(\vec{r})$-protonning elektrostatik maydonidagi elektronning potentsial energiyasi.

Kulon maydonidagi elektronning potentsial energiyasi

$$U(r)=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \tag{11.3}$$

Bunda m-elektron zaryadi va $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}\,\Phi\cdot м^{-1}$-elektr doimiysi.

Kvant mexanika nuqtai nazaridan elektron to'lqinlar yig'indisidan tashkil topgan sistema bo'lib, u Kulon maydonining potentsial o'rasi bilan chegaralangan. Bunday qarash, o'rada ruxsat etilgan to'lqinlar sistemasining to'plami mavjudligi va ulardan ќar biri bo'lgan energiyaning biror mumkin bo'lgan qiymatiga mos keldai degan fikrga olib keldai. Bu ќolda to'lqin tenglamasini uch o'lchovli ko'rinishda yozishga to'g'ri keladi.

Bunday qarashda Ψ to'lqin funktsiya

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \tag{11.4}$$

tenglikni qanoatlantirishi kerak.

Biz aniq energiyaga ega bo'lgan ќolatni izlaganimiz uchun yechimni

$$\psi(\hat{r},t)=exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right)\psi(\vec{r}) \tag{11.5}$$

ko'rinishda yozamiz. U ќolda $\psi(\hat{r})$ funktsiya

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi=\left(E+\frac{e^2}{r}\right)\psi \tag{11.6}$$

Tenglikni yechimi bo'lishi kerak. Vodorod atomi statsionar ќolatda bo'lgani uchun SHryodingerning vaqtga bog'liq bo'lmagan tenglamasidan foydalanish ma'qul.

Tenglamadan ko'rinib turibdiki, Laplas operatori va psi funktsiya *x,y,z* ga bog'liq, ammo potentsial energiya *V*(*r*) *x,y,z* ning emas, balki r masofaning funktsiyasidir.

Potentsial energiya faqat *r* ga bog'liq bo'lgani uchun (11.6) tenglamaning qutbiy koordinatalar sistemasida yechgan ma'qul.

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida Laplasian

$$\nabla^2=\frac{\partial}{\partial x^2}+\frac{\partial}{\partial y^2}+\frac{\partial}{\partial z^2} \tag{11.7}$$

Masala simmetriyaga ega bo'lgani uchun, eng qulay koordinatalar sistemasi sferik sistemadir. Bunday sistema 11.1-rasmda tasvirlangan. Sferik koordinatalar bo'lib $\vec{r}$ -radius vektor, θ-qutbiy burchak va φ-azimutal burchak xizmat qiladi.

Sferik koordinatalar sistemasidan to'g'ri burchakli koordinatalarga o'tish formulasi

$$x=r\,sin\theta\,cos\varphi$$
$$y=r\,sin\,\theta\,sin\,\varphi$$
(11.8)
$$z=r\,cos\varphi$$

bunda $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ koordinata boshidan *R* nuqtaga o'tkazilgan radius vektorning uzunligi. $\theta=arccos\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ radius-vektor bilan *z* o'q tashkil qilgan (qutbiy) burchak. $\varphi=arctg\left(\frac{y}{x}\right)$radius-vektorning (*xy*) tekisligiga proektsiyasining x o'qi bilan tashkil qilgan (azimutal) burchagi.

Matematik almashtirishlar yordamida Laplas operatorini sferik koordinatalarda ifodalasak, oraliq $f(\vec{r})=f(r,\theta,\varphi)$ funktsiya uchun:

$$\nabla^2 f(r,\theta,\varphi)=\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rf)+\frac{1}{r^2}\left\{\frac{1}{sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2}\right\} \tag{11.9}$$

tenglikni yozish mumkin.

SHunday qilib sferik koordinatalar sistemasida $\psi(r,\theta,\varphi)$ funktsiyani qanoatlantiruvchi statsionar SHryodinger tenglamasi

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2 sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2 sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}\right]+\left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\psi\right)=E\psi \tag{11.10}$$

ko'rinishga ega. SHunday qilib to'lqin funktsiya endi r, θ va φ ga bog'liq, ya'ni

$$\psi=\psi(r,\theta,\varphi) \tag{11.11}$$

Umuman olganda, to'lqin funktsiya r va θ, φ burchaklarga bog'liq, lekin to'lqin funktsiya maxsus ќollarda burchakka bog'liq bo'lmasligi ќam mumkin. Agar to'lqin funktsiya burchakka bog'liq bo'lmasa, amplituda-koordinata sistemasini burilishiga bog'liq bo'lmaydi. Bu ќolat ќarakat miqdori momentining barcha komponentalarini nolga teng qoladi. Natijada to'lqin funktsiya to'la ќarakat miqdori momenti nolga teng bo'ladi va u *S*-ќolat deyiladi.

(11.10) tenglamaning qulay tomoni uni uchta tenglik orqali yozish mumkinligidir. Buning uchun (11.10) ni uchta funktsiya ko'paytmasi tarzida ifodalaymiz:

$$\psi(r,\theta,\varphi)=R(r)\theta(\theta)\Phi(\varphi) \tag{8.12}$$

Bu yerda $R(r)$-θ va φ ning o'zgarmas qiymatida psi-funktsiyaning radius vektori bo'yicha o'zgarishini xarakterlaydi.

θ(θ)-r va φ ning o'zgarmas qiymatida markziy maydon sferasi meridiani bo'ylab to'lqin funktsiya Ψ ning zenit burchagi θ ga bog'liq o'zgarishini tasvirlaydi.

F(φ)-r va θ ning o'zgarmas qiymatida psining mazkur sfera paralleli bo'ylab o'zgaruvchi azimut burchagi φ ga bog'liq o'zgarishini xarakterlaydi. (11.12) ifodani (11.10) tenglamaga qo'yamiz va $2mr^2/\hbar^2$ ga ko'paytirib quyidagini olamiz.

$$\theta\,\Phi\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{R\theta}{\sin^2\theta}\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}+\frac{\Phi R}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\theta}{d\theta}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)R\theta\,\Phi=0 \tag{11.13}$$

(11.13) ni Ψ=RθF ga bo'lib r bog'lik ifodalarni θ yoki φ ga bog'liq bo'lgan ifodalardan bog'liqsiz yozib olishga imkon beradi. Natijada faqat r ga bog'liq bo'lgan radial qism va faqat θ va φ ga bog'liq bo'lgan burchak qismini ajratish mumkin bo'ladi:

$$R\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{\Phi}{\sin^2\theta}\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}+\frac{\theta}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\theta}{d\theta}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)=0\cdot$$

Ќar birini *l(lQ1)* ko'rinishdagi doimiylikka tenglaylik:

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)=l(l+1)R \tag{11.14}$$

va

$$\frac{1}{\Phi \sin^2\theta}\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}+\frac{1}{\theta \sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\theta}{d\theta}\right)=l(l+1) \qquad (11.15)$$

larni ќosil qilamiz.

SHuningdek (11.15) ni ikkita bir-biriga bog'liq bo'lmagan tenglama ko'rinishida yozish mumkin. Buning uchun (11.15) ni $\sin^2\theta$ ga ko'paytirib, guruќlab tenglik ko'rinishiga keltiramiz.

$$\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}=l(l+1)\sin^2\theta-\frac{\sin\theta}{\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\theta}{d\theta}\right)$$

ќosil bo'lgan tenglikni ikki tomonini bir o'zgarmasga m_l^2 ga teng bo'lgan ќoldagina o'rinlidir.

$$\frac{m_l^2}{\sin^2\theta}-\frac{1}{\theta \sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\theta}{d\theta}\right)=l(l+1) \qquad (11.16)$$

va

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}+m_l^2\Phi=0$$

SHunday qilib SHryodinger tenglamasini uchta oddiy differentsial tenglamalarga ajratdik.

2. RADIAL TENGLAMA

To'lqin funktsiyaning radiusga bog'liqligini tavsiflash uchun

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)R=l(l+1)R$$

radial tenglamadan foydalanamiz.

Bu tenglamaning yechimi $L_{n,l}(r)$ – Lagerr polinomlari ko'rinishida izlanadi. Mufassal matematik amallarni bajarib o'tirmasdan, biz radial xususiy funktsiyalarni quyidagi qo'rinishda yozamiz.

$$R_{n,l}=exp(-nr)r^l L_{n,l}(r)$$

bunda n-bosh kvant son noldan farqli istalgan butun son. lorbital kvant son bo'lib boshqa tenglamalardan olinadi. Lagerr polinomlari xossalariga asosan (1) ning yechimi $n \geq l=1$ xollar uchun mavjud. Bunda bosh kvant son nq1,2,3.. qiymatlar qabul qiladi.

Orbital kvant son $l=0,1,2\ldots,(n-1)$;

Magnit kvant son $m_l=0,\pm1,\pm2.,\pm l$; qiymatlar oladi.

3. Azimutal tenglama va uning yechimi

Yuqorida yozilgan tenglamalar ichida eng soddasi bu azimutal to'lqin tenglamasidir. Bu tenglama sistemaning z o'qi atrofida aylangandagi to'lqin funktsiya ќolatini tasvirlaydi. Bu tenglama ikkita xaqiqiy va bitta mavќum yechimga ega. Ikkinchi tartibli birinchi tartibli ḱosilasi bo’lmagan azimutal to’lqin tenglama

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m_l^2\Phi = 0 \qquad (11.17)$$

quyidagi yechimlarga ega.

$$\Phi = A\sin m_l\varphi$$
$$\Phi = A\cos m_l\varphi \qquad (11.18)$$
$$\Phi = A\exp(im_l\varphi)$$

Agar atom *z* o’qi atrofida to’la aylansa, u ḱolda F ning yechimi uning dastlabki qiymatiga teng bo’ladi, chunki φ-burchak o’zining dastlabki ḱolatiga o’tadi. $m_l\varphi$ kattalik 2π ga karrali o’zgaradi (11.18). Funktsiya bu shartni qanoatlantiradi. φ radianlarda o’lchanganligi uchun m_l–kattalik butun sonlar qabul qilishi lozim. m_l ni nolga tengligi va teskari tomonga aylanganligi ḱam ḱisobga olsak $m_l$ni olishi mumkin bo’lgan qiymatlar quyidagilar:

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\ldots; \qquad (11.19)$$

Kvant mexanikada avval aytilgan ta’riflarga ko’ra (11.19) dagi $m_l$ni kvadrati xususiy qiymat bo’lib (11.18) dagi funktsiyalar xususiy funktsiyalar deyiladi. m_l–doimiylik kvant mexanikada biz olgan birinchi kvant son bo’lib, ma’lum muloḱazalarga ko’ra uni magnit kvant soni deb ataladi.

4. Qutbiy to’lqin funktsiya

Qutbiy burchak θ uchun yozilgan (8.18) tenglama

$$\frac{m_l^2}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\theta}{d\theta}\right) = l(l+1)$$

differentsial tenglama murakkab yechimga ega. SHu sababli uning yechimi

$$\theta(\theta) \sim R_{l,ml}(\cos\theta) \qquad (8.20)$$

ko’rinishda ekanligini ko’rsatamiz. $R_{l,ml}(\cos\theta)$-Lejandrning birlashtirilgan polinomi deyiladi. Bu polinom ḱaqida ḱam to’xtalmasdan, faqat uni cos(θ) ga *l* va m_l kabi ikkita doimiylikka bog’liq ekanligini aytamiz. m_l kvant soni faqat musbat va manfiy butun qiymatlarga, shuningdek nol qiymat olishi mumkinligi eslatilib, qutbiy burchakning 0 bilan π orasida o’zgarishini inobatga olib, shuningdek Lejandr polinomining xossalaridan foydalanib *l* ni faqat butun sonlar qabul qilishini uqtiramiz. Natijada *l* uchun quyidagi shart bajariladi:

$$l = 0, 1, 2\ldots \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2., \pm l, \ldots \qquad (11.22)$$

l ning qiymati m_l absolьyut qiymatiga teng yoki undan katta bo’lishi mumkin. SHuning uchun

agar *l*0 bo’lsa, $m_{l=}0$

agar *l*=1 bo’lsa, $m_{l=}0$ yoki ±1

agar *l*=2 bo’lsa, $m_{l=}0$ yoki ±1, ±2 va ḱokazo bo’lishi mumkin.

Umuman olganda *l* ni ḱar bir berilgan qiymati uchun *2lQ1* ta mumkin bo’lgan yechim mavjud. Bu ḱolni shunday ta’riflash mumkin:

l ning berilgan qiymatiga mos keluvchi xolat m_l ga nisbatan *(2l=1)* karra aynigan. *l* ning berilgan qiymatiga mos kelgan *(2l=1),* energiyaning xususiy qiymatlari o'zaro teng bo'lsa, bunday xolat aynigan xolat deyiladi.
Tashqi fizik xodisalar ta'sirida bu xususiy qiymat parchalansa, u ќolda aynish yo'qoladi va ќosil bo'lgan ќolat aynimagan deyiladi. Agar vodorod atomini magnit maydonga joylasak, m_l ga nisbatan aynishni yo'qotish mumkin. SHu sababga ko'ra m_l ni magnit kvant soni deb aytiladi.

5.2. Kulon maydonidagi harakat

Kvant mexanikasining yaratilishi bilanoq, atomning kvantomexanik nazariyasi rivojlantirildi va bu nazariya tabiat hamda unung tuzilishi haqidagi bilimlarimizni tubdan o'zgartirdi hamda bir qator hodisalarni tushuntirib berishga imkon yaratib berdi. Bu nazariya elementlar davriy sistemasining kelib chiqish negizini, barqaror molekulalar tuzilishida atomlar o'zaro ta'sirining xarakterini, qattiq jismlarning mexanik, elektr va magnit xossalarini va mikrodunyoning bir qator muammolarini mukammal tushuntirib bera oldi.

Kvant mexanikasidagi eng sodda masalalardan biri yadroning Kulon maydonida elektronning harakati to'g'risidagi masaladir. Bunday masalani vodorod atomi H da, bir marta ionlashtirilgan va zaryad soni $z=2$ ga teng geliy He^+ ionida, ikki marta ionlashtirilgan va zaryad soni $z=3$ ga teng litiy Li^{++} ionida va shunga o'xshash vodorodsimon atomlar deb nomlangan ionlarda uchratiladi.

Demak, vodorod va vodorodsimon atomlar, ya'ni yadro maydonida bittagina elektron bo'lgan atomlar, elementlar davriy sistemasidagi eng sodda sistemalar qatoriga kiradi. Vodorod atomi elektr zaryadi $+e$ ga teng bo'lgan zarra – protondangina iborat bo'lgan yadrodan va manfiy $-e$ zaryadli elektrondan tuzilgan. Proton va elektron o'zaro elektrostatik tortishish kuchi orqali ta'sirlashadi. Kulon tortishish kuchi ta'siridagi bitta elektronning potensial energiyasi

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{r} \tag{5.27}$$

ga teng bo'ladi. Bunda Ze – yadroning zaryadi, elementlar davriy sistemasida Z– yadroning nomeri, vodorod atomi uchun $Z=1$, r– yadro bilan elektron orasidagi masofa. Vodorod atomi holida proton maydonida harakatlanayotgan elektron uchun kvant sathlarini topish uchun Shredinger tenglamasining radial qismini yechish kerak bo'ladi.Ushbu radial funksiya

$$R = \frac{\chi}{r} \tag{5.28}$$

ko'rinishda olinsa, avvalgi paragrafda hosil qilingan (5.11) tenglama olinadi. Bu tenglamaga (5.27) dagi U ning qiymati qo'yilsa va elektronning massasini m desak, markaziy simmetrik maydonda statsionar harakat qilayotgan elektron to'lqin funksiyasining radial qismi uchun yozilgan tenglamaga kelinadi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\chi}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\chi - \frac{Ze^2}{r}\chi = E\chi. \tag{5.29}$$

Ushbu ko'rilayotgan hol elektronning yadroga tortishish holiga mosdir. Shuning uchun markaziy simmetrik maydonidagi harakatning umumiy nazariyasiga asosan (oldingi paragrafga qarang) biz $E>0$ bo'lganida uzluksiz energetik spektrga va $E<0$ bo'lganida diskret spektrga ega bo'linadi. Maqsadimiz yuqorida ta'riflangan diskret spektrni va R radial funksiyalarni aniqlashdan iborat. Tenglamaning yechimini olish uchun o'lchamsiz kattaliklar quyidagicha kiritiladi:

$$\rho = \frac{r}{a} \quad \text{va} \quad \varepsilon = \frac{E}{E_1}, \tag{5.30}$$

bunda

$$a = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0,529 \cdot 10^{-8} sm, \; E_1 = \frac{me^4}{2\hbar^2} = \frac{e^2}{2a} = 13,55 eV \tag{5.31}$$

bo'ladi. Kiritilgan (5.30) belgilashlarni (5.29) tenglamaga qo'yilsa, $m, e, \hbar$ atom doimiylari qatnashmaydigan quyidagi

$$\frac{d^2\chi}{d\rho^2} + (\varepsilon + \frac{2Z}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2})\chi = 0 \tag{5.32}$$

tenglamaga kelinadi.

Dastavval (5.32) tenglama yechimining asimptotikasi o'rganiladi. 5.1-paragrafdagi χ funksiyasining asimptotik holatini tekshirishdan kelib chiqqan natijadan foydalanib, (5.32) tenglamaning yechimi quyidagi ko'rinishda izlanadi:

$$\chi(\rho) = e^{-\alpha\rho} f(\rho), \quad \alpha = \sqrt{-\varepsilon}. \tag{5.33}$$

Bunda noma'lum $f(\rho)$ funksiyaning oshkor korinishi asimptotada $e^{-\alpha\rho}$ dan tez o'smaydigan bo'lishi kerak. (5.33) yechimni (5.32) tenglamaga qo'yilsa, f funksiya uchun quyidagi differensial tenglama hosil bo'ladi:

$$\frac{d^2 f}{d\rho^2} - 2\alpha \frac{df}{d\rho} + \left(\frac{2Z}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2}\right) f = 0. \tag{5.34}$$

(5.34) tenglamaning yechimi – f funksiyaning oshkor ko'rinishini, yuqoridagi shartga ko'ra, darajali qator shaklida izlanadi. Umumiy nazariyadan ma'lumki, (5.29) tenglamaning yechimi $r=0$ da chekli bo'lishi uchun, r ning darajalari bo'yicha tuzilgan qator r^{l+1} haddan boshlanishi kerak. Shuning ucnun $f(\rho)$ ni quyidagi ko'rinishda izlanadi:

$$f(\rho)=\rho^{l+1}\sum_{v=0}^{\infty}a_v\rho^v \qquad (5.35)$$

bunda a_v lar hozircha no'malum bo'lgan koeffitsiyentlar. Hosil qilingan (5.28) va (5.33) tengliklardan ma'lumki,

$$R(\rho)=\frac{e^{-\alpha\rho}f(\rho)}{\rho} \qquad (5.28')$$

radial funksiya ρ ning cheksizga intilishida chekli bo'lish sharti bilan aniqladi. (5.35) dagi noma'lum a_v koeffitsiyentlarni topish uchun (5.35) ni (5.34) ga qo'yib,

$$\sum_{v=0}^{\infty}(v+l+1)(v+l)a_v\rho^{v+l-1}-2\alpha\sum_{v=0}^{\infty}(v+l+1)a_v\rho^{v+l}+\left(\frac{2Z}{\rho}-\frac{l(l+1)}{\rho^2}\right)\sum_{v=0}^{\infty}a_v\rho^{v+l+1}=0$$

yoki

$$\sum_{v=0}^{\infty}(v+l+1)(v+l)a_v\rho^{v+l-1}-2\alpha\sum_{v=0}^{\infty}(v+l+1)a_v\rho^{v+l}+2Z\sum_{v=0}^{\infty}a_v\rho^{v+l}-l(l+1)\sum_{v=0}^{\infty}a_v\rho^{v+l-1}=0$$

tenglama hosil qilinadi. Oxirgi ifodadagi birinchi va to'rtinchi hadda v ni $v+1$ ga almashtirib, ρ ning bir xil darajalari hosil qilinadi. Shunday qilib,

$$\sum_{v=0}^{\infty}\left\{a_{v+1}\left[(v+l+2)(v+l+1)-l(l+1)\right]+a_v\left[2Z-2\alpha(v+l+1)\right]\right\}\rho^{v+l}=0 \qquad (5.36)$$

tenglamaga kelinadi. (5.35) qator (5.34) tenglamaning yechimi bo'lishi uchun ρ ning barcha qiymatlarida (5.36) ifoda noldan cheksizlikkacha aynan qanoatlantirilishi kerak. Bu esa faqat ρ oldida turgan koeffitsiyentlar alohida-alohida nolga teng bo'lgandagina o'rinlidir, ya'ni v ning barcha qiymatlarida

$$a_{v+1}\left[(v+l+2)(v+l+1)-l(l+1)\right]+a_v\left[2Z-2\alpha(v+l+1)\right]=0 \qquad (5.37)$$

shart bajarilishi kerak. Bu talabdan a_v va a_{v+1} orasida quyidagi rekurrent formula kelib chiqadi:

$$a_{\nu+1} = \frac{2\alpha(\nu + l + 1) - 2Z}{(\nu + l + 2)(\nu + l + 1) - l(l + 1)} a_\nu, \quad \nu = 0,1,2,3,....... \qquad (5.38)$$

Birinchi a_0 koeffitsiyent ixtiyoriy ravishda tanlab olinishi kerak. Bu koeffitsiyentga qandaydir qiymat berib, (5.38) dan a_1 ni topish mumkin, a_1 orqali a_2 aniqlanadi va hokazo. Barcha a_ν larni hisoblab, ρ darajalari bo'yicha qator shaklidagi izlanayotgan yechimni topish mumkin. Rekurrent formuladan ko'rinib turibdiki, (5.35) qator Z va α o'zgarmaslar o'rtasidagi munosabatga bog'liq ravishda cheksiz darajali yoki chekli darajali kabi qatorga, ya'ni polinomga aylanadi. Agarda

$$\lambda = \frac{Z}{\alpha} \quad \text{va} \quad S = 2l + 1$$

kabi belgilash kiritilsa, (5.38) formulani

$$a_{\nu+1} = \frac{2\alpha}{\nu + 1} \frac{(\nu + \frac{s+1}{2}) - \lambda}{\nu + l + 1} a_\nu$$

ko'rinishda yozish mumkin bo'ladi. Agar qator uzilmasa va $\nu \to \infty$ intilsa, quyidagi formulaga ega bo'linadi:

$$\frac{a_{\nu+1}}{a_\nu} \to \frac{2\alpha}{\nu + 1}.$$

Bu xil rekurrent formula eksponenta ko'rinishidagi funksiyalar uchun o'rinlidir. Haqiqatdan ham:

$$e^{2\alpha\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}(2\alpha\rho)^n$$

bo'lganligi uchun qatorning ρ^n va ρ^{n+1} hadlari oldidagi koeffitsiyentlarining nisbati:

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{(2\alpha)^{n+1}}{(n+1)!} : \frac{(2\alpha)^n}{n!} = \frac{2\alpha}{n+1}$$

ga teng bo'ladi. Demak (5.35) qator chekli bo'lmasa, ν ning katta qiymatlarida $f(\rho)$ funksiyani tavsiflovchi qator, $e^{2\alpha\rho}$ funksiya kabi o'zgaradi va ρ ning cheksizlikka intilishida chekli bo'lish sharti qo'yilgan R radial funksiya uzoqlashuvchi asimptitotikaga ega bo'lib qoladi, ya'ni $\rho \to \infty$ da $R \to \frac{\exp(\alpha\rho)}{\rho}$. Fizik haqiqatni aks ettira olmaganligi sababli bu yechimning ahamiyati yo'q. $\rho \to \infty$ da yechim chekli bo'lishi uchun qator biror ν hadda uzilishga ega bo'lishi kerak. U holda $f(\rho)$ qator ko'phad bo'lib qoladi va $\rho \to \infty$ bo'lganida ham $R \to 0$ bo'ladi. Hosil qilingan bunday yechim tekshirilayotgan tenglamaning xususiy funksiyasi bo'lib, $\rho = 0$ dan to $\rho = \infty$ gacha bo'lgan intervalda chekli va bir qiymatli bo'ladi.

Endi (5.35) qator biror ν hadida uzilishga to'g'ri keladigan shart aniqlanadi. Qator uzilish uchun (5.38) ning o'ng tomonidagi kasr surati nolga aylanishi lozim, ya'ni

$$2\alpha(n_r + l + 1) - 2Z = 0$$

yoki

$$\alpha = \frac{Z}{n_r + l + 1} \tag{5.39}$$

bo'lishi kerak. Hosil qilingan (5.39) tenglikdan ayonki, bu shart bajarilganda a_{n_r+1} koeffitsiyentning o'zi va undan keyingi koeffitsiyentlarning barchasi nolga teng bo'lishi kerak. Demak, $f(\rho)$ yechim ko'phadga aylanishi uchun va shu bilan birga $R(\rho)$ funksiya butun intervalda chekli bo'lishi uchun (5.39) ifoda yetarli va zaruriy shart sifatida bajarilishi kerak.

$$n = n_r + l + 1, \quad n_r = 0, 1, 2, 3 \tag{5.40}$$

belgilash kiritib, (5.39) ga qo'yilsa hamda (5.33) dagi α ning qiymati hisobga olinsa, quyidagi natijani olinadi, ya'ni

$$\varepsilon = -\frac{Z^2}{n^2}. \tag{5.40'}$$

Shu bilan birga (5.30) dagi ε ni E orqali ifodasini hisobga olib, quyidagi muhim natijaga kelinadi, ya'ni izlanayotgan R – chekli va bir qiymatli yechimlar faqatgina elektronning quyidagi diskret energiya qiymatlaridagina mavjuddir:

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}. \tag{5.41}$$

Boshqacha aytganda, olingan formula vodorodsimon atomlar uchun mumkin bo'lgan energetik sathlarni aniqlashga imkon yaratadi. Bunda n– butun musbat son bo'lib,

$$n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots, \tag{5.42}$$

qiymatlarni qabul qiladi va u bosh kvant soni deb atalib, elektronning energiyasini aniqlaydi. l va n_r kattaliklar mos holda orbital va radial kvant sonlari deb yuritiladi. Shu narsani alohida qayd qilib o'tish joizki, vodorod atomi elektronining statsionar holatlari energiyasi uchun kvant mehanikasi asosida aniqlangan (5.41) ifoda shu hol uchun Bor nazariyasida $n=0$ qiymatning qabul qila olmasligini alohoda uqtirib keltirilgan edi. Kvant mehanikasida esa bu muammo o'z-o'zidan bartaraf qilinadi, chunki $l=0,1,2,\ldots$, qiymatlarni qabul qiladi va n_r esa (5.35) qator hadining nomeri bolib uning eng kichik qiymati nolga teng bo'ladi va (5.40) ga asosan bosh kvant soni nol qiymatni qabul qila olmaydi.

17 - ma'ruza. VODOROD ATOMI

Reja:

1. Sferik simmetrik potentsial maydondagi mikrozarra harakati uchun SHredinger tenglamasi.
2. Vodorod atomi: kvant sonlari, energetik spektri, orbital impuls momenti va uning fazoviy kvantlanishi.
3. Kvant o'tishlar uchun tanlash qoidasi. Vodorodsimon atomlar nurlanish spektri. Sathlar kengligi.

Tayanch so'zlar va iboralar: *Vodorod atomining asosiy turun holati uchun Shredingaer tenglamasi, yadroga bolangan elektronning potensial energiyasi va uning grafigi, vodorod atomi uchun Shredinger tenglamasining yechimi va energetik sathlar, ionlashish energiyasi, orbital, bosh va magnit kvant sonlari, ularning oladigan qiymatlari, atom holatlarining belgilanishi, vodorod atomining spektrini kvant mexanikasi asosida tushuntirish, tanlash qoidasi, elektronning mexanik va magnit momenti, giromagnit nisbat, Bor magnetoni.*

1. Sferik simmetrik potentsial maydondagi mikrozarra harakati uchun Shredinger tenglamasi

Bor atom nazariyasining kamchiliklari aniq bo'lib qolgandan keyin atom jarayonlarni to'laligicha tushuntirib beruvchi umumiy atom nazariyasini yaratishga kirishildi. Atomning bunday nazariyasini kvant mexanikasi asosida yaratishga harakat qilindi. Natijada atomning Bor nazariyasida postulot tarzida qabul qilingan elektron energiyasining kvantlanishi Shredinger tenglamasi echimidan o'z-o'zidan kelib chiqishi maolum bo'ldi. Bor atom nazariyasini postulotga tayanib yaratgan bo'lsa, atomning yangi nazariyasida bunga hojat bo'lmadi.

Kvant mexanikasida zarrachaning harakati, holat funktsiyasi va energiyasi uni qanday maydonda harakat qilayotganligiga bog'liq. Biz oldingi ma'ruzalarda zarrachalarning bir o'lchovli potentsial maydondagi harakatlari bilan tanishdik.

Ko'pincha potentsial maydonlar markaziy simmetrik yoki boshqacha aytganda sferik simmetrik bo'ladi, bunday maydonga misol qilib atom yadrosining Kulon maydonini olish mumkin. Zarrachaning markaziy sferik potentsial maydondagi harakatini o'rganish, atom tuzilishini, undagi elektronlarning holat funktsiyasini va energiyasini aniqlash uchun xizmat qiladi. Atom yadrosining massasi atomdagi barcha elektronlarning massasidan ham bir necha marta katta. Masalan, vodorod atom yadrosi massasi elektron massasidan 1836 marta katta. Atom yadrosi atrofidagi markaziy simmetrik maydonda elektronlar harakat qiladi. Elektronlarning bu harakatini o'rganish uchun sanoq sistemasining boshi sifatida atom yadrosini olamiz. Bunday sistemada atom yadrosi elektronlar harakatlanayotgan maydon kuchlarining manbai xisoblanadi. Yadro bilan elektronlar orasidagi Kulon o'zaro taosir kuchlari, atom zarrachalarining magnit momentlarining o'zaro taosir kuchidan bir necha marta katta bo'lgani uchun asosiy xisoblanadi.

Vodorod atomining asosiy turg'un holati uchun Shredinger tenglamasi qanday ko'rinishda bo'lishini ko'raylik. Elektronning holati faqat yadrodan elektrongacha bo'lgan r masofaga bog'liq bo'lgan sferik to'lqin funktsiya ψ ni o'z ichiga olgan Shredingerning turg'un holat tenglamasi bilan ifodalanadi.

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]\psi = 0 \qquad (8.1)$$

Bu formulada E atomdagi elektronning to'liq energiyasi. (8.1) tenglamadagi qavs ichidagi ikkinchi ifoda vodorod atomi yadrosi bilan elektron orasidagi masofa r ga bog'lik bo'lib, u yadro maydonidagi elektronning potentsial energiyasini ifodalaydi va

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (8.2)$$

ko'rinishda yoziladi.

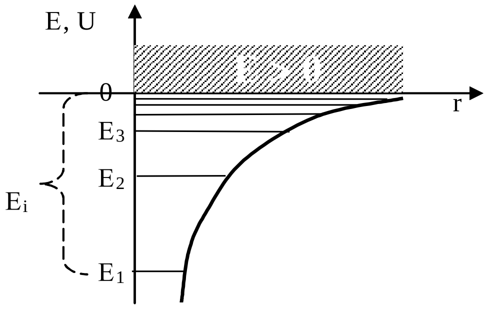
U(r) funktsiyaning grafigi 8.1-rasmda yo'g'on egri chiziq bilan tasvirlangan. Rasmdan ko'rinib turibdiki, elektron yadroga yaqinlashgan sari U (r) cheksiz kamayib (moduli cheksiz ortib) boradi.

(8.1) ko'rinishdagi differentsial tenglamani echish anchagina murakkab matematik amallarni talab qiladi. Shuning uchun tenglamani qanday echish yo'llariga to'xtalmay, uni tayyor echimini muhokama qilamiz.

(8.1) ko'rinishdagi tenglama ikki holda, ya'ni elektron energiyasi E>O bo'lgandagi E ning har qanday qiymatida va E ning

$$E = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}, \quad (n=1, 2\ 3, \ldots) \qquad (8.3)$$

shartni qanoatlantiruvchi manfiy diskret qiymatlarida echimga ega bo’lar ekan. E>O bo’lgan hol yadro yaqinidan o’tib, undan cheksizlikkacha uzoqlashayotgan elektronga, E<O bo’lgan hol esa yadroga bog’langan elektronga mos keladi. Demak, Shredinger tenglamasining E>O qiymatlaridagi echimlari vodorod atomini emas, balki atom bo’lib birikmagan yadro va fazodagi erkin elektronni aks ettiradi. E<O bo’lgan ikkinchi holdagi echimlari vodorod atomidagi elektronni aks ettiradi. Vodorod atomidagi elektronning energiya qiymatlarini aniqlovchi (8.3) ifoda Borning vodorod atomi nazariyasidan kelib chiqqan (5.15) ifodaning o’zginasidir (Z=1). Lekin Bor bu formulani postulotga, yaoni farazga asoslanib chiqargan bo’lsa, kvant mexanikasida u Shredinger tenglamasining echimidan kelib chiqadi.



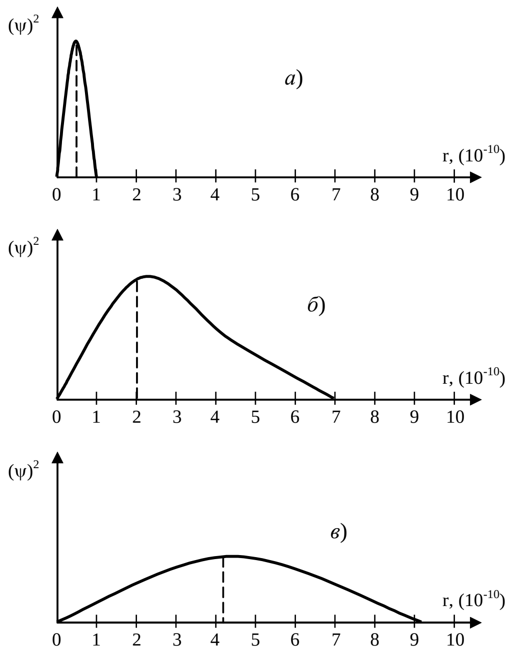
8.1-rasm

Demak, (8.3) formuladan ko’rinadiki, vodorod atomida elektronning energiyasi diskret energetik sathlar bo’yicha o’zgaradi. Bu sathlarini joylashishi E1, E2, E3, . . . energiyalar uchun 8.1-rasmda sxematik ko’rsatilgan.

Energiyasi eng kichik bo’lgan E1 sath elektronning asosiy turg’un holatini ifodalaydi. Bu minimal energiyadan katta bo’lgan energiya sathlari (En>E1, n=2,3, . . .) atomning uygongan holatiga mos keladi.

Elektron energiyasini E<0 bo’lishi uni bog’langan ekanini va giperbolik potentsial o’rada joylashganini ko’rsatadi. Rasmdan ko’rinadiki, bosh kvant sonlari n ortishi bilan energetik sathlar zichrok joylashib boradi va n=∞ bo’lganda E = 0 bo’ladi. Energiyasi E>0 bo’lganda elektron erkin elektronga aylanadi va uni energiyasi uzluksiz o’zgaradi (shtrixlangan soha, 8.1-rasm). (8.3) formuladan turg’un holatda bo’lgan vodorod atomi uchun ionlashish energiyasini hisoblash mumkin:

$$E_i = -E_1 = \frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = 13{,}55 \text{ eV}.$$



8.2-rasm

Demak, asosiy holatda bo’lgan vodorod atomidan elektronni urib chiqarish uchun 13,55 eV energiya kerak. Bu atomni ionlashish energiyasidir. Atomni ionlashish energiyasi tushunchasi bilan birga ionlashish potentsiali tushunchasi ham ishlatiladi. Atomning ionlashish potentsiali deb, atomdan elektronni urib chiqarish uchun kerak bo’lgan energiyani elektronning zaryadiga nisbatiga aytiladi. Ionlashish potentsialini Frank va Gerts tajribalaridagi qurilma yordamida o’lchash mumkin. Bunda simob bug’larini vodorod bilan almashtiriladi. To’rga berilgan kuchlanish 13,6 V ga etkuncha zanjirda tok hosil bo’lmaydi. Kuchlanish 13,6 V ga borganda tok hosil bo’lib, kuchlanishning keyingi ortishida u tez ortib boradi. Zanjirda tokning hosil bo’lishi vodorod atomlarini energiyasi 13,6 eV ga etgan elektronlar bilan to’qnashishi natijasida ionlashishi bilan tushuntiriladi. Bundan ko’rinadiki, vodorod atomining tajribada topilgan ionlashish energiyasi nazariy xisoblangan qiymatga mos keladi.

2. Vodorod atomi: kvant sonlari, energetik spektri, orbital impuls momenti va uning fazoviy kvantlanishi

Kvant mexanikasida vodorod atomidagi elektronning holati uchta kvant soni bilan aniqlanadi: n-bosh kvant soni, ℓ-orbital kvant soni, m- magnit kvant soni. Bosh kvant soni n-elektron ega bo’ladigan energiya qiymatlarini ifodalash bilan birga elektron orbitasi diametrini ham belgilaydi.

Orbital kvant soni orbita shaklini, yaoni eliptiklik darajasini aniqlasa, magnit kvant soni elektron orbitasining fazodagi orentatsiyasini (vaziyatini) bildiradi.

Kvant mexanikasi atomning Bor nazariyasidagi elektronning impuls momentini kvantlanishiga aniqlik kiritdi. Bor nazariyasida energiyaning kvantlanishi elektronning impuls momentini kvantlanish shartidan kelib chiqqan bo’lsa, kvant mexanikasida u impuls momentini kvantlanishiga bog’liq bo’lmagan holda SHredinger tenglamasining echimidan kelib chiqadi. Qandaydir En energetik sathdagi elektronning energiyasiga impuls momentining n ta qiymati mos keladi. Impuls momenti ixtiyoriy qiymatlarini qabul qilmasdan, quyidagi

$$L = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)} \tag{8.4}$$

formula bilan aniqlanuvchi diskret (tayinli) qiymatlarini qabul qiladi. Bu formuladagi ℓ- orbital kvant soni bo’lib, u 0 dan n-1 gacha bo’lgan n ta qiymatlarni qabul qiladi:

$$\ell = 0, 1, 2, \dots, \ n-1. \tag{8.5}$$

Elektronning impuls momenti ellips shaklidagi orbitaning ekstsentrisitetiga, yaoni orbitaning shakliga taosir qiladi. Bir xil energiyali, impuls momentlari har xil bo’lgan elektron katta o’qini uzunligi bir xil bo’lgan, lekin ekstsentrisitetlari bilan farqlanuvchi turli elliptik orbitalar bo’ylab aylanadi. Demak, ℓ ning har bir qiymatiga mos orbitalar mavjud.

Kvant mexanikasida orbital kvant sonini ℓ = 0 qiymatiga mos keluvchi atom holatiga s-holat, n=1 bulgandagi holatiga r-holat, ℓ = 2 bo’lgandagi holatiga d-holat mos keladi deb belgilanadi. Keyingi holatlar f, g, h harflar bilan ifodalanadi. Ya’ni, atom holatlari lotin alifbosidagi harflar bilan belgilanadi.

Magnit kvant soni $m\ell$, elektronning impuls momenti vektori L ni, tashqi magnit maydoni taosirida h ga karrali bo’lgan maolum vaziyatlarni olib joylashish tartibini ko’rsatadi. Ya’ni Z yo’nalish bo’yicha impuls momentining proektsiyasi

$$L_{\ell z} = \hbar m_\ell \tag{8.6}$$

ifoda bilan aniqlanadi. Bu erda ml=magnit kvant soni bo'lib, u - ℓ dan 0 orqali +ℓ gacha bo'lgan butun sonli qiymatlarni oladi, ya'ni

$$m\ell = -\ell, -(\ell - 1), \ldots, -1, 0, +1, \ldots, (\ell - 1), +\ell \qquad (8.7)$$

bo'lib, hammasi bo'lib $2\ell + 1$ qiymatini qabul qiladi. Demak, elektronning impuls momenti vektori fazoda $2\ell + 1$ vaziyatlarni olib joylashishi mumkin.

Atom nazariyasida atomdagi elektronlar ma'lum diskret orbitalar bo'ylab aylanadilar. kvant mexanikasida esa orbita tushunchasi umuman yo'q bo'lib, faqat elektronni yadro atrofida qayd kilinish ehtimolligi tushunchasi bor.

Vodorod atomidagi elektron energiyasining (8.3) formula bilan aniqlanuvchi har bir qiymatiga bir necha to'lqin funktsiya mos keladi, ular bir-biridan ℓ va m kvant sonlari bilan farqlanadi.

Misol tariqasida n=2 ga teng bo'lgan holni muhokama qilaylik. Orbital kvant soni ℓ, (8.5) shartga asosan, 0 yoki 1 qiymatga ega bo'la oladi.$\ell = 0$ (S-holat) bo'lganda magnit kvant soni $m\ell$, (8.6) shartga asosan faqat 0 qiymatini oladi. Bunda elektronning mexanik impuls momenti ham nolga teng bo'ladi. Bu holatda elektron mavjud bo'ladigan fazodagi soha, sferik simmetriyaga ega buladi. Ya'ni, yadro maolum qalinlikdagi dumaloq elektron buluti bilan o'ralgan deyish mumkin.

Elektron bulutini zich joylari elektron orbitasining birinchi Bor radiusiga (r1=0,53.10-10m) mos keladi 8.2(a)-rasm. Kvant mexanikasida elektronning "orbita" tushunchasi o'z ma'nosini yo'qotadi. Lekin kvant mexanikasi elektronning fazoning qaysi nuqtasida qayd qilinishi ehtimolligi haqida axborot bera oladi. 8.2 (a,b,v)-rasmlarda 1s, 2r, 3d holatlardagi elektronlarni yadrodan r masofadagi nuqtalarda qayd qilish ehtimolligining zichligini tasvirlovchi grafiklar keltirilgan.

Rasmlardan ko'rinishicha elektronni eng katta ehtimolik bilan qayd qilinishi mumkin bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rinlari 1,2,3-Bor orbitalariga mos keladi. Ortbital kvant soni $\ell = 1$ (r - holat) bo'lganda magnit kvant sonini uchta m=-1; m=0; m=1 qiymatlariga impuls momentini uch yo'nalishi to'g'ri keladi (8.3(a)-rasm). Bunda L vektorini qiymati

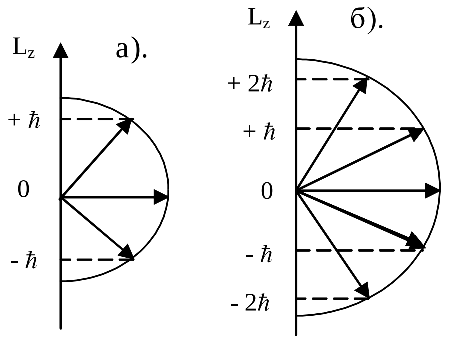
$$L = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)} = \hbar\sqrt{2}$$

bo'ladi.

Agar $\ell = 2$ (d-holat 7.3 b-rasm) bo'lsa, m=-2; m=-1; m=-0; m=1; m=2 qiymatlariga mos holda L vektorining besh vaziyati kuzatilishi mumkin.

$\ell = 3$ (f -holat) bo'lganda L ning ettita vaziyati mavjud bo'ladi va hokazo.

Atomda bir energetik sathga bittadan ko'p holatlar to'g'ri kelishiga sathning turlanishi (aynishi) deyiladi.



8.3-rasm

Bir xil energiyali holatlar soniga turlanish karraligi deyiladi. Vodorod va vodorodga o'xshagan atomlarda n=1 bo'lgan asosiy turg'un holati turlanmagan sath xisoblanadi. Lekin elektronning spinini hisobga olsak, vodorod atomidagi n=1 holat ham ikki karra turlangan bo'lishligi kelib chiqadi. Bunga keyin to'xtalamiz. Kvant soni n=2 bo'lgan sath to'rt karra turlangan bo'ladi, bunda orbital kvant soni $\ell = 0$ ($m\ell = 0$) bo'lgan bir holat va $\ell = 1$ ($m\ell = 0, \pm 1$) bo'lgan uch holat. Keyingi n=3 va n=4 bo'lgan sathlar mos holda 9 va 13 karra turlangan bo'ladi (8.1-jadval). Atomdagi umumiy holatlar sonini aniqlash uchun elektronning spinini hisobga olib turlanish karraligini ikkiga ko'paytirish kerak. Bunday bo'lishi Paulining taqiqlash printsipidan kelib chiqishini keyingi ma'ruzada ko'rib chiqamiz.

8.1-Jadval

Bosh kvant soni, n	Orbital kvant soni, ℓ	Magnit kvant soni, ℓ	Holatning belgilanishi	Turlanish karraligi (orbital impuls momenti bo'yicha).
1	0	0	1S	1
2 2	0 1	0 0, ±1	2S 2R	$\left.\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\right\}4$
3 3 3	0 1 2	0 0, ±1 0, ±1, ±2	3S 3R 3d	$\left.\begin{matrix}1\\3\\5\end{matrix}\right\}9$
4 4 4 4	0 1 2 3	0 0, ±1 0, ±1, ±2 0, ±1, ±2, ±3	4S 4R 4d 4f	$\left.\begin{matrix}1\\3\\5\\7\end{matrix}\right\}16$

Elektronni orbital mexanik momenti bilan magnit momenti orasida quyidagicha bog'lanish bor:

$$Rm = \gamma L \qquad (8.8)$$

Bu erda γ- giromagnit nisbat deyilib, u $\gamma = e/2m$ formula bilan aniqlanishi bizga elektromagnetizm kursidan maolum. γ ning yuqoridagi ifodasini va L ning (8.4) formulasini (8.8) ga qo'ysak

$$p_m = \frac{e}{2m}\hbar\sqrt{\ell(\ell+1)} = \mu_Б\sqrt{\ell(\ell+1)} \qquad (8.9)$$

ifoda hosil bo'ladi. Bunda

$$\mu_Б = \frac{e\hbar}{2m} = 0{,}927\cdot 10^{-23}\,\frac{Ж}{Тл}$$

kattalik Bor magnetoni deb ataladi.

Yuqoridagi (8.9) ifoda mexanik momenti L ning kvantlanishidan magnit momenti Rm ni ham kvantlanishi kelib chiqishini ko'rsatadi.

Orbital magnit momentini tashqi magnit maydoni yo'nalishidagi tashkil etuvchisi

$$P_{mz} = \gamma L_z = \frac{e}{2m}\hbar m_\ell = \mu_Б m_\ell$$

ko'rinishida aniqlanadi. Bu erda $m\ell$ - magnit kvant soni. Mexanik moment bilan magnit moment elektronni zaryadi manfiy bo'lgani uchun antiparalel, yaoni qarama-qarshi yo'nalgan va ularning fazodagi vaziyati kvantlanadi. Masalan S-holatda (ℓ = 0, m = 0) har ikkala moment ham nolga teng. Elektronning mexanik va magnit momentlarini fazoda kvantlanishi tajribada tasdiqlanishi kerak edi. Bunday tajribani 1922 yilda nemis fiziklari Otto SHtern va Valter Gerlax o'tkazdilar.

Kvant sonlari n, ℓ va $m\ell$, Bor nazariyasidan olingan vodorod atomining chiqarish (yutilish) spektrini hosil bo'lishini to'liq tasvirlashga imkon beradi.

3. Kvant o'tishlar uchun tanlash qoidasi. Vodorodsimon atomlar nurlanish spektri. Sathlar kengligi

Kvant mexanikasida atomdagi elektronni bir sathdan boshqa sathga o'tishini chegaralovchi tanlash qoidasi bor. Bu qoidaga ko'ra yadroning markaziy-simmetrik maydonida elektronning ixtiyoriy o'tishlari amalga oshmaydi. Atomda orbital kvant sonlari faqatgina bir-birlikka o'zgaradigan, yaoni $\Delta\ell = \pm 1$ bo'ladigan o'tishlargina amalga oshadi. 8.4-rasmda vodorod atomi spektral seriyalarining kvant mexanikasi nuqtai nazaridan hosil bo'lishi tasvirlangan.

Vodorod nurlanish spektridagi Layman seriyasi nr→1S (n=2,3,...) o'tishlarga, Balmer seriyasi esa nr→2S, nS→2r, nd→2r (n=3,4,....) o'tishlarga mos keladi. Elektronni asosiy holatdan qo'zg'algan holatga o'tishi atomning energiyasini ortishi bilan, yaoni uni foton yutishi bilan bog'liq. Vodorodning yutilish spektrida faqat Layman seriyasi kuzatiladi, u atomni asosiy holatdan turli energiyali qo'zg'algan holatlarga o'tishini ko'rsatuvchi kvant o'tishlarga mos keladi.

Vodorodsimon atomlarning energetik sathi vodorod energiya sathidan Z2 marta farq qilib, ular uchun Balmer formulasi

$$\nu = Z^2 R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

ko'rinishda ifodalanadi. Bunda Z Mendeleev davriy sistemasidagi atomning tartib raqami. YUqoridagi formuladan ko'rinadiki, vodorodsimon atomlarning spektri qisqa to'lqin uzunlik tomon siljigan bo'ladi. Masalan, Z>10 bo'lganidayoq birinchi spektral seriyaning to'lqin uzunligi rentgen nurlanishi to'lqin uzunligi oralig'ida bo'ladi. Og'ir ionlarning nurlanish energiyasi esa 100 keV atrofidadir. Lekin n ning katta qiymatlarida og'ir ionlardan ham ko'zga ko'rinuvchi va IQ sohaga mos keluvchi spektral chiziqlar ham qayd qilinadi. Ishqoriy metallarning spektri vodorod spektriga o'xshash bo'ladi. Chunki, ularning ham tashqi elektron qobig'ida bittadan elektroni bor. Lekin bu tashqi elektronning energiya sathi vodorodnikiga qaraganda ancha yuqori joylashgan, u quyiroq energetik sathlarga o'taolmaydi. Chunki, bunga Paulining taqiqlash printsipi yo'l qo'ymaydi. Masalan, Na da (Z=11) 1s, 2s, 2r holatlar elektron bilan to'la bo'ladi, uning tashqi elektronining asosiy holati 3s energetik sathdir. Natriy atomi qo'zg'atilganda bu elektron 3r, 3d, 4s, 4r, 4d va boshqa holatlarga o'tishi mumkin. Natriyning nurlanish spektri quyidagi formulaga aniq mos tushadi.

$$\nu = R\left(\frac{1}{\left(n_1 - a_{l_1}\right)^2} - \frac{1}{\left(n_2 - a_{l_2}\right)^2}\right),$$

bu erda n1=3,4,..., n2=n1+1, n1+2, ... qymatlarni oladi. Formuladagi a_ℓ tuzatma s holat uchun 1,35 ga teng. Boshqa holatlarda u nolga yaqinlashadi.

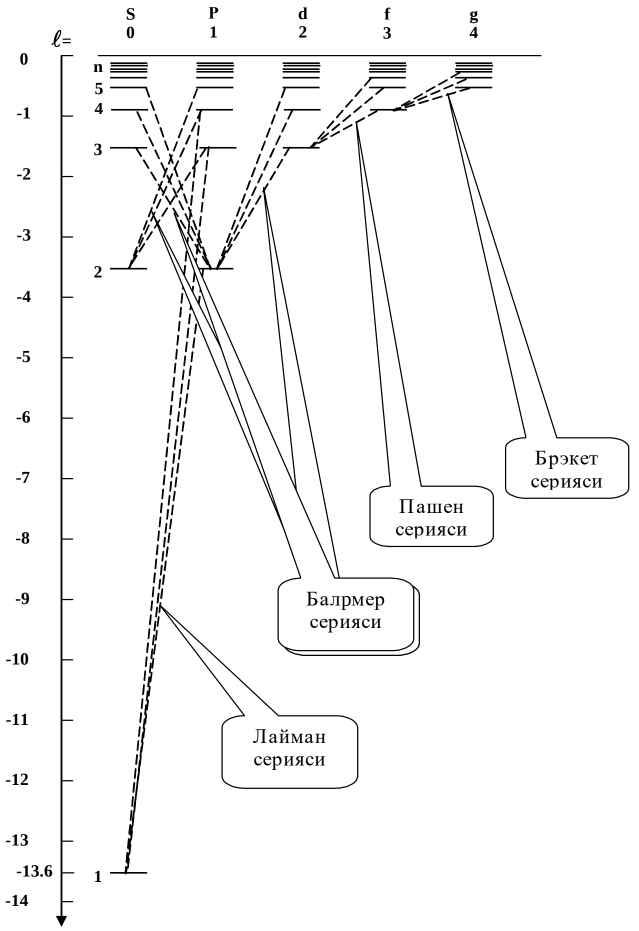
Tashqi elektron qobiqida bir nechta elektroni bo'lgan atomlarning spektri murakkab va turli xildir. Bunday atomlar valent elektronlarining energiyasi ham vodorod atomi elektron energiyasiga yaqin bo'lib, u elektronni yadrodan qanchalik masofada joylashishiga bog'liq. Turli elementlarning tashqi elektronlarining energiya sathlari bir necha eV atrofida. SHuning uchun, murakkab atomlarning nurlanish va nur yutish spektri ham IQ yoki ko'zga ko'rinuvchi sohasida joylashgan va elementning tartib raqami bilan bog'lanishi ancha murakkabdir.

Atomlar birikib molekulalar va kristallar hosil qilganda ularning tashqi elektron qobiqlarida murakkab o'zgarishlar yuz beradi. Shuning uchun molekulalar va kristallarning spektrlari atomlarnikidan farq qiladi, ularga keyingi ma'ruzalarda to'xtalamiz.

Kvant mexanikasi atomdagi elektronning orbitasi haqidagi tasavvurni inkor etgani bilan atomning energetik sathi haqidagi klassik tasavvurni saqlab qoldi. Kvant mexanikasi ham vodorod va vodorodga o'xshagan ionlar uchun energetik sathlarning kvantlanishida Bor nazariyasidagidek bir xil natijaga keladi. Lekin kvant mexanikasi bu masalaga maolum aniqliklar kiritdi. Kvant mexanikasidagi noaniqliklar munosabatlari faqat zarrachani koordinatasi bilan impulsining koordinat o'qlaridagi proektsiyasini bog'lab qolmasdan, u zarrachaning energiyasi bilan uning shu energiyali holatda bo'lish vaqtini ham bir-biriga bog'laydi. Buni biz oldingi ma'ruzada ko'rib o'tgan edik. Zarrachaning maolum holatda bo'lish vaqtining noaniqligi Δt, uni energiyasining noaniqligi ΔE bilan quyidagicha bog'langan:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2}.$$

Bu munosabatni atomdagi elektronga qo’llaylik. Bizga maolumki, atomning asosiy turg’un va qo’zg’algan holatlari mavjud. Tabiiyki, atom asosiy turg’un holatda istagancha uzoq vaqt bo’lishi mumkin. Lekin “Qo’zg’algan holda atom qancha vaqt bo’lishi mumkinq” degan muammoga duch kelamiz. Atomning qo’zg’algan holatda bo’lish vaqti juda qisqa (10 -8 ÷ 10 -9 s). Atomning turli energetik sathlariga mos keluvchi har xil qo’zg’algan holatlarda bo’lish vaqti ham bir-biridan farq qiladi.



8.4-rasm

Qo’zg’algan holatdagi atom o’z-o’zidan (spontan holda) quyiroq energetik holatga o’tishi mumkin. Qo’zg’algan holatdagi atomlar sonini e marta kamayishi uchun ketgan vaqt, atomning qo’zg’algan holatda yashash vaqti deyiladi. Lekin atomda, shunday metastabil holatlar bo’lishi mumkinki, bu holatda uning yashash vaqti ancha katta, sekundning o’ndan bir ulishlarida bo’lishi mumkin. Kvant mexanikasida atomning o’rtacha yashash vaqti haqida gapiriladi.

Demak, atomni qo’zg’algan holatda bo’lish vaqtida Δt noaniqlik doimo bo’ladi. SHu vaqtning noaniqligi energiyaning noaniqligi bilan bog’langan, yaoni

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t}$$

Agar atomning qo’zg’algan holatda o’rtacha yashash vaqti Δt=10-8 s ekanini xisobga olsak, energiyaning noaniqligi uchun quyidagi natijani olamiz:

$$\Delta E \approx \frac{h}{10^{-8}} \approx 10^{-7} \text{ eV}$$

ΔE ning bu qiymati energetik sathlar farqiga nisbatan juda kichik.

Atomning har bir energetik sathni (chizig’i) o’rtacha ΔE ≈10-7 eV oraliqda tasodifiy o’zgarishi mumkin. Bu energetik sathni enliroq bo’lishga olib keladi. Atomning qo’zg’alish energiyasi ortishi bilan uni o’rtacha yashash vaqti qisqarib boradi. Natijada yuqori energetik sathlarning kengligi ΔE ortib boradi (8.5-rasm). ΔE ≈10-7 eV qiymat energetik sathning tabiiy kengligi hisoblanadi.

Energetik sathni kengayib ketishi atom spektral chizig’ini ham maolum miqdorda yoyilishiga olib keladi. Ya’ni:

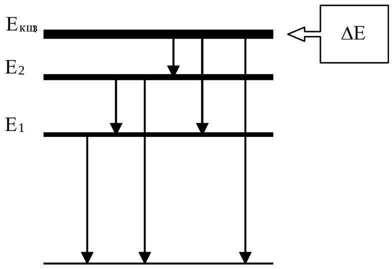
$$\Delta \nu = \frac{\Delta E}{h} = 10^{8}\, Гц$$

Bundan atom sochayotgan nurlanishni Bor nazariyasi ko’rsatgandek qatoiy monoxromatik emasligi kelib chiqadi. Spektral chiziq maolum kenglikka ega bo’lib, spektrda maolum sohani egallaydi. Olingan Δν qiymat spektral chiziqning tabiiy kengligi deb qabul qilingan. Spektroskopiyada Δν=108 Gts qiymat juda kichik hisoblanadi.

Ko'zga ko'rinadigan yorug'lik chastotasi ν≈1014 Gts atrofida bo'lishini xisobga olsak,

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-6}$$

ekanligi kelib chiqadi. Spektral chiziqlarni kengayishini boshqa sabablari ham bor. Bunga misol qilib spektral chiziqning Dopler kengayishini olish mumkin. Dopler kengayish nurlanayotgan atomlarning issiqlik tezligi bilan bog'liqdir. Nurlanayotgan atom spektrometrga yaqinlashayotgan bo'lsa, uni chastotasi (Dopler effektiga ko'ra) ortadi, agar u, spektrometrdan uzoqlashayotgan bo'lsa, chastotasi kamayadi. Natijada spektrometr qayd qilayotgan spektral chiziq ikki tomonga kengayadi. Umuman olganda harakatlanayotgan atomning nurlanish chastotasi tinch turgan atomnikidan farq qiladi. Spektral chiziqning Dopler effekti tufayli kengayishi, uni biz yuqorida aytib o'tgan tabiiy kengayishidan ancha katta. Shunday qilib, kvant mexanikasi atomlar monoxramatik bo'lmagan nurlanish spektri hosil qiladi degan xulosaga keladi.



8.5-rasm

MUSTAHKAMLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Vodorod atomi uchun SHredinger tenglamasini yozing va uning echimidan kelib chiqadigan natijalarni tushuntirib bering.
2. Vodorod atomida elektronning energiyasi qanday qonuniyat bilan o'zgaradi?
3. Elektronning atomdagi holati qanday kvant sonlari bilan aniqlanadi?
4. Sathning turlanishi va turlanish karraligi deganda nimani tushunasiq?
5. Vodorod atomi spektri kvant mexanikasida qanday tushuntiriladi va tanlash qoidasi nima?
6. Atomning qo'zg'algan holatda yashash vaqti bilan spektral chiziqlikning kengligi orasida qanday bog'lanish bor?
7. Molekulalarning nurlanish spektri qanday formula bilan ifodalanadi?
8. Murakkab atomlar va natriyning nurlanish spektri qanday tushuntiriladi?
9. Giromagnetik nisbat va Bor magnetoni nimani ifodalaydi?
10. Orbital impuls momentining fazoviy kvantlanishini tushuntirib bering.

ADABIYOTLAR

1. Axmadjonov O.I. "Fizika kursi, optika, atom va yadro fizikasi". Toshkent -"O'qituvchi", 1989.
2. Hoshimov G'.H., Rasulov R.YA., Yuldashev N.X. "Kvant mexanikasi asoslari". Toshkent - "O'qituvchi", 1995.
3. Detlaf A.A., YAvorskiy B.M., " Kurs fiziki " M.: "Visshaya shkola ", 2000.
4. Trofimova T.I. "Kurs fiziki". M.: "Vishaya shkola", 2000.
5. Savelg'ev I.V. «Kurs obshey fiziki, kniga 5.», M.: Nauka. 1998.
6. Kristi R., Pitti A. Stroenie veo'estva: Vvedenie v sovremennuyu fiziku. M.: Nauka. 1969.

7. Struchkov V.V., Yavorskiy B.M. "Voprosi sovremennoy fiziki" M .:"Prosveoenie", 1973.
8. Kondakov V.A. "Stroenie i svoystva veo'estva" M.: "Prosveo'enie", 1970.
9. Buravixin V.A., Egorov V.A. Biografiya elektrona. M.:"Znanie", 1985.
10. Geyzenberg V. «Fizika, Chastg' i tseloe», Moskva. 1999. http://www.ilt.kharkov.ua/bvi/resources/menu_r.htm.
11. Matveev A.N. «Atomnaya fizika», M.,1989. http://www.ilt.kharkov.ua/bvi/resources/menu_r.htm.

MA'RUZA №18

MAVZU: Vodorod atomining spektri va to'lqin funktsiyalari. Elektronning fazoviy taqsimoti. Atomdagi toklar. Magneton.

1. Vodorod atomining spektri va to'lqin funktsiyalari.
2. Elektronning fazoviy taqsimoti.
3. Atomdagi toklar.

5.3. Vodorodsimon atomning to'lqin funksiyasi

To'lqin funksiyaga qo'yilgan cheklilik shartidan (5.34) tenglama yechimini chekli darajali polinom bo'lishi aniqlandi. $\alpha = \frac{Z}{n}$ xususiy yechimlar uchun (5.38) formula sezilarli darajada soddalashadi, ya'ni

$$a_{\nu+1} = -\frac{2Z}{n}\frac{n-(l+\nu+1)}{(\nu+1)(2l+\nu+2)}a_\nu \qquad (5.43)$$

bo'ladi. Bu formula yordamida a_ν koeffitsiyentlarni ketma-ket hisoblab chiqib, (5.35) formulaga qo'yilsa:

$$f(\rho) = a_0\rho^{l+1}\left[1 - \frac{n-l-1}{1!(2l+2)}\left(\frac{2Z\rho}{n}\right) + \frac{(n-l-1)(n-l-2)}{2!(2l+2)(2l+3)}\left(\frac{2Z\rho}{n}\right)^2 + \ldots + (-1)^{n_r}\frac{(n-l-1)(n-l-2\ldots)}{n_r!(2l+2)(2l+3)\ldots(2l+n_r+1)}\left(\frac{2Z\rho}{n_r}\right)^{n_r}\right] \qquad (5.44)$$

ifoda hosil qilinadi. Bu formulada yangi ξ o'zgaruvchini

$$\xi = \frac{2Z\rho}{n} = \frac{2Z}{na}r \qquad (5.45)$$

ko'rinishda kiritish va barcha doimiy ko'phadlarni bitta N_{nl} orqali belgilash natijasida (5.28') formuladan n va l kvant holatlarga tegishli bo'lgan $R_{nl}(\rho)$ funksiya uchun quyidagi formulaga kelinadi:

$$R_{nl}(\xi) = N_{nl}e^{-\frac{1}{2}\xi}\xi^l L_{n+l}^{2l+1}(\xi) \qquad (5.46)$$

bunda L_{n+l}^{2l+1} kattalik orqali (5.44) formuladagi kvadrat qavs ichidagi ko'phad belgilangan. Matematika kursidan ma'lumki, (5.44) dagi ko'phad Lagerr polinomlari

$$L_k(\xi) = e^{\xi}\frac{d^k}{d\xi^k}(e^{-\xi}\xi^k) \tag{5.47}$$

dan olingan hosilalar orqali ifodalanishi mumkin. Umumiy holda $L_k^s(\xi)$ ko'phad deganda

$$L^s{}_k(\xi) = \frac{d^s}{d\xi^s}L_k(\xi) = e^{\xi}\frac{d^k}{d\xi^k}(e^{-\xi}\xi^k) \tag{5.48}$$

ko'phadni tushinish kerak va (5.48) dagi ifodani, odatda, umumlashgan Lagerr polinomi deyiladi. Agarda $k=n+l$ va $s=2l+1$ desak, (5.44) dagi kvadrat qavslarning ichidagi ko'phad olinishi va ushbu olingan (5.47) va (5.48) formulalar yordamida $R_{nl}(\xi)$ funksiyani hisoblash mumkin.

(5.46) formuladagi N_{nl} normallovchi koeffitsiyentni normirovka sharti yordamida aniqlanadi:

$$\int_0^\infty R_{nl}^2 r^2 dr = 1 \tag{5.49}$$

yoki:

$$\int_0^\infty e^{-\xi}\xi^{2l}\left[L_{n+l}^{2l+1}(\xi)\right]^2\xi^2 d\xi = \frac{2n\left[(n+l)!\right]^3}{(n-l-1)!}$$

ekanligini hisobga olib, pirovardida vodorod atomi energiya operatorining normallashgan xususiy funksiyalari uchun

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi) \tag{5.50}$$

ifoda olinadi, bunda

$$R_{nl}(r) = -\left\{\left(\frac{2Z}{na}\right)^3\frac{(n-l-1)!}{2n\left[(n+l)!\right]^3}\right\}^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\xi}{2}}\xi^l L_{n+l}^{2l+1}(\xi) \tag{5.51}$$

$$a = \frac{\hbar^2}{me^2}, \qquad \xi = \frac{2Z}{na}r.$$

(5.51) ifodadagi $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ – normallashgan sferik funksiya bo'lib, (2.81) formula orqali aniqlangan, a esa Bor radiusidir. Birinchi uchta radial funksialarning ko'rinishini (5.51) formula yordamida hisoblab chiqish mumkin. Ular

$$R_{10}(r) = (\frac{Z}{a})^{\frac{3}{2}}(2 - \frac{Zr}{a})e^{-\frac{Zr}{a}}$$

$$R_{20}(r) = (\frac{Z}{2a})^{\frac{3}{2}}(2 - \frac{Zr}{2a})e^{-\frac{Zr}{2a}}$$

$$R_{21}(r) = (\frac{Z}{2a})^{\frac{3}{2}}\frac{Zr}{a\sqrt{3}}e^{-\frac{Zr}{2a}}$$

ga teng bo'ladi. Shunday qilib, umumiy holda hisoblashlar ko'rsatadiki, Kulon maydonida elektron energiyasi faqat bosh kvant soniga bog'liq bo'ladi. Elektron energiyasi orbital va radial kvant sonlarining har biriga alohida-alohida emas, balki ularning yig'indisigagina, ya'ni $n = n_r + l + 1$ ga bog'liq bo'ladi. Demak, orbital kvant soni faqat *l=0,1,2,3 ,n-1* qiymatlarni qabul qila oladi, chunki *l=0* holi uchun $n = n_{r+1} + 1$ bo'ladi. *n=1* da $l = n_r = 0$ bo'lishi kerak.

Ma'lumki, berilgan *l* ning qiymatida *m* magnit kvant soni quyidagi qiymatlarni qabul qiladi:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, ... \pm l$$

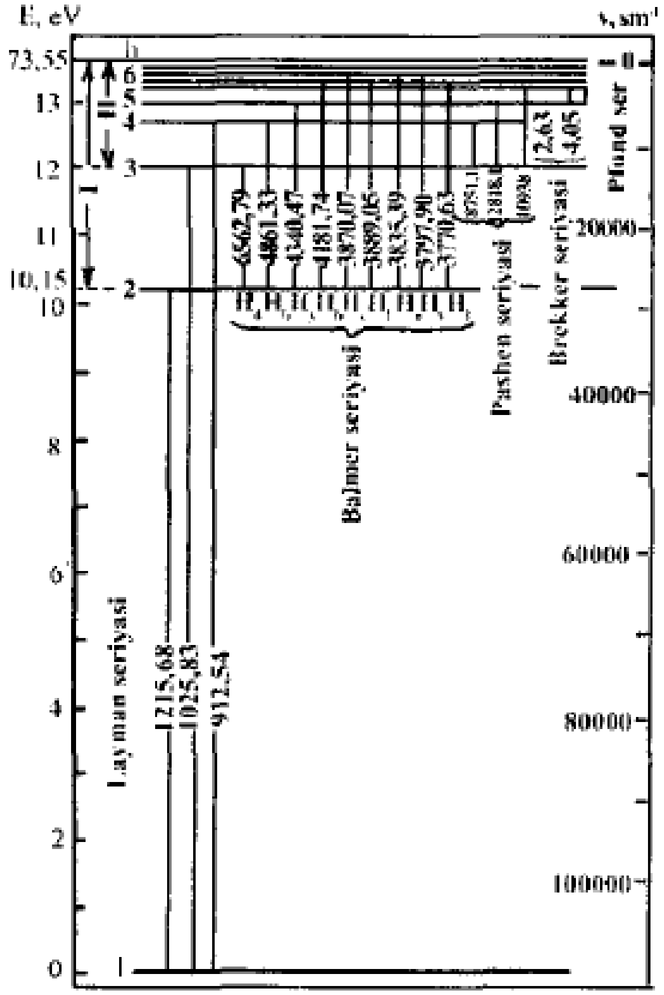
Agar to'lqin funksiya umumiy holda $\psi_{nlm} = R_{nl}Y_{lm}$ kabi *n, l, m* kvant sonlariga alohida bog'liq ekanligi eslansa, *n* ning ma'lum bir qiymati bilan xarakterlanuvchi energiya sathiga *l* bo'yicha *n* ta va har bir *m* bo'yicha *-l* dan *+l* gacha o'zgaruvchi to'lqin funksiyalar to'g'ri keladi, boshqacha aytganda *n*- chi energiya sathiga

$$\sum_{l=1}^{n-1}\sum_{m=-l}^{l} m = \sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = 2\frac{n(n-1)}{2} + n = n^2.$$

holatrlar mos keladi. Shunday qilib, har bir E_n kvant sathiga n^2 turlicha holatlar to'g'ri keladi va bu holda n^2 - karrali aynish mavjud bo'ladi. Demak, har bir E_n energetik sathga n^2 ta turli to'lqin funksiyalar mos keladi. *m* kvant soni bo'yicha aynish har qanday markaziy kuch maydoni uchun xarakterlidir, boshqacha aytganda koordinata boshidan o'tuvchi har qanday yo'nalishlarning teng huquqliligini bildiradi. Magnit kvant soni bo'yicha aynish faqat Kulon maydoni uchungina hosdir.

5.4. Statsionar holatidagi vodorod atomining fazoviy taqsimoti

Oldingi paragrafda Kulon maydonida harakatlanayotgan elektron uchun Shredinger tenglamasi yechilgan edi. Olingan natijalardan foydalanib, vodorod atomining fazaviy strukturasi va boshqa bir qator xossalari to‘g‘risada xulosalar chiqarish mumkin. Elektronning energiyasini hisoblash uchun hosil qilingan (5.41) formulaga e, m va $\hbar$ universal doimiy qiymatlarni qo‘yib, yadroning Kulon maydonida harakatlanuvchi elektronning kvant sathlarini hisoblash mumkin. 16-rasmda Z=1 bo‘lganida vodorod atomining sathlari keltirilgan.



16-rasm. Vodorod atomining kvant sathlari sxemasi.

Vertikal chiziq bo‘yicha chap tomondagi sonlar orqali elektron-voltlarda hisoblangan energiya sathlari keltirilgan, bu rasmda energiya noldan emas balki E_I eng kichik sathdan hisoblangan. Bosh kvant soni n oshgan sari sathlar orasidagi masofa kamayib boradi va $n=\infty$ da $E_\infty=0$ bo'ladi. Keyinchalik ionlashgan atomga xos bo'lgan $E>0$ uzluksiz spektr sohasi keltirilgan. Vodorod atomning ionizatsiya energiyasi

$$J=E_\infty-E_1=-E_1=\frac{me^4}{2\hbar^2}=13.55\,eV \tag{5.52}$$

ga teng bo'ladi. Bunda m–elektronning massasini ifoda qiladi. Endi 16-rasmning o'ng tomonida tasvirlangan raqamlarga e'tibor qarataylik. E_{nlm} sathdan $E_{n'l'm'}$ sathga o'tganimizda ω chastotali yorug'lik nurlanadi va bu nurlanish

$$\hbar\omega=E_{nlm}-E_{n'l'm'} \tag{5.53}$$

formula yordamida hisoblanadi. Agar (5.41) dan E_{nlm} qiymatlari qo'yilsa,

$$\omega=\frac{Z^2e^4m}{2\hbar^3}\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right) \tag{5.54}$$

natijaga kelinadi. Bu formula $Z=1$ da vodorod atomi tomonidan nurlanayotgan yoki yutiladigan yorug'likning chastotasini beradi. $\frac{1}{\hbar}E_{nlm}$ kattalik "spektral term" deb ataladi. Termlarning ayirmasi yorug'likning chastotasini beradi. Vodorod atomi uchun term

$$\frac{E_n}{\hbar}=\frac{e^4m}{2\hbar^3}\frac{1}{n^2},\ n=1,2,3,... \tag{5.55}$$

teng bo'ladi va

$$R=\frac{e^4m}{4\pi\hbar^3}=3,27\cdot10^{15}sek^{-1} \tag{5.56}$$

kattalik esa Ridberg doimiysi deyiladi. Bu kattalik birinchi marotaba N. Bor tomonidan nazariy jihatdan hisoblangan.

Optikaning spektroskopiya bo'limida termlarning kattaliklarini $\frac{E}{\hbar}$ chastotalarda emas, balki 1 sm uzunlikda nechta λ to'lqin uzunligi joylashadigan to'lqin sonlari bilan belgilanadi. Agarda yorug'likning siklik chastotasi ω orqali belgilansa, u holda oddiy chastota $\nu=\frac{\omega}{2\pi}$ ga teng bo'ladi. Aynan shu chastotani $\frac{1}{\lambda}$ qiymatida o'lchanadi va spektroskopik chastota c yorug'lik tezligiga bo'lingan oddiy ν chastotaga teng bo'ladi:

$$\nu_{spektr} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{\omega}{2\pi c} sm^{-1}. \tag{5.57}$$

To'lqin sonlarida ifodalangan Ridberg doimiysi

$$R = \frac{e^4 m}{4\pi \hbar^3 c} = 109737,30 sm^{-1} \tag{5.58}$$

ga teng bo'ladi. Ushbu o'lchamlardagi vodorod atomining termlari

$$\frac{R}{n^2} = \frac{1,09 \cdot 10^5}{n^2}, n = 1,2,3,... \tag{5.59}$$

ko'rinishda bo'ladi.

(5.54) ifodadagi n' ning muayyan qiymatida yutilayotgan (yoki nurlanayotgan) elektromagnit nurlanishlarning chastotalari to'plami spektral seriya deb yuritiladi. Masalan, vodorod atomi uchun quyidagi seriyalar mavjud:

1) $n' = 1$ bo'lgandagi o'tishlar Layman seriyasi deb yuritiladi;

2) $n' = 2$ bo'lgandagi o'tishlar Balmer seriyasi deb yuritiladi va bu seriyaga mos nurlanishlar optik diapazonda bo'ladi;

3) $n' = 3$ bo'lgandagi o'tishlar Pashen seriyasi deb yuritiladi;

4) $n' = 4$ bo'lgandagi o'tishlar Brekket seriyasi deb yuritiladi.

(5.50) formula yordamida aniqlangan $\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)$ xususiy funksiyalarni va kvant holatlarini batafsil tekshirib chiqaylik. Uchta n,l,m kvant sonlari bilan berilgan ixtiyoriy ma'lum holat bir vaqtning o'zida uchta o'lchab bo'ladigan kattaliklarning xususiy holatini tavsiflaydi. Bir vaqtning o'zida bu uchta o'lchab bo'ladigan kattaliklarni – energiya, impuls momentining kvadrati va impuls momentining proyeksiyalari tashkil etadi. ψ_{nlm} holatida bu kattaliklar quyidagi qiymatlarga ega bo'ladilar, ya'ni

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \tag{5.60}$$

$$M_l^2 = \hbar^2 l(l+1), \quad l = 0,1,2,...,n-1, \tag{5.61}$$

$$M_z = \hbar m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l. \tag{5.62}$$

Shunday qilib, n,l,m kvant sonlarining asosiy ma'nosi shundan iboratki, n-bosh kvant soni E_n energiya qiymatini belgilaydi, l orbital kvant soni- M_l^2 impuls momentining kvadratini, va nihoyat m magnit cheksizlikkacha integrallansa, u holda $W_{lm}(\theta,\varphi)d\Omega$ - elektron $d\Omega$ fazoviy burchak ichida joylashish ehtimolligi hosil qilinadi. R_{nl} funksiyalarning normallashganligi tufayli

$$W_{lm}(\theta,\varphi)d\Omega = \left|Y_{lm}(\theta,\varphi)\right|^2 d\Omega \tag{5.66}$$

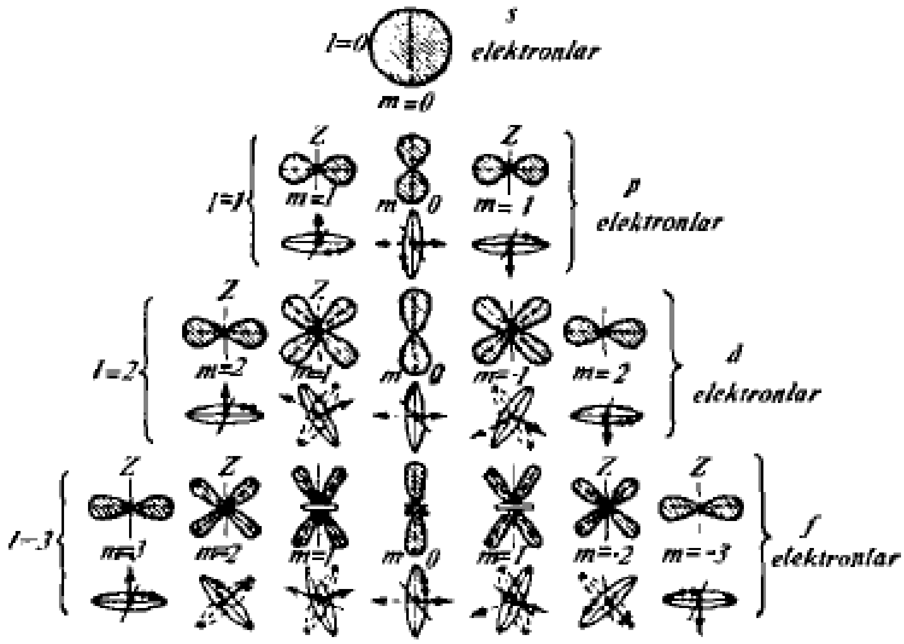
ga kelinadi. $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ funksiyaning ko'rinishidan ma'lumki, olingan ehtimollik φ burchakka bo'gliq bo'lmaydi va

$$W_{lm}(\theta,\varphi)r d\Omega = N_{lm}^2\left[P_l^{|m|}(\cos\theta)\right]^2 d\Omega \tag{5.67}$$

orqali ifoda qilinadi. Bu yerda

$$N_{lm}^2 = \frac{(l-|m|)!(2l+1)}{(l+|m|)!4\pi}$$

ga teng. Hosil bo'lgan natijadan ma'lumki, OZ-o'qiga nisbatan elektron uchun ehtimollik zichligi simmetrik bo'lib, uning kvant holatiga bo'g'liq emas, boshqacha aytganda elektron qanday holatda bo'lmasin uni qayd qilish ehtimolligi φ burchakning har qanday qiymatida bir xil bo'ladi. 17-rasmda l va m larning turli holatlarida ehtimollik grafiklari berilgan, ya'ni o'zgarmas radial zichlikda elektronlarning $W_{lm}(\theta,\varphi)$ burchak taqsimotlari berilgan.



17-rasm. s, p, d va f holatlar uchun elektronlarning $W_{lm}(\theta,\varphi)$ burchak taqsimoti.

Ushbu rasmda keltirilgan burchak taqsimotini batafsil o'rganib chiqaylik.

1. $l=0$ va $m=0$ holatida (5.67) formulaga binoan

$$w_{00}(\theta)=\left[P_0^0\right]^2=\frac{1}{4\pi} \tag{5.68}$$

ga teng bo'ladi, demak ehtimollik zichligi o'zgarmas θ burchakning qiymatiga bo'g'liq bo'lmaydi. Impuls momenti nolga teng bo'lgan holatni, ya'ni $l=0$ bo'lganida, s-holat deb ataladi, unga tegishli bo'lgan term esa s-term deyiladi. s-holatda yadrodan hamma yo'nalishlar bo'yicha muayyan r masofada elektron zichligi bir xil bo'ladi, ya'ni r radiusli sfera markazida yadro joylashgan va shu sfera bo'ylab elektron bir xil taqsimlangan bo'ladi.

2. $l=1$, $m=0$, ± 1 holat p-holat deb ataladi, unga tegishli bo'lgan term esa p-term deyiladi. Bu holatdagi ehtimollik $P_l^l(\cos\theta)$ va $P_l^0(\cos\theta)$ funksiyalar orqali aniqlanadi va bularning qiymatlarini (5.67) formulaga binoan olinsa, quyidagi ehtimolliklarga ega bo'linadi:

$$w_{1,\pm 1}=\frac{3}{8\pi}\sin^2\theta, \tag{5.69}$$

$$w_{1,0}=\frac{3}{4\pi}\cos^2\theta. \tag{5.70}$$

17-rasmda $w_{1,\pm 1}$ va $w_{1,0}$ ehtimolliklar va ularga tegishli bo'lgan Bor orbitalari tasvirlangan. Keltirilgan rasmlardan ayonki, Bor nazariyasiga binoan $m=\pm 1$ holatida elektroni topish ehtimolligi $\theta=\frac{\pi}{2}$ teng bo'lganidagina, ya'ni orbitalarni tekisligida, noldan farqli bo'ladi. Kvant mexanikasi nazariyasiga ko'ra ehtimolliklarning qiymati zenit burchagi θ ning boshqa qiymatlarida ham noldan farqlidir. Bu ikkala nazariyalarning bir biriga mos kelishi, ehtimolliklarning maksimumi ikkala nazariyada ham $\theta=\frac{\pi}{2}$ bo'lganidagina namoyon bo'ladi. Shunga o'xshash moslik $m=0$ holati uchun ham bajariladi, bu holda ehtimollik maksimumga $\theta=0$ bo'lganida erishadi.

3. $l=2$, $(m=0,\ \pm 1, \pm 2)$ holat d-holat deyiladi va unga tegishli bo'lgan term esa d-term deyiladi 17-rasmda w_{2l} ehtimolliklar taqsimoti keltirilgan. (5.67) formuladan keltirib chiqarish mumkinki,

$$w_{2,1}(\theta) = N_{21}^2\left[P_1^2(\cos\theta)\right]^2 = \frac{15}{8}\sin^2\theta\cos^2\theta. \qquad (5.71)$$

Bor nazariyasiga binoan $l=2$ va $m=1$ holatlarda bir qator orbitalarga ega bo'linadi. Bu orbitalar oz o'qi bilan 60^0 teng bo'lgan burchakni hosil qiladi va ehtimolliklarni maksimumlari 60^0 teng bo'lgan konusning burchagi ichida joylashadi. Kvant mexanikasiga binoan bu holatlarda ushbu maksimumlar 45^0 burchakda joylashgan bo'ladi.

Shunday qilib, 17-rasmda keltirilgan ehtimolliklarning ko'rinishi turli holatlardagi atomning formasi to'g'risida qandaydir tassavurni hosil qilishga imkoniyat yaratadi. Bu atomning formasi l orbital kvant sonining qiymati bilan aniqlanadi, m magnit kvant sonning qiymati esa atomning fazodagi yo'nalishini aniqlaydi.

Endi avval kiritilgan a uzunlik qiymatining ma'nosini tekshirib chiqaylik. (5.46) dagi $R_{nl}(\rho)$ funksiyalarining ko'rinishidan ma'lumki, $r\to\infty$ da R_{nl} radial funksiya:

$$R_{nl}(\rho) = N_{nl}e^{-\frac{Zr}{na}}\left(\frac{2Zr}{na}\right)^{n-1} + \ldots \qquad (5.72)$$

ko'rinishga ega bo'ladi. r ning katta qiymatlarida $W_{nl}(r)$ ehtimollik quyidagiga teng bo'ladi:

$$W_{nl}(r) = N^2{}_{nl}e^{-\frac{2Zr}{na}}\left(\frac{2Zr}{na}\right)^{2n}. \qquad (5.73)$$

Demak, (5.73) formuladan ko'rinib turibdiki, $na/2z$ kattalik atom o'lchamlarini belgilovchi uzunlik sifatida olinishi mumkin.

Vodorod atomi asosiy holati, ya'ni $n=1$, uchun radial to'lqin funksiyani aniqlaylik. Bu holda (5.46) ma'lumki:

$$R_{10}(\rho) = N_{10}e^{-\frac{1}{a}r}. \qquad (5.74)$$

Demak,

$$w_{10}(r) = N_{10}^2e^{-\frac{2}{a}r}\left(\frac{r}{a}\right)^2. \qquad (5.75)$$

Vodorod atomning asosiy holatida elektronning fazoviy taqsimotini xarakterlovchi $R_{10}^2(\rho)r^2$ funksiya koordinata boshida r^2 kabi nolga aylanadi va r ning katta qiymatlarida esa eksponensial ravishda nolga intiladi. Shunday qilib, yadrodan istalgan masofada elektronni topish ehtimolligi mavjuddir. Ehtimollik zichligi maksimum qiymatiga to‘g‘ri keluvchi ifodani r bo‘yicha birinchi hosilasini nolga tenglashtiriladi:

$$2r - 2r^2 \frac{1}{a} = 0$$

ya’ni, $r_{max} = a$ teng bo‘ladi.

Demak vodorod atomning $n = 1\,(l = m = 0)$ asosiy holatida

$$r_{max} = a = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0,529 \cdot 10^{-8}\, sm \tag{5.76}$$

qiymatida elektronni topish ehtimolligi eng katta bo‘ladi. Hosil bo‘lgan ifodani Bor orbitasi radiusi formulasining $n=1$ holi bilan solishtirilsa, ularning bir-biriga teng ekanligiga ishonch hosil qilinadi. Shuning uchun ham (5.76) ifodadagi $a = r_{max}$ kattalik vodorod atomining birinchi Bor orbitasi deb ataladi. Son jihatdan birinchi Bor orbitasi asosiy holatdagi atomning o‘lchamini beradi.

5.5. Atomdagi toklar

Atomdagi magnetizmning manbayi atomdagi elektronlarning orbita bo‘ylab harakati, elektronning xususiy magnit momenti va yadroning xususiy magnit momenti kabi uchta sababga bog‘liq ravishda vujudga keladi. Elektronning orbita bo‘yicha harakatida orbital mexanik moment yuzaga keladi. Elektron massaga va zaryadga ega bo‘lganligi sababli uning orbital harakatida mexanik moment bilan birgalikda magnit moment ham vujudga keladi. Yadro atrofida harakatlanayotgan elektron tok halqasini namoyon qilib, magnit maydonini vujudga keltiradi. Statsionar holatda bo‘lgan va $M_z = \hbar m$ impuls momenti proyeksiyasining muayyan qiymatiga ega bo‘lgan elektronning yadro atrofida orbita bo‘ylab harakati natijasida paydo bo‘ladigan atomdagi elektr tok zichligini hisoblab chiqaylik. Bu holatdagi to‘lqin funksiya

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(r) P_l^{|m|}(\cos\theta) e^{im\varphi} \tag{5.77}$$

teng bo‘ladi. ψ_{nlm} holatdagi elektr tokining zichligi esa

$$\mathbf{J} = -\frac{ie\hbar}{2m_e}(\psi_{nlm} \nabla \psi^*_{nlm} - \psi^*_{nlm} \nabla \psi_{nlm}) \tag{5.78}$$

formula orqali belgilanadi va tok aylana bo‘yicha oqadi (18-rasm). Ushbu formulada m_e elektronning massasini ifodalaydi. Olingan (5.78) formulada e oldida minus ishorasi olinadi va elektronning zaryadini $e = 4,778 \cdot 10^{-10}$ SGSE birlikda olinadi. Ikkinchi tomonidan, **J** vektorni hisoblashda sferik koordinatalar sistemasiga o'tish ancha qulayliklar yaratadi. Sferik koordinatalar sistemasida ∇ gradiyent operatorining proeksiyalari $\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}$ va $\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}$ ga teng bo'ladi. Demak, **J** vektorning radius, meridian va kenglikga bo'lgan proeksiyalari mos ravishda

$$J_r = -\frac{ie\hbar}{2m_e}\left(\psi_{nlm}\frac{\partial \psi^*_{nlm}}{\partial r} - \psi^*_{nlm}\frac{\partial \psi_{nlm}}{\partial r}\right) \tag{5.79}$$

$$J_\theta = -\frac{ie\hbar}{2m_e}\left(\psi_{nlm}\frac{\partial \psi^*_{nlm}}{\partial \theta} - \psi^*_{nlm}\frac{\partial \psi_{nlm}}{\partial \theta}\right) \tag{5.80}$$

$$J_\varphi = -\frac{ie\hbar}{2m_e}\left(\psi_{nlm}\frac{\partial \psi^*_{nlm}}{\partial \varphi} - \psi^*_{nlm}\frac{\partial \psi_{nlm}}{\partial \varphi}\right) \tag{5.81}$$

ga teng bo'ladi. Olingan (5.77) formuladagi to'lqin funksiyasining ifodasidan foydalangan holda, (5.79) va (5.80) formulalarni hisoblaganda $J_r = J_\theta = 0$ natija kelib chiqadi. (5.81) formulani hisoblashda esa

$$J_\varphi = -\frac{ie\hbar}{m_e r sin\theta}\left|\psi_{nlm}\right|^2 \tag{5.81'}$$

ifoda olinadi. $J_r = J_\theta = 0$ natijaning kelib chiqishi R_{nl} va $P_l^{|m|}$ funksiyalar r va θ o'zgaruvchilarning haqiqiy funksiya ekanligidan kelib chiqadi. J_φ ning noldan farqli bo'lishi esa ψ_{nlm} funksiya $e^{im\varphi}$ ga proporsionalligidan kelib chiqadi. Shunday qilib, statsionar holatlarda radius va meridianga bo'lgan tok zichliklarining proyeksiyalari nolga teng bo'lar ekan.

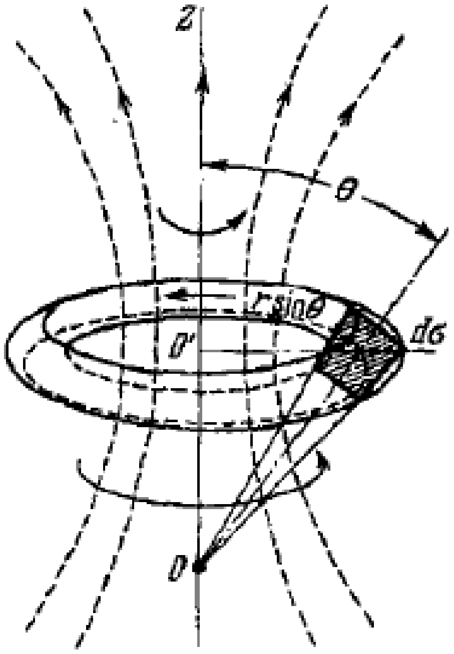
Endi (5.81') dagi tok zichligi formulasiga asoslangan holda, atomning Ξ_z magnit momentini topish mumkin. $d\sigma$ yuza orqali o'tayotgan dJ tok kuchi

$$dJ = J_\varphi d\sigma \tag{5.82}$$

ga teng bo'ladi. Ushbu tokning natijasida hosil bo'layotgan magnit momenti

$$d\Xi_z = \frac{dJ}{c} S = \frac{J_\varphi S}{c} d\sigma \tag{5.83}$$

ga teng bo'ladi. Bu yerda S aylanma tok qamrab olgan yuza bo'lib, u $\pi r^2 sin^2\theta$ ga teng (18-rasmga qarang).



18-rasm. M^2 aylanma moment va uning M_z proyeksiyasi berilgan holat uchun atomdagi toklar.

Shuning uchun

$$d\Xi_z = \frac{\pi r^2 sin^2\theta}{c} J_\varphi d\sigma = -\frac{\pi r^2 sin^2\theta}{c} \frac{e\hbar m}{m_e r sin\theta} |\psi_{nlm}| d\sigma \tag{5.84}$$

bo'ladi va bu formulada m- magnit kvant sonini ifodalaydi. To'la moment Ξ_z ni hosil qilish uchun barcha yassi orbitalar bo'ylab harakatlanayotgan elektronning magnit momentlarining yig'indisini olish kerak. U holda

$$\Xi_z = -\frac{e\hbar m}{2m_e c} \int 2\pi r \ sin\ \theta d\sigma\, |\psi_{nlm}|^2 \tag{5.85}$$

bo'ladi, $2\pi r\ sin\ \theta\ d\sigma$ kattalik yassi orbitaning hajmini beradi va bu orbita ichida $|\psi_{nlm}|^2$ kattalik doimiy qiymatlarni qabul qiladi. (5.85) dagi integral $|\psi_{nlm}|^2$ butun hajmdan olingan integral bo'lib, normallashish shartiga binoan birga teng bo'ladi. Demak, magnit momentning biror Z – o'qiga proyeksiyasi

$$\Xi_z = -\frac{e\hbar m}{2m_e c} = -\Xi_B m \tag{5.86}$$

ga teng bo'ladi va

$$\Xi_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 9.27 \cdot 10^{-21} \frac{erg}{Gs} \tag{5.87}$$

kattalik Bor magnetoni deb ataladi.

Shunday qilib, magnit momentining Z – o'qiga proyeksiyasi kvantlangan qiymatlarni qabul qilib, butun sondagi Bor magnetoniga teng bo'ladi. Boshqacha aytganda, orbital harakat miqdori momenti ham va u bilan bog'langan magnit momenti ham bitta umumiy m kvant soni orqali aniqlanadi. Shuningdek, momentlar proyeksiyasi ham bitta umumiy m kvant soni orqali aniqlanadi. Mexanik momenti va uning proyeksiyasi hamda magnit momenti va uning proyeksiyasi o'rtasidagi farq faqat o'lchov birliklaridagina namoyon bo'ladi. Mexanik momentlar $\hbar$ birligida ifodalansa, magnit momentlar esa Bor magnetoni birliklarida o'lchanadi. Demak, yuqoridagi hisoblashlar natijasida quyidagi xulosaga kelinadi: faqat $M_z \neq 0$ bo'ladigan holatlardagina atomlarda elektronning yadro atrofida harakatlanishida aylanma tok vujudga keladi, ushbu tok (5.86) da ifodalangan magnit momentini hosil qiladi, shu bilan atomni magnit dipol sifatida qarash mumkin. Ξ_z magnit moment proyeksiyasini M_z mexanik moment proyeksiyasiga nisbati

$$\frac{\Xi_z}{M_z} = -\frac{e}{2m_e c} \tag{5.88}$$

ga teng bo'ladi va klassik fizikadagi yopiq orbita bo'ylab manfiy zaryadlangan elektronning orbital harakatining giromagnit yoki magnitomexanik nisbati deb ataladi. Klassik nuqtayi nazardan esa orbita bo'ylab harakatlanuvchi elektronni aylanma tok deb qarash mumkin. Elektrodinamika qonunlariga binoan, bunday aylanma tok muayyan magnit momentga ega bo'lishi kerak, ya'ni magnit maydonda o'zini magnit dipol kabi tutishi kerak. Ikkinchidan, mexanika niqtayi nazardan, elektronning tez aylanishi natijasida elektronning aylanma toki pirildoq xossalariga ega bo'lishi kerak. Ma'lumki, elektron orbitasining magnit xossalari magnit momenti orqali ifoda qilinadi, orbitaning mexanik xossalari esa harakat miqdori momenti bilan xarakterlanadi. Elektron orbitasining magnit xossalari bilan uning mexanik xossalari orasida muayyan munosabat mavjuddir va bu munosabatni keltirib chiqaraylik. Elektrodinamika kursidan ma'lumki, berk tokning magnit momenti

$$\Xi = \frac{1}{c} JS \tag{5.89}$$

ga teng bo'ladi, bunda J – tok kuchi, S – tok o'tayotgan sirt va c – yorug'lik tezligi. Agar elektronning aylana orbita bo'ylab aylanishilari soni $\nu = \frac{1}{T}$ bo'lsa, bu yerda T – aylanish davri ekanligi hisobga olinsa, u holda

$$J = -e\nu = -e\frac{1}{T}. \tag{5.90}$$

Shuning uchun

$$\Xi = -\frac{1}{c} e\nu\pi r^2 \tag{5.91}$$

formula hosil qilinadi. $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ tenglikka asosan siklik chastotasini kiritilsa

$$\Xi = -\frac{e}{2c}\omega r^2$$

natija olinadi. $mr^2\omega = mr^2\varphi$ ifodadan, elektronning orbitasi M harakat miqdori momentidan iboratdir. Shunday qilib,

$$\Xi = -\frac{e}{2m_e c} \mathrm{M} \tag{5.92}$$

izlanayotgan munosabat hosil qilindi. Orbital mexanik va magnit momentlar vektor kattalik bo'lib, musbat zaryadlangan zarracha uchun bir xil yo'nalishga ega bo'lishadi, manfiy zaryadlangan zarracha uchun esa qarama-qarshi yo'nalishga egadir.

19-MAVZU

Tassavurlar nazariyasining elementlari

Mavzu: **Kvant sistemalar xolatining turli xil tassavurlari. Operatorlar va matritsalar. Uzluksiz matritsalar. Unitar almashtirishlar. Energetik tassavurdagi ostsillyator ko'rinishi.**

REJA:

Kirish: Tasavvurlar nazariyasi va kvantlar nazariyasi

Asosiy qism:

1. Kvant tizimlarni turlicha tasavvurlarda ifodalash
2. Operatorlarni turlicha tasavvurlarda ifodalash
3. Matritsalar ular ustida amallar.
4. Matritsa кщrinishdagi Shryodinger tenglamasi

Xulosa: Tasavvurlar nazariyasining fan va texnikadagi ahamiyati va Shryodinger tenglamasining
kvant mexanikasi roli

Kvant mexanikasi keng fizik jarayonlarni o'z bagriga olganligi sababidan tanlangan bir usul ma'lum guruh masalalar uchun anchayin qo'lay bo'lsa, boshkasi uchun noqo'lay hisoblanishi mumkin. Masalan, shunday hol bo'lishi mumkinki, Gilbert fazosidagi abstrakt vektor holatlar («bra», «ket» - Dirak belgilashlari) va dinamik kattaliklarga mos keluvchi operatorlar urniga holatlarni ma'lum qonuniyatlar bilan to'ldiruvchi sonlar kiritishga to'g'ri keladi.

Shu sababdan kvant mexanikasida konkret masalaga qarab aniq tasavvur kiritilib, unga nisbatan hisob-kitob yuritiladi. Buni etiborga olgan holda kelgusida kvant mexanikasida qo'llaniladigan bir necha tasavvurlarni keltiramiz.

Kvant tizimlarini turlicha tasavvurlarda ifodalash. YUkorida kayd kilinganidek, kvant mexanikasida bir vaqtning uzida bir necha mumtoz kattaliklarning (masalan, $\vec{r}$ *ва* $\vec{p}$, *E ва t* - vaqt) bir ansamblь (fizik tizim) uchun mavjudligi mantikka to'g'ri kelmaydi.

Shu sababdan bir vaqtning uzida bir necha mumtoz (mexanik) kattaliklarni o'lchaydigan asbob kvant mexanikasi doirasida uchramaydi. Demak, kvant mexanikasi o'lchov asboblari aniq sinflarga bo'lingan bo'ladi. Masalan, «koordinata» $(\vec{r})$ ni o'lchaydigan asboblar bir vaqtning uzida karalayotgan tizimning «impulsi» $(\vec{p})$ ni o'lchay olmaydi, yani kvant mexanikasida o'lchov asboblari yoki «$\vec{p}$» tasavvurda, yoki «$\vec{r}$» tasavvurda «ishlay oladi» holos.

Birok kvant mexanikasida, asosan, fizik tizimning holati uning to'lqin funktsiyasi $\Psi(\vec{r})$ bilan harakterlanadi, yani $\Psi(\vec{r})$ koordinatalar funktsiyasi holos. Bu holda tizim holatini impulsningina funktsiyasidan iborat bo'lgan to'lqin funktsiyasi $\Psi(\vec{p})$ bilan yoritish mumkin emasmikan, degan savol to'g'iladi. Bu savolni boshkacha (matematikalashtirib) «$\vec{r}$» tasavvurda berilgan $\Psi(\vec{r})$ funktsiyani: «$\vec{p}$» tasavvurda $(\Psi(\vec{p}))$ yozish mumkinmi? deb ifodalash mumkin.

Buning uchun «$\vec{r}$» - tasavvurda berilgan $\Psi(\vec{r})$ funktsiyani impuls operatorining xususiy funktsiyasi $\Psi_{\vec{p}}(\vec{r})$ bo'yicha qatorga yoyamiz:

$$\Psi(\vec{r},t) = \int C(\vec{p},t)\cdot\varphi_{\vec{p}}(\vec{r})d^3\vec{p} \qquad (17.1)$$

$$C(\vec{p},t) = \int \Psi(\vec{r},t)\cdot\varphi^*{}_{\vec{p}}(\vec{r})d^3\,\vec{r} \qquad (17.2)$$

Bundan ko'rinyaptiki, agar $C(\vec{p},t)$ amplitudaning ko'rinishini bilsak $\Psi(\vec{r},t)$ ning ko'rinishini ham topish mumkin, yani $C(\vec{p},t)$ ning berilishi $\Psi(\vec{r},t)$ analitik ko'rinishini to'la-to'kis topish imkonini beradi. Shu boisdan $\vec{p}$ argumentli $C(\vec{p},t)$ funktsiyani «$\vec{p}$» tasavvurdagi to'lqin funktsiyasi deyish mumkin. Shu ma'noda (17.1) «$\vec{p}$» tasavvurdan «$\vec{r}$» tasavvurga utish, (17.2) esa «$\vec{r}$» tasavvurdan «$\vec{p}$» - tasavvuriga utish ifodasidir. Demak, $\Psi(\vec{r},t)$ va $C(\vec{p},t)$ funktsiyalari (kvant mexanikasi nuktai nazaridan) bitta holatgagina karashlidir. Yuqoridagilarga o'xshash mustaqil parametr sifatida zarrachaning energiyasi (E) ni ham olish mumkin. Aytaylik E energiya $E_1, E_2, E_3, ...\ E_n$ diskret spektrdan tashkil topgan bo'lsin. U holda $\Psi(\vec{r}, t)$ to'lqin funktsiyasini har bir diskret energetik satx to'lqin funktsiyalari $\Psi_1(\vec{r}), \Psi_2(\vec{r}), ..., \Psi_n(\vec{r})$ bo'yicha quyidagicha yoyish mumkin:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_n C_n(t)\psi_n(\vec{r}) \qquad (17.3)$$

$$C_n(t) = \int \Psi(\vec{r}, t)\psi_n^*(\vec{r})d^3\vec{r}. \qquad (17.3')$$

Bu holda ham $C_n(t)$ ning berilishi tuligicha $\Psi(\vec{r}, t)$ to'lqin funktsiyasini aniqlay oladi, yani $C_n(t)$ funktsiyalar $E_1, E_2, E_3, ...\ E_n$ diskret spektrli holatni «E» (energiya) tasavvurida tuligicha yorita oladi. Bunday ma'noda (17.3) «E» tasavvurdagi to'lqin funktsiyasini «$\vec{r}$» tasavvuriga utish ifodasidir. (17.3) esa bunga teskari shakl almashtirish ifodasidir. Masalan, $\hat{L}$ operatorini $\hat{L}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial r}, \vec{r}\right)$ ko'rinishda olib, ixtiyoriy $\psi(\vec{r})$ ga ta'sir etsak, uni $\varphi(\vec{r})$ ga almashtiradi, yani

$$\varphi(\vec{r}) = \hat{L}\psi(\vec{r}) \qquad (17.4)$$

deb tasavvur etganmiz. Bu $\hat{L}$ operatorini «$\vec{r}$» tasavvurda ifodalashdir.

Qiymati (E_n) diskret spektri bo'lgan «E» tasavvurda $\hat{L}$ operatorni ifodalash uchun φ *ва* ψ funktsiyalarni

$$\psi(\vec{r}) = \sum_n C_n\varphi_n(\vec{r}), \qquad (17.5)$$

$$\psi(\vec{r}) = \sum_n d_n\psi_n(\vec{r}) \qquad (17.6)$$

ko'rinishda qatorga yoyamiz. (17.5) va (17.6) ifodalardagi C_n *ва* d_n mos holda $\psi(\vec{r})$ va $\psi(\vec{r})$ funktsiyalarning «E» tasavvurda ifodalashidir. (17.5), (17.6) larni etiborga olib (17.4) ni qayta

$$\sum_n d_n\psi_n(\vec{r}) = \sum_n C_n\hat{L}\psi_n(\vec{r}) \qquad (17.7)$$

ko'rinishda yozamiz va har ikkala tarafini $\Psi_m^*(\vec{r})$ ga ko'paytirib diskret spektrili holat to'lqin funktsiyalarning ortonormalanganlik shartini esda saklab

$$d_m = \sum_n L_{mn}C_n \qquad (17.8)$$

ifodaga ega bo'lamiz. Bunda

$$L_{mn} = \int \psi_m^*(\vec{r})\hat{L}\psi_n(\vec{r})d\vec{r}. \qquad (17.9)$$

Agar L_{mn} kattaliklar tuzilgan bo'lsa, (17.8) ga asoslanib d_m amplitudani topish mumkin. Shuning uchun L_{mn} ni «E» tasavvurda yozilgan $\hat{L}$ operator sifatida qarash mumkin.

Operatorlarni turlicha tasavvurlash. Operatorlarni har xil tasavvurlarda ifodalash oddiy kvant nazariyasidan kattik jismlar fizikasi nazariyasigacha kullaniladi. Ko'pgina amaliy masalalar xal etilishida Gamilьton operatorini ikkiga bo'lish qo'laydir:

a) erkin zarrachalar harakatini ifodalovchi ($\hat{H}_0$) xadi. Gamilьtonning bu xadiga nisbatan tuzilgan Shryodinger tenglamasining yechimi aniq deb hisoblanadi;

b) bir xil yoki har xil zarrachalarning uzaro ta'sirini o'z ichiga oluvchi xadi ($\hat{H}_1$).

Bu ikkala holga nisbatan SHredirger tenglamasining ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$(\hat{H}_o + \hat{H}_1)\Psi(\vec{r}, t) = i\hbar\Psi(r, t), \qquad \Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial t}. \qquad (17.10)$$

Shryodinger tasavvuri deb nomlanuvchi bu tasavvurda operatorlar vaqtga bog'liq bo'lmay, holat (to'lqin) funktsiyalari t vaqtga bog'liq bo'ladi. Quyidagi Shryodinger tenglamasi

$$H_o\Psi_o(\vec{r},t) = i\hbar\Psi_o(\vec{r},t) \qquad (17.11)$$

ning yechimi, shartga kura, ma'lum deb hisoblaymiz va uni

$$\Psi_o(\vec{r},t) = \hat{U}(t)\Psi_o(\vec{r},o) \qquad (17.12)$$

ko'rinishda qayta yozamiz. Bunda $\hat{U}(t)$ erkin zarrachalarning dastlabki holati funktsiyasi $\Psi(\vec{r},0)$ ga ta'sir etib, izlanayotgan $\Psi_0(\vec{r},t)$ funktsiyani xosil qiluvchi operator. Uni eksponentsial funktsiya ko'rinishda quyidagicha tasvirlash mumkin:

$$\hat{U} = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_o t} \qquad (17.13)$$

Bunday munosabatning mavjudligini (17.13) ni (17.12) ga qo'yib va uni vaqt bo'yicha differentsiallab, xosil bo'lgan ifodani (17.11) ga qo'yib isbotlash oson. $\hat{H}$ operator uzi bilan uzi kommutatsiyalashgani uchun, shu sababdan $\hat{H}$ (17.13) bilan ham kommutatsiyalashgandir. Shuning uchun $\hat{H}$ operator bo'lishidan kat'iy nazar bu usul urinlidir.

(17.10) tenglamaning yechimi $\Psi(\vec{r},t)$ ni (17.12) ga uxshash

$$\Psi = \hat{U}\tilde{\Psi} \qquad (17.14)$$

ko'rinishda izlaymiz. Ko'rinib turibdiki, bu usul oddiy differentsial tenglamalarni yechishda kullaniladigan «doimiylar variatsiyasi» ga uxshashdir.

(17.14) ni (17.10) ga qo'yib, vaqt bo'yicha differentsiallashni ham amalga oshirib, quyidagi tenglikka ega bo'lamiz:

$$\hat{H}_o\hat{U}\tilde{\Psi} + \hat{H}_1\hat{U}\tilde{\Psi} = \hat{H}_o\hat{U}\tilde{\Psi} + i\hbar\hat{U}\tilde{\Psi}$$

yoki

$$\hat{H}_1\hat{U}\tilde{\Psi} = i\hbar\hat{U}\tilde{\Psi} \qquad (17.15)$$

Bu tenglikning har ikkala tomoniga $\hat{U}^{-1}$ni ko'paytirib,

$$\hat{U}^{-1}\hat{H}_1\hat{U}\tilde{\Psi} = i\hbar\tilde{\psi}$$

yoki

$$\hat{H}_1\tilde{\Psi} = i\hbar\tilde{\Psi} \qquad (17.16)$$

ga ega bo'lamiz. Bunda

$$\hat{\tilde{H}}_1 = \hat{U}_1^{-1}\hat{H}_1\hat{U} = e^{\frac{iH_o t}{\hbar}}\hat{H}_1 e^{-\frac{iH_o}{\hbar}t} \qquad (17.17)$$

Bundan ko'rinyaptiki, $\hat{H}_1$ operatorida $\hat{H}_0$ eksponentaning darajasi uchraydi. Lekin bu hol masalani murakkablashtirmaydi, ayniqsa turli zarrachalarning, masalan elektron va fotonning uzaro ta'sirini urganayotganda anchayin qo'l keladi.

Shryodinger tasavvuridan o'zgacha usulda ham Shryodinger tenglamasi

$$\hat{H}\Psi(\vec{r},t) = i\hbar\Psi(\vec{r},t) \qquad (17.18)$$

ni yechish uchun to'lqin funktsiyasini

$$\Psi(\vec{r},t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}\Psi(\vec{r},o) \qquad (17.19)$$

ko'rinishda izlaymiz ($\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$). Bu Geyzenberg tasavvuri deb yuritiladi. Ko'rinib turibdiki, eksponentsial funktsiya ko'rinishdagi operatorni aniq ko'rinishini izlash masalani murakkablashtiradi. Ammo Geyzenberg usuli nostatsionar Shryodinger tenglamasini yechishning yangi usulini yaratadi. Kvant nazariyasida ko'pincha berilgan operator ($\hat{A}$) ning o'rtacha qiymati

$$<\Psi|\vec{A}|\Psi> \qquad (17.20)$$

ni topish kayd etiladi. Bunday hollarda Geyzenberg tasavvurini kullash ko'pgina qo'layliklar tugdiradi. U holda (17.19) ni etiborga olib (17.20) ni qayta

$$< \psi(\vec{r},0) e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \left| A\hat{e}^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \psi(r,0) >=< \psi(\vec{r},0) \times \right.$$

$$\times \left| e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{A} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \right| \Psi(\vec{r},0) >=< \psi(\vec{r},0) \left| \hat{\tilde{A}} \right| \psi(\vec{r},0) > \qquad (17.21)$$

ko'rinishda yozib olamiz. Shukday qilib, $\hat{A}$ operatorning $\Psi(\vec{r},t)$ funktsiyalarga nisbatan hisoblanadigan o'rtacha qiymati $\Psi(\vec{r},0)$ funktsiyalarga nisbatan

$$\hat{\tilde{A}} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{A} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \qquad (17.22)$$

operatorning o'rtacha qiymatini hisoblashga olib keladi. Demak, Geyzenberg tasavvurida, Shryodinger tasavvuridan farkli ularok, operatorlar vaqtga boglangan bo'lib, holat funktsiyalari, aksincha, vaqtning kyechishini xis kilmaydi.

Kvant nazariyasida, odatda, qaralayotgan fizik masalaning dastlabki holat funktsiyasi Ψ_0 oldindan berilgan bo'ladi. Shu sababdan masala $\hat{\tilde{A}}$ operatorning vaqtga kanday bog'liqligini topishga utadi. (17.22) ni vaqtga nisbatan differentsiallab $\hat{\tilde{A}}$ operatorni qanoatlantiruvchi quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\frac{d\hat{\tilde{A}}(\vec{r},t)}{dt} = \frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}\hat{\tilde{A}} - \hat{\tilde{A}}\hat{H}\right) = \frac{i}{\hbar}\left[\hat{H}, \hat{\tilde{A}}\right]. \qquad (17.23)$$

Shunday qilib, bu tenglama Geyzenberg tasavvurida yozilgan operatorlarning harakat (vaqtga nisbatan evolyutsion) tenglamasiga ega bo'lamiz. Bunda $\hat{A}$ operator vaqtga oshkor ko'rinishda bog'liqmas deb hisobladik. $[\hat{H}, \hat{\tilde{A}}]$ kommutatorni hisoblash uchun urin almashinish munosabatlari kerak. Bunday munosabatlarni Shryodinger tasavvuridan Geyzenberg tasavvuriga o'tish uchun topamiz. Buning uchun $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{C}$ ($\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ - operatorlar) kommutatorning chap tarafini $e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}$ ga, ung tarafini $e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}$ ga ko'paytirib va operator ko'paytmasi o'rtasida $1 = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}$ ekanini etiborga olib, quyidagicha qayta yozamiz:

$$e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}\left[\hat{A}, \hat{B}\right] e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A})e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}\hat{A}e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}\hat{B}e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} - e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}\hat{B}e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} *$$

$$* e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} A e^{-\frac{i\hbar}{\hbar}\hat{H}t} \equiv \hat{\tilde{A}}\hat{\tilde{B}} - \hat{\tilde{B}}\hat{\tilde{A}} \equiv \left[\hat{\tilde{A}}, \hat{\tilde{B}}\right] = \hat{\tilde{C}}. \qquad (17.24)$$

(17.24) dan $[\hat{\tilde{A}}, \hat{\tilde{B}}] = \hat{\tilde{C}}$ ekanini topamiz.

Xuddi shuningdek, Shryodinger tasavvuridagi $[\hat{A}, \hat{B}]_+ = [\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}] = \hat{C}$ munosabat Geyzenberg tasavvurida $[\hat{\tilde{A}}, \hat{\tilde{B}}]_+ = \hat{\tilde{C}}$ ko'rinishga keladi.

Matritsalar ular ustida amallar. Quyidagi jadval ko'rinishida yozilgan haqiqiy yoki mavxum sonlar tuplami

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}...a_{1m} \\ a_{21}a_{22}a_{23}...a_{2m} \\ .... \\ .... \\ a_{n1}a_{n2}a_{n3}...a_{nm} \end{bmatrix} = \left\| a_{ij} \right\| \qquad (16.1)$$

$n \times m$ o'lchamli matritsa deyiladi. Bunda $a_{11}, a_{21}, ..., a_{ni}$ - ustun, $a_{11}, a_{21}, ..., a_{im}$ - satr elementlari deyiladi. a_{nm} - matritsaning n- ustun, m- satrda joylashgan elementidir. Masalan, bir ustunli $n \times 1$o'lchamli «vektor» matritsa

$$\hat{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ . \\ . \\ .f_n \end{bmatrix} \qquad (16.2)$$

ko'rinishda bo'ladi. Quyidagi matritsalar ustida amallarni kiskacha isbotsiz keltirib utamiz.

1. Matritsalarni qo'shish:

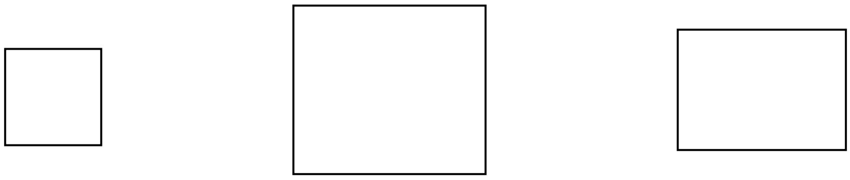
$$(\hat{A} + \hat{B} + \hat{C})_{mn} = a_{mn} + b_{mn} + c_{mn} \qquad (16.3)$$

b_{mn}, c_{mn} - mos holda $\hat{B}$ *ва* $\hat{C}$ matritsalarning elementlari .

2. Matritsalarni ko'paytirish:

$$\hat{A} \times \hat{B} = \hat{C} \qquad (16.4)$$

Bunda $C_{mn} = \sum_l a_{ml} b_{\ln}$, yani $\hat{A}$ matritsaning (16.4) ustunlar soni, $\hat{B}$ matritsaning satrlar soniga teng bo'lishi zaruriy shartdir:



Bu erda shuni eslatmokchimizki, ikki kvadrat $(n = m)$ matritsalar ko'paytmasining determinanti har bir matritsalar ayrim hisoblangan determinantlarining ko'paytmasiga teng:

$$\det(\hat{A} \times \hat{B}) = \det \hat{A} \cdot \det \hat{B}$$

diagonal elementlari ($a_{nm} = 1, n = 1,2,3,...$) fakatgina 1 ga teng, nodiagonallari esa nol' bo'lgan matritsa birlik matritsa deyiladi:

$$\hat{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \|\delta_{mn}\| \qquad (16.5)$$

($\delta_{mn} -$ Kroneker simvoli)

$\hat{A} \times \hat{A}^{-1} = \hat{1}$ tenglikni qanoatalantiruvchi $\hat{A}^{-1} = \hat{1}$ matritsani $\hat{A}$ ning teskari matritsasi deyiladi va u det $\hat{A} \neq 0$ holdagina mavjud. Keyingi hisoblashlarda det $\hat{A}^{-1} = \hat{1}/\det$ $\hat{A}$ munosabatlar kul kelib kolishi mumkin:

4. SHpur (izi): $Sp\hat{A} = \sum_m a_{mn}$ (16.6)

Masalan: $Sp(\hat{A}\ \hat{B}\ \hat{C}) = Sp(\hat{B}\ \hat{C}\ \hat{A}) = Sp(\hat{C}\ \hat{A}\ \hat{B}) \neq (\hat{B}\ \hat{A}\ \hat{C})$

$$(\hat{A}^*)_{mn} = a^*{}_{mn}, \qquad (16.7a)$$

transponirlangan matritsa uchun esa

$$(\tilde{\hat{A}})_{mn} = a_{nn}, \qquad (16.7b)$$

ermit kushma matritsa uchun esa

$$(\hat{A}^+)_{mn} = (\tilde{\hat{A}}^*)_{mn} = a^*{}_{nm} \qquad (16.7v)$$

munosabatlar urinlidir.

6.Maxsus matritsalar qanoatlantiruvchi munosabatlar 16.1-jadvalda keltirilgan.

№	Matritsaning nomi	Asosiy harakterlovchi munosabat
1.	Haqiqiy	$\hat{A} = \hat{A}^*$
2.	Unitar	$\hat{A} = (\hat{A}^{-1})^+$; xususiy qiymatining moduli birga teng
3.	Ermit	$\hat{A} = \hat{A}^+$; xususiy qiymati haqiqiy
4.	Ortogonal	$\hat{A} = (\tilde{\hat{A}})^{-1}$
5.	Simmetrik	$\hat{A} = \tilde{\hat{A}}$
6.	Diagonal	$a_{mn} = a_{nn}\delta_{mn}$
7.	Skalyar	$a_{mn} = a_0\delta_{mn}$
8.	Uziga xos (singulyar)	$\det \hat{A} = 0$

Endi matritsalarni oddiy ko'paytirishdan fark kiluvchi to'g'ri ko'paytirishni ko'rib o'taylik va uni «$\otimes$» kabi belgilaylik. U quyidagicha aniqlanadi:

$$(\hat{A} \otimes \hat{B})_{mn,kl} = a_{mk} * b_{nl}, \qquad (16.8a)$$

$$Sp(\hat{A} \otimes \hat{B}) = Sp\hat{A}\, Sp\hat{B} \qquad (16.8b)$$

Agar $\hat{A}$ matritsa $(m \times n)$ $\hat{B} - (k \times l)$ o'lchamli bo'lsa, $\hat{A} \otimes \hat{B}$ matritsa $(mk \times kl)$ o'lchamli bo'ladi. Ustun va satrlari tartiblashgan ikki xonali sonlar bilan tartiblanadi.

Matritsalarni to'g'ri qo'shilishini $\oplus$ kabi belgilasak,

$$\hat{A} \oplus \hat{B} = \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{0} \\ \hat{B} & \hat{B} \end{pmatrix}. \qquad (16.9)$$

Bunda $\hat{0}$ - xamma elementlari noldan iborat bo'lgan nol' matritsadir. Bunda

$$Sp(\hat{A} + \hat{B}) = \mathrm{Sp}\hat{A} + Sp\hat{B}$$

Misol tarikasida Pauli matritsalari

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad (16.10)$$

yordamida aniqlangan quyidagi matritsalar

$$\hat{C}+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y), \ \hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y) \ (16.11)$$

algebrasini kurib utaylik:

$$\hat{C}+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y),$$

$$\hat{C}\hat{C} + \hat{C}\hat{C} = 2\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{C}^+\hat{C} + \hat{C}^+\hat{C} = 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, (16.12)$$

$$\hat{C}^+\hat{C} + \hat{C}^+\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \hat{1}$$

Ikki qatorli matritsalar $\hat{C}$ *ва* $\hat{C}^{+}$ ning quyidagi

$$\left|1>=\begin{pmatrix}1\\ \overline{0}\end{pmatrix},\quad \right|0>=\begin{pmatrix}0\\ \overline{1}\end{pmatrix} \qquad (16.13)$$

matritsalarga ta'sirini kurib utaylik.

$$\hat{C}^{+}\left|0>=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}=\right|1>,$$

$$\hat{C}\left|1>=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}=\right|0>. \qquad (16.14)$$

Agar shartli ravishda $|1>$ zarrachaning «bor», $|0>$ esa uning «yuk» holatini harakterlaydigan matritsalar sifatida karasak, u holda $\hat{C}^{+}$ - zarrachaning «to'g'ilish», $\hat{C}$ - esa uni «yo'qotish» matritsalaridir. U holda

$$\hat{C}+\left|1>=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}\right. \qquad (16.15)$$

ifodadan $\hat{C}^{+}$ ва $\hat{\mathrm{C}}$ matri tsalar bir holatda bittadan ortik zarracha bo'lmaydigan tizimlar (fermionlar) uchun xos ekanligi kelib chiqadi.

Matritsa ko'rinishidagi Shryodinger tenglamasi. To'lqin funktsiyasi $\Psi(\vec{r},t)$ ni quyidagi qator $\Psi(\vec{r},t)=\sum_{n} C_n \Psi_n(\vec{r},t)$ (16.16

ko'rinshda yozish mumkin bo'lsa,

$$\Psi(\vec{r},t)=[C_1,\ C_2,...,\ C_n]*\begin{bmatrix}\Psi_1\\ \Psi_2\\ .\\ .\\ .\Psi_n\end{bmatrix}=\hat{C}\hat{\Psi} \qquad (16.17)$$

ikki matritsa ko'paytmasi, aniqrogi bir ustunli $\hat{\Psi}$ va bir qatorli $\hat{C}$ matritsalar ko'paytmasi sifatida yozish mumkin. Bunda $\Psi_n-\hat{\Psi}$ matritsaning *n*- elementi, yani $\Psi_n=\Psi_n(\vec{r},t)$ funktsiyasi tizim gamilьtonianning *n*- xususiy qiymatiga mos keluvchi holat funktsiyasidir. Soddalik uchun turlanish (aynish) yuk va statsionar holatlarning xususiy to'lqin funktsiyalari ortonormallangan deb hisoblaymiz.

$\hat{L}$ operatorining o'rtacha qiymati

$$<\hat{L}>=\int d^3\vec{r}\,\psi^*(\vec{r})\hat{L}\psi(\vec{r}) \qquad (16.18)$$

ni (16.17) ni eotiborga olib

$$<\hat{L}>=\sum_m\sum_n C_m * C_n\int d^3\vec{r}\psi_m^*\hat{L}\psi_n=\sum_m\sum_n C_m^* C_n L_{mn} \qquad (16.19)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Agar $\hat{L}$ operatori matritsa ko'rinishida berilgan bo'lsa va holat funktsiyasini (16.16) $\hat{L}$ operator o'rtacha qiymatining matritsa ko'rinishidagi ifodasi bo'ladi. Aytaylik, $\hat{\mathrm{L}}=\hat{\mathrm{L}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\vec{r}},\vec{r}\right)$ bo'lsin. U holda $\hat{L}\psi=L\psi$ ekanini va bu tenglikni (16.16) ni etiborga olib qayta yozsak va chap tomondan ψ_m^* na ko'paytirib $\vec{r}$ bo'yicha integrallasak

$$\sum_n C_n\int d^3\vec{r}\psi_m^*\hat{L}\psi_n=L\ \sum_n C_n\int d^3\vec{r}\psi_m^*\psi_n=LC_m$$

yoki

$$\sum_n C_n L_{mn} = LC_m. \qquad (16.20)$$

$\hat{L}$ operatorining xususiy qiymatlari L_{mn} katnashgan va C_n noma'lum holat funktsiyasiga nisbatan yozilgan cheksiz, chizikli va bir jinsli tenglamalar tizimsiga ega bo'lamiz. Agar $\hat{L} = \hat{H}$ bo'lsa, (16.20) Shredingerning matritsa ko'rinishidagi statsionar tenglamasini ifodalaydi.

Oliy algebra kursidan ma'lumki, bir jinsli chizikli tenglamalar tizimsining yechimi noma'lumlar koeffitsientlari $(L_{11}, L_{12},...)$ dan tuzilgan determinant nolga teng bo'lgandagina aniq qiymatga ega (16.20) ga nisbatan

$$\begin{Vmatrix} L_{11}-L & L_{12} & L_{13} & ......L_{1n} \\ L_{21} & L_{22}-L & L_{23} & ......L_{2n} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33}-L & ......L_{3n} \\ L_{n1} & L_{n2} & L_{n3} & .....L_{mn}-L \end{Vmatrix} = 0 \qquad (16.21)$$

Tabiiyki, bu determinant cheksiz qator va ustunga ega bo'lganligi uchun transtsendentdir. Shu boisdan L ning aniqlanishi mumkin bo'lgan qiymati (16.21) tenglamaning tartibi bilan chegaralangan. Masalan, (16.21) ikki o'lchamli bo'lsa, L ikkita, uch o'lchamli bo'lsa, L uchta qiymatga ega bo'lishi mumkin va h.k. Shuni ham yodda tutmok kerakki, (16.21) tenglamaning haqiqiy qiymatlari (ildizlari)gina fizik ma'noga ega. Agar L ning qiymatlari L_ν aniq bo'lsa, $\hat{C}$ matritsa elementlari

$$C_1 = C_1(L_\nu), C_2 = C_2(L_\nu),........C_n = C_n(L_\nu) \qquad (16.31)$$

ni ham aniqlash unchalik murakkab emas. Topilgan $C_1, C_2,...C_n$ lar $\hat{L} = \hat{L}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\vec{r}}, \vec{r}\right)$ operatorining xususiy funktsiyalari bo'la oladi. Shu tarika topilgan va (16.16) ko'rinishda izlangan to'lqin funktsiyasi «*r* tasavvurda»

$$\psi_\nu(\vec{r}) = \sum_n C_n(L_\nu)\psi_n(\vec{r}) \qquad (16.32)22$$

kabi yoziladi. Shunday qilib,

$$L_{mn} = \int d^3\vec{r}\,\psi_m^*\hat{L}\psi_n = \int d^3\vec{r}\,\psi_m^* L_n\psi_n = L_n\int d^3\vec{r}\,\psi_m^*\psi_n = L_n\sigma_{mn} \ (16.23)$$

ga ega bo'lamiz. $\|\sigma_{mn}\|$ birlik diagonal matritsa ekanini etiborga olsak, (16.23) ifodadan quyidagi xulosaga kelamiz: ixtiyoriy kattalik uzining xususiy to'lqin funktsiyalari tasavvurida diagonal matritsa ko'rinishida ifodalanadi.

Mavzu bo'yicha nazorat savollari

1. Tasavvuralr nazariyasi.
2. Kvant mexanikasida unitar almashtirishlar.
3. Koordinata va impuls tasavvurlvri.
4. Kvant mexanikasining matritsaviy taъrifi.
5. Energetik tasavvur.
6. Geyzenberg-SHryodinger tasavvurlari.
7. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(\vec{r},t) \qquad i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|t> = \hat{H}|t>$$

$$[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)]\psi = \mathrm{E}\psi \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+k^2\psi = 0\ ,$$

8. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi(x) = Ae^{ikx}+Be^{-ikx}, \quad \Psi(x,t) = \psi(x)\cdot e^{-i\omega t} = Ae^{-i(\omega t-kx)}+B\,e^{-i(\omega t+kx)},$$

9. Garmonik ostsillator deyilganda nimani tushunasiz?
10. Garmonik ostsillator ning energetik spektridlan kanday xulosa chiqarsa bo'ladi?
11. Garmonik ostsillator ning to'lqin funktsiyalarihaqida nimalarni bilasiz?
12. Garmonik ostsillator haqida nimalarni mavzuga kuishimcha kila olasiz?
13. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}...a_{1m} \\ a_{21}a_{22}a_{23}...a_{2m} \\ .... \\ .... \\ a_{n1}a_{n2}a_{n3}...a_{nm} \end{bmatrix} = \left\| a_{ij} \right\|$$

14. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\hat{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ . \\ . \\ .f_n \end{bmatrix} \qquad (\hat{A}+\hat{B}+\hat{C})_{mn} = a_{mn} + b_{mn} + c_{mn}$$

$$\hat{A} * \hat{B} = \hat{C}$$

$$\hat{1} = \begin{bmatrix} 1\,0\,0 \\ 0\,1\,0 \\ 0\,0\,1 \end{bmatrix} = \left\| \delta_{mn} \right\| \qquad Sp\hat{A} = \sum_m a_{mn} \qquad (\hat{A}^*)_{mn} = a^*{}_{mn}, \ (\hat{\tilde{A}})_{mn} = a_{nn},$$

15. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$(\hat{A}^+)_{mn} = (\hat{\tilde{A}}^*)_{mn} = a^*{}_{nm} \quad (\hat{A}\otimes\hat{B})_{mn,kl} = a_{mk} * b_{nl}, \qquad Sp(\hat{A}\otimes\hat{B}) = Sp\hat{A}\,Sp\hat{B}$$

$$\hat{A}\oplus\hat{B} = \begin{pmatrix} \dfrac{\hat{A}}{\hat{B}} & \dfrac{\hat{0}}{\hat{B}} \end{pmatrix}. \quad \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0\,1 \\ 1\,0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 - i \\ i \ \ 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{C}+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y\right), \hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y)$$

$$\hat{C}+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y),$$

$$\hat{C}\hat{C} + \hat{C}\hat{C} = 2\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{C}^+\hat{C} + \hat{C}^+\hat{C} = 2\begin{pmatrix} 0\,1 \\ 0\,0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0\,1 \\ 0\,0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{C}^+\hat{C} + \hat{C}^+\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \hat{1}$$

$$\left| 1 >= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \right. \quad \left| 0 >= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right.$$

$$\hat{C}^{+}\left|0>=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}=\right|1>, \qquad \hat{C}+\left|1>=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}\right.$$

$$\hat{C}\left|1>=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}=\right|0>.$$

16. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\Psi(\vec{r},t)=\sum_n C_n\Psi_n(\vec{r},t) \quad \Psi(\vec{r},t)=[C_1,\ C_2,...,\ C_n]*\begin{bmatrix}\Psi_1\\ \Psi_2\\ .\\ .\\ .\Psi_n\end{bmatrix}=\hat{C}\hat{\Psi}$$

17. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$<\hat{L}>=\int d^3\vec{r}\,\psi^*(\vec{r})\hat{L}\psi(\vec{r}) \qquad <\hat{L}>=\sum_m\sum_n C_m * C_n\int d^3\vec{r}\psi^*_m\hat{L}\psi_n=\sum_m\sum_n C^*_m C_n L_{mn}$$

$$\sum_n C_n L_{mn}=LC_m.$$

$$\begin{Vmatrix}L_{11}-L & L_{12} & L_{13} & ......L_{1n}\\ L_{21} & L_{22}-L & L_{23} & ......L_{2n}\\ L_{31} & L_{32} & L_{33}-L & ......L_{3n}\\ L_{n1} & L_{n2} & L_{n3} & .....L_{mn}-L\end{Vmatrix}=0 \qquad C_1=C_1(L_v),C_2=C_2(L_v),.........C_n=C_n(L_v)$$

$$\psi_v(\vec{r})=\sum_n C_n(L_v)\psi_n(\vec{r}) \;\; L_{mn}=\int d^3\vec{r}\,\psi^*_m\hat{L}\psi_n=\int d^3\vec{r}\,\psi^*_m L_n\psi_n=L_n\int d^3\vec{r}\,\psi^*_m\psi_n=L_n\sigma_{mn}$$

$$\Psi_n=\sum_m C_{nm}\Psi_m \qquad \left|n>=\sum_m\right|m><n\left|m>\right.$$

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davidov A.S. Kvantovaya mexanika. M.:Nauka, 1973.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.:Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
6. 6.Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika kiska kursi. T.2. Kvant mexanikasi.M.:Nauka.1974.
7. 10. Sokolov A.A., Ternov N.M., Jukovskiy V.I. Kvantovaya mexanika. M.:Nauka, 1979.
8. G.X.Xoshimov, R.YA.Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.:O'qituvchi 1995. –374 bet
9. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.:Mir, 1965. 368 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS Nhe University of Chicago Press**.**
10. Ushbu ma'ruza matnlarini tuzishda internetdagi ma'ruza matnlaridan foydalanildi.
11. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
12. Davidov A.S. Kvantovaya mexanika. M.:Nauka, 1973.
13. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.:Nauka, 1974.
14. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
15. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
16. 6.Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika qisqa kursi. T.2. Kvant mexanikasi.M.:Nauka.1974.

17. G.X.Xoshimov, R.YA.Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.:O'qituvchi 1995.–374 bet
18. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.:Mir, 1965. 368 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS Nhe University of Chicago Press.

20-ma'ruza. MURAKKAB ATOMLAR. D.I.MENDELEEVNING DAVRIY SISTEMASI

Reja:

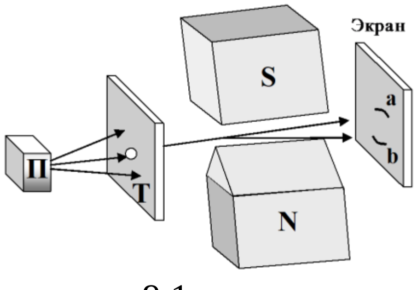
1. Shtern va Gerlax tajribasi. Elektronning spini.
2. Pauli printsipi va elektronlarni murakab atomlarda holatlar bo'yicha taqsimlanishi. Kvant sonlari.
3. D.I.Mendeleev elementlar davriy sistemasi.
4. Rentgen nurlanishi. Mozli qonuni.

Tayanch so'zlar va iboralar: *Shtern va Gerlax, Eynshteyn va de-Gaaz, Ioffe va Kapisa tajribalari, elektronning spini, spin momenti va uning kvantlanishi, spin magnit momenti, fermion va bozonlar, o'xshash zarachalarning farqlanmaslik prinsipi, Pauli prinsipi, elektronlarni atomda holatlar bщyicha taьsimlanishi, elektron qobiqlar va qobiqchalar, elementlar davriy sistemasi va Pauli prinsipi, elementlarning xosalarini tashьi qobiqdagi elektronlar soni bilan tushuntirish, ishqoriy metallar va inert gazlar, rentgen nurlari spektri va ularning ‘osil bo'lishi, tutash rentgen nuri spektrini anod kuchlanishiga boliqligi, Plank doimiysini aniqlash, xarakteristik rentgen nuri, spektral seriyalari, Mozli ьonuni, ekranlash doimiysi, rentgen nurlarining qo'llanilishi.*

1. Shtern va Gerlax tajribasi. Elektronning spini

O.SHtern va V.Gerlaxlar tajribada tashqi magnit maydoni taosirida atom magnit momentlari fazoda ixtiyoriy yo'nalishlarda emas, balki ruhsat etilgan, tayinli yo'nalishlardagina joylashishini isbotladilar. Ular atomlar dastasi nihoyat darajada bir jinsli bo'lmagan magnit maydonidan o'tganda magnit momentining fazodagi yo'nalishiga qarab ekranning turli joylariga tushishlarini kuzatdilar. Ularning tajriba sxemasi 9.1-rasmda ko'rsatilgan. Kuchli bir jinsli bo'lmagan magnit maydoni elektromagnit o'zagining qutblariga maxsus shakl berish bilan hosil qilinadi.

Qizdirilgan kameradan bug'lanib chiqqan atomlar T to'siqdagi tirqishdan chiqqach, ingichka dasta shakliga keladi. So'ngra bu atomlar dastasi elektromagnit o'zagi qutblari orasidagi bir jinsli bo'lmagan magnit maydonidan o'tib, E ekranga boradi. Qurilma havosi so'rib olingan mahsus kameraga joylashtirilgan bo'ladi.

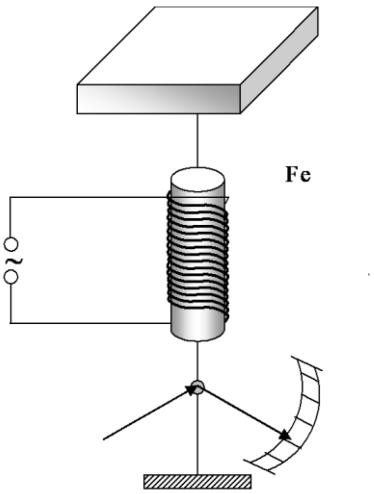


9.1-rasm

Klassik fizika nuqtai nazaridan qaraganda atomlar dastasi ekranni bir joyiga tushishi kerak, chunki atomlarning magnit momentlari har qanday qiymatni olishi mumkin.

Kvant nazariyasiga ko'ra atomlar dastasi umuman bo'laklarga ajramasligi yoki kamida uchta bo'lakka ajralishi kerak. Vodorod atomi dastasi esa magnit momenti nol bo'lgani uchun umuman bo'laklarga ajramasligi kerak edi. Lekin vodorod atomlari dastasi bir jinsli bo'lmagan magnit maydonidan o'tishda ikkiga ajralib, ekranning a va b nuqtalarida qayd qilindi. Bir valentli Na, K, Ag va boshqa atomlar dastasini ham vodorodga o'xshab ikki bo'lakka ajralishi kuzatildi. Umuman SHtern va Gerlax tajribasi atom magnit momentlarini fazoviy kvantlanishini isbotladi. Agar bir jinsli bo'lmagan magnit maydondan R - holatdagi (ℓ = 1) atomlar dastasi o'tkazilsa, ular uch bo'lakka ($2\ell + 1 = 3$) bo'linishi qayd qilindi. Buni sababi keyinchalik maolum bo'ldi.

Bu vaqtda giromagnit nisbatni aniqlash bo'yicha A.Eynshteyn va de Gaazlar o'tkazgan tajriba natijasini tushuntirish ham muammo bo'lib turgan edi, chunki tajribadan giromagnit nisbat uchun nazariya ko'rsatganidan ikki marta katta qiymat olingan edi.



9.2-rasm

Bu nisbatni tajribada aniqlash uchun A.Eynshteyn va de Gaazlar po'lat sterjenni o'ramli g'altak ichiga kiritib, ikki uchini ip bilan mahkamlashgan (9.2-rasm).

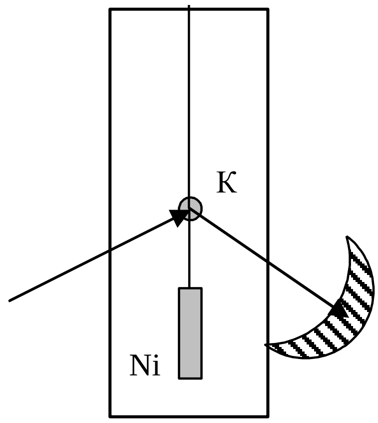
G'altakdan tok o'tkazilganda sterjen magnitlanishi natijasida elektronlarning orbital magnit momentlari tashqi magnit maydoni yo'nalishida tartibli joylashadi. Natijali mexanik moment noldan farqli bo'lib qoladi. Maolumki, sistemaning natijali mexanik momenti nol bo'lishi kerak. SHuning uchun sterjen magnitlanish vaqtida teskari yo'nalishda moment olib buriladi. Magnit maydoni yo'nalishi o'zgarsa, sterjen ham teskari tomonga buriladi.

Sterjen osilgan ipni burilishi juda kichik bo'lgani uchun unga mahkamlangan kichkina ko'zgudan qaytgan yorug'lik nurini burilishiga qarab, sterjen burilganini sezish mumkin.

A.Eynshteyn va de Gaaz tajribalarini 1920 yilda rus fiziklari A.F.Ioffe va P.L.Kapitsa boshqacha ko'rinishda takrorladilar. Ular ipga osilgan nikel sterjenni Kyuri nuqtasidan (3600S) katta temperaturagacha isitilganda magnitsizlanish vaqtida uning burilishini anikladilar. A.Eynshteyn va de Gaaz tajribasida po'lat strejen magnitlanish natijasida burilsa, A.F.Ioffe va P.L. Kapitsa tajribasida nikel sterjen magnitsizlanishi vaqtida elektronlarning impuls momentlarining vaziyati o'zgarishi tufayli buriladi. Impuls momentining saqlanish qonuniga ko'ra sistema impuls momenti o'zgarmasdan qolishi kerak. SHuning uchun elektronlarning impuls momentining o'zgarishini to'ldirish uchun sistema, yaoni nikel sterjen vertikal o'q atrofida buriladi (9.3-rasm). Nikel sterjen osilgan ipga maxkamlangan ko'zgudan qaytgan nurning burilish burchagini o'lchab va ipning elastiklik koeffitsentini aniqlab, sterjen olgan mexanik momentni va sterjenni tashkil qilgan atomlarining yig'indi magnit momentlarini ham o'lchash mumkin. Lekin giromagnit nisbat bitta elektron uchun hisoblanadi.

A.F.Ioffe va P.L.Kapitsa tajribasida ham A.Eynshteyn va de -Gaaz tajribasidagidek natija olindi, yaoni giromagnetik nisbat nazariy natijadan ikki marta katta bo’lib chiqdi.

Bulardan tashqari ko’plab murakkab atomlarning spektrini tushuntirishda ham muammoga duch kelindi.



9.3-rasm

Atomlarning spektral chiziqlarini sinchiklab tekshirish natijasida ayrim chiziqlar yonma-yon joylashgan ikkita chiziqdan iborat ekanligi ayon bo’ldi. Bunga misol qilib natriyning sariq chizig’ini olish mumkin. Oddiy spektral asbobda ham bu sariq chiziq bir-biriga yaqin joylashgan, to’lqin uzunliklari $\lambda 1=5896\overset{0}{A}$ va $\lambda 2=5890\overset{0}{A}$ bo’lgan ikkita chiziqdan iborat ekanini ko’rish mumkin.

Bu muammoni Bor atom nazariyasi ham, o’sha vaqtdagi kvant mexanikasi ham tushuntirib berolmadi.

1925 yili amerikalik fiziklar Jorj Ulenbek (1900) va Semyuel Gaudsmit (1902-1979) agar elektron xususiy mexanik va magnit momentlarga ega deb faraz qilinsa, Shtern va Gerlax, A.Eynshteyn va de Gaaz tajribalarini ham, atomlarining spektral chiziqlarining bo’linishini ham tushuntirish mumkinligini isbotladilar. Klassik fizika nuqtai nazaridan qaraganda elektron o’z o’qi atrofida aylangandagina xususiy impuls va magnit momentiga ega bo’ladi. Elektron zaryadga ega bo’lishi natijasida magnit momenti vujudga keladi. Elektronning xususiy impuls momentini spin, xususiy magnit momentini spin magnit momenti deb ataladi.

"Spin" inglizcha so’z bo’lib "aylanmoq" degan maononi anglatadi. Bu terminni ishlatilishiga sabab o’sha vaqtda elektronni o’z o’qi atrofida aylanuvchi zaryadli sharcha sifatida tasavvur qilingan. Lekin bunday tasavvur noto’g’ri ekanligi keyinchalik maolum bo’ldi. CHunki, elektron uchun odatdagi impuls va magnit moment qiymatini olish uchun u yorug’lik tezligidan yuz martadan ham katta chiziqli tezlikda aylanishi kerak ekan. Bu esa Eynshteyn nisbiylik nazariyasiga zid keladi. Bunday bo’lishini hisoblab ko’rish mumkin. Elektronning mexanik impuls momenti

$$L=I\omega=2/5mr_2\,.\,\omega=2/5\ m\vartheta_0 r$$

formula bilan aniqlanadi. Bu formulada $\vartheta 0$ elektronning "ekvatoridagi" chiziqli tezligi. Agar elektronni spin momenti $Ls=1/2\hbar$ ekanligini hisobga olsak $\vartheta 0$ uchun

$$\upsilon_0 = \frac{5}{2}\frac{\hbar}{mr} = \frac{5}{2}\frac{1{,}05\cdot 10^{-34}}{9{,}1\cdot 10^{-34}\cdot 2\cdot 10^{-15}} = 600\cdot 10^8\ \frac{м}{c} = 200\ c\ \ !$$

qiymat kelib chiqadi.

Hozirgi vaqtda elektron spini, uning aylanishini bildirmaydi, spin huddi zaryad va massa kabi elektronning impuls momentini bildiruvchi kattalik hisoblanadi.

Elektron spini uning aylanishi bilan bog’lash noto’g’ri ekanini zaryadsiz zarracha-neytron ham mexanik momentdan tashqari spin magnit momentiga ega bo’lishida ko’rishimiz mumkin.

Elektronning spin mexanik momenti ham orbital mexanik momentga o'xshab kvantlanadi, yaoni

$$L_s = \hbar\sqrt{S(S+1)} = \sqrt{3}\frac{\hbar}{2}$$

Bu formulada S=1/2 ga teng bo'lib, spin kvant soni deb ataladi. Spin magnit momentining qiymati

$$P_{ms} = \frac{e}{m}L_S = \frac{e}{m}\frac{\hbar}{2}\sqrt{3} = \mu_Б\sqrt{3}$$

ifoda bilan aniqlanadi. Elektronning spin mexanik momentida ham fazoviy kvantlanish mavjud, yaoni u fazodagi ixtiyoriy Z yo'nalishda ikkita proektsiyaga ega,

$$L_{sz} = m_s\hbar = \pm\frac{1}{2}\hbar\ .$$

Bu ifodada ms = ± ga teng bo'lib, magnit spin kvant soni deb ataladi. Bundan ko'rinadiki, elektron Plank doimiysi birligida yarimta spinga ega ekan. Odatda ms = + ni "spin-tepaga (↑); ms=-1/2 ni "spin-pastga (↓) ko'rinishida belgilanadi. Spin magnit momentining ham tashqi magnit maydon yo'nalishidagi proektsiyasi faqat ikkita qiymatga ega bo'laoladi.

$$P_{msz} = \frac{e}{m}L_{SZ} = \frac{e}{m}m_s\hbar = \pm\frac{e\hbar}{2m} = \pm\mu_З$$

Ko'rinib turibdiki, spin magnit momentining fazodagi tashkil etuvchisining qiymati Bor magnetoni μB ga teng ekan.

Elektronning spin kvant sonini xisobga olsak, uning atomdagi holati, to'rtta kvant soni orqali aniqlanadi (9.1-jadval).

9.1- jadval

Kvant sonlari	Olishi mumkin bo'lgan qiymati	Umumiy qiymati
Bosh kvant soni, n	1, 2, 3, ...	
Orbital kvant soni, ℓ	0, 1, 2, ..., (n-1)	n
Magnit kvant soni, mℓ	0, ±1, ±2, ... ± ℓ	2ℓ + 1
Spin magnit kvant soni, ms	-1/2, +1/2	2S + 1

Elektronlar atom yadrosi atrofidagi elektron qobiqlarda Pauli taqiqlash printsipi bo'yicha taqsimlanadi. Bu haqida keyinroq to'liq maolumot beramiz. Elektron qobiqlarda elektronlar doimo qarama-qarshi spin bilan juft-juft bo'lib joylashadi.

Shuning uchun to'lgan qobiqning natijali spin momenti nolga teng bo'ladi. Bir valentli kimeviy elementlarda tashqi qobiqida S holatda faqat bittadan elektron bo'lgani uchun yuqorida aytganimizdek, bu elektronning orbital magnit momenti nolga teng, lekin spin magnit momenti nolga teng bo'lmasdan u atomning magnit momentini belgilaydi. Bunday atomlar magnit maydonidan o'tishda spinlari ms = + ga teng bo'lganlari bir tomonga, ms = - ga teng bo'lganlari esa boshqa tomonga og'adilar. Natijada tashqi qobiqda S- holatda bittadan elektroni bo'lgan barcha atomlar Shtern-Gerlax tajribasida ekranda bir-biridan aniq ajralgan chiziq hosil qiladi.

Buning sababini spin orqali, xususan spin-orbital o'zaro taosir orqali tushuntirish mumkin. Elektronning spin magnit momenti orbital magnit momentiga parallel yoki antiparallel bo'lishi mumkin. Elektron spinini elektron orbitasiga nisbatan bunday ikki xil vaziyati energetik sathni bo'linishiga, yaoni yonma-yon qo'sh chiziq hosil bo'lishiga olib keladi. Natriy spektridagi qo'sh sariq chiziq ham spin-orbital o'zaro taosir tufayli hosil bo'ladi. Elektron spini haqidagi faraz Eynshteyn - de-Gaaz tajribasi natijasiga ham oydinlik kiritdi. Ya'ni ferromagnetiklarning magnit xossalari elektronlarning orbital magnit momentlari orqali emas, spin magnit momentlar orqali belgilanishi aniqlandi. Natijada giromagnit nisbatni tajribada nima sababdan ikki marta katta chiqqani aniq bo'ldi.

Shunday qilib, ko'rib o'tilgan tajriba natijalari spin haqidagi tushuncha kiritilishi bilan tushuntirildi. Lekin bu tushuncha o'sha vaqtdagi kvant nazariyasidan kelib chiqmagan edi. Shuning uchun olimlar elektron spinini ham o'z ichiga olgan nazariya yaratishga harakat qildilar. Bunday nazriyani 1928 yilda ingliz fizik-nazariyotchisi Pol Dirak yaratdi. U yaratgan tenglama elektronning nafaqat to'lqin xossasini, balki Eynshteyn nisbiylik nazariyasi talablarini ham xisobga oldi. Nisbiylik nazariyasiga mos keladigan kvant mexanikasini, relyativistik kvant mexanikasi deb ataladi.

Relyativistik kvant mexanikasi asoschisi P.Dirak yaratgan to'lqin tenglama, yorug'lik tezligiga yaqin tezlikda harakatlanayotgan zarrachalarning to'lqin xossalarini hisobga olgan tenglamadir. Biz relyativistik kvant mexanikasiga, xususan Dirak tenglamasiga to'xtalmaymiz, u maxsus kurslarda ko'rib o'tiladi. P.Dirak tenglamasidan elektronni xususiy magnit momentga, yaoni spin magnit momentga ega bo'lishligi va massasi elektron massasiga, zaryadi elektron zaryadiga teng, lekin ishorasi musbat bo'lgan zarracha - antielektronni mavjud bo'lishligi nazariy kelib chiqdi.

1932 yilda bunday antizarracha amerikalik fizik K.Anderson tomonidan Vilson kamerasida kosmik nurlar tarkibida qayd qilindi va unga pozitron deb nom berildi. Pozitron topilgandan keyin boshqa elementar zarrachalarning ham antizarrachalari kashf qilina boshladi.   Agar bitta zarrachaning harakatini tekshirishdan (masalan bir elektronni) ko'p elektronli sistemaga o'tsak, ularning klassik fizikada o'xshashi yo'q xususiyati namoyon bo'ladi. Aytaylik kvant mexanikasida tekshirilayotgan sistema bir xil zarrachalardan, masalan elektronlardan iborat bo'lsin. Hamma elektronlar bir xil massa, zaryad, spin va kvant soniga ega bo'lgani uchun ularni aynan o'xshash zarrachalar deyiladi. Bir xil o'xshash zarrachalardan tashkil topgan sistemani o'ziga xos xususiyati shundaki, tajriba yordamida ham ularni bir-biridan farqlab bo'lmaydi. Buni kvant mexanikasida o'xshash zarrachalarning farqlanmaslik printsipi deb ataladi.

Klassik fizikada esa o'xshash zarrachalarni fazodagi o'rni va impulsiga qarab farqlash mumkin. Masalan, biror sistema tarkibiga kirgan zarrachalarni boshlang'ich momentda "xuddi nomerlagandek" belgilab olaylik. U holda zarrachalarni traektoriya bo'yicha harakatini kuzatish natijasida vaqtning turli onlarida u yoki bu zarrachaning vaziyati to'g'risida maolumotga ega bo'lamiz. Kvant mexanikasida zarrachani fazoning u yoki bu sohasida qayd qilish ehtimolligi aniqlanadi. Bunday holda bir xil zarrachalarni "nomeri bo'yicha" ajratish imkoniyati bo'lmaydi. Zarrachalarni bir-biridan farq qilib bo'lmagani uchun ham ularni o'rni almashib qolgani bilan ehtimollik o'zgarmaydi. SHunday qilib, kvant mexanikasida o'xshash zarrachalar o'zining individualligini (ya'ni alohidaligini) yo'qotib, bir-biridan farqlanmasdan qoladi.

Kvant mexanikasida zarrachalarning farqlanmaslik printsipi ularning to'lqin funktsiyalari simmetriyasining alohida bir xususiyatga ega bo'lishiga olib keladi. Agar zarrachalarning o'rni almashsa to'lqin funktsiya ishorasini o'zgartirmasa, u simmetrik, ishorasini o'zgartirsa, antisimmetrik to'lqin funktsiya deb ataladi. To'lqin funktsiyani simmetriyasi vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydi.

Shveytsariyalik nazariyotchi fizik Volfrang Pauli (1900-1958) 1940 yilda spini $\hbar$ birligida nol yoki butun songa ega bo'lgan barcha zarrachalar Boze-Eynshteyn statistikasiga, yarimta spinga ega bo'lgan zarrachalar esa Fermi-Dirak statistikasiga bo'yin so'nishini ko'rsatib berdi. Butun sonli spinga ega bo'lgan zarrachalarga π-mezonlar va fotonlar kiradi, ular bozonlar deb ataladi va simmetrik to'lqin funktsiya bilan ifodalanadi. Yarimta spinli zarrachalarga elektron, proton va neytron kiradi va ularga fermionlar deb nom berilgan. Fermionlarning to'lqin funktsiyasi antisimmetrik hisoblanadi.

2. Pauli printsipi va elektronlarni murakkab atomlarda holatlar bo'yicha taqsimlanishi. Kvant sonlari

Atomlarning chiziqli spektrini o'rganish, atom ichiga "nazar solishga" imkon beradi deyish mumkin. Pauli ham atom spektrlarini o'rganib, atomda maolum bir holatda n, ℓ, mℓ, ms to'rtala kvant sonlari bir xil bo'lgan bittadan ortiq elektronni bo'lishi mumkin emas degan xulosaga keldi. Bu fizikada Paulining taqiqlash printsipi deb yuritiladi. Pauli printsipiga yana boshqacha taorif berish mumkin: bir xil fermionlardan ikkitasi bir vaqtning o'zida ayni bir holatda bo'lishi mumkin emas.

Tabiatda holati faqat antisimmetrik to'lqin funktsiya bilan ifodalanuvchi fermionlar juftini uchratish mumkin. Bundan, agar to'rtala kvant sonlaridan hech bo'lmaganda bittasi bilan, masalan, spin kvant sonlari bilan farq qilsa, ayni bir holatda n, ℓ, mℓ kvant sonlari bir xil bo'lgan ikkita elektron bo'lishi mumkin degan xulosa kelib chiqadi. Paulining taqiqlash printsipi shunday kuchli printsipki, u hatto fizik sistemani o'z-o'zidan eng kichik energiyali holatni olishga intilishidan ham ustun keladi.

Lekin bozonlar uchun Pauli printsipi bajarilmaydi. Ayni bir holatda bir xil bozonlardan istagancha sonidagisi bo'lishi mumkin. Atomdagi elektronlarning energetik sathlar (holatlar) bo'yicha taqsimlanishi ham Pauli printsipiga amal qiladi.

9.2-jadval.

n	ℓ	m_ℓ	m_s
1	0(1S)	0	±1/2
		+1	±1/2

2	1(2p)	0	±1/2
		-1	±1/2
	0(2S)	0	±1/2
3	2(3d)	+2	±1/2
		+1	±1/2
		0	±1/2
		-1	±1/2
		-2	±1/2
	1(3p)	+1	±1/2
		0	±1/2
		-1	±1/2
	0(3S)	0	±1/2

Pauli printsipini atomdagi elektronlarga tadbiq qilib, uni quyidagicha taoriflash mumkin. Atomda n, ℓ, m, s kvant sonlar to'plami bilan ifodalanuvchi ixtiyoriy energetik sathda bittadan ortiq elektronni bo'lishi mumkin emas. Atomda bir energetik sathda ikkita elektron bo'lsa, ular qarama-qarshi spinga ega bo'lishi kerak. Atomda ayni bir n bosh kvant soni uchun bo'lishi mumkin bo'lgan energetik sathlarining umumiy sonini xisoblaylik. Agar n va ℓ larning qiymatlari o'zgarmasdan m va s lari bilan farqlanuvchi sathlar sonini topish kerak bo'lsa, har bir n va m ning $2\ell + 1$ ruxsat etilgan qiymati bor. Demak, n va s larning aynan to'plami $(2\ell + 1)$ sathdan iborat. Nihoyat, ayni n uchun ℓ, m va s lari bilan farqlanuvchi sathlar sonini topaylik. Ayni n uchun ℓ ning qiymatlari 0 dan n - 1 gacha bo'lgan butun sonlarni olishi mumkin. SHuning uchun asosiy kvant soni n ning ayni bir qiymati bilan ifodalanuvchi sathlar soni (arifmetik progressiya hadlarining yig'indisi formulasiga asosan)

$$\sum_{\ell=0}^{n-1} 2(2\ell+1) = 2\frac{1+[2(n-1)+1]n}{2} = 2n^2$$

bo'ladi.

9.3-jadval.

Bosh vant soni, n	1	2		3			4				5				
Qobiq belgisi	K	L		M			N				O				
Qobiqdagi elektronlarning maksimal soni,	2	8		18			32				50				
Orbital kvant soni,ℓ	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Qobiqchani belgisi	1s	2s	2r	3s	3r	3d	4s	4r	4d	4f	5s	5r	5d	5f	5g
Qobiqchadagi	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18

elektronlarning maksimal soni															

Sathlar soni ham elektronlar soniga teng bo’ladi. 9.2-jadvalda n=1; n=2 va n=3 bo’lgan hol uchun energetik sathlar ko’rsatilgan. n=1 bo’lgan sathlar soni 2 ta, n=2
bo’lgandagi sathlar soni 8 ta, n=3 bo’lsa, sathlar soni 18 ga teng. Masalan; vodorod atomida n=1 bo’lgan ikkala sath bir xil energiyaga ega yoki n=2 bo’lgan sakkizta sathning hammasi aynan bir xil energiyaga ega bo’ladi. Lekin ko’p elektronli atomlarda o’zaro taosir tufayli atomdagi energetik sathlarning energiyalari boshqa kvant sonlariga ham bog’liq bo’lib qoladi.

Ko’p elektronli atomlarda ayni bir bosh kvant soni n ga to’g’ri kelgan elektronlar to’plami elektron qobiqni hosil qiladi. Har bir qobiq ℓ kvant soniga mos holda qobiqchalarga bo’linadi. Ma’lumki, orbital kvant soni ℓ, 0 dan n - 1 gacha bo’lgan qiymatni qabul qilgani uchun qobiqdagi qobiqchalarni soni n tartibida bo’ladi. Qobiqlarni belgilanishi va elektronlarni qobiq va qobiqchalarda taqsimlanishi 9.3-jadvalda ko’rsatilgan.

3. D.I.Mendeleev elementlar davriy sistemasi

Ma’lumki, kimyoviy elmentlar dunyosi xilma-xil. Shuning uchun olimlar ularni ma’lum bir tartibga solishga harakat qildilar. 1869 yilda rus olimi D.I.Mendeleev elementlarni atom massalari bo’yicha ma’lum bir sistemaga solishga erishdi. Ya’ni, kimyoviy elementlar davriy sistemasini yaratdi. Agar elementlarni massalarining ortib borishi taritibda joylashtirilsa, maolum bir tartib raqami oralig’ida (bu oraliq davr deb ataladi), ularning ko’pgina kimyoviy va fizik xossalarini takrorlanishi ma’lum bo’ldi.

Masalan, litiy bir valentli ishqoriy metal bo’lib, tartib raqami Z=3 ga teng. Yana 8 ta tartib raqamidan keyin kelgan natriy (Z=11) ham, undan yana 8 ta raqam keyin joylashgan kaliy (Z=19) ham litiyga o’xshab ishqoriy metall hisoblanadi. Bunday ishqoriy metall xossasi 18 tartib raqamidan keyin rubidiy (Z=37) va tseziyda (Z=55) ham takrorlanadi.

Davriy sistema yaratilgan vaqtda 63 ta kimyoviy element borligi maolum edi. D.I.Mendeleev tomonidan katakchalarga davriy sistemadagi elementlar birin-ketin qo’yib chiqilgandan keyin ayrim katakchalar bo’sh qoldirildi. Mendeleev bu bo’sh katakchalarni to’ldirishi mumkin bo’lgan, xali topilmagan kimyoviy elementlarning xossalarini oldindan aytib berdi. Masalan, shunday yo’l bilan Frantsiyada davriy sistemada ruxdan keyin joylashgan galliy elementi kashf etildi. Undan keyin boshqa kimyoviy elementlar ham kashf etilib, davriy sistemadagi bo’sh kataklar to’lib bordi. Davriy sistema yaratilgandan keyin ko’p savollarga javob topishga to’g’ri keldi.

O’sha vaqtda bunday savollarga javob topishni imkoni bo’lmadi. Keyinchalik maolum bo’ldiki, kimyoviy elementning davriy sistemadagi tartib raqami atom yadrosi zaryad sonini yoki yadro atrofidagi elektronlar sonini bildirar ekan. Elementning davriy sistemadagi tartib raqami ortgan sari uni massasi ham, yadro zaryadi ham ortib boradi. Birinchi savolga javob topilgandek bo’ldi, lekin yana boshqa savollar paydo bo’ldi. Masalan, yadro atrofida aylanuvchi elektronlar eng kichik energiyali holatni olishga intilishi natijasida hammasi birinchi Bor orbitasida aylanishi kerak edi. Agar birorta elektron qo'shilganda ham elementlarning xossalarini unchalik o'zgartirmasligi kerak. Ammo bizga

9.5-Jadval.

maolumki, bitta elektron bilan farq qiluvchi argon (Z=18) inert gaz, kaliy (Z=19) ishqoriy metall. SHunday holni kripton (Z=36) va rubidiy, ksenon (Z=54) va tseziy (Z=56), radon (Z=86) va frantsiy (Z=87) juftlarida ham kuzatishimiz mumkin. Bu elementlar bitta elektroni bilan farq qilgani holda, birinchilari inert gaz, ikkinchilari esa ishqoriy metallardir. Buning sababini ham tushuntirib berish kerak edi.

Atomning tartib raqami ortgan sari uning o'lchami uzuluksiz kichiklashib borishi kerak, chunki elektronlar soni ortgan sayin Kulon tortishish kuchlari ham ortib boradi.

Lekin amalda esa atomlarni o'lchami bir davr elemenlaridan boshqa davr elemenlariga o'tganda uzluksiz holda emas, aniq bir qiymatni olgan holda keskin ortib ketadi (9.4-jadval).

9.4-jadval.

Element II davr	Li	Be	B	C	N	O	F
Diametr $\overset{0}{A}$	3,10	2,26	1,82	1,54	1,42	1,32	1,28
Element III davr	Na	Mg	Al	Si	O	S	Cl
Diametr $\overset{0}{A}$	3,78	3,29	2,89	2,68	2,60	2,08	1,98

Masalan, bunga misol qilib ikkinchi davr oxiridagi ftor bilan uchinchi davr boshidagi natriyni olishimiz mumkin. Atom o'lchamini bir davrdan boshqa davrga o'tganda keskin o'zgarib ketishini nima bilan izohlashni Pauli tomonidan taqiqlash printsipi yaratilguncha bilishmadi.

Hozirgi vaqtda davriy sistemadagi barcha elementlarning elektronlari Pauli printsipiga bo'yin so'ngan holda energetik sathlar bo'yicha qanday taqsimlanishi ma'lum.

Davr	Z	Element	K	L		M			N			
			1S	2S	2R	3S	3R	3d	4S	4R	4d	4f
I	1	N	1									
	2	Ne	2									
II	3	Li	2	1								
	4	Ve	2	2								
	5	B	2	2	1							
	6	C	2	2	2							
	7	N	2	2	3							
	8	O	2	2	4							
	9	F	2	2	5							
	10	Ne	2	2	6							
III	11	Na	2	2	6	1						
	12	Mg	2	2	6	2						
	13	Al	2	2	6	2	1					
	14	Si	2	2	6	2	2					
	15	R	2	2	6	2	3					
	13	S	2	2	6	2	4					
	17	Cl	2	2	6	2	5					
	18	Ar	2	2	6	2	6					
IV	19	K	2	2	6	2	6	-	1			
	20	Ca	2	2	6	2	6	-	2			
	21	Sc	2	2	6	2	6	1	2			
	22	Ti	2	2	6	2	6	2	2			
	23	V	2	2	6	2	6	3	2			
	24	Cr	2	2	6	2	6	5	1			
	25	Mn	2	2	6	2	6	5	2			
	26	Fe	2	2	6	2	6	6	2			
	27	Co	2	2	6	2	6	7	2			
	28	Ni	2	2	6	2	6	8	2			
	29	Cu	2	2	6	2	6	10	1			
	30	Zn	2	2	6	2	6	10	2			
	31	Ga	2	2	6	2	6	10	2	1		
	32	Ge	2	2	6	2	6	10	2	2		
	33	As	2	2	6	2	6	10	2	3		
	34	Se	2	2	6	2	6	10	2	4		
	35	Br	2	2	6	2	6	10	2	5		
	36	Kr	2	2	6	2	6	10	2	6		

Biz birinchi element vodoroddan boshlaylik. Uning bittagina elektroni bor. Bu elektron Pauli va minimal energiya printsipiga asosan n=1, ℓ=0, m=0, S=-1/2 kvant sonlar bilan ifodalanuvchi 9.2-jadvalda keltirilgan 1s energetik sathni egallaydi. Geliy atomida ikkita elektron 1s holatda spinlari antiparalell bo’lgan holda joylashadi, va 1s2 ko’rinishida (1s holatda 2 ta elektron) yoziladi. Geliyda K-qobiq 2 ta elektron bilan to’ladi, natijada davriy sistemadagi I davr tugaydi (9.5-jadval).

Litiydagi (Z=3) uchinchi elektron Pauli printsipiga ko’ra to’lgan K-qobiqda joylashishi mumkin emas, u n=2 bo’lgan L-qobiqdagi eng kichik 2s energetik sathni egallaydi. Litiyda elektronlarni qobiqlar bo’yicha taqsimlanishi 1s22s ko'rinishda belgilanadi. To'rtinchi element Ve-berilliyda (Z=4) ikkinchi qobiqdagi 2s qobiqcha to'ladi. Berilliydan keyingi V(Z=5) dan boshlab Ne (Z=10) gacha bo'lgan oltita elementda 2r qobiqchani to'lishi tugallanadi. (9.5-jadval). Sistemani II davri inert gaz neon bilan tugaydi. Neonda L- qobiq to'lgan bo'ladi.

Natriydagi (Z=11) o'n birinchi elektron M-qobiqdagi eng quyi sath 3s da joylashadi. Unda elektronni qobiqlarda taqsimlanishi 1s2 2s2 2r6 3s ko'rinishida belgilanadi.

Natriydagi 3s va litiydagi 2s-sathlarda bittadan elektron bo'lgani uchun ularning kimyoviy va fizik xossalari o'xshash bo'lib, ishqoriy metallar guruhiga kiradi. Ugleroddan (Z=12) boshlab M-qobiqni to'lishi boshlanadi va argonda (Z=18) tugaydi. Argon ham He, Ne ga o'xshab inert gazdir. III-davr argon bilan tugaydi.

Kaliyning (Z=19) optik va kimiyoviy xossalari xuddi Li va Na atomlariga o'xshaydi. Bu shundan dalolat beradiki, elektronlarning o'zaro taosiri tufayli n=4, ℓ=0 holat n=3, ℓ=2 holatga qaraganda kichik energiyaga ega bo'lib qolar ekan. SHuning uchun kaliyning 19-elektroni M-qobiqining 3d qobiqchasida joylashmasdan N qobiqning 4S qobiqchasida joylashar ekan. Natijada kaliy ham ishqoriy metall bo'lib qoladi.

Kaltsiyning (z=20) spektroskopik va kimyoviy xossalari ham uni 20-elektronini 4S sathda joylashganini ko'rsatadi. Keyingi 21-element Ss-skandiydan boshlab M-qobiqni 3d qobiqchasi ham to'la boshlaydi va uni to'lishi Zn-ruxda (Z=30) tugaydi. Keyingi N -qobiqni to'lishi Kr-kriptonda (Z=36) tugaydi. Ne va Ar ga o'xshab, kriptonni ham tashqi S va R qobiqchalari to'lgan bo'ladi. IV davr shu kripton-inert gazi bilan tugaydi.

Shunday mulohazalar Mendeleev jadvalidagi boshqa elementlarga ham tegishli. YAna shu narsani aytib o'tish kerakki, elementlarning keyingi davrlari ham ishqoriy metallardan boshlanib, inert gazlarda tugaydi. Keyingi inert gazlarning ham oxirgi tashqi S va R-qobiqchalari to'lgan bo'ladi.

Davriy sistemadagi lantanidlar deb ataluvchi bir guruh elementlarni lantandan (Z=57) boshlab lyuteytsiygacha (Z=71) xossalari bir xil bo'lgani uchun bir katakka, yana aktinidlar nomini olgan bir guruh elementlarni (aktiniydan (Z=89) boshlab lourensiygacha (Z=103) yana bir boshqa katakka joylashga to'g'ri keldi. Chunki, aktinidlarning ham xossalari bir-biriga juda o'xshash.

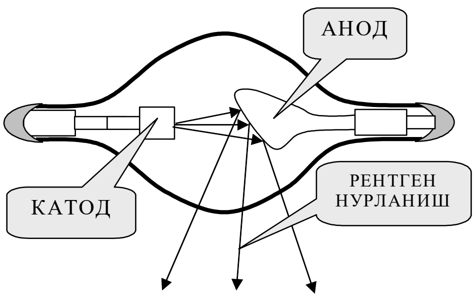
Lantanidlarning xossalari o'xshash bo'lishiga tashqi R va Q qobiqlarda bir xil, yaoni 6s va 7s sathlarda ikkitadan elektron bo'lishi sabab bo'ladi.

SHunday qilib davriy sistemadagi elementlarning xossalarini bir-biriga yaqin bo'lishiga ularning tashqi elektron qobiqini o'xshashligi sabab bo'lar ekan. Masalan, inert gazlarning hammasining tashqi qobig'ida 8 tadan elektron bo'ladi. Ya'ni doimo S va R-qobiqcha elektron bilan to'lgan bo'ladi. Ishqoriy metallarning (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) S-qobiqchasida doimo 1 tadan elektron, ishqoriy-er metallarida (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra) s- sathda 2 tadan elektron, gologenlarining (F, Cl, Br, J, At) tashqi qobiqini to'lishiga bittadan elektron etishmaydi.

4. Rentgen nurlanishi. Mozli qonuni

Yuqorida biz atomning elektron qobiqini tuzilishini o'rganish ularning chiziqli spektrini tekshirishga asoslanganligini aytib o'tgan edik. Atomning ko'zga ko'rinadigan, ultrabinafsha va infraqizil sohalardagi spektri uning tashqi elektron qobiqi haqida maolumot bersa, atomdan chiqadigan rentgen nurlari, uning ichki elektron qobiqi tuzilishi haqida maolumot beradi.

Rentgen nurlarini 1895 yilda nemis fizigi Vilgelm Rentgen (1845-1923) kashf etgan. U bu kashfiyoti uchun 1901 yilda birinchi bo'lib Nobel mukofotini olishga sazavor bo'lgan. V.Rentgen o'zi kashf etgan nurlarni dastlab X-nurlar deb atagan, keyinchalik bu nurlar uni nomi bilan ataladigan bo'ldi. V.Rentgen bu kashfiyotini katod nurlarini o'rganish vaqtida tasodifan topdi. U tajribalaridan birida katod nayini qora kardon qog'oz bilan yaxshilab o'radi. Xonani qorong'i qilib, katod nayida razryad hosil qilganda xonani boshqa tomonida u qandaydir nurlanishni ko'rdi. Maolumki, katod nurlari (elektronlar oqimi) havoda bir necha santimetr masofagacha tarqalishi mumkin holos. Tajribani takrorlaganda ham, yana bu hol takrorlandi. Xonani yoritib qarasa, nurlanayotgan narsa, qurilma yaqinidagi flyuorestsiyalanuvchi ekran ekan. SHunda Rentgen yangi nurlanish turiga duch kelganini tushundi.



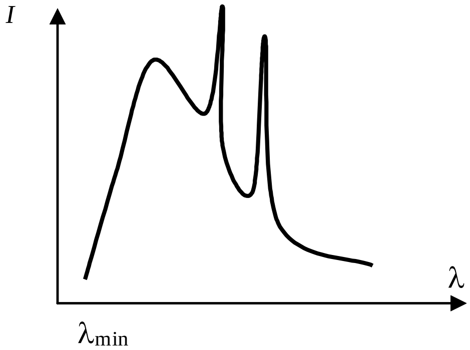
9.4-rasm

Keyinchalik maolum bo'ldiki, rentgen nurlanishi katta tezlikdagi elektronlarni keskin tormozlanishi natijasida hosil bo'lar ekan.

Rentgen nurlari 9.4-rasmda sxemasi tasvirlangan rentgen trubkasida hosil qilinadi. Maxsus transformatorga ulanadigan volfram sim katod (K) vazifasini o'taydi. Katod va anod (A) orasida hosil qilinadigan elektr maydon katoddan uchib chiqayotgan termoelektronlarni tezligini ortiradi. Etarlicha katta kinetik energiyaga erishgan elektronlar volfram yoki platinadan qilingan anod mishenni ichiga kirib borish vaqtida keskin tormozlanishi natijasida rentgen nurlari hosil bo'ladi. Bu nurlar to'lqin uzunligi 10-12 - 10-8 m oralig'ida bo'lgan elektromagnit to'lqinlardan iborat. Rentgen nurlarining elektromagnit to'lqin tabiati ularning kristallardan o'tishdagi difraktsiyasi orqali isbotlangan. Buni biz optika bo'limida ko'rib o'tgan edik.

Rentgen nurlarining spektral tarkibi murakkab bo'lib, elektronlar energiyasiga va anod materiallarining turiga bog'liq.

9.5-rasmda rentgen nurlari spektrining tipik shakli tasvirlangan. Rentgen nuri spektri qisqa to'lqin uzunlik tomondan chegaralangan λmin tutash va tutash spektr sohasida joylashgan katta intensivlikdagi bir necha chiziqli (λ1, λ2, ...) spektrlar yig'indisidan iborat.



9.5-rasm

Tajribani ko'rsatishicha tutash spektr anod materialiga bog'liq bo'lmay, u faqat anodga urilayotgan elektronning energiyasiga bog'liq bo'lib, elektronlarning anodga urilishi natijasida tormozlanishi tufayli hosil bo'lar ekan. Shuning uchun ham rentgen nurining tutash spektri tormozlanish spektri deb ham ataladi. Bunday xulosa nurlanishning klassik nazariyasiga ham mos keladi, yaoni bu nazariyaga ko'ra zaryadli zarrachalar tormozlanganda tutash spektrli nurlanish hosil bo'lishi kerak.

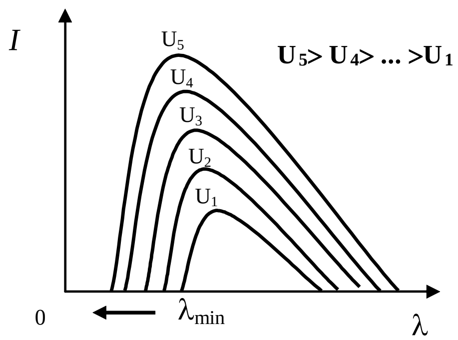
Agar anod va katod orasidagi kuchlanishni ortirib borsak, tutash rentgen nurini qisqa to'lqin uzunlik tomondagi chegarasi ham qisqa to'lqin uzunlik tomonga siljib boradi (9.6-rasm).

Rentgen nuri tutash spektrini qisqa to'lqin uzunliklar sohasidagi keskin chegarasini faqat kvant nazariya asosida tushuntirish mumkin. Agar elektronning kinetik energiyasi to'lig'icha nurlanishga sarflansa, nurlanish chastotasi eng katta yoki nurlanish to'lqin uzunligi eng kichik bo'ladi, ya'ni

$$eU=\frac{e\upsilon^2}{2}-h\nu_{\max}=\frac{hc}{\lambda_{\min}} \qquad (9.1)$$

Bu ifoda tajriba natijasiga mos keladi. Katod va anod orasidagi patentsiallar farqi qancha katta bo'lsa, shuncha qisqa uzunlikdagi rentgen nuri hosil bo'ladi.

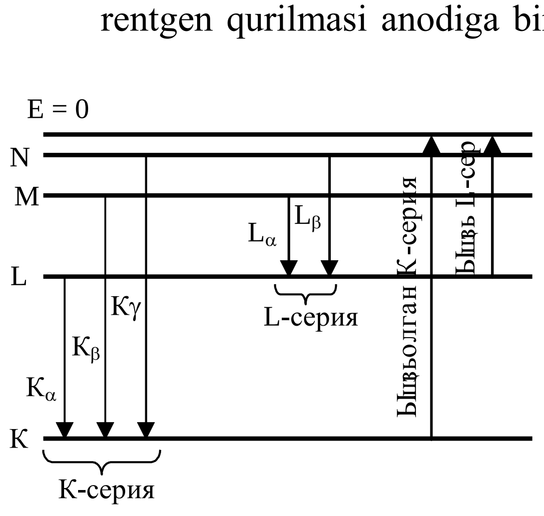
"Spektrning katta to'lqin uzunliklar sohasi qanday tushuntiriladiq" degan savol tug'ilishi mumkin. Tormozlanish vaqtida hamma elektronlarning ham energiyasi to'lig'icha nurlanishga aylanmaydi, ularning energiyasining bir qismi issiqlikga aylanishi mumkin. SHuning uchun energiyaning issiqlikka aylanishi ortgan sari kvantlar soni kamayadi, to'lqin uzunligi esa ortadi. Tutash rentgen spektrini qisqa to'lqin uzunliklar sohasidagi chegaraviy to'lqin uzunlikni o'lchab (9.1) formula bilan Plank doimiysini katta aniqlikda hisoblash mumkin.



9.6-rasm

Rentgen qurilmasini anodiga kelayotgan eletronlarning energiyasi oshishi bilan tutash rentgen nuri spektri ichida anod materialiga bog'liq bo'lgan katta intesivlikdagi bir necha chiziqli spektrga ega bo'lgan xarakteristik rentgen nurlanishi paydo bo'ladi. Bu nurlanishni hosil bo'lish jarayoniga to'xtalaylik. Atomning tashqi elektron qobig'idagi elektronlarni qo'zgalgan holatga keltirish uchun 0,1-10 eV atrofida energiya kerak. Bunda atom turgun holatga qaytayotganda IQ, UB yoki ko'zga ko'rinadigan sohadagi chiziqli spektrli yoruglik chiqaradi.

Atomning yadroga yaqin joylashgan elektron qobiqini ko'zg'algan holatga keltirish uchun 103 - 105 eV atrofida energiya kerak bo'ladi. SHuning uchun rentgen qurilmasi anodiga bir necha ming volt (40-80 kV) kuchlanish berilganda unda xarakteristik rentgen nurlanishi chiqishi kuzatiladi. Bunda anodda tormozlanayotgan elektronlarning bir qismi anod materiali atomlarining ichiga kirib, bu atomlarning K, M,... qobiqlardagi biror elektronni urib chiqarishi mumkin. Masalan, K- qobiqdagi biror elektron atomni tashlab chiqib ketganligi tufayli, uning bo'sh o'rniga L yoki M qbiqidagi elektron kelishi mumkin. Natijada xarakteristik rentgen nurlanishning K- seriyalari hosil bo'ladi. Maolumki



9.7-rasm

K- qobiqdagi elektron atom bilan mustahkam bog'langan, L - qobiqdagi elektron esa zaifroq, M -qobiqdagisi undan ham zaifroq bog'langan. SHuning uchun L→K o'tishda vujudga keladigan xakteristik rentgen nurlanishi kvantining energiyasi K va L qobiqlardagi elektronlarning bog'lanish energiyalari farqiga teng bo'ladi. Xarakteristik rentgen spektrning K, L, M va N seriyalarining vujudga kelish sxemasi 9.7- rasmda tasvirlangan.

Ma'um bir seriyaga kirgan chiziqli spektrning tartibi ortgan sayin to'lqin uzunligi kamayib boradi. Agar anod materiali atom massasi og'irroq metal bilan almashtirilsa, xarakteristik rentgen nurlarini tarkibi o'zgarmaydi, ammo butun spektr qisqa to'lqin uzunlik tomonga siljiydi.

Ma'lum bir bosh kvant soniga mos kelgan xarakteristik rentgen nurlari ham orbital va magnit kvant sonlarini qiymatiga qarab bir necha spektral chiziqlarga bo'linib ketishi mumkin.

Ingliz fizigi G.Mozli (1887-1915) 1913 yilda turli elementlarning xarakteristik rentgen nurlari spektrini o'rganib, uni nomi bilan ataluvchi va quyidagi formula bilan ifodalanuvchi qonunni aniqladi:

$$\nu = R(z - \sigma)2 \qquad (9.2)$$

bunda ν - ma'lum bir xarakteristik rentgen nurining chastotasi, R-Ridberg doimiysi, σ - ekranlash doimiysi, m=1,2,3..., qiymatlarni, n esa n=m+1 qiymatlarni qabul qiladi.

Mozli qonunining (9.2) ifodasi vodorod atomi spektral seriyalarni ifodalovchi Balmerning umumiy formulasi (5.3) ga o'xshaydi.

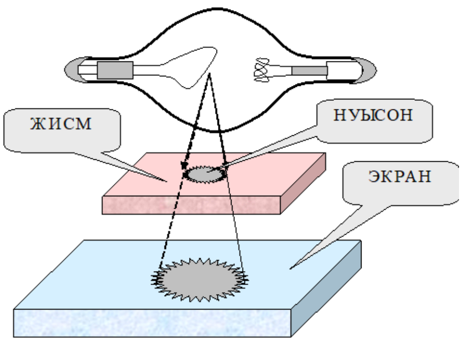
Ekranlash doimiysi σ ning maonosi shundan iboratki, u ichki qobiqdagi "bo'sh" o'ringa tashqi qobiqlardan kelayotgan elektronga yadroning Z e hamma zaryadi taosir etmay, elektronlarning ekranlash taosiri tufayli kuchsizlangan (Z - σ). e zaryad taosir etishini ko'rsatadi. Masalan, K seriyaning Kα chizig'i uchun faqat bitta elektron ekranlovchi taosir ko'rsatgani uchun σ=1 bo'lib Mozli qonuni

$$\nu = R(z - 1)$$

ko'rinishda yoziladi.

Mozli qonunining yana bir muhim tomoni shundan iboratki, u xarakteristik rentgen nuri chastotasi bilan elementning yadro zaryadi Z ni, yaoni davriy sistemadagi o'rnini bog'laydi. Bundan elementning davriy sistemasidagi o'rnini aniqlashning yangi usuli kelib chiqadi. Shunday yo'l bilan sistemadagi elementlarning o'rniga aniqlik kritildi. Bu qonun yordamida argon bilan kaliy, kobalt bilan nikel o'rinlari almashtirildi.

Endi rentgen nurlarini ko'llanilishiga to'xtalib o'taylik. Rentgen nurlari yordamida kristall moddalardagi atomlarning joylashishini, kristallarning sofligini va joylashish vaziyatini, qotishmalarga termik va plastik ishlov berganda, ularda bo'ladigan o'zgarishlarni, qotishmalar olishda texnologik jarayonlarni, qattiq jismlardagi va tirik organizmlarda nuqsonlarni va boshqa narsalarni tekshirish mumkin.



9.8-rasm

Rentgen nurlarining ajoyib xususiyatilaridan biri shundaki, ular yoruglik nurlari uchun shaffof bo’lmagan jismlardan o’ta oladi. Aniqrog’i, rentgen nurlarining bir qismi jismda yutiladi, qolgan qismi esa jismdan o’tib ketadi. Jismning zichligi, qalinligi qanchalik kam bo’lsa, u shuncha rentgen nurlarini kam yutadi. Demak, zichligi kamroq jismlar rentgen nurlari uchun shaffofroq hisoblanadi. Uning bu xususiyatidan meditsina, metallurgiya, mashinasozlik va texnikaning boshqa sohalarida keng foydalaniladi.

Masalan, 9.8-rasmda jism ichidagi nuqsonlarni aniqlash uchun ishlatiladigan qurilma sxemasi ko’rsatilgan. Agar jismdagi nuqsonni zichligi jismning boshqa sohalarining zichligidan kichikroq bo’lsa, rentgen nurlari bu nuqsondan o’tishda kamroq yutiladi, natijada ekranda uni shakli yorug’roq bo’ladi. Aksincha, nuqsonning zichligi kattaroq bo’lsa, ekranda uning shakli xiraroq bo’ladi. Kerak bo’lgan hollarda ekran o’rniga fotoplastika qo’yib, nuqson rasmini olish ham mumkin. Bayon qilgan bu usul rentgenodefektoskopiya deb ataladi.

MUSTAHKAMLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Shtern va Gerlax, Eynshteyn va de-Gaaz, Ioffe va Kapitsa tajribalari nima maqsadda o’tkazilgan va ularning tajribalari elektron spini orqali qanday tushuntiriladi?
2. Elektronning spin mexanik va spin magnit momentlari orasida qanday bog’lanish bor?
3. Fazoviy kvantlanish deganda nimani tushinasiz?
4. Kvant mexanikasidagi farqlanmaslik printsipi nimadan iborat?
5. Atomdagi elektronlar Pauli printsipi bo’yicha qobiqlarda qanday taqsimlanadi?
6. Elementlarning xossalari bilan tashqi qobiqdagi elektronlar soni orasida qanday bog’liqlik bor?
7. Rentgen nurlari spektri va ularning hosil bo’lishini tushuntiring.
8. Mozli qonuni nima xaqida va u nimalarga aniqlik kiritdi?
9. Rentgen nurlanishi spektridan Plank doimiysi qanday aniqlanadi?
10. Rentgen nurlari qaerlarda va nima maqsadlarda qo’llaniladi?

ADABIYOTLAR

1. Axmadjonov O.I. "Fizika kursi, optika, atom va yadro fizikasi". Toshkent – "O’qituvchi", 1989.
2. Hoshimov G’.H., Rasulov R.Ya., Yuldashev N.X. “Kvant mexanikasi asoslari”. Toshkent - “O’qituvchi”, 1995.
3. Detlaf A.A., Yavorskiy B.M., " Kurs fiziki " M.: "Visshaya shkola ", 2000.
4. Trofimova T.I. "Kurs fiziki". M.: "Visshaya shkola", 2000.
5. Savelg’ev I.V. «Kurs obshey fiziki, kniga 5.», M.: Nauka. 1998.
6. Kristi R., Pitti A. Stroenie veo’estva: Vvedenie v sovremennuyu fiziku. M.: Nauka. 1969.

7. Struchkov V.V., Yavorskiy B.M. "Voprosi sovremennoy fiziki" M .: " Prosveo’enie ", 1973.
8. Kondakov V.A. "Stroenie i svoystva veo’estva" M.: "Prosveo’enie", 1970.
9. Buravixin V.A., Egorov V.A. Biografiya elektrona. M.:"Znanie", 1985.

21 - MAVZU

Mavzu: **Zeeman effektining sodda turi. Elektronning to’la mexanik va magnit momentlari. Harakat miqdorining to’la momenti. Pauli tenglamasi.Zarrachalarning aynan o’xshash printsipi**.

REJA:

1. To’la mexanik va magnit moment.
2. Pauli tenglamasi
3. Zeeman effekti.
4. Zarrachlarning aynan o’hshshligi

7.4. To‘la mexanik va magnit moment

Yuqoridagi paragraflardan ma’lum bo‘ldiki, zarracha diskret xususiy qiymat qabul qiluvchi orbital harakat miqdori momenti $\mathbf{M}$ ga va spin harakat miqdori momenti $\mathbf{S}$ ga ega bo‘ladi. Vektor operarotlarni qo‘shish qoidalariga asosan zarrachaning to‘la harakat miqdori momentini $\mathbf{J}$ orqali belgilansa, u holda $\mathbf{J}$ to‘la moment $\mathbf{M}$ orbital va $\mathbf{S}$ spin momentining vektor yig’indisiga teng bo‘ladi:

$$\mathbf{J} = \mathbf{M} + \mathbf{S}. \qquad (7.23)$$

Orbital moment va spin moment operatorlari turli o‘zgaruvchilarga ta’sir qiladi, ya’ni orbital harakat miqdori momenti fazoviy o‘zgaruvchilarga, spin harakat miqdori momenti esa faqat spin o‘zgaruvchilarga tasir qiladi. Shuning uchun, yuqoridagi ikki operatorlar o‘zaro kommutativ bo‘ladi. Demak, to‘la mexanik moment operatorining proyeksiyalari orbital moment proyeksiyalari va spin moment proyeksiyalarini qanoatlantiruvchi kommutatsiya qoidalariga ham bo‘ysinishi kerak, xususan bitta komponentasi uchun:

$$\hat J_x \hat J_y - \hat J_y \hat J_x = \left(\hat M_x + \hat S_x\right)\left(\hat M_y + \hat S_y\right) - \left(\hat M_y + \hat S_y\right)\left(\hat M_x + \hat S_x\right) =$$
$$\hat M_x \hat M_y - \hat M_y \hat M_x + \hat S_x \hat S_y - \hat S_y \hat S_x = i\hbar \hat M_z + i\hbar \hat S_z = i\hbar\left(\hat M_z + \hat S_z\right) = i\hbar \hat J_z \qquad (7.24)$$

bo'ladi.

Shunday qilib,

$$\hat J_x \hat J_y - \hat J_y \hat J_x = i\hbar \hat J_z, \qquad (7.25)$$

$$\hat J_y \hat J_z - \hat J_z \hat J_y = i\hbar \hat J_x, \qquad (7.25')$$

$$\hat J_z \hat J_x - \hat J_x \hat J_z = i\hbar \hat J_y. \qquad (7.25'')$$

Endi to'la harakat miqdori momenti operatorining kvadratini hisoblab chiqaylik. Buning uchun quyidagi ifodani hisoblash kerak:

$$\hat{\mathbf{J}}^2 = \left(\hat{\mathbf{M}} + \hat{\mathbf{S}}\right)^2 = \hat{\mathbf{M}}^2 + \hat{\mathbf{S}}^2 + 2\hat{\mathbf{M}}\hat{\mathbf{S}} =$$
$$= \hat{\mathbf{M}}^2 + \hat{\mathbf{S}}^2 + 2\left(\hat M_x \hat S_x + \hat M_y \hat S_y + \hat M_z \hat S_z\right).$$

Olingan munosabatlardan foydalanib, $\hat{\mathbf{J}}^2 \hat J_x - \hat J_x \hat{\mathbf{J}}^2$ ayirma hisoblab chiqiladi, bunda $\hat M_x$ va $\hat S_x$ operatorlar $\hat{\mathbf{M}}^2$ va $\hat{\mathbf{S}}^2$ operatorlar bilan kommutativ ekanligini hisobga olish kerak. U holda,

$$\hat{\mathbf{J}}^2 \hat J_x - \hat J_x \hat{\mathbf{J}}^2 = 2\left(\hat M_x \hat S_x + \hat M_y \hat S_y + \hat M_z \hat S_z\right)\left(\hat M_x + \hat S_x\right) -$$
$$-2\left(\hat M_x + \hat S_x\right)\left(\hat M_x \hat S_x + \hat M_y \hat S_y + \hat M_z \hat S_z\right).$$

Oxirgi tenglikdagi qavslarni ochib,

$$\hat{\mathbf{J}}^2 \hat J_x - \hat J_x \hat{\mathbf{J}}^2 = 2\Big[\left(\hat M_y \hat M_x - \hat M_x \hat M_y\right)\hat S_y + \left(\hat M_z \hat M_x - \hat M_x \hat M_z\right)\hat S_z +$$
$$+ \hat M_y\left(\hat S_y \hat S_x - \hat S_x \hat S_y\right) + \hat M_z\left(\hat S_z \hat S_x - \hat S_x \hat S_z\right)\Big]$$

natijaga kelinadi. Bu ifodalarga (3.56) va (7.4) lardagi qavs ichidagi ifodalarning qiymatlarni qo'yib chiqilsa, quyidagi munosabat hosil qilinadi:

$$\hat{\mathbf{J}}^2 \hat J_x - \hat J_x \hat{\mathbf{J}}^2 = 2\left[-i\hbar \hat M_z \hat S_y + i\hbar \hat M_y \hat S_z - i\hbar \hat M_y \hat S_z + i\hbar \hat M_z \hat S_y\right] = 0.$$

Shunga o'xshash boshqa komponentalar uchun ham huddi shunday munosabatlarni keltirib chiqarish mumkin. Shunday qilib,

$$\hat{\mathbf{J}}^2 \hat J_x - \hat J_x \hat{\mathbf{J}}^2 = 0,$$
$$\hat{\mathbf{J}}^2 \hat J_y - \hat J_y \hat{\mathbf{J}}^2 = 0, \qquad (7.26)$$
$$\hat{\mathbf{J}}^2 \hat J_z - \hat J_z \hat{\mathbf{J}}^2 = 0.$$

Har qanday harakat miqdori momenti singari elektronning to'la mexanik momenti $\mathbf{J}$ ham kvantlanadi va (7.25) munosabatga asosan $\hat{\mathbf{J}}^2$ operatorning xususiy qiymatlari quyidagi ifoda orqali aniqlangan bo'ladi:

$$\mathbf{J}^2 = \hbar^2 j(j+1). \tag{7.27}$$

Bunda j- to'la harakat miqdori momentining qiymatini aniqlovchi kvant soni. Kvant mexanikasida qabul qilingan momentlarni qo'shish qoidasiga binoan berilgan l va s qiymatlarda j soni quyidagi qiymatlarni qabul qiladi:

$$j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots \tag{7.28}$$

To'la harakat miqdori momentining ixtiyoriy bitta yo'nalishga proyeksiyasi ham kvantlanadi, xususan J_z uchun quyidagi tenglikni yozish mumkin:

$$J_z = \hbar m_j, \quad m_j = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{5}{2}, \ldots, \pm j. \tag{7.29}$$

Bu yerda j kvant soni l orbital va s spin kvant sonlari bilan quyidagi formula orqali ifodalanishi mumkin:

$$j = l + s \quad \text{yoki} \quad j = |l - s|. \tag{7.30}$$

To'la, orbital va spin momentlari $\mathbf{J}$, $\mathbf{M}$ va $\mathbf{S}$ bir vaqtning o'zida kvantlanganligi sababli , ular o'zaro faqat biror aniq yo'nalishga ega bo'ladi. Bir elektronli atom holda momentlarning faqat ikkita nisbiy joylashishlari o'rinli bo'ladi, ulardan biri $\mathbf{J} = \mathbf{M} + \mathbf{S}$ ga, ikkinchi $\mathbf{J} = \mathbf{M} - \mathbf{S}$ si ga to'g'ri keladi.

7.5. Pauli tenglamasi

Elektronning xususiy magnit momentining mavjudligini hisobga oluvchi norelativistik to'lqin tenglamasini keltirib chiqarish uchun elektromagnit maydonda harakatlanuvchi electron ko'rib chiqiladi. Spin tushunchasini kiritishda ishlatadigan asosiy g'oyaga binoan, elektron (7.3) ga asosan,

$$\Xi = -\frac{e}{m_e c}$$

ga teng bo'lgan magnit momentga ega bo'ladi. Ushbu magnit momentning paydo bo'lishi magnit maydonidagi elektron uchun qo'shimcha potensial energiyaning vujudga kelishiga olib keladi va uning qiymati

$$\Delta U = -(\Xi \mathbf{H}) \tag{7.31}$$

ga teng bo'ladi. Bunda $\mathbf{H}$ – tashqi magnit maydonning kuchlanganligini ifoda qiladi. Qaralayotgan potensial energiya operatorini (7.3) ni hisobga olgan holda quyidagi ko'rinishda ochib chiqiladi:

$$\Delta U = \frac{e}{m_e c}(\mathbf{SH}) = \frac{e\hbar}{2m_e c}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}). \tag{7.32}$$

Shunday qilib, elektromagnit maydonida harakatlanuvchi spinga ega bo'lgan elektron uchun Gamilton operatori quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_e}\left(\hat{\mathbf{P}} + \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 - eV + U + \frac{e\hbar}{2m_e c}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}). \tag{7.33}$$

(7.33) formulada elektronning zaryadini $-e$ ga teng deb olingan. Hosil qilingan Gamiltonian spinga bog'liq bo'lganligi sababli, elektronning to'lqin funksiyasi $\Psi = \Psi(\psi_1, \psi_2)$ ko'rinishga ega bo'ladi. Bu to'lqin funksiyasi uchun magnit maydonidagi to'lqin tenglamasi birinchi bo'lib, V.Pauli tomonidan kiritilgan va uning nomi bilan nomlangan. Ushbu tenglamaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{1}{2m_e}\left(\hat{\mathbf{P}} + \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2\Psi - eV\Psi + U\Psi + \frac{e\hbar}{2m_e c}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H})\Psi \tag{7.34}$$

bunda $\Psi = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}$ matritsa ko'rinishida olingan.

Pauli tenglamasidan foydalangan holda, ehtimollik oqim zichligi vektorini aniqlash mumkin. Shu maqsadda (7.34) dagi Pauli tenglamasini quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}_0\Psi + \frac{e\hbar}{2m_e c}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H})\Psi, \tag{7.35}$$

bunda $\hat{H}_0$ orqali $\boldsymbol{\sigma}$ - spin operatorlarni o'z ichiga olmagan hadlar yig'indisi belgilab olingan. Endi (7.35) dan Ψ^+ qo'shimcha funksiya uchun tenglama hosil qilinadi, ya'ni $\Psi^+ = (\psi_1^*, \psi_2^*)$ lar uchun quyidagi tenglamani hosil qilish kerak:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi^+}{\partial t} = \hat{H}_0^*\Psi^+ + \frac{e\hbar}{2m_e c}\left((\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H})\Psi\right)^+, \tag{7.36}$$

(7.35) tenglamani chap tomondan Ψ^+ ga, (7.36) ning o'ng tomonidan esa Ψ ga ko'paytiriladi hamda birinchi tenglamadan ikkinchisini ayirib, quyidagi ifodaga kelinadi:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left(\Psi^+\Psi\right) =$$
$$= \Psi^+\left(\hat{H}_0\Psi\right) - \left(\hat{H}_0^*\Psi^+\right)\Psi + \frac{e\hbar}{2m_e c}\left[\Psi^+(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H})\Psi - \left((\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H})\Psi\right)^+\Psi\right]. \tag{7.37}$$

Matritsalar ustida bajariladigan ammallarni bilgan holda:

$$\left((\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H})\Psi\right)^+ = \Psi^+\left(\boldsymbol{\sigma}^+\mathbf{H}\right) \tag{7.38}$$

tenglikni hosil qilish mumkin. Ikkinchidan, spin operatorlarining ermitligidan $\sigma^+ = \sigma$ teng bo'ladi. Shunday qilib, (7.37) dagi kvadrat qavs ichidagi ifoda nolga teng bo'ladi. Endi $\boldsymbol{\sigma}$ operatorlar qatnashmagan hadlar hisoblab chiqiladi. (3.8) dan foydalanilsa, va $\hat{H}_0$ uchun quyidagi ifodaga eslansa:

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m_e}\hat{\mathbf{P}}^2 + \frac{e}{m_e c}\mathbf{A}\hat{\mathbf{P}} + \frac{i\hbar e}{2m_e c}div\mathbf{A} + \frac{e^2}{2m_e c}A^2 - eV + U \tag{7.39}$$

u holda, quyidagi munosabatlarga kelinadi:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}(\Psi^+\Psi) = \Psi^+(\hat{H}_0\Psi) - (\hat{H}_0^*\Psi^+)\Psi. \tag{7.40}$$

Avval (7.40) tenglamaning chap tomonini hisoblab, quyidagi natijaga kelinadi:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}(\Psi^+\Psi) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\psi_1^* & \psi_2^*\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1 & 0\\ \psi_2 & 0\end{pmatrix} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left(\psi_1^*\psi_1 + \psi_2^*\psi_2\right) \tag{7.41}$$

so'ngra (7.40) ning o'ng tomonini hisoblab, ushbu natijani osongina olish mumkin:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left(\psi_1^*\psi_1 + \psi_2^*\psi_2\right) = -\frac{\hbar^2}{2m_e}div\left\{\psi_1^*\nabla\psi_1 - \psi_1\nabla\psi_1^* + \psi_2^*\nabla\psi_2 - \psi_2\nabla\psi_2^*\right\} -$$
$$-\frac{i\hbar e}{m_e c}div\left[\mathbf{A}\left(\psi_1^*\psi_1 + \psi_2^*\psi_2\right)\right]. \tag{7.42}$$

Agar

$$w(x,y,z,t)=\psi_1^*\psi_1+\psi_2^*\psi_2 \tag{7.43}$$

va

$$\mathbf{J}=\frac{i\hbar}{2m_e}\left[\left(\psi_1^*\nabla\psi_1-\psi_1\nabla\psi_1^*\right)+\left(\psi_2^*\nabla\psi_2-\psi_2\nabla\psi_2^*\right)\right]-$$
$$-\frac{e}{m_e c}\mathbf{A}\left(\psi_1^*\psi_1+\psi_2^*\psi_2\right) \tag{7.44}$$

kabi belgilashlar kiritilsa, hosil bo‘lgan (7.42) tenglamani $\mathbf{J}$ - zarrachalar oqimining zichligi va w - ehtimolliklar zichligi uchun uzluksizlik tenglamasi ko‘rinishida yozish mumkin u quyidagicha ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\frac{\partial w}{\partial t}+div\mathbf{J}=0. \tag{7.45}$$

Ushbu ifodalar shuni ko‘rsatadiki, zarrachaning topilish ehtimoli va tok zichligi spini ma’lum yo‘nalishda bo‘lgan elektronlarga tegishli alohida qismlarning yig’indisidan iborat bo‘ladi. Ehtimolliklarning normirovka sharti

$$\int\left(\psi_1^*\psi_1+\psi_2^*\psi_2\right)dxdydz=1$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi. $w_1(x,y,z,t)=\psi_1^*\psi_1$ va $w_2(x,y,z,t)=\psi_2^*\psi_2$ ifodalar spinlar mos holda $S_z=+\frac{\hbar}{2}$ va $S_z=-\frac{\hbar}{2}$ bo‘lgan elektronlarning t vaqt momentida *(x, y, z)* nuqtada topilish ehtimollik zichliklaridir.

7.6. Zeyeman effekti

Agar nurlanayotgan yoki nurlanish yutayotgan atomni tashqi elektr yoki magnit maydonga joylashtirilsa muhim optikaviy hodisalar ro‘y beradi: qo‘shimcha nurlanish va yutilish spektrlarining vujudga kelishi, yorug’likning qutblanish xarakteristikalarining o‘zgarishi va boshqa turli xil o‘zgarishlar yuz beradi.

Elektromagnit to‘lqinlar, xususan yorug’likning, nurlanish muammosi atom tuzilishi nazariyasida muhim o‘rin tutadi, chunki yorug’lik atomning ichki tuzilishi to‘g’risida eng ko‘p ma’lumot beradi.

Elektronlar kashf etilgandan so‘ng, yorug’lik elektronlarning harakati tufayli nurlanishi aniq bo‘lib qoldi. Magnit maydonining yorug'lik nurlanishiga ta'siri 1896-yilda Zeyeman kashf etgan effektda yaqqol namoyon bo'ladi. Boshqacha aytganda, ushbu effektda elektromagnit qutblari orasiga yorug'lik manbayi joylashtirilganda spektral chiziqlarning ajralishi aniqlangan edi. Har bir spektr chizig'ining uchtagacha chiziqlarga ajralishi bilan bog'liq bo'lgan hodisa normal Zeyeman effekti va spektr chiziqlarining uchtadan ko'p chiziqlarga ajralishi bilan bog'liq hodisa anomal Zeyeman effekti deyiladi.

Zeyemanning normal effektini klassik fizika nuqtai nazardan tushuntirish mumkin bo'lsa, anomal effektini esa faqat kvant mexanikasi asosida tushuntirib berish mumkin. Lorents elektronning klassik nazariyasi asosida ushbu effektni miqdoriy asoslab bergan va maydon yo'nalishiga perpendikular qaraganda spektral chiziq simmetrik manzara berib uchta komponentaga ajralishi kerak. Nazariyaning barcha fikrlari, ko'pchilik hollarda, tajribadan olingan natijalar bilan aniq mos kelishi ma'lum bo'ldi.

Magnit maydonda joylashgan vodorodsimon atomning nurlanish spektrini hisoblash mazkur masalaga oid (7.34) Pauli tenglamasini yechilishini talab qiladi. Avvalo bu tenglamaning o'ng tomonidagi birinchi hadni kvadratga oshirib, qavslarni ehtiyotkorlik bilan ochib chiqiladi va operatorlarning antikommutativligidan foydalaniladi. Demak,

$$\frac{1}{2m_e}\left(\hat{\mathbf{P}}+\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2\Psi =$$

$$=\frac{1}{2m_e}\left[\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}+\frac{e}{c}A_x\right)^2+\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial y}+\frac{e}{c}A_y\right)^2+\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial z}+\frac{e}{c}A_z\right)^2\right]\Psi =$$

$$=-\frac{\hbar^2}{2m_e}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi-\frac{i\hbar e}{m_e c}\left(A_x\frac{\partial}{\partial x}+A_y\frac{\partial}{\partial y}+A_z\frac{\partial}{\partial z}\right)\Psi- \tag{7.46}$$

$$-\frac{i\hbar e}{2m_e c}\left(\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}\right)\Psi+\frac{e^2}{2m_e c^2}\left(A_x^2+A_y^2+A_z^2\right)\Psi =$$

$$=-\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2\Psi-\frac{i\hbar e}{m_e c}\mathbf{A}\cdot grad\Psi-\frac{i\hbar e}{2m_e c}(div\mathbf{A})\Psi+\frac{e^2}{2m_e c^2}A^2\Psi.$$

Yuqoridagi hisoblashlarda operatorlarning

$$\hat{P}_x A_x - A_x\hat{P}_x = -i\hbar\frac{\partial A_x}{\partial x}$$

antikommutativlik shartidan foydalandik. $\mathbf{A}$ - vektor-potensialni tanlashdagi ixtiyoriylikdan foydalanib, $div\mathbf{A}=0$ shartni bajarilishi talab qilinadi. Demak, (7.46) ifodani quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{1}{2m_e}\left(\hat{\mathbf{P}}+\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2\Psi=-\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2\Psi-\frac{i\hbar e}{m_e c}\mathbf{A}\cdot grad\Psi+\frac{e^2}{2m_e c^2}A^2\Psi. \qquad (7.47)$$

Atomdagi elektron bir vaqtning o'zida magnit maydoni va yadroning elektr maydoni ta'sirida bo'ladi. Ta'sir etuvchi yadroning elektr maydonini markaziy maydon deb hisoblaymiz va mazkar maydondagi elektronning potensial energiyasini $U(\mathbf{r})$ orqali belgilanadi. Magnit maydonini esa bir jinsli deb qabul qilinadi, uning qiymatini H ga teng deb olamiz va z- o'qi bo'yicha yo'nalgan deb hisoblanadi. Shu tarzda tanlab olingan magnit maydoni $\mathbf{A}$ - vektor-potensiallardan hosil bo'lib uning komponentalari quyidagicha bo'ladi:

$$A_x=-\frac{1}{2}\mathrm{H}y,\quad A_y=\frac{1}{2}\mathrm{H}x,\quad A_z=0. \qquad (7.48)$$

Magnit maydoni esa $\mathrm{H}=rot\mathbf{A}$ bo'lgani uchun uning komponentalari quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{aligned}\mathrm{H}_x&=(rot\mathbf{A})_x=\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}=0,\\ \mathrm{H}_y&=(rot\mathbf{A})_y=\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}=0,\\ \mathrm{H}_z&=(rot\mathbf{A})_z=\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}=\frac{1}{2}\mathrm{H}+\frac{1}{2}\mathrm{H}=\mathrm{H}.\end{aligned} \qquad (7.49)$$

Yuqorida hosil bo'lgan natijalar hisobga olinsa (7.47) dagi $\mathbf{A}\cdot grad\psi$ had uchun

$$\mathbf{A}\cdot grad\Psi=A_x\frac{\partial\Psi}{\partial x}+A_y\frac{\partial\Psi}{\partial y}+A_z\frac{\partial\Psi}{\partial z}=\frac{1}{2}\mathrm{H}\left(x\frac{\partial\Psi}{\partial y}-y\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)$$

va $A^2\Psi$ had uchun esa

$$A^2\Psi=\left(A_x^2+A_y^2+A_z^2\right)\Psi=\frac{1}{4}\mathrm{H}^2\left(x^2+y^2\right)\Psi$$

ifodalarni olish mumkin.

Shunday qilib, bu hol uchun Pauli tenglamasining ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2\Psi+U(\mathbf{r})\Psi-\frac{i\hbar e}{m_e c}\mathrm{H}\left(x\frac{\partial\Psi}{\partial y}-y\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)+$$

$$+\frac{e^2}{8m_e c^2}\mathrm{H}^2\left(x^2+y^2\right)\Psi+\frac{e\hbar}{2m_e c}\left(\sigma_z\mathrm{H}\right)\Psi. \tag{7.50}$$

Kichik magnit maydonlar bo'lgan holda (7.50) dagi H^2 hadni hisobga olinmasa ham bo'ladi. Ikkinchidan

$$i\hbar\left(y\frac{\partial}{\partial x}-x\frac{\partial}{\partial y}\right)=-i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}=\hat{M}_z \tag{7.51}$$

ifoda orbital moment komponentasining operatoridir. Uchinchidan

$$\hat{H}^0=-\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2+U(r) \tag{7.52}$$

belgilash kiritilsa, ya'ni magnit maydoni bo'lmagan holda elektronning Gamiltonianini $\hat{H}^0$ orqali belgilanadi va quyidagi ifodaga kelinadi:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\hat{H}^0\Psi+\frac{e\mathrm{H}}{2m_e c}\left(\hat{M}_z+\hbar\sigma_z\right)\Psi. \tag{7.53}$$

Statsionar holatlari ko'rib chiqiladi, ya'ni to'lqin funksiyani

$$\Psi(x,y,z,t)=\Psi(x,y,z)e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \tag{7.54}$$

ko'rinishda ifodalab, uni (7.53) tenglamaga qo'yilsa,

$$\hat{H}^0\Psi+\frac{e\mathrm{H}}{2m_e c}\left(\hat{M}_z+\hbar\sigma_z\right)\Psi=E\Psi \tag{7.55}$$

tenglamaga kelinadi.

Endi σ_z ning Ψ to'lqin funksiyasiga ta'sirini hisoblab chiqiladi:

$$\sigma_z\Psi=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1\\\psi_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\psi_1\\-\psi_2\end{pmatrix}.$$

Hisoblangan natijaga ko'ra (7.55) dagi statsionar holatlar uchun tenglama ikkita ψ_1 va ψ_2 funksiyalar uchun tenglamalarga ajraladi va ularning ko'rinishlari quyidagicha bo'ladi:

$$\hat{H}^0\psi_1 + \frac{e\text{H}}{2m_e c}(\hat{M}_z + 1)\psi_1 = E\psi_1 \tag{7.56}$$

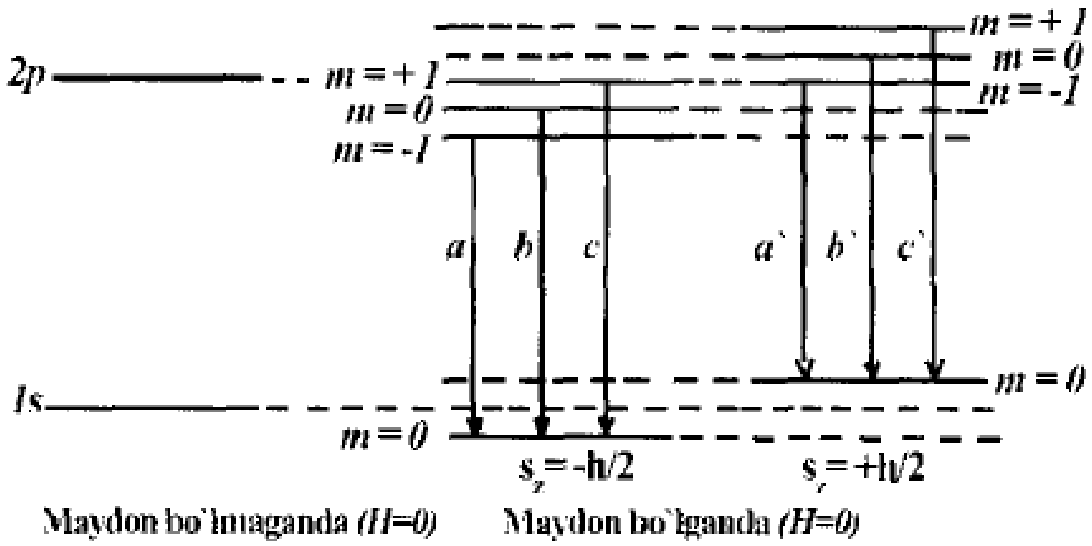
$$\hat{H}^0\psi_2 + \frac{e\text{H}}{2m_e c}(\hat{M}_z - 1)\psi_2 = E\psi_2. \tag{7.57}$$

Bu tenglamalarning yechimi, magnit maydon bo'lmaganda, $S_z = \frac{\hbar}{2}$ spin uchun $\psi'_{nlm} = \begin{pmatrix} \psi_{nlm} \\ 0 \end{pmatrix}$ ga teng bo'ladi, xususiy qiymatlar esa $E = E^0_{nl}$ ga teng bo'ladi. Agarda elektronning spini $S_z = -\frac{\hbar}{2}$ ga teng bo'lsa , u holda yechim $\psi_{nlm} = \begin{matrix} 0 \\ \psi_{nlm} \end{matrix}$ ga teng bo'lib, uning xususiy qiymatlari $E = E^0_{nl}$ ligicha qoladi. Bu yechimlarda $\psi_{nlm} = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$ ga tengdir. Magnit maydon ta'sirini hisobga olinsa, to'lqin funksiyalar, ya'ni xususiy funksiyalarning ko'rinishi o'zgarmaydi, faqat xususiy qiymatlar boshqa qiymatlar qabul qiladi. $\hat{M}_z\psi_{nlm} = m\hbar\psi_{nlm}$ ekanligini hisobga olib. (7.56) va (7.57) tenglamalarning quyidagi ikkita yechimiga ega bo'lamiz:

ψ'_{nlm} uchun xususiy qiymat: $E = E'_{nlm} = E^0_{nl} + \frac{e\hbar\text{H}}{2m_e c}(m+1)$, bunda $s_z = \frac{\hbar}{2}$. (7.58)

ψ''_{nlm} uchun xususiy qiymat: $E = E''_{nlm} = E^0_{nl} + \frac{e\hbar\text{H}}{2m_e c}(m-1)$, bunda $s_z = -\frac{\hbar}{2}$. (7.59)

Olingan (7.58) va (7.59) yechimlardan korinib turibdiki, magnit maydon ta'sirida energetik sathlar ajraladi, ya'ni aynish holati bartaraf etiladi. Elektronning energiyasi magnit maydonga nisbatan harakat miqdori momentining yo'nalishiga bog'liq bo'ladi, ya'ni m magnit kvant soniga bog'liq bo'ladi. To'lqin funksiyalari esa o'zgarmaydi, boshqacha aytganda magnit maydonning ta'siri atomning holatini o'zgartirmaydi. Energetik sathlarning ajralishi orqali kuzatilayotgan spektral chiziqlarning soni ham ortadi. Optik o'tishlarda m kvant soni faqat ± 1 yoki 0 ga teng o'zgarishlarnigina qabul qiladi. Bu hodisa Zeyemanning oddiy effekti deyiladi . Spin magnit moment yorug'lik to'lqini maydoni bilan kuchsiz ta'sirlashgani uchun hisoblashlarga faqat elektronning spini o'zgarmaydigan hollargina kiradi. Ushbu o'tishlar 19-rasmda (a,b,c) va (a',b',c') chiziqlar orqali tasvirlangan.



19-rasm. Spinni hisobga olgan holda s- va p- termlarning kuchli magnit maydonida ajralishi.

O'tish chastotalari quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$\omega_{n'l'm',n''l''m''} = \frac{E_{n'l'm'} - E_{n''l''m''}}{\hbar} = \frac{E^0_{n'l'} - E^0_{n''l''}}{\hbar} + \frac{eH}{2m_e c}(m' - m''). \qquad (7.60)$$

Magnit maydon bo'lmagan holdagi o'tish chastotasini ω^0 orqali, magnit maydon bo'lgan holdagi o'tish chastotasini ω orqali belgilansa, u holda (7.60) quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$\omega = \omega^0 + \frac{eH}{2m_e c}(m' - m''). \qquad (7.61)$$

Endi $m' - m'' = 0, \pm 1$ ekanligini hisobga olib, tashqi magnit maydonda nurlanish yoki yutilish spektr chiziqlari uchun uchta chastotaga ega bo'linadi: ulardan biri $m' - m'' = 0$ ga to'g'ri keluvchi siljimagan ω^0 chastotaga mos kelsa, qolgan ikkitasi esa $m' - m'' = \pm 1$ ga to'g'ri keluvchi, asosiy siljimagan chiziqdan $\pm\frac{eH}{2m_e c}$ birlikka simmetrik siljigan, chiziqlarga mos keladi. Olingan (7.61) dagi natija Zeyeman effektining klassik nazariyasi orqali olingan natija bilan mos keladi. Ma'lumki, klassik nazariyaga asosan, tekisligi maydon yo'nalishiga perpendikular bo'lgan elektron orbitasiga magnit maydon ta'sir ko'rsatadi. Bunda elektronning orbitada aylanish burchak chastotasining o‘zgarishi Larmor chastotasiga teng bo‘ladi: $\Omega_r = \frac{eH}{2m_r c}$. Kvant mexanikasi asosida olingan (7.61) formulada $\hbar$ Plank doimiysi qatnashmaganligi tufayli, bu natija klassik nazariya tomonidan olingan natija bilan mos keladi. Boshqacha aytganda ajralgan chiziqlar orasidagi chastota bo‘yicha masofa Plank doimiysiga hamda kvant sonlariga bog‘liq emas.

7.7. Zarrachalarning aynan o‘xshashligi

Ushbu paragrafda bir xil zarrachalardan tashkil topgan sistemalarning to‘lqin funsiyasining tuzilishini aniqlab chiqiladi. Avvalo bir xil zarracha deganda qanday zarrachalarni tushunish kerakligi aniqlab olinadi. Bir xil zarracha deganda massasi, zaryadi, spini va boshqa xarakteristikalari bir xil bo‘lgan zarrachalarni nazarda tutish kerak. Ular bir xil sharoitlarda o‘zlarini bir xil tutishlari lozim. Yuqorida qayd etilgan hollarda kvant mexanikasiga xos bo‘lgan muhim xususiyatlar vujudga keladi.

Klassik mexanikada bir xil zarrachalar fizikaviy xossalarining aynan o‘xshashligiga qaramay, o‘z individualligini saqlab qoladi. Agar boshlang‘ich shartlar berilgan bo‘lsa, u holda har bir zarrachaning trayektoriyasi to‘la aniqlangan bo‘ladi va har bir zarrachaning harakatini aniq kuzatish mumkin. Sistema ikkita zarrachadan, masalan, ikkita elektrondan tashkil topgan bo‘lsin. Birinchi elektronni 1 tartib raqami, ikkinchisini esa 2 tartib raqami bilan belgilanadi. Klassik fizikada bu ikkita elektron muayyan trayektoriya bo‘ylab harakatlanadi va elektronlarning harakatini shu trayektoriya bo‘yicha kuzatish mumkin. Berilgan vaqt momentida 1-elektron va 2-elektronning fazoning qaysi sohasida joylashganligi aniq aytib berish imkoniyati mavjud. Bu holda elektronlarni tartib raqamlari bilan belgilab olish aniq ma’noga ega bo‘ladi.

Kvant mexanikasida esa bu jarayon batamom boshqacha ma’no kasb etadi. Geyzenbergning noaniqlik munosabatlariga ko‘ra, zarrachalarning trayektoriyasi haqida gapirish ma’noga ega emas. Misol tariqasida ikkita zarrachaning to‘qnashuv jarayonini kuzatib chiqaylik. To‘qnashuvdan avval, berilgan vaqt momentida, har bir zarrachaning koordinatasini aniqlash mumkin bo'lsa, noaniqlik prinsipiga ko'ra, ularning impulslari aniq qiymatga ega bo'la olmaydi. To'qnashuv jarayonidan so'ng, bu elektronlarning harakatini ifodalovchi to'lqin paketlari o'zaro bir-birini qoplaydi va zarrachalarning ajratishni imkoniyati bo'lmaydi. Demak, elektronlar vaziyatini ma'lum vaqt momentida qayd etib, ularni tartib raqamlari bilan belgilab olinsa ham, keyingi vaqt momentida ularni bir biridan ajrata olmaymiz. Shuning uchun, klassik fizikaga qaraganda kvant mexanikasida zarrachalarning fizikaviy xossalari jihatdan bir xilligi ancha chuqur va kengroq ma'noga ega. Kvant mexanikasi doirasida, zarrachalarni bir-biridan umuman farq qilib bo'lmaydi, ular nafaqat bir xildir, balki ular bir-biriga mutlaqo aynan o'xshashdir.

Shunday qilib, quyidagi xulosaga kelinadi: kvant mexanikasida bir xil zarrachalarni farq qilib bo'lmaslik prinsipi bir xil zarrchalardan tashkil topgan sistemalar bilan ish ko'rayotganda muhim ahamiyat kasb etadi.

Bu prinsipga asosan, bir xil zarrachalardan tashkil topgan sistemalarda shunday holatlar mavjud bo'la oladiki, ikkita aynan o'xshash zarrachalar o'rin almashgan vaqtda, bu holatlar o'zgarmay qoladi. Ikkita zarrachadan tashkil topgan sistemani yana bir bor qarab chiqaylik. Yuqorida qayd etilganidek, bu zarrachalar aynan o'xshash bo'lganligi sababli, zarrachalarning o'rin almashtirishdan hosil bo'lgan yangi holat fizikaviy jihatdan avvalgisiga to'la ekvivalent bo'lishi kerak. Ixtiyoriy vaqt momentida sistemaning holati $\Psi(q_1,q_2)$ to'lqin funksiyasi orqali ifodalansin, bunda q_1,q_2 orqali, shartli ravishda, har bir zarrachaga tegishli bo'lgan uchta koordinata va spin o'zgaruvchilari belgilanadi. Shu bilan birga $\hat{P}$ o'rin almashtirish operatorini kiritaylik, uning ta'siri natijasida ikkita zarracha o'z o'rinlarini almashtiradi va $\Psi(q_1,q_2)$ to'lqin finksiyasi o'rniga $\Psi(q_2,q_1)$ to'lqin funksiyasi hosil qilinadi. Demak, bir xil zarrachalarni farq qilib bo'lmaslik prinsipiga asosan hosil bo'lgan holatni avvalgi holatdan ajrata olmaymiz, bu ikkita holatni ifodalovchi to'lqin funksiyalar faqat fazaviy ko'paytuvchigagina farq qiladi. U holda yuqoridagi aytilganlarga ko'ra:

$$\hat{P}\Psi(q_1,q_2)=\Psi(q_2,q_1)=e^{i\alpha}\Psi(q_1,q_2) \tag{7.62}$$

bunda α – biror haqiqiy o'zgarmas son. Zarrachalarning o'rnini yana bir marta almashtirish natijasida sistemaning daslabki holatiga qaytib kelinadi, ya'ni

$$\hat{P}^2\Psi(q_1,q_2)=\hat{P}\Psi(q_2,q_1)=\hat{P}e^{i\alpha}\Psi(q_1,q_2)=e^{2i\alpha}\Psi(q_1,q_2)=\Psi(q_1,q_2) \qquad (7.63)$$

Demak, $\hat{P}^2$ operatorning xususiy qiymati $e^{2i\alpha}=1$ bo'lishi kerak, $\hat{P}$ operatorning xususiy qiymati esa

$$e^{i\alpha}=\pm 1 \qquad (7.64)$$

ga teng bo'lishi kerak. Shunday qilib, quyidagi natijaga kelamiz:

$$\Psi(q_1,q_2)=\pm\Psi(q_1,q_2). \qquad (7.65)$$

Bir xil zarrachalarni farq qilib bo'lmaslik prinsipi to'lqin funksiyasining o'ziga xos bo'lgan simmetriya xususiyatlarini nomoyon qiladi. Olingan (7.65) munosabatga ko'ra, zarrachalarni o'rin almashtirish natijasida to'lqin funksiya uchun faqat ikkita imkoniyat mavjud: to'lqin funksiyasi o'zgarmaydi, yoki to'lqin funksiyasining ishorasi o'zgaradi. Zarrachalarni o'rin almashtirish natijasida to'lqin funksiyasi o'zgarmasa, u ushbu zarrachalarga nisbatan simmetrik funksiya bo'ladi va aksincha to'lqin funksiya o'rin almashishi natijasida o'z ishorasini o'zgartirsa, u holda bunday to'lqin funksiyasi antisimmetrik funksiya bo'ladi. Ravshanki, bitta sistemaning hamma holatlarini ifodalovchi funksiyalar bir xil simmetriyaga ega bo'lishi lozim, ya'ni u yo simmetrik, yo antisimmetrik bo'lishi darkor .

Olingan natijalarni har qanday ixtiyoriy sondagi bir xil zarrachalardan tashkil topgan sistemalar uchun umumlashtirish mumkin. O'zaro ta`sir kuchlarini hisobga olmagan holda N ta bir xil zarrachalardan tashkil topgan sistema qarab chiqiladi. Bunday sistemani holatlarini ifodalovchi $\Psi(q_1,q_2,\ldots,q_k,\ldots,q_j,\ldots,q_N,t)$ to'lqin funksiyalari *(k, j)* juftlik o'rin almashtirish natijasida o'z ishorasini o'zgartirishi yoki o'zgartirmasligi mumkin. Boshqacha aytganda, agar zarrachalarning biror jufti simmetrik to'lqin funksiya bilan ifodalanish xossasiga ega bo'lsa, u holda zarrachalarning boshqa hamma juftlari ham shunday xossaga ega bo'ladi. Demak, bir xil zarrachalardan tashkil topgan sistema uchun faqat ikkita holat mavjud bo'lishi mumkin: barcha zarrachalar uchun simmetrik holatlar

$$\hat{P}_{kj}\Psi_s=\Psi_s \qquad (7.66)$$

va barcha zarrachalar uchun antisimmetrik holatlar

$$\hat{P}_{kj}\Psi_a = -\Psi_a. \quad (7.67)$$

Olingan natijalardan quyidagini ta'kidlash lozim: ushbu (7.66) va (7.67) holatlar orasida bir biriga o'tish man etiladi, ya'ni agarda ixtiyoriy vaqt momentida sistema biror bir simmetriya (simmetrik yoki antisimmetrik) holatida joylashgan bo'lsa, u holda bu sistema vaqt o'tishi davomida ana shu simmetriya (simmetrik yoki antisimmetrik) holatini saqlaydi.

Ushbu mulohazalarni matematik nuqtai nazardan isbotlash mumkin. Buning uchun $\hat{P}_{kj}$ operator bilan $\hat{H}$ gamiltonian operatorini kommutativligini ko'rsatish kifoya. Ikkita zarrachadan tashkil topgan sistema uchun gamiltonianning ko'rinishi quyidagicha:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m}\nabla_2^2 + U(q_1,t) + U(q_2,t) + U_{12}(q_1,q_2,t). \quad (7.68)$$

bunda $U_{12}(q_1,q_2,t)$ had zarrachalarning o'zaro ta'sir energiyasini, $U(q_1,t)$ hamda $U(q_2,t)$ hadlar esa zarrachalarning tashqi maydon bilan o'zaro ta'sirni ifodalaydi.

Zarrachalarning o'rnini almashtirish natijasida hosil bo'lgan gamiltonianning ko'rinishi

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_2^2 - \frac{\hbar^2}{2m}\nabla_1^2 + U(q_2,t) + U(q_1,t) + U_{12}(q_2,q_1,t) \quad (7.69)$$

bo'ladi. Ushbu yangi gamiltonian eski gamiltoniandan farq qilmaydi, ya`ni zarrachalarni o'rin almashtirilishi gamiltonianni o'zgartirmaydi.

Olingan natijani N ta zarrachalardan tashkil topgan sistema uchun ham umumlashtirish qiyin emas. Ko'rinib turibdiki, zarrachalarning o'rin almashishi gamiltonianni o'zgartirmaydi, shuning uchun:

$$\hat{H}\hat{P}_{kj} - \hat{P}_{kj}\hat{H} = 0 \quad (7.70)$$

bo'ladi. Shunday qilib, sistemaning simmetriya xossalari vaqt o'tishi bilan saqlanadi va ular harakat integrallari qatoriga kiradi.

22- MAVZU

Mavzu: Boze zarrachalar va Fermi zarrachalar. Pauli printsipi.

REJA:

1. Boze zarrachalar va Fermi zarrachalar.
2. Pauli printsipi.

1. Boze zarrachalar va Fermi zarrachalar.

Avvalgi paragrafdan kelib chiqadigan natijaga asosan zarrachalarning aynan o'xshashlik prinsipiga binoan kvant mexanikada bir-biri bilan umuman aralashmaydigan ikkita holat guruhi mavjud. Shuning uchun ular sistemani tashkil qiluvchi zarrachalarning tabiati bilan bog'liq bo'ladi. Tajribadan olingan natijalar shuni ta'kidladiki, tabiatda ikkala guruhga ham tegishli bo'lgan zarrachalar mavjud ekan. Zarracha spini Plank doimiysining butun soniga teng bo'lsa, ya'ni

$$S = \hbar m, \quad m = 0,1,2,3,\ldots \tag{7.71}$$

bo'lgan zarrachalar Ψ_s simmetrik funksiyalar orqali ifodalanadi. Bunday zarrachalarga Boze-zarrachalar deb nom qo'yilgan. Simmetrik funksiyalar bilan tavsiflanadigan zarrachalar Boze-Eynshteyn taqsimotiga bo'ysunadi va bozonlar deb yuritiladi.

Aksincha, zarracha spini Plank doimiysining yarim butun soniga teng bo'lsa, ya'ni

$$S = \hbar m, \quad m = \frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2},\ldots \tag{7.72}$$

bo'lgan zarrachalar Ψ_a antisimmetrik funksiyalar orqali ifodalanadi. Bunday zarrachalarga Fermi-zarrachalar deb nom qo'yilgan. Antisimmetrik funksiyalar bilan tavsiflangan zarrachalar Fermi-Dirak taqsimotiga bo'ysunadi va fermionlar deb yuritiladi. Bozonlarga π- va k- mezonlarni misol qilib olsa bo'ladi, chunki ularning spini 0 ga teng, spini 1ga teng bo'lgan yagona zarracha bu foton. Fermionlarga misol qilib esa elektron, proton, giperonlar, μ-mezon, neytrinolarni ko'rsatish mumkin, chunki ularning spinlari $\frac{1}{2}$ ga teng.

Murakkab zarachalarning taqsimoti ularning tarkibiga kiruvchi elementar fermionlar sonining juft yoki toqligiga bog'liq bo'ladi. Ikkita murakkab zarrachalarning o'rinlarini o'zaro almashtirish bir vaqtning o'zida bir necha juft bir xil elementar zarrachalarning o'rinlarini o'zaro almashtirishga ekvivalent bo'ladi. Bozonlarning o'rnini o'zaro almashtirish to'lqin funksiyasini umuman o'zgartirmaydi, fermionlarning o'rnini almashtrish esa ularning ishorasini qarama-qarshisiga o'zgartiradi. Shuning uchun toq sondagi elementar fermionlardan tashkil topgan murakkab zarrachalar Fermi taqsimotiga, juft sondagi fermionlardan tashkil topgan murakkab zarrachalar esa, Boze taqsimotiga bo'ysunadi. Masalan, vodorod atomi ikkita Fermi zarrachasidan tashkil topgan: elektron va protondan. Bu zarrachalarning har biri $\pm\frac{\hbar}{2}$ ga teng bo'lgan spinga ega, demak normal holatda vodorod atomining to'la spini 0 yoki $\pm\hbar$ ga teng bo'lishi kerak. Shunday qilib, vodorod atomi simmetrik to'lqin funksiya orqali tavsiflanadi.

Yana bir bor o'zaro ta'sir kuchlarini hisobga olmagan holdagi N ta bir xil zarrachalardan tashkil topgan sistemani ko'rib chiqaylik. Bunday sistemaning stasionar holatlari uchun Shredinger tenglamasi

$$\sum_{i=1}^{N}\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_i^2+U(q_i)\right]\Psi(q_1,q_2,\ldots,q_N)=E\Psi(q_1,q_2,\ldots,q_N) \qquad (7.73)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu tenglamada har bir zarracha alohida holda bo'lishi mumkin bo'lgan statsionar holatlar to'lqin funksiyalari $\psi_1,\psi_2,\ldots,\psi_N$ lar bilan berilgan bo'lsin. Sistemaning holatini butunligicha aniqlash maqsadida alohida olingan zarrachalarning joylashgan holatlarini raqamlar bilan belgilash lozim. Har bir zarracha joylashgan holat raqamini mos holda $n_1,n_2,\ldots,n_N$ orqali belgilansa, bozonlar sistemasi uchun $\Psi(q_1,q_2,\ldots,q_N)$ to'lqin funksiyasini

$$\psi_{n_1}(q_1),\psi_{n_2}(q_2),\ldots,\psi_{n_N}(q_N) \qquad (7.74)$$

larning ko'paytmasi ko'rinishida ifodalash mumkin. Masalan, har xil holatlarda $(n_1\neq n_2)$ yotgan ikkita zarrachadan iborat bo'lgan sistema uchun to'lqin funksiyaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\Psi(q_1,q_2)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\psi_{n_1}(q_1)\cdot\psi_{n_2}(q_2)+\psi_{n_1}(q_2)\cdot\psi_{n_2}(q_1)\right]. \qquad (7.75)$$

Bunda $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ko'paytuvchi normalashtirish natijasida paydo bo'lgan. (7.75) formulani o'zaro ta'sirlashmaydigan ixtiyoriy N ta bozonlardan tashkil topgan sistema uchun umumlashtirilsa, normallashtirilgan to'lqin funksiyaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\Psi(q_1,q_2,\ldots,q_N)=\left(\frac{n_1!n_2!\ldots n_N!}{N!}\right)^{\frac{1}{2}}\sum_P\psi_{n_1}(q_1)\cdot\psi_{n_2}(q_2)\cdot\ldots\cdot\psi_{n_N}(q_N). \qquad (7.76)$$

Bu yerda yig'indi har xil $n_1,n_2,\ldots,n_N$ indekslarning mumkin bo'lgan hamma o'rin almashtirishlari bo'yicha olinadi.

Fermionlar sistemasi uchun Ψ to'lqin funksiya (7.74) ko'paytmalarining antisimmetrik kombinatsiyasidan iborat. Masalan, ikkita shunday zarracha uchun to'lqin funksiya quyidagicha ko'rinish oladi:

$$\Psi(q_1,q_2)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\psi_{n_1}(q_1)\cdot\psi_{n_2}(q_2)-\psi_{n_1}(q_2)\cdot\psi_{n_2}(q_1)\right]. \qquad (7.77)$$

N ta fermiondan tashkil topgan sistema uchun to'lqin funksiya quyidagi ko'rinishdagi determinantdan iborat bo'ladi:

$$\Psi(q_1, q_2, \ldots, q_N) = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{vmatrix} \psi_{n_1}(q_1) & \psi_{n_1}(q_2) & \ldots & \psi_{n_1}(q_N) \\ \psi_{n_2}(q_1) & \psi_{n_2}(q_2) & \ldots & \psi_{n_2}(q_N) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \psi_{n_N}(q_1) & \psi_{n_N}(q_2) & \ldots & \psi_{n_N}(q_N) \end{vmatrix}. \quad (7.78)$$

Ikki fermionning o'rin almashtirishiga bu determinantning ikki ustunining o'rin almashtirishi mos bo'ladi va natijada determinant o'z ishorasini o'zgartiradi.

3. Pauli printsipi.

(7.76) va (7.78) da tavsiflangan to'lqin funksiyalardan bir qator muhim natijalar kelib chiqadi. Fermi zarrachalardan tashkil topgan sistemani ko'rib chiqaylik. Faraz qilaylik, sistemadagi ikkita zarracha bitta kvant holatida joylashgan bo'lsin$(n_1 = n_2)$. Demak, bu ikki zarrachaning barcha kvant sonlari bir
xil qiymatlarga ega bo'ladi. Masalan, markaziy simmetrik maydonda harakatlanuvchi elektronlarning n, l, m, s kvant sonlari bir xil qiymatlarga ega bo'lganida (7.78) dagi determinantning ikki qatori bir xil bo'lib qoladi va to'lqin funksiya aynan nolga aylanadi. Demak, bir xil fermionlardan tashkil topgan sistemada aynan bir holatda bir vaqtning o'zida bittadan ortiq fermion bo'lishi mumkin emas ekan. Kvant mexanikasida olingan bu natijani Pauli prinsipi deyiladi. Atomlar sathining elektronlar bilan ketma-ket to'ldirilishini Paulining qonuni ifodalaydi. 1925-yilda V. Pauli tomonidan, kvant mexanikasi hali vujudga kelmay turib, tajriba natijalarining tahlili asosida kashf etilgan prinsipga binoan atomning har qanday statsionar holatida faqat bittagina elektron joylashishi mumkin. Umuman olganda, ko'p elektronli atomlarda elektronlarning energetik sathlar bo'yicha taqsimoti quyidagi ikki prinsipga mos kelishi kerak. Birinchi prinsipga asosan, normal holatdagi atomda elektronlar o'zlari uchun mumkin qadar eng quyi energetik sathda joylashgan bolishi kerak. Ikkinchi prinsip, Pauli prinsipi bo'lib, atomdagi n, l, m, s kvant sonlari to'plami bilan xarakterlanuvchi ixtiyoriy energetik sathda bittadan ortiq elektron bo'lishi mumkin emas.

Atom spektriga qarab atom holatlarini va holatlarning kvant sonlarini aniqlash mumkin. Ammo, Pauli prinsipining matematik ma'nosi bir xil zarrachalarni farq qilib bo'lmaslik prinsipga asoslangan holda keltirib chiqarildi va uning to'liq kvant mexanik ta'rifini berishga imkoniyat yaratildi.

23-ma’ruza.
G’ALAYONLANISH NAZARIYASI

Mavzu: **Vaqtga bog’lik bo’lmagan g’alayon nazariyasi Aynish mavjud bo’lgan xoldagi g’alayonlar. Ikki karrali aynish mavjud bulgan xolda satxlarni ajralishi. Angarmonik ostsillyator. Elektr maydonida spektral chiziklarni ajralishi – SHtark effekti.**

Reja

1. Vaqtga bog’lik bo’lmagan g’alayon nazariyasi.
2. Angarmonik ostsillyator.
3. Aynish mavjud bo’lgan xoldagi g’alayonlar.
4. Elektr maydonida spektral chiziklarni ajralishi – SHtark effekti.

Avvalgi boblarda ko‘rib chiqilgan Shredinger tenglamasi o‘zgaruvchi koeffitsiyentlarga ega bo‘lgan xususiy hosilali chiziqli differensial tenglama sifatida namoyon bo‘lgan edi. Uning aniq yechimlarini faqat bir necha sodda masalalar uchun olish imkoniyati mavjud bo‘ldi va bu masalalarning bir qanchasini oldingi boblarda ko‘rib chiqqan edik.

Lekin juda ko‘p hollarda, ayniqsa atom va yadroviy sistemalarni batafsil tekshirganda Gamilton operatorlarining xususiy funksiyalarini va xususiy qiymatlarini hisoblash uchun taqribiy usullardan foydalanish maqsadga muvofiq bo‘ladi. Keyingi vaqtlarda elektron hisoblash mashinalarining paydo bo‘lishi munosabati bilan kvant mexanikasini bir qator masalalarini yechishda raqamli hisoblash usullarining qo‘llanilishi muhim ahamiyat kasb eta boshladi. Ushbu bobda real fizikaviy sistema xususiy qiymatlari va xususiy funksiyalarini aniqlashda analitik hisoblashlarga asoslangan taqribiy usullardan foydalaniladi. Tekshirilayotgan real sistemaning holati aniq yechimga ega bo‘lgan ideallashtirilgan holatdan katta farq qilmaydigan qilib tanlab olinadi.

Bu hollarda taqribiy usullar yordamida asosiy yechimga kiritiladigan tuzatmalarni hisoblab chiqish imkoniyati yaratiladi va bu tuzatmalar aniq yechimga qo‘shilgan holda berilgan masalaning to‘liq yechimlarini beradi. Yuqorida qayd etilgan tuzatmalarni aniqlashning umumiy usuli kvant mexanikasida g‘alayonlanish nazariyasi deb yuritiladi.

Ushbu bobda diskret energiya spektriga ega bo‘lgan statsionar masalalar uchun g'alayonlanish nazariyasi ko‘rib chiqiladi. Faraz qilaylik, kvant sistemaning Gamil'ton operatori ikki qismdan iborat bo‘lsin:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{W} \qquad (8.1)$$

bunda $\hat{H}_0$ – operator aniq yechimga ega bo‘lgan ideallashtirilgan sistemaning Gamil'ton operatorini ifodalaydi, $\hat{W}$ operator esa $\hat{H}_0$ ga nisbatan kichik bo‘lgan qandaydir qo‘shimcha operator bo‘lib uni g'alayonlanish operatori deyiladi. Ideallashtirilgan sistemada hisobga olinmagan Gamilton operatorining bu qismi tashqi maydonning potensial energiyasi sifatida ham ifodalanishi mumkin.

G'alayonlanish nazariyasining asosiy maqsadi $\hat{H}_0$ gamiltonian bilan ifodalangan g'alayon ta'sir qilmagan sistema uchun ma'lum bo'lgan ψ_n^0 to'lqin funksiayasi va E_n^0 energiya qiymatlari orqali g'alayonlangan sistemani statsionar holatlarining xususiy funksiya va energiyalarini aniqlab berish hisoblanadi. Boshqacha aytganda g'alayonlanish nazariyasi usullaridan foydalanish uchun ikkita shartni qabul qilish kerak:

1) G'alayonlangan sistema uchun Shredinger tenglamasining

$$\hat{H}_0\psi_n^0 = E_n^0\psi_n^0 \tag{8.2}$$

yechimlari ma'lum bo'lsin va aynish holatlari mavjud bo'lmasin.

2) $\hat{W}$ operatorni quyidagi ko'rinishda

$$\hat{W} = \lambda\hat{w} \tag{8.3}$$

ifodalash mumkin bo'lsin, bunda λ kichik o'lchamsiz parametr.

Demak, (8.1) operatorning xususiy qiymatlari va xususiy funksiyalarini aniqlash masalasi

$$\left(\hat{H}_0 + \lambda\hat{w}\right)\psi = E\psi \tag{8.4}$$

tenglamaning yechimini topish masalasiga keltiriladi. (8.4) dagi izlanayotgan $\psi(x)$ funksiyani ma'lum bo'lgan $\psi_n^0(x)$ funksiyalar bo'yicha qatorga yoyiladi:

$$\psi(x) = \sum_n c_n\psi_n^0(x). \tag{8.5}$$

Bu holda barcha c_n larning to'plami energetik, ya'ni E - tasavvuridagi ψ funksiyani beradi. (8.5) qator (8.4) tenglamaga qo'yiladi va hosil bo'lgan ifodaning ikkala tomonini $\psi_m^{0*}(x)$ ga ko'paytirib chiqiladi, so'ngra x bo'yicha integrallanadi. U holda (8.4) tenglamaning chap tomoni

$$\sum c_n \int \psi_m^{0*}(x)(\hat{H}_0 + \lambda\hat{w})\psi_n^0(x)dx = \sum c_n \int \psi_m^{0*}(x)E_n^0\psi_n^0(x)dx +$$

$$+\lambda\sum_n c_n \int \psi_m^{0*}(x)\hat{w}\psi_n^0(x)dx = \sum c_n E_n^0 \int \psi_m^{0*}(x)\psi_n^0(x)dx + \lambda\sum_n c_n w_{mn} =$$

$$= \sum_n c_n E_n^0\delta_{mn} + \lambda\sum_n c_n w_{mn} = c_m E_m^0 + \lambda\sum_n w_{mn}c_n$$

ko'rinishda bo'ladi, bunda

$$w_{mn} = \int \psi_m^{0*} \hat{w} \psi_n^0 dx \qquad (8.6)$$

bo'lib, energetik tasavvurdagi g'alayonlanish energiyasining matrik elementini ifodalaydi. Endi (8.4) ning o'ng tomoni hisoblab chiqiladi:

$$\sum_n E\psi_m^{0*}(x)c_n\psi_n^0(x) = E\sum_n c_n \int \psi_m^{0*}(x)\psi_n^0(x)dx = E\sum_n c_n\delta_{mn} = Ec_m.$$

Yuqoridagilarni hisobga olib, (8.4) tenglamani quyidagicha o'zgartirish mumkin:

$$\left(E - E_m^0\right)c_m = \lambda\sum_n w_{mn}c_n. \qquad (8.7)$$

Hosil bo'lgan (8.7) tenglamadan to'lqin funksiyasiga va energiya qiymatiga tuzatmalarni aniqlash maqsadida c_m xususiy funksiyalarni va E xususiy qiymatlarini λ parametr darajalari bo'yicha qatorga yoyilmasini olish kerak:

$$c_m = c_m^{(0)} + \lambda c_m^{(1)} + \lambda^2 c_m^{(2)} + \ldots \qquad (8.8)$$

$$E = E^{(0)} + \lambda E^{(1)} + \lambda^2 E^{(2)} + \ldots \qquad (8.9)$$

Ushbu paragrafda aynish mavjud bo'lmagan holatni tekshirib chiqiladi, ya'ni (8.2) tenglama bilan ifodalangan va ga'layonlanmagan holatga tegishli bo'lgan E_n^0 energiyaning xususiy qiymati bitta ψ_n^0 xususiy funksiyaga mos kelishi ko'rib chiqiladi. (8.8) va (8.9) larni (8.7) tenglamaga qo'yilsa, quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\left(E^{(0)} - E_m^0 + \lambda E^{(1)} + \lambda^2 E^{(2)} + \ldots\right)\left(c_m^{(0)} + \lambda c_m^{(1)} + \lambda^2 c_m^{(2)} + \ldots\right) =$$

$$= \lambda\sum_n w_{mn}\left(c_n^{(0)} + \lambda c_n^{(1)} + \lambda^2 c_n^{(2)} + \ldots\right) \qquad (8.10)$$

Ushbu tenglikdan foydalanib, hamda bir xil darajalari bo'lgan hadlarni yig'ib chiqib, quyidagi tenglamalarni olish mumkin:

1.(8.10) tenglamaning ikkala tomonidagi λ^0 oldidagi koeffitsiyentlar tenglashtirilsa, biz nolinchi yaqinlashish uchun quyidagi tenglikni hosil qilish mumkin:

$$(E^{(0)} - E_m^{(0)})c_m^{(0)} = 0, \qquad m = 1,2,3,\ldots,k,\ldots \qquad (8.11)$$

Ushbu ifoda $\hat{H}_0$ - g'alayonlanmagan sistemaning tenglamasi bo'ladi. Bizni $\hat{W}$ g'alayon ta'siri natijasida E_k^0 energetik sath bilan bir qatorda ψ_k^0 to'lqin funksiyasining o'zgarishi ham qiziqtiradi. Demak, (8.11) dagi yechimlar ichidan biz k –tartib raqamiga mos keluvchi yechimlar ajratib olinadi:

$$E^{(0)} = E_k^{(0)}, \quad c_m^{(0)} = \delta_{mk} \qquad (8.12)$$

bu yerda faqat bitta koeffitsiyent, ya'ni $c_k^{(0)} = 1$ bo'ladi, qolgan hamma koeffitsiyentlar - $c_m^{(0)}$ lar esa nolga teng bo'ladi: $c_m^{(0)} = 0$. Olingan (8.12) yechim nolinchi yaqinlashishdagi yechim bo'ladi va shu yechimdan foydalangan holda keyingi, ya'ni birinchi yaqinlashishdagi yechimni olish mumkin.

2.(8.10) tenglamalarning ikkala tomonidagi λ^1 qatnashgan hadlarning oldidagi koeffitsiyentlari tenglashtirilsa, quyidagi tenglamani hosil qilish mumkin:

$$\left(E^{(0)} - E_m^{(0)}\right)c_m^{(1)} + E^{(1)}c_m^{(0)} = \sum_n w_{mn}c_n^{(0)}.$$

Olingan tenglamani k-sathni tekshirishga qo'llaniladi. (8.12) lardan foydalanib hamda $\sum_n w_{mn}c_n^{(0)}$ tenglikdandan $m=n$ bo'lgan hadni ajratib olib, quyidagi ifodaga kelinadi:

$$\left(w_{mm} - E^{(1)}\right)\delta_{mk} + \left(E_m^{(0)} - E_k^{(0)}\right)c_m^{(1)} + \sum_{m\neq n} w_{mn}\delta_{nk} = 0 \qquad (8.13)$$

Avvalo, ushbu (8.13) tenglamadan $m=k$ tenglama ajratib olinadi va

$$w_{kk} - E^{(1)} = 0$$

tenglama hosil bo'ladi. Demak, birinchi yaqinlashishdagi E_k^0 energetik sathga tuzatmani topgan bo'lamiz:

$$E^{(1)} = w_{kk}. \qquad (8.14)$$

Keyingi bosqichda (8.13) dagi $m\neq k$ bo'lgan boshqa hadlarni ajratib olib, quyidagi tenglik hosil bo'ladi:

$$\left(E_m^{(0)} - E_k^{(0)}\right)c_m^{(1)} + w_{mk} = 0.$$

Bu tenglamadan birinchi yaqinlashishdagi $c_m^{(1)}$ tuzatmani aniqlash mumkin:

$$c_m^{(1)} = \frac{w_{mk}}{E_k^{(0)} - E_m^{(0)}}, \quad m \neq k. \qquad (8.15)$$

Demak, "x-tasavvurda" birinchi tartibli yaqinlashishda, tuzatmalarni hisobga olgan holda, k sathning energetik qiymati va xususiy funksiyalari quyidagi formulalar orqali aniqlanadi:

$$E_k = E_k^0 + w_{kk} \tag{8.16}$$

$$\psi_k(x) = \psi_k^0(x) + \sum_{m\neq k} \frac{w_{mk}}{E_k^0 - E_m^0}\psi_m^0(x). \tag{8.17}$$

Olingan (8.16) va (8.17) lar kvant mexanikasidagi g'alayonlanish nazariyasining muhim formulalaridir.

3.Ikkinchi tartibli tuzatmalarni hisoblash tenglamalarini keltirib chiqaraylik. Buning uchun yana bir marta (8.10) da keltirilgan tenglamalarning ikkala tomonidagi λ^2 qatnashgan hadlar oldidagi koeffitsiyentlarini tenglashtirilsa,

$$(E^{(0)} - E_m^0)c_m^{(2)} + E^{(1)}c_m^{(1)} + E^{(2)}c_m^{(0)} = \sum w_{mn}c_n^{(1)}$$

hosil bo'ladi. (8.14) va (8.15) – birinchi yaqinlashishni hisoblash formulalarini olingan tenglamaga qo'yib, k sath uchun quyidagi ikkinchi yaqinlashishda hosil bo'lgan tuzatmalarni hisoblash formulalri olinadi:

$$(E_m^0 - E_k^0)c_m^{(2)} + (w_{mm} - w_{kk})\frac{w_{mk}}{E_k^0 - E_m^0} - E^{(2)}\delta_{mk} +$$
$$+\sum_{n\neq k} w_{mn}\frac{w_{nk}}{E_k^0 - E_n^0} = 0. \tag{8.18}$$

Ushbu (8.18) tenglamadan $m=k$ bo'lgan holdan ikkinchi yaqinlashishda E_k^0 energetik sathga tuzatmani topish mumkin, ya'ni:

$$E^{(2)} = \sum_{n\neq k}\frac{w_{kn}w_{nk}}{E_k^0 - E_n^0} \tag{8.19}$$

$m\neq k$ bo'lgan hollar uchun esa $c_m^{(2)}$ - tuzatmalarni aniqlash mumkin:

$$c_m^{(2)} = \sum\frac{w_{mn}w_{nk}}{\left(E_k^0 - E_n^0\right)\left(E_k^0 - E_m^0\right)} - \frac{w_{kk}w_{mk}}{\left(E_m^0 - E_k^0\right)^2}, \qquad m\neq k, n\neq k. \tag{8.20}$$

Yuqoridagi hisoblashlarni davom ettirib uchinchi, to'rtinchi va boshqa yuqoriroq tartibli yaqinlashishlarni hisoblovchi formulalarni keltirib chiqarish mumkin. Bu darslikda ikkinchi yaqinlashish bilangina chegaralanamiz. Shunday qilib, tekshirilayotgan sistemaning ikkinchi yaqinlashishni hisobga olgan holda k-sathdagi energiya va xususiy funksiyalarining qiymatlarini hisoblash formulalari quyidagi ko'rinishga keladi:

$$E_k = E_k^0 + \lambda w_{kk} + \lambda^2\sum_{n\neq k}\frac{w_{kn}w_{nk}}{E_k^0 - E_n^0}. \tag{8.21}$$

$$c_m = \lambda \frac{w_{mk}}{E_k^0 - E_n^0} + \lambda^2 \left(\sum \frac{w_{mn} w_{nk}}{\left(E_k^0 - E_n^0\right)\left(E_k^0 - E_m^0\right)} - \frac{w_{kk} w_{mk}}{\left(E_m^0 - E_k^0\right)^2} \right) \cdot \quad (8.22)$$

Olingan formulalar orqali g'alayonlanish nazariyasining qo'llanilish shartlarini olish mumkin. Yuqorida aytib o'tilgan $\hat{W}$ operatorining $\hat{H}$ operatoriga nisbatan kichikligi to'g'risidagi tasdiq quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\frac{\lambda w_{nm}}{E_n^0 - E_m^0} << 1, \quad n \neq m, \quad (8.23)$$

bunda w_{nm} g'alayonlangan operatorning matrik elementlarini beradi.

8.2. Angarmonik ossillyator

Avvalgi paragrafda olingan formulalarni chiziqli angarmonik ossillyatorning energiya sathlarini aniqlash uchun tatbiq etishga harakat qilaylik. Ma'lumki, garmonik ossillyator real mexanik sistemalarning ideallashgan holatini tavsiflaydi. Haqiqatda esa zarrachalarning potensial energiyasi $\frac{m\omega_0^2}{2}x^2$ funksiya bilan emas, balki murakkabroq bo'lgan qandaydir $U(x)$ funksiya orqali ifodalanadi. Faraz qilaylik, $U(x)$ potensial energiyaga ega bo'lgan zarracha potensial o'rada joylashgan bo'lsin. Muvozanat vaziyat koordinata boshiga joylashtiriladi, ya'ni, $x = 0$ da $U'(x) = 0$ bo'lishi kerak. Potensial energiyani shunday tanlab olamizki, muvozanat vaziyatida u nolga teng bo'lsin, ya'ni $U(0) = 0$ shart bajarilsin. Potensial energiyaning darajali qatorga yoyilmasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$U(x) = U(0) + \frac{x}{1!}U'(0) + \frac{x^2}{2!}U''(0) + \frac{x^3}{3!}U'''(0) + \ldots..$$

$U(0) = U'(0) = 0$ ekanligi hisobga olinsa, hamda $x = 0$ turg'un muvozanat nuqtasida ushbu:

$$\frac{1}{2}U''(0) = \frac{m\omega_0^2}{2}, \quad \frac{1}{3!}U'''(0) = \alpha,$$

belgilashlarni kiritilsa, u holda qo'yilgan masalani nolinchi yaqinlashishda emas, balki yuqori tartibli hadlari hisobga olgan holda yechish kerak bo'ladi. Mana shu hollarda angarmonik ossilatorga ega bo'linadi.

Angarmonik ossilator uchun bir o'lchamli Shredinger tenglamasi ushbu ko'rinishga ega bo'ladi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{m\omega_0^{\,2}}{2}x^2\psi+\alpha x^3\psi=E\psi \tag{8.24}$$

Ushbu masala oldingi paragrafda yoritilgan g'alayonlanish nazariyasining ishchi formulalari yordamida yechiladi. (8.24) da gamiltonian

$$\hat{H}=\frac{\hat{p}^2}{2m}+\frac{m\omega_0^{\,2}x^3}{2}+\alpha x^3 \tag{8.25}$$

ko'rinishga ega, g'alayonlanish energiya qiymatining ko'rinishi esa

$$\hat{W}=\alpha x^3 \tag{8.26}$$

bo'ladi. Ma'lumki, $\alpha=0$ holat – g'alayonlanmagan sistemaning kvant sathlari bo'lib, garmonik ossilyator sathlarining o'zginasidir. Uning xususiy qiymatlari va xususiy funksiyalari ma'lum (IV-bobga qarang):

$$E_n^0=\hbar\omega_0\left(n+\frac{1}{2}\right), \qquad \psi^0{}_n(x). \tag{8.27}$$

Tekshirilayotgan masalada aynish holatlari mavjud emas, ya'ni har bir energetik sathga bitta to'lqin funksiyasi mos keladi. G'alayonlangan energiyaning matrik elementi esa (8.6) ga ko'ra,

$$W_{mn}=\int\psi_m^0\hat{W}\psi_n^0dx=\alpha\int\psi_m^0x^3\psi_n^0dx=\alpha\left(x^3\right)_{mn} \tag{8.28}$$

ko'rinishga ega bo'ladi, bunda $\left(x^3\right)_{mn}$ orqali x^3 uchun mos kelgan matrik elementlar belgilangan. (8.21) formulaga asosan ikkinchi yaqinlashishdagi g'alayonlangan sistemadagi *k*-sathning energiyasi

$$E_k=E_k^0+\alpha\left(x^3\right)_{kk}+\alpha^2\sum_{n\neq k}\frac{\left(x^3\right)_{nk}\left(x^3\right)_{kn}}{E_k^0-E_n^0} \tag{8.29}$$

ga teng bo'ladi. Demak, qo'yilgan masalani yechish uchun $\left(x^3\right)_{mn}$ matritsa elementlarini hisoblashning o'zi kifoya. Bizga ma'lum bo'lgan (6.60) dagi x_{mn} matrik elementlari

$$x_{mn}=x_0\left(\sqrt{\frac{n}{2}}\delta_{n-1,m}+\sqrt{\frac{n+1}{2}}\delta_{n+1,m}\right), \qquad x_0=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_0}} \tag{8.30}$$

dan foydalangan holda, $\left(x^3\right)_{mn}$ matritsa elementlarini matritsalarni ko'paytirish qoidasiga binoan bevosita topish mumkin:

$$\left(x^3\right)_{kn} = \sum_l x_{kl}\left(x^2\right)_{ln} = \sum_l x_{kl}\sum_m x_{lm}x_{mn} = \sum_l\sum_m x_{kl}x_{lm}x_{mn}. \qquad (8.31)$$

Ushbu (8.31) formulaga (8.30) dan x_{kl}, x_{lm} va x_{mn} ifodalari qo'yilsa, quyidagi natijaga kelinadi:

$$\left(x^3\right)_{kn} = \left(\frac{\hbar}{m\omega_0}\right)^{\frac{3}{2}}\sum_l\sum_m\left(\frac{k}{2}\delta_{k-1,l} + \frac{k+1}{2}\delta_{k+1,l}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{l}{2}\delta_{l-1,m} + \frac{l+1}{2}\delta_{l+1,m}\right)\left(\frac{m}{2}\delta_{m-1,n} + \frac{m+1}{2}\delta_{m+1,n}\right) \qquad (8.32)$$

(8.32) da Kronecker belgisi qatnashmaganligi sababli l va m lar bo'yicha qatorlarning yig'indisini hisoblash yetarli bo'ladi va natijada, $\left(x^3\right)_{mn}$ ning noldan farqli faqatgina to'rtta elementi uchun quyidagi ifodalarni olish munkin:

$$\left(x^3\right)_{k-3,n} = x_0^3\sqrt{\frac{k(k-1)(k-2)}{8}}\delta_{k-3,n},$$
$$\left(x^3\right)_{k-1,n} = x_0^3\sqrt{\frac{9}{8}k^3}\delta_{k-1,n},$$
$$\left(x^3\right)_{k+1,n} = x_0^3\sqrt{\frac{9}{8}(k+1)^3}\delta_{k+1,n}, \qquad (8.33)$$
$$\left(x^3\right)_{k+3,n} = x_0^3\sqrt{\frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{8}}\delta_{k+3,n}.$$

Bu matritsalarda dioganal elementlar yo'q. Shu sababli (8.21) tenglikning o'ng tarafidagi ifodaning ikkinchi hadi aynan nolga aylanadi, ya'ni g'alayonlanish gamiltonianidagi αx^3 had birinchi yaqinlashishda hech qanday tuzatma bermaydi:

$$\left(x^3\right)_{kk} = 0 \qquad (8.34)$$

Ikkinchi yaqinlashishda beradigan tuzatmasini hisoblashda, (8.21) tenglikning o'ng tarafidagi ifodaning uchinchi hadini hisoblashda, n bo'yicha yig'indida faqat to'rtta had qoladi, ya'ni $n=k\pm3$ va $n=k\pm1$. Bundan tashqari $\left(x^3\right)_{kn} = \left(x^3\right)_{nk}$ bajarilishini hisobga olsak, quyidagi formulani olinadi:

$$\sum_{n\neq k}\frac{\left(x^3\right)_{kn}\left(x^3\right)_{nk}}{E^0{}_k-E^0{}_n}=\left(\frac{\hbar}{m\omega_0}\right)^3\times$$

$$\times\left[\frac{1}{3}\frac{k(k-1)(k-2)}{8}+\frac{9}{8}k^3-\frac{9}{8}(k+1)^3-\frac{1}{3}\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{8}\right]\frac{1}{\hbar\omega}\tag{8.35}$$

chunki,

$$E^0_{k-3}-E^0_n=3\hbar\omega,\ \ E^0{}_{k+3}-E^0{}_n=-3\hbar\omega.$$

Shunday qilib, ikkinchi yaqinlashishdagi k-energetik sathga beradigan tuzatma

$$E^{(2)}=-\frac{15}{4}\frac{1}{\hbar\omega}\left(\frac{\hbar}{m\omega}\right)^3\left(k^2+k+\frac{11}{30}\right)\tag{8.36}$$

bo'ladi. Demak, (8.29) formulaga (8.27), (8,34) va (8.36) ifodalar qo'yilsa, angarmonik ossillyatorning $\hat{W}=\alpha x^3$ g'alayonlanish hadini hisobga olgan holda, kvant sathlarining enrgiyasini hisoblash uchun quyidagi formula hosil qilinadi:

$$E_k=\hbar\omega_0\left(k+\frac{1}{2}\right)-\frac{15}{4}\frac{\alpha^2}{\hbar\omega}\left(\frac{\hbar}{m\omega}\right)^3\left(k^2+k+\frac{11}{30}\right).\tag{8.37}$$

8.3. Aynish mavjud bo'lgan holda g'alayonlanish nazariyasi

Endi $\hat{H}_0$ g'alayonlanmagan operatorning xususiy qiymatlari aynigan holini ko'rib chiqaylik, ya'ni bitta energiyaning xususiy qiymatiga bir nechta xususiy funksiyalar mos kelsin. Boshqacha aytganda, $E=E^0_n$ g'alayonlanmagan sistemadagi xususiy qiymat orqali berilgan holat, $\psi^0_{n_1},\psi^0_{n_2},......\psi^0_{n_s}$ o'zaro ortoganal bo'lgan funksiyalar, yoki ularning ixtiyoriy chiziqli kombinatsiyasi orqali ifodalansin. G'alayolanishni hisobga olgan holda $\hat{H}_0$ operatorning xususiy qiymatlari aynimaydi, yoki ularning aynish darajasi kamayadi. Aynish mavjud bo'lganida g'alayonlanish yo'qoladi, ya'ni aynishning ta'siri natijasida energiya sathi bir nechta bir-biriga yaqin joylashgan sathlarga ajraladi. Ushbu hosil bo'lgan sathlarning har biriga o'zining yagona to'lqin funksiyasi mos keladi.

Endi masalani hal qilish uchun (8.7) tenglamaga murojaat qilinadi, lekin uni bir oz o'zimizning hol uchun moslashtirishimiz kerak bo'ladi.

Aynish mavjud bo'lgan holda operatorning xususiy funksyalari ikkita, ya'ni n va α, indekslarga bog'liq bo'ladi. Demak, bitta n indeks o'rniga, ikkita n va α indekslarni ishlatish kerak. U holda

$$\psi(x)=\sum_{n,\alpha} c_{n\alpha}\psi^{0}_{n\alpha}(x) \tag{8.38}$$

bo'ladi va (8.7) tenglama

$$\left(E-E^{0}_{m}\right)c_{m\beta}=\sum_{n} W_{m\beta,n\alpha}c_{n\alpha} \tag{8.39}$$

ko'rinishga keladi. Bunda

$$W_{m\beta,n\alpha}=\int \psi^{0*}_{m\beta}\hat{W}\psi^{0}_{n\alpha}dx \tag{8.40}$$

g'alayonlangan energiyaning matrik elementi bo'lib, aynigan holatlarni ham o'z ichiga qamrab olgan.

Bizni qiziqtirayotgan hol bu E^{0}_{k} sathga yaqin joylashgan g'alayonlangan sistemaning E_k kvant sathini va unga tegishli bo'lgan $\psi_{k\alpha}(x)$ xususiy funksyalarni aniqlashdan iborat. Aynish mavjud bo'lgan holda nolinchi yaqinlashishda (8.39) tenglamadan

$$\left(E^{0}_{k}-E\right)c_{k\beta}=0 \tag{8.41}$$

ifoda kelib chiqadi va bundan $E=E^{0}_{k}$ da $c_{k\beta}\neq 0$ degan hulosaga kelinadi. Shuning uchun bu holda

$$\left.\begin{aligned} c_{k\alpha}=c^{(0)}_{k\alpha}(\neq 0),\quad & \alpha=1,2,\ldots\ldots,f_k \\ c^{(0)}_{n\alpha}=0\quad & (n\neq k) \end{aligned}\right\} \tag{8.42}$$

bo'ladi. Nolinchi yaqinlashishda (8.39) tenglamalardan $c_{k\alpha}$ nolga teng bo'lmagan hadlar tanlab olinadi, ya'ni

$$\left(E^{0}_{k}-E\right)c^{(0)}_{k\beta}=\sum_{\alpha,\beta} W_{k\beta,k\alpha}c^{(0)}_{k\alpha} \tag{8.43}$$

tenglik ajratib olinadi. $\alpha=\beta$ hadlarni alohida ajratib, tenglamaning chap tomoniga o'tkazilsa va k indeks vaqtincha yozilmasa, u holda quyidagi tenglamaga kelinadi:

$$(E^{0}_{k}+W_{\beta\beta}-E)c^{(0)}_{\beta}+\sum_{\alpha\neq\beta}^{f_k} W_{\beta\alpha}c^{(0)}_{\alpha}=0. \tag{8.44}$$

Biz k indeksni faqat E^{0}_{k} hadda saqlab qoldik, chunki E^{0}_{k} sathga tegishli bo'lgan guruh f_k holatlardan tashkil topgan. Olingan (8.44) tenglama noldan farqli bo'lgan yechimlarga ega bo'lishi uchun (8.44) tenglamaning diskriminanti nolga teng bo'lishi kerak:

$$\Delta(E)=\begin{vmatrix} E_k^0+W_{11}-E, W_{12},\ldots\ldots\ldots W_{1f_k} \\ W_{21}, E_k^0+W_{22}-E,\ldots\ldots\ldots W_{2f_k} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ W_{f_k1},\ldots\ldots\ldots, E_k^0+W_{f_kf_k}-E \end{vmatrix}=0. \tag{8.45}$$

Hosil bo'lgan E ga nisbatan tuzilgan f_k darajali algebraik tenglamaning ildizlari quyidagicha bo'ladi:

$$E=E_{k1},E_{k2},\ldots E_{kf} \tag{8.46}$$

$W_{\beta\alpha}$ matrik elementlar kichik bo'lganligi sababli, bu olingan ildizlar bir-biriga yaqin joylashgan bo'ladi. Demak, g'alayonlanish natijasida E_k^0 aynigan holat bir qator bir-biriga yaqin joylashgan sathlardan iborat bo'ladi va bunda aynish holatlar yo'qoladi. Agarda (8.46) dagi bir necha ildizlar bir-biriga teng bo'lsa, u holda aynish qisman yo'qolgan bo'ladi.

Nolinchi yaqinlashishdagi aniq to'lqin funksiyani hosil qilish uchun cheksiz ko'p chiziqli kombinatsiyalar ichida (8.44) tenglamaga tegishli bo'lgan $c_{k\alpha}^{(0)}$ koeffitsiyentlar uchun funksiyalar to'plamini tanlab olish kerak:

$$\psi_{k,\beta}^{(0)}(x)=\sum_{\alpha=1}^{f} C_{k\alpha}^{(0)}\psi_{k\alpha}^{(0)}(x). \tag{8.47}$$

Endi (8.45) tenglamani yechib, har bir (8.46) dagi ildizni qiymatini (8.44) dagi tenglamaga qo'yish kerak. Bu orqali $c_{k\alpha}^{(0)}$ koeffitsiyentlar aniqlangan bo'ladi va olingan natajani (8.47) qo'yib, nolinchi yaqinlashishda izlanayotgan to'lqin funksiyalari aniqlanadi.

8.4. Elektr maydonida vodorod atomining energetek sathlarini ajralishi

Elektr maydon ta'sirida atom spektr chiziqlarining ajralishi Shtark effekti deyiladi. 1913-yilda I. Shtark elektr maydon ta'sirida vodorod atomida Balmer seriyasi chiziqlarining ajralishini kuzatdi. Agar elektr maydon yetarlicha zaif bo'lsa va bu maydon ta'sirida yuzaga keladigan qo'shimcha energiya atomning g'alayonlanmagan energiya sathlari orasidagi masofalarga nisbatan kichik bo'lsa, u holda sathlar ajralishini g'alayonlanish nazariyasi asosida hisoblash mumkin.

Odatda, atomning ichki elektr maydoni tashqi maydonga nisbatan juda katta bo'ladi. Masalan, vodorod atomida birinchi Bor orbitasi uchun Kulon maydonining kuchlanganligi

$$E_1 = \frac{e}{a^2} = 5{,}13\cdot 10^{11}\frac{V}{m}$$

bo'ladi. Shuning uchun atomning tashqi elektr maydoni ta'sirida olgan qo'shimcha potensial energiyasini

$$W = eEz = -D_z E \qquad (8.48)$$

tuzatma yoki g'alayonlanish sifatida qarash mumkin. Bu yerda E tashqi elektr maydon kuchlanganligini bildiradi va tashqi elektr maydoni z o'qiga mos yo'nalishda olingan $D_z = -ez$ komponenta z o'qiga nisbatan dipol momentini bildiradi. Demak, elektronning to'la potensial energiyasi

$$U'(r) = U(r) + eEz$$

bo'ladi va statsionar holatlar uchun Shredinger tenglamasi quyidagicha ko'rinish oladi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + [U(r) + eEz]\psi = E\psi \qquad (8.49)$$

Ushbu masalada g'alayonlanish bo'lmaganida atomining elektroni uchun Shredinger tenglamasining xususiy funksiyalari va xususiy qiymatlari nolinchi yaqinlashishi sifatida tanlab olish mumkin. Elektr maydonining ta'sirini hisobga olmagan holda atom kvant sathlarining energiyasini:

$$E = E_{nl}^0 \qquad (8.50)$$

va tegishli to'lqin funksiyalarini:

$$\psi_{nlm}^0 = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi) \qquad (8.51)$$

orqali belgilash mumkin.

Ushbu paragrafga vodorod atomida ikkinchi kvant sathi (n=2 bo'lgan sath) ning ajralishi ko'rib chiqiladi, chunki birinchi sathda aynish mavjud emas va shu sababli spektrlarning ajralishi yuz bermaydi. Qayd etilgan kvant holatiga quyidagi to'lqin funksiyalari bilan ifodalangan to'rt holat mos keladi va ularni (8.51) dan osongina hosil qilish mumkin:

$$
\begin{aligned}
\psi_{200} &= R_{20}(r)Y_{00}\\
\psi_{210} &= R_{21}(r)Y_{10}\\
\psi_{211} &= R_{21}(r)Y_{11}\\
\psi_{21,-1} &= R_{21}(r)Y_{1,-1}
\end{aligned}
\tag{8.52}
$$

Demak (2.81) ga binoan

$$
Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}},\ Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta,\ Y_{1,\pm1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\cdot e^{\pm i\varphi}
\tag{8.53}
$$

bo'ladi. Ikkinchidan, radial funksiyalarni (5.46) formula yordamida osongina hisoblash mumkin:

$$
\begin{aligned}
R_{20} &= \frac{1}{\sqrt{2a^3}}e^{-\frac{r}{2a}}\left(1-\frac{r}{2a}\right)\\
R_{21} &= \frac{1}{\sqrt{6a^3}}e^{-\frac{r}{2a}}\frac{r}{2a}
\end{aligned}
\tag{8.54}
$$

bunda a – Bor orbitasining radiusi, $\frac{1}{\sqrt{2a^3}}$ va $\frac{1}{\sqrt{6a^3}}$ esa normallashtiruvchi koeffitsiyentlar. Sferik koordinatalar sistemasi hisobga olinsa, (8.52) dagi funksiyalarni quyidagicha yozish mumkin:

$$
\begin{aligned}
\psi_{200} &= \psi_1^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}R_{20} = f(r),\\
\psi_{210} &= \psi_2^0 = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}R_{21}\frac{z}{r} = F(r)z,\\
\psi_{211} &= \psi_3^0 = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}R_{21}\frac{x+iy}{r} = F(r)\frac{x+iy}{r},\\
\psi_{21,-1} &= \psi_4^0 = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}R_{21}\frac{x-iy}{r} = F(r)\frac{x-iy}{\sqrt{2}}.
\end{aligned}
\tag{8.55}
$$

E_2^0 sathga tegishli umumiy holat esa (8.47) ga binoan

$$
\varphi = \sum_{\alpha=1}^{4} C_\alpha \psi_\alpha^{(0)}
\tag{8.56}
$$

bo'ladi. Endi, aynish mavjud bo'lgan holda g'alayonlanish nazariyasiga asosan kvant holatlarini va to'lqin funksiyalarini aniqlash uchun (8.44) dagi tenglamani yechish kerak bo'ladi. Bu holda tenglamalar quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$(E_2^0 + W_{\beta\beta} - E)c_\beta + \sum_{\alpha \neq \beta}^{4} W_{\beta\alpha} c_\alpha = 0, \qquad \alpha, \beta = 1,2,3,4 \tag{8.57}$$

$$W_{\beta\alpha} = \int \psi_\beta^{0*} eE\, z \psi_\alpha^0 dv \,. \tag{8.58}$$

Avvalo (8.57) tenglamada qatnashayotgan matrik elementlar hisoblab chiqiladi. (8.55) dagi funksiyalar sferik koordinatalar sistemasida ifodalanganligi sababli (8.58) dagi matrik elementlarni integrallashni sferik koordinatalar sistemasida amalga oshirish maqsadga muvoffiqdir. (8.58) dagi ikkita W_{12} va W_{21} noldan farqli integrallardan tashqari barcha integrallar nolga teng bo'ladi. Misol tariqasida W_{11} matrik elementlari hisoblab chiqiladi. $z = r\cos\theta$ ekanligi hisobga olinsa,

$$W_{11} = eE \int \psi_1^{0*} r\cos\theta \psi_1^0 r^2 \sin\theta\, dr d\theta d\varphi =$$

$$= eE \frac{1}{\sqrt{2a^3}} \frac{1}{\sqrt{2a^3}} \int_0^\infty e^{-\frac{2r}{2a}} r^2 (1 - \frac{r}{2a})^2 dr \int_0^\pi \cos\theta \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 0 \tag{8.59}$$

bo'ladi, chunki

$$\int_0^\pi \cos\theta \sin\theta d\theta = 0.$$

Endi nolga teng bo'lmagan W_{12} va W_{21} matrik elementi hisoblab chiqiladi:

$$W_{12} = W_{21} = eE \int f(r) F(r) z^2 dv =$$

$$= \frac{eE\sqrt{3}}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{1}{a^3} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{-\frac{r}{2a}} (1 - \frac{r}{2a}) e^{-\frac{r}{2a}} \frac{1}{r} \frac{r}{2a} z^2 r^2 \sin\theta\, dr d\theta d\varphi \,. \tag{8.60}$$

Bu integralni hisoblashda quyidagilardan foydalaniladi:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \,,$$

$$\int_0^\pi z^2 \sin\theta d\theta = r^2 \int_0^\pi \cos^2\theta \sin\theta d\theta = \frac{2}{3} r^2 \,,$$

hamda $\gamma = \frac{r}{a}$ - yangi o'zgaruvchi kiritib, (8.60) integralning natijasi olinadi:

$$W_{12} = W_{21} = \frac{eEa}{12} \int_0^\infty e^{-\gamma} (1 - \frac{\gamma}{2}) \gamma^4 d\gamma = -3eEa \tag{8.61}$$

Yuqoridagi keltirilgan integrallarni hisoblab bo'lingach, (8.57) dagi tenglamalar sistemasini oshkor ravishda yozish mumkin:

$$\begin{aligned} &\left(E_2^0 - E\right)c_1 + W_{12}c_2 = 0, \\ &\left(E_2^0 - E\right)c_2 + W_{21}c_1 = 0, \\ &\left(E_2^0 - E\right)c_3 = 0, \\ &\left(E_2^0 - E\right)c_4 = 0. \end{aligned} \qquad (8.62)$$

(8.45) determinantning ko'rinishi bu holda quyidagicha bo'ladi:

$$\Delta_2(E) = \begin{vmatrix} E_2^0 - E & W_{12} & 0 & 0 \\ W_{21} & E_2^0 - E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_2^0 - E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_2^0 - E \end{vmatrix}$$

Ushbu determinant hisoblansa,

$$\left[\left(E_2^0 - E\right)^2 - W_{12}^2\right]\left(E_2^0 - E\right)\left(E_2^0 - E\right) = 0 \qquad (8.63)$$

ifodaga ega bo'linadi va (8.63) tenglamaning to'rtta ildizi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$E_1 = E_2^0 + W_{12}, \ \ E_2 = E_2^0 - W_{12}, \ \ E_3 = E_2^0, \ \ E_4 = E_2^0. \qquad (8.64)$$

(8.64) ifoda g'alayonlangan sathlarning energiya qiymatlarini ifodalaydi. Natijada $E_2^0 \to E_1^0$ tegishli bo'lgan bitta spektral chiziq o'rniga

$$E_4 \to E_1^0\ , \ E_3 \to E_1^0, \ E_2 \to E_1^0, \ E_1 \to E_1^0 \qquad (8.65)$$

uchta o'tishlarga mos bo'lgan uchta spektral chiziqqa ega bo'linadi. Shu bilan elektr maydonida spektral chiziqlarning ajralish hodisasining mavjudligi ko'rsatildi. (8.64) tenglamadan ayonki, $E_3 = E_4$ teng, ya'ni bu holda aynish holi to'la olib tashlanmagan, E_2^0 energetik sathi mumkin to'rtta sath o'rniga faqat uchta sathga ajraladi. Endi E_1, E_2, E_3 va E_4 sathlarga tegishli bo'lgan nolinchi yaqinlashishdagi φ to'lqin funksiyalarning ko'rinishlarini aniqlab chiqaylik. Shu maqsadda (8.62) tenglamalar sistemasida c_α amplitudalarni topish zarur. (8.62) tenglamaga $E = E_3 = E_2^0$ va $E = E_4 = E_2^0$ lar qo'yilsa, $c_1 = c_2 = 0$ va

$c_3 \neq 0,\ c_4 \neq 0$ ekanligi kelib chiqadi. Demak, ajralmaydigan sathlarning umumiy holatini ifodalovchi funksiyaning ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\varphi = c_3\psi_3^0 + c_4\psi_4^0\ ,\ E = E_2^0. \tag{8.66}$$

Agarda (8.62) tenglamaga $E = E_1 = E_2^0 + W_{12}$ qiymati qo‘yilsa, $c_1 = c_2$ va $c_3 = c_4 = 0$ natijani olish mumkin. Demak, E_1 energetik sathga

$$\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_1^0 + \psi_2^0\right)\ ,\ E_1 = E_2^0 + W_{12} \tag{8.67}$$

to‘lqin funksiyalar mos keladi. Shunga o‘xshash $E = E_2 = E_2^0 - W_{12}$ sath uchun to‘lqin funksiyasining ko‘rinishini osongina topish mumkin:

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}\left(\psi_1^0 - \psi_2^0\right)\ ,\ E_2 = E_2^0 - W_{12} \tag{8.68}$$

bu yerda $c_3 = c_4 = 0$ va $c_1 = -c_2$ teng bo‘ladi. Shunday qilib, E - elektr maydon mavjudligini hisobga olgan holda statsionar holatlarning to‘lqin funksiyalari quyidagicha bo‘ladi: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 = \varphi_3^0,\quad \varphi_4 = \varphi_4^0$. Demak, ushbu yangi tasavvurda W g‘alayonlangan matritsaning ko‘rinishi

$$W'_{\alpha\beta} = eE\int \varphi_\alpha^* z \varphi_\beta dv \tag{8.69}$$

bo‘lib, uni quyidagi dioganal matritsalar orqali tasvirlash mumkin:

$$W' = \begin{pmatrix} 3eaE & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3eaE & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{8.70}$$

Vodorod atomida hosil bo‘ladigan Shtark effektidan olingan natijalarni quyidagicha tavsiflash mumkin. Elektr maydon ta’sirida paydo bo‘ladigan uyg‘ongan holatlar markaziy simmetriyaga ega bo‘la olmaydi va vodorod atomida nolga teng bo‘lmagan elektr dipol momenti vujudga keladi. E_1 va E_2 sathlarning siljishi φ_1 va φ_2 holatlarda dipol momentining mos ravishda $3eaE$ va $-3eaE$ ga teng ekantigi bilan aniqlanadi, birinchi holda dipol yo‘nalishi tashqi maydon yo‘nalishiga qarama-qarshi yo‘nalgan, ikkinchi holda esa u maydon yo‘nalishi bo‘yicha yo‘nalgan bo‘ladi. E_3 va E_4 sathlar esa umuman ajralmaydi, chunki bu φ_3 va φ_4 holatlarda elektr dipoli nolga teng bo‘ladi.

Shunday qilib, vodorod atomidagi chiziqli Shtark effektini paydo bo‘lishi unga tegishli bo‘lgan uyg‘ongan holatlarda elektr dipol momentining vujudga kelishi bilan chambarchas bog‘liqdir.

24-ma’ruza.

Kvant mexanikasining atom sistemalari uchun tadbiki

Mavzu: **Geliy atomi. Ortogeliy va parageliy. Atom xolatlarining klassifikatsiyasi. Atomning kvant mexanikasi va elementlarning davriy sistemasi. Murakkab xoldagi Zeeman effekti. Vodorod molekulasi. Yorug’likni yutilishi va nurlanishi.**

Reja:

1. Гелий атомида электрон спинини ҳисобга олиш
2. Molekulalarda kimyoviy bog’lanishlar va ularning fizik tabiati. Vodorod molekulasi.
3. Ikki atomli molekulalarining elektron, tebranma va aylanma harakati energiyasi. Molekulalarning nurlanish spektrlari.
4. Yorug’likning kombinatsion sochilishi.

1. Geliy atomida elektron spinini hisobga olish

Atomda elektronning TO’LQIN funktsyasi UNING fazoviy kvant sonlariga (*nIt)*xususiy xarakat miqdori momentiga$(\vec{S})$va kordinataga$(\vec{r})$ bog’liq$\Psi(nlm,\vec{S},\vec{r})$ soddarok yozish maksadida avvalgidek fazoviy kvant sonsonldarini bilan belgilaymiz U xolda ELEKTRONNING umumiy to’lqin funktsiyasini $\Psi(q, \vec{S}, \vec{r})$ kurinishida yozish mumkin. Bu funktsiya, odatda, zarrvchaning to’lqin korpuskulyar xususiyatini еьtiborga oluvchi xarakat tenglamasini yechish tufayli aniklanishi lozim xozircha bunday tanglamalardan Щredenger tanglamasini bilamiz. Ammo SHredinger tenglamasi zarrachaning spinini еыiborga ololmaydi.SHunga karamasdan uning yechimidan elektronning spini hisobga olingan xodda xam foydalanish mumkin.

Utgan paragrafda *(72* $) aniklanadiki geliy atomi elektronlarining umumiy MOMONTI MS koidasiga binoan kushiladi. Bu koida elektroning spin orbital uzaro taьsiri kuchsiz bulganda tugriligini tushundik. Demak, geliy atomi elektronlarning spin xolati ULARNING orbital xarakatiga taxminan boglik emas, kupaytmasidan iborat. SHuning uchun orbital xarakatga va spin xolatiga boglik bulgan $\Psi(q, \vec{S}, \vec{r})$ funktsiyani bir-biriga boglik bulmagan ikkita mustakil funktsiyalarning
kilib yezish mumkin:

$$\Psi(q, \vec{S}, \vec{r}) = \Psi_q(\vec{r})\,\varphi(\vec{S}) \qquad (25,1)$$

Bu yerda$\Psi_q(\vec{r})$ elektronning fazoviy xolatiga boglik bulgan funktsiya bulib SHredenger tenglamasining yechimidir. $\varphi(\vec{S})$ spin funktsiyas bulib. elektron xususiy XARAKAT MIKDOR momentining fazodagi vaziyatiga boglik. Spin funktsiyasining turli kurinishlari 59$ da aniklangan.
Umumiy to’lqin funktsiyasi

Geliy atomining xar ikkala elektroni uchun umumiy to’lqin (25,1) dan foydalanib kuyidagicha yozish mumkin

$$\Psi(q_1, \vec{S}_1, \vec{r}_1; q_2, \vec{S}_2, \vec{r}_2) = \Psi_{q_1q_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\,\varphi(\vec{S}_1, \vec{S}_2) \qquad (25,2)$$

By yerda $\Psi_{q_1q_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ ва $\varphi(\vec{S}_1, \vec{S}_2)$ xar ikkala elektronniing umumiy fazoviy va umumiy spin funktsiyasi. Elektronlar fermionlar bulganiklari sababli utvrning (25,2) umumiy to’lqin funktsiyasi fakat antisimmetrik bulishi kerak. Ikkita funktsiyaning kupaytmasi

antisimmetrik bulishi uchun albatta ularning *bira* simmetrik, ikkinchisi antisimmetrik bulishi shart (ikkitasi antisimmetrik bulsa, kupaytmasi
simmetrik funktsiya buladi):

$$\varphi^a(q_1, \vec{S}_1, \vec{r}_1; q_2, S_2; \vec{r}_2) = \varphi^a_{q_1 q_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\,\varphi^c(\vec{S}_1, \vec{S}_2) \qquad (25.3)$$

$$\varphi^a(q_1, \vec{S}_1, \vec{r}_1; q_2, \vec{S}_2, \vec{r}_2) = \varphi^c_{q_1 q_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\,\varphi^a(\vec{S}_1, \vec{S}_2) \qquad (25.4)$$

Demak.ikkita elektronningfazoviy funktsiyasi antisimmmetrik
funktsiyasi albatta simmetrik (elenktronlarning spinlari
(25,4) va aksincha fazoviy funktsiyalari simmetik bulsa spin funktsiyalari
antisimmetpik (elektronlarning spinlari karama karshi) (25,5) bulishlari keak.fazoviy funktsiyaning simmetrik va antьisimmetrik kurinishi

$$\varphi^c_{q_1 q_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 + \varphi_2), \qquad (25.5)$$

$$\varphi^a_{q_1 q_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (25.6)$$

Bu yerda

$$\varphi_1 = \varphi_{q_1}(\vec{r}_1)\,\varphi_{q_2}(\vec{r}_2), \quad \varphi_2 = \varphi_{q_1}(\vec{r}_2)\,\varphi_{q_2}(\vec{r}_1)$$

elektron spinlari xam bir-biriga daxlsiz. SHuning uchun xar ikkala elektronning umumiy spin funktsiyasi xar bir elektron spin funktsiyasining kupaytmasidan iborat kilib yozish mumkin:

$$\varphi(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = \varphi_2(\vec{S}_1)\,\varphi_2(\vec{S}_2) \qquad (25.7)$$

Bu funktsiyani simmetrik va antisimmetrik kurinishda kuyidagicha yozish mumkin

$$\varphi_1^c(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = \varphi_1\left(\tfrac{1}{2}\right)\varphi_2\left(\tfrac{1}{2}\right), \qquad (25.8)$$

$$\varphi_2^c(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = \varphi_1\left(-\tfrac{1}{2}\right)\varphi_2\left(-\tfrac{1}{2}\right), \qquad (25.9)$$

$$\varphi_3^c(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\varphi_1\left(\tfrac{1}{2}\right)\varphi_2\left(-\tfrac{1}{2}\right) + \varphi_1\left(-\tfrac{1}{2}\right)\varphi_2\left(\tfrac{1}{2}\right)\right], \qquad (25.10)$$

$$\varphi^a(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\varphi_1\left(\tfrac{1}{2}\right)\varphi_2\left(-\tfrac{1}{2}\right) - \varphi_1\left(-\tfrac{1}{2}\right)\varphi_2\left(\tfrac{1}{2}\right)\right] \qquad (25.11)$$

spin fynktsiyalariga kyyidagi spin operatorlapi

$$\hat{S}_z = \frac{1}{2}\hbar(\sigma_{z_1} + \sigma_{z_2}), \qquad (25.12)$$

$$\hat{S}^2 = \hbar^2\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2}(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2)\right] \qquad (25.13)$$

bilan ta’sir etsak,kuyidagi natijalar kelib chikadi:

$$\hat{S}_z \varphi_1^c(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = \hbar\varphi_1^c(\vec{S}_1, \vec{S}_2), \qquad (25.14)$$

$$\hat{S}_z \varphi_2^c(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = -\hbar\varphi_2^c(\vec{S}_1, \vec{S}_2), \qquad (25.15)$$

$$\hat{S}_z \varphi_3^c(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = 0, \qquad (25.16)$$

$$\hat{S}^2 \varphi^c_{1,2,3}(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = \hbar^2 S(S+1)\varphi^c_{1,2,3}(\vec{S}_1, \vec{S}_2) \qquad (25.17)$$

$$\hat{S}_z \varphi^a = 0 \qquad (25.18)$$

$$S^2 \varphi^a = 0 \qquad (25.19)$$

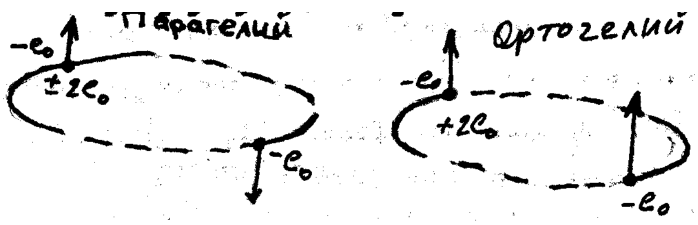
(25,14') ifoda xar ikkala elektron spini Z uki buylab,(25,5) ifoda esa spinlarning Z ukiga teskari va nixoyat(25,6) elektron spilarining ukiga tik yunalganligini bildiradi. (25,17) natija simmetrik funktsiyada xar ikkala elektronlar spinlari uzaro paralel ekanligini, (25,18)va (25,19) lar esa antisimmetrik funktsiyada elektronla spini karama-karshi yunalganligini bidiradi.

Agar xar ikkala elektron bir xil xolatda (q1 =q2) $(\varphi 1 = \varphi 2)$bulsa (25,*6)* ga binoan antisimmetrik fazoviy funktsiya nolga teng

(^^) gv binoan sxoshni xioobgv oluvchi umumiy funvzdaya fvkvg simmefik ~~fveoviy~~ B8ennyuimme1palk(^//)cpinfyIoafIYaJB|YaЩvnibopvgb

$$\psi_a(q_1, \vec{S}_1, \vec{\xi}_1; q_2, \vec{S}_2, \vec{\xi}_2) = \psi^a_{q_1 q_2}(\xi, \xi_2)\, \psi^c_s(\vec{S}_1, \vec{S}_2)$$

SHunday kilib, geliy atomi elektronlariningm spinini hisobga oluvchi umumiy tylkin fynktsiyalarini anikladik. By funktsiyalar (25,3) va (25,4) ga muvofik ikki xil bular ekan: birinchisi-(25,3) elektronlar kordinatalarini almashtirishga nisbatan antisimmetrik bulib, spinlari bir tomonga yunalgan (yigindisi birga teng) dir. Bunday xoldagi geliy atomiga ortogeliy (25,1-rasm) deyiladi, ikkinchisi (25,3), elektronlar urnini almashtirishga nisbatan simmetrik bulib eljtronlarning spini karama-karshi yunalgandir (yigindisi nolga teng). Bunday xolatdagi geliy atomiga parageliy deyiladi: Xar ikkala turdagi geliy atomlari tajribada kursatilgan va ular uz-uzidan biri



25,1 - rasm. Geliy atomida elektronlar spinlarining yunalishi.

Geliy atomining energetik spektri

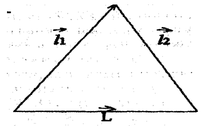
Avvalgi paragraflarda urganilgan natijalardan foydalanib geliy atomida elektronlarning energetik satxlarini aniklaylik. Bu satxlar alektronlar momentlarining kushish tartibiga, natijasiga bevosita boglik Ma’lumki, geniy atomida momentlar MS-ycyli bilan kushiladi. va umumiy I=M+S

By yerda S- elektronlar spinlarining yigindisi, M - orbatgalь momentlarining yigindisi: M $=M_1+M_2$ YuKORIDA KAYT TILGANIDEK L kuyidagi kiymatlarni M=I1 +I2, I1 +I2-1,.... ,/I1-I2/ Elktronlarning umumiy orbitali momenti M ning kiymatiga karab xolatlar aloxada nomlanadi:

M= 0 s - xolat,

M=1 R-xolat,

M=3 D-xolat, F - xolat va xakazo (opbital kvant sonining



25,2-расм. Гелий атомида электронлар орбитал моментларининг кушилиши

kiymatga karab bitta elektron-ning energetik xolati xam shunga uxshash fakat kichik xarf lari bilan nomlanadi) Faraz kilaylik $L_1=L_2=1$ bulsin .ya’ni u xar ikkala elektron r xolatda (ammo bosh kvant soni *n* turlicha) dey-lik. U xolda umumiy orbital moment kuyidagi kiymatlar-ga teng buladi (25,2-rasm):

a) M=2, agar xar ikkala elektron orbital moment-lari uzaro parallel bulsa (M_1 II M_2,)

b) M=1, agar xar ikkala elektron orbital moment lari orasidaburchak 60 bulsa $M=I_1+I_2-l=1$;

v) M=0, agar xar ikkala elektron orbital moment-lari bir - biriga antiparallel (karshi) yunalgan bulsa,

$M=I_1+I_2-2=0$, Elektron satx kuyidagicha belgilanadi:

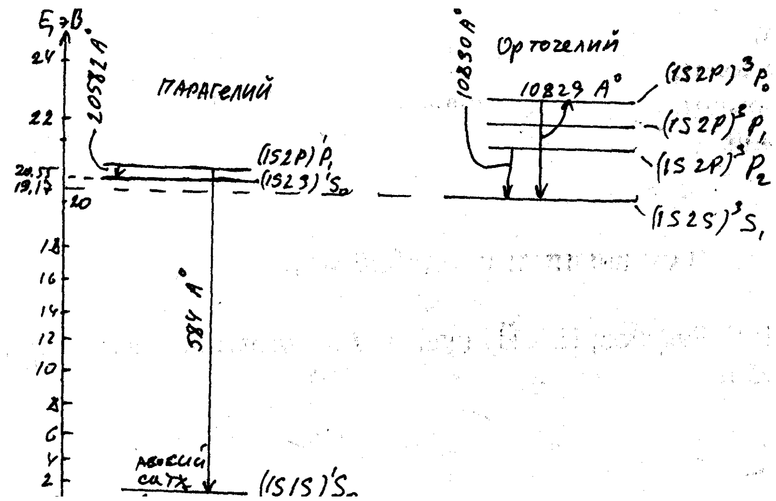
(n1 I1;n2 I2) M1

Kavs ichida birinchi va ikkinchi xadlar elektronlarning xolatlari Kavs tashkarisida umumiy orbital moment M ning kiymatiga karab xolatlar indeksi *Y*
Xolatning yukorigi indeksi *u* - mulьtipletlik soni, pastki indeks esa umumiy moment kiymati. SHu nuktai nazardan parageliy va ortogeliy energetik xolatlarining elektron konfiguratsiyasini yozaylik:

Parageliy uchun elektronlar spinlarini yigindisi S = 0. SHuning uchun mulьtipletik y =2s+l=l buladi. Demak, parageliy *energetik* xolatlari singlet buladi. Bunday atomlar magnit maydonida joylashtirilshanda normal Zeeeman effekti kuzatiladi.
Yukoridagilarga asosan parageliyning energetik satxlari kuyidagicha yoziladi
(Is, Is) So-birinchi elektron Is xolatda ikkinchi elektron xam Is XOLATDA elektronlar s xolatda bulganliklari uchun umumiy orbital moment M=0 (kavsdan cyng belgi), parageliyda xamma vakt spinlar yigindisi noldir (S=O). SHuning uchun umumiy moment I=0. Bu eng kuyi energetik satxdir.(1s, 2s)'S0—birinchi elektron 1 s xolatda, ikkinchi elektron ikkinchi satxning (n=2) s xolatida (I2=0). shuning uchun momentlarining yigindisida uzgarish yuk.
(Is *2r)'R-birinchi* elekttron avvalgi XOLATDA ikkinchi elektron ikkinchi satxning (n=2)r XOLATIDA (I2=l) ma’lum orbital momentga ega. SHu sababli umumiy orbital moment M=1 ga teng (spin s=0) va umumiy moment I=1 ga teng. Bu parageliyning eng yukorigi energetik satxi hisoblanadi. Ortogeliy uchuy s=l. SHuning uchun uning mulьtipleetligi *u*=3 bulib triplet (M+1; M; M-1) xolatlarini xosil kiladi: Uning energetik *satxlari* kuyidagicha yoziladi:
(Is, 2s) S1-,brinchi elektron Is XOLATDA ikkinchi elektron bula olmaydi. chunki spinlari uzaro parallel). Umumiy orbital moment nol (S) ga teng, ammo spinlar hisobiga umumiy moment I ga tengdir. Bu en gkichik energetik satx hisoblanadi.

(1s 2r) P1-birinchi elektron uz xolitida ikkinchi elektron ikkinchi satx (n=2) ning r xolatida. shuning uchun umumiy orbital moment M=1 s=1 va ular (M va s) uzaro paralel yunalganligi uchun umumiy moment

(1s, 2p) p1 bundan avvalgi xolatning uzi, fakat M va s momentlar uearo 60° burchak xosil kilganligi uchun umumiy moment I=1 ga



karama-karshi yunalgan SHuning uchun umumiy moment I=0. Bu eng yukorigi energetik satx hisoblanadi.
Papa va optogeliy elektronlarining energetik satxlari -rasmda kelti
--rilgan.
(ls 2p) Ro satx avvalgi xolatning uzi, fakat M va s momentlar bir-biriga karama-karshi yunalgan.SHuning uchun umumiy moment I=0. By eng yukorigi energetik satx hisoblanadi.
Para va ortogeliy zelektronlarning enegetik satxlai 25,3-rasmda

2. Molekulalarda kimyoviy bog’lanishlar va ularning fizik tabiati.

Vodorod molekulasi

Molekula deb, bir xil yoki har xil element atomlarining kimyoviy birikishidan tashkil topgan va maolum bir moddaning kimyoviy va fizik xususiyatlarini o'zida mujassamlashtirgan eng kichik zarrachaga aytiladi.

Masalan, vodorod (H_2), kislorod (O_2), azot (H_2) bir xil atomlardan tuzilgan molekulalardir. Osh tuzi (NaCl) molekulasi esa har xil atomlardan tashkil topgan molekulaga misol bo'la oladi. Molekuladagi atomlar tinimsiz tebranma harakat qiladilar, gaz holatdagi modda molekulalari esa aylanma, tebranma va ilgarilanma harakatda ham bo'lishlari mumkin. Molekuladagi atomlarning kimyoviy bog'lanishi ularning tashqi valent elektronlari orqali amalga oshadi.

Molekula asosiy holatda elektr jihatdan neytral va ko'p zarrachali murakkab kvant sistema hisoblanadi. Kvant fizikasi SHredinger tenglamasi yordamida molekulalardagi diskret energetik sathlarni aniqlash, elektronlar buluti zichligining fazoviy taqsimotini topish va molekuladagi atomlarning joylashish simmetriyasini o'rganish bilan shug'ullanadi.

Atomlardan turg'un molekula hosil bo'lishi energetik nuqtai nazardan molekula ichki energiyasi uni hosil qilgan atomlarning energiyalari yig'indisidan kichik bo'lishi bilan tushuntiriladi. Bu ikki energiyalar farqi molekulaning bog'lanish energiyasini tashkil qiladi.

Atomlarni turg'un molekula sifatida bog'lab turuvchi kuchlar asosan elektr tabiatga ega. Har qanday ikki neytral atom yoki atomlar gruppasi o'rtasida tortishish va itarish kuchlari mavjud bo'lishiga 1873 yildayoq golland fizigi I.D.Van-der-Vaals eotibor bergan. Atomlar orasida Van-der-Vaals kuchlarini hosil bo'lishini sifat jihatidan tushuntiraylik. Aytaylik, dastlab asosiy holatda elektr dipol momenti nolga teng ikki neytral atom bir-biridan mustaqil va cheksiz uzoq masofada turgan bo'lsin. Agar bu ikki atom tashqi qobiqlaridagi elektronlar buluti bir-biri bilan sezilarli darajada tutashib ketguncha yaqinlashsa, u holda bu elektronlar harakatidagi mustaqillik yo'qolib, o'zaro bog'lanish vujudga keladi. Elektronlar buluti yadrolarni tutashturuvchi to'g'ri chiziq bo'yicha qutblanganda bu ikki atom sistemasining energiyasi minimum bo'ladi.

SHunday qilib, tashqi elektronlarning harakat holatlari o'zaro bog'lanib qolishi natijasida oniy elektr dipollarga aylangan ikki atom o'rtasida tortishish kuchlari vujudga keladi. Bunday kuchlar qutbsiz molekulalar orasida ham hosil bo'ladi.

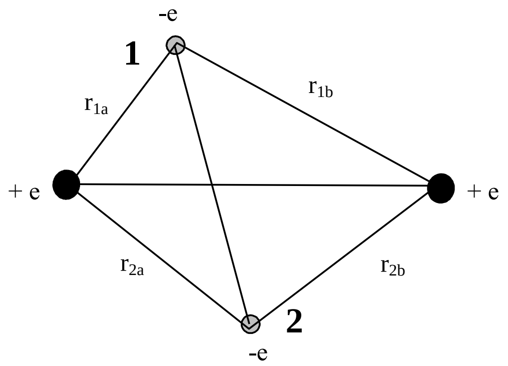
Biroq, Van-der-Vaals kuchlari issiqlik harakati tufayli atomlarni molekula holida tutib tura olmaydi. Bu molekulyar kuchlar hosil qiladigan bog'lanish energiyasi har bir atomga nisbatan ~0,1 eV tartibida bo'ladi. Van-der-Vaals kuchlari yakka holda molekula hosil qilishga etarli bo'lmasada, lekin real gazlar, suyuqliklar va baozi kristallarning xossalarida muhim rol o'ynaydi.

Molekula hosil bo'lishiga olib keladigan ximyaviy bog'lanish kuchlari ion (geteropolyar) va kovalent (gomepolyar) bog'lanish kuchlariga bo'linadi. Getero - grekcha turli xil, gomeo - bir xil degan so'zlarni anglatadi. Ko'pincha molekulalarda kovalent va ionli bog'lanish uchraydi.

1. Ionli (geteropolyar) bog'lanishni hosil bo'lishi bilan tanishaylik. Ishqoriy metallardagi valent elektron yadro bilan zaif bog'langan. Gologen atomlari tashqi

elektron qobiqini to'lishiga bitta elektron etishmaydi. Shuning uchun ishqoriy metall atomi bilan gologen atomi yaqinlashganda ishqoriy metallning bitta elektroni gologen atomiga o'tadi. Natijada ishqoriy metall musbat, gologen atom esa manfiy ionga aylanadi. Bu musbat va manfiy ionlar o'zaro elektrostatik Kulon kuchi bilan o'zaro tortishi natijasida birikib, molekulani hosil qiladi.

Osh tuzi NaCl molekulasini hosil bo'lish jarayonini sifat jihatdan tahlil qilaylik. Ishqoriy metall Na va gologenlar guruhiga kiruvchi Cl atomlarining elektron qobiqlar bo'yicha taqsimlanishi mos holda $1S^2$ $2S^2$ $2P^6$ $3S^1$ va $1S^2$ $2S^2$ $2P^6$ $3S^2$ $3P^5$ ko'rinishda bo'lib, ular tashqi elektron qobiqlarini tuzilishi bilan farqlanadi. Ularda ichki K va L elektron qobiqlar elektronlar bilan to'lgan. Natriy atomining M qobig'ida yadro bilan kuchsiz bog'langan yagona elektroni bor. Bu 3s qobiqchada elektronning bog'lanish energiyasi 5,1 eV. Xlor atomining M qobig'i batamom to'lishi uchun esa 3r qobiqchada bitta elektron etishmaydi. Agar elektron bo'lganda edi, xlor atomi uni nisbatan katta (3,7 eV) energiya bilan tutib turar edi. Demak, bir-biridan etarlicha uzoq masofada bo'lgan natriy atomidan elektronni xlor atomiga olib berish uchun 5,1-3,7=1,4 eV energiya sarflash kerak. Hosil bo'lgan ionlar bir-biriga tortiladi va birikish jarayonida 1,4 eV dan katta energiya ajralib chiqsa ular molekula bo'lib birikadilar. Tajriba va hisoblashlarning ko'rsatishicha natriy va xlor atomlari NaCl molekulasiga birikayotganda 4,1 eV energiya ajralib chiqadi.



10.1-rasm

Demak, Na^+ va Sl^- ionlarining turg'un molekuladagi elektrostatik tortishish energiyasi 1,4+4,1=5,5 eV ni tashkil etadi. Agar bu energiyadan foydalanib, molekulaning chiziqli o'lchamini hisoblasak, $R=2,5\cdot10^{-8}$ sm bo'lgan xaqiqatga yaqin natija kelib chiqadi.

2. Kovalent bog'lanish kuchlari qo'shni atomlarning valent elektronlarini elektron juftlar hosil qilish yo'li bilan umumlashtirishi (almashib turishi) natijasida yuzaga keladi. Bu kuchlar sof kvant xarakterdagi almashuv kuchlari bo'lib, molekulalardagi atom va elektronlarni maxsus Kulon o'zaro taosiridan vujudga keladi. Kovalent bog'lanishli molekulalarga N_2, N_2, SO, NO, SN_4 kabi molekulalar misol bo'la oladi. Ayni bir xil atomlardan turg'un molekula hosil bo'lishini ion bog'lanish yoki Van-der-Vaals kuchlari bilan tushuntirib bo'lmaydi. Vodorod molekulasi uchun kovalent bog'lanishning birinchi kvant nazariyasi V.Gaytler va F.Londonlar tomonidan 1927 yilda yaratildi. Kovalent bog'lanish tabiatini vodorod molekulasining hosil bo'lish misolida sifat jihatdan tushuntirishga harakat qilaylik.

Ikki vodorod atomini fikran elektron qobiqlari o'zaro kirishib ketguncha bir-biriga yaqinlashtiramiz. Asosiy holatda har bir vodorod atomining 1S elektronnining bog'lanish energiyasi 13,6 eV ga teng. Maolumki, uning 1S qobig'ida bittadan elektroni bor. Ikkita vodorod atomi o'z elektronini umumlashtirish yo'li bilan K qobiqlarni to'ldirib to'yingan valentlikka ega bo'lgan sistemaga yaoni, vodorod molekulasiga aylanadi. Bu molekladagi bir atomni 1S qobig'i boshqa atomni elektronini vaqtincha olish hisobiga to'ladi va geliy atomiga o'xshab qoladi. Hosil bo'lgan H_2 molekulasining kvantlashgan energetik sathlarini aniqlash uchun ikki proton maydonida joylashgan ikki elektron (10.1-rasm) uchun SHredingerning statsionar tenglamasini echish talab etiladi.

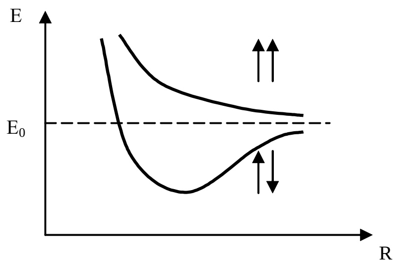
Bunday sistema uchun Shredinger tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\Delta_1^2\psi + \Delta_2^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - e^2\left(\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r_{1a}} - \frac{1}{r_{2a}} - \frac{1}{r_{1b}} - \frac{1}{r_{2b}}\right)\right]\psi = 0 \tag{10.1}$$

bu tenglamada

$$U = -e^2\left(\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r_{1a}} - \frac{1}{r_{2a}} - \frac{1}{r_{1b}} - \frac{1}{r_{2b}}\right) \tag{10.2}$$

ifoda vodorod molekulasida ikki proton va ikki elektronning o'zaro taosir potentsial energiyasidir.



10.2-rasm

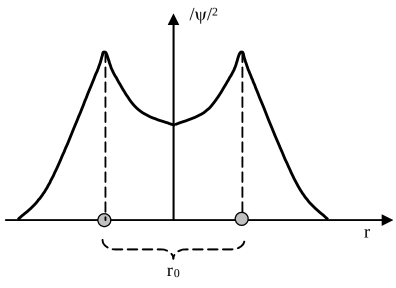
Tenglamadagi va belgilar molekuladagi birinchi va ikkinchi elektronlarining koordinatasi qatnashgan Laplas operatorini bildiradi. Bu tenglamadan olingan energiyaning xususiy qiymatlari yadrolar orasidagi masofa R ga bog'liq. Bu bog'lanish spinlari parallel va antiparallel elektronlar uchun turlicha ko'rinishga ega (10.2.-rasm).

Vodorod molekulasining turlanmagan asosiy holati atomlarning 1S holatlaridan tashkil topganligi sababli faqatgina spinlari qarama-qarshi yo'nalgan ikki elektronni joylashtirishi mumkin.

Vodorod molekulasida elektron harakatlanadigan soha atomdagiga qaraganda kengroq bo'lganligidan noaniqliklar munosabatlariga muvofiq ikki atomli sistemaning minimal energiyasi yolg'iz atomnikidan kichikroq bo'ladi. Tajriba natijalariga ko'ra N_2 molekulasi hosil bo'lishda 4,5 eV, yaoni NaCl molekulasidagiga qaraganda ham ko'proq energiya ajralib chiqadi. Ammo bunday sifatli mulohazalar yuritish natijasida quyidagi muammoga duch kelamiz

Tajriba va qatoiy nazariy xisoblashlar shuni ko'rsatadiki, spinlari bir tomonga yo'nalgan elektronli ikki vodorod atomidan molekula hosil bo'la olmaydi.

Shunday qilib, kovalent bog'lanish sof kvant xarakterga ega bo'lib, qo'shni atom valent elektronlarining yig'indi spini nolga teng juftlarga birikishidan yuzaga keladi. Bunday elektron juftlar molekula atomlaridan hech biriga tegishli bo'lmaydi, yahlit molekula bo'ylab umumlashgandir. Masalan, N_2 molekulasida qo'shni atomlarning uchtadan 2R valent elektronlari umumlashib, 3 juft kovalent bog'lanishlar hosil qilishda qatnashadilar. Metan SN_4 molekulasida esa uglerod atomining L qobig'idagi to'rta $2S^2 2P^2$ elektronlari juft-juft holda to'rtta vodorod atomlarining elektronlari bilan bog'lanadilar. Olmos, kremniy, germaniy kabi kristallar ham, kovalent bog'lanishga ega.



10.3-rasm

Turli ximiyaviy bog'lanishdan hosil bo'lgan molekulalar bog'lanish energiyalarini o'rganish shuni ko'rsatadiki, kovalent bog'lanish kuchlari ion bog'lanish kuchlaridan kuchliroq ekan. Buni biz vodorod molekulasining o'ta turg'unligida, olmos kristallining juda qattiqligida ko'rishimiz mumkin. Ayrim kristallarda kovalent va ion bog'lanishlar birgalikda ham uchraydi.

Vodorod molekulasida birinchi atom elektronini ikkinchi atom yadrosi atrofida, ikkinchi atom elektronini birinchi atom yadrosi atrofida qayd qilish ehtimolligi noldan farqli bo'ladi va bunda birinchi atomni elektroni yoki ikkinchi atom elektroni degan so'z maonosini yo'qotadi (10.3-rasm). Bunda kvant mexanikasidagi bir xil zarrachalarning farq qilmaslik printsipi o'rinli bo'ladi.

3. Ikki atomli molekulalarining elektron, tebranma va aylanma harakati energiyasi. Molekulalarning nurlanish spektrlari

Molekula murakkab kvant sistema bo'lib, u molekuladagi elektronlarning harakatini, atomlarining tebranma va molekulaning aylanma harakatini hisobga oluvchi Shredinger tenglamasi bilan ifodalanadi. Bu tenglamani echimi juda murakkab bo'lgani uchun odatda uni elektron va yadrolar uchun alohada echiladi.

Molekulaning energiyasini o'zgarishi asosan uni tashqi qobiqidagi elektronlarning holatini o'zgarishi bilan bog'liqdir. Lekin molekuladagi elektronlarning maolum bir turg'un holatida ham molekula yadrolari umumiy inertsiya markazi atrofida tebranma va aylanma harakat qilishi mumkin. Molekulaning energiyasi asosan uch harakatga mos energiyalarning yig'indisiga teng:

$$E \approx E_{el} + E_{teb} + E_{ayl} \ , \qquad (10.3)$$

bunda Eel - elektronlarining yadroga nisbatan harakat energiyasi; Eteb - yadroning tebranma harakat energiyasi; Eayl - yadroning aylanma harakat energiyasi bo'lib, u molekulaning fazodagi vaziyatini davriy ravishda o'zgarishiga bog'liq bo'lgan energiya.

Tajribadan aniqlanishicha $E_{el} = 1 \div 10$ eV,

$E_{teb} \approx 10^{-2} \div 10^{-1}$ eV; $E_{ayl} \approx 10^{-5} \div 10^{-3}$ eV ga teng.

Ya'ni $E_{el} >> E_{teb} >> E_{ayl}$ tengsizlik o'rinli buladi.

Bu energiyalar o'zaro quyidagi nisbatda taqsimlangan:

$$E_{el} : E_{teb} : E_{ayl} = 1 : \sqrt{\frac{m}{M}} : \frac{m}{M} \ ,$$

bu erda m - elektron massasi, M-molekuladagi yadro massasi, $m/M = 10^{-5} \div 10^{-3}$.

Molekulaning chiziqli o'lchami valent elektronlarning harakat amplitudasi tartibidagi kattalik bo'lib, odatda $a \approx 10^{-8}$ sm. Bundan elektronlar harakati bilan bog'liq bo'lgan molekulaning elektron energiyasi Eel ham atom energiyasi tartibidagi kattalik ekanligi kelib chiqadi. Masalan, vodorod atomining asosiy holati uchun

$$E_1 = -\frac{e^4 m_0}{2\hbar^2} = -\frac{\hbar^2}{2m_0 a_0^2} = -13.6\ eV$$

bo'lishini va unda

$$a_0 = \frac{\hbar}{m_0 e_0^2} = 0.529\ \overset{o}{A}$$

Bor radiusiga teng ekanligini yuqorida ko'rib o'tganmiz. Molekula uchun Eel absolyut qiymat bo'yicha

$$E_{el} \sim \frac{\hbar^2}{m_o a^2} \tag{10.4}$$

tartibda bo'ladi.

(9.4) dan ko'rinib turibdiki, molekulaning energiyasi har bir atomdagi elektron energiyalarining yig'indisiga teng.

Ikki atomli molekulaning yadrolarining aylanma harakat energiyalarini baholash uchun uni qo'pol holda inertsiya momenti mr2 bo'lgan rotatorga o'xshatish mumkin.

Ratator deb, o'zaro bog'langan va biri ikkinchisi atofida aylanma harakat qiluvchi zarrachalar sistemasiga aytiladi.

Molekulaning aylanma harakat energiyasi

$$E_{ayl.} = L^2/2I_0 \tag{10.5}$$

formula bilan ifodalanadi. Bunda $I_0 = mr^2$ bo'lib molekulaning inertsiya markazidan o'tgan o'qqa nisbatan inertsiya momenti, L - molekulaning impuls momenti bo'lib, kvantlangan qiymatlarni oladi:

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \tag{10.6}$$

bu formulada ℓ - orbital kvant soni, u ℓ= 0, 1, 2, 3, ... qiymatlarni oladi. (10.6) ni xisobga olsak, (10.5) quyidagi ko'rinishni oladi.

$$E_{ayl.} = \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2I_0}. \tag{10.7}$$

(10.7) formulada $V = \frac{\hbar^2}{2I_o}$ belgilashni kiritsak, u ancha sodda ko'rinishni oladi.

$$(E_{ayl})_\ell = V\ell(\ell+1), \tag{10.8}$$

V - molekulaning aylanish doimiysi.

Kvant mexanikasidagi tanlash qoidasiga ko'ra qo'shni aylanma sathlar orasida faqat $\Delta\ell = \pm 1$ bo'lgan o'tishlarigina bo'lishi mumkin. $\Delta\ell = +1$ shart yorug'lik yutilishiga, $\Delta\ell = -1$ shart yorug'lik sochilishiga mos keladi.

Ikki atomli molekulaning yadrolari muvozanat vaziyati atrofida tebranma harakat qiladilar. Molekuladagi yadro tebranishlariga garmonik tebranishlar deb qarab, uni m massali chiziqli garmonik ostsilyatorning tebranishlariga o'xshatish mumkin. Biz oldingi 5-ma'ruzamizda garmonik ostsillyatorning energiyasi

$$E_{teb.} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 \tag{10.9}$$

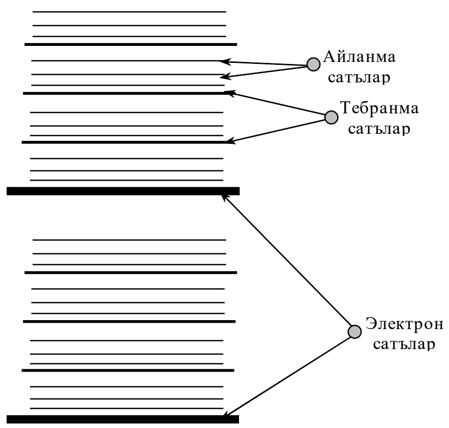
ifoda bilan aniqlanishini ko'rgan edik. Tebranma kvant soni n uchun ham tanlash qoidasi bajariladi: $\Delta n = \pm 1$. Shunday qilib, yuqoridagi (10.8) va (10.9) ifodalarni hisobga olsak, molekulaning to'liq energiyasi (9.3) ga asosan

$$E = E_{el} + \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 + B\ell(\ell+1) + V\ell\,(\ell+1) \qquad (10.10)$$

ko'rinishni oladi.

Agar molekulaga biror yorug'lik kvanti tushsa, uning energiyasining bir qismi optik elektronlarni qo'zg'atishga, qolgan qismi esa atomlarning tebranma va aylanma harakatlarini oshirishga sarf bo'ladi.

(10.10) formuladan ko'rinadiki, n va ℓ kvant sonlarining turli qiymatlari bilan aniqlanadigan molekulalar energiya spektri tebranma va aylanma energetik sathlarning sistemasidan iborat. Vodorod molekulasi uchun $\hbar\omega_0$ = 0,547 eV, V = 0,07 eV, yaoni molekulaning tebranma energiyasi, aylanma energiyasidan kattadir. Bunday hol barcha ikki atomli molekulalar uchun hosdir. Demak, tebranma sathlar bir-biridan bir xil va nisbatan katta oraliqda yotsa, aylanma sathlar esa juda zich joylashgan va u ℓ ortishi bilan siyraklashib boradi. Molekuladagi atomlar (yadrolar) harakatining kvantlanishi molekulaning nurlanish (yutilish) spektrida yaqqol namoyon bo'ladi.



10.4-rasm

(10.10) ifodaga kiruvchi har bir energiya kvantlangani uchun ular energetik sathlar to'plamidan iborat. Tajriba va nazariyadan aylanma energetik sathlar orasidagi oraliq, tebranma harakatga mos keluvchi energetik sathlar orasidagi masofadan kichik. O'z navbatida tebranma harakatga mos keluvchi sathlar orasidagi masofa bosh kvant soni bilan aniqlanuvchi elektron sathlar orasidagi masofadan kichik. Bu hol 10.4-rasmda yo'g'on, o'rtacha yo'g'onlikdagi va ingichka chiziqlar bilan ikkita elektron sath uchun tasvirlangan.

Biz vodorod atom va boshqa murakkab atomlar spektri bir-biridan ajralgan alohida joylashgan energiyasi 1-10 eV oralig'ida bo'lgan chiziklardan iborat ekanini va atomning tuzilishi xaqida malumot berishini ko'rgan edik. Molekulalarning spektrini o'rganish ham quyidagi muammolarni hal qiladi.

Molekulalarning tuzilishi va ularning energiya satxlarining xususiyatlari kvant o'tishlarda sochilgan nurlanish (yutilish) spektrida, ya'ni molekula spektrida nomoyon bo'ladi. Molekulaning nurlanish spektri kvant mexanikasidagi tanlash qoidasiga mos holda (masalan, aylanma yoki tebranma harakatga mos kvant sonining o'zgarishi - ± 1 ga teng bo'lishi kerak) energetik sathlar tarkibi bilan aniqlanadi.

Shunday qilib, sathlar orasidagi turli xil o'tishlardan turli xil spektrlar hosil bo'ladi. Molekulaning spektral chizig'i chastotasi bir elektron sathdan boshqasiga o'tishga mos keluvchi (elektron spektrlarga) yoki biror tebranma harakatga mos kelgan energetik sathdan ikkinchisiga o'tishiga mos kelishi mumkin. Molekulalar spektri ham chiziqli bo'lib, ular spektrning UB, IQ va ko'zga ko'rinuvchi sohasida joylashishi mumkin. Aylanma sathlar bir-biriga juda yaqin joylashgani uchun ularga mos keluvchi spektral chiziqlar ham bir-biriga juda yaqin bo'lib, ular xatto tutashib ketadi.

Shuning uchun ajrata olish qobilyati o'rtacha bo'lgan spektral optik asboblarda bu chiziqlar tutashib ketgandek, yo'l-yo'l bo'lib ko'rinadi. Lekin ajrata olish qobilyati katta bo'lgan optik asboblarda ularni bir-biriga juda yaqin joylashgan, alohida chiziqlardan iborat ekanini qo'rish mumkin va bu yo'llarning kichik chastotalar tomonidagi chegarasi keskin, chastotaning katta qiymatlari tomonidagi chegarasi esa suvashgan ekanini ko'rish mumkin. Molekuladagi atomlar soni ortishi bilan molekula spektri murakkablashib, faqat keng yo'llar ko'rina boshlaydi.

Molekulalarning aylanma sathlarini mikroto'lqinli radiospektroskopiya usuli bilan o'rganiladi. Bu usulda tekshiriluvchi gaz qamalgan metall naydan (volnovod) chastotasi $\sim 10^{10}$ Gts bo'lgan elektromagnit to'lqin o'tkaziladi. Agar elektromagnit to'lqinni chastotasi gaz molekulalarining aylanma harakat chastotasiga mos kelsa, qabul qiluvchi qurilma elektromagnit to'lqin intensivligini keskin kamayganini qayd qiladi.

Molekulaning tebranma spektri IQ ($1/\lambda \cong 10^3$ sm^{-1}) sohada joylashgan va uni infraqizil spektrofotometrlar yordamida o'rganiladi. Molekulaning tebranma harakatida sochilgan yoki yutilgan fotonning energiyasi $h\nu \approx 0{,}04$ eV, unga mos kelgan to'lqin uzunligi $\lambda = s/\nu = 3\cdot 10^{-3}$sm = 30 mkm.

Molekulalarning aylanma va tebranma energetik sathlarini modda faqat gaz holatda bo'lganda o'rganish mumkin. Moddaning suyuq va qattiq holatida molekulalarning o'zaro taosiri tufayli ularning tebranma va aylanma energetik sathlarini o'rganish qiyinlashadi.

Molekulyar spektroskopiyada molekulaning juft orbital kvant sonli ℓ ga mos kelgan energetik sathlar juft termlar va toq ℓ li sathlar toq termlar deb nomlanadi. H_2 molekulasi uchun molekulyar termlarning juftligi protonlar spinlarining orientatsiyasi bilan uzviy bog'liq bo'lgan quyidagi kvant holatlarni vujudga keltiradi:

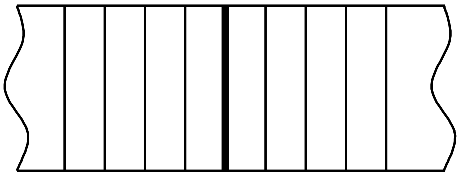
a) ortovodorod - yadrolarining spinlari parallel bo'lgan H_2 molekulasi. Bu holda spin funktsiyasi simmetrik va koordinat funktsiyasi antisimmetrik. SHuning uchun ortovodorodda orbital kvant soni ℓ toq bo'lgan termlarda mavjud bo'la oladi holos. Uning eng quyi energetik holatiga ℓ=1 mos keladi;

b) paravodorod - yadrolarining spinlari antiparallel H_2 molekulasi. Bu molekula ℓ juft bo'lgan holatlardagina uchraydi. Paravodorodning eng quyi energetik holatida $\ell = 0$, yaoni yadrolarning orbital harakati "muzlab qoladi".

4. Yorug'likning kombinatsion sochilishi

Molekulalar spektrini o'rganishda 1929 yilda rus olimlari T.S. Landsberg (1890-1957) va L.I. Mandelshtam va ular bilan bir vaqtda hind olimlari Ch.Raman (1888-1970) va K.Krishnan (1911 yilda tug'ilgan) kashf etgan yorug'likning kombinatsion sochilish hodisasi muhim ahamiyatga ega.

Bu effekt shundan iboratki, biror moddaga (gaz, suyuqlik, shaffof kristall) ν_0 chastotali monoxromatik yorug'lik tushsa, bu moddada sochilgan yorug'lik spektrida ν_0 chastotali chiziqdan tashqari uning ikki yonida simmetrik joylashgan qo'shimcha spektral chiziqlar ham hosil bo'ladi (10.5-rasm).



10.5-rasm

Bu qo'shimcha spektral chiziqlarga mos kelgan chastota tushayotgan monoxromatik yorug'lik chastotasi bilan yorug'likni sochayotgan molekulalarning tebranma yoki aylanma o'tishlarida hosil bo'ladigan nurlanishlar chastotalarining ayirmasiga yoki yig'indisiga teng bo'ladi, yaoni

$$\nu_i = \nu_0 \pm \nu'_i . \quad (10.11)$$

Kombinatsion sochilish spektridagi chastotasi moddaga tushayotgan yorug'likning chastotasidan kichik bo'lgan chiziqlar qizil yo'ldosh spektrlar, chastotasi ν_0 dan kattalari esa binafsha yo'ldosh spektrlar deb ataladi.

Hosil bo'lgan bu yo'ldosh spektr chastotasi, joylashishi va soni tushayotgan yorug'lik chastotasiga bog'liq bo'lmay, faqat yorug'lik sochilayotgan modda tabiatiga bog'liq bo'lib, uning tarkibini va tuzilishini ifodalaydi.

Yorug'likning kombinatsion sochilishidagi qonuniyatlarni kvant nazariya bilan tushuntirish mumkin. Bu nazariyaga ko'ra yorg'ulikni sochilish jarayoni molekula tomonidan fotonni yutib yana qayta chiqarishdan iborat. Agar bu fotonlarning energiyalari bir xil bo'lsa, sochilgan yorug'lik spektrida tushayotgan yorug'lik chastotasi $\nu 0$ bilan bir xil bo'lgan asosiy chiziq hosil bo'ladi. Lekin sochilish jarayonida yutilgan va chiqarilgan fotonlarning energiyasi teng bo'lmasligi mumkin. Fotonlar energiyasining har xil bo'lishi molekulani turg'un holatdan uyg'ongan holatga yoki uyg'ongan holatdan turg'un holatga o'tishiga bog'liq. Agar molekula turg'un holatdan uyg'ongan holatga o'tsa, qizil yo'ldosh chiziq, aksincha uyg'ongan holatdan turg'un holatga o'tsa, binafsha yo'ldosh chiziq hosil bo'ladi. Agar uyg'ongan molekulalarning soni, uyg'onmagan molekulalar sonidan ancha kam bo'lsa, binafsha yo'ldosh chiziqlarning intensivligi, qizil yo'ldosh chiziqlarnikidan kichik bo'ladi. Temperatura ortishi bilan uyg'ongan molekulalarning soni ortadi, natijada binafsha yo'ldosh chiziqlar intensivligi ham kuchayadi.

Kombinatsion sochilish hodisasi ko'p atomli murakkab molekulalardagi tebranma va aylanma energetik sathlarni, molekulalarning tuzilishini o'rganishda keng qo'llaniladi. Masalan, neft mahsulotlarining (benzin, yog'lar) tarkibi ana shunday aniqlanadi.

MUSTAHKAMLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Атомда электронни тўлқин функцияои нималарга боглик?
2. Тўлқин функцияои кавдай аникланади?
3. Гелий атоайи учун тўлқин функцияоини бзилиши.
4. Гелий атомида электронларини энергетик сатхлари.
5. Парагелий учун электронлар спинларини йигиндиси нечага тенг?

6. Molekulalardagi kimyoviy bog’lanishlarning fizik tabiati qanday?
7. Ionli va kovalent bog’lanishlarni misollar orqali tushuntiring.
8. Vodorod molekulasi hosil bo’lishini kvant nazariyasi nuqtai nazaridan tushuntiring.
9. Vodorod molekulasi uchun SHredinger tenglamasi qanday ko’rinishda yoziladi va undan molekula energiyasi uchun qanday natija olingan?
10. Molekulalarning harakat energiyalari va ularga mos spektrlarni tushuntiring.
11. Yorug’likning kombinatsion sochilishi nimadan iborat?
12. Yo’ldosh spektrlar deganda nimani tushunasiz?
13. Vodorod molekulasi hosil bo’lishda elektron spinlarining roli qanday?
14. Vodorod molekulasi uchun kovalent bog’lanishning kvant nazariyasini tushuntiring.
15. Yo’ldosh spektral chiziqlarning intensivligi nimaga bog’liq?

Tayanch so’zlar va iboralar: *Тўлқин функция; Заррача спини; Спин функция; Антисимметрик функция; Симметрик функция; Спин оператор', Парагелий; Энергетик холат,. Орбитал момент, Ортогелий. Molekula, molekulaning bolanish energiyasi, Van-der-Vaalps kuchlari, ionli va kovalent bolanish, vodorod va osh tuzi molekulalarini ‘osil bo’lishi, vodorod molekulasi uchun Shredinger tenglamasi, vodorod molekulasining potensial energiyasi, molekulaning tebranma va aylanma harakat energiyasi, ularga mos keluvchi energetik sah’lar, molekulalarning spektri, yorulikning kombinasion sochilishi, binafsha va qizil yщldosh spektrlar, yorulikning kombinasion sochilishini kvant nazariya bilan tushuntirish.*

Фойдаланилган адабиётлар:

1. Axmadjonov O.I. "Fizika kursi, optika, atom va yadro fizikasi". Toshkent – "O’qituvchi", 1989.
2. Hoshimov G’.H., Rasulov R.Ya., Yuldashev N.X. “Kvant mexanikasi asoslari”. Toshkent - “O’qituvchi”, 1995.
3. Zisman G.A., Todes O.M. "Kurs obo’ey fiziki" 3-tom.M."Nauka" 1968.
4. Detlaf A.A., Yavorskiy B.M., " Kurs fiziki " M.: "Visshaya shkola ", 2000.
5. Trofimova T.I. "Kurs fiziki". M.: "Visshaya shkola", 2000.
6. Savelg’ev I.V. «Kurs obshey fiziki, kniga 5.», M.: Nauka. 1998.
7. Kristi R., Pitti A. Stroenie veo’estva: Vvedenie v sovremennuyu fiziku. M.: Nauka. 1969.
8. YAvorskiy B.M., Detlaf A.A. Spravochnik po fizike M.: Nauka. 1980.
9. Astaxov A.V., SHirokov YU.M. " Kurs fiziki " 3, "Kvantovaya fizika" M.: "Nauka", 1983.
10. Struchkov V.V., Yavorskiy B.M. "Voprosi sovremenoy fiziki" M .:" Prosveo’enie ", 1973.
11. Kondakov V.A. "Stroenie i svoystva veo’estva" M.: "Prosveo’enie", 1970.
12. Buravixin V.A., Egorov V.A. Biografiya elektrona. M.:"Znanie", 1985.
13. Tarasov L.V. Sovremennaya fizika v srednoy shkole. M.: “Prosveoenie”. 1990.
14. Geyzenberg V. «Fizika, Chastg’ i tseloe», Moskva. 1999.
15. Г.Х Хошимов; Р.Я. Расулов; Н.Х Йулдашев: Квант механикаси асослари. Т.."Укитувчи" l995й.
15. Matveev A.N. «Atomnaya fizika», M.,1989.

25-ma'ruza.

RELYATIVISTIK KVANT MEXANIKASINING ELEMENTLARI

Mavzu: **Kleyn-Gordon tenglamasi. Dirak tenglamasi. Matritsalarni diagonalizatsiyasi. Erkin harakatlanuvchi zarracha uchun Dirak tenglamasining yechimi.**

Reja

5. **Kleyn-Gordon tenglamasi.**
6. **Elektromagnit maydondagi zarracha.**
7. **Dirak tenglamasi.**
8. **Dirak matritsalarinng algebrasi**

1. Kleyn-Gordon tenglamasi.

Shredinger tenglamasi tezliklari yorug'lik tezligidan juda kichik bo'lgan zarrachalargagina qo'llanishi mumkin. Bu tenglamaning tezliklari yorug'lik tezligiga yaqin bo'lgan zarrachalarga qo'llanishi mumkin bo'lgan umumlashtirilgan formasi bir necha tadqiqotchilar, jumladan Shredingerning o'zi tomonidan norelyativistik kvant mexanikasining yaratilishi bilan deyarli bir vaqtda taklif qilingan edi. Ushbu masalani ko'rib chiqishdan oldin Shredinger tenglamasini olishning formal yo'li eslatib o'tiladi.

Berilgan $U(\mathbf{r})$ potensialda harakat qilayotgan zarrachaning energiyasi quyidagiga tengdir:

$$E = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r}). \qquad (11.1)$$

Shu ifodada

$$E \Rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t}, \mathbf{p} \Rightarrow -i\hbar\nabla \qquad (11.2)$$

almashtirish bajarilsa va hosil bo'lgan operator bilan $\psi(\mathbf{r},t)$ to'lqin funksiyasiga ta'sir qilinsa, Shredinger tenglamasi kelib chiqadi:

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{r},t) + U(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r},t). \qquad (11.3)$$

Agar energiya uchun quyidagi relyativistik ifodadan

$$E^2 = \mathbf{p}^2c^2 + m^2c^4 \qquad (11.4)$$

foydalanilsa hamda (11.2) almashtirish bajarilsa, quyidagi relyativistik tenglama olinadi:

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\psi(\mathbf{r},t) = 0 \qquad (11.5)$$

Mazkur tenglama 1926-yilda mustaqil ravishda bir necha tadqiqotchilar – O.Kleyn, V. Gordon, B.Fok va E. Shredingerlar tomonidan olingan va fizikada Kleyn - Gordon tenglamasi nomini olgan. Bu tenglamani olishda faqatgina (11.4) relyativistik munosabatdan foydalanganimiz uchun tenglama relyativistik invariantdir, ya'ni, nisbiylik nazariyasining almashtirishlariga (Lorens almashtirishlariga) nisbatan invariantdir. Shredinger tenglamasidan farqli ravishda Kleyn - Gordon tenglamasi fazoviy va vaqt koordinatlariga nisbatan simmetrikdir.

Kleyn - Gordon tenglamasidan xuddi Shredinger tenglamasidan olganimizdek uzluksizlik tenglamasini olish mumkin:

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{r},t)}{\partial t} + div\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = 0. \tag{11.6}$$

Buning uchun extimollik zichligi $\rho(\mathbf{r},t)$ va oqim zichligi $\mathbf{j}(\mathbf{r},t)$ uchun quyidagi ifodalarni olish kerak:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \frac{\hbar}{2im}\left(\psi^{*}\nabla\psi - \psi\nabla\psi^{*}\right), \tag{11.7}$$

$$\rho(\mathbf{r},t) = \frac{\hbar}{2imc^2}\left(\psi^{*}\frac{\partial\psi}{\partial t} - \psi\frac{\partial\psi^{*}}{\partial t}\right). \tag{11.8}$$

$\rho(\mathbf{r},t)$ uchun ifodani xuddi norelyativistik kvant mexanikasida qilganimizdek, zarrachaning t vaqt momentida $\mathbf{r}$ nuqtada topish ehtimolligining zichligi sifatida qarash kerak. Ammo, manfiy bo'lmagan norelyativistik ehtimollik zichligi

$$\rho(\mathbf{r},t) = \psi(\mathbf{r},t)^{*}\psi(\mathbf{r},t) = |\psi(\mathbf{r},t)|^2 \geq 0 \tag{11.9}$$

dan farqli ravishda kiritgan (11.8) zichlik hamma vaqt manfiy bo'lmaslik xossasiga ega emas. Hattoki, agar $\psi(\mathbf{r},t)$ - funksiya haqiqiy bo'lsa (Kleyn–Gordon tenglamasining bunday yechimlari mavjud), (11.8) zichlik butun fazoda aynan nolga tengdir. $\rho(\mathbf{r},t)$ ishorasi noaniqligi uni zarrachani t vaqt momentida $\mathbf{r}$ nuqtada topish ehtimolligining zichligi sifatida qarab bo'lmasligini anglatadi. Kleyn – Gordon tenglamasining yechimi bo'lgan $\psi(\mathbf{r},t)$ funksiya'ni ham ehtimollik amplitudasi sifatida qarab bo'lmasligi ravshandir. ψ-funksiyani ehtimoliy talqin qilishdagi bunday qiyinchilikka Kleyn-Gordon tenglamasining birinchi tadqiqodchilari e'tibor berishgan edi. Ehtimoliy talqinning mumkinmasligi o'z vaqtida, hatto Kleyn-Gordon tenglamasidan voz kechishga ham olib kelgan, unga formal relyativistik lekin, tabiatga daxli yo'q bir tenglama deb ham qaralgan. Bu esa o'z navbatida ma'lum ijobiy rol ham o'ynagan "haqiqiy" relyativistik tenglama sohasidagi izlanishlar Dirakni 1928-yilda o'zining mashhur tenglamasini vujudga keltirishga olib kelgan. Kleyn – Gordon tenglamasining to'g'ri talqinini 1934- yilda Pauli va Vayskopflar ikkilamchi kvantlash metodi asosida berishgan. Ular $(\mathbf{r},t)$ va $\mathbf{j}(\mathbf{r},t)$ kattaliklarga (elementar zaryadga ko'paytirgandan keyin) zarrachalarning mos ravishda zaryadi va toki zichliklari sifatida qarashni taklif etganlar.

Kleyn–Gordon tenglamasini talqin qilishda yana bir qiyinchilik bor u ham bo'lsa, kvant mexanikasida qabul qilingan sababiyat prinsipining buzilishidir. Bu prinsip bo'yicha to'lqin funksiyasining boshlang'ich momentdagi qiymati sistemaning keyingi ixtiyoriy vaqtdagi holatini aniqlaydi. Kleyn–Gordon tenglamasi vaqt bo'yicha ikkinchi tartibli tenglama bo'lgani uchun boshlang'ich momentda faqatgina $\psi(\mathbf{r},t)$ ning o'zigina emas, balki $\partial\psi(\mathbf{r},t)/\partial t$ ni ham berish kerak. Demak, faqatgina $\psi(\mathbf{r},t)$ning boshlang'ich momentdagi qiymati sistemaning holatini aniqlab bera olmaydi.

Kleyn–Gordon tenglamasining yechimiga o'taylik. Kleyn–Gordon tenglamasi quyidagi tekis to'lqin ko'rinishidagi yechimga ega ekanligini ko'rish, qiyin emas:

$$\psi(\mathbf{r},t) = N\exp[i(\mathbf{pr} - Et)/\hbar] \tag{11.10}$$

bunda

$$E = \pm\left(\mathbf{p}^2c^2 + m^2c^4\right)^{1/2}. \tag{11.11}$$

(11.11) formuladagi ishoraning noaniqligi (11.4) klassik formuladagi ishoraning noaniqligiga mos keladi. Bu bilan bog'liq bo'lgan, qiyinchiliklarni quyida Dirak tenglamasi ko'rib chiqqanda batafsil muhokama qilinadi.

Ko'rinib turibdiki, (11.10) to'lqin funksiyalik holatda musbat va manfiy energiyalik zarrachalar uchun zaryad zichligining ishorasi har xil ekan. Pauli va Vayskopf talqini bo'yicha manfiy energiyalik holatni manfiy zaryadli zarrachalarning holati va musbat energiyalik holatni esa musbat zaryadlangan zarrachalarning holati deb qarash kerak.

11.2. Elektromagnit maydondagi zarracha

Vektor potensiali $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ va skalar potensiali $\varphi(\mathbf{r},t)$ bo'lgan elektromagnit maydonda harakat qilayotgan zaryadli relyativistik zarrachani ko'raylik. Shu holga to'g'ri keladigan to'lqin tenglamasini keltirib chiqarish uchun (11.2) munosabatda energiya E va impuls $\mathbf{p}$ larni quyidagicha almashtirish kerak:

$$E \to i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\varphi(\mathbf{r},t), \mathbf{p} \to i\hbar\nabla - \frac{e}{c}\mathbf{A}(\mathbf{r},t) \qquad (11.13)$$

va hosil bo'lgan operator munosabat bilan to'lqin funksiyasiga ta'sir qilish kerak. (11.13) almashtirishning kelib chiqishini Dirak tenglamasiga elektromagnit maydonni kiritganda muhokama qilinadi. Aytilgan ishlar bajarilgandan keyin elektromagnit maydondagi zarracha uchun Kleyn–Gordon tenglamasi olinadi:

$$\left[\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\varphi(\mathbf{r},t)\right)^2 - c^2\left(i\hbar\nabla + \frac{e}{c}\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\right)^2 - m^2c^4\right]\psi(\mathbf{r},t) = 0. \qquad (11.14)$$

Potensiallar vaqtga bog'liq bo'lmagan holda bu tenglamada $\mathbf{r}$ va t o'zgaruvchilar ajraladi. Bu holda

$$\psi(\mathbf{r},t) = u(\mathbf{r})\exp(-iEt/\hbar)$$

deb olinsa, to'lqin funksiyasining fazoviy qismi uchun quyidagi statsionar tenglama olinadi:

$$\left[(E - e\varphi)^2 - c^2\left(i\hbar\nabla + \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 - m^2c^4\right]u(\mathbf{r}) = 0. \qquad (11.15)$$

Vektor potensial nolga teng va skalar potensial $\varphi(\mathbf{r})$-sferik simmetrik bo'lgan holni olib ko'raylik. (11.15) tenglama bu holda quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$\left(-\hbar^2c^2\nabla^2 + m^2c^4\right)u(\mathbf{r}) = (E - e\varphi)^2\, u(\mathbf{r}). \qquad (11.16)$$

Oxirgi tenglamada sferik koordinatalar sistemasida o'zgaruvchilarni ajratishimiz mumkin. Buning uchun $u(\mathbf{r})$ funksiya'ni quyidagi ko'rinishda izlanadi:

$$u(\mathbf{r}) = \frac{R(r)}{r}Y_{lm}(\theta,\varphi)$$

bunda $Y_{lm}(\theta,\varphi)$- sferik funksiyalardir. Noma'lum $R(r)$ funksiya uchun quyidagi tenglama olinadi:

$$\frac{d^2R(r)}{d^2r} - \frac{l(l+1)}{r^2}R(r) + \frac{(E - e\varphi)^2 - m^2c^4}{\hbar^2c^2}R(r) = 0. \qquad (11.17)$$

Agar $e\varphi(r) = -Ze^2/r$ deb olinsa, relyativistik zarrachaning Kulon maydonidagi harakatini ko‘rib chiqish mumkin bo‘ladi. Quyidagi o‘lchamsiz uzunlik va energiyalarni kiritaylik:

$$\rho = r/\gamma, \gamma = \frac{\hbar^2 c^2}{e^2 E}, \varepsilon = \frac{E^2 - m^2c^4}{\alpha^2 E^2}. \qquad (11.18)$$

Kiritilgan yangi o‘zgaruvchilarda (11.17) tenglamaning ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\frac{d^2R(\rho)}{d^2\rho} - \frac{2Z}{\rho}R(\rho) + \frac{l(l+1) - Z^2\alpha^2}{\rho^2}R(r) + \varepsilon R(r) = 0 \qquad (11.19)$$

bunda $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$ - nozik struktura doimiysi deyiladigan doimiydir. Agar (11.19) da

$$l(l+1) - Z^2\alpha^2 = l'(l'+1) \qquad (11.20)$$

kabi belgilash kiritilsa, olingan tenglama elektronning vodorod atomidagi to‘lqin funksiyasining radial qismi uchun tenglama bilan bir xil bo‘ladi. Bu tenglama esa parametr ε ning faqatgina ba’zi qiymatlaridagina yechimga ega:

$$\varepsilon = -\frac{Z^2}{(n_r + l' + 1)^2} \qquad (11.21)$$

bunda n_r ixtiyoriy musbat butun son yoki nol. (11.20) kvadrat tenglamadan l ning berilgan qiymatlarida l' uchun quyidagi ikkita qiymat olinadi:

$$l'_{\pm} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\left[(2l+1)^2 - 4Z^2\alpha^2\right]^{1/2} \qquad (11.22)$$

$l > 0$ bo‘lganda bularning biri musbat, ikkinchisi esa manfiy bo‘ladi. Bu ildizlarning qaysi birini (11.21) ga qo‘yish kerak? $R(\rho)$ funksiya’ning kichik ρ lar uchun asimptotikasi xuddi norelyativistik holdagidek quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$R_1(\rho) \sim \rho^{l'+1}, R_2(\rho) \sim \rho^{-l'}.$$

Agar to‘lqin funksiyasini nolda chekli bo‘lsin desak, unda $R_1(\rho)$ va musbat l' ni, ya’ni, l'_{+} ni tanlab olinishi kerak. Lekin l'_{+} ildiz faqatgina $l > 0$ bo‘lgandagina noldan kattadir, $l = 0$ holda $l'_{\pm}$ ning ikkalasi ham manfiy bo‘lib, qoladi va to‘lqin funksiya bu holda nol nuqtada singulyarlikka ega bo‘ladi. Demak, funksiyamizning cheklanganlik talabi $l = 0$ bo‘lganda $l'_{\pm}$ larning ichida to‘g‘risini tanlab olishga imkoniyat bermas ekan. Kinetik energiyaning musbatligi bo'lib qoladi va to'lqin funksiya bu holda nol nuqtada singulyarlikka ega bo'ladi. Demak, funksiyamizning cheklanganlik talabi $l=0$ bo'lganda $l'_{\pm}$ larning ichida to'g'risini tanlab olishga imkoniyat bermas ekan. Kinetik energiyaning musbatligi talabi esa l'_{+} ni tanlab olishga olib keladi. Shunday yo'l bilan orbital kvant soni l ning har bir qiymati uchun radial tenglama (11.19) ning faqat bitta yechimi qoldiriladi, u ham bo'lsa kichik ρ uchun asimptotikasi $\sim \rho^{l'+1}$ bo'lgan yechimdir.

Kulon maydonidagi relyativistik zarrachaning energiya sathlari uchun (11.18) va (11.21) formulalardan quyidagi aniq ifoda olinadi:

$$E = mc^2\left[1+\frac{\alpha^2 Z^2}{\left(n_r + l'_{+} + 1\right)^2}\right]^{-1/2}. \qquad (11.23)$$

Olingan bu ifodani α bo'yicha α^4 aniqlikkacha qatorga yoyilsa quyidagi olinadi:

$$\begin{aligned} E &\approx mc^2\left[1-\frac{Z^2\alpha^2}{2n^2}-\frac{Z^4\alpha^4}{2n^4}\left(\frac{n}{l+1/2}-\frac{3}{4}\right)\right]= \\ &= mc^2 - Z^2\frac{Ry}{n^2}-\frac{Z^4\alpha^2}{n^3}Ry\left(\frac{1}{l+1/2}-\frac{3}{4}\right) \end{aligned} \qquad (11.24)$$

bunda $n=n_r+l+1$ faqat musbat qiymat qabul qiluvchi bosh kvant soni, $Ry=\frac{me^4}{2\hbar^2}$ - vodorod atomining ionizatsiya energiyasi (Ridberg doimiysi). Topilgan ifodaning birinchi hadi zarrachaning tinchlik energiyasiga mos keladi, keyingi had vodorod atomidagi elektronning norelyativistik energiya sathlarini ifodalaydi: $E_n=-Ry/n^2$ (Balmer formulasi). Formuladagi oxirgi had esa berilgan n uchun energetik sathlarning l bo'yicha aynishini yo'q qiluvchi haddir, bu had atom spektrining nozik strukturasiga to'g'ri keladi. Aytib o'tish kerakki, spektrning nozik strukturasini norelyativistik kvant mexanikasida ham olish mumkin, buning uchun relyativistik energiyaning impuls bo'yicha, qatorga yoyganimizdagi p^4 ga proporsional bo'lgan hadni g'alayonlanish hadi deb qarash kerak:

$$E = \left(\mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4\right)^{\frac{1}{2}} \approx mc^2 + \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{\mathbf{p}^4}{8m^3 c^2} + \cdots$$

G'alayonlanish nazariyasi bo'yicha energetik sathlarning shu hadga mos keluvchi birinchi tartibli siljishi uchun quyidagini yozish mumkin:

$$\delta E_m^{(1)} = \psi_n - \frac{\mathbf{p}^4}{8m^3 c^2}\psi_n \qquad (11.25)$$

bunda $\psi_n = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi)$ - Kulon to'lqin funksiyalaridir. Mana shu tuzatishni hisoblasak, (11.24) formuladagi oxirgi had olinadi.

Relyativistik tuzatishni hisobga olganimizda l kvant soni bo'yicha aynish yo'qoladi, natijada berilgan n uchun energetik sathlar n ta bir-biriga yaqin bo'lgan (α^2 ning kichik bo'lgani uchun) sathlarga ajralanadi. Vodorod atomi uchun (11.24) bo'yicha energiya'ning to'liq ajralish kattaligi quyidagiga teng bo'lishi kerak:

$$\delta E_m^{(1)} = \frac{\alpha^4 mc^2 (n-1)}{n^3 (n-1/2)} = Ry\alpha^2 \frac{n-1}{n^3 (2n-1)}. \qquad (11.26)$$

Vodorod atomida kuzatiladigan parchalanish, haqiqatda (11.24) formula beradigan kattalikdan ikki marta kichikdir. Bu shuni ko'rsatadiki, Kleyn–Gordon tenglamasini elektronning harakatini ifodalashga qo'llab bo'lmas ekan. Haqiqatan ham, avvalgi boblardan malumki, elektron spin va xususiy magnit momentiga egadir, bular esa Kleyn–Gordon tenglamasida hisobga olinmagan. Demak, Kleyn–Gordon tenglamasi spinga ega bo'lmagan zarrachalargagina (masalan, π-mezonlarga) qo'llanishi mumkin ekan. Biz topgan (11.23) va (11.24) formulalar π-mezoatomlarning– yadro va uning atrofida aylanayotgan π^--mezondan iborat bo'lgan ekzotik atom sistemasining energetik sathlarini beradi. Shuni ham hisobga olish kerakki, π-mezonning massasi katta (elektron massasidan taxminan 270 marta) bo'lgani uchun uning orbitasining Bor radiusi kichikdir va shunga yarasha π-mezonni yadroga yaqin sohada topish ehtimolligi kattadir. Shuning uchun, energetik sathlarni hisoblaganda yadroning nuqtaviy bo'lmaganligi sababli uning elektr maydonining kichik masofalarda Kulon maydonidan farqli bo'lishini ham hisobga olish kerak. π-mezonlar uchun kuchli o'zaro ta'sirning ham ahamiyati kattadir, buning ham π-mezoatomlarning energetik sathlariga ta'sirini hisobga olish kerak. Bu ikki effekt (11.23) va (11.24) formulalarni keltirib chiqarishda hisobga olinmagan.

11.3. Dirak tenglamasi

1928-yilda Dirak ehtimoliy talqin qilishdagi qiyinchiliklardan holi bo'lgan relyativistik tenglamani olgan. Pauli va Vayskopf 1934-yilda Kleyn–Gordon tenglamasiga yangicha yondoshmagunlaricha Dirak tenglamasi to'g'ri bo'lgan yagona relyativistik tenglamadir deb qaralgan. Hozirgi tasavvurlar bo'yicha ikkala tenglama ham to'g'ri tenglamadir, faqat ularning qo'llanish sohasi har xildir: Dirak tenglamasi spini 1/2 (Plank doimiysi $\hbar$ birliklarida) bo'lgan zarrachalarga va Kleyn-Gordon tenglamasi esa spinsiz zarrachalarga qo'llanishi kerak.

Avvalgi paragraflarda ko'rdikki, Kleyn–Gordon tenglamasining ehtimoliy talqinidagi qiyinchiliklar uning vaqt bo'yicha ikkinchi tartibli tenglamaligi bilan bog'liqdir. Demak, bu qiyinchilikdan xoli bo'lish uchun tenglamaning vaqt bo'yicha hosilasi birinchi tartibli bo'lishi kerak. Formal nuqtayi nazardan bunday tenglamani ozod zarrachaning energiyasi uchun klassik relyativistik ifodadan $E^2 = \mathbf{p}^2c^2 + m^2c^4$ olish mumkin. Lekin bu ifodada zarrachaning impulsini tegishli operatorga almashtirilsa $E = \left(-c^2\hbar^2\nabla^2 + m^2c^4\right)^{1/2}$ ko'rinishdagi operator olinadi. Bu operatorning to'lqin funksiyasiga ta'siri esa integral munosabatga tengdir. Integro-differensial tenglamaga olib keladigan bu yo'l albatta to'g'ri kelmaydi.

Nisbiylik nazariyasida hamma koordinatlar va vaqt teng huquqli bo'lgani uchun izlanayotgan tenglama hamma o'zgaruvchilar (koordinatlar va vaqt) bo'yicha birinchi tartibli differensial tenglama bo'lishi kerak. Agar kvadratik forma bo'lgan klassik $E^2 - \mathbf{p}^2c^2 - m^2c^4$ munosabatni ikkita chiziqli formalarning ko'paytmasi sifatida ifodalash mumkin bo'lganida edi, bunday tenglamani darrov olgan bo'lar edik. Lekin oddiy arifmetika nuqtayi nazaridan bunday faktorizatsiya'ni bajara olmaymiz. Shunga qaramasdan, Dirak bu kvadratik formani quyidagi koʻrinishda yozib olish mumkin deb faraz qildi:

$$E^2-\mathbf{p}^2c^2-m^2c^4=\left(E-c\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p}-\beta mc^2\right)\left(E+c\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p}+\beta mc^2\right). \qquad (11.27)$$

Hosil boʻlgan chiziqli formalardan birini (masalan, birinchisini) olib, unda E va $\mathbf{p}$ larni (11.2) qoida boʻyicha operatorlarga almashtirilsa va shu operator munosabat bilan toʻlqin funksiyasiga ta'sir qilinsa, izlanayotgan vaqt boʻyicha birinchi tartibli boʻlgan differensial tenglama olinadi:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\hat{H}\psi=c\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p}\psi+\beta mc^2\psi. \qquad (11.28)$$

Ushbu olingan (11.28) tenglama Dirak tenglamasidir. Hozircha noma'lum boʻlgan $\boldsymbol{\alpha}$ va β kattaliklar koordinatlarga bogʻliq boʻlmasligi kerak, aks holda ozod zarrachaning harakatini ifoda qilishi kerak boʻlgan (11.28) tenglamada koordinatlarga bogʻliqlik paydo boʻladi, bu esa zarrachaga qandaydir kuchlar ta'sir qilayotganini bildirar edi. Ozod zarracha uchun fazoning hamma nuqtalari va vaqtning ixtiyoriy momenti ekvivalentdir (fazo-vaqtning bir jinsliligi), shuning uchun koordinata boshining siljishi yoki vaqtning oʻlchash boshining oʻzgarishi tenglamani oʻzgartirmasligi kerak. Agar $\boldsymbol{\alpha}$ va β kattaliklar koordinatlarning funksiyalari boʻlganda bunday boʻlmas edi.

Kiritilgan $\boldsymbol{\alpha}$ va β kattaliklar xossalarini (11.27) ning oʻng tomoni uning chap tomoniga teng boʻlishi kerakligi shartidan topish mumkin. (11.27) dagi chiziqli formalarni koʻpaytirganimizda noma'lum $\boldsymbol{\alpha}$ va β kattaliklarning koʻpaytmadagi tartibiga ahamiyat berish kerak, chunki $\boldsymbol{\alpha}$ va β lar yuqorida aytganimizdek oddiy sonlar boʻla olmaydi. Koʻpaytmada paydo boʻladigan impulsga nisbatan chiziqli boʻlgan $mc^3p_i(\alpha_i\beta+\beta\alpha_i)$ ifodani yoʻqotish uchun

$$(\alpha_i\beta+\beta\alpha_i)=0, \qquad i=1,2,3 \qquad (11.29)$$

deb olish kerak. Demak, $\boldsymbol{\alpha}$ va β kattaliklar oʻzaro antikommutativ boʻlishi kerak ekan. Undan tashqari, $\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p}$ hadlarni oʻzaro koʻpaytirganda ham ortiqcha hadlar paydo boʻladi:

$$(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p})(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p})=\alpha_i p_i\alpha_j p_j=\frac{1}{2}p_i p_j\left(\alpha_i\alpha_j+\alpha_j\alpha_i\right).$$

Ko'rinib turibdiki, $i \neq j$ bo'lganda impulsning har xil komponentalarining ko'paytmasi paydo bo'lishi mumkin. Buning oldini olish uchun

$$\alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i = 0, i \neq j \qquad (11.30)$$

deb qabul qilish kerak. Qolgan hadlar to'g'ri ko'rinishga ega bo'lishi uchun

$$\beta^2 = \alpha_i^2 = 1 \qquad (11.31)$$

deb olish kerak. Topilgan (11.29)-(11.31) xossalarga qaralsa, kiritilgan α va β kattaliklar matritsalar bo'lishi kerak, (11.28) tenglama esa matritsa ko'rinishida yozilgan chiziqli differensial tenglamalar sistemasini tashkil qilar ekan. Bu tenglamaga kirgan to'lqin funksiya esa ko'p komponentalik funksiyadir, uni matritsa-ustun sifatida tasavvur qilish qulaydir:

$$\psi(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} \psi_1(\mathbf{r},t), \\ \psi_2(\mathbf{r},t), \\ \vdots \\ \psi_n(\mathbf{r},t). \end{pmatrix}$$

Matritsa-ustun elementlarining soni α_i va β matritsalarning o'lchamlariga tengdir. To'lqin funksiyasi komponentalarining mavjudligi zarracha qo'shimcha erkinlik darajalarining mavjudligini bildiradi. Bu qo'shimcha erkinlik darajalari elektronning spini bilan bog'liq bo'lishi keyinchalik ko'rinadi.

Dirak tenglamasidan uzluksizlik tenglamasini keltirib chiqarish mumkin. Dirak tenglamasi matritsaviy tenglama bo'lgani uchun kompleks qo'shmaning o'rniga ermit qo'shmani ishlatish kerak. Eslatib o'taylik, (krest bilan belgilanadigan) matritsaning ermit qo'shmasi kompleks qo'shma bilan transponirlashdan iboratdir:

$$A^+ = \left(A^*\right)^T.$$

Shuning uchun, $\psi(\mathbf{r},t)$ ning ermit qo'shmasi bo'lgan $\psi^+(\mathbf{r},t)$ matritsa quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\psi^+(\mathbf{r},t) = \left(\psi_1^*(\mathbf{r},t), \psi_2^*(\mathbf{r},t), \cdots, \psi_n^*(\mathbf{r},t)\right).$$

Dirak tenglamasida ermit qo'shmasining ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$-i\hbar\frac{\partial\psi^+}{\partial t}=-c\frac{\hbar}{i}\nabla\psi^+\boldsymbol{\alpha}+mc^2\psi^+\beta. \tag{11.32}$$

Bu tenglamada α va β matritsalarni ermit matritsalar deb olinsa:

$$\alpha_i^+=\alpha_i,\ \beta^+=\beta. \tag{11.33}$$

Bu tabiiydir, chunki, yuqorida qayd etib o'tilgan matritsalar tajribada kuzatiladigan fizik kattalikka to'gri keladi, hamda ermit matritsa bo'lishi kerak bo'lgan energiya operatori $\hat{H}=c\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p}+\beta mc^2$ ning tarkibiga kiradi. Endi (11.28) Dirak tenglamasini chapdan $\psi^+(\mathbf{r},t)$ ga, (11.32) qo'shma tenglamani esa o'ngdan $\psi(\mathbf{r},t)$ ga ko'paytirib va birini *ikkinchisidan ayirilsa, quyidagi tenglama olinadi:*

$$\begin{gathered}i\hbar\frac{\partial\psi^+(\mathbf{r},t)}{\partial t}\psi(\mathbf{r},t)=\\=c\frac{\hbar}{i}\left(\psi^+(\mathbf{r},t)\boldsymbol{\alpha}\nabla\psi(\mathbf{r},t)+\nabla\psi(\mathbf{r},t)\boldsymbol{\alpha}\psi^+(\mathbf{r},t)\psi(\mathbf{r},t)\right).\end{gathered} \tag{11.34}$$

Agar

$$\rho=\psi^+\psi\geq 0,\ \mathbf{j}=c\psi^+\alpha\psi$$

belgilashlar kiritilsa, (11.34) munosabat uzluksizlik tenglamasi ekanligini ko'rish mumkin. Zichlikning tarifidan ko'rinib turibdiki, to'lqin funksiyasining ehtimoliy talqini uchun hech qanday muammolar yo'q.

Kiritilgan matritsalarning ko'rinishini topishga o'taylik. Avvalgi boblarda (11.29)–(11.31) xossaga ega bo'lgan σ_i matritsalar – Pauli matritsalari – uchragan edi ((7.11) ifodaga qarang). Pauli matritsalari *o'zaro antikommutativ bo'lib, har birining kvadrati birlik matritsaga* teng edi. Lekin, Pauli matritsalarining soni uchta, shunday xossaga ega bo'lgan to'rtta matritsa kerak. To'rtinchi matritsa sifatida birlik matritsani ololmaymiz, chunki u hamma σ_i lar bilan kommutativdir. Demak, izlanayotgan matritsalarning o'lchami N Pauli matritsalarining o'lchamligi bo'lgan ikkidan katta bo'lishi kerak ekan. Bu o'lcham juft songa teng bo'lishi kerakligini osongina ko'rsatish mumkin. Haqiqatan ham, (11.29) dan:

$$\alpha_i\beta=\beta\alpha_i=(-I)\beta\alpha_i \tag{11.35}$$

kelib chiqadi. Bunda I matritsa - N o'lchamlik birlik matritsadir. Olingan munosabatning chap va o'ng tomonlarining determinantlari hisoblanadi:

$$\det(\alpha_i \beta) = \det(\alpha_i)\det(\beta) = (-I)^N \det(\alpha_i)\det(\beta) \qquad (11.36)$$

bundagi α va β matritsalar teskari matritsalarga egadir, ((11.31) shart bo'yicha, har bir α_i va β matritsalarning teskarisi o'ziga tengdir), ya'ni, ularning determinantlari noldan farqlidir. Demak,

$$(-1)^N = 1$$

ekan, ya'ni N juft sondir. Yuqorida aytilganidek, $N = 2$ bo'lganda matritsalarning soni yetarli emas, bundan kelib chiqadiki, α_i va β matritsalarning o'lchamini to'rtga teng deb olish kerak.

Matritsa α_i va β larning shpuri (shpur – Sp - matritsaning diagonal elementlarining yig'indisidir) nolga tengligini ko'rsataylik. Buning uchun quyidagi formulani:

$$\alpha_i \beta = -\beta \alpha_i$$

chapdan α_i ga ko'paytiriladi va (11.31) shartdan foydalaniladi. Natijada quyidagi olinadi:

$$\beta = -\alpha_i \beta \alpha_i .$$

Tenglikning ikkala tomonidan shpurni hisoblansa va Sp belgisining ostida matritsalarni siklik ravishda o'rnini almashtirish mumkinligi hisobga olinsa, quyidagiga kelinadi:

$$Sp\beta = Sp(-\alpha_i \beta \alpha_i) = Sp(-\alpha_i^2 \beta) = Sp(-\beta)$$

ya'ni,

$$Sp\beta = 0. \qquad (11.37)$$

Xuddi shunday yo'l bilan $Sp\alpha_i = 0$ ekanligini ham isbotlash mumkindir. Bundan ham kuchliroq tasdiqni, ya'ni α_i va β matritsalarining ixtiyoriy toq sonining ko'paytmasining shpuri nolga tengligini ham ko'rsatish mumkin.

α_i va β matritsalarning ko'rib chiqilgan xossalari ularning oshkora ko'rinishini topishga imkon beradi. Lekin bu matritsalarning ko'rinishi bir qiymatli ravishda aniqlangan emas. Haqiqatan ham, quyidagicha yangi $\tilde{\alpha}_i$ va $\tilde{\beta}$ matritsalar kiritiladi:

$$\tilde{\alpha}_i = U^{-1}\alpha_i U, \tilde{\beta} = U^{-1}\beta U = \qquad (11.38)$$

bunda U ixtiyoriy unitar matritsa. Yangi kiritilgan $\tilde{\alpha}_i$ va $\tilde{\beta}$ matritsalarning xossalari eski α_i va β matritsalarning xossalari bilan aynan bir xil bo'lishini ko'rish qiyin emas.

Dirak matritsalarining har xil tasavvurlari mavjuddir, lekin Dirak tenglamasidan kelib chiqadigan fizik xulosalarning hech qaysisi konkret tasavvurga bog'liq emas. Keyingi paragraflarda bu tasavvurlarning bir nechtasi bilan tanishib chiqiladi va ularning qo'llanish sohalari muhokama qilinadi. Hozircha bu matritsalarning quyidagi tasavvuridan foydalaniladi:

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}. \tag{11.39}$$

bundagi σ_i matritsalar ikki qatorli Pauli matritsalaridir, ya'ni (11.39) tasavvurdagi matritsalarning har bir elementi o'z navbatida ikki o'lchamli matritsadan iboratdir:

$$\begin{gathered} \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_x \\ \sigma_x & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{gathered} \tag{11.40}$$

11.4. Dirak matritsalarining algebrasi

Avvalgi paragrafda Dirakning relyativistik tenglamasini keltirib chiqardik hamda α va β matritsalarning eng sodda xossalari bilan tanishib chiqdik. Dirak matritsalarining relyativistik kvant mexanikasining apparatida o'ynaydigan muhim rolini hisobga olib, bu paragrafda Dirak tenglamasini kovariant ko'rinishga keltiriladi va Dirak matritsalarining asosiy xossalari bilan tanishib chiqiladi. Ya'ni, bu va keyingi bir necha paragraflar ko'proq formal xarakterga ega bo'ladi.

Bunda biz ba'zi bir takrorlanishlardan xalos bo'la olmaymiz. O'quvchi relyativistik 4-vektorlar bilan tanish deb faraz qilamiz.

Umumiy va nazariy fizika kurslaridan ma'lumki, fizik kattaliklarning birliklari aniq bir kelishuv asosida tanlab olinadi, masalan, SI sistemasi, SGS sistemasi va h.k. Relyativistik kvant mexanikasida ham o'ziga xos birlik sistemasi ko'p ishlatiladi. U ham bo'lsa - *tabiiy birliklar sistemasi* deb nom olgan sistemadir, bu sistemada yorug'lik tezligi va Plank doimiysi birga tenglashtirib olinadi:

$$c = 1, \quad \hbar = 1.$$

Buning natijasida energiya va impuls massa birligiga ega bo'lishini (11.4) formuladan darhol ko'rish mumkin. (11.2) formulaga nazar tashlasak, impuls va energiya l^{-1} birlikka ega bo'lishi kerakligi ko'riladi, bunda l – uzunlik birligi (masalan, sm). Vaqt ham mana shu *sm* larda o'lchanadi, massaning birligi esa sm^{-1} bo'ladi. Tezliklar o'lchamsiz kattalik bo'lib, jism tezligining yorug'lik tezligiga nisbatiga teng bo'ladi. Harakat miqdori momenti va spin o'lchamsiz kattaliklar bo'ladi (haqiqatan ham, ularning o'lchamligi Plank doimiysi bilan bir xil edi). Demak, tezlik va aylanma momentlar o'zining tabiiy birliklarida ifodalanadi, o'lchamli kattaliklarning hammasi esa *sm* ning har xil darajasidagi birliklarga ega bo'ladi. Bu, albatta, katta qulayliklarga olib keladi. Shuning uchun ham shu sistemadan foydalanib turiladi.

Dirak tenglamasini kovariant ko'rinishga keltirish uchun energiya-impuls 4-vektorining ta'rifini va mos keluvchi operatorlarga o'tish ta'riflarini eslab ((11.2) formulalarga qarang) quyidagi moslik formulalarini yozish mumkin (Plank doimiysini $\hbar = 1$ deb olinganida):

$$p^{\mu} = \{E/c, \mathbf{p}\} \to \left\{ i\frac{\partial}{c\partial t}, -i\nabla \right\} \tag{11.41}$$

va

$$p_{\mu} = g_{\mu\nu} p^{\mu} = \{E/c, -\mathbf{p}\} \to \left\{ i\frac{\partial}{c\partial t}, i\nabla \right\} \tag{11.42}$$

bunda $g_{\mu\nu}$ metrik tenzorni bildiradi. Uning signaturasi quyidagi ko'rinishda olinadi $\{+,-,-,-\}$, ya'ni, ixtiyoriy to'rt vektorning kvadrati quyidagicha aniqlanadi:

$$p^2 = p_\mu p^\mu = p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2.$$

Quyidagi belgilashlar kiritilsa:

$$\partial^i = -\partial_i = -(\nabla), \quad \text{va} \quad \partial^0 = \partial_0 = \frac{\partial}{c\partial t}$$

impuls uchun formulalarni qulay koʻrinihga keltirib olinadi:

$$p^\mu = \left(i\partial^0, i\partial\right) = i\partial^\mu \quad \text{va} \quad p_\mu = \left(i\partial^0, -i\partial\right) = i\partial_\mu. \tag{11.43}$$

Takrorlanuvchi (bir gal kovariant bir gal kontravariant holda) grek indekslari boʻyicha 0 dan 3 gacha yigʻindi koʻzda tutiladi. Lotin indekslari esa 1,2,3 qiymatlarni qabul qiladi.

Avvalgi paragrafdagidek, Kleyn–Gordon operatorini ikki operatorning koʻpaytmasi koʻrinishiga keltirib olaylik:

$$p^2 - m^2 = (\hat{p} + m)(\hat{p} - m) \tag{11.44}$$

bunda $p^2 = p^\mu p_\mu$ va biz Feynman belgilash kiritildi: $\hat{p} = p^\mu \gamma_\mu$. (11.44) formulaning chap tomoni Lorens – skalar boʻlgani va uning oʻng tomoni impuls p^μ boʻyicha chiziqli boʻlishi kerakligi uchun yangi sonlar γ_μ larni kiritishga majbur boʻldik. Bu yangi γ_μ sonlar oddiy sonlar boʻla olmaydi, chunki oddiy sonlar uchun (11.44) oʻrinli boʻlmaydi. (11.44) formulada qavslar ochib chiqilsa,

$$\hat{p}^2 = \hat{p}\hat{p} = p^\mu \gamma_\mu p^\nu \gamma_\nu = \frac{1}{2} p^\mu p^\nu \left(\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu\right) = p^2 \tag{11.45}$$

tenglik oʻrinli boʻlishi uchun

$$\left(\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu\right) = 2g_{\mu\nu} \tag{11.46}$$

boʻlishi kerakligi koʻriladi. Maʼlumki, bunday xossaga matritsalar egadir. Shuni hisobga olib, (11.46) tenglikni haqiqatda quyidagi koʻrinishda tushunish kerak:

$$\left(\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu\right) = 2g_{\mu\nu} I. \tag{11.47}$$

bunda I-oʻlchamligi xuddi γ_μ - ning oʻlchamligi N ga teng boʻlgan birlik matritsadir. Odatda, (11.47) ning oʻrniga (11.46) qoʻllaniladi, bunda faqat birlik matritsa boʻlishini esda tutish kerak. Kiritilgan matritsalarning oʻlchami N aniqlanadi. $\mu \neq \nu$ boʻlgan holda

$$\gamma_\mu \gamma_\nu = -\gamma_\nu \gamma_\mu = -I\gamma_\mu \gamma_\nu$$

boʻlgani uchun

$$\det(\gamma_\mu\gamma_\nu) = (-1)^N \det(\gamma_\nu\gamma_\mu) = (-1)^N \det(\gamma_\mu\gamma_\nu) \qquad (11.48)$$

tenglik olinadi. Demak, $(-1)^N = 1$, ya'ni, N - juft son ekan. 11.3-paragrafda ko'rsatilganidek $N = 4$.

Endi (11.44) dan foydalanib, quyidagi vaqt bo'yicha chiziqli bo'lgan tenglamani yozib olish mumkin:

$$\left(\gamma^\mu p_\mu - m\right)\psi = 0. \qquad (11.49)$$

Agar (11.42) dan foydalanilsa, bu tenglamani koordinat fazosida yozib olish mumkin:

$$\left(i\gamma^\mu \partial_\mu - m\right)\psi = 0. \qquad (11.50)$$

Bu-Dirak tenglamasining kovariant ko'rinishidir. Dirak matritsalarining o'lchamidan kelib chiqadiki, (11.50) tenglamadagi $\psi(\mathbf{r},t)$ funksiya to'rt komponentalik to'lqin funksiyadir.

γ-matritsalarning asosiy xossalarini o'rganishga o'taylik, buning uchun (11.46) munosabatdan boshqa hech narsa kerak bo'lmaydi.

Agar (11.46) da $\mu = \nu = 0$ desak,

$$\left(\gamma^0\right)^2 = I \qquad (11.51)$$

munosabat olinadi. $\mu = \nu = i$ holda esa

$$\left(\gamma^i\right)^2 = -I \qquad (11.52)$$

ekanligi ko'rish mumkin. Bunda i bo'yicha yig'indi yo'q. Bu formula ixtiyoriy i uchun o'rinlidir, ya'ni, $\left(\gamma^1\right)^2 = -I$ $\left(\gamma^2\right)^2 = -I$ $\left(\gamma^3\right)^2 = -I$. Agar $\gamma^i = -\gamma_i, \gamma^0 = -\gamma_i$ xossalar eslansa, (11.51) va (11.52) formulalarni quyidagi bitta ifodaga birlashtirish mumkin:

$$\gamma^\mu\gamma_\mu = I \qquad (11.53)$$

(μ bo'yicha yig'indi yo'q).

Amalda ko'pincha γ-matritsalar va ularning ko'paytmalarining izi – shpurini hisoblashga to'gri keladi (matritsaning izi – uning diagonal elementlarining yigindisidir). Bitta matritsaning izini hisoblashdan boshlaylik:

$$Sp\gamma_\mu = Sp\gamma_\nu\gamma_\nu\gamma_\mu = Sp\gamma^\nu\left(2\delta_\mu^\nu - \gamma_\mu\gamma^\nu\right) =$$
$$= -Sp\gamma_\nu\gamma_\mu\gamma^\nu = Sp\gamma^\nu\gamma_\nu\gamma_\mu = -Sp\gamma_\mu = 0. \qquad (11.54)$$

Bu munosabatni hisoblashda birinchi tenglik belgisidan keyin Sp belgisining ostiga birlik matritsani kiritdik ((11.53) ga qarang) va $\mu \neq \nu$ bo‘lsin deb oldik, bunda $\delta_\mu^\nu = 0$ bo‘ladi. To‘rtinchi tenglik belgisidan keyin esa shpurning siklik xossasidan foydalandik.

Dirak matritsalarining o‘lchami 4 ga tengligi aytilgan edi. Lekin mustaqil 4×4 matritsalarning soni 16 ga teng bo‘lishi kerak. Odatda, shu 16 ta matritsalar sifatida quyidagi matritsalar olinadi:

I - birlik matritsa – bitta;

$\gamma^\mu, \mu = 0,1,2,3$ – to‘rtta matritsa

$\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2i}\left[\gamma^\mu, \gamma^\nu\right] = \frac{1}{2i}\left(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu\right)$ –oltita matritsa

$\gamma^5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ – bitta;

$\gamma^\mu\gamma^5$, $\mu = 0,1,2,3$ – to‘rtta matritsa.

Bu ro‘yxatda paydo bo‘lgan γ^5-matritsa kvantlangan maydonlar nazariyasida alohida rol o‘ynaydi (uning ba’zi bir xossalari bilan keyin tanishib chiqiladi).

Ikkita gamma-matritsalar ko‘paytmasining shpuri hisoblaniladi:

$$Sp\gamma^\mu\gamma^\nu = \frac{1}{2}Sp\left(\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu\right) = g_{\mu\nu}SpI = 4g^{\mu\nu}. \qquad (11.55)$$

Yanada qiyinroq bo‘lgan, quyidagi masalaga o‘tib, to‘rtta gamma-matritsalarning ko‘paytmasining shpurini topaylik:

$$Sp\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma = \frac{1}{2}Sp\gamma^\mu\gamma^\nu\left(-\gamma^\sigma\gamma^\lambda + 2g^{\sigma\lambda}\right) =$$
$$= 8g^{\sigma\lambda}g^{\mu\nu} - Sp\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\lambda =$$
$$= 8g^{\sigma\lambda}g^{\mu\nu} - Sp\gamma^\mu\left(-\gamma^\sigma\gamma^\lambda + 2g^{\sigma\lambda}\right)\gamma^\lambda = \qquad (11.56)$$
$$= 8\left(g^{\sigma\lambda}g^{\mu\nu} - g^{\sigma\nu}g^{\mu\lambda} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda}\right) - Sp\gamma^\sigma\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda.$$

Shpur belgisining ostida matritsalarni siklik ravishda almashtirish mumkinligini hisobga olsak, quyidagi formulaga kelinadi:

$$Sp\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\lambda}\gamma^{\sigma} = 4\left(g^{\sigma\lambda}g^{\mu\nu} - g^{\sigma\nu}g^{\mu\lambda} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda}\right). \qquad (11.57)$$

Umuman olganimizda, toq sonli γ-matritsalarning ko'paytmasining shpuri hamma vaqt nolga teng, juft sonli γ -matritsalarning ko'paytmasini esa oxirgi formulani keltirib chiqarishda ishlatgan yo'l bilan keltirib chiqarish mumkin.

Olingan formulalardan ixtiyoriy 4-vektorlar p_{μ}, q_{μ} va h.k lar uchun quyidagi tengliklar urinli ekanligi kelib chiqadi:

$$Sp(\hat{p}) = 0, Sp(\hat{p}\hat{q}) = 4pq, Sp(\hat{p}\hat{q}\hat{k}) = 0$$
$$Sp(\hat{p}\hat{q}\hat{k}\hat{s}) = 4\left[(pq)(ks) - (pk)(qs) + (ps)(qk)\right]. \qquad (11.58)$$

Endi γ^5 - matritsalik ifodaning shpuri hisoblanadi va quyidagi tenglik o'rinli ekanligini isbot qilaylik:

$$Sp\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{5} = 0. \qquad (11.59)$$

Faraz qilaylik,

$$Sp\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{5} = ag^{\mu\nu}$$

bo'lsin, bunda a – noma'lum koeffitsiyentdir. Bu ifoda mumkin bo'lgan yagona ifodadir, chunki bizning qo'limizda mos keluvchi indeksli va oddiy songa proporsional bo'lgan boshqa kattaliklar yo'q. Oxirgi tenglikda $\mu = \nu = 0$ deb olinsa,

$$Sp\gamma^{0}\gamma^{0}\gamma^{5} = Sp\gamma^{0}\gamma^{5}\gamma^{0} = -Sp\gamma^{0}\gamma^{0}\gamma^{5} = 0$$

ekanligi ko'riladi. Demak, a=0 ekan va (11.59) – tenglikka keldik. Amalda keng ishlatiladigan yana bir kattalik bor - $Sp\gamma^{5}\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\lambda}\gamma^{\sigma}$. Bu kattalikning qiymatini quyidagi umumiy ko'rinishda ifodalab olaylik:

$$Sp\gamma^{5}\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\lambda}\gamma^{\sigma} = a\in^{\mu\nu\lambda\sigma} + bg^{\sigma\lambda}g^{\mu\nu} + cg^{\sigma\nu}g^{\mu\lambda} + dg^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda} \qquad (11.60)$$

Bizning qo'limizda o'ng tomonda yozish mumkin bo'lgan boshqa tenzor strukturalar yo'q. Bu formulada paydo bulgan $\in^{\mu\nu\lambda\sigma}$ simvol 4-rangli birlik absolut antisimmetrik tenzorni bildiradi. Ya'ni, ta'rif bo'yicha

- $$\in^{0123} = 1$$
- uning ixtiyoriy ikki indeksining o'rnini almashtirilganda tenzor ishorasini o'zgartiradi:

$$\in^{\mu\nu\lambda\sigma} = -\in^{\nu\mu\lambda\sigma} \quad -\in^{\mu\lambda\nu\sigma}$$

va h.k.;

• ixtiyoriy ikki indeksi o'zaro teng bo'lganda bu tenzor nolga tengdir:

$$\in^{1123} = \in^{0120} = 0$$

va h.k.

(11.60) tenglikni galma-galdan $g_{\mu\nu}, g_{\mu\lambda}, g_{\mu\sigma}$ larga ko'paytirib va takrorlanayotgan indekslar bo'yicha yig'ib chiqilsa, $b = c = d = 0$ ekanligi topiladi ((11.59) ni hisobga olib). Agar (11.60) da $\mu = 0, \nu = 1, \lambda = 2, \sigma = 3$ deb olinsa, $a = 4i$ ekanligi topiladi. Demak,

$$Sp\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma = 4i \in^{\mu\nu\lambda\sigma} \tag{11.61}$$

ekan.

Ba'zi bir masalalarda $\gamma^\mu\gamma^\nu \cdots \gamma^\lambda\gamma^\lambda$ ko'rinishdagi ifodalar uchraydi, bunda μ indeks bo'yicha yig'indi mavjud. Bunday ifodalar osongina soddalashtiriladi. Masalan,

$$\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_\mu = \gamma^\mu\left(-\gamma_\mu\gamma^\nu + 2\delta^\nu_\mu\right) = -2\gamma^\nu.$$

Xuddi shunday yo'l bilan qo'yidagilarni ko'rsatish mumkin:

$$\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma_\mu = 4\gamma^\nu\gamma^\sigma$$

$$\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\sigma\gamma^\lambda\gamma_\mu = -2\gamma^\lambda\gamma^\sigma\gamma^\nu$$

va h.k. Dirak matritsalarining bu xossalarini keltirib chiqarishda faqatgina (11.46) formuladangina foydalandik. Avval aytilganidek (11.38) ga qarang), γ-matritsalar ustida ixtiyoriy unitar matritsa U yordamida quyidagi ko'rinishdagi

$$Sp\gamma^5\gamma^\mu \to \gamma^{\mu'} = U\gamma^\mu U^{-1} \tag{11.62}$$

almashtirish bajarilsa (11.46), (11.47) formulalarning ko'rinishi o'zgarmaydi:

$$\left(\gamma'_\mu\gamma'_\nu + \gamma'_\nu\gamma'_\mu\right) = 2g_{\mu\nu}I. \tag{11.63}$$

Bu degani, $\gamma^{\mu'}$ matritsalarning xossalari γ^{μ} matritsalarning xossalaridan hech ham farq qilmaydi. Demak, γ^{μ} matritsalarning ko'rinishi bir qiymatli emas, ular (11.62) o'xshash almashtirish darajasigacha aniqlanganligi ma'lum bo'ladi. Bu matritsalarning eng ko'p ishlatiladigan ko'rinishlari, quyidagichadir:

• standart ko'rinishi:

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{pmatrix} \qquad (11.64)$$

• spinor ko'rinishi:

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \gamma_5 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}. \qquad (11.65)$$

Bu formulalarda matritsalarning har bir elementi, ham 2×2 matritsalar ko'rinishida olingan, σ_i - Pauli matritsalari va I – o'lchamligi 2×2 bo'lgan birlik matritsadir.

(11.50) ni quyidagi ko'rinishda yozib olib:

$$\left(i\gamma^0\partial_0 + i\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\partial} - m\right)\psi = 0$$

uni chapdan γ^0 ga ko'paytiriladi:

$$\left(i\partial_0 + i\gamma^0\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\partial} - m\gamma^0\right)\psi = 0.$$

Bu formulani (11.28) bilan taqqoslansa

$$\boldsymbol{\alpha} = \gamma^0\boldsymbol{\gamma}, \beta = \gamma^0 \qquad (11.66)$$

ekanligini ko'rish mumkin.

Endi Dirak matritsalarining ermit qo'shmalarini topaylik. Gamiltonianning

$$H = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m = \gamma^0\boldsymbol{\gamma}\mathbf{p} + \gamma^0 m$$

ermitligidan kelib chikadiki, $\gamma^0\boldsymbol{\gamma}$ va γ^0 matritsalar ham ermit matritsalari bo'lishi kerak:

$$\left(\gamma^0\boldsymbol{\gamma}\right)^+ = \gamma^0\boldsymbol{\gamma}, \left(\gamma^0\right)^+ = \gamma^0. \qquad (11.67)$$

Ikkinchi tomondan,

$$\left(\gamma^0\gamma_i\right)^+ = \gamma^i\gamma_0^+, \left(\gamma^0\right)^+ = \left(\gamma^i\right)^+\gamma_0$$

tenglikni hisobga olinsa,

$$\left(\gamma^i\right)^+ = \gamma_o\gamma^i\gamma_0,$$

ekanligi topiladi. Oxirgi formula va (11.67) ning ikkinchi formulasini quyidagi bitta formulaga birlashtirish mumkin:

$$\left(\gamma^\mu\right)^+ = \gamma_o\gamma^\mu\gamma_0. \tag{11.68}$$

Endi Dirak tenglamasining ermit qo'shma ko'rinishiga o'taylik. Dirak tenglamasining chap tomonining ermit qo'shmasini topaylik:

$$\left\{\left(i\gamma^\mu\partial_\mu - m\right)\psi\right\}^+ = \psi^+\left(-i\bar{\partial}_\mu\gamma^{\mu+} - m\right).$$

Bunda $(\psi)^+\bar{\partial}_\mu$ ifoda $\partial_\mu(\psi)^+$ ni bildiradi. Agarda $\overline{\psi} = (\psi)^+\gamma_0$ belgilash kiritilsa, unda Dirak qo'shma spinori deyilgan $\overline{\psi}$ uchun quyidagi tenglama olinadi:

$$\overline{\psi}\left(i\bar{\partial}_\mu + m\right) = 0 \tag{11.69}$$

(11.34) uzluksizlik tenglamasi yangi belgilashlarda quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\partial_\mu\left(\overline{\psi}\gamma^\mu\psi\right) = 0 \tag{11.70}$$

bunda

$$j^\mu = e\overline{\psi}\gamma^\mu\psi$$

kattalik esa 4-tok zichligi rolini o'ynaydi.

Asosiy adabiyotlar

1. Kalashnikov S.G. Umumiy fizika kursi. Elektr. Oliy o'quv yurtlarining fizika ixtisosligi bo'yicha o'quv qo'llanma. O'qituvchi, Toshkent-1979, 615 bet
2. Jearl Walker, David Hallidey., R.Resnick. Fundamentals of physics. ISBN 978-8808-08797-3. 2014.
3. Sivuxin D.V. Kurs obshey fiziki. Elektrichestvo, Uchebnoe posobie dlya studentov fizicheskix spesialnostey visshix uchebnix zavedeniy. Nauka, M.-2004.
4. Douglas S. Giancoli. Physic sprinciples withapplications. -2014
5. Sedrik M.C. Umumiy fizika kursidan masalalar to'plami. Toshkent, O'qituvchi, 1991- y.

Qo'shimcha adabiyotlar

1. I.Ye. Irodov. Osnovnыe zakoni elektromagnetizma. M. 1983 y.
2. Volkenshteyn S.V. Umumiy fizikadan masalalar tuplami.
3. A.N. Matveev. Kurs fiziki. Elektrichestvo i magnetizm. M., 1983 y.
4. Buxanov V.M., Vasileva O.N., Jukarev A.S., Lukasheva, Ye.V., Rusakov V.S. Elektrichestvo i magnetizm. Razrabotka seminarskix zanyatiy (Universitetskiy kurs obshey fiziki). M.: Fizicheskiy fakultet MGU, 2015, 775 s.
5. V.A. Aleshkevich Elektromagnetizm. M.: FIZMATLIT, 2014, 404s.
6. Brandt N.N., Mironova G.A., Saleskiy A.M. Elektrostatika v voprosax i zadachax. Posobie po resheniyu zadach dlya studentov. SPb.: Lan, 2011. 288s.

Axborot manbaalari:

1. http://www.zivonet.uz
2. htto://www.msu.ni
3. http://www.fizika.uz
4. Animatsion rolik (http: www.upscale.utorouto.ca.com va http:ticalua.es).
5. Fizika "Physicon".
6. Ko'rgazmali rangli rasmlar (http:www.hord.Wareandlysis.com.).
7. Phusics onlian".
8. www.cultinfo./fulltext/l/008/077/561/htm

www.en/edu.ru

O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O`RTA MAXSUS TA`LIM VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

FIZIKA-MATEMATIKA FAKUL'TETI

U.S. Boboho'jayev

KVANT MEXANIKASI
fanidan

MASALALAR TO`PLAMI

OLIY O`QUV YURTLARI TALABALARIGA FOYDALANISH UCHUN TAVSIYA ETILADI

Taqrizchilar:
Namangan muxandislik pedagogika instituti fizika kafedrasi professori. G`.G`ulomov

Namangan davlat Universiteti fizika kafedrasi dotsenti. P. Boymatov.

Ushbu uslubiy qo`llanma 2022-yil 7-mart NamDU Fizika-matematika fakul'tetining ilmiy uslubiy kengashida tasdiqlangan va chop etish uchun ruxsat etilgan.

Bayonnoma № 5

Masalalar

1. To`lqin uzunligi $\lambda = 0{,}155\ мкм$ ul'trabinafsha nurlar bilan kumush sirtdan uchib chiqariladigan fotoelektronning maksimal tezligini aniqlang. $\vartheta_{мак} = \sqrt{2(E-A)/m} = 1{,}08 Мм/с$

2. Tseziyning sirti to`lqin uzunligi $\lambda = 400 нм$ bilgan binafsha yorug`lik bilan nurlantirilganda fotoelektronning maksimal tezligi $\vartheta_{мак} = 0{,}65 Мм/с$ bilsa, tseziy uchun fotoeffektning qizil chegarasi λ_0 aniqlansin $A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{m\vartheta^2}{2} = 3{,}0510^{-19} Ж. \lambda_0 = \frac{hc}{A} = 651 нм$

3. Litiy sirtiga monoxromatik yorug`lik tushadi $(\lambda = 310 нм)$ elektronlar emissiyasini tixtatish uchun 1,7 V dan kam bilmagan tutuvchi potentsiallar farqini qiyish kerak. CHiqish ishi A aniqlansin. $A = 2{,}3 эВ$

4. $\lambda = 380 нм$ to`lqin uzunligiga tig`ri keluvchi (kirish spektrining binafsha chegarasi) fotonning energiyasi ε massasi m va impul'si R aniqlansin E=3,27 eV, $m =$ 5,8 10^{-30} kg, $P = 1.74\,10^{-27} кг \quad м/с$

5. $E = 1 МэВ$ energiyali fotonning to`lqin uzunligi λ, massasi m va impul'si R aniqlansin. Bu fotonning massasi tinchlikdagi elektron massasi bilan taqqoslang. 1,27pm, 1,8 $10^{-30} кг, \quad 5{,}3 10^{-22} кг \quad 5{,}3 10^{-22} кг \quad м/с$

6. Kompton xodisasi natijasida foton elektron bilan tiqnashib $\alpha = 90^0$ burchakka sochilgan fotonning energiyasi $\varepsilon^/ = 0{,}4 МэВ.$ Fotonning sochilishgacha bilgan E energiyasi aniqlansin. E=1*,85 MeV.*

7. 1) erkin elektronlarda 2) erkin protonlarda Kompton sochilishida to`lqin uzunligining maksimal izgarishini aniqlansin.1) 4,84 pm 2) 2,64 fm.

8. Fotonning to`lqin uzunligi $\lambda$ elektronning Kompton to`lqin uzunligi λ_0 ga teng. Fotonning energiyasi E va impul's R aniqlansin.

9. Qanday tezlikdagi elektronning to`lqin uzunligi $\lambda = 1{,}00 нм$ ga teng bilgan foton impul'siga teng biladi. $\vartheta = \frac{c}{\sqrt{1 + (mc\lambda / 2\pi\hbar)}} = 2.8^* 10^8$

10. Kompton effektini quyidagi xususiyatlarni izoxlang.

a) Kompton siljish formulasini tekshirish uchun etarlicha qisqa to`lqinli rentgen nurlaridan foydalanish zarurati borligi.
b) Siljish kattaligi modda turiga boqlik emasligi
v) Sochilgan nurlanishda aralashmagan komponentalarni mavjudligi

g) Moddaning atom nomeri kamayishi va sochilish atomi yadrosiga qanday minimal masofagacha yaqinlashagan burchagining ortishi bilan sochilgan nurda aralashgan komponentalar intensivligini ortishi.

Rezerford – Bor atom modeli.

1. $\mathrm{E} = 40\,кэВ$ energiyapf ega bilgan α zarracha tinch turgan qirg`oshin ladi. 5,9 pm

2. $\mathrm{E} = 0,27\,МэВ$ kinetik energiyaga ega α zarra oltin folgadan 60^0 burchakka sochildi. Mos xoldagi nishon masofasini aniqlang. $B = 0,73\,нм$

3. Vodorod atomining birinchi orbitasida turgan elektronning potentsial E_p kinetik E_k va E_t tila energiyasi aniqlansin. -27,2 eV, 13,6 eV, -13,6 eV.

4. Agar atom asosiy xolatga itishda ikkita $\lambda_1 = 65630\,нм$ va $\lambda_2 = 12160\,нм$ to`lqin uzunliklariga ega fotonni nurlasa, atomning qizg`atilgan xolatiga mos n kvant sonini aniqlang. $n = 3$

5. Ionlashish va birinchi qizg`alish potentsialigini He^+ va Li^{++} uchun xisoblang. $V_{He^+} = 54\,B,\quad V_{Li^{++}} = 122\,B$

6. Geliy ioni He^{++} va vodorod atomi uchun
a) birinchi bor radiusini va elektron tezligini
b) asosiy xolatdagi kinetik energiya va bog`lanish energiyasi
v) Ionlashish potentsialini, birinchi qizg`atish potentsialini va rezonans nurlanish chizig`i to`lqin uzunligi $(n = 2;\, n = 1)\ \lambda$ ni xisoblang.

	r, pm	$\vartheta, 10^6\, м/с$	T,eV	$E_{bog`}$,eV	$\varphi i.B$	φ_1, B	λ нм
H	52,9	2,18	13,6	13,6	13,6	10,2	121,5
He^+	26,5	4,36	54,5	54,5	54,5	40,8	30,4

7. Vodorod atomida elektronning birinchi Bor orbitasidagi xarakatidan yuzaga kelgan magnit magnit maydon induktsiyasini atom markazidagi qiymatini xisoblang. $B = m^2 e^7 / ct = 125\,кГс$

8. Vodorod atomi uchun Layman, Bal’mer va Pashen seriyalarni xisoblang va to`lqin uzunliklar spektral shkalasida aks ettiring. Bu shkalada kirish soxasini ajrating.

9. 94,5 dan 130,0 nm to`lqin uzunliklari orasida vodorod atomining qanday yutilish spektrichiziqlari bila oladi. 97,3 102,6 va 121,6 nm

10. YAdro xarakatini xisobga odgan xolda vodorod atomidagi elektronni asosiy xolatda bog`lanish energiyasini va Ridberg doimiysini aniqlang. Natijada yadro xarakatini xisobga olmagan xolda necha foizga farq qiladi $E_{бог} = \mu e^4 / 2\hbar^2 \quad R = \mu e^4 / 2\hbar^3 \quad \mu$ *-keltirilgan* massa. Bu kattaliklar yadro xarakatini xisobga olmaganda, xisobga olgandagindan $m/M \approx 0.055\%$ ga katta m va M *e*lektron va proton massalar.

11. Engil va og`ir vodorod atomi uchun (N va D) quyidagilar farqini toping a) asosiy xolatdagi elektronlarbog`lanish energiyalari b) Layman seriyasi bosh to`lqin uzunliklar

$$E_D - E_H = 3,7 МэВ \quad \lambda_H - \lambda_D = 33 пм$$

Miroob`ektning to`lqin xossalari

1. $U = 10^3$ Vtezlatuvchi potentsiallar farqini itagan elektronning de Broyl uzunligi qandayq

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = 0,0387 нм$$

2. Xona temperaturasidagi bir atomli zarralarni issiqlik xarakati urtacha kinetik energiyasiga teng bilgan kinetik energiyali proton va elektronni de-Broyl to`lqin uzunligi qandayq $\lambda_P = 0,15 нм \quad \lambda_E = 6,5 нм$

3. Impul'si $15,0\, кэВ / c$ (s-yorug`lik tezligi) bilgan elektronning to`lqin uzunligi 50 pm ga teng bilishi uchun, unga qishimcha qanday energiya berish kerak $\Delta E = 2\pi^2\hbar^2 / m\lambda^2 - P^2 / 2m = 0.38 кэВ$

4. Nikil' kristalining yuzasiga elektronlarning parallel dastasi tushadi. Kristal shunday buriladiki natijada sirpanish burchagi izgaradi. Bu burchak 64^0 ga teng bilganda birinchi tartibli difraktsion maksimumga tig`ri keluvchi elektronlarning maksimal qaytish kuzatiladi. Kritalning atom tekisliklari orasidagi masofa d ni 200 pm ga teng deb qabul qilib elektronlarning de-Broyl' to`lqin uzunligi λ va ularning tezliklari ϑ aniqlansin. $\lambda = 360 пм, \quad \vartheta = 2 мм / c$

5. 200 eV energiyali elektronlarni polikristal folgadan difraktsiyasini kuzatayotib birinchi tartibli difraktsion xalqaning diametri 3 sm ga tengligi aniqlandi. Folgadan ekrangacha masofa 15 sm bilsa kristal namunaning tekisliklari aro masofa qanchaga teng. $d = 0.3 нм$

6 Norelayativistik formula orqali aniqlangan elektronning de-Broyl' to`lqini xatoligi relyativistik formula yordamida aniqlangan qiymatini bir foizidan

oshmaydigan kinetik energiya qiymatini toping. SHuni proton uchun xam xisoblang.
$E_к^e \le 0,02 МэВ \quad E_к^e \le 37,5 МэВ$

7. 1929 yilda esterman va SHternlar litiy, ftor (Li, F) kristalidan geliy atomlari difraktsiyasini kuzatishdi. $\frac{3}{2}KT$ energiyaga ega geliy (Ne) atomlari $T = 290$ K temperaturada de-Broyl' to`lqin uzunligi qanday biladi. $\lambda = 0,072 нм$

8. m_1 massali va E_k kinetik energiyali norelyativistik zarra tinch turgan m_2 massali zarra bilan elastik tiqnashadi. Massalar og`irlik markazidagi sanoq sistemasiga nisbatan zarralar de-Broyl' to`lqin uzunligini aniqlang. $\lambda_1 = \lambda_2 = \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)\frac{h}{\sqrt{2m_1E_к}}$

9. Rentgen trubkasida antikatodga kelayapgan
elektronlar de –Broyl' to`lqinini xisoblang, agar rentgin nurlari tutash spektrining qisqa to`lqinli
chegarasi to`lqin uzunligi $\lambda_к = 10,0 нм$ bilsa. $\lambda = \lambda_к / \sqrt{1 + mc\lambda_к / \pi\hbar} = 3,3 нм$

Noaniqlik munosabatlari

1. Zarraning koordinatasi x kengligi v bilgan tor tirqish yordamida aniqlansa impul's ΔP_x noaniqlik bilan aniqlanib, $\Delta X \Delta P \ge h$ bilishini kirsating.

2. Ilchamlari 1 mkm soxadagi elektron va proton tezligini aniqlashdagi xatolikni aniqlang. $\Delta X = 0,5 мм$ deb $2^* 10^2$ va $0,1 м/с$

3. Xarakatlanayotgan zarra koordinatasining noaniqligini de-Broyl' to`lqin uzunligiga teng deb faraz qilib shu zarra

4. impul'sining nisbiy noaniqligi $\Delta P / P$ aniqlansin. 16%

5. YAdrodagi nuklonning minimal energiyasini $E = 10 МэВ$ deb qabul qilib, noaniqliklar munosabati yordamida yadroning chiziqli ilchamlari baxolansin $\ell = 2\hbar\sqrt{nE} = 2,9 м$

6. Noaniqliklar munosabatidan foydalanib, elektronlarning yadroda bila olmasligi kirsatilsin yadroning chiziqli ilchamlari 5 fm deb qabul qilinsin. 80 MeV bitta nuqsoni energiyasidan 10 marta katta.

7. Elektron nurli trubkaning tezlatuvchi potentsiali $U = 10кB.$ katoddan ekrangacha masofa $\ell = 20см$. Agar elektronlar oqimining ekrandagi izi diametri d=5mm bilsa, ekrandagi elektron koordinatasi noaniqligini aniqlang. $\Delta X = \hbar / \sqrt{2md^2eU} = 8нм$

8. Zarra balandligi cheksiz va kengligi ℓ bilgan bir ilchamli potensial, chuqurda turibdi.

Energiyaning minimum E_{Min} qiymatiga ega zarrani chuqur devorlariga bosim kuchini baxolang. CHuqurni $\delta\ell$ ga qisish uchun $\delta A = F\delta\ell$ ish bajarish kerak uni energyaga ekvivalent deb

$F = \frac{dE}{d\ell} = \frac{4\hbar^2}{m\ell^3} = \frac{2E_m}{\ell}$ bu erda $\Delta X = \ell / 2, P \approx \Delta P$

9. Noaniqlik munosabati yordamida vodorod atomi asosida xolatidagi elektroning bog`lanish energiyasini va mos xolda yadrodan elektroning qancha masofada ekanini baxolang. $\Delta r = r, \vartheta \approx \Delta\vartheta$ deb

$E_{бог} = |U| - K = \delta^X e^2 \left| r - h^2 \right| rmr^2 \; \frac{dE_{бог}}{dr} = 0, r = \frac{h2}{m\delta^X e^2} = 0,5^/ 10^{-8} см$ $E_{бог} = \delta 2me4 / 2\hbar = 13,6эB$

10. $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ noaniqlik munosabatini ma`nosini izoxlang.

11. Agar atomning g`alayonlangan xolatda yashash vaqti $(r = 10^{-8} c)$ va chiqaralidigan fotoning to`lqin uzunligi $(\lambda = 0,6мкм)$ ma’lum, bilsa spektral chiziqning nisbiy kengligi $\Delta\omega / \omega$ baxolansin $3^* \square 10^{-8}$

Kvant mexanikasining matematik apparati.

1. $\frac{d^2}{dx^2}$ ва $\left(\frac{d}{dx} x\right)^2$ operatorlari a) sinx b) e^{2x} funktsiyalarga teskarini toping.

$а) \, (2 - x^2)\sin x + 4x\cos x, \, (1 - x^2)\sin x + 3x\cos x$

$б) \, 2(1 + 6x2x^2)e^{2x}, \, (1 + 6x + 4x^2)e^{2x}$

2. f funktsiyani Teylar qatorida yoyishga ixshagan $\hat{A}$ operatordan f funsiya toping. $\hat{A} = \frac{\partial}{\partial x}$ operator uchun

$$e^{\alpha\hat{A}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n}$$

tenglik irinli ekanini kirsating α ixtiyoriy son. $f(\hat{A}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} \hat{A}^n \quad \hat{A} = \frac{\partial}{\partial x}$

operator uchun eksponentani qatorga yoyish quyidagicha yoyiladi.

$$e^{\alpha \hat{A}}=1+\alpha \hat{A}+\frac{\alpha^2}{2!}\hat{A}^2+...+\frac{\alpha^2}{n!}\hat{A}^n=1+\alpha\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\alpha^2}{2!}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+...=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^4}{n!}\frac{\partial^4}{\partial x^n}$$

3. Ixtiyoriy kvadrati birga teng $(\hat{\tau}^2=1)$ bilgan $\hat{\tau}$ operator uchun $e^{i\vartheta\tau}=\cos\sigma+i\hat{\tau}\sin\sigma$

munosabat irinli ekanini kirsating. $\theta-$qanday xaqiqIy son. Trigonometrik funktsiyalarni qatorga yoyilishidan foydalanish lozim. $\sin\sigma=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\vartheta^{2n+1}}{(2n+1)!}$

4. Parallel kichirish operatorini $\hat{T}_\alpha\psi(\vec{r})=\psi(\vec{r}+\vec{\alpha})$ impul's operatori orqali ifodalang. $\psi(\vec{r}+\vec{\alpha})$ funktsiyani teylor qatoriga yoyib

$$\psi(\vec{r}+\vec{\alpha})=\psi(\vec{r})+\vec{\alpha}\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\psi(\vec{r})+\frac{\alpha^2}{2!}\frac{\partial^2}{\partial r^2}\psi(r)+...=(1+\vec{\alpha}\frac{\partial}{\partial\vec{r}}+\frac{\alpha^2}{2!}\frac{\partial^2}{\partial r^2}+...)\psi(r)$$

Impul's operatorining $P=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\vec{r}}$ kirinishdan foydalanib parallel kichirish operatorini quyidagicha yozish mumkin.

$$\hat{T}_{\hat{\alpha}}=1+\frac{i}{\hbar}(\vec{\alpha}\vec{P})+\frac{1}{2!}\frac{(iap)^2}{\hbar^2}+...=e^{\frac{i}{\hbar}\vec{\alpha}\vec{P}}$$

5. $e^{kx\frac{\partial}{\partial x}}$ operatorini $\psi(x)$ funktsiyaga ta`sirini toping.

$$e^{kx\frac{\partial}{\partial x}}\psi(x)=e^{\frac{i}{\hbar}kpx}\psi[(k+1)x]$$

6. $\frac{d}{dx}+\frac{1}{x}$ operatorning kubini toping. $\frac{d^3}{dx^3}+\frac{3}{x}\frac{d^2}{dx^2}$

7. $\hat{A}$ *ва* $\hat{B}$ operatorlar chiziqli bilsa, ularning yig`indisi $\hat{A}+\hat{B}$ va kipaytmasi $\hat{A}\hat{B}$ xam chiziqli bilishini kirsating.

8. Quyidagi operator tengliklarni tekshiring.

$$а)\ \frac{d}{dx}x=1+x\frac{d}{dx};\quad г)\left(x+\frac{d}{dx}\right)^2=1+x^2+2x\frac{d}{dx}+\frac{d^2}{dx^2}$$

$$б)\ x^2\frac{d1}{dxx}=x\frac{d}{dx}-1;\quad д)\left(\frac{1d}{xdx}x\right)^2=\frac{d^2}{dx^2}+\frac{2d}{xdx}$$

$$в)\left(1+\frac{d}{dx}\right)^2=1+2\frac{d}{dx}+\frac{d^2}{dx^2};\quad е)\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\right)^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

9. $\hat{A}$ operatorining xususiy funktsiyasi $\psi_A(x)$ tegishli xususiy qiymatini toping agar

$$a)\ \hat{A} = -\frac{d}{dx^2}, \psi_A = \sin 2x, ... \quad б)\ \hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2} + x^2,,, \psi_A = \exp(-x^2/2),$$

$$в)\ \hat{A} = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2d}{xdx}; ... \psi A = \frac{\sin ax}{x},,,$$

$$a)\ A = 4, \quad б)\ A = 1, \quad в)\ A = -a^2$$

10. Quyidagi kommutativlik munosabatlarni isbotlang.

$$a)\left[\hat{A}, \hat{B} + \hat{C}\right] = \left[\hat{A}, \hat{B}\right] + \left[\hat{A}, \hat{C}\right]$$

$$б)\left[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}\right] = \left[\hat{A}, \hat{B}\right] + \hat{B}\left[\hat{A}, \hat{C}\right]$$

$$a)\hat{A}\left(\hat{B} + \hat{C}\right) - \left(\hat{B} + \hat{C}\right)\hat{A} = \left[\hat{A}, \hat{B}\right] + \left[\hat{A}, \hat{C}\right]$$

$$б)\hat{A}\left(\hat{B}\hat{C}\right) - \left(\hat{B}\hat{C}\right)\hat{A} = \hat{A}\hat{B}\hat{C} - \hat{B}\hat{C}\hat{A} + \hat{B}\hat{A}\hat{C} - \hat{B}\hat{A}\hat{C} = \left[\hat{A}, \hat{B}\right]\hat{C} + \hat{B}\left[\hat{A}, \hat{C}\right]$$

11. Agar $\left[\hat{A}, B\right] = 1$ komutatorga ega bilsa quyidagilarni

$$a)\left[\hat{A}\hat{B}^2\right] = 2\hat{B}; \ б)\left[\hat{A}\hat{B}^3\right] = 3\hat{B}^2; \quad в)\left[\hat{A}^2, \hat{B}^2\right] = 2\left(\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}\right)$$

isbotlang.

tenglikni operatorga oldin chapdan, sing ingdan

kipaytirib $\hat{B}\hat{A}\hat{B} - B^2\hat{A} = \hat{B} \quad ва \quad \hat{A}\hat{B}^2 - \hat{B}\hat{A}\hat{B} = \hat{B}$ ni xosil qilamiz

keyin u tengliklarni qishamiz $\hat{A}\hat{B}^2 - B^2\hat{A} = 2\hat{B}$

12. $U(x)$ potentsial maydonda $\hat{H}$ gamil'tonian uchun quiydagi komutativlik qoidasini tekshiring.

$$a)\left[\hat{H}X\right] = -\frac{i\hbar}{m}P_X; \quad б)\left[\hat{H}P_X\right] = i\hbar\frac{\partial U}{\partial X}; \quad в)\left[\hat{H}, P_X\right] = 2i\hbar\frac{\partial U}{\partial X}\hat{P}_X + \hbar^2\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}$$

quyidagi teoremani isbotlang.

a) Agar $\hat{A}\ ва\ \hat{B}$ operatorlar umumiy xususiy funktsiyaga ega bilsa unday operatorlar kommutativdir.

b) Agar $\hat{A}\ ва\ \hat{B}$ operatorlar komutativ bilsa, ular umumiy xususiy funktsiyaga ega biladi.

$$\hat{A}\hat{B}\psi = \hat{A}B\psi = B\hat{A}\psi = BA\psi$$

$$\hat{B}\hat{A}\psi = \hat{B}A\psi = A\hat{B}\psi = AB\psi$$

$$\hat{A}\hat{B}\psi = \hat{B}\hat{A}\psi\left[\hat{A}\hat{B}\right] = 0$$

a) ψ umumiy xususiy funktsiya bilsa

b) $\hat{A}$ operatorning xususiy funktsiyasi ψ va xususiy qiymati A bilsa $\hat{A}\hat{B}$ operatorlarni komutativligidan $\hat{A}\hat{B}\psi = \hat{B}\hat{A}\psi \hat{B}A\psi = A\hat{B}\psi$ ya`ni shunday qilib xususiy qiymat $\psi \quad ва \quad \psi'$ funktsiyalariga daxildor bilib bitta xolatni ifodalaydi. Bu esa faqat ψ', ψ funktsiyaga izgarmas farq qiladilar, masalan $\psi' = B\psi$ lekin

$\psi' = \hat{B}\psi$ shuning uchun $\hat{B}\psi' = B\psi$ ya`ni ψ funktsiya $\hat{A}$ *ва* $\hat{B}$ operatorlarni xususiy funktsiyasi.

14. Agar $\hat{A}$ operator $\hat{B}$ *ва* $\hat{C}$ operatorlar bilan kommutativ bilsa, u xolda $\hat{B}$ *ва* $\hat{C}$ operatorlar xam kommutativ biladi deyish mumkinmiq Umuman olganda yiq.

15. Quyidagi operatorlarni xususiy funktsiyasini aniqlang
$а)\ X\ ва\ \hat{P} \quad б)\hat{P}_X\ ва\ \hat{P}_y, \hat{P}_z \quad в)\hat{P}_X\ ва\ \hat{P}_x^2$

$а)\ f(x,z)\exp(iK_y y) \quad б)\ A\exp\lfloor i(K_X X) + K_y + K_Z Z \rfloor$

$в)\ f(yz)\exp(\pm iK_X X)$

16. $\hat{A}$ ermit operatori bilsa, uning xususiy qiymatini xaqiqiy ekanligini isbotlang. $\hat{A}$ operatorni xususiy funktsiyasi ixtiyoriy ψ va xususiy qiymatini A bilsin. Unda $\hat{A}$ operatorni izigaqishimcha ekanidan $\int \psi^* \hat{A}\psi dV = \int \psi \hat{A}^* \psi^* dV\ ва\ A\int \psi^* dV = A^* \int \psi\psi^* dV$ bunda $A = A^*$ bu esa faqat A xaqiqiy bilgandagina irinli.

17. Quyidagi operatorni ermit operatorligini isbotlang. $а)\,\hat{P}_X; \quad б)\ X\hat{P}_X$ To`lqin funktsiya va uning xossalari cheksizlikka nolga aylanadi deb $\int \psi_1^* P_X \psi_2 dX = i\hbar \int \psi_2 \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi_1^* dx = \int \psi_2 P_x^* \psi_1^*\ dx$

18. Agar $\hat{A}$ operator ermit operatori bilsa, $\hat{A}^U$ operatorning xam ermit operatori ekanini isbotlang. $\hat{A}^2 = \hat{A}\hat{A}$ va shunday $\hat{A}^U$

19. quyidagi komutativlik qoidasini tukshiring.
$а)\lfloor X\hat{L}_X \rfloor = 0; \quad б)\lfloor y, \hat{L}_X \rfloor = i\hbar z; \quad в)\lfloor z\hat{L}_X \rfloor = i\hbar y.$

20. $\hat{L}^2$ operatorning kinetik energiya operatori $\hat{K}$ bilan kommutativligini isbotlang. $\hat{L}^2 = -\hbar^2 \nabla^2_{0.\varphi}$ edi. $\hat{K}$ ni sferik koordinatalar sistemasida quyidagi yig`indi sirtini olish mumkin $\hat{K} = \hat{K}_r + \frac{r^2}{2mr^2}\hat{K}_r$ -operator faqat $r$ ga bog`liq qismi $\hat{L}_2$ operator faqat ϑ *ва* φ izgaruvchilarga ta`sir etgani uchun $\left[\hat{L}_2 \hat{K}\right] = \left[\hat{L}^2 \hat{K}_2\right] + \left[\hat{L}^2, \hat{L}^2 / 2mr^2\right]$

O'rtacha qiymat

1. Fizik kattalik A ermit operatori $\hat{A}$ yordamida ifodalansa quyidagilarni isbotlang. a) uning irtacha qiymati xaqiqiy b) uning irtacha qiymati kvadrati $<\hat{A}^2>=\int\left|\hat{A}\psi\right|^2 dV \quad \hat{A}$ ning ermit operatorligidan $\int\psi^*\hat{A}\psi dV=\int\psi\hat{A}^*\psi^* dV$ biladi. Bundan $<\hat{A}>=<A^*>$ bu tenglik faqat A xaqiqiy bilganda bajariladi.

2. Bir ilchamli xol uchun quyidagini kirsating $<P_X>=\frac{i\hbar}{2}\int\left(\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x}-\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)dx$

3. Devorlari absolyut itkazmaydigan $(0<X<L)$ bir ilchamli potentsial, chuqurdagi zarraning irtacha kinetik energiyasini quyidagi xolatlar uchun toping. $a)\psi(x)=A\sin^2(\pi x/\ell) \quad б)\psi(x)=Ax(\ell-x)$ a) normallashtirish shartidan $R<K>=\int\psi\hat{K}\psi dx=(-\hbar^2/2m)\int\psi^{11}dx=2\pi^2\hbar^3/3ml^2$

$A^2=8/3\ell \quad б)A2=30/L^5<K>=5\hbar^2/mL^2$

4. $\hat{L}_z^2$ operator bilan ifodalanadigan fizik kattalikni irtacha qiymatini $\psi(\varphi)=A\sin^2\varphi$ xolatini aniqlang. Normallashtirish shartidan $A^2=4/3\pi<L_z^2>=4\hbar^2/3$

5. Impul's momenti kvadratini $\psi(\sigma,\varphi)=A\sin\sigma\cos\varphi$ xolatda irtacha qiymatini toping $<L^2>=\int\psi\hat{L}\psi d\Omega=Z\hbar^2$ bu erda $d\Omega=\sin\vartheta d\vartheta du$

6. Impul' momentini ixtiyoriy iqqa proektsiyasi $m\hbar$ ga teng $(m=\ell,\ell-1,...-\ell)$ bu iqlar va proektsiyalar teng xuquqli, teng extimollikka ega deb, ma`lum qiymati ℓ uchun impul's momenti kvadratini irtacha qiymati aniqlansin. $<L^2>=\hbar\ell(\ell+1)X,У,Z$ lar teng xuquqli bilgani uchun $<L^2>=<L_x^2>+<L_y^2>+<L_z^2>=3<L_z^2>$. teng ixtimollikka egaligidan $<L_z^2>=\hbar^2<m^2>=\frac{\hbar^2}{2\ell+1}\sum_{-\ell}^{+\ell}m^2=\frac{2\hbar^2}{2\ell+1}\frac{\ell(\ell+1(2\ell+1))}{6}$ va $<L^2>=\hbar^2\ell(\ell+1)$

7. $0<X<\ell$ kenglikdagi devorlari mutloq itkazmaydigan bir ilchamli potentsial chuqurda zarra $\psi(X)$ xolatida turibdi. Uning quyidagi xolatlarda bila olish extimolini aniqlangq a) asosiy xolatda, agar $\psi(X)=A\sin^2(\pi x/e)$ b) n-satxda, agar $\psi(X)=Ax(\ell-x)$. Birinchi 3 ta xolat uchun extimolliklarini xisoblang. Dastlab normallashtiruvchi koeffitsent A aniklanadi. Keyin $\hat{H}$ operatorini xususiy funktsiyalari $\psi_U(X)$ lar biyicha $\psi(x)$ funktsiyani qatorga yoyilgandagi

qator koeffitsenti C_u ni modelini kvadrati orqali zarrani n-satxida bilish extimoli topiladi. $C_u = \int \psi \psi_u dx$ bu erda $\psi_u = \sqrt{\frac{2}{\ell}\sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right)}$

a) $A^2 = X/3L,$ bunday extimollik qiymati $W_1 = C_1^2 = 256/2z\pi^2 = 0,96$

b) $A^2 = 30/L^5, \quad W_u = C_u^2 = 240(1-\cos n\pi)^2/(n\pi)^6 \quad яъни \quad W_u$ noldan faqat toq satxlar (n=1,3,5. . .) uchun farqli bilib , ular uchun $W_u = 960/(n\pi)^6 \; W_1 = 0,9986 \; W_3 = 1,37^* 10^{-3}$

8. SHredinger tenglamasidan foydalanib quyida tenglikni xosil qiling $\frac{d}{dt}\int \psi^x \psi d\tau = 0$

9. Devorlari mutloq itkazmaydigan bir ilchamli potentsial chuqurdagi zarraning turlicha impul's qiymatlari extimolini toping, agar u zarra n–chi energetik xolatda turgan bilsa

$$|\psi(P)|^2 = \frac{\pi a \hbar^3 n^2}{(P^2a^2 - \pi^2\hbar^2 n^2)^2}\left|(-1)^n e^{-\frac{iap}{\hbar}} - 1\right|^2$$

10. CHiziqli garmonik ostsillyatorning energiyasi $\frac{5}{2}\hbar\omega$ bilsa

uning irtacha kinetik energiyasini toping. $E_{кин} = \frac{5}{4}\hbar\omega$

11. CHiziqli garmonik ostsillyator uchun impul'sning turli qiymatlari extimolini taqsimotini toping.

Koordinata operatorini impul's tasavvurida $\hat{x} = ih\frac{\partial}{\partial p}$ ifodalab SHredinger tenglamasini garmonik ostsillyator uchun **p**-tasavvurda yozamiz

$$\frac{d^2\psi(p)}{dp^2} + \frac{2}{\hbar^2 m_0 \omega \hbar}\left(E - \frac{p^2}{2m_0}\right)\psi(p) = 0$$

Ilchamsiz izgaruvchi kiritamiz $\eta = \frac{p}{\sqrt{m_0\omega\hbar}}$ $ва \lambda = \frac{2E}{\hbar\omega}$ deb belgilab, tenglamani yozsak $X-$tasavvurdagi garmonik ostsillyator uchun yozilgan tenglamaga ixshash tenglamaga kelishi SHuning uchun uning echimini quyidagicha yozish mumkin. $\psi_u(\eta) = C_u e^{-\frac{1}{2}\eta^2} H_u(\eta)$

bu erda $C_u = (2^u n! \sqrt{\pi m_0} \hbar\omega)^{-\frac{1}{2}} H_u(\eta)$ - ermit polinomlari.

Vaqt biyicha xolat izgarishi

1. Statsionar xolatlar superpozitsiyasi orqali ifodalangan to`lqin funktsiyasi $\psi(xt) = \sum \psi_K(x) e^{i\omega_K t}$ SHredingerni statsionar va vaqtga boglik tenglamasini echimi bila oladimiq

Faqat vaqtga bog`liq tenglamasigina qanoatlantiradi xolos.

2. $\hat{A}$ operator yordamida ifodalangan fizik kattalik A ning irta qiymatidan vaqt biyicha olingan xosila biyicha SHredingerni vaqtga bog`liq tenglamasi yordamida xisoblang.

$$а) \frac{d\hat{A}}{dt} = \frac{\partial\hat{A}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}(\hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H}) \quad б) \frac{d}{dt} < A > = < \frac{dA}{dt} >$$

$а) < A > = \int \psi^* \hat{A}\psi dV$ ekanini xisobga olib

$$\frac{d}{dt} < A > = \int \frac{\partial^*}{\partial t}\hat{A}\psi dV + \int \psi^+ \frac{\partial\hat{A}}{\partial t}\psi dV + \int \psi^+ \hat{A}\frac{\partial\psi}{\partial t} dV$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\left(\frac{i}{\hbar}\right)\hat{H}\psi \quad ва \quad \frac{\partial\psi^*}{\partial t} = (i/\hbar)\hat{H}\psi^*$$ bilsa,

$$\frac{d}{dt} < A > = \frac{i}{\hbar}\int(\hat{H}\psi^*)\hat{A}\psi dV + \int \psi + \frac{\partial\hat{A}}{\partial t}\psi dV - \frac{i}{\hbar}\int \psi^* \hat{A}\hat{H} dV$$ buni birinchi integralini $\hat{H}$ ermit operatorligidan foydalanib quyidagicha yozish mumkin $\int \psi^* \hat{H}A\psi dV$ unda $\frac{d}{dt} < A > = \int \psi^* \left[\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}(\hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H})\right]\psi dV$ bundan kirinadiki $\frac{d\hat{A}}{dt} = \frac{\partial\hat{A}}{\partial t} + \left(\frac{i}{\hbar}\right)\left[\hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H}\right]$

3. $\hat{L}_X$ operatordan vaqt biyicha xosila tashqi kuch momentlari proektsiyalari operatoriga teng ya`ni $\frac{d}{dt}\hat{L}_X = \hat{M}_X = -(y\frac{\partial U}{\partial z} - z\frac{\partial U}{\partial y})$ ekanini kirsating.

$\hat{L}_X$ -operator vaqtga oshkor bog`lanmaganligidan

$\frac{d}{dt}\hat{L}_X = \frac{i}{\hbar}\left[\hat{H}, \hat{L}_X\right] = \frac{i}{\hbar}\left[\frac{\hat{P}^2}{2m}, \hat{L}_X\right] + \frac{i}{\hbar}\left[U\hat{L}_X\right]$ $\hat{p}^2$ ва $\hat{L}_X$ operatorlarni komutativligidan birinchi qavs nolga teng va ikkinchi qavsni xisoblash talab etiladi.

4. Zarracha $\hat{A}$ operatorning xususiy funktsiyasini ψ yordamida ifodalangan xolatda turibdi. Agar $\hat{A}$ operator $\hat{H}$ gamil'tanian bilan kommutativ bilsa $\hat{A}$ operatorning xususiy mos qiymatlari vaqt biyicha saqlanadi. $\hat{A}\psi = \psi A$

tenglamani $\frac{\partial \hat{A}}{\partial t}=0$ ekanini etiborga olib differentsiallaymiz $\hat{A}\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{dA}{dt}\psi+A\frac{\partial\psi}{\partial t}$ $бунга$ $\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{i}{\hbar}\hat{H}\psi$ ni kiyib $\frac{\partial A}{\partial t}\psi=\frac{i}{\hbar}(\hat{A}\hat{H}-\hat{A}\hat{H})\psi$ ni olamiz $\hat{H}$ bilan $\hat{A}$ kommutativligidan $\hat{A}\hat{H}\psi=\hat{H}\hat{A}\psi=A\hat{H}\psi$ va $\frac{dA}{dt}=0$ demak saqlanadi.

5. Zarra xarakati davomida qaysi mexanik kattaliklar quyidagi xollarda saqlanib qoladi.
a) Maydon yuqligida (ozod zarra)
b) Bir jinsli potentsial maydonda $U(z)=az\ a-$ doimiy
v) Markaziy simmetrik potentsial maydonda $U(r)$
g) Bir jinsli izgaruvchan maydonda $U(z,t)=a(t)z$ Bu masalaning echimini kirsatilgan mexanik kirsatilgan mexanik kattaliklar operatorlar $\hat{H}=\hat{P}^2/2m+U=\hat{K}+U$ gamil'tonian bilan komutativ ekanligini tekshirishga olib keladi. $\hat{P}_x\hat{P}_y\hat{P}_z$ $ва$ $\hat{L}_x\hat{L}_y\hat{L}_z$ operatorlar $\hat{K}$ kinetik energiya operatori bilan komutativ shuning uchun ularni $\hat{U}$ operator bilan kommutativligini tekshirib kirish kerak. $a)\frac{\partial\hat{H}}{\partial t}=0 ва U=0$ barcha kattaliklar vaqt biyicha saqlanadi $б)\frac{\partial\hat{H}}{\partial t}=0$ vaqt biyicha E,P_x,P_y va P_z,L_z saqlanadi $в)\frac{\partial\hat{H}}{\partial t}=0\hat{L}_x,\hat{L}_y,\hat{L}_z,\ ва\ \hat{L}^2$ operatorlar $\hat{U}$ operator bilan komutativ (chunki agar ularni sferik koordinat sistemasida yozsak ular faqat ϑ $ва$ φ ga ta`sir qiladi xolos) vat biyicha $E,\hat{L}_x,\hat{L}_y,\hat{L}_z,\hat{L}^2$ lar saqlanadi $г)\frac{\partial\hat{H}}{\partial t}\neq 0$ shuning uchun faqat P_x,P_y,L_z lar vaqt biyicha saqlanadi.

6. Magnit maydonda xarakatlanayapga α zarrani gamil'toniani $\hat{H}=\frac{1}{2m}(\hat{\vec{P}}-t\hat{\vec{A}})$ ga teng $\hat{\vec{A}}$-magnit maydonni vektor potentsiali operatori bilib koordinata funktsiyadan xisoblanadi. Magnit maydonda zarra tezligi operatori $\hat{\vec{\vartheta}}$ ni va tezlikni turli tashkil etuvchilari operatorlarini kommutativligini toping. Tezlik operatorini gamil'tonian ifodasidan foydalanib $\hat{\vec{\vartheta}}=\frac{1}{m_0}(\hat{\vec{P}}-e\hat{\vec{A}})$ kirinishda yozamiz. Undan $\hat{\vartheta}_x\hat{\vartheta}_y-\hat{\vartheta}_y\hat{\vartheta}_x=\frac{ie\hbar}{m_0^2}B_z$

$$\hat{\vartheta}_y\hat{\vartheta}_z-\hat{\vartheta}_z\hat{\vartheta}_y=\frac{ie\hbar}{m_0^2}B_x\hat{\vartheta}_z\hat{\vartheta}_x-\hat{\vartheta}_x\hat{\vartheta}_z=\frac{ie\hbar}{m_0^2}B_y$$

7. Agar gamil'tonian $\hat{H}=\frac{1}{2m_0}(\hat{\vec{P}}-e\hat{\vec{A}})^2+e\varphi(rt)$ va bu erda $\vec{A}=\vec{A}(r,t)$ bilsa zaryadli zarra xarakat tenglamasini toping. $\frac{d\hat{x}}{dt}=\frac{\hat{P}_x}{m_0};\frac{d\hat{P}_x}{dt}=eE_x+,\frac{\ell}{2}(\hat{y}B_z+B_z\hat{y}-\hat{z}B_y-B_y\hat{z})$ bu erda $\hat{P}_x=\hat{P}_x-eA_x,\vec{E}$ elektr maydon kuchlanganligi $\vec{B}$ magnit maydon induktsiyasi.

Markaziy maydonda zarra xarakati.

1. Markaziy $U(r)$ simmetrik maydondagi zarra uchun tila energiya operatorini quyidagi kirinishga keltiring $\hat{H}=\hat{K}_r+\frac{\hat{L}^2}{2mr^2}+U(r)$ bu erda $\hat{K}_r$ operator qanday kirinishga egaq $\hat{K}_r=-(\hbar^2/2m)\left[\partial^2/\partial r^2+\left(\frac{2}{r}\right)\left(\frac{\partial}{\partial^2}\right)\right]$-bu radial xarakat kinetik energiya operatorining.

2. m massali zarracha markaziy simmetrik maydonda $U(r)$ xarakatlanishini topish kerak. a) $\hat{L}^2$ operatorning xususiy qiymati ma`lum deb $R(r)$ funktsiya uchun SHredinger tenglamasini $\frac{\partial^2 R}{\partial r^2}+\frac{2\partial R}{2\partial r}+\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-U-\frac{L^2}{2mr^2}\right)R=0$ kirinishga keltiring. SHredinger tenglamasi to`lqin funktsiyasi burchak va radial qismlar to`lqin funktsiyalari uchun $\psi(r,\vartheta,\varphi)=R(r)Y(\vartheta,\varphi)$ kirinishga ega. b) To`lqin funktsiyani azimut burchagi φ ga bog`lanishi. a).. SHredinger tenglamasida $\hat{H}\psi=E\psi$ gamil'tonianni $\hat{H}=\hat{K}_r+\frac{\hat{L}^2}{2mr^2}+u$ kirinishida ifodalaymiz, bu erda $\hat{K}_r$-radial xarakat kinetik energiya operatori $\psi=RY$ funktsiyani tenglamaga qiyilishi SHredinger tenglamasini quyidagi kirinishga olib keladi. $Y\hat{K}_rR+\left(\frac{R}{2\mu^2}\right)\hat{L}Y+YUR=YER$ bu erda $\hat{L}^2Y=\hbar^2\ell(\ell+1)Y$ ekanini e`tiborga olib $\left(\hat{K}_r+\hbar^2\ell(\ell+1)/2\mu r^2+u\right)R=ER$ bu tenglama energiya xususiy qiymatini E aniqlaydi. Bunday izlanayotgan kirinishga itish oson. b) Tenglamada $\hat{L}^2Y=\lambda Y,Y=\vartheta(0)\phi(\varphi)$ ni qiyamiz (bu erda $\hat{L}^2Y=-\hbar^2\nabla^2_{\vartheta,k}$) va izgaruvchilarga ajratamiz ϑ,φ bilinish doimiysini m deb belgilab $\phi(\varphi)$ funktsiya uchun $\frac{\partial^2\phi}{\partial\varphi^2}=-m^2\phi$ $\phi(\varphi)=Ae^{im\varphi}$ ni xosil qilamiz. Bir qiymatlilik shartidan $m=0,\pm1,\pm2....$ ekanini olamiz va $\psi=R(r)\vartheta(\vartheta)e^{im\varphi}$.

3. elektron vodorod atomida asosiy xolatda $\psi = Ae^{-\frac{r}{r_1}}$ funktsiya bilan ifodalanadigan xolatda turibdi. Topish kerak

a) normallashtiruv koeffitsient A ni

b) SHredinger tenglamasi yordamida elektron energiyasi E *ва* r_1 radiusini.

$$а)A = \frac{1}{\sqrt{\pi r_1^3}}; r_1 = \frac{\hbar^2}{\delta_* me^2}; \delta_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad б)E = -\frac{\hbar^2}{2mr_1^2} = \delta_* me^4 / 2\hbar^2$$

4. Vodorod atomida elektron $\psi = A(1+ar)e^{ar}$ to`lqin funktsiya bilan ifodalanadigan xolatda turibdi A, a, α doimiylar. Topish kerak

a) SHredinger tenglamasi yordamida α, a energiyani E-q

b) normallashtiruvchi koeffitsient A ni

a) ψ funktsiyani SHredinger tenglamasini qiyib quyidagini olamiz $B(a,\alpha,E) + rc(a,\alpha,) + r^{-1}\, D(a,\alpha,) = 0$ bu erda A, C, D qandaydir polinomlar. Bu tenglama ixtiyoriy r qiymatlarida tenglama bila olish uchun $B=C=D=0$ shart bajarishi kerak, bundan $a = \alpha = -\frac{1}{2r_1} - {}^{\delta_* me^2} / 2\hbar; E = -\frac{\delta_* me^4}{8\hbar} \quad б)A = \frac{1}{\sqrt{8\pi r_1^3}}; r -$ birinchi bor radiusi.

5. Vodorod atomida 1S elektron uchun topish kerak.

a) YAdrodan eng katta extimollikka ega masofani $r_{ЭХТ}$ *ни ва* $r < r_{ЭХТ}$ soxada elektronni topish extimolini.

b) elektronni klassik chegara maydondan tashqarida topish extimolini.

a) $r_{ЭХТ} = r_1 -$ birinchi bor radiusi $P = 1 - \frac{5}{e^2} = 32,3\%$

b) maydonning klassikchegara radiusi berilgan xolat uchun $r_K = 2r_1, P = \frac{13}{e^4} = 23,8\%$

6. Vodorod atomida asosiy xolatdagi elektron uchun kinetik energiya irtacha qiymatini aniqlang. $< K >= \int \psi \hat{K} \psi dV = \delta_*^2 me^4 / 2\hbar^2, \vartheta_{кв} = \frac{\delta_* e^2}{\hbar} = 2,2^* 10^6\, м/с$

7. Formulalar jadvalida keltirilgan $2P, 3d,$ xolatdagi vodorod atomi elektroni uchun; a) YAdrodan eng katta extimollikka ega masofani b) irtacha kvadratik chetlanishni $< (r - < r >)^2 >$

$а)4r_1 \quad ва \quad 9r_1 \qquad б)5r_1 \quad ва \quad 15,75r_1^2 \quad r_1 -$ birinchi bor radiusi

8. Vodorod atomi markazida 1-S xolatdagi elektron xosil qilgan irtacha elektrostatik potentsialni toping.

$$\varphi_0 = \delta_* \int \left(\frac{\rho}{r}\right) 4\pi r^2 dr = -\delta_* \frac{e}{r_1} = -27,2B \quad бу \quad ерда \quad \rho = e\psi_{1S}^2(r)$$

Atomning elektron qobiqlari

1. Natriy atomining ionlashish potentsialini va birinchi uyg`onish potentsialini aniqlan agar asosiy 3S va 3Ptermlardagi kvant defektlari mos xolda 1,37 va 0,88 ga teng bilsa. 5,1 va 2,1V

2. Litiy atomidagi asosiy xolatdagi valent elektronning bog`lanish energiyasini toping, agar aniq seriyadagi bosh chiziqni to`lqin uzunligi va uning qisqa to`lqinli soxadagi chegaraviy to`lqin uzunligi mos xolda 813 va 349 nm bilsa S termlar uchun kvant defektni xisoblab bog`lanish energiyasini topamiz $E_б = 5,4эB$

3. Litiy atomida asosiy xolatga itishda tanlash qoidasi biyicha nechta spektral chiziqlar xosil bilishi mumkin agar u itish $a)4S \quad б)4P$ xolatda riy bersa. a) 6 b) 12

4. Vodorod atomida n=3 uchun termlarni spektral nomlanishini yozing. Bosh kvant son n bilan aniqlangan satxda nechta xil termlar mavjud biladi. $3S_{\frac{1}{2}}, 3P_{\frac{1}{2},\frac{3}{2}}, 3d_{3/2;\frac{5}{2}}; N = n^2 - n - 1$

5. $^4Pва^5D$ xolatlardagi atom elektron qobiqlarining tila mexanik momentini mumkin bilgan qiymatlarini toping. $\hbar$ birliklarda $\sqrt{35/4}, \sqrt{15/4}, \quad ва \quad \sqrt{3/4}(^4P); \sqrt{20}, \sqrt{12}, \sqrt{6}, \sqrt{2}, 0.(^5D)$

6. Mumkin bilganmul’tipletlikni aniqlang. a) $D_{3/2}$ termning b) Litiy, berelliy, bor, uglerod atomlari termlarini agar farqi tashqi tila yopilmagan qobiqlardagi elektronlar qizg`otilsa. a) 2, 4, 6, 8 b) mos xolda 2;1 va 3;2 va 1,3 va 5

7. Atomlardagi elektronlar sonini aniqlang, agar ularda tildirilgan bilgan a) K va L qobiqlar, 4S, 4P va 4d qobiqlar va bular atomlar bilishi mumkin a) 15 b) 46

8. Quyidagi bir xildagi kvant sonlarga ega atomlardagi maksimal elektronlar sonini aniqlang a) n, e b) n a) 2(21+1) b) $2n^2$

9. Xund qoidasi yordamida atomlarning asosiy termlarining toping va elektron konfiguratsiyalarini yozing. a) uglerod va azotni b) xlor va otingugurtni. Bundan atomlarning elektron konfeguratsiyalari elektron qobiqlarini normal qolatdagi tilib borishiga mos keladi deb qarang.

$a)\ C\ учун\ 1S^2 2S^2 P^2;\ N\ учун\ 1S^2 2S^2 P^3 (^4S_{3/2})$

$б)\ S\ учун\ 1S^2 2S^2 P^6 3S^2 P^4 (^3P_2)\ C\ell\ учун\ 1S^2 2S^2 P^6 3S^2 P^5 (^2P_{3/2})$

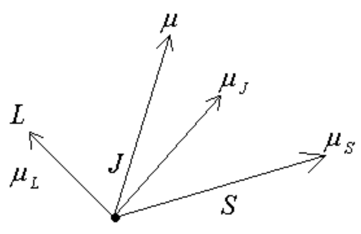
10. Quyidagi elektron konfiguratsiyalar uchun mumkin bilgan termlarni yozing. $a)\ nS^1\ n^1P^2;\quad б)\ nP^1, n^1P;$ bu erda $n \neq n^1$ Pauli printsipi faqat ekvivalent elektronlarga taqiqni qillashini e`tiborga olib, kvant xolatlar biyicha elektronlarni mumkin bilgan taqsimot jadvalini tuzib chiqamiz. a) Jadvaldan yig`on chiziqlar spin proektsiyasini S elektronlar uchun, ingichka chiziqlar R elektronlar uchun.

He	m_S							
+1 0 −1	↑ ↑⇑ —	↑ ↑⇓ —	↑ ⇑ ↑	↑ ⇓ ↑	↑ ↓⇑ —	↑ ⇑ ↓	↑⇓ ⇑ —	— ↑↓⇑ —
M_S	$3/2$	$1/2$	$2/3$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$
M_L	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**2**	**0**

Termlarni nomi $^2D,\ ^2P,\ ^2S\ ва\ ^4P\quad б)\ ^2S,\ ^2P(\text{зготери});\ ^2D,\ ^2F,\ ^4S,\ ^4P\ ва\ ^4D$

Atomning magnit xossalari.

1.Atom magnit momentini mexanik spin momentga nisbati orbital momentga nisbatiga qaraganda ikki marta katta ekanidan foydalanib atom vektor modeliga asosan $\mu = g\sqrt{J(J+1)}\mu_Б;\quad g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$ formulani chiqaring. Bu erda $\mu = \frac{e\hbar}{2mc}$ bor magnitini. Osonlik uchun $\mu_s\ ва\ \mu_L$ vektorlar yinalishini $\vec{S}\ ва\ \vec{L}$ vektorlar bilan moslab vektor modelni quyidagicha chizish mumkin. Bu rasmda $\mu = \mu_L\cos(LJ) + \mu_S\cos(SJ)$



bu erda $\mu_L = \sqrt{L(L+1)}\mu_Б;\ \mu_S = 2\sqrt{S(S+1)}\mu_Б$ quyidagi belgilashlarni kiritib $L^* = \sqrt{L(L+1)};\ S^* = \sqrt{S(S+1)};\ J^* = \sqrt{J(J+1)};$ kosinuslar tuoremasiga binoan quyidagini yozamiz. $L^{*2} = J^{*2} + S^{*2} - 2J^*S^*\cos(SJ)\quad S^{*2} = L^{*2} + J^{*2} - 2J^*L^*\cos(L,J)$ kosinuslarni irniga qiyib yiqotgach, yuqoridagi formulaga kelamiz.

2. quyidagi atomlar uchun Lande kipaytmasini xisoblang.
a) Bitta valent elektronli S, P, D xolatlar uchun
b) 3P xolatdagi elektronlar uchun
v) S-xolatlari uchun
g) Singlet xolatlari uchun.

$a)\ 2(S),\ 2/3 \quad ва \quad 4/3(P), 4/5 \quad ва \quad 6/5(D)$

3. Quyidagi xollar uchun termlarni spektral nomlanishini yozing.

$a) S = 1/2\ J = 5/2\ g = 6/7 \quad б) S = 1\ L = 2\ g = 4/3$

$a) 2F_{5/2}; \quad б)\,^3D_3$

4. Atomda quyidagi xolatlar uchun magnit moment μ ni va mumkin bilgan atom magnit momenti μ_B proektsiyalarini qiymatini toping. $a)\,^1F;\ ^2D_{3/2}\ a)\ \mu = \sqrt{12}\mu_Б \mu_B = 0, \pm1, \pm2, \pm3$ Bor magnetomini $б)\ \mu\sqrt{\frac{12}{5}}\mu_B\ \mu_B = 0, \pm1, \pm2$ Bor magnetomi

5. Vodorod atomining asosiy xolatdagi magnit momentini xisoblang $\mu = \sqrt{3}$ Bor magnetomi.

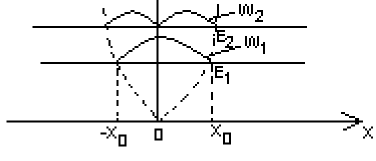
6. Atom magnit momenti $4D_{1/2}$ va $^6G_{3/2}$ xolatlarda nolga tengligiga ishonch xosil qiling va atom vektor modeli asosida to`lqin qiling. Xar ikki term uchun $g = 0\ \mu_J \perp J$

7. Atom magnit momentini Xund doirasiga kira xisoblang agar tildirilmagan qobiqlarda a) 5ta R elektron b) 3ta d elektron bilsa

a) Asosiy xolatda $^2P_{3/2}, g = 4/3, \mu = \sqrt{\frac{20}{3}}\mu_B$

b) Asosiy xolat $^4F_{3/2}, g = 2/5, \mu = \sqrt{\frac{3}{5}}\mu_Б$

8. $\psi_1(x)$ xolat kvant garmonik ostsillayator koordinatasini eng katta extimollik qiymatini toping. SHu xolatda X biyicha extimollik zichligi taxsimotini grafik tarzda ifodalang.



$X_{экт} = \pm\frac{1}{\alpha}; W$ taqsimot

9. E-energiya va m massali zarralarning statsional oqimli mutloq itkazmaydigan devorga $(U(x) = 0 x > 0\ да\ U(x) \to \infty, x \le 0\ да)$ tushayapdi. Zarrachani bila olish extimoli zichligi taxsimotini W(x) toping. W(x) maksimum bilgan

nuqtalar koordinatasini aniqlang. W(x) Taqsimotni grafigini chizing. SHredingerni statsional tenglamasini $x > 0$ soxadagi echimi $\psi(x) = ae^{ikx}, \kappa = \sqrt{2mE}/\hbar$ bu tisiqqa tushgan va qaytgan to`lqinlar superpozitsiyasiga mos keladigan to`lqin funktsiyani uzluksizligidan $\psi(0) = 0,\ B = -a$ chiqadi. Undan $W(x) = \psi\psi^* = 4a^2 \sin^2 kx ... W(x)$ maksimumga erishgan nuqtalar $x_n = \frac{\pi n}{2k} = \frac{\pi n\hbar}{\sqrt{8mE}}, n = 1,3,5,7,... \text{ёки}, x_U = \left(\frac{\lambda}{4}\right) n.\lambda - \frac{2\pi}{k} -$ de-Broyl to`lqini.

10. m massali zarracha cheksiz baland potentsial tisiqqa ega tig`ri burchakli chuqurda asosiy xolatda turibdi.a) zarrachaning tisiq devoriga kirsatyapgan bosim kuchini toping. b) CHuqurni asta sekin η marta siqish uchun zarur ishni toping. $a) F = \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^3} \quad б) A = (\eta^2 - 1)\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$

11. Zarra L kenglikdagi cheksiz baland potentsial tisiqli tig`ri burchakli chuqurda asosiy xolatda bilsa $\frac{L}{3} < x < \frac{2L}{3}$ soxada topilish echtimolligini aniqlang. $W = \frac{2}{L}\int_{x_1}^{x_2} \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right)dx = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi} = 0,61$

12. SHredinger tenglamasi yordamida ω chastotali garmonik ostsillyatorning statsionar xolatdagi energiyasini toping.

$a)\psi(x) = Ae^{-a^2x^2}; \quad б)\psi(x) = Bxe^{-a^2x^2}$ bu erda V, A, a-izgarmaslar $a) E = \frac{h\omega}{2} \quad б) E = \frac{3}{2}h\omega$

13. ω CHastotali garmonik ostsilyator uchun SHredinger tenglamasini quyidagi kirinishga keltirish mumkin $\psi_{\xi}'' + (\lambda - \xi^2)\psi = 0$ bu erda $\xi = \alpha x; \alpha - \text{узгармас}, \lambda - \text{параметр}$ parametrni xususiy qiymati 2n+ 1 deb energiyani chususiy qiymatini toping. $n = 0,1,2,3,... h\omega(n + 1/2) = E_U$

14. m-massali zarra U_0 balandlikdagi tig`ri burchakli potentsial tisiqqa tushmoqda. Zarra energiyasi $E, \text{ва } E < U_0$ bu bar’erni qaytarish koeffitsentini va shaffofligini aniqlang. Bu koeffitsentlarni zarrachani bar’erga tushish yinalishiga bog`liq emasligini kirsating.

SHredinger tenglamasini echimini yozamiz.

$$\psi_1(x \le 0) = a_1 e^{ik_1x} + в_1 e^{-ik_1x}; K_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$$\psi_1(x \ge 0) = a_2 e^{ik_2x}; K_2 = \sqrt{\frac{2m(E - U_0)}{\hbar}}$$

Tushayapgan to`lqin amplitudasi a$_1$ bilsa $X=0$ da uzluksizlik shartidan ψ *ва* $\psi^{/}$ qiymati $B_1 = a_1(K_1 - K_2)/(K_1 + K_2)$ qaytish koeffitsenti R va shaffoflik D ni aniqlang quyidagiga teng $R = |в_1/a_1|^2 = (K_1 - K_2)^2/(K_1 + K_2)^2$

Molekula energiyasi

1. $HC\ell$ ‘olekulasi uchun. Agar energiyalar faqat 7,86 MeV bilsa ikkita qishni aylanma xarakat energiya satxlari kvant sonlari J ni toping. 2 va 3

2. Ikki atomli molekula uchun uchta ketma ket aylanma energetik satxlar energiyalari intervali $\Delta E_1 = 0,2МэВ, ва, \Delta E_2 = 0,3МэВ$ bilsa irtadagi energetika satx energiyasini toping. $E_2 = \dfrac{\Delta E_1 \Delta E_2}{2(\Delta E_2 - \Delta E_1)} = 0,30МэВ$

3. Kislarod molekulasining 2,16 eV energiyali xolatidagi mexanik momentini aniqlang. $M = \sqrt{2E\mu d^2} = 3,47\hbar$

4. N$_2$ va N$_2$ molekulalarining ilgarlanma kinetik energiyasi ularning $J=1$ kvant xolatdagi aylanma energiyasiga teng biladigan temperaturani toping. $T = 2\hbar^2/3\mu d^2 k = 118 \; ва \; 3,9K$ mos xolda.

5. N$_2$ molekulasini asosiy xolatdan birinchi tebranma xolatiga qizg`atishga zarur bilgan energiyani toping. $(v=1)$ bu energiya birinchi aylanma satx energiyasi $(J=1)$ dan katta $\Delta E = \hbar\omega(1-2x) = 0,514эВ \; \eta = 33,7$ marta

6. Aylanma xolat tebranma xolat energiyalari izaro bog`lanishsiz deb HF molekulasi uchun asosiy va birinchi tebranma xolatlar orasida joylashgan aylanma satxlar sonini toping. 13 ta satx

7. Kvant garmonik ostsilyatori irtacha energiyasidan $< E > = \dfrac{\hbar\omega}{2} + \dfrac{\hbar\omega}{\ell^{\frac{\hbar\omega}{KT}} - 1}$ foydalanib

a) Xlor molekulasining irtacha tebranish energiyasini nolinchi tebranish energiyasidan ikki marta bila oladigan temperaturani aniqlang.

b) Kislarod molekulasining irtacha tebranish energiyasi shu molekulaning beshinchi aylanma energetik satxga $(J = 5v = 0)$ mos keluvchi temperaturani aniqlang.

$$a)T \approx \frac{\hbar\omega}{K\ell n\dfrac{\eta+1}{\eta-1}} = 740 \; K \; \eta = 2 \qquad б)T = \frac{\hbar\omega}{K\ell n\left[1 + \dfrac{\omega}{BJ(J+1)}\right]} \approx 630K$$

shartidan ψ *ва* $\psi^{/}$ qiymati $B_1 = a_1(K_1 - K_2)/(K_1 + K_2)$ qaytish koeffitsenti R va shaffoflik D ni aniqlang quyidagiga teng

$$R = |в_1/a_1|^2 = (K_1 - K_2)^2/(K_1 + K_2)^2$$

Glossariy

Kvant fizikasining manbalari

Yorug'lik energiyasining issiqlik nurlanishi.

$$M = \frac{CU}{4}$$

bu yerda C – yorug'lik tezligi, U – issiqlik nurlanish energiyasining tezligi.

Qora jismning s'ektral zichligining energetik nurlanishi $r_{\nu,T}(r_{\nu},T)$ va energetik nurlanish R_e bilan bog'liqligi

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\lambda$$

Kulrang jismning energetik nurlanishi.

$$R_T^C = A_T G T^4$$

bu yerda A_T kulrang jismning yutish qobiliyati.

Issiqlik nurlanish energiyasining zichligi s'ektiri uchun Vin formulasi va Vinning siljish qonuni

$U_\omega * \omega^3 f(\omega/T)$ 2) $\lambda_m \cdot T = b$

bu yerda ω – nurlanish chastotasi, T – temperatura λ_m – b – Vin doimiysi.

Stefan – Bolg'tsman qonuni

$$M = \sigma \cdot T^4$$

bu yerda σ – Stefan – Boltsman doimiysi

Temperatura orqali qora jismning maksimal s'ektral zichligining energetik nurlanishiga bog'liqligi

$(r_{\lambda,T})_{max} * cT^5$

bu yerda $c*1{,}30 \cdot 10^{-5}$ VT/(m^3k^5)

Qora jismning s'ektral zichligining energetik nurlanishi uchun Reley-Jins formulasi

$$r_{\nu T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} RT$$

bu yerda R – 'lank doimiysi

Energiya kvanti

$$\varepsilon_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Energiya zichligi s'ektiri uchun 'lank formulasi

$$U_\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3 \exp(\hbar\omega / RT - 1)}$$

Haqiqiy T va radiatsiyali T_r temperaturani bog'lanishi

$$T_p = \sqrt[4]{A_T} T$$

bu yerda T_a – kulrang jismning yutish qobilyati.

Tashqi fotoeffekt uchun Eynshteyn tenglamasi
$E=h\nu=A+T_{max}$
bu yerda Ee=hν – foton energiyasi, metalning tushish satxi A – metaldan elektronni chiqish ishi. T_{max} – fotoelektronning maksimal kinetik energiyasi.

Berilgan metal uchun fotoeffektning «qizil chegarasi»
λ_0*a/h λ_0*hc/a
bu yerda λ_0– yana mumkin bo'lgan fotoeffekt uchun maksimal nurlanish to'lqin uzunligi.

Fotonning im'ulg'si va massasi
$m_{\gamma=}E/c^{2=}$ hν /c^2 ‘$_\gamma$* hν /c
hν – foton energiyasi.

Yuzaga normal tushayotgan yorug'likning xosil qilgan bosimi.
$$p=\frac{E_e}{c}(1+\rho)=\omega(1+\rho)$$
bu yerda $Ye_{e=}$Nhν - nurlanish energiyasi (vaqt birligi ichida yuza birligiga tushayotgan barcha fotonlar energiyasi)

Relyativistik zarracha massasi m, kinetik energiya K im'ulg'si R va to'la energiya o'rtasidagi bog'lanish
$$E^2-p^2\cdot c^2=m^2c^4 \quad PC=\sqrt{R(R+2C^2)}$$

Foton sochilishdagi to'lqin uzunligining Kom'ton siljishi.
$$\Delta\lambda=\lambda_c(1-\cos\theta)$$
bu yerda $\lambda_c=\frac{2\pi\hbar}{mc}$ - zarrachaning Kom'ton to'lqin uzunligi.

Qo'zg'almas yadro Kulon maydonidagi zaryadli zarraning θ burchak ostida sochilish ifodasi
$$tg\left(\frac{\theta}{2}\right)=S*\frac{q_1q_2}{2bK}$$
bu yerda q_1 va q_2 – o'zaro tahsirlashuvchi zarraning zaryadi. K – uchuvchi zarraning kinetik energiyasi. b – nishon ‘arametri (kengligi). (SGS) sistemasida S_**1 yoki (Si) sistemasida $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ ga teng bo'ladi.

Boshlang'ich θ burchak ostida yo'nalgan elementar fazaviy burchak dΩ bilan sochilishda nisbiy zarralar soni uchun Rezerford formulasi
$$\frac{dN}{N}=n\left(S*\frac{q_1q_2}{4K}\right)^2\frac{d\Omega}{\sin^4(\frac{\theta}{2})}$$
bu yerda n – folgani yuza birligidagi yadrolar soni, K – uchuvchi zarrani kinetik energiyasi
dΩ *sin θ dθ dφ

Umumlashgan Balmer formulasi

$$\omega = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad R = S_*^2 \frac{\mu l^4}{2\hbar^2}$$

bu yerda ω – kvant sonlari n_1 va n_2 orasidagi vaziyati bilan o'tishdagi tsiklik chastota. Z – yadro zaryadi (elektron zaryadi birligida) R – Ridberg doimiysi. M – sistemani keltirilgan massasi. ($m_e << m_{ya}$ $M \approx m_e$ shartida)

Zarraning to'lqin xususiyati

Erkin harakatlanayotgan zarralarning gru''aviy tezligi

U*dω/dK*dE/d'

Zarra im'ulg'si va energiyasi uchun De – Broyl ifodasi

$E = \hbar\hat{\omega} \quad P = \hbar K$

bu yerda ω – De-Broyl to'lqin chastotasi $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ to'lqin soni.

Geyzenbergning noaniqliklar munosabati $\Delta x \cdot \Delta r * \hbar$

bu yerda Δx – koordinata noaniqligi, Δr - im'ulg' noanikligi.

dV xajmdagi zarraning to'ilishi extimolligi dW* ψψ* dV* $|\psi|^2$dV

bu yerda ψqψ(x,y,z,t) zarraning xolatini tasvirlovchi to'lqin funktsiyasi ψ* - funktsiya, ψ bilan kom'leks tutashmasi $|\psi^2|$q ψψ* – to'lqin funktsiyani modulini kvadrati. Statsionar xolatlar uchun dW* ψψ* dV* $|\psi|^2$dV

bu yerda ψqψ(x,y,z) – to'lqin funktsiyani koordinata qismi.

Extimollikni normallash sharti $$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1$$

x_1 va x_2 intervalda zarralarning to'ilishi extimolligi $$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

Statsionar va vaqtga bog'liq SHredinger tenglamasi.

Vaqtga bog'liq holda $$i\psi\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m}\Delta^2\psi + U\psi$$

Statsionar holda $$\Delta^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0$$

Bu yerda ψ – to'la to'lqin funktsiya, ψ - uning koordinata qismi __-la'las operatori. E va U – to'la va 'otentsial energiyasi.

Erkin zarraning harakat birligini tasvirlovchi to'lqin funktsiya

$$\psi(x,t) = A\exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x)\right]$$

bu yerda a – De-Broyl to'lqin uzunligi R_x*ħR – zarra im'ulg'si. E*ħω – zarra energiyasi

Garmonik kvant ostsillyator. m massali zarrani bir o'lchovli maydondagi U(x)*H x^2/2 ψ_n xususiy funktsiya va Ye_n hususiy ifodasi quyidagicha:

$$E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}) \quad n = 0,1,2...... \quad \omega = \sqrt{\frac{H}{m}}$$

$$\psi_0 = A_0 \exp\left(-\frac{\alpha^2 x^2}{2}\right) \quad \psi_1 \, A_1 \exp\left(-\frac{\alpha^2 x^2}{2}\right)$$

$$\psi_2 = A_2(2\alpha^2 x^2 - 1) \quad \exp\left(-\frac{\alpha^2 x^2}{2}\right)$$

bu yerda a_0, a_1, a_2 – normallashtirish koeffitsienti; $\alpha = \sqrt{\frac{HM}{\hbar}}$

Garmonik ostsillyator energiyasining xususiy ifodasi.

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 \qquad (n = 0,1,2,......)$$

Garmonik ostsilyatorning nolinchi tebranish energiyasi

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_0$$

potentsial to'siqning U(x) shaffoflik koeffitsienti

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m(U - E)}dx\right)$$

bu yerda x_1 va x_2 – nuqtani U>E oralig'idagi kordinatalari.

Kvant mexanikasi asoslari

Â chiziqli operator bo'ladi. agarda

$\hat{A}(c_1\psi_1 + c_2\psi_2) = c_1\hat{A}\psi_1 + c_2\hat{A}\psi_2$ - bo'lsa,

bu yerda s_1 va s_2 – o'zgarmas bo'ladi. ψ_1 va ψ_2 – ixtiyoriy funktsiyalar.

Â va $\hat{B}$ **kommutativ operator** bo'ladi. agarda ularning kommutatori $\left[\hat{A}, \hat{B}\right] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0$ bo'lsa.

Â Ermit operatori bo'ladi agarda

$\int \psi A_2^* dx = \int \psi_2 \hat{A} * \psi_1^* dx$ bo'lsa,

bu yerda ψ_1^* ψ_2 o'zgarmas funktsiyalar.

ayrim operatorlarda ψ funktsiyani ψ_n xususiy funktsiya diskret s'ektrlariga ajralishi.

$$\psi(x) = \sum C_h \psi_h(x) \quad C_h = \int S\psi\psi_n^* dx$$

ψ vaziyatda (xolatda) fizik kattalik a ni o'rtacha ifodasi:

$$< A >= \int \psi * \hat{A}\psi dV$$

bu yerda Â mos operator ψ – normallashgan to'lqin funktsiyasi dV – elementar xajm.

Operator ko'rinishidagi Shredinger tenglamasi

$$\frac{i\hbar\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi$$

bu yerda Ĥ – shula energiya operatori (gamiltonian).

Â operatorda vaqt bo'yicha olingan xosila

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar}\left[\hat{H},\ \hat{A}\right]$$

bu yerda [Ĥ, Â] operatorlar komutatori Ĥ – gamiltonian.

Operatorlar proektsiyasi va im'ulg'sni kvadrati quyidagicha

$$\hat{P}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x} \qquad \hat{P}^2 = \hat{P}_x^2 + \hat{P}_y^2 + \hat{P}_z^2 = -\hbar^2\Delta^2$$

bu yerda ∇^2 - la'las operatori.

Energiya zichligi operatori (Gamiltonian)

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + U = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta^2 + U$$

Operatorlar 'roektsiyasi va im'ulg's momentini kvadrati.

$$\hat{L}_x = y\hat{P}_z - z\hat{P}_y \qquad \hat{L}_y = z\hat{P}_x - x\hat{P}_z$$

$$\hat{L}_z = x\hat{P}_y - y\hat{P}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi} \qquad \hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2 = -\hbar^2\Delta_{0,\varphi}^2$$

bu yerda $\Delta_{0.4}^2$ - la'las operatorining burchak qismi.

Sferik kordinatalarda La'las operatori.

$$\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\ \ \Delta_{0.\varphi}^2$$

$$\Delta_{0\varphi}^2 = \frac{1}{\sin\theta}\ \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\ \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

$\hat{L}^2$ **ni xususiy funktsiya operatori va xususiy ifodasi.**

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2 \qquad l = 0,1,2,\ldots.$$

$$\varphi_{l,m}(\theta\theta\varphi) = \theta_{l|m|}\ \ \theta\ \ \exp\ (imp)\ \ m = 0,\ \pm1, \pm2, \ldots \pm 1$$

funktsiya θ(θ) uchun 3,1 jadvalda S-'- va d ni vaziyati keltirilgan.

Xolat	l, m	
S	0.0	1
'	1,0 1,1	Cos V Sin V
d	2,0 2,1 2,2	3 Cos^2θ-1 Sin θ Cos θ Sin^2 θ

Xolat	n, l	R(ρ); $P = \frac{r}{r_{-1}}$
1 S	1,0	$l^{-\rho}$
2 S	2,0	(2-ρ) $l^{-\rho/2}$
2 '	2,1	ρ $l^{-\rho/2}$
3 S	3,0	(21-81ρ]2ρ^2) $l^{-\rho/3}$
3 '	3,1	ρ(6-ρ) $l^{-\rho/3}$
3d	3,2	'^{2} $l^{-\rho/3}$

Markaziy simmetrik maydon U(r) da to'lqin funktsiyani R(r) radial qismi uchun SHredinger tenglamasi

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial R}{\partial r} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - U - \frac{\hbar^2}{2mr^2}\right)n = 0$$

№	**Mustaqil ta’lim mavzulari**
1	Moslik printsipi
2	Materiyaning to’lqin va korpuskulyar xossalari
3	Elektronlarning tirqishdan o’tishdagi difraktsiyasi
4	To’ldiruvchilik printsipi
5	Turli operatorlarning xususiy funktsiyalarini topish
6	Uch o’lchovli to’g’ri burchakli potentsial o’rada xarakat
7	Vodorodsimon atomlardagi elektronning xarakati
8	Yadro harakatining hissasi
9	Elektromagnit maydonida zaryadlangan zarrachaning harakati
10	Matritsalar ustida amallar

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

"TASDIQLAYMAN"
O'quv ishlari bo'yicha prorektori
_____________ D.Xolmatov
"___" ___________ 2023-yil

KVANT MEXANIKASI

FANINING

O'QUV DASTURI

3-kurs uchun

Bilim sohasi: **500000 – Tabiiy fanlar, matematika va statistika**

Ta'lim sohasi: **530000 – Fizika va tabiiy fanlar**

Ta'lim yo`nalishi: **60530900 – Fizika (kunduzgi)**

Namangan-2023

<table>
<tr><td colspan="2">Fan/modul kodi</td><td>O‘quv yili
2023/2024</td><td colspan="2">Semestr
6</td><td>ECTS-Kreditlar
5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Fan/modul turi
Majburiy</td><td colspan="3">Ta’lim tili
O‘zbek</td><td>Haftadagi dars soatlari
6-semestr - 6 soat</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>Fanning nomi</td><td colspan="2">Auditoriya mashg‘ulotlari (soat)</td><td>Mustaqil ta’lim (soat)</td><td>Jami yuklama (soat)</td></tr>
<tr><td>Kvant mexanika</td><td colspan="2">60</td><td>90</td><td>150</td></tr>
</table>

I. FANNING MAZMUNI

Fanni o‘qitishdan maqsad – “Kvant mexanika” mavzularini chuqur o’rganish, elektr va magnetizm xodisalari bilan bog’liq bo’lgan fundamental va amaliy masalalarni yechishda, murakkab elektr jixoz asboblarni yaratishda va keng qo’llanilishida muxim axamiyat kasb etadi.

Fanning vazifasi - “Kvant mexanika” fani talabalarni nazariy bilimlar, amaliy ko’nikmalar, fizik xodisa va jarayonlarga uslubiy yondashuv xamda ilmiy dunyoqarashini shakllantirish vazifalarini bajaradi.

II. ASOSIY NAZARIY QISM (MA’RUZA MASHG‘ULOTLARI)

II.1. Fan tarkibiga quyidagi mavzular kiradi:

1-mavzu. Kvant mexanikasi asoslari fanining predmeti, vazifasi va manbalari
Kvant mexanikasi asoslari fani. Fanning vazifasi. Kvant mexanikasi asoslari fanining fizikaning boshqa bo’limlari bilan bog’liqligi. Fanni o’rganishdagi muammolar, uslubiy ko’rsatmalar. Fanni o’rganishda elektron darsliklar va mul’timediyalardan foydalanish.
Internet tizimidan foydalanish va ulardan olinadigan ma’lumotlarni o’rganish xususiyatlari. Predmetlararo bog’lanish. Kvant mexanikasi asoslarining fizikaning bo’limlari va boshqa tabiiy fanlarni o’rganishdagi roli. Baholash

2-mavzu. Kvant mexanikasi asoslarining fizikasoslari.Klassik fizikada vujudga keladigan qiyinchiliklar. Kvant nazariyasining paydo bulishi. Reley-Djins formulasi. Plank g’oyasi. Fotoeffekt hodisasi

3-mavzu. Kompton-effekt. Yorug’lik kvantlari. Fotonlar va zarrachalar xarakatining kvant tabiati. Rezerford tajribasi va atomning planetar modeli.

4-mavzu. Vodorod atomining Bor nazariyasi. Atomning energetik satxlari.

5-mavzu. Lui de-Broyl’ g’oyalari. Gruppalar tezligi. Zarrachalarning difraktsiyasi. To’lqin paket. To’lqin funktsiyasi va uning fizik ma’nosi. De-Broyl’ to’lqining extimollik xarakteri.

6-mavzu. Mirkozarracha xolatiga tajribaning ta’siri. Superpozitsiya printsipi. Noaniqlik munosabati va uning talqini.

7-mavzu. Kvant mexanikasi asoslarining matematik apparati. Chiziqli va o’z-o’ziga qo’shma operatorlar. Ermit operatorlarning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari, ularning fizik ma’nosi.

8-mavzu. Xususiy funktsiyalarning asosiy xossalari. Operatorlarning o’rtacha qiymati. Koordinata, impul’s va impul’s momenti operatorlari, ularning xususiy qiymati va xususiy funktsiyalari. Gamil’ton operatori va energiya operatori. Gamil’tonian. Operatorlarning kommutatsiyasi.

9-mavzu. Vaqt o’tishi bilan xolatlarni o’zgarishi
SHredinger tenglamasi. Zarrachalar sonining saqlanish qonuni. Extimollik oqimi va extimollik zichligi. Statsionar xolatlar.

10-mavzu. Operatorlarni vaqt bo’yicha differentsiallash. Kvant mexanikasi asoslarisidagi harakat integrallari.

11-mavzu. Bir o’lchamli masalalar Bir o’lchamli harakat. To’g’ri burchakli potentsial o’rada zarrachaning xarakati. Energiyaning xususiy qiymatlari. CHeksiz chuqur potentsial o’radagi zarrachaning xarakati. **12-mavzu.** Chekli potentsial to’siqdan o’tish va qaytish. O’tish va qaytish koeffitsientlari. Tunnel effekt. **13-mavzu.** Chiziqli garmonik ostsillyator, uning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari. **14-mavzu.** Avtoemissiya.Tok zichligi. Amaliyotda qo’llanishi . **15-mavzu.** Garmonik ostsillyatorning energiyasi. Bosh kvant soni. Amaliyotda qo’llanishi.

II.2. MA’RUZA MAVZULARINI TAQSIMLANISHI		
№	**Mavzular**	**Soati**
	6- semestr	
1	Kvant mexanikasi asoslari fanining predmeti, vazifasi va manbalari Kvant mexanikasi asoslari fani. Fanning vazifasi. Kvant mexanikasi asoslari fanining fizikaning boshqa bo’limlari bilan bog’liqligi. Fanni o’rganishdagi muammolar, uslubiy ko’rsatmalar. Fanni o’rganishda elektron darsliklar va mul’timediyalardan foydalanish. Internet tizimidan foydalanish va ulardan olinadigan ma’lumotlarni o’rganish xususiyatlari. Predmetlararo bog’lanish. Kvant mexanikasi asoslarining fizikaning bo’limlari va boshqa tabiiy fanlarni o’rganishdagi roli. Baholash mezonlari.	2
2	Kvant mexanikasi asoslarining fizikasoslari Klassik fizikada vujudga keladigan qiyinchiliklar. Kvant nazariyasining paydo bulishi. Reley-Djins formulasi. Plank g’oyasi. Fotoeffekt hodisasi.	2
3	Kompton-effekt. Yorug’lik kvantlari. Fotonlar va zarrachalar xarakatining kvant tabiati. Rezerford tajribasi va atomning planetar modeli.	2
4	Vodorod atomining Bor nazariyasi. Atomning energetik satxlari.	2
5	Lui de-Broyl’ g’oyalari. Gruppalar tezligi. Zarrachalarning difraktsiyasi. To’lqin paket. To’lqin funktsiyasi va uning fizik ma’nosi. De-Broyl’ to’lqining extimollik xarakteri.	2
6	Mirkozarracha xolatiga tajribaning ta’siri.Superpozitsiya printsipi. Noaniqlik munosabati va uning talqini.	2
7	Kvant mexanikasi asoslarining matematik apparati Chiziqli va o’z-o’ziga qo’shma operatorlar. Ermit operatorlarning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari, ularning fizik ma’nosi.	2
8	Xususiy funktsiyalarning asosiy xossalari. Operatorlarning o’rtacha qiymati. Koordinata, impul’s va impul’s momenti operatorlari, ularning xususiy qiymati va xususiy funktsiyalari. Gamil’ton operatori va energiya operatori. Gamil’tonian. Operatorlarning kommutatsiyasi.	2
9	Vaqt o’tishi bilan xolatlarni o’zgarishi SHredinger tenglamasi. Zarrachalar sonining saqlanish qonuni. Extimollik oqimi va extimollik zichligi. Statsionar xolatlar.	2
10	Operatorlarni vaqt bo’yicha differentsiallash. Kvant mexanikasi asoslarisidagi harakat integrallari.	2
11	Bir o’lchamli masalalar Bir o’lchamli harakat. To’g’ri burchakli potentsial o’rada zarrachaning xarakati. Energiyaning xususiy qiymatlari. CHeksiz chuqur potentsial o’radagi zarrachaning xarakati.	2
12	Chekli potentsial to’siqdan o’tish va qaytish. O’tish va qaytish koeffitsientlari. Tunnel effekt.	2

13	Chiziqli garmonik ostsillyator, uning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari.	2
14	Avtoemissiya.Tok zichligi. Amaliyotda qo’llanishi	2
15	Garmonik ostsillyatorning energiyasi. Bosh kvant soni. Amaliyotda qo’llanishi.	2
Jami:		**30 soat**

III.1. AMALIY MASHG‘ULOT MAVZULARINI

1-mavzu. Kvant mexanikasi asoslari fanining predmeti, vazifasi va manbalari

Kvant mexanikasi asoslari fani. Fanning vazifasi. Kvant mexanikasi asoslari fanining fizikaning boshqa bo’limlari bilan bog’liqligi. Fanni o’rganishdagi muammolar, uslubiy ko’rsatmalar. Fanni o’rganishda elektron darsliklar va mul’timediyalardan foydalanish.

Internet tizimidan foydalanish va ulardan olinadigan ma’lumotlarni o’rganish xususiyatlari. Predmetlararo bog’lanish. Kvant mexanikasi asoslarining fizikaning bo’limlari va boshqa tabiiy fanlarni o’rganishdagi roli. Baholash mezonlari.

2-mavzu. Kvant mexanikasi asoslarining fizikasoslari

Klassik fizikada vujudga keladigan qiyinchiliklar. Kvant nazariyasining paydo bulishi.

3-mavzu. Reley-Djins formulasi. Plank g’oyasi. Fotoeffekt hodisasi.

4-mavzu. Kompton-effekt. Yorug’lik kvantlari. Fotonlar va zarrachalar xarakatining kvant tabiati.

5-mavzu. Rezerford tajribasi va atomning planetar modeli.

6-mavzu. Vodorod atomining Bor nazariyasi. Atomning energetik satxlari.

7-mavzu. Lui de-Broyl g’oyalari. Gruppalar tezligi. Zarrachalarning difraktsiyasi. To’lqin paket.

8-mavzu. To’lqin funktsiyasi va uning fizik ma’nosi. De-Broyl to’lqining extimollik xarakteri.

9-mavzu. Mirkozarracha xolatiga tajribaning ta’siri. Superpozitsiya printsipi. Noaniqlik munosabati va uning talqini.

10-mavzu. Kvant mexanikasi asoslarining matematik apparati

Chiziqli va o’z-o’ziga qo’shma operatorlar.

11-mavzu. Ermit operatorlarning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari, ularning fizik ma’nosi.

12-mavzu. Xususiy funktsiyalarning asosiy xossalari. Operatorlarning o’rtacha qiymati.

13-mavzu. Koordinata, impuls va impuls momenti operatorlari, ularning xususiy qiymati va xususiy funktsiyalari.

14-mavzu. Gamil’ton operatori va energiya operatori. Gamiltonian. Operatorlarning kommutatsiyasi.

15-mavzu. Chiziqli garmonik ossilyator uning hususiy funksiyasi, hususiy qiymati. Avto emissiya. Tok zichligi

III.2. AMALIY MASHG‘ULOT MAVZULARINI TAQSIMLANISHI		
№	**Amaliy mashg‘ulot mavzulari**	**Soati**
	6- Semestr	
1	**Kvant mexanikasi asoslari fanining predmeti, vazifasi va manbalari** Kvant mexanikasi asoslari fani. Fanning vazifasi. Kvant mexanikasi asoslari fanining fizikaning boshqa bo’limlari bilan bog’liqligi. Fanni o’rganishdagi muammolar, uslubiy ko’rsatmalar. Fanni o’rganishda elektron darsliklar va mul’timediyalardan foydalanish.	2

	Internet tizimidan foydalanish va ulardan olinadigan ma'lumotlarni o'rganish xususiyatlari. Predmetlararo bog'lanish. Kvant mexanikasi asoslarining fizikaning bo'limlari va boshqa tabiiy fanlarni o'rganishdagi roli. Baholash mezonlari.	
2	**Kvant mexanikasi asoslarining fizikasoslari** Klassik fizikada vujudga keladigan qiyinchiliklar. Kvant nazariyasining paydo bulishi.	2
3	Reley-Djins formulasi. Plank g'oyasi. Fotoeffekt hodisasi.	2
4	Kompton-effekt. Yorug'lik kvantlari. Fotonlar va zarrachalar xarakatining kvant tabiati.	2
5	Rezerford tajribasi va atomning planetar modeli.	2
6	Vodorod atomining Bor nazariyasi. Atomning energetik satxlari.	2
7	Lui de-Broyl g'oyalari. Gruppalar tezligi. Zarrachalarning difraktsiyasi. To'lqin paket.	2
8	**To'lqin funktsiyasi va uning fizik ma'nosi. De-Broyl to'lqining extimollik xarakteri.**	2
9	**Mirkozarracha xolatiga tajribaning ta'siri. Superpozitsiya printsipi. Noaniqlik munosabati va uning talqini.**	2
10	**Kvant mexanikasi asoslarining matematik apparati** **Chiziqli va o'z-o'ziga qo'shma operatorlar.**	2
11	Ermit operatorlarning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari, ularning fizik ma'nosi.	2
12	Xususiy funktsiyalarning asosiy xossalari. Operatorlarning o'rtacha qiymati.	2
13	Koordinata, impuls va impuls momenti operatorlari, ularning xususiy qiymati va xususiy funktsiyalari.	2
14	Gamil'ton operatori va energiya operatori. Gamiltonian. Operatorlarning kommutatsiyasi.	2
15	Chiziqli garmonik ossilyator uning hususiy funksiyasi, hususiy qiymati. Avto emissiya. Tok zichligi	2
	Jami:	**30 soat**

V.1. MUSTAQIL TA'LIM VA MUSTAQIL ISHLAR		
3-semestr		
1	Moslik printsipi	9
2	Materiyaning to'lqin va korpuskulyar xossalari	9
3	Elektronlarning tirqishdan o'tishdagi difraktsiyasi	9
4	To'ldiruvchilik printsipi	9
5	Turli operatorlarning xususiy funktsiyalarini topish	9
6	Uch o'lchovli to'g'ri burchakli potentsial o'rada xarakat	9
7	Vodorodsimon atomlardagi elektronning xarakati	9
8	Yadro harakatining hissasi	9
9	Elektromagnit maydonida zaryadlangan zarrachaning harakati	9
10	Matritsalar ustida amallar	9
Jami:		**90**

VI. FAN O'QITILISHINING NATIJALARI (SHAKLLANADIGAN KOMPETENTSIYALAR)

Fanni o‘zlashtirishi natijasida talaba:

- ✓ Umumiy talab darajasidagi masalalarni echish va tahlil qilishni. Masalalarni echishda turli metodlarni qo’llay bilishi va ularning qaysi biri berilgan masalani echishda eng qulay ekanligini aniqlay olishi talab etiladi.
- ✓ Umumiy fizika kursida o’rganilgan fizika qonunlar va ularning formulalarini, asosiy fizik prinsiplarini ma’nosi, mazmuni tushinishi
- ✓ Elektr va magnetizm qonuniyatlarini eksperementlar asosida tahlil qilishni bilishi
- ✓ fizik kattaliklarning ma’nosini tushinishi
- ✓ asosiy fizik qonun va prinsiplarini elektr va magnetizm hodisalariga qo’llay bilish kerak

VII. TA’LIM TEXNOLOGIYALARI VA METODLARI

- ✓ ma’ruzalar;
- ✓ interfaol keys-stadilar;
- ✓ seminarlar (mantiqiy fikrlash, tezkor savol-javoblar);
- ✓ guruhlarda ishlash;
- ✓ individual loyihalar;
- ✓ jamoa bo‘lib ishlash va himoya qilish uchun loyihalar;

VIII. KREDITLARNI OLISH UCHUN TALABLAR

Fanga ajratilgan kreditlar talabalarga har bir semestr bo’yicha nazorat turlaridan ijobiy natijalarga erishilgan taqdirda taqdim etiladi.

Fan bo’yicha talabalar bilimini baholashda oraliq (ON) va yakuniy (YaN) nazorat turlari qo’llaniladi. Nazorat turlari bo’yicha baholash: 5 – “a’lo”, 4 – “yaxshi”, 3 – “qoniqarli”, 2 – “qoniqarsiz” baho mezonlarida amalga oshiriladi.

Oraliq nazorat har semestrda bir marta yozma ish shaklida o’tkaziladi.

Talabalar semestrlar davomida fanga ajratilgan amaliy (seminar) mashg’ulotlarda muntazam, har bir mavzu bo’yicha baholanib boriladi va o’rtachalanadi. Bunda talabaning amaliy (seminar) mashg’ulot hamda mustaqil ta’lim topshiriqlarini o’z vaqtida, to’laqonli bajarganligi, mashg’ulotlardagi faolligi inobatga olinadi.

Shuningdek, amaliy (seminar) mashg’ulot va mustaqil ta’lim topshiriqlari bo’yicha olgan baholari oraliq nazorat turi bo’yicha baholashda inobatga olinadi. Bunda har bir oraliq nazorat turi davrida olingan baholar o’rtachasi oraliq nazorat turidan olingan baho bilan **qayta o’rtachalanadi**.

O’tkazilgan oraliq nazoratlardan olingan baho **oraliq nazorat natijasi** sifatida qaydnomaga rasmiylashtiriladi.

Yakuniy nazorat turi semestrlar yakunida tasdiqlangan grafik bo’yicha yozma ish shaklida o’tkaziladi.

Oraliq (ON) va yakuniy (YaN) nazorat turlarida:

Talaba mustaqil xulosa va qaror qabul qiladi, ijodiy fikrlay oladi, mustaqil mushohada yuritadi, olgan bilimini amalda qo’llay oladi, fanning (mavzuning) mohiyatini tushunadi, biladi, ifodalay oladi, aytib beradi hamda fan (mavzu) bo’yicha tasavvurga ega deb topilganda – **5 (a’lo) baho**;

Talaba mustaqil mushohada yuritadi, olgan bilimini amalda qo’llay oladi, fanning (mavzuning) mohiyatini tushunadi, biladi, ifodalay oladi, aytib beradi hamda fan (mavzu) bo’yicha tasavvurga ega deb topilganda – **4 (yaxshi) baho**;

Talaba olgan bilimini amalda qo’llay oladi, fanning (mavzuning) mohiyatini tushunadi, biladi, ifodalay oladi, aytib beradi hamda fan (mavzu) bo’yicha tasavvurga ega deb topilganda – **3 (qoniqarli) baho**;

Talaba fan dasturini o’zlashtirmagan, fanning (mavzuning) mohiyatini tushunmaydi hamda fan (mavzu) bo’yicha tasavvurga ega emas, deb topilganda – **2 (qoniqarsiz) baho** bilan baholanadi.

ASOSIY ADABIYOTLAR:

1. Bloxintsev D.I. "Osnovikvantovoy mexaniki", M., 1983 g.
2. Levich V.G. "Kurs teoreticheskoy fiziki", T.2, M., 1972 g.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. "Kvantovaya mexanika". T.3,M.,1974 g.
4. Serova F.G., YAnkinaA."Sbornik zadach po teoreticheskoy fizike", M., 1984.
5. Grechko L.G. i drugie.Sbornik zadach po teoreticheskoy fizike.Uchebnoe posobie.M., 1984 g.
6. Matveev A. “ Atomnaya fizika”. M. 1986 yil.
7. G.X. Xoshimov, R. Za. Rasulov., N. X. Yoldoshev. “Kvant mexanika asoslari”, T., O’qituvchi, 1995 yil.
8. E.Rasulov, U. Begimqulov, Kvant fizikasi. 1- kitob. Toshkent. Fan va tehnologiya. 2006.
9. E.Rasulov, U. Begimqulov, Kvant fizikasi. 2- kitob. Toshkent. Fan va tehnologiya. 2006.

QO‘SHIMCHA ADABIYOTLAR:

1. E.Rasulov, U. Begimqulov, Kvant fizikasi masalalar to’plami. Toshkent. 2004.
2. R. Bekjonov , B. Axmadho’jaev. Atom fizikasi, T. O’qituvchi, 1979 yil.
3. LandauL.D., Lifshits E.M. Teoreticheskayafizika .t.3.Kvantovayamexanika.Neryativistskayateoriya. M.,1989.
4. SivuxinD.V. Atomnayaiyadernayafizika .t.5. M.,MFTI.2002.
5. Davidov A.S. Kvantovayamexanika, M.,1973.
6. SavelevI.V.Osnoviteoreticheskoyfiziki.t.2.Kvantovayamexanika.M.,2005.
7. Flyugge Z. Zadachipo kvantovoymexanike,t.1,2. M.,1974.
8. MusaxanovM.M.,PazdzerskiyV.A.,FayzullaevB.A.Relyativistik kvantmexanikasi.Universitet.2003.
9. Qodirov O.,Boydedayev A.Fizika kursi.3 qism. Kvant fizika.Toshkent.2005.
10. M.S.Svirskiy. Elektronnaya teoriya veshestva. M. Prosveshenie. 1980
11. T.I. Epifanov. Fizika tverdogo tela. M.Nauka. 1981
12. CH.Kittel. Vvedenie v fiziku tverdogo tela. M.Nauka.1978
13. V.M.Tatevskiy. Kvantovaya mexanika i teoriya stroeniya molekul. M.MGU.1965
14. K.Xigasi, X.Baba, A.Rembaum. Kvantovaya organicheskaya ximiya. .Mir.1967.
15. A.M.Melyoshina. Kurs kvantovoy mexaniki dlya ximikov. M. Visshaya shkola. 1980.
16. I.S.Dmitriev.Elektron glazami ximika.Leningrad. Ximiya.1986.
17. A.Bernard. Teoriticheskieosnovi neogranicheskoy ximii.M.Mir.1968
18. R.Kristi, A.Pitti. Stroeniya veshestva:vvedenie v sovremennuyu fiziku. M.Nauka,1969.

AXBOROT MANBAALARI

1. Animatsion rolik (http:www.upscale.utorouto.ca. va html,http:tical ua.es).
2. Fizika “Physicon”.
3. Fizikadan o’quv kinofilmlari.
4. Ko’rgazmali rangli rasmlar (http:www.hord Wareandlysis com.).
5. Phusics onlian”.
6. www.cultinfo./fulltext/l/008/077/561/htm

7. www.en/edu.ru. Portal
Namangan davlat universiteti tomonidan ishlab chiqilgan va tasdiqlangan: - “Fizika” kafedrasining 2023-yil, 28-avgustdagi 1-sonli majlisida muhokama qilingan va tasdiqqa tavsiya etilgan. - Fizika fakulteti kengashining 2023-yil, 29-avgustdagi 1-sonli majlisida ma’qullangan va tasdiqqa tavsiya etilgan. - NamDU o’quv-uslubiy kengashining 2023-yil, 30-avgustdagi 1-sonli majlisida muhokama qilingan va tasdiqlangan.
Fan/modul uchun mas’ul: X.O.Qo’chqorov – NamDU “Fizika” kafedrasi dotsenti, f-m.f.n.
Taqrizchi: U.S.Boboho’jayev – NamDU NamDU “Fizika” kafedrasi dotsenti, f-m.f.n.

NamDU o’quv-uslubiy boshqarma boshlig’i	**X. Mirzaaxmedov**
Fizika fakulteti dekani	**O.Ismanova**
Fizika kafedrasi mudiri	**B.Abdulazizov**
Tuzuvchi	**X. Qo’chqarov**

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

"TASDIQLAYMAN"
O'quv ishlari bo'yicha prorektori
______________ D.Xolmatov
"___" ____________ 2023-yil

KVANT MEXANIKASI

FANINING

O'QUV DASTURI

4-kurs uchun

Bilim sohasi:	100000 – Gumanitar
Ta'lim sohasi:	140000 –Tabiiy fanlar
Ta'lim yo`nalishi:	5140200 – Fizika

Namangan-2023

Fan/modul kodi		O'quv yili 2023/2024	Semestr 7	ECTS-Kreditlar 5
Fan/modul turi Majburiy		Ta'lim tili O'zbek		Haftadagi dars soatlari 7-semestr - 6 *soat*
1	Fanning nomi	Auditoriya mashg'ulotlari (soat)	Mustaqil ta'lim (soat)	Jami yuklama (soat)
	Elektr va magnetizm	60	90	150

I. FANNING MAZMUNI

Fanni o'qitishdan maqsad – "Kvant mexanika" mavzularini chuqur o'rganish, elektr va magnetizm xodisalari bilan bog'liq bo'lgan fundamental va amaliy masalalarni yechishda, murakkab elektr jixoz asboblarni yaratishda va keng qo'llanilishida muxim axamiyat kasb etadi.

Fanning vazifasi - "Kvant mexanika" fani talabalarni nazariy bilimlar, amaliy ko'nikmalar, fizik xodisa va jarayonlarga uslubiy yondashuv xamda ilmiy dunyoqarashini shakllantirish vazifalarini bajaradi.

II. ASOSIY NAZARIY QISM (MA'RUZA MASHG'ULOTLARI)

II.1. Fan tarkibiga quyidagi mavzular kiradi:

1-mavzu. Ossillyator masalasining amaliy tadbiqi

2-mavzu. **Markaziy kuch maydondagi xarakat.** Markaziy maydondagi xarakatning umumiy nazariyasi, o'zgaruvchilarni ajratish. SHredingerning radial tenglamasi. Energiyaning uzluksiz va diskret spektrlari.

3-mavzu. Sferik o'radagi xarakat. Kulon maydonidagi xarakat. Vodorod va vodorodsimon atomlar. Energetik sathlar. Bosh kvant soni, orbital kvant soni va magnit kvant soni.

4-mavzu. Umumlashgan Lagerr polinomlari. Vodorod atomining spektri va to'lqin funktsiyalari.

5-mavzu. Elektronning fazoviy taqsimoti. Atomdagi toklar. Magneton.

6-mavzu. **Spin va zarrachalarning aynan o'xshashligi.** Elektron va boshka elementar zarrachalarning spini. Shtern–Gerlax tajribasi.

7-mavzu. Spin operatorlari, ularning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari. Spin funktsiyalari..

8-mavzu. Zeeman effektining sodda turi. Elektronning to'la mexanik va magnit momentlari. Pauli matritsalari. Pauli tenglamasi.

9-mavzu. Harakat miqdorining to'la momenti. Zarrachalarning aynan o'xshash printsipi. Bozonlar va fermionlar.

10-mavzu. Simmetrik va antisimmetrik xolatlar. Boze zarrachalar va Fermi zarrachalar. Pauli printsipi.

11-mavzu. Atom xolatlarining klassifikatsiyasi. Atomning kvant mexanikasi va elementlarning davriy sistemasi.

12-mavzu. Vodorod molekulasi almashinuv energiyasi

13-mavzu. Molekulalar energiyasi spektrlari

14-mavzu. **Relyativistik kvant mexanikasining elementlari.** Kleyn-Gordon tenglamasi. Dirak tenglamasi. Matritsalarni diagonalizatsiyasi.

15-mavzu. Erkin harakatlanuvchi zarracha uchun Dirak tenglamasining yechimi. Dirak nazariyasida zarrachaning spinini kelib chiqishi.

II.2. MA'RUZA MAVZULARINI TAQSIMLANISHI

№	Mavzular	Soati
	7- semestr	
1	Ossillyator masalasining amaliy tadbiqi	2
2	**Markaziy kuch maydondagi xarakat.** Markaziy maydondagi xarakatning umumiy nazariyasi, o'zgaruvchilarni ajratish. SHredingerning radial tenglamasi. Energiyaning uzluksiz va diskret spektrlari.	2
3	Sferik o'radagi xarakat. Kulon maydonidagi xarakat. Vodorod va vodorodsimon atomlar. Energetik sathlar. Bosh kvant soni, orbital kvant soni va magnit kvant soni.	2
4	Umumlashgan Lagerr polinomlari. Vodorod atomining spektri va to'lqin funktsiyalari.	2
5	Elektronning fazoviy taqsimoti. Atomdagi toklar. Magneton.	2
6	Elektronning fazoviy taqsimoti. Atomdagi toklar. Magneton.	2
7	Spin operatorlari, ularning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari. Spin funktsiyalari.	2
8	Zeeman effektining sodda turi. Elektronning to'la mexanik va magnit momentlari. Pauli matritsalari. Pauli tenglamasi.	2
9	Harakat miqdorining to'la momenti. Zarrachalarning aynan o'xshash printsipi. Bozonlar va fermionlar.	2
10	Simmetrik va antisimmetrik xolatlar. Boze zarrachalar va Fermi zarrachalar. Pauli printsipi.	2
11	Atom xolatlarining klassifikatsiyasi. Atomning kvant mexanikasi va elementlarning davriy sistemasi	2
12	Vodorod molekulasi almashinuv energiyasi	2
13	Molekulalar energiyasi spektrlari	2
14	**Relyativistik kvant mexanikasining elementlari.** Kleyn-Gordon tenglamasi. Dirak tenglamasi. Matritsalarni diagonalizatsiyasi.	2
15	Erkin harakatlanuvchi zarracha uchun Dirak tenglamasining yechimi. Dirak nazariyasida zarrachaning spinini kelib chiqishi.	2
	Jami:	**30 soat**

III.1. AMALIY MASHG'ULOT MAVZULARINI

1-mavzu. Ossillyator masalasining amaliy tadbiqi

2-mavzu. **Markaziy kuch maydondagi xarakat.** Markaziy maydondagi xarakatning umumiy nazariyasi, o'zgaruvchilarni ajratish. SHredingerning radial tenglamasi. Energiyaning uzluksiz va diskret spektrlari.

3-mavzu. Sferik o'radagi xarakat. Kulon maydonidagi xarakat. Vodorod va vodorodsimon atomlar. Energetik sathlar. Bosh kvant soni, orbital kvant soni va magnit kvant soni.

4-mavzu. Umumlashgan Lagerr polinomlari. Vodorod atomining spektri va to'lqin funktsiyalari.

5-mavzu. Elektronning fazoviy taqsimoti. Atomdagi toklar. Magneton.

6-mavzu. **Spin va zarrachalarning aynan o'xshashligi.** Elektron va boshka elementar zarrachalarning spini. Shtern–Gerlax tajribasi.

7-mavzu. Spin operatorlari, ularning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari. Spin funktsiyalari..

8-mavzu. Zeeman effektining sodda turi. Elektronning to'la mexanik va magnit momentlari. Pauli matritsalari. Pauli tenglamasi.

9-mavzu. Harakat miqdorining to'la momenti. Zarrachalarning aynan o'xshash printsipi. Bozonlar va fermionlar.

10-mavzu. Simmetrik va antisimmetrik xolatlar. Boze zarrachalar va Fermi zarrachalar. Pauli printsipi.

11-mavzu. Atom xolatlarining klassifikatsiyasi. Atomning kvant mexanikasi va elementlarning davriy sistemasi.

12-mavzu. Vodorod molekulasi almashinuv energiyasi

13-mavzu. Molekulalar energiyasi spektrlari

14-mavzu. **Relyativistik kvant mexanikasining elementlari.** Kleyn-Gordon tenglamasi. Dirak tenglamasi. Matritsalarni diagonalizatsiyasi.

15-mavzu. Erkin harakatlanuvchi zarracha uchun Dirak tenglamasining yechimi. Dirak nazariyasida zarrachaning spinini kelib chiqishi.

III.2. AMALIY MASHG'ULOT MAVZULARINI TAQSIMLANISHI		
№	**Amaliy mashg'ulot mavzulari**	**Soati**
	7- Semestr	
1	Ossillyator masalasining amaliy tadbiqi	2
2	**Markaziy kuch maydondagi xarakat.** Markaziy maydondagi xarakatning umumiy nazariyasi, o'zgaruvchilarni ajratish. SHredingerning radial tenglamasi. Energiyaning uzluksiz va diskret spektrlari.	2
3	Sferik o'radagi xarakat. Kulon maydonidagi xarakat. Vodorod va vodorodsimon atomlar. Energetik sathlar. Bosh kvant soni, orbital kvant soni va magnit kvant soni.	2
4	Umumlashgan Lagerr polinomlari. Vodorod atomining spektri va to'lqin funktsiyalari.	2
5	Elektronning fazoviy taqsimoti. Atomdagi toklar. Magneton.	2
6	Elektronning fazoviy taqsimoti. Atomdagi toklar. Magneton.	2
7	Spin operatorlari, ularning xususiy qiymatlari va xususiy funktsiyalari. Spin funktsiyalari.	2
8	Zeeman effektining sodda turi. Elektronning to'la mexanik va magnit momentlari. Pauli matritsalari. Pauli tenglamasi.	2
9	Harakat miqdorining to'la momenti. Zarrachalarning aynan o'xshash printsipi. Bozonlar va fermionlar.	2
10	Simmetrik va antisimmetrik xolatlar. Boze zarrachalar va Fermi zarrachalar. Pauli printsipi.	2
11	Atom xolatlarining klassifikatsiyasi. Atomning kvant mexanikasi va elementlarning davriy sistemasi	2
12	Vodorod molekulasi almashinuv energiyasi	2
13	Molekulalar energiyasi spektrlari	2
14	**Relyativistik kvant mexanikasining elementlari.** Kleyn-Gordon tenglamasi. Dirak tenglamasi. Matritsalarni diagonalizatsiyasi.	2
15	Erkin harakatlanuvchi zarracha uchun Dirak tenglamasining yechimi. Dirak nazariyasida zarrachaning spinini kelib chiqishi.	2
	Jami:	**30 soat**

V.I. MUSTAQIL TA'LIM VA MUSTAQIL ISHLAR		
	7-semestr	
1	Shredinger tenglamasining impul's tassavurida ko'rinishi	15
2	Momentlarni qo'shish. To'la magnit momenti	15
3	Klebsh-Gordon koeffitsientlari	15
4	Dirak tenglamasida vodorod atomi satxlarini nozik strukturasi	15
5	Zaif magnit maydonida sathlarning ajralishini tushuntirish	15
6	Elektron spinini hisobga olganida atomdagi termlarni ajralishi	15

Jami:	**90**

VI. FAN O'QITILISHINING NATIJALARI (SHAKLLANADIGAN KOMPETENTSIYALAR)

Fanni o'zlashtirishi natijasida talaba:

- ✓ Umumiy talab darajasidagi masalalarni echish va tahlil qilishni. Masalalarni echishda turli metodlarni qo'llay bilishi va ularning qaysi biri berilgan masalani echishda eng qulay ekanligini aniqlay olishi talab etiladi.
- ✓ Umumiy fizika kursida o'rganilgan fizika qonunlar va ularning formulalarini, asosiy fizik prinsiplarini ma'nosi, mazmuni tushinishi
- ✓ Elektr va magnetizm qonuniyatlarini eksperementlar asosida tahlil qilishni bilishi
- ✓ fizik kattaliklarning ma'nosini tushinishi
- ✓ asosiy fizik qonun va prinsiplarini elektr va magnetizm hodisalariga qo'llay bilish kerak

VII. TA'LIM TEXNOLOGIYALARI VA METODLARI

- ✓ ma'ruzalar;
- ✓ interfaol keys-stadilar;
- ✓ seminarlar (mantiqiy fikrlash, tezkor savol-javoblar);
- ✓ guruhlarda ishlash;
- ✓ individual loyihalar;
- ✓ jamoa bo'lib ishlash va himoya qilish uchun loyihalar;

VIII. KREDITLARNI OLISH UCHUN TALABLAR

Fanga ajratilgan kreditlar talabalarga har bir semestr bo'yicha nazorat turlaridan ijobiy natijalarga erishilgan taqdirda taqdim etiladi.

Fan bo'yicha talabalar bilimini baholashda oraliq (ON) va yakuniy (YaN) nazorat turlari qo'llaniladi. Nazorat turlari bo'yicha baholash: 5 – "a'lo", 4 – "yaxshi", 3 – "qoniqarli", 2 – "qoniqarsiz" baho mezonlarida amalga oshiriladi.

Oraliq nazorat har semestrda bir marta yozma ish shaklida o'tkaziladi.

Talabalar semestrlar davomida fanga ajratilgan amaliy (seminar) mashg'ulotlarda muntazam, har bir mavzu bo'yicha baholanib boriladi va o'rtachalanadi. Bunda talabaning amaliy (seminar) mashg'ulot hamda mustaqil ta'lim topshiriqlarini o'z vaqtida, to'laqonli bajarganligi, mashg'ulotlardagi faolligi inobatga olinadi.

Shuningdek, amaliy (seminar) mashg'ulot va mustaqil ta'lim topshiriqlari bo'yicha olgan baholari oraliq nazorat turi bo'yicha baholashda inobatga olinadi. Bunda har bir oraliq nazorat turi davrida olingan baholar o'rtachasi oraliq nazorat turidan olingan baho bilan **qayta o'rtachalanadi.**

O'tkazilgan oraliq nazoratlardan olingan baho **oraliq nazorat natijasi** sifatida qaydnomaga rasmiylashtiriladi.

Yakuniy nazorat turi semestrlar yakunida tasdiqlangan grafik bo'yicha yozma ish shaklida o'tkaziladi.

Oraliq (ON) va yakuniy (YaN) nazorat turlarida:

Talaba mustaqil xulosa va qaror qabul qiladi, ijodiy fikrlay oladi, mustaqil mushohada yuritadi, olgan bilimini amalda qo'llay oladi, fanning (mavzuning) mohiyatini tushunadi, biladi, ifodalay oladi, aytib beradi hamda fan (mavzu) bo'yicha tasavvurga ega deb topilganda – **5 (a'lo) baho**;

Talaba mustaqil mushohada yuritadi, olgan bilimini amalda qo'llay oladi, fanning (mavzuning) mohiyatini tushunadi, biladi, ifodalay oladi, aytib beradi hamda fan (mavzu) bo'yicha tasavvurga ega deb topilganda – **4 (yaxshi) baho**;

Talaba olgan bilimini amalda qo'llay oladi, fanning (mavzuning) mohiyatini tushunadi, biladi, ifodalay oladi, aytib beradi hamda fan (mavzu) bo'yicha tasavvurga ega deb topilganda – **3 (qoniqarli) baho**;

Talaba fan dasturini o'zlashtirmagan, fanning (mavzuning) mohiyatini tushunmaydi hamda fan (mavzu) bo'yicha tasavvurga ega emas, deb topilganda – **2 (qoniqarsiz) baho** bilan baholanadi.

ASOSIY ADABIYOTLAR:

1. Bloxintsev D.I. "Osnovikvantovoy mexaniki", M., 1983 g.
2. Levich V.G. "Kurs teoreticheskoy fiziki", T.2, M., 1972 g.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. "Kvantovaya mexanika". T.3,M.,1974 g.
4. Serova F.G., YAnkinaA."Sbornik zadach po teoreticheskoy fizike", M., 1984.
5. Grechko L.G. i drugie.Sbornik zadach po teoreticheskoy fizike.Uchebnoe posobie.M., 1984 g.
6. Matveev A. " Atomnaya fizika". M. 1986 yil.
7. G.X. Xoshimov, R. Za. Rasulov., N. X. Yoldoshev. "Kvant mexanika asoslari", T., O'qituvchi, 1995 yil.
8. E.Rasulov, U. Begimqulov, Kvant fizikasi. 1- kitob. Toshkent. Fan va tehnologiya. 2006.
9. E.Rasulov, U. Begimqulov, Kvant fizikasi. 2- kitob. Toshkent. Fan va tehnologiya. 2006.

QO'SHIMCHA ADABIYOTLAR:

1. E.Rasulov, U. Begimqulov, Kvant fizikasi masalalar to'plami. Toshkent. 2004.
2. R. Bekjonov , B. Axmadho'jaev. Atom fizikasi, T. O'qituvchi, 1979 yil.
3. LandauL.D., Lifshits E.M. Teoreticheskayafizika .t.3.Kvantovayamexanika.Neryativistskayateoriya. M.,1989.
4. SivuxinD.V. Atomnayaiyadernayafizika .t.5. M.,MFTI.2002.
5. Davidov A.S. Kvantovayamexanika, M.,1973.
6. SavelevI.V.Osnoviteoreticheskoyfiziki.t.2.Kvantovayamexanika.M.,2005.
7. Flyugge Z. Zadachipo kvantovoymexanike,t.1,2. M.,1974.
8. MusaxanovM.M.,PazdzerskiyV.A.,FayzullaevB.A.Relyativistik kvantmexanikasi.Universitet.2003.
9. Qodirov O.,Boydedayev A.Fizika kursi.3 qism. Kvant fizika.Toshkent.2005.
10. M.S.Svirskiy. Elektronnaya teoriya veshestva. M. Prosveshenie. 1980
11. T.I. Epifanov. Fizika tverdogo tela. M.Nauka. 1981
12. CH.Kittel. Vvedenie v fiziku tverdogo tela. M.Nauka.1978
13. V.M.Tatevskiy. Kvantovaya mexanika i teoriya stroeniya molekul. M.MGU.1965
14. K.Xigasi, X.Baba, A.Rembaum. Kvantovaya organicheskaya ximiya. .Mir.1967.
15. A.M.Melyoshina. Kurs kvantovoy mexaniki dlya ximikov. M. Visshaya shkola. 1980.
16. I.S.Dmitriev.Elektron glazami ximika.Leningrad. Ximiya.1986.
17. A.Bernard. Teoriticheskieosnovi neogranicheskoy ximii.M.Mir.1968
18. R.Kristi, A.Pitti. Stroeniya veshestva:vvedenie v sovremennuyu fiziku. M.Nauka,1969.

AXBOROT MANBAALARI

1. Animatsion rolik (http:www.upscale.utorouto.ca. va html,http:tical ua.es).
2. Fizika "Physicon".

3. Fizikadan o'quv kinofilmlari.
4. Ko'rgazmali rangli rasmlar (http:www.hord Wareandlysis com.).
5. Phusics onlian".
6. www.cultinfo./fulltext/l/008/077/561/htm
7. www.en/edu.ru. Portal

Namangan davlat universiteti tomonidan ishlab chiqilgan va tasdiqlangan:

- "Fizika" kafedrasining 2023-yil, __-avgustdagi __-sonli majlisida muhokama qilingan va tasdiqqa tavsiya etilgan.

- Fizika fakulteti kengashining 2023-yil, __-avgustdagi __-sonli majlisida ma'qullangan va tasdiqqa tavsiya etilgan.

- NamDU o'quv-uslubiy kengashining 2023-yil, ___-avgustdagi __-sonli majlisida muhokama qilingan va tasdiqlangan.

Fan/modul uchun mas'ul:
H.O.Qo'chqorov – NamDU "Fizika" kafedrasi dotsenti, f-m.f.n.

Taqrizchi:
U.S.Boboho'jayev – NamDU NamDU "Fizika" kafedrasi dotsenti, f-m.f.n.

NamDU o'quv-uslubiy boshqarma boshlig'i	**X. Mirzaaxmedov**
Fizika fakulteti dekani	**O.Ismanova**
Fizika kafedrasi mudiri	**B.Abdulazizov**
Tuzuvchi	**X. Qo'chqarov**

	To'lqin funkstiya nimani ifodalaydi?	Elektronni de-Broyl to'lqinini	Mikroob'ektni topilish extimolligi zichligi fazoda kanday taksimlanishini kursatadi.	Ma'noga ega emas	Mikroob'ektni topilish extimolligi zichligi extimolligini kursatadi
	Elektron bulut deb nimaga aytiladi?	Elektroning yadro atrofida bulishi mumkin bulgan xarakat xolatlarini kursatuvchi extimollik qiymatlari nuktalari tuplami.	Elektron xarakat xolatini kursatuvchi nuktalar tuplami.	Elektronni eng katta extimollik nuktalari buyicha yoyilib ketishi.	Elektronni orbitada egallangan nuktada En tuplami.
	Termlarni ifodalashda kanday formuladan foydalanish kulay?	$^{2(S+1)}L_j = 0,12...\ SPD$	$S = p = d = g$	$\Delta\ell = \pm 1$ $S = p = d = \mathrm{h}$ $\Delta \mathrm{l} = t \cdot \Delta m = t$	$S = p = g$ $\Delta m = \pm 1 = g$
	Operator kommutativ deyiladi, agar	$\hat{h}\hat{G} - \hat{G}\hat{h} \neq O$ bulsa	$\hat{h}\hat{G} - \hat{G}\hat{h} = i\hbar$ bulsa	$\hat{h}\hat{G} - \hat{G}\hat{h} = O$ bajarilsa	$\hat{h}\hat{G} - \hat{h}\hat{G} = O$ bulganda
	Magnit kvant son nimani xarakterlaydi?	Magnit momentni diskretligini.	Orbital momentni biror ukka proekstiyasi kvantlanganini.	Orbita magnit momentini kvantlanganini.	Spinni kvantlanganini.
	To'lqin funkstiyasining aniklanish shartlari kanday? $\psi(x, y, z)$	Uzi va 1-tartibli xosilasi uzluksiz bir qiymatli chekli chegaraviy shart kanoatlantiradi.	Uzi va 1-tartibli xosilasi uzluksiz, superpozistiya prinstipiga amal kiladi.	Uzi va 1 va II-tartibli xosilasi, uzluksiz superpozistiya prinstipiga amal kiladi, chekli chegaraviy shartni kanoatlantiradi.	Uzi va 1-tartibi xosilasi uzluksiz va bir qiymatli.
	Fotoeffekt xodisasida yoru\lik o`zini	to`lqin paketi	to`lqin	ham to`lqin, ham zarra	zarra

	qanday tabiatini namoyon etadi?				
	α-zarralarni Vilson komerasida qoldirgan izi uning traektoriyasi hisoblanishi mumkinmi?	yo`q	ha	aniqmas	zarraniki bo`la olmaydi
	Chang zarrasi uchun to`lqin tabiatni qanday tarzda ko`rsatish mumkin?	Chang zarrasi massasi elektron massasidan juda katta farq qilgani uchun uni makroob’ekt deyilishi xatolikka olib kelmaydi	to`lqin farqini namoyon qila olmaydi.	chang zarrasini de-Broyl to`lqini ham elektronnikaga o`xshab aniq va sezilarlidir	de-Broyl to`lqini topiladigan ifoda bilan chang zarrasi uchun hisoblashlar orqali hamma narsa aniqlanadi
	Nima uchun ehtimoliy-statistik qonuniyatlar dinamik qonuniyatlarga qaraganda ustivor hisoblanishi mumkin	hamma qonuniyatlar o`z o`rnida bir xil ahamiyatga ega bo`ladi.	hamma qonuniyatlar o`z o`rnida bir xil ahamiyatga ega bo`lmaydi.	Ehtimoliy aniqlashda qolgan ba’zi qonuniyatlarda hisobga olinyapgan asosiy ta’sir parametrlarini hisobga olish bilan birga ularda e’tibor bermasa ham bo`ladigan parametrlarni qo`shib hisobga olgan holda o`rtachalashtirish orqali aniqlangani uchun ham ustivorroq hisoblanadi.	bunda oldin model yaratib olib, keyin u model asosida qonuiyatlar o`rganilgani uchun ustivordir.
	Elektron bulut	atom elektron	Atomda	atom elektron	elektron bulut ko`p

	tushunchasi qanday moxiyatga ega?	shunday xarakat xolatlarida bo`ladiki, u soxani ko`rsatuvchi traektoriyalar elektron buluti deb otaladi.	elektronlarning eng katta topilish extimolligi qiymatiga mos nuqtalar majmuasi yoki elektronlar o`z xarakat xolatlarini eng ko`p vaqtini o`tkazadigan soxani elektron buluti deyiladi.	shunday xarakat xolatlarida bo`ladiki, u soxani ko`rsatuvchi traektoriyalar elektron buluti deb otaladi	sonli elektronlarning to`planib fazodagi xarakatiga ayt atom elektron shunday xarakat xolatlarida bo`ladiki, u soxani ko`rsatuvchi traektoriyalar elektron buluti deb otaladi.
	To`lqin son deb nimaga aytiladi?	to`lqinlar nechtaligini ko`rsatuvchi songa aytiladi.	Bir birlik uzunlikka tog’ri kelgan oraliqda nechta to`lqin borligini ko`rsatuvchi va to`lqin uzunlikka teskari bo\langan songa aytiladi	to`lqinlar soni deb, to`lqini tog’ri kelgan songa aytiladi.	to`lqin son deb chet oraliqdagi to`lqinga tog’ri kelgan songa aytiladi
	Klassik mexanika va kvant mexanika orasidagi asosiy farq nimadan iborat?	diskret holatlarni ifodalashda farq qiladi.	Kvant mexanikasida diskretlik mavjudligi klassik mexanikaga mutlaqo zid bo`ladi.	kvant mexanikasi mikrodunyoni ifodalasa, klassik mexanika makrodunyoni o`rganadi.	uzliksizlik bilan o`zgaruvchi parametrlarni idora etishda farq qiladi
	Mikroolamning ob’ektiv xususiyatiga nimalar kiradi?	Mikroolamni tashkil etgan zarrachalar uzluksiz energiyaga ega deb xisoblanadi;	To’lqin, korpuskulyar, spinga, egalik, massaga egalik, yashash davri va zaryadiga egalik kabi xususiyatlar.	Bir vaktning uzida zarrachaning xam korpuskulyar, xam to’lqin xususiyatiga ega bulishi;	Korpuskulyar xususiyatiga ega emas.

	Atomda S, P, d kabi elektron xolatlari kanday yuzaga keladi?	Elektronlarning orbitadagi xolatlariga asoslanib S, P, d xolatlar yuzaga keladi.	Atomdagi elektron bulutning fazoda egallagan formasi kvantlangani uchun xar bir kvant xolatlarida mos formalarni S, P, K kabi nom bilan yuritiladi.	Atomdagi sfera gantel, gul kabi formalarni farklash uchun kiritiladi.	Atomdagi elektron bulutning eng katta extimollik bilan egallagan formasi kvantlangani uchun xar bir kvant xolatlarga mos formalarni S, P, d kabi nom bilan yuritiladi.
	De-Broyl to’lqinini formulasini kursating?	$\lambda = \frac{h\vartheta}{m\vartheta^2} = \frac{h\vartheta}{m\vartheta}$	$\lambda = \frac{2h}{m\vartheta}$	$\lambda = \frac{h}{m\vartheta}$	$\lambda = \frac{\vec{n}}{m\vartheta}$
	$\hat{G} = \frac{d^2}{dx^2}$, $\varphi = \sin 5x$ булса $\hat{G}\varphi$?	-25φ.	–25x.	5cos x.	5sin x.
	Sovuk emissiya xolida elektronlarning chikish extimolini oshirish uchun…	Elektr maydonni ortirib, chikish ishini kamaytirish kerak.	Elektr maydonni kamaytirib chikish ishi orttirish kerak.	Xar ikki kattalikni orttirish kerak.	Xar ikki kattalikni kamaytirish kerak
	Kvant mexanikasini extimolli xarakterga egaligining zaminida nima bo`lishi mumkin?	Dualizm tabiatga ega xolatlarda extimoliy konuniyatlargina xakikiy ifodalay olishi	Kichik ulchamdagi xollarda N’yuton mexanikasini kullash kiyinligidan.	De-Broyl to’lqini mavjudligi uchun uni zarra sifatida urganib bulmasligida	Zarralarning juda kichikligi tufayli ulchab bulmasligi.
	Vodorod molekulasida 3 ta atom bulishini ta’minlash mumkinmi?	Paulini ta’kik prinstipi.yul kuymaydi.	xa.	Tuyinganligi uchun sigmaydi.	yuk.
	Geyzenberg aniqmaslik	Koordinata va impuls, energiya	energiya va to`lqin	impuls momenti va	Koordinata va massa

	munosabati mikroob’ektni qanday holatlari orasidagi bo\lanishni ifodalaydi?	va vaqt	indukstiya	kuch	
	Nima uchun de-Broyl \oyasi mikroobektlar da ko`proq nomoyon bo`lsada makroobektlar da umuman sezilmaydi.	de-Broyl to`lqin uzunligi makroob’ektlar uchun nolga yaqin bo`lgani uchun sezilmaydi va ob’ektni zarra deb ataladi.	makroobektlar da de-Broyl to`lqini sezilmasligi sababi o`lchamlar bir biriga yaqin.	har ikki ob’ektlar uchun ham sezilaveradi	har ikki holda ham aslida bir xil qiymatga ega, ob’ekt o`lchamlarida farq bo`lgani uchun turlicha namoyon bo`ladi.
	Ehtimoliy qonuniyatlarda parametrlar sonini oshirish aniqlikka qanday ta’sir etadi?	Natijaga ta’siri yo`q.	parametrlar soni qancha ko`p bo`lsa, xisoblashlarda chetlashish shuncha ko`payadi.	Ehtimoliy qonuniyatlarda holatni belgilashda ishtirok etishi mumkin bo`lgan parametrlar sonini ortishi aniqlik darajasini oshishiga olib keldi.	natijalar uchun eng katta extimollik qiymatini bilish zarur.
	Davriy sistema elementlari atomlarida elektron xolatlari to`lib borishi nimalarga asoslanadi.	Pauli prinstipi va Xund qoidalariga amal qilib xisoblanadi.	Atomda xolatlarni elektronlar bilan to`lib borishi ta’qiq prinstipiga va Xund qoidasiga asoslanadi.	Zarra tinch xolatda deb qaralsa, aniqmaslik tamoyili buziladi.	Energiyani ortishiga.
	Ridberg doimiysining fizik ma’nosi nimani anglatadi?	Ikkita seriya to`lqin uzunliklari farqini.	Atomning energetik spektrlari orasidagi farqini.	Atomning asosiy xolat energiyasini.	$n=1$ bo`lgandagi Laymon chegara seriyasini.

	$4d-$ elektron deganda nimani tushunish mumkin.	$n=4$ ga tog'ri kelgan radiusli orbital formasi d ga mos sohada harakatlanadigan elektron.	Elektron d formadagi holatda bo`lishini.	o`tish elementi atomidagi elektronni.	elektron orbitasi formasi d formaga mos kelishini.
	Molekulaning tebranma xarakat energiyasini kursating	$E_T=(n+1)\omega$	$E_T=\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2J}$	$E_T=h\varpi\left(n+\frac{1}{2}\right)$	$E_T=mv^2/2$
	$\hat{A}$ operatorning xususiy funkstiyasi .... deb aytiladi.	$\hat{A}U=\lambda U$ bajarilganda $\hat{A}$ operatorning xususiy qiymati $\hat{\lambda}$ ga mos U funkstiyaga aytiladi.	$\hat{A}U=\lambda U$ bajarilganda $\hat{A}$ operatorning xususiy qiymati U ga mos $\hat{\lambda}$ funkstiyaga aytiladi.	$\hat{A}U=\lambda U$ bajarilganda $\hat{A}$ operatorning xususiy qiymati U ga mos $\hat{\lambda}$ funkstiyaga aytiladi.	$U\hat{A}=\lambda U$ bajarilganda $\hat{A}$ operatorning xususiy qiymati U ga mos $\hat{\lambda}$ funkstiyaga aytiladi.
	Tokning extimollik okimi zichligi kanday?	$j=\frac{ig\text{h}}{2m}(\Psi\nabla\Psi^*-\Psi^*\nabla\Psi)$	$j=\frac{ig\text{h}}{2m}(\Psi\nabla\Psi^*-\Psi^*\Delta\Psi)$	$j=\frac{igt}{2m}(\Psi\nabla\Psi^*-\Psi^*\nabla\Psi)$	$j=\frac{ig\text{h}}{2m}(\Psi\nabla\Psi^*+\Psi^*\Delta\Psi)$
	Potenstial chukurdagi zarrani energiyasi va topilish extimolligi taksimoti orasidagi kaysi javobda to'g'ri ifodalangan?	$E_n=\frac{t^2n^2}{2L^2m}$; $\lvert\Psi\rvert^2=\frac{2}{L}Sin^1\frac{n\pi x}{L}$	$E_n=\frac{\text{h}^2n^2}{2L^2n}$; $\lvert\Psi\rvert^2=\frac{2}{L}Sin^2\frac{n\pi x}{L}$	$E_n=\frac{\hbar^2n^2}{2L^2m}$; $\lvert\Psi\rvert^2=\frac{2}{L}Sin^2\frac{n\pi x}{L}$	$E_n=\frac{t^2n^2}{2L^2m}$; $\lvert\Psi\rvert^2=\frac{2}{L}+Sin^2\frac{n\pi x}{L}$
	Markaziy maydondagi zarra xolatini aniklovchi funkstiyalar nomlarini kursating.	R(R) Radial, $\phi(\varphi)$ azimutal, $\Theta(o)$ kutbiy	R(R) Radial, $\phi(U)$ azimutal, $\Theta(o)$ kutbiy	R (R)Radial, $\Theta(o)$ azimutal, $\phi(U)$ kutbiy	R (R)Radial, $\Theta(o)$ azimutal, $\phi\gamma(U)$ kutbiy

	Galayonlar nazariyasi moxiyati kanday?	$H^0\Psi_n^0 = E_n^2\Psi_u^0$ tenglamani xususiy funkstiyasi va xususiy qiymatidan kelib chikib $\left(H^0+V\right)\Psi = E\Psi$ tenglamani xususiy qiymati va xususiy funkstiyasini ma’lum aniklikda topishga aytiladi.	$H^0\Psi_n^0 = E_n^1\Psi_u^0$ tenglamani xususiy funkstiyasi va xususiy qiymatidan kelib chikib $\left(H^0+V\right)\Psi = E\Psi$ tenglamani xususiy qiymati va xususiy funkstiyasini ma’lum aniklikda topishga aytiladi.	$H^0\Psi_n^0 = E_n^1\Psi_u^0$ tenglamani xususiy funkstiyasi va xususiy qiymatidan kelib chikib $\left(H \; -V\right)\Psi = E\Psi$ tenglamani xususiy qiymati va xususiy funkstiyasini ma’lum aniklikda topishga aytiladi.	$H^0\Psi_n^0 = E_n^0\Psi_u^0$ tenglamani xususiy funkstiyasi va xususiy qiymatidan kelib chikib $\left(H^0+V\right)\Psi = E\Psi$ tenglamani xususiy qiymati va xususiy funkstiyasini ma’lum aniklikda topishga aytiladi.
	Kleyn-Gordon tenglamasini kusating	$\nabla^2\Psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \; \Psi}{\partial j} - K_1^2\Psi = O$ $K_0^2 = \frac{m_0^2c^1}{t_1^2}$	$\nabla^2\Psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial j^2} - K_1^2\Psi = O$ $K_0^2 = \frac{m_0^2c^1}{t_1^2}$	$\nabla^2\Psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial j^2} - K_1^2\Psi = O$ $K = \frac{m_0^2c^1}{t_1^2}$	$\nabla^2\Psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial j^2} - K_0^2\Psi = O$ $K_0^2 = \frac{m_0^2c^2}{t_1^2}$
	∫ │ψ(x,t)│2dvq1 ifodaning fizik manosini tushuntiring	Butun fazoda zarraning kayd kilinishi extimoli 1ga teng	Fazoning xech kayerida zarra yuk degani	Zarra 1 vaktning uzida fazoning xamma kismida mavjud	to’g’ri javob berilmagan
	To`lkin paket tashkil kilgan xar bir to’lqinning xususiy tezligi bulib u... deyiladi.	Fazaviy tezlik.	Urtacha tezlik	Oniy tezlik	Gruppaviy tezlik
	De Broyl to’lqining statistik talkinini kim va kachon bergan?	M. Born 1926 y	E. Shredinger 1920 y	E. Geyzenberg 1930 y	N. Bor 1927 y

Variant 2

1.	Bosh seriya kaysi formula bilan ifodalangan.	$\nu = ns - mp$ $(n = 2,3,4,\ m = n+1)$	$\nu = hs - mp$ $(n = 4,5,6,$ $m = h,\ \ n+1)$	$\nu = hs - mp$ $(n = 4,5,6,$ $m = h,\ \ n+1)$	$\nu = ns - md$ $(n = 3,4,5,$ $m = n,\ \ n+1)$
2.	19-elementda oxirgi elektron 4s xolatda bulishini kanday tushunish kerak?	Energik 4s satx 3d satxdan yukori bulgani uchun.	4s satx energiyasi 3d satx energiyasidan kamligi uchun.	4s satxdagi energetik qiymati minumum bulgani uchun	4s satx energiyasi 3d satx energiyasi bilan tengligi uchun.
3.	Spektral seriyalarni kaysinisi bosh seriyani kursatadi?	$1S - np$ $2S - np$ $3p - nd$ $4p - nd$	$1S - np$ $2S - np$ $3S - np$ $4S - np$	$1S - np$ $2S - np$ $3S - n$	$1S - np$ $2S - np$ $3S - ng$ $4S - ng$
4.	Impuls operatorining $\varphi = 2x$ ga ta’sir natijasini toping?	$\frac{2\hbar}{I}$	$\frac{2\hbar}{i}$	$e^{-\frac{ih}{x}}$	$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial^{x}}$
5.	Adiabatik yakinlashishda yadro kuzgalmas bulishi bilan birga yana kaysi shart bajariladi.	$M_e = 1840 M_я$	$M_e > m_я$	$M_я = \frac{M_e}{1000}$	$M_q >> M_Э$
6.	Atomda elektronlarning harakat-holatlari qanday tarzda bo`la oladi?	Atomda elektronlar o`z harakat holatlarini yadro atrofida muayyan formalarga mos keluvchi sohalarda diskret energiyaga ega holda o`tkazadilar.	Atomda elektronlar yadrodagi musbat protonlar atrofida stastionar orbitalarda aylanma harakat holatlarida bo`ladi.	Atom markazida proton va uning atrofida manfiy elektronlar harakatlanadi.	Atomda musbat yadro bilan manfiy elektronni tortishish kuchi markazdan qochma kuchga teng bo`lgan joyda muvozanatli aylanma harakat qiladi.
7.	Atomda elektron traektoriyasini bilib bo`lmasligini asosiy sabablarini ko`rsating.	atomda elektron juda tez harakat qilgani uchun	juda kichik ko`rib bo`lmasligi tufayli	To`lqin tabiatga egaligi uchun	elektronni o`rnini ko`rsata oladigan asbob yo`qligi tufayli.
8.	Zamonaviy elektron qurilmalar hajmi kichiklashib borgan sari undagi fizik jarayonlarni ifodalashda nimalarga e’tibor berish ortib	kichik soxalarda jarayonlar o`z-o`zidan ro`y berishini	kichik o`lchamlarda kam energetik talab qilinishini	o`lcham kichiklashsa fizik jarayonlar tezlashishini.	O`lchamlar kichiklashsa kichik o`lchamlarda namoyon bo`ladigan xususiyatlarni xisobga olish talabi ortadi ya’ni de-Broyl to`lqini, har bir zarrani individualligini va o`zaro ta’sirini.

	boradi?				
9.	Ehtimoliy qonuniyatlardan foydalanishni qanday kamchilliklari yuzaga keladi?	amalda ehtimoliy qonuniyatlar garchi tajribaga tog'ri kelsada, aslida sababiyat prinstipiga tog'ri kelmaydi.	Ko`zga darxol tashlanmasada Kamchiliklar yo`q	har qanday tartibsizlikda mavjudligini ifodalasada sababini ko`rsatishda ehtimoliy qonuniyatlar ojizlik qiladi.	amalda hamma vaqt ham qo`llash uchun qulay emas
10.	Ta'qiq prinstpini moxiyati qanday?	atomda elektron xolati ta'qiqlanganligini ko`rsatadi.	elektron egallashi mumkin bo`lgan xolatlar ichida kvant sonlari farqlanishi lozim bo`ladi.	To`rtta kvant sonlari bilan berilgan xolatda faqat bittagina elektron bo`la oladi.	atomda elektron xolati ta'qiqlanganligini ko`rsatadi.
11.	Energiyaning diskretligi va uzuliksizligi haqida nimalar deyish mumkin.	Ta'qiq energiyasi bo`ladi	Ta'sir ostidagi zarra energiyasi doimo diskretdir.	Energiya aslida uzluksiz.	Ta'sir ostidagi zarra energiyasi doimo uzluksizdir.
12.	$\alpha-$ Zarra nima?	radioaktiv nur ko`rinishidagi zarra.	musbat zaryadlangan ion xolatdagi vodorod atomi	Geliy atomining yadrosidan iborat zarra.	yadro emirilishda chiqadigan nur.
13.	Yadro xarakatini hisobga olishda qanday yutu\larga erishildi.	Nurlanish spektri aniqlandi.	ionlashgan geliy atomining spektral seriyalari aniqlandi.	Ishqoriy metal atomlarining energiyasini aniqlandi.	Vodorod atomining izotoplarini va ionlashgan geliy atomining spektral seriyalarini aniqlandi.
14.	Kvant osstillyatori klassik osstilyatordan nimasi bilan fark kiladi?	Kvant osstillyatori TqO da xam energiyaga ega bulib E diskret tarzda noldan boshlab ortib boradi	Farksiz.	Kvant osstillyatori TqO da xam energiyaga ega bulib E diskret tarzida $E=h\nu(n+1/2)$ kabi uzgaradi.	Klassik osstillyator uzluksiz qiymatli energiya olsa kvant diskret buladi va uning urni klassik osstillyator kabi aniklanadi
15.	Noaniklik munosabati bizga nimani beradi?	Noaniklik munosabati zarra koordinatalari va zarra impulsi unga mos kelgan tashkil etuvchilarning masalan, x koordinatasining va Rx ni bir vaktdagi ulcham anikligiga chegara kuyishini.	Noaniklik munosabatida zarra impulsi unga mos: X koordinataning va Ry, Rz ni bir vaktdagi ulcham anikligiga chegara kuymasligini;	$\Delta x\Delta\rho$ kattaliklarni anik ulchay olmasligimiz natijasida undan kichik ob'ektlarni urganib bulmasligini;	Geyzenberg noaniklik munosabati koordinatasi mos bulgan tashkil etuvchilar, masalan, koordinatasining va Rx va R ni bir vaktdagi ulcham anikligiga chegara kuymaydi.
16.	Izotopik siljishda	Spektrda to'lqin	Yadro massasidan	Spektr	Elektron massasi fakat

	nima ruy beradi?	uzunlikni kichik uzgarishiga duch kelinadi	elektron massasi chekli kichikligi uchun yadro xarakati tula energiyaga xissa kushadi va spektrda izotoplar uchun λ qiymatini siljigan xoli kuzatiladi.	chiziklarida ya’ni ortish kuzatilishi tushuniladi.	chekli kichik bulmasdan cheksiz kichik buladi va spektrda fark kiladi .
17.	Markaziy maydon uchun Shredinger tenglamasini ko`rinishini ko`rsating?	$\frac{t_1^2}{2m}\nabla^2\psi+(E-\frac{e}{r^2})\psi=0$	$\frac{h_1^2}{2m}\nabla^2\psi+(E-\frac{e^2}{r})\psi=0$	$\frac{t_1^2}{2m}\nabla^2\psi+(E-r)\psi=0$	$\frac{t_1^2}{2m}\nabla\psi+$ $(E-\frac{t^2}{r^2})\psi=0$
18.	Zeeman effektida 3d energetik satx nechta energetik satxchalarga ajralishi mumkin?	10	5	3	2
19.	$\lvert\psi\rvert^2$ kattalikning ma’nosi?	Topilish extimolligi qiymati.	Topilish extimolligi zichligi.	Topilish extimolligi	Topilish extimolligi baxosi.
20.	Mikrodunyo ob’ektlari uchun de-Broyl to`lqini ahamiyatli ekanligi qaerlarda ko`rinishi mumkin.	Stastionar orbitada elektronlar aylanganda	$\lambda=\frac{h}{m\upsilon}$ munosabat o`rinli bo`lgan sohada koordinata va impulsni bir vaqtda aniq o`lchab bo`lmaslikka olib kelganida.	Elektronda de-Broyl to`lqini mavjudligi uchun atomda elektron o`rni va ular ehtimoli katta soha orqali baholanganda.	de-Broyl to`lqini kattaligi bilan ko`rilyapgan soha o`lchamlari orasidagi farq uncha katta bo`lmaganda.
21.	Dinamika qonunlari asosida elektron traektoriyasini aniqlash mumkin Bo`lmasa, nima uchun turli maydonlarda elektron harakatini boshqarib aytgan nuqtaga tushurish mumkin?	Elektron Taraektoriyasini boshqa qonunlar yordamida aniqlab topiladi.	Boshqarish mumkinligini sababi, aniq traektoriya talab etilmagani uchun	yadro bilan elektron o`zaro muvozanatda bo`lganligi uchun	Mikrosistemalardagi koordinata xatoligi juda katta qiymatda ro`y bergani uchun
22.	Odatda elektron zarralari oqimini ko`chishi orqali hisoblangan tok qiymatlari amalda	tok oqyapgan soha o`lchamlari bilan de-Broyl to`lqini o`lchamlari orasidagi farq kattaligi uchun	ahamiyatli bo`ladi	to`lqinni emas.	ha ahamiyatsiz

	juda aniq natijalarga olib keladi, bu erda to`lqin xususiyatni ahamiyati yo`qmi.	hisobga olinmasa ham bo`ladi.			
23.	Ehtimoliy qonuniyatlarni amaldagi tatbiqi haqiqatni ifodalashiga qanday e'tiroflar bo`lishi mumkin?	Ehtimoliy qonuniyatlarda ko`p martali hodisalar sonidan eng katta extimolga ega bo`lgan qiymatlar orqali ish ko`rilgani uchun doim tog'ri natijalarga olib keladi.	tabiat o`zaro uy\unlikdaligi uchun ehtimoliy qonuniyat ularni juda tog'ri aks ettira olmaydi.	Odatdagi o`zaro bo\liqlik bunda buzilgani uchun notog'ri.	Extimoliy qonuniyatlarni amaldagi tatbiqi xaqiqatini ifodalamaydi
24.	Zarra tinch xolatda deb faraz qilinsa qanday oqibatlarga olib kelishi mumkin?	tinch turgan zarra energiyasi nolga teng bo`ladi deyish buziladi.	Tinch xolatni zarra koordinatasi aniq deyilsa, impuls cheksiz ortib tinch tura olmaydi.	zarra tinch xolatda deb qaralsa, aniqmaslik tamoyili buziladi	Energiyani ortishiga.
25.	Atomning Tomson modeli qanday tasavvur beradi?	yadro va elektronlar bir-biriga tegib turadigan sharlardan iborat sistema	Musbat va manfiy zaryadlar o`zaro tekis taqsimlanib neytral atomni hosil qilgan eng kichik tomchidan iborat sistema.	musbat ion yadro va elektronlar tomchiga o`xshash sistemani tashkil etadi.	yadro atrofida elektron aylanib yuradigan sistema.
26.	Foton impulsi ifodasini ko`rsating.	$p = \frac{mv}{c^2}$	$p = \frac{hv}{c}$	$p = \frac{Eh}{c}$	$p = \frac{E}{c^2}$
27.	Operatorning xususiy qiymati deb ....aytiladi.	Biror $\hat{A}$ operator bilan ifodalangan dinamik uzgaruvchi parametrini ulchash orkali olinadigan son qiymatini $\lambda_\lambda \lambda_2 .... \lambda_n$ eximol lik bilan bulishiga shu operatorni xususiy fukstiyasi deyiladi.	Biror $\hat{A}$ operator bilan ifodalangan dinamik uzgaruvchi parametrini ulchash orkali olinadigan son qiymatini $\lambda_\lambda \lambda_2 .... \lambda_n$ exi mollik bilan bulishiga shu operatorni xususiy qiymati deyiladi.	Biror $\hat{A}$ operator bilan ifodalangan dinamik uzgaruvchi parametrini ulchash orkali olinadigan son qiymatini $\lambda_\lambda \lambda_2 + \lambda = \lambda_n$ ex imollik bilan bulishiga shu operatorni xususiy fukstiyasi deyiladi.	Biror $\hat{A}$ operator bilan ifodalangan dinamik uzgaruvchi parametrini ulchash orkali olinadigan son qiymatini x funkstiyani kvadrati bilan bulishiga shu operatorni xususiy fukstiyasi deyiladi.
28.	Potenstial chukurdagi zarra	$\Psi_n = i\sqrt{\frac{1}{2}} Sin \frac{n\pi x}{L}$	$\Psi_n = i\sqrt{\frac{3}{2}} tag \frac{n\pi x}{L}$	$\Psi_n = i\sqrt{\frac{1}{2}} Sin \frac{n\pi x}{L_1}$	$\Psi^2_n = i\sqrt{\frac{2}{1}} Sin \frac{n\pi x}{L}$

	xolatini ifodalovchi to'lqin funkstiyasini kursating.				
29.	Garmonik osstilyator masalasi kanday muammolarni xal kilishda keng foydalaniladi?	Issiklik utkazuvchanlik, Issiklik sigim, kattik jismlarda energiya almashinuv, molekula tebranma energiyalari, dipol nurlanishi	Issiklik utkazuvchanlik, Issiklik sigim, kattik jismlarda energetik almashinuv, molekula aylanma tebranma energiyalari, dipol nurlanishi	Issiklik utkazuvchanlik, Issiklik sigim, kattik jismlarda energetik almashinuv, molekula aylanma tebranma, elektron, dipol nurlanishi	Issiklik utkazuvchanlik, Issiklik sigim, kattik jismlarda energetik almashinuv, molekula aylanma tebranma energiyalari,
30.	Tunnel effektini yordamida kvant mexanikasining kanday postulati isbotlanadi?	$\lvert\Psi^2\rvert$ ning qiymati noldan farkli soxalarda eektronni topilish extimoli xam noldan farkli buladi.	$\lvert\Psi^2\rvert$ ning qiymati nolga teng soxalarda eektronni topilish extimoli xam noldan farkli buladi.	$\lvert\Psi^2\rvert$ ning qiymati noldan farkli soxalarda eektronni topilish extimoli xam nolga teng buladi.	$\lvert\Psi^2\rvert$ ning qiymati noldan farkli soxalarda eektronni topilish extimoli xam nol bilan bir orasida bo`lmaydi
31.	Tasavvurlar nazariyasiga kura U funkstiyani a_n lar orkali kanday ifodlash mumkin.	$\hat{B}$ operatori $U = \hat{B}\vartheta$ xolda berilgan bulsa, uni ϑ va U funkstiyalarini operatori xususiy funkstiyalari $U = Ea_u U_n$ $\vartheta = \sum Eb_u U_n$ orkali ifodalab, ularni $\hat{B}$ operatorli tenglamaga kuyish va $B_{kn}\int U_u^t \hat{B} U_u dV$ ifodani aniklash bilan U va ϑ funkstiyalarni A tasavvurga utkaziladi.	$\hat{B}$ operatori $U = \hat{B}\vartheta$ xolda berilgan bulsa, uni U va ϑ funkstiyalarini operatori xususiy funkstiyalari $U = \sum a_u U_n$ $\vartheta = \sum b_u U_n$ orkali ifodalab, ularni $\hat{B}$ operatorli tenglamaga kuyish va $B_{kn}\int U_u^t \hat{B} U_u dV$ ifodani aniklash bilan U va ϑ funkstiyalarni A tasavvurga utkaziladi.	$\hat{B}$ operatori $U = \hat{B}\vartheta$ xolda berilgan bulsa, uni ϑ va U funkstiyalarini operatori xususiy funkstiyalari $\vartheta = Ea_u U_n$ $U = \sum b_u U_n$ orkali ifodalab, ularni $\hat{B}$ operatorli tenglamaga kuyish va $B_{kn}\int U_u^t \hat{B} U_u dV$ ifodani aniklash bilan U va ϑ funkstiyalarni A tasavvurga utkaziladi.	$\hat{B}$ operatori $\hat{B} = U\vartheta$ xolda berilgan bulsa, uni ϑ va U funkstiyalarini operatori xususiy funkstiyalari $\vartheta = Ea_u U_n$ $U = \sum b_u U_n$ orkali ifodalab, ularni $\hat{B}$ operatorli tenglamaga kuyish va $B_{kn}\int U_u^t \hat{B} U_u dV$ ifodani aniklash bilan Uva ϑ funkstiyalarni A tasavvurga utkaziladi.
32.	Molekula energiyasi tashkil etuvchilarini kursating	$E = E_{теб} \cdot E_{ай} + E_{эл}$	$E = E_{теб} + E_{ай} - E_{эл}$	$E = E_{теб} + E_{ай} + E_{эл}$	$E^2 = E_{теб} + E_{ай} + E_{эл}$
33.	Relyativistik xol uchun Dipol tenglamasini		$\left[\hat{E} + E\sum_{\mu} x_\mu \hat{P}_\mu\right]\Psi = 0$	$\left[\hat{E} - C\sum_{\mu} x_\mu \hat{P}_\mu\right]\Psi = 0$	$\left[\hat{E} - C\sum_{\mu} x_\mu \hat{P}_\mu\right]\Psi = 0$ α va

	kursating	$\left[\hat{E} - C\sum_{\mu} x_{\mu}\hat{P}_{\mu}\right]\Psi = 0$ α va Ψ turt katorli matrista.	α va Ψ turt katorli matrista	Δ va Ψ turt katorli matrista	ω turt katorli matrista
34.	$\int \left\| \psi(x,t) \right\|^2$dvq0 ifodaning fizik manosini tushuntiring	zarra 1 vaktning uzida fazoning xamma kismida mavjud	butun fazoda zarraning kayd kilinishi extimoli 1ga teng	fazoning xech kayerida zarra yo`q degani	to’g’ri javob berilmagan
35.	Nima uchun to’lqin paket yoyilib ketadi.	_ Fazaviy tezlik yoruglik tezligidan katta bulgani uchun	to’lqinlar disperstiyasiga kura	To’lqin difrakstiyaga kura	Gruppaviy tezlik zarra to’lqin paketi bilan aylantirish mumkin emas.
36.	Gapni davom ettiring Biror funkstiyaga mos ravishda boshka funkstiyani xosil kilish koidasi… deyiladi.	Xosila	Integral	Operator	To’lqin funkstiya

Variant 3

3	Atomda elektron xolatini ifodalovchi kanday kvant sonlari mavjud?	*m, e, j, k.*	*m, e, j, n.*	*n, l, m, s.*	*m, n, e, j.*
3	Zarralarni to’lqin deb atash uchun nima tuskinlik kiladi?	Zarrani to’lqin deb atash bilan ikkinchi xususiyati bulishi mumkin emasligi etadi .	Zarra va to’lqin xususiyatidan bittasini tanlab olish mumkin bulsa, zarra to’lqin bula oladi.	Zarra va to’lqin xususiyati urtasida bir xususiyat yuk.	Zarra va to’lqinlik bu ob’ektni xususiyati bulgani uchun xususiyatni xususiyat orkali atalishini mantikga zidligi tuskinlik kiladi.
3	Elektron xakida tasavvuring iz?	Elektron klassik ma’nodagi massaga, zaryadga ega va shu bilan spinga ega bulgan kvant ob’ektdir .	Elektron de-Broyl to’lqiniga ega bulgan zarra va to’lqindir.	Elektron m-massaga, e-zaryadga ega bulgan zarradir.	Elektron tasavvurga zarra kabi keladi
4	Spin orbital ta’sirni mavjudligi yuzasidan ishkoriy	Spektrida siljish ruy beradi.	Spektrida yoyilishi ruy beradi.	Spektrida triplet struktura xosil buladi.	Spektrida dublet struktura yuzaga keladi.

	atomlar nurlanish…				
4	Xarakat mikdori momentini operatori $\hat{M}_x$ kanday?	$\hat{M}_x = y\hat{P}_Z - z\hat{P}_y$	$\hat{M}_x = y\hat{P}_Z - \hat{P}_z y$	$\hat{M}_x = y\hat{P}_Z - \hat{P}_z y$	$\hat{M}_x = y\hat{P}_Z - z\hat{P}_z$
4	Atom barkarorligini kuyosh sistemasi barkarorligidan farki nimada?	Atomdan kuyosh sistemasi mustaxkamrok.	Muvozanat buzilsa, atom yana kaytib tiklanib oladi, kuyosh sistemasi kaytib kelmaydi.	Atomdagi ta’sir kuchlari kuyoshdagidan farkli.	Kuyosh sistemasidan atom barkarorrok.
4	Atom barqarorligini ta’minlovchi asosiy ko`rsatgich nimalardan iborat bo`lishi mumkin.	Atomda elektronlar stastionar orbitalarda harakat qilgani va bu paytda nur chiqarmagani uchun barqaror hisoblanadi.	Atom tizimining barqaror bo`lishining sababi, atomdagi elektronga barcha ta’sir etuvchi kuchlar natijasida yuzaga keladigan va elektronning yadro atrofida bo`lishi mumkin bo`lgan holatlarining eng katta ehtimollikka ega qiymatlariga mos sohalarda harakatlanishidir	Atomda elektron orbitalari radiuslari uchun orbitalar sharti bajarilganda atom barqaror bo`ladi.	Atom tizimi barqarorligini ta’minlovchi asosiy sabab, bu markazdan qochma kuch bilan elektronni yadroga tortuvchi Kulon kuchini tengligi hisoblanadi.
4	Elektronni to`lqin tabiatga ega ekanligini qanday bilish mumkin?	to`lqinga o`xshab harakatlanishidan	Difrastiya va interferenstiya hodisasini kuzatishdan	o`z yo`nalishini og`dira olishidan	dualizm xususiyatiga egaligidan
4	Bordiyu bir vaqtning o`zida zarra va to`lqin xususiyatlarga oid kattaliklarni aniqlash talab etilsa, uning aniqligi qanday baholanadi ?	bir vaqtda zarra xususiyati ancha bo`lsa ikkinchisi o`z o`zidan ma’lum bo`lib qoladi.	Aniqmaslik munosabati orqali baholanadi.	to`lqin xususiyati ma’lum bo`lsa zarra tabiatini keltirib chiqarish orqali baholanadi.	zarra ma’lum bo`lsa, to`lqin de-Broyl ifodasidan aniqlanadi.
4	Kvant	barcha javoblar	Shredinger	Shredinger	kvant sonlar

	sonlari qaerdan yuzaga keladi?	to`g`ri.	tenglamasining markaziy yadro maydonidagi elektron uchun echimni qanoatlantiruvchi shartlarni ko`rsatadigan sonlar sifatida paydo bo`ladi..	tenglamasining markaziy yadro maydonidagi elektron uchun echimni qanoatlantiruvchi shartlarni ko`rsatadigan sonlar sifatida qabul qilinishidan.	xolat va energiyani kvantlangani tufayli yuzaga kelgan. Shredinger tenglamasining markaziy yadro maydonidagi elektron uchun echimni qanoatlantiruvchi shartlarni ko`rsatadigan sonlar paydo bo`ladi.
4	Frank-Gerst tajribasida asosan qanday g`oya o`z isbotini topadi?	Energiya yutilishi va chiqishi stastionar orbitalardagi elektron to`la energiyalari farqiga teng bo`lgandagina ro`y berishini.	Elektron atomda diskret stastionar orbitalardagina bo`la olishini.	stastionarlik shartini to`g`riligini.	Atomda elektron tezligini katta ekani.
4	Bor nazariyasini inqirozi nimadan iborat?	Geliy va undan keyingi atomlar uchun qo`llash noto`g`ri natijalarga olib keladi.	nurlanish spektrilarning qiymatini topishda qiyinchilik tug`diradi	Postulatlar klassik qonunlarga zid keladi.	diskretlikga egaligi klassik qonuniyatlarga zid keladi.
4	Keskin seriyani Li atomida xosil bo`lishi quyidagi o`tishlardan qaysinisida to`g`ri.	$\nu = 2p - ms \quad (m = p)$	$\nu = 2p - ms \quad (m = 3,4,5,6...)$	$\nu = 2p - md$ $(m = 3,4,5...)$	$\nu = 2p - mf$ $(m = 4,5...)$
5	Elektron spinining qiymati nimaga teng?	$\vartheta_{ф}^{нор} = \frac{P}{E} = \frac{m\vartheta}{me} = \frac{\vartheta}{e}$	$h_{ep} = \frac{\sqrt{3}}{2}h$	$h_{ep} = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$	$h_{r} = \pm\frac{\hbar}{2}$
5	Kvant mexanikasi kanday pastulot	Ob’ekt xakida ma’lumot uning ifoda etuvchi ψ funkstiya	To’lqin va zarra xossasi asosida xisoblashga asoslangan.	Ob’ekt xakida ma’lumot to’lqin xossasining mavjudligi orkali	Ob’ekt xakida ma’lumot to’lqin funkstiyasining

	asosida tuzilgan?	yordamida olingan.		xisoblashga asoslanib olingan.	diskret energiyalar orkali urganishga asoslangan.
5	Mikroob’ekt ta’sir maydonida bulsa uning xolati kanday urganiladi.	Aslida uzaro ta’sir turiga karab tenglamani echib funkstiyani topilsa uz-uzidan xamma xolatlari xakida ma’lumot uzluksiz xolda kelib chikishidan o`rganish mumkin.	Shredinger tenglamasidagi potenstial energiya qiymati o`rniga o`sha o`zaro ta’sirlangan maydon energiyasini kuyib tenglamani echilishidan xosil bulgan funkstiya yordamida urganish mumkin.	Agar ta’sir maydon ma’lum bulsa shunga karab dinamik konunlari asosida urganish mumkin.	Agar ta’sir maydon ma’lum bulsa, to’lqin funkstiya yordamida urganish mumkin.
5	Agar zarra tinch xolatda tursa uning?	Koordinatasini topib impulsini topib bulmaydi.	Koordinatasini va impulsini aniklasa buladi.	Zarrani tinch turishi, anikmaslik prinstipiga zid bulgani uchun tinch tura olmaydi.	Zarra to’lqin dualizmga kura zarra deb atab bulmaydi.
5	Pauli tenglamasini ifodalash uchun Gamil Tonion kanday tanlanadi?	$\hat{H} = \frac{1}{2m}$ $(\hat{P} - \frac{e}{C}\hat{A})^2 + ev$ $e\phi$ - U_n	$\hat{H} = \frac{e}{2m}(\hat{P} - \frac{e}{C}\hat{A}^2) + ev$	$\hat{H} = \frac{e}{2m}(P - \frac{e}{C}A)^2 + ev$	$\hat{H} = \frac{1}{2m}(\hat{P} + \frac{e}{C}\hat{A})^2 +$ $+ ev + (\mu B)$
5	Vodorod atomning asosiy xolatdagi magnit momentini kursating.	$\mu_Б \sqrt{3} = M_s$	$M_s = \mu_Б \frac{\sqrt{3}}{4}$	$M_S = M_Б \frac{1}{2}$	$M_S = M_Б$
5	Elektron qanday xususiyatlarga ega bo`lishi mumkin.	Elektron m massaga e-zaryadga ega bo`lgan eng elementar zarradir	Elektron massaga, zarrraga, spinga-xususiy momentga ega bo`lgan zarradir.	Elektron, massaga, zaryadga, spinga ega bo`lgan va shu bilan zarra va to`lqin xususiyatni namoyon qiladigan kvant ob’ektdir.	Elektron ham zarra, ham to`lqin xususiyatga ega bo`lgan zarra bo`lib, u atomda aylanma harakat qiladi.
5	Zarra-to`lqin	atom o`lchamlardan	mikroobektni de-Broyl to`lqini	soha o`lchamlari de-Broyl to`lqin	Mikroobektni de-Broyl

	xususiyatga ega mikroobektlarni qanday hollarda zarra yoki to`lqin deb qarash xatolikka olib kelmaydi.	katta bo`lgan hollarda.	uzunligi bilan ko`rilayapgan soha o`lchamlari juda katta farq qilganda	uzunligi tartibida bo`lganda	to`lqini uzunligi bilan ko`rilayapgan soha o`lchamlari juda katta farq qilganda, soha o`lchamlari de-Broyl to`lqin uzunligi tartibida bo`lganda
5	De-Broyl to`lqinini kuzatish uchun qanday yo`l tutish kerak?	Difrakstiya ro`y berishi orqali kuzatish kerak	to`lqin xossasini o`rganish kerak.	to`lqin energiyasini saqlanish qonuni orqali aniqlash kerak	aniq bilish uchun tajriba o`tkazish kerak.
5	Atomda elektron holatlarini ifodalashda dinamik qonuniyatlardan foydalanishni qanday kamchiliklari bor?	atom xodisalarini tushunish uchun dinamika qonunlari yordam bera olmay qolgani uchun.	atom barqarorligi muammosini dinamika qonuni asosida tushuntirib bo`lmagani uchun kamchilik yuzaga keladi.	Bor stastionarlik shartini ifoda etganida dinamika qonuniga zid tenglikni yozgan.	Atomda elektron orbitasini muvozanat sharti dinamika qonuniga ko`ra bajarilganda muvozanat buzilsa, qayta tiklanmasligi kerak edi. Atom esa doimo muvozanatli sistemani tashkil etadi.
6	Har bir kvant soni qanday ma’nolarga ega?	Kvant sonini ma’nosi bosh, orbital, magnit, spin kvant sonlarga aytiladi.	xar bir kvant soni atomda elektron xolatini muayyan turda kvantlanganini ko`rsatadigan sonlardir.	Kvant sonlarning ma’nosi shundaki atomdagi elektron holatining radiusi bo`yicha n, orbital formasi bo`yicha *l* yoki fazodagi vaziyati bo`yicha m sonlar orqali atomda elektron holati kvantlanganini ko`rsatadi.	Kvant sonlar aslida ma’noga ega emas.
6	Bor postulatlarini to`g`ri ifodasini ko`rsating.	Atomda elektron diskret energiyaga ega bo`lgan holda stastionar	Atomda elektron stastionar orbitalarda va uzluksiksiz energiya bilan bo`lib, stastionar	Energiya va orbita diskret bo`lib davriy o`zgarib nur chiqaradi.	Atomda elektron xarakat miqdori momenti kvantlangan

		orbitalarda bo`ladi va bir orbitadan ikkinchisiga o`tganda energiya yutadi yoki chiqaradi.	orbitalardan o`tganda nurlanish ro`y beradi		stastionar orbitalarda bo`lib, ulardagi elektron o`tishi ro`y berganda nurlanish kuzatiladi.
6	Elektronlar difrakstiyasi nimani isbotlaydi.	Difrakstion panjara mavjudligini	O`z yo`qolishini to`siqdan o`zgartira olishini.	elementlarni yo`nalishlari og`ishini.	to`lqin tabiatga egaligini.
6	Aynish deb nimaga aytiladi?	Bitta xolat 4 ta qiymatga mos kelishiga aytiladi	Bitta energiya qiymatiga 4 ta xolatni mos kelishiga aytiladi.	Bitta energiya qiymatiga 1 ta xolat mos kelishiga	Energiya qiymatiga mos xolat soni bittadan ortik bulganda
6	Tula energik operatorni kursating.	$\hat{E}=-\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial t}$	$\hat{E}^3=-\frac{i}{h}\frac{\partial}{\partial t}$	$\hat{E}=-\frac{2h}{i}\frac{\partial}{\partial t}$	$\hat{E}=-\frac{h^2}{i}\frac{\partial}{\partial t^2}$
6	Potenstial chukurdagi zarra energiyasi ifodasini kursating	$E_n=\frac{\pi^2 n^2 \mathrm{h}^2}{2mL^2}$	$E_n=\frac{\pi^2 n^2 \hbar^2}{2mL^2}$	$E_n=\frac{\pi^2 m^2 t^3}{2nL^4}$	$E_n=\frac{\pi^2 n^2 \mathrm{h}^3}{2nL^4}$
6	Sovuk emissiya uchun tok zichligini emitr maydoniga boglanishi kanday?	$J=J_o e^{\frac{\varphi^{3/2}}{F}}$	$J=J_o e^{\frac{-\varphi^{3/2}}{F}}$	$J=J_o / e^{\frac{-\varphi^{3/2}}{F}}$	$J=J_o / e^{\frac{+\varphi^{3/2}}{F}}$
6	Spin operatori kanday shartni kanoatlantirishi mumkin?	Xususiy qiymati $\pm\frac{h}{2}$ ga teng va operatorning matrik kurinishi ermit bulishi kerak.	Xususiy qiymati $\frac{h}{2}$ ga teng va operatorning matrik kurinishi ermit bulishi kerak.	Xususiy qiymati $\pm\frac{t}{2}$ ga teng va operatorning matrik kurinishi ermit bulishi kerak.	Xususiy qiymati $\pm\frac{T^2}{2}$ ga teng va operatorning matrik kurinishi ermit bulishi kerak.
6	Molekulalar aylanish energiyasi kanday?	$E=\frac{J\omega^2}{2}=\frac{L^1}{2J}=\frac{l(l+1)\hbar^1}{2J}$	$E=\frac{J\omega^2}{2}=\frac{L^2}{2J}=\frac{l(l+1)\hbar^2}{2J}$	$E=\frac{J\omega^2}{2}=\frac{L^2}{2J}=\frac{l(l+1)\hbar^2}{J_2}$	$E=\frac{J\omega^2}{2}=\frac{L^2}{2J}=\frac{l(l+1)\hbar^2}{2J}$
6	Spin-orbital ta’sir kanday yakkol namoyon buladi?	Ishkoriy metal atomlari nurlanish spektrining triplet strukturasidan	Ishkoriy metal atomlari nurlanish spektrining dublet strukturasidan.	Ishkoriy metal atomlari nurlanish spektrining kvartet strukturasidan.	Ishkoriy metal atomlari nurlanish spektrining multiplet strukturasidan.

7	Variastion metod nimaga asoslanadi?	$E=\int \Psi \hat{H}^{*}\Psi^{*}dV$ Formula Uchun Gamiltonianni ifodasini topib, noma’lum Ψ funkstiyani ma’lum Ψ_n lar bilan almashtrib, E aniklanadi va uning minimum qiymatini topiladi. E ning minimum qiymati muvozanatli xolatga to’g’ri keladi deb kaaladi.	$E=\int \Psi^{*}\hat{H}^{*}\Psi dV$ Formula Uchun Gamiltonianni ifodasini topib, noma’lum Ψ funkstiyani ma’lum Ψ_n lar bilan almashtrib, E aniklanadi va uning minimum qiymatini topiladi. E ning minimum qiymati muvozanatli xolatga to’g’ri keladi deb karaladi.	$E_0^2=\int \Psi\ \hat{H}\Psi\ dV$ Formula Uchun Gamiltonianni ifodasini topib, noma’lum Ψ funkstiyani ma’lum Ψ_n lar bilan almashtrib, E aniklanadi va uning minimum qiymatini topiladi. E ning minimum qiymati muvozanatli xolatga to’g’ri keladi deb qaraladi.	$E=\int \Psi \hat{H}\Psi^{*}dV$ Formula Uchun Gamiltonianni ifodasini topib, noma’lum Ψ_n funkstiyani ma’lum Ψ lar bilan almashtrib, E aniklanadi va uning minimum qiymatini topiladi. E ning minimum qiymati muvozanatli xolatga to’g’ri keladi deb qaraladi.
7	To`lqin – paket xosil qilish uchun qanday chastotadagi to`lqinlarni ko`shish kerak.	W≈ W2 K1≤K2	W1<W2 K1>K2	W≈ W2 K2≤K1	W1≈W2 K1≈ K2
7	Nima uchun zarrani to’lqin paket bilan aynanlashtirish mumkin emas	Chunki bu zarrani bekaror bulishiga olib keladi.	Chunki bu zarrani barkaror bulishiga olib keladi.	to’lqin paketni yoyilib ketishiga tuskinlik kiladi.	To’g’ri javob berilmagan