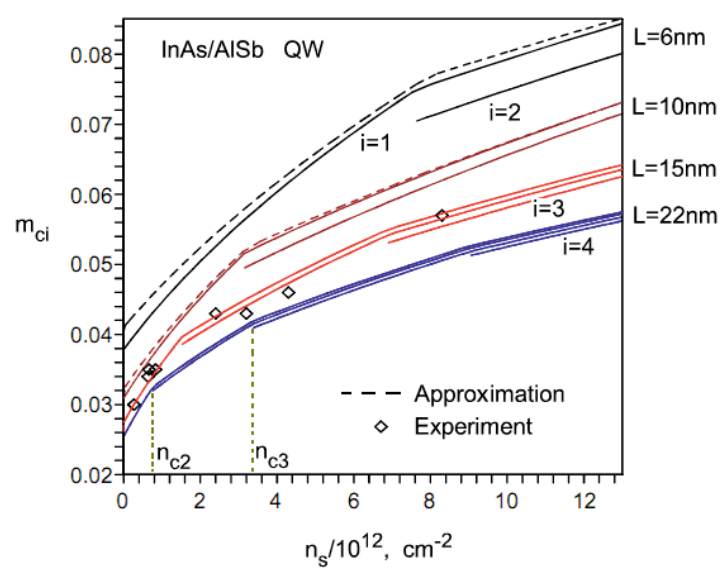


П.Ж.БАЙМАТОВ, Б.Т.АБДУЛАЗИЗОВ,
М.С.ТОҲИРЖОНОВ

ИККИ ЎЛЧАМЛИ ЭЛЕКТРОН ГАЗ СТАТИСТИКАСИ



ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ТАЪЛИМ, ФАН ВА ИННОВАЦИЯЛАР
ВАЗИРЛИГИ НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

П.Ж.БАЙМАТОВ, Б.Т.АБДУЛАЗИЗОВ,
М.С.ТОҲИРЖОНОВ

ИККИ ЎЛЧАМЛИ ЭЛЕКТРОН ГАЗ
СТАТИСТИКАСИ

(МОНОГРАФИЯ)

Тошкент – 2023

УДС: 277.846.871

КБК: 31.49.01

Икки ўлчамли электрон газ статистикаси. МОНОГРАФИЯ. “Фан зиёси” нашриёти, Тошкент-2023

КБК: 31.49.01

Сўнги йилларда тор зонали яримўтказгичлар асосида нанометр тартибидаги квази-икки ўлчамли (2D) гетеротузилмаларда ток ташувчиларни физик табиатини ўрганишга катта эътибор қаратилмоқда. Масалан, AlSb/InAs/AlSb гетеротузилмасида электронлар учун жуда чуқур (~ 1.35 eV) ўра хосил бўладики, бу уларни харакатини фазовий квантланиши туфайли бирнеча квантланган энергия сатхларини кузатишга имкон беради. Бундан ташқари ушбу гетеротузилмаларда электронлар юқори харакатчанликка эга ва эффектив массаси жуда кичик қийматга эга бўлади.

Бундай гетеротузилмалар асосида узоқ инфрақизил ва терагерцли диапазонларда ишлай оладиган тезкор транзисторлар, қисқа-тўлқинли квант каскадли лазерлар, резонанс-туннел диодлар ва детекторлар яратиш мумкин [1-8]. Бундай асбобларни оптимал ишлашини таъминлаш - мураккаб квант нанотузилмалардаги ток ташувчилар харакатланиши табиатини мукамал ўрганишни талаб этади.

Тор зонали яримўтказгичларни ўтказувчанлик зонаси кучли нопараболик хусусиятга эга. Агар квант ўра материали кучли легирланган бўлса, бирнеча минизоналар тўлдирилиши мумкин. Шу сабабли, электрон асбобларни ишчи характеристикасини оптималлаштириш – қатор фундаментал масалаларни ечишни тақозо этадики, бу нафақат энергетик спектр, транспорт ходисалар в.х. балки турлича яримўтказгич материаллари асосида яратилган нанотузилмаларда *ток ташувчиларни статистикасини* хам чуқур ўрганишни талаб этади.

Монография Наманган давлат университети илмий-техникавий кенгаши томонидан тавсия этилган.

Тақризчилар:

ф.-м. ф. д. проф. Р. Икрамов

PhD. Ш.Иноятов

ISBN:978-9910-742-73-6

© П.Ж.Байматов, Б.Т.Абдулазизов,
М.С.Тохиржонов
©“Фан зиёси” нашриёти,
©Тошкент-2023

МУНДАРИЖА

КИРИШ	5
I-БОБ. НОПАРАБОЛИК ДИСПЕРСИЯЛИ ЭЛЕКТРОНЛАР СПЕКТРИ ВА СТАТИСТИКАСИНИ ЎРГАНИШ УСУЛЛАРИ.....	9
1.1. Электронлар дисперсияси нопараболиклиги - Кейн модели.....	10
1.2. Электронни Ферми сатхидаги транспорт массаси ва уни концентрацияга боғлиқлиги.....	15
1.3. InAs/AlSb гетеротузилма зона диаграммаси.....	21
1.4. InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасида электрон гази хоссаларини ўрганиш натижалари.....	25
Малалани қўйилиши.....	37
II-БОБ. InAs/AlSb ГЕТЕРОТУЗИЛМА КВАНТ ЎРАСИДА ЭЛЕКТРОН ДИСПЕРСИЯСИ.....	39
2.1. Чексиз чуқур квант ўра моделида электрон дисперсияси.....	40
2.2. Чекли чуқурликдаги квант ўра моделида электрон дисперсияси.....	41
2.3. Дисперсияни турлича аппроксимациялари.....	44
2.4. Минизоналараро электрон ўтиш энергиясини оддий баҳолаш тажрибалар билан таққослаш.....	51
Хулосалар.....	55
III-БОБ. ИККИ ЎЛЧАМЛИ ЭЛЕКТРОН ГАЗДА ЭНЕРГИЯ ХОЛАТЛАРИ ЗИЧЛИГИ.....	56
3.1. Энергия ҳолатлари зичлиги - чексиз чуқур квант ўра моделида. Параболик дисперсия.....	57
3.2. Энергия ҳолатлари зичлиги - чексиз чуқур квант ўра моделида. Нопараболик дисперсия.....	61
3.3. Чексиз чуқур квант ўра моделида энергетик ҳолатлар зичлигини концентрацияга боғланиши. Нопараболик дисперсия.....	66
3.4. Чекли чуқурликдаги квант ўра моделида энергетик ҳолатлар зичлигини концентрацияга боғланиши. Нопараболик дисперсия.....	69
Хулосалар.....	74

IV-БОБ. НОПАРАБОЛИК ДИСПЕРСИЯЛИ ИККИ ЎЛЧАМЛИ ЭЛЕКТРОН ГАЗИ СТАТИСТИКАСИ.....	76
4.1. Ферми энергиясини концентрацияга боғланиши.....	77
4.2. Минизоналардаги электронлар концентрацияси. Тажриба билан таққослаш.....	81
4.3. Электрон циклотрон массасини концентрацияга боғланиши. Тажриба билан таққослаш.....	85
4.4. Турлича кенгликдаги квант ўралар учун циклотрон массани хисоблаш.....	90
4.5. Электрон газ энтропиясини концентрацияга боғланиши.....	93
Хулосалар.....	96
ЯКУНИЙ ХУЛОСАЛАР.....	98
АДАБИЁТЛАР.....	101
ИЛОВАЛАР.....	114

КИРИШ

Кучли легирланган квант ўрадаги электронлар энергия спектри ва транспорт массасини экспериментал ва назарий жихатдан ўрганиш – бирнеча минизоначалар тўлдирилган шароитда - электрон газини энергия холатлар зичлиги, Ферми энергияси, энтропияси, иссиқлик сиғими в.х. каби фундаментал хоссалари хақида муҳим маълумотлар олишга имкон беради.

Экспериментал маълумотларни интерпретация қила оладиган эффектив математик моделларини яратиш – AlSb/InAs/AlSb каби чуқур квант ўрали гетеротузилмаларда кечаётган физик жараёнлар хақидаги тасаввурларни янада ривожлантиришга имкон беради.

Шу сабабли, AlSb/InAs/AlSb каби гетероструктураларда квази-икки ўлчамли электрон газини хоссаларини ўрганиш (ўтказувчанлик зонасини нопаболик хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда чекли чуқурликдаги квант ўрада электрон спектрини характерловчи математик моделларини яратиш, газни энергия холатлар зичлигини температурага боғлиқлигини, минизоналарни тўлдирилиши ва транспорт массани тўла концентрацияга боғлиқлигини аниқлаш в.х.) **долзарб илмий ва амалий масала** ҳисобланади.

Квази-икки ўлчамли электрон газини реал хоссаларини ўрганишда квант ўрани чекли чуқурлигини, электрон зонасини нопаболиклиги ва бошқа қатор факторларни ҳисобга олиш зарурдир. A_3B_5 гуруҳига мансуб яримўтказгич материалларда электрон эффектив массаси кичик бўлиб, кучли электрон-ковак ўзаро тасирлашувидан келиб чиқувчи дисперсия қонунини нопаболиклиги муҳим рол ўйнайди. Шу сабабли, эффектив масса тақрибийлигига асосланган натижалардан фойдаланиш - ток ташувчиларни фазовий квантланишдаги энергия спектрини ҳисоблашда сезиларли хатоликларга олиб келади. Спектрни тўғри ҳисоблаш учун Кейна моделидан [9] фойдаланиш зарур бўлади.

Электрон дисперсиясини нопаболиклиги – транспорт массани (яъни, кучсиз магнит майдонидаги циклотрон массани) энергияга боғланишига ва

ўз навбатида газни тўла концентрациясига боғланишига олиб келади. Бу боғланишни ўрганишга бағишланган кўплаб тадқиқот ишлари мавжуд [10-13]. Бироқ, бу ишлар хозирга қадар кучсиз легирланган гетеротузилмалар билан чекланган бўлиб, икки ўлчамли электрон газ концентрацияси $1.4 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ гача бўлган. Квант ўрасини кенглиги бир хил, бироқ электронлар концентрацияси турлича бўлган бирнеча гетеротузилма наъмуналарини экспериментал ўрганиш – транспорт массани концентрацияга боғланишини мукамал ўрганишга имкон беради. [14] тадқиқот ишида квант ўрали бирнеча AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма наъмуналарида паст температураларда ($\sim 4.2 \text{ K}$) циклотрон резонанс спектри ўрганилган бўлиб, бунда икки ўлчамли электронлар концентрацияси $2.7 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ дан $8 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ гача бўлган. Натижада, концентрация ортиши туфайли циклотрон массани $0.03m_0$ дан $0.06m_0$ гача ортиши кузатилган. Бундай шароитларда бирнеча минизоналарни электронлар билан тўлдирилишига имконият мавжуд.

Бу натижалар ўз навбатида энергия ҳолатлар зичлигини, транспорт массани, Ферми энергиясини, энтропияни, иссиқлик сиғими ва бошқа қатор катталикларни концентрацияга боғланиши каби муҳим масалаларни таҳлил қилишни тақозо этади.

AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма асосида электронлар дисперсиясини нопараболиклиги ва бирнеча минизоналарни тўлдирилишини ҳисобга олган ҳолда электрон газини энергия ҳолатлар зичлиги, транспорт массаси, Ферми энергияси, энтропияси, иссиқлик сиғими ва бошқа катталикларни газнинг тўла концентрацияга боғлиқлигини ўрганиш.

Таклиф этилган (ва AlSb/InAs/AlSb гетеротузилмасида синаб кўрилган) икки ўлчамли электрон газини муҳим хоссаларини: минизоналарнинг спектр модели, Ферми энергияси, транспорт масса в.х. катталикларни тўла концентрацияга боғланишини ифодаловчи тенгламаларни - A_3B_5 группасига таллуқли яримўтказгичлар асосидаги бошқа гетеротузилмалар учун ҳам қўллаш мумкин.

Монография - кириш, тўртта боб, якуний хулоса ва илова қилинган 117 та адабиётлар рўйхатидан иборат. У 118 саҳифада баён қилинган бўлиб, 4 та жадвал 34 та расм ва 2 та иловадан иборат.

Шартли белгилашлар, бирликлар, тимсоллар ва терминлар рўйхати

E_g – яримўтказгични тақиқланган зонаси кенглиги

Δ – спин-орбитал ажралиш энергияси

L – квант ўра кенглиги

V – потенциал барер баландлиги (гетероўтишдаги ўтказувчанлик зонасини сакраш энергияси)

E_n – квант ўрадаги электрон энергетик сатхлари

$E_n(k)$ – квант ўрадаги электрон дисперсияси

k – электронни квант ўра текислигидаги тўлқин вектори

E_F – Ферми энергияси

m_0 – эркин электрон массаси

m^* – электронни эффектив массаси

m_c – электронни циклотрон массаси

m_{tr} – электронни транспорт массаси

μ – химиявий потенциал

n_s – квант ўрадаги электрон газини тўла концентрацияси

$n_s(i)$ – i -чи минizonaдаги электронлар концентрацияси

α, β – ўтказувчанлик зонасини нопараболиклик коэффициентлари

g_s – битта зарра масаласидаги энергия холатлари зичлиги

g_T – термодинамик холатлар зичлиги

T – температура

k_B – Болцман доимийси

S – электрон гази энтропияси

C_S – электрон гази иссклик сифими

Ω – термодинамик потенциал

χ_p – Паули магнит сингдирувчанлиги

μ_e, μ_h – электрон, ковак харакатчанлиги

e – электрон заряди

\hbar – Планк доимийси

І-БОБ. НОПАРАБОЛИК ДИСПЕРСИЯЛИ ЭЛЕКТРОНЛАР СПЕКТРИ ВА СТАТИСТИКАСИНИ ЎРГАНИШ УСУЛЛАРИ

A_3B_5 яримўтказгич бирикмалари ва улар асосидаги гетеротузилмалар сўнгги йилларда турли электрон асбоблар тайёрлаш учун материал сифатида кенг қўламда фойдаланилмоқда [1-8]. Принципиал жihatдан янги авлод яримўтказгичли техникаси учун мухим асбоблар яратилган ва наноўлчамли тузилмалар физикаси ривожига катта хисса қўшди [15].

Гетеротузилмалардаги икки ўлчамли ток ташувчилар хоссаларини ўрганиш борасидаги сўнгги бирнеча йиллар давомида ўтказилаётган интенсив тадқиқотлар қатор ходисаларни очилишига олиб келди. Буларга мисол сифатида бутун сонли [16] ва касрли [17] квант Холл эффекти, квази-бирўлчамли баллистик каналлардаги ўтказувчанликни квантланишини айтиш кифоя [18,19].

A_3B_5 гуруҳидаги хажмий яримўтказгичлар ва улар асосидаги гетеротузилмаларни электрон зонаси кучли нопараболик хусусиятга эга. Улардаги ток ташувчиларни спектри ва статистикасини мукамал ўрганиш учун Кейн моделидан [9] фойдаланиш зарур.

Яримўтказгичларни, яримўтказгичли гетеротузилмаларни зона тузилиши ва бу зоналардаги ток ташувчиларнинг табиати хақида маълумотларни турлича тажрибалардан аниқлаш мумкин. Бу методлар хақидаги талай маълумотлар бирқанча адабиётларда ёритилган [15-35]. Булардан энг кўп тарқалган методлар сирасига оптик методлар (ютилиш, қайтиш, ўтиш), транспорт ходисалар кириб, бир пайтда ташқи таъсирларни (магнит майдони, босим, температура в.х.) ҳам қўшиш мумкин. Бирнеча ташқи таъсирларни комбинациясидан иборат бўлган – термомагнит, магнитооптик, магнитоакустик ва шу каби бошқа методлар ҳам қимматли маълумотларни аниқлашга имкон беради.

Циклотрон резонанс тажрибаларида электромагнит тўлқин энергиясини ютилишидан фойдаланилиб, бунда магнит индукция B қиймати шундай танланадики $\omega = \omega_c$ тенглик таъминлансин. У ҳолда, ω_c ва B катталикларни қийматларини турлича комбинацияларидан фойдаланиш – амалда Ферми энергияли электронни эффектив массаси тензори ҳақида маълумот олишга имкон беради.

Сферик изоэнергетик сиртлар учун дисперсия қонунини аниқлашда термо э.ю.к. ва Холл эффекти усуллари ҳам кенг фойдаланилиб келинадиган маълум усуллар: циклотрон резонанс, Фарадей эффекти в.б. лардан принцип жихатдан қолишмайди. Бу методлар A_3B_5 ва A_2B_4 гуруҳига мансуб қатор яримўтказгичли бирикмаларни ўтказувчанлик зонасини формасини аниқлашда муваффақиятли фойдаланилган.

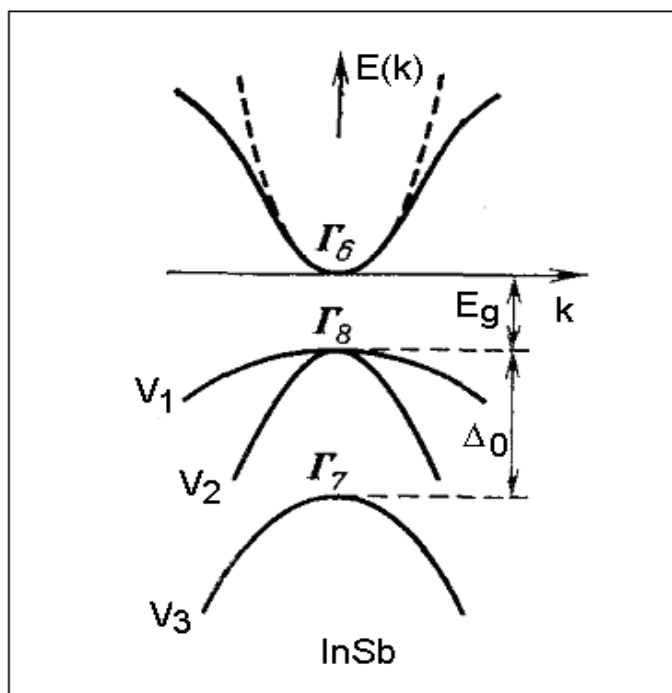
1.1. Электронлар дисперсияси нопараболиклиги - Кейн модели.

A_3B_5 гуруҳига мансуб яримўтказгичларда зона тузилиши нопараболиклиги Кейн моделида яхши баҳоланади [9,25,29,30,32,36]. A_3B_5 гуруҳидаги яримўтказгичли бирикмаларда ўтказувчанлик зонаси тубини минимуми – Бриллюэн зонасини марказида (Γ_6 -минимум) жойлашган бўлиб, уларни InSb туридаги яримўтказгичлар дейилади: InSb: InAs, GaSb, GaAs, InP, 1.1.расм.

Яна, A_3B_5 гуруҳига кирувчи яримўтказгичлардан фақат GaP ва AlSb ларда ўтказувчанлик зонаси туби худди Si ва Ge лардаги каби [100] (Δ -минимум) йўналишда жойлашган.

Ўтказувчанлик зонасининг нопараболиклик даражаси айниқса InSb, InAs каби тор тирқишли материалларда ўта кучлидир. Бу яримўтказгичларда электрон эффектив массасининг қиймати ўтказувчанлик зонаси тубида жуда кичикдир. Иккита: оғир ва енгил коваклар тармоқлари $k = 0$ нуқтада айтишга эга. Оғир ковак эффектив массаси электрон ва енгил ковак массаларидан бирнеча марта катта. Учинчи – енгил ковак зонаси спин-орбитал ўзаро

таъсирни ҳисобига валент зонани юқори қирғоғига нисбатан Δ_0 қийматга қадар ажралган.



1.1.расм. A_3B_5 гуруҳига мансуб $InSb$ туридаги яримўтказгичлар учун спин-орбитал ўзаро таъсирни ҳисобга олинган ҳолда ўтказувчанлик ва валент зоналари қирғоқлари. Параболик ҳол штрих чизиқда кўрсатилган.

Тақиқланган зонанинг торлиги - ғалаёнланиш назариясига кўра, Γ_6 ўтказувчанлик зонасини V_1, V_2, V_3 валент зоналар билан ўзаро таъсирини ҳисобга олишни тақозо этади.

Кейинни таҳлилларига кўра [9], валент зонанинг оғир ковак тармоғи V_1 ўтказувчанлик зонаси Γ_6 билан таъсирлашмас экан. Агар саноқ бошини ўтказувчанлик зонасини тубидан ҳисобланса, у ҳолда оғир ковак зонаси V_1 учун қуйидаги формуладан фойдаланиш мумкин

$$E_{V_1} = -E_g - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{hh}} \quad (1.1)$$

бу ерда, E_g – яримўтказгичнинг тақиқ зонаси кенглиги, m_{hh} – оғир ковакни эффектив массаси. Ўтказувчанлик зонаси Γ_6 қолган икки валент зона: V_2 – энгил коваклар зонаси ва V_3 - спин-орбитал ўзаро таъсир туфайли ажралган зона билан таъсирлашади. Бу таъсирларни ҳисобга олинса, энергия

дисперсияси учун қуйидаги трансцендент тенгламага олиб келади: ушбу тенгламадан Γ_6, V_2 , ва V_3 зоналар учун дисперсия қонунини аниқлаш мумкин

$$(E'+E_g) \left[E'(E'+E_g)(E'+E_g + \Delta_0) - k^2 P^2 \left(E'+E_g + \frac{2\Delta_0}{3} \right) \right] = 0, \quad E' = E - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \quad (1.2)$$

бунда, m_0 – эркин электрон массаси.

(1.2) тенгламадан келиб чиқадики, $k=0$ бўлганда унинг тўртта илдизи қуйидагилардир $E_1=0$, $E_2=E_3=-E_g$ и $E_4=-E_g-\Delta_0$. Уларни қуйидагича талқин қилиш мумкин

$$E_1=0 \text{ - ўтказувчанлик зонасини туби } E_1=E_c=0,$$

$$E_2=E_3=-E_g \text{ - оғир } E_{v1} \text{ ва енгил } E_{v2} \text{ коваклар зоналари чўққиси,}$$

$$E_4=-E_g-\Delta_0 \text{ - спин-орбитал ажралган валент зона } E_{vs} \text{ нинг чўққиси.}$$

(1.2) тенгламани сонли методлар билан ечиш мумкин. Бироқ, амалда қуйидаги тақрибий ечимлардан фойдаланиш қулай [25]:

I. Агар $E' \ll E_g + 2\Delta_0/3$ шарт бажарилса, уҳолда

$$E'_c = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{4k^2 P^2}{3E_g} \left(\frac{2}{E_g} + \frac{1}{E_g + \Delta_0} \right) \right]^{1/2} \right\} \quad (1.3a)$$

$$E'_{v2} = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{4k^2 P^2}{3E_g} \left(\frac{2}{E_g} + \frac{1}{E_g + \Delta_0} \right) \right]^{1/2} \right\} \quad (1.3b)$$

$$E'_{v3} = -E_g - \frac{\Delta_0}{2} \left\{ 1 + \frac{k^2 P^2}{\Delta_0(E_g + \Delta_0)} + \left[1 - \frac{2k^2 P^2}{3\Delta_0(E_g + \Delta_0)} \right]^{1/2} \right\} \quad (1.3c)$$

Ушбу тақрибийлик шарти $E' \ll E_g + 2\Delta_0/3$ - кучли легирланиш ҳолларини истисно қилганда, одатдаги тажриба шароитларида одатда доимо бажарилади. Бироқ, ток ташувчилар концентрацияси жуда катта бўлса, юқорида келтирилган уч зонали яқинлашишни ўзи ҳам қониқарли бўлмайди.

(1.3) аппроксимация асосида E_g ва Δ_0 катталикларни орасидаги турлича муносабатлар учун k ни кичик қийматларида яна бирқанча фойдали ифодаларни олиш мумкин.

II. Агар $\Delta_0 \gg E_g$ шарт бажарилса, у холда (1.3) дан

$$E'_c = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{8k^2 P^2}{3E_g^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (1.4a)$$

$$E'_{v2} = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{8k^2 P^2}{3E_g^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (1.4b)$$

$$E'_{v3} = -\frac{\Delta_0}{2} \left\{ 1 + \frac{k^2 P^2}{\Delta_0^2} + \left[1 - \frac{2k^2 P^2}{3\Delta_0^2} \right]^{1/2} \right\} \approx -\Delta_0 - \frac{k^2 P^2}{3\Delta_0} \quad (1.4c)$$

III. Агар $\Delta_0 \ll E_g$ шарт бажарилса, у холда (1.3) дан

$$E'_c = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{4k^2 P^2}{E_g^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (1.5a)$$

$$E'_{v2} = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{4k^2 P^2}{E_g^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (1.5b)$$

$$E'_{v3} = -E_g - \frac{k^2 P^2}{3E_g} \quad (1.5c)$$

IV. Агар $k \approx 0$ бўлса, у холда (1.3) даги илдиз ости ифодасини қаторга ёйиб, ва $\sim k^2$ гача бўлган хад билан чекланиб, қуйидаги натижага келамиз

$$E'_c = \frac{k^2 P^2}{3} \left(\frac{2}{E_g} + \frac{1}{E_g + \Delta_0} \right) \quad (1.6a)$$

$$E'_{v2} = -E_g - \frac{k^2 P^2}{3} \left(\frac{2}{E_g} + \frac{1}{E_g + \Delta_0} \right) \quad (1.6b)$$

$$E'_{v3} = -E_g - \Delta_0 - \frac{k^2 P^2}{3(E_g + \Delta_0)} \quad (1.6c)$$

Уч зонали модел оғир ковак V_1 дисперсия қонуни учун нотўғри натижа беради: $E_{v1} = \hbar^2 k^2 / 2m_0$. Шу боис, оғир ковак дисперсияси учун (1.1) формуладан фойдаланиш керак.

Агар коваклар массаси тажрибадан аниқланган бўлса, у холда назарияни номаълум параметрлари сифатида фақат E_g , Δ_0 ва P катталиклар қолади. E_g ва Δ_0 катталиклар қийматларини оптик тажрибалардан аниқланиш мумкин, P катталиқни эса электронни зона тубидаги эффектив массаси m_n орқали ифодалаш мумкин (бу массани турли тажрибаларда аниқланиш мумкин). (1.6а) дан қуйидагини олиш мумкин

$$P^2 = \frac{3\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_n} - \frac{1}{m_0} \right) \left(\frac{2}{E_g} + \frac{1}{E_g + \Delta_0} \right)^{-1} \quad (1.7)$$

Агар (1.7) даги m_n ни E_g , Δ_0 ва P орқали ифодаласак,

$$\frac{m_0}{m_n} = 1 + \frac{2m_0P^2}{3\hbar^2} \left(\frac{2}{E_g} + \frac{1}{E_g + \Delta_0} \right) \quad (1.8)$$

У холда кўриш мумкинки, электрон эффектив массаси m_n - Δ_0 га кучсиз боғланган ва асосан E_g ва P^2 катталиклар орқали аниқланар экан.

Нопараболик дисперсия учун яна бир фойдали формулани келтирамиз [37]. Электроннинг эффектив массаси жуда кичик $m_n \ll m_0$ бўлган яримўтказгичлар учун (1.2) га асосан E га нисбатан $\hbar^2 k^2 / 2m_0$ жуда кичик ва у билан чеклансак, ухолда $E' = E$ ва (1.2) дан қуйидагини оламиз (*Уч зонали яқинлашув ёки модел*)

$$k^2 P^2 = \frac{E(E + E_g)(E + E_g + \Delta_0)}{E + E_g + 2\Delta_0/3} \quad (1.9)$$

Хусусий холда, қачонки $\Delta_0 \gg E_g$ бўлса, (1.9) дан дисперсия учун қуйидаги оддий муносабат келиб чиқади (*Икки зонали яқинлашув ёки модел*)

$$E \left(1 + \frac{E}{E_g} \right) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n} \quad (1.10)$$

бу ерда, P параметр ўрнига (1.7) даги ифодадан фойдаланилди. Бу тенгламани ечимларидан бири электрон учун дисперсияни, иккинчиси эса – енгил ковак учун дисперсияни беради. $E \ll E_g$ лимитда (1.10) формула ўтказувчанлик зонасини параболик дисперсиясига ўтади. (1.10) муносабат

етарлича содда бўлгани боис, кўп холларда якуний аналитик натижалар олишга имкон беради.

1.2. Электронни Ферми сатхидаги транспорт массаси ва уни концентрацияга боғлиқлиги

Ферми сатхидаги электронни транспорт массасини (циклотрон масса) электрон газ концентрацияси n га боғланишини баён қилиш учун аввал энергия холатлар зичлиги $g(E_F)$ ва тўла концентрация $n(E_F)$ ни Ферми энергиясини функцияси сифатида тасвирловчи асосий муносабатларни келтирамиз.

Нопараболик зона учун энергия холатлари зичлиги ва концентрация.

Квазизарраларни энергия спектрини (дискрет, узлуксиз, параболик ёки нопараболик) и билиш – газнинг статистик хоссалари, жумладан энергетик зоналардаги ток ташувчиларни холатлар зичлигини аниқлаш ва уни ёрдамида газнинг катор мухим параметрлари: концентрация, тўла энергия, энтропия, иссиқлик чиғими, магнит киритувчанлиги ва бошқаларни хисоблаш учун зарурдир [25,32,36-38].

Мувозанатли хол учун ўтказувчанлик зонасидаги электронлар концентрацияси қуйидагича ёзилади

$$n = \frac{2}{(2\pi)^3} \int f(k) d^3k \quad (1.11)$$

бунда, $f(k)$ - ўтказувчанлик электронларини тақсимот функцияси (Ферми-Дирак тақсимоти)

$$f(k) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(k) - \mu}{k_B T}\right) + 1} \quad (1.12)$$

бунда, $E(k)$ - зона тубига нисбатан электрон энергияси, k_B - Больцман доимийси, T - абсолют температур, μ - химиявий потенциал.

Термодинамик мувозанат шароитида химиявий потенциал қиймати ва ишораси – температура T , электронни эффектив массаси m_n ва электрон газини берилган концентрацияси n орқали аниқланади, яъни $\mu = \mu(n, T, m_n)$.

Изоэнергетик сиртлари сферик, бироқ электрон энергияси $E(k)$ тўлқин векторнинг ихтиёрий функцияси бўлган зоналарни қарайлик. Хусусан, бу олдинги пунктда қаралган Кейн модели учун ҳам ўринли. У холда, (1.12) формуладаги $f(k)$ функция хам фақат тўлқин вектори k ни модулига боғлиқ бўлади. Шу сабабли, (1.11) да \mathbf{k} - фазода сферик координаталар системасига ўтиш мумкин ва фазовий бурчаклар бўйича интегралларни осон хисобланади. Сўнг, $k^2 dk$ бўйича интегралдан $E dE$ бўйича интегралга ўтиб, қуйидагини топилади

$$n = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\infty} f(k) k^2 dk = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\infty} f(E) k^2(E) \frac{dk}{dE} dE = \int_0^{\infty} g(E) f(E) dE \quad (1.13)$$

Охирги ифодадан келиб чиқадики,

$$g(E) = \frac{1}{\pi^2} k^2(E) \frac{dk}{dE} \quad (1.14)$$

- ихтиёрий сферик-симметрик зоналар учун бирлик хажмга тўғри келган энергия холатлари зичлигидир.

Агар газ ўта айниган бўлса, (1.13) дан қуйидагини аниқлаш мумкин: концентрацияси n га тенг бўлган электронлар газини абсолют нол температурада дисперсия қонунини конкрет кўринишидан қатъий назар \mathbf{k} - фазонинг радиуси

$$k(E_F) = (3\pi^2 n)^{1/3} \quad (1.15)$$

га тенг бўлган сфера ичидаги барча холатларни тўлдиради.

(1.14) формуладан нопараболик зона учун Кейнни икки зонали тақрибийлигида топилган (1.10) дисперсия қонунига мос келувчи энергия холатлар зичлиги учун қуйидагини ифодани топиш мумкин

$$g(E) = \frac{(2m_n)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} E^{1/2} \left(1 + 2\frac{E}{E_g}\right) \left(1 + \frac{E}{E_g}\right)^{1/2} \quad (1.16)$$

Агар (1.10) да $E = E_F$ десак, (1.15) муносабатни ҳисобга олган ҳолда, концентрацияни Ферми энергияси боғланиши $n(E_F)$ учун қуйидаги формулани оламиз

$$n = \frac{(2m_n)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3} E_F^{3/2} \left(1 + \frac{E_F}{E_g}\right)^{3/2} \quad (1.17)$$

Бундан кўринадики, зонанинг нопараболиклиги Ферми чегарасини пасайтиради. Бу факт яна шундан келиб чиқадики, нопараболик зона учун (1.16) холатлар зичлиги –параболик зонага мос келувчи холатлар зичлигидан каттадир. $E_g \rightarrow \infty$ лимитда (1.17) дан параболик зона учун бизга маълум формула келиб чиқади.

$n(E_F)$ боғланишни анча аниқроқ натижасини (1.15) да $E = E_F$ деб олиб, (1.2) ва (1.15) тенгламалар системасини сонли ёки график усулда ечиш орқали топиш мумкин.

Нопараболик зонадаги транспорт масса.

Ихтиёрий сферик-симметрик нопараболик зоналар учун транспорт массани қуйидаги муносабатдан аниқлаш қулай

$$\mathbf{P} = m(\mathbf{k})\mathbf{V}(\mathbf{k}),$$

бунда

$$\mathbf{V}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k}).$$

Бу ердан $m(\mathbf{k})$ (ёки $m(E)$) учун қуйидаги ифодани оламиз

$$\frac{1}{m(k)} = \frac{1}{\hbar^2 k} \frac{\partial E}{\partial k} \quad (1.18)$$

(1.18) формуладан аниқланган эффектив масса – фақат параболик зона учунгина энергияга боғлиқ бўлмайди. Агар дисперсия қонуни нопараболик бўлса, Ферми сатхида ҳисобланган (1.18) эффектив масса ток ташувчилар концентрациясига боғлиқ бўлиб, ўтказувчанлик электронлари концентрацияси турлича бўлган ўта айниган яримўтказгич наъмуналарда намоён бўлиши (кузатилиши) мумкин.

Кейини (1.2) тенгламасидан $E' \ll E_g + 2\Delta_0/3$ тақрибийликда олинган электронни (1.3а) дисперсия қонунини, (1.7) ва (1.8) муносабатлани ҳисобга олиб қуйидаги кўринишга келтириш мумкин

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{E_g}{2} \left[1 + \frac{2}{E_g} \left(\frac{1}{m_n} - \frac{1}{m_0} \right) \hbar^2 k^2 \right]^{1/2} - \frac{E_g}{2} \quad (1.19)$$

У ҳолда, (1.18) га асосан, m ни k га боғланиши учун қуйидагича ифодани олиш мумкин

$$\frac{1}{m(k)} = \frac{1}{m_0} + \frac{\frac{1}{m_n} - \frac{1}{m_0}}{\left[1 + \frac{2}{E_g} \left(\frac{1}{m_n} - \frac{1}{m_0} \right) \hbar^2 k^2 \right]^{1/2}} \quad (1.20)$$

бунда, m_n - электронни ўтказувчанлик зонаси тубидаги эффектив массаси.

Агар яримўтказгич кучли айниган бўлса, (1.15) ва (1.20) муносабатлардан фойдаланиб, Ферми сатхидаги электрон эффектив массасини концентрацияга боғланишини топамиз

$$\frac{m(n)/m_0}{1 - m(n)/m_0} = \frac{m_n/m_0}{1 - m_n/m_0} \left[1 + \frac{2\hbar^2}{m_n E_g} \left(1 - \frac{m_n}{m_0} \right) (3\pi^2 n)^{2/3} \right]^{1/2} \quad (1.21)$$

Тажрибаларда $m(n)$ ва n катталиклар бошқа-бошқа методларда топилади.

Кейн типдаги зоналар учун назария ва тажрибани таққослашда $m(n)$

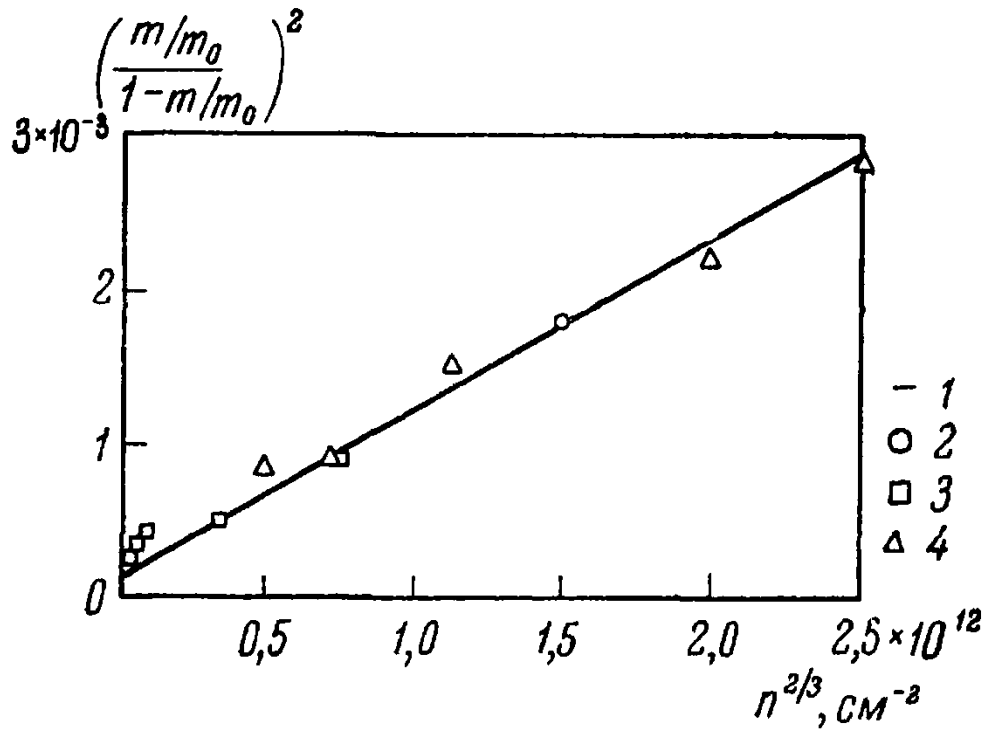
функцияни эмас, балки $\left[\frac{m(n)/m_0}{1 - m(n)/m_0} \right]^2$ функцияни $n^{2/3}$ га боғланишини тасвирлаш қулайроқ. Бу боғланиш (1.21) муносабатга асосан тўғри чизикдан иборат бўлиши керак. Бу тўғри чизик оғиш катталигидан фойдаланиб E_g ёки m_n ни топса бўлади. Бундай боғланишни ўрганиш – ўтказувчанлик зонасини нопараболиклигини текширишни ва берилган яримўтказгич учун Кейн моделини ҳаққонийлигини текширишни фойдали усули ҳисобланади.

Электрон эффектив массалари кичик $m_n \ll m_0$ бўлган InSb, InAs каби яримўтказгичлар учун (1.21) дан эффектив массани концентрацияга боғланиши учун оддий формула келиб чиқади

$$m(n) = m_n \left[1 + \frac{2\hbar^2}{m_n E_g} (3\pi^2 n)^{2/3} \right]^{1/2} \quad (1.22)$$

Эффектив массани концентрацияга боғланишини ўрганиш бўйича кинетик ва оптик методлар ёрдамида A_3B_5 и A_2B_4 типидagi яримўтказгичларда бирқанча тажрибалар ўтказилган. Бундай изланишлар [39] обзорда келтирилган бўлиб, натижаларни кўрсатишича, агар наъмунадаги электронлар если концентрацияси унча катта бўлмаса ($n < 10^{19} \text{ см}^{-3}$) Кейнни икки зонали модели бу яримўтказгичларни ўтказувчанлик зонасини яхши ифодалар экан. Бошқача айтганда, эффектив массани тажрибадаги қиймати Кейнни (1.21) икки зонали моделига нисбатан каттароқ қиймат берар экан. Юқори жойлашган зоналарни эффектив массага таъсирини ҳисобга олиш [40] InSb учун тажриба ва Кейн назариясидаги фарқни камайтирар экан, InAs учун эса бу фарқ юқори зоналар таъсирини ҳисобга олинганда ҳам сезиларли камаймас экан [25].

1.2. расмда InSb учун турлича тажрибаларда топилган маълумотлар ва Кейн модели бўйича назарий боғланиш тасвирланган [41].



1.2. Расм. InSb яримўтказгичида электронлар эффектив массасини унинг концентрациясига боғланиши [41]: 1 – Кейн назарияси, 2 – магнитоплазмали қайтариш 300°K , 3 – фарадейни айланма усули 77°K , 4 – плазмали қайтариш 300°K .

Назарияни тажриба билан яхши мос келиши, InSb да электронлар концентрацияси то $4 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ га қадар Кейн назариясини яроқлилигини тасдиғи бўлиб хизмат қилади.

[42] ишда $T = 100^{\circ}\text{K}$ температурада, электронлар концентрацияси $2 \cdot 10^{16} - 5 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$ бўлган n-типли InAs кристал наъмуналарида кучли магнит майдонларидаги термо - э.ю.к ўрганилган. Тажриба маълумотлари асосида электронлар эффектив массасини концентрацияга боғланиши аниқланган:

1.3. расм. Шу каби натижалар [43] ишда инфрақизил нурларни қайтишини ўлчашлар ёрдамида топилган. $n \approx 6 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ концентрациягача эффектив массани концентрация бўйича ўзгариши қуйидаги қонунга бўйсунар экан

$$\left(\frac{m(n)/m_0}{1 - m(n)/m_0} \right)^2 = A + B \cdot n^{2/3} \quad (1.23)$$

ва бу (1.3а) дисперсия қонунига мос келади.

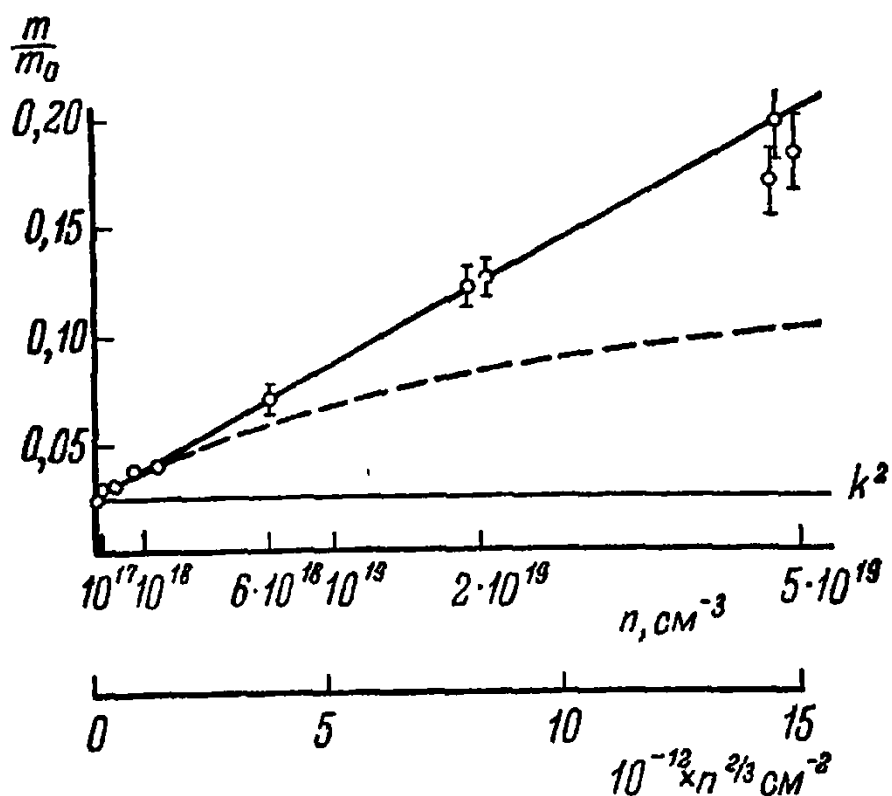


Рис.1.3. InAs учун электронлар эффектив массасини унинг концентрациясига боғланиши [42]. Пунктир чизик (1.4а) дисперсия қонунига мос.

1.3. InAs/AlSb гетеротузилма зона диаграммаси

Арсенид индий (Индий арсениди) InAs - A_3B_5 группасидаги зона минимуми тўғри бўлган ва тор зонали яримўтказгичлардан бўлиб, хона температурасида тақикланган зонасини кенглиги $E_g(\text{InAs})=0.35\text{eV}$ га тенг [44]. InAs яримўтказгичи - спектрни инфрақизил соҳасида ишловчи нурланувчи асбоблар ва фотоприёмниклар таёрлашда кенг фойдаланилади.

Антимонид алюминий AlSb эона минимуми тўғри бўлмаган кенг тақик зонали материаллардандир. AlSb учун тўғри Γ -ўтиш энергияси $E_g(\text{AlSb})=2,3\text{eV}$ ни ташкил этади [45]. Шу сабабли, AlSb/InAs/AlSb гетеротузилмаларида хосил бўлгандиган квант ўралар ўта чуқур бўлади.

Энергетик диаграммасини қуришда кўпинча Андерсонни «электрон сродства қоидаси» [22,46] (Андерсон қоидаси) дан фойдаланилиб, бу

қоидага кўра гетероўтишдаги ўтказувчанлик зоналар тубидаги фарқ (сақраш) – икки материални электрон сродства лари фарқига тенг.

Агар Андерсон қоидасидан келиб чиқилса, у холда икки хил яримўтказгич (ёки яримўтказгич ва диэлектрик) контактга келтирилганда, ўтказувчанлик зоналари ΔE_c фарқи хосиб бўлиб, у $\Delta E_c = \chi_1 - \chi_2$ га тенг бўлади. Ўз-ўзидан маълумки, валент зоналар фарқи ҳам хосил бўлиб у $\Delta E_v = E_{g2} - E_{g1} - \Delta E_c$ га тенг. Зоналар фарқини қиймати мусбат ҳам манфий ҳам бўлиши мумкин [47].

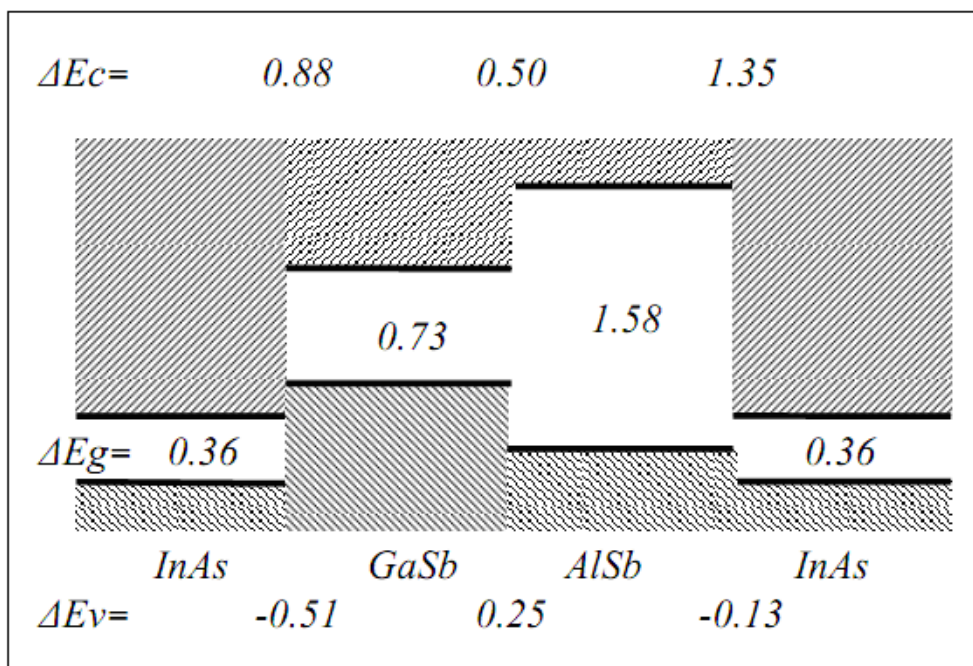
- Агар ўтказувчанлик зоналар фарқи ΔE_c ва валент зоналар фарқи ΔE_v иккови ҳам мусбат бўлса, у холда I тур гетероўтиш хосил бўлади. Бундай хол масалан, GaSb/AlSb ва GaAs-AlGaAs гетеротузилмаларида кузатилади.

- Агар қачонки зоналар фарқидан бири мусбат иккинчиси манфий бўлса, II тур (зинасимон) гетероўтиш хосил бўлади. Бундай хол масалан, InAs/GaSb и InAs/AlSb гетеротузилмаларида кузатилади.

Бироқ, шуни назарда тутиш керакки, ушбу қоида ҳамма вақт ҳам ўринли бўлавермайди [28], чунки зоналар фарқи яна гетерочегарада боғланишлар хосил бўлишдаги факторларга ҳамда деформацион потенциалга ҳам боғлиқ. Шунинг учун, қачонки тажрибаларда ўлчанган параметрлар – ўтказувчанлик зонасидаги фарқ ΔE_c ва валент зонасидаги фарқ ΔE_v қийматлари назарияда хисобланган қийматларга мос келсагина маълумот ишончли хисобланади.

Зоналар фарқини волт-фарада характеристикалари ёрдамида ўлчаниш мумкинлиги [48] ишда келтирилган. Қатор тадқиқотчилар ушбу методни тугли яримўтказгичлар гетероўтишидаги зоналар фарқини аниқлаш учун қўллашган. Тажрибаларда: волт-фарада характеристикаларини ўлчаб, $1/C^2$ ни V га боғланиш графигини ясаб, зоналар фарқини топишади. Бунда турли қатламлардаги легирлаш даражаси маълум деб олинади. Шундай усуллар ёрдамида InAs/AlSb гетеротузилмаси учун ҳам зоналар фарқи топилган бўлиб: $\Delta E_c = 1.35 \pm 0.05$ eV [49].

14. расмда InAs-GaSb-AlSb гетеротузилма учун тажрибада аниқланган ўтказувчанлик ва валент зоналари фарқлари тасвирланган[50].



1.4.Расм. InAs-GaSb-AlSb гетеротузилма учун тажрибада аниқланган ўтказувчанлик ва валент зоналари фарқлари [50].

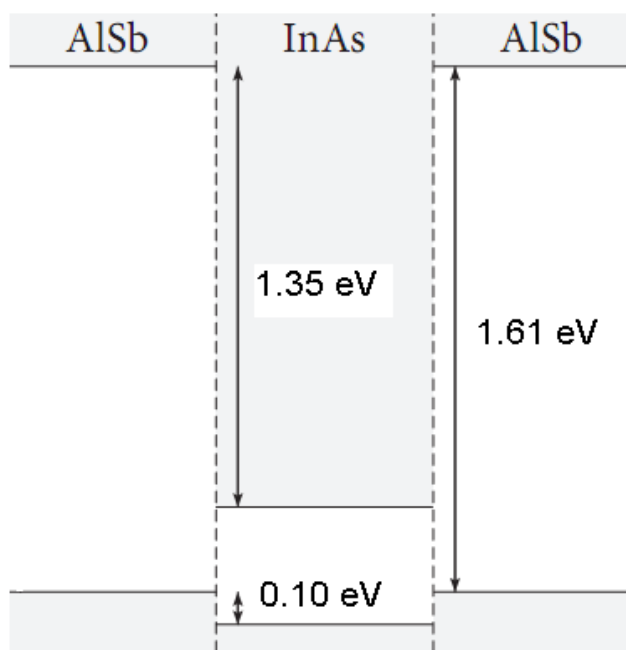
A_3B_5 гуруҳидаги яримўтказгич бирикмалар зона тузилиши параметрлари ҳозиргача яхши ўрганилган бўлиб, кўплаб адабиётларда [32,37,51] ва обзорларда [52] келтирилган. Бу ерда 1.1. жадвалда InSb, InAs ва AlSb бирикмалар учун зона тузилиши параметрлари (тақиқланган зона кенглиги E_g , ўтказувчанлик зонаси тубида электронни эффектив массаси m_n/m_0 , нопараболиклик коэффициент α , спин-орбитал ўзаро таъсир катталиги Δ_0 ва Кейн параметр $2m_0P^2$) келтирилган. Бу қийматлардан келгуси бобларда сонли ҳисоблашларда фойдаланилади.

1.1.Жадвал. InSb, InAs ва AlSb бирикмалар учун зона тузилиши параметрлари

Бирикма	InSb	InAs	AlSb
E_g , eV	0.237	0.42	2.37
m_n/m_0	0.014	0.023	0.11

α , eV ⁻¹	4.1	2.27	0.34
Δ_0 , eV	0.98	0.38	0.75
$2m_0P^2$, eV	23	21.7	23.4

AlSb учун кристал панжара доимийси тахминан 6.136\AA бўлиб, InAs кристал панжара доимийсига 6.058\AA яқин. Бу яқинлик улар асосида идеал гетеротузилма яратишга имконият яратади. AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма учун тақрибан зона профили 1.5.расмда келтирилган [53].



1.5.Расм. AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма учун тақрибан зона профили [53].

Энергиялар стрелка билан кўрсатилган (эВ).

InAs/AlSb гетероўтишдаги баланд потенциал тўсиқлар электронлар учун кучли фазовий қамалишни таъминлаши боис, модуляцион легирлаш (яъни, донорларни потенциал ўрага эмас, балки барер сохага киритиш) ёрдамида ўта юқори электронлар концентрациясига (10^{13} см^{-2} гача) эришиш мумкинки, бунда электронларни юқори харакатчанлиги сақланниб қолади.

Бундай хусусияти InAs/AlSb гетероўтишни квант ўралар хоссаларини ўрганиш учун ўтказувчанлиги металларга яқин бўлган идеал системага

айлантирадики, масалан, янги синфдаги кучсиз боғланган ўтаўтказгич асбоблар ишлаб чиқаришда муҳим саналади [54].

1.4. InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасида электрон гази хоссаларини ўрганиш натижалари

Икки ўлчамли электронлар газини ўрганишни муҳимлиги илгаридан маълум [55-58]. Бу фундаментал ишларда назарий таҳлиллар бажарилган бўлиб, олинган натижаларни юпқа метал пленкалар учун қўллаш мумкин эди. Икки ўлчамли электронлар газини систематик ўрганиш [59-61] ишлардан бошланган.

Хозирги даврга қадар яримўтказгичли гетеротузилмаларда икки ўлчамли ток ташувчилар гази бўйича улкан маълумотлар йиғилган [15, 26,27, 29-31,47, 49-54]. Охирги йилларда яримўтказгичли AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасиги икки ўлчамли электрон гази бўйича ҳам кўплаб натижалар олинган, масалан [10-14]. Бундай тадқиқотлар сони бугунда ҳам тўхтовсиз ортиб бормоқда [62-70].

Шуни айтиш керакки, гетеротузилмали квант ўраларда энергия ҳолатлар зичлиги камлиги ва ўтказувчан электронлар массасини кичиклиги боис, газнинг тўла айланиш шарти – экстремал юқори концентрацияларни ёки еттирича паст температурани талаб қилмайди ва жуда кўп ҳолларда тажрибаларда хона температурасидаёқ амалга ошади. Бироқ шундай бўлсада паст температурали ўлчашларда квантланган сатхларни температура таъсиридаги ювилиши энг кам бўлишига эришилади.

Икки ўлчамли электрон газнинг параметрлари (тўла 2D концентрацияси n_s , i -чи подзона концентрацияси $n_s(i)$, Ферми энергияси E_F , тўлдирилган сатхлар сони, Ферми сатхидаги электрон эффектив массаси v_x) ҳақида маълумотларни турлича экспериментал ўлчашларда аниқлаш мумкин [15,26-

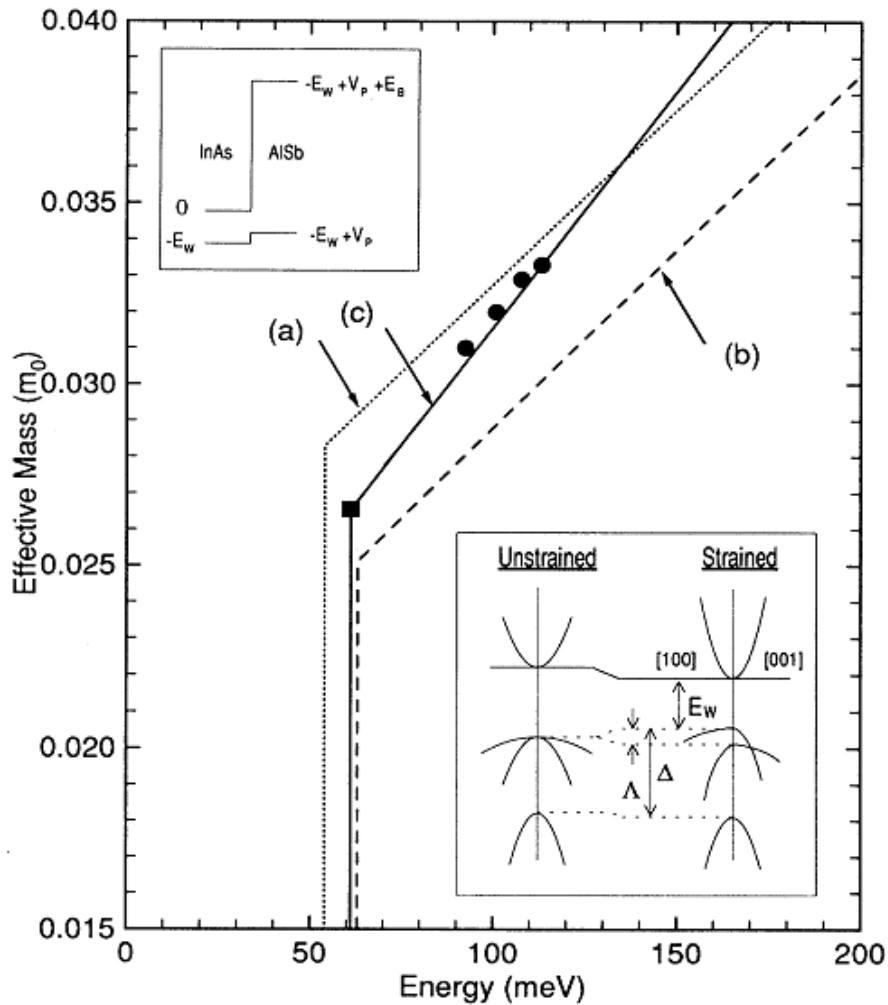
28]. Яримўтказгичли гетеротузилмалар квант ўрасидаги икки ўлчамли электрон газини ўрганишда циклотрон резонанс, Шубников де-Гааз эффекти, Холл эффект ва кўплаб бошқа методлардан кенг фойдаланишади [11-14, 71].

[11] ишда циклотрон резонанс методи ёрдамида AlSb/InAs/AlSb сендвич тузилмасида $T = 4.2K$ температура ва магнит майдонини $3 \leq B \leq 13 T$ интервалида электрон газ хоссалари ўрганилган. Квант ўранинг (InAs-қатлами) кенглиги тажрибада 149Å ни ташкил этган. Бу тажрибада электронни эффектив массасини ва Ланде g -факторини энергияга (Ферми энергиясига) боғланиши аниқланган. Тажрибада олинган натижалар 1.2. жадвалда кўрсатилган.

1.2. Жадвал. Электронни экспериментал ва назарий массаси: [11] дан.

Sample	n_s (10^{11} cm^{-2})	k_F (10^6 cm^{-1})	E_F (meV)	Theory (m_0)	Expt. (m_0)
1	6.5	2.03	52.6	0.0333	0.0333
2	5.7	1.90	46.7	0.0326	0.0329
3	4.8	1.74	39.8	0.0317	0.0320
4	3.7	1.53	31.4	0.0306	0.0310

Жадвалдан кўринадики, икки ўлчамли электрон гази концентрацияси камайиши билан, кучсиз магнит майдонида ўлчанган циклотрон масса (жадвални охириги устунида кўрсатилган) ҳам камайиб борар экан. Олинган натижаларни интерпретация қилишда назарий эффектив массани зонани нопараболиклиги, кристал панжарани деформацияланиши ва электрон тўлқинини AlSb барер ичига сингишини хисобга олинган холда баҳоланган. 1.6. расмда кўрсатилган графикда хар бир эффект берган хиссаси яққол кўриниб турипти.



1.6. Расм. Узлуксиз чизиклар: $B = 0$ да, *InAs* квант ўрасидаги электрон массаси энергияни функцияси сифатида ҳисобланган: (а) фақат зонанинг нопараболиклиги, (б) зонани нопараболиклиги ва кристал панжара деформацияси, (с) зона нопараболиклиги, кристал панжара деформацияси ва электрон тўлқинини *AlSb* барер ичига сингиши ҳисобга олинган.

Нуқталар: турлича Ферми энергияларида (концентрацияларда) ўлчанган масса қийматлари, [11] дан.

Квант ўра текислигига перпендикуляр магнит майдони қўйилганда, электронни ўра текислигига параллел ҳаракати кинетик энергияси квантланади, яъни E^N - Ландау серияларини ҳосил қилади. E^N сатхларни икки ўлчамли ҳолатлар зичлигини E_0 дан E^N гача интеграллаб ва натижани $(2N + 1)eB/\hbar$ га тенглаб, яъни қуйидаги тенгликдан топилган.

$$\int_{E_0}^{E^N} \frac{m^*(E)}{\pi\hbar^2} dE = (2N + 1) \frac{eB}{\hbar} \quad (1.24)$$

Бу ерда, $m^*(E)$ - 1.6. расмда кўрсатилган энергияга боғлиқ эффектив масса.

Энергия сатхларини спин хисобига ажралишини Зеeman энергиясини $E^{N,\pm} = E^N \pm g^* \mu_B B / 2$ киритиш орқали хисобланган, бунда g^* ва μ_B мос холда Ланде фактори ва Бор магнетони. Циклотрон масса эса (спин сақланадиган ўтишларга мос) стандарт

$$m_{CR}^{N,\pm} = \frac{e\hbar B}{E^{N+1,\pm} - E^{N,\pm}} \quad (1.25)$$

формула ёрдамида хисобланган.

Электрон дисперсиясини барер ичига сингиш эффектини бахолаш учун (яъни, чекли чуқурликдаги ўра) [72] ишда олинган тенгламадан фойдаланилган

$$1 = \cos(k_W d_W) \cos(k_B d_W) - \frac{1}{2} \left[\xi + \frac{1}{\xi} + \frac{k_{\parallel}^2}{4k_W k_B} \left(r + \frac{1}{r} - 2 \right) \right] \sin(k_W d_W) \sin(k_B d_W). \quad (1.26)$$

бу ерда, d_W - квант ўра кенглиги, k_W, k_B - тўлқин векторининг квант ўра ичидаги ва барер ичидаги z-компоненталари, k_{\parallel} - квант ўра текислидаги компоненти. k_W, ξ, k_B ва r катталиклар [28,72] ишларда батафсил келтирилган.

1.6. расмда кўрсатилган (с) эффектив массани назарий қиймати $m^*(E) = \hbar^2 k_{\parallel} (\partial E / \partial k_{\parallel})^{-1}$ формула ёрдамида хисобланган. Эффектив массани концентрацияга боғланишини олиш учун (1.26) билан биргаликда яна

$$n_S = \frac{1}{\pi} \int_0^{k_F} k_{\parallel} dk_{\parallel} = \frac{k_F^2}{2\pi}. \quad (1.27)$$

тенгламадан фойдаланилган. Хисоблашларни қолган тафсилотлари [11] мақолада келтирилган. Шундай қилиб, ушбу тадқиқот ишида чекли чуқурликдаги InAs квант ўрасида ва кристал панжараларни деформациясини хисобга олинган холда, электрон эффектив массаси m^* ни концентрация n_S га тахминан чизиқли боғлиқлигини кўрсатилган.

Циклотрон резонанс методи ўлчашлари асосида [12] тадқиқот ишида, $T \approx 2K$ температурада кенгликлари турлича бўлган InAs/AlSb квант ўра

наъмуналарида электрон эффектив массасини концентрацияга боғланиши ўрганилган. Тажриба натижаларини интерпретация қилиш учун авторлар электрон эффектив массасини Кейнни икки зонали модели асосида, яъни

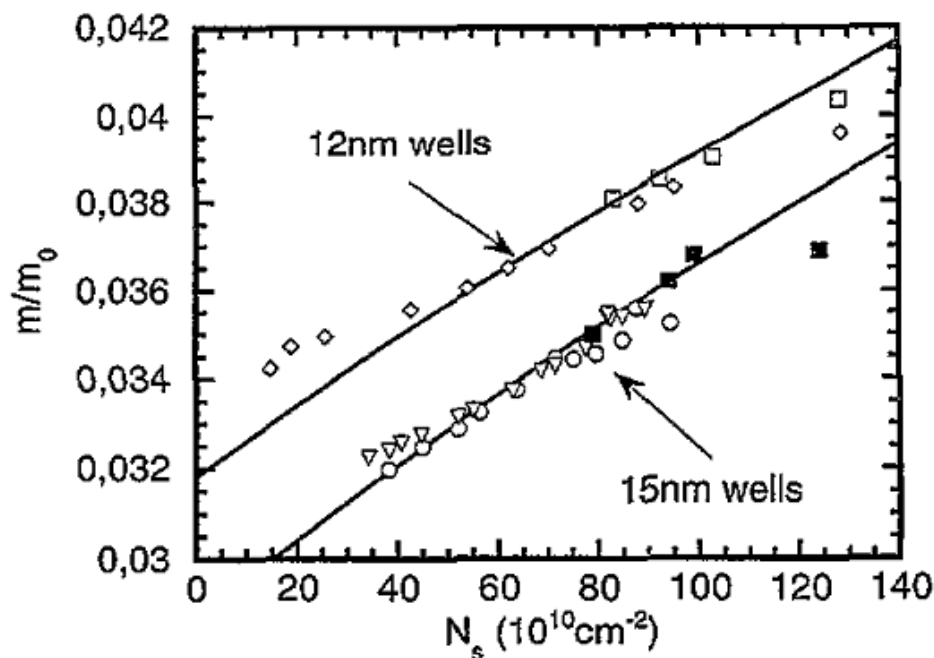
$$E(E + E_g) = E_g \frac{\hbar^2 (k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2)}{2m^*(0)} \quad (1.28)$$

дисперсиядан аниқлашган

Улар электрон эффектив массасини концентрацияга боғланиши учун қуйидаги формулани олишган

$$m_c^*(N_s) = \frac{2m^*(0)}{E_g} \sqrt{\frac{E_g^2}{4} + E_g E_0^{EMA} + E_g \frac{\pi^2 \hbar^2 N_s}{m^*(0)}} \quad (1.29)$$

бунда, $m^*(0)$ - InAs ни ўтказувчанлик зонаси тубидаги электрон эффектив массаси, N_s - икки ўлчоли электронлар концентрацияси, E_0^{EMA} - биринчи минизонани туби бўлиб, авторлар уни эркин танланувчи (fitting parameter) параметр сифатида аниқлашган.

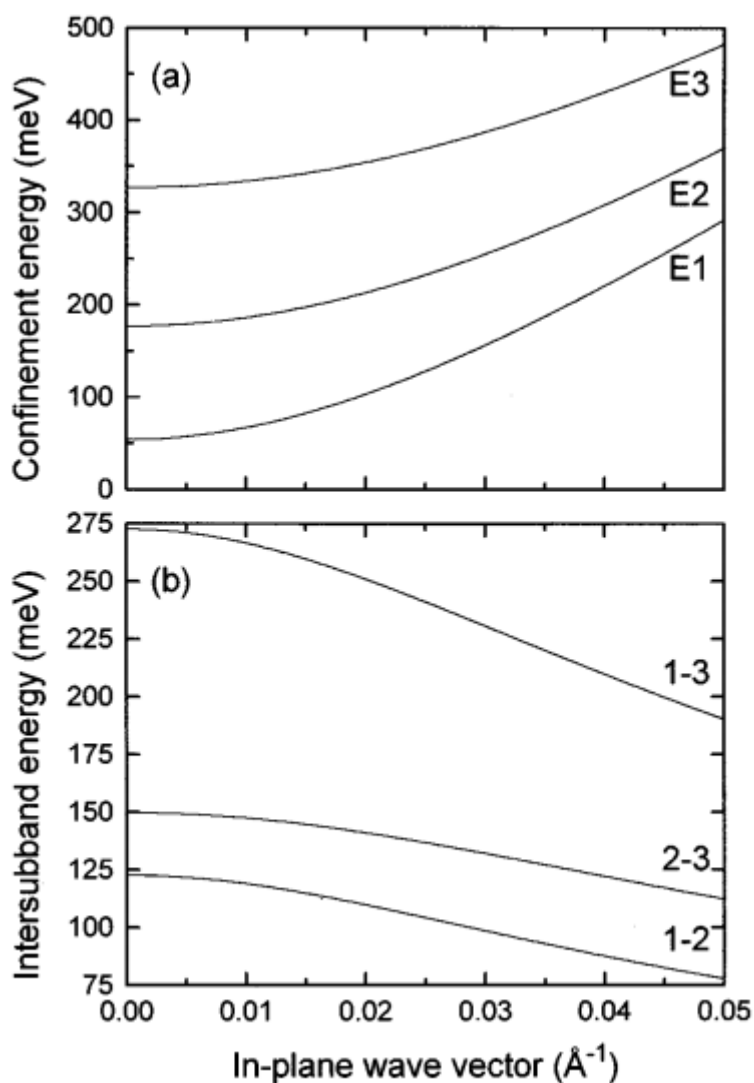


1.7. Расм. Турлича кенгликдаги InAs/AlSb квант ўралари учун экспериментал нуқталарни назарий ҳисоблашлар билан таққослаш: [12].

(1.29) боғланишни эксперимент билан таққослаш натижалари 1.7. расмда келтирилган. Эркин параметр E_0^{EMA} ни танлаш орқали, биринчи ва иккинчи

энергетик сатх учун $E_0^{EMA}(12nm) = 96meV$ ва $E_0^{EMA}(15nm) = 58meV$ қийматлар топилган.

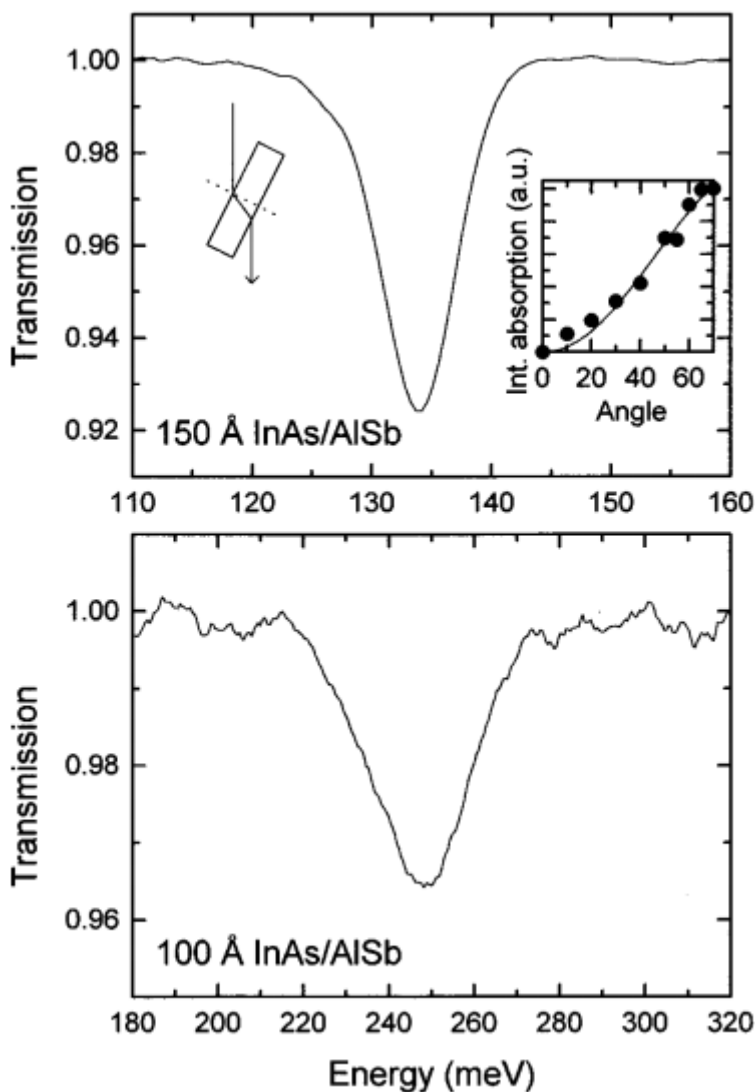
[13] тадқиқот ишида InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасида электронларни минизоналараро оптик ўтишлари экспериментал ва назарий ўрганилган. Квант ўрада тўлқин тенгламани сонли ечиш орқали Кейн моделида минизоналар дисперсияси ва минизоналараро электрон ўтишлар энергиясини икки ўлчовли тўлқин векторига боғланиши ҳисобланган. Бу ишда яна деполяризация силжиш эффектини минизоналараро электрон ўтишлар резонансига таъсири ҳам ўрганилган.



1.8. Расм. (а) Фазовий квантланиш энергияси, и (b) Зоналараро ўтиш энергияси. InAs/AlSb квант ўраси кенглиги $L=150\text{\AA}$: [13].

1.8. расмда дастлабки учта минizona учун икки ўлчамли электронлар дисперсияси ва улар орасидаги оптик ўтишлар энергияси графиклари икки ўлчамли тўлқин вектор функцияси сифатида кўрсатилган.

Оптик ютилиш спектрларини ўрганиш бўйича тажрибалар квант ўраси кенглиги $L=100 \text{ \AA}$ ва $L=150 \text{ \AA}$ бўлган иккита InAs/AlSb гетеротузилма наъмунасида ўтказилган. Ўлчанган оптик ютилиш спектри натижалари 1.9 (a) ва (b) расмларда кўрсатилган.



1.9. Расм. Ўрганилган InAs/AlSb гетеротузилма наъмуналарида оптик ютилиш спектрлари: квант ўра кенглиги (a) $L=150 \text{ \AA}$, ва (b) $L=100 \text{ \AA}$: [13].

1.9. (a) ва (b) расмдан кўринадики, резонанс нуктада, яъни фотон энергияси электронни минizonалараро ўтиш энергиясига тенглашганда

ютилиш максимумга эришади. Квант ўрасини кенглиги $L=150 \text{ \AA}$ бўлган InAs/AlSb наъмунасида ўлчанган оптик ўтиш энергияси $E_{12} = E_2 - E_1$ қиймати 134 мЭВ га тенг бўлиб, авторлар назарий ҳисоблашлари натижаси 122.9 мЭВ ни ташкил этган. [13] авторлар тахминича, бу фарқ шуни кўрсатадики, ушбу ҳолда деполяризация эффекти роли анчагина сезиларли экан. Деполяризация эффектини ҳисобга олинган ҳолда электронлар концентрациясини $n = 1.8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ қийматида квант ўрасини кенглиги $L=150 \text{ \AA}$ бўлган InAs/AlSb наъмунаси учун ҳисобланган оптик $E_{12} = E_2 - E_1$ ўтиш энергияси қиймати 132.7 мЭВ га тенг чиққан. Бу натижа тажрибада олинган $E_{12}=134 \text{ мЭВ}$ қийматга анча яқинлашган.

Квант ўрасини кенглиги $L=100 \text{ \AA}$ бўлган InAs/AlSb наъмунасида ўлчанган оптик ўтиш энергияси $E_{12} = E_2 - E_1$ қиймати 248 мЭВ га тенг бўлиб, авторлар назарий ҳисоблашлари натижаси (концентрацияни $n = 3.0 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ га тенг деб олинса) 213 мЭВ ни ташкил этган.

Шундай қилиб, InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасидаги электронларни зоналараро оптик ўтиш энергиялари бўйича тажриба маълумотларини ҳам Кейн модели асосида тушинтириш мумкин экан.

[11-13,71] тадқиқотлар натижалардан келиб чиқадики, InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасида электрон эффектив массасини энергияга ёки газ концентрациясига боғланиши Кейн модели [9] ёрдамида талқин этиш мумкин экан. Шунини айтиш керакки, ушбу тадқиқот ишларида электрон эффектив массасини энергияга $m^*(E_F)$ ёки газ концентрациясига $m^*(n_s)$ боғланиши биринчи минizona доирасида (ичида) ўрганилган, яъни ўрганилган InAs/AlSb гетеротузилма намуналаридаги икки ўлчамли электрон газ концентрацияси кам бўлган.

[14] тадқиқот ишида квант ўрасидаги электронлар концентрацияси $2.7 \cdot 10^{11}$ дан $8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ гача бўлган AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма

наъмуналарида $T = 4.2K$ температурада циклотрон резонанс спектри ўрганилган. Электронлар концентрацияси (ва мос ҳолда Ферми энергияси ҳам) ортиб бориши билан циклотрон массани анчагина кучли ортиши ($0.03m_0$ дан $0.06m_0$ гача) кузатилган.

Экспериментал ўлчашлар турлича электрон концентрацияли 8 та InAs квант ўраси наъмуналарида ўтказилган. Гетеротузилмани актив қисми қуйидагилардан ташкил топган:

- қуйи барер AlSb қатлами, қалинлиги 12 нм (легирилмаган 1-4 наъмуналарда), ва 40 нм (селектив легирилган 5-8 наъмуналарда)
- квант ўра InAs, қалинлиги **15 нм**
- юқори барер AlSb қатлами, қалинлиги 30-40 нм (3 - наъмуна)
- қоплама қатлами GaSb бўлиб, у AlSb ни хаводаги сув буғлари реакциясидан химоялайди.

Икки ўлчамли электрон гази параметрларини аниқлаш учун Холл ва Шубников-де-Гааз эффектлари ўлчашлари ўтказилган. Икки ўлчамли электрон гази концентрациясини аниқлаш мақсадида, баъзи наъмуналар учун субмиллиметрли фотоўтказувчанлик осцилляцияси ўлчашлари ҳам ўтказилган.

Ўрганилган наъмуналар параметрлари 1.3. жадвалда келтирилган. Холл эффекти ўлчашларида аниқланган тўла концентрация n_s^{Hall} билан бир қаторда, жадвалда Шубников-де-Гааз осцилляциясининг фуре-анализи ёрдамида аниқланган фазовий квантланишни 1,2 и 3-чи минизоналаридаги электронлар концентрацияси, ҳамда субмиллиметрли фотоўтказувчанлик осцилляцияси ёрдамида топилган тўла концентрация n_s^{PC} ҳам келтирилган.

Шубников-де-Гааз осцилляциясининг спектрал анализи натижалари бўйича селектив легирилган 5-6 наъмуналарда шу факт аниқланганки, иккинчи минизона электронлар билан тўлдира бошланиши тўла концентрациянинг $n_s \approx 1.2 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-2}$ қийматида юз берар экан.

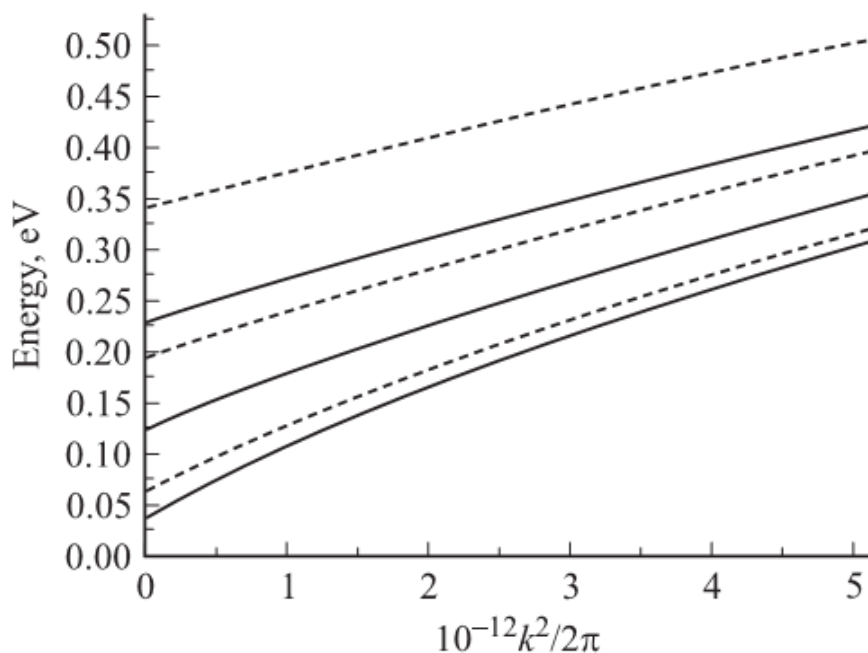
1.3. Жадвал. Легирланмаган (1- 4) ва селектив-легирланган (5-8) наъмуналар параметрлари: [14]

Образец	n_s^{Hall} , 10^{12} см^{-2}	n_s^{1SdH} , 10^{12} см^{-2}	n_s^{2SdH} , 10^{12} см^{-2}	n_s^{3SdH} , 10^{12} см^{-2}	n_s^{PC} , 10^{12} см^{-2}	μ_s , $10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{см}$	μ_{CR} , $10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{см}$	m_c/m_0
1	—	—	—	—	0.27	—	0.45	0.029–0.031
2	0.65	0.64	—	—	0.63	3.9	0.6–1.6	0.032–0.036
3	0.68	0.66	—	—	0.67	2.5	0.4–1.6	0.033–0.037
4	0.95	0.83	—	—	0.82	4.4	0.5–1.6	0.034–0.036
5	2.4	1.8	0.6	—	—	1.0	0.4	0.042–0.045
6	3.2	2.2	1.0	—	—	0.63	0.4	0.042–0.044
7	4.3	2.8	1.5	—	—	0.53	0.4	0.044–0.048
8	8.3	4.3	3.4	0.6	—	0.4	0.2	0.054–0.060

Резонанс магнит майдонининг H_{res} катталиги буйича аниқланган электронлар циклотрон массаси $m_c = eH_{\text{res}}/(2\pi cf)$ қиймати 1.3. жадвалда келтирилган. Икки ўлчамли электрон газ тўла концентрацияси (ва мос ҳолда Ферми энергияси) ортиб бориши билан эффектив массани сезиларли ортиши кузатилгади. Эвектив массани бундай ортиши дисперсия қонуни нопараболик бўлган яримўтказгичлар учун типик ҳол бўлиб, легирланмаган гетеротузилмаларда мукамал ўрганилган [11-13, 71].

Олинган натижаларни интерпретациялаш учун соддалаштирилган Кейн модели асосида Ферми сатҳидаги электронлар циклотрон массасини ҳисоблари бажарилган. Жумладан, n -чи минизонада жойлашган электрон энергиясини икки ўлчамли тўлқин вектори k га дисперсион боғланиши $E_n(k)$ топилган.

Квант ўраси кенглиги 205 \AA (ва 150 \AA) бўлган InAs/AlSb гетеротузилмасида электронни фазовий квантланишидаги қуйи учта минизонаси учун энергияни тўлқин вектори квадратига боғланишини ҳисоблаш натижалари 1.10. расмда келтирилган. Энерги саноқ боши сифатида хажмий InAs яримўтказгичини ўтказувчанлик зонасининг туби олинган.



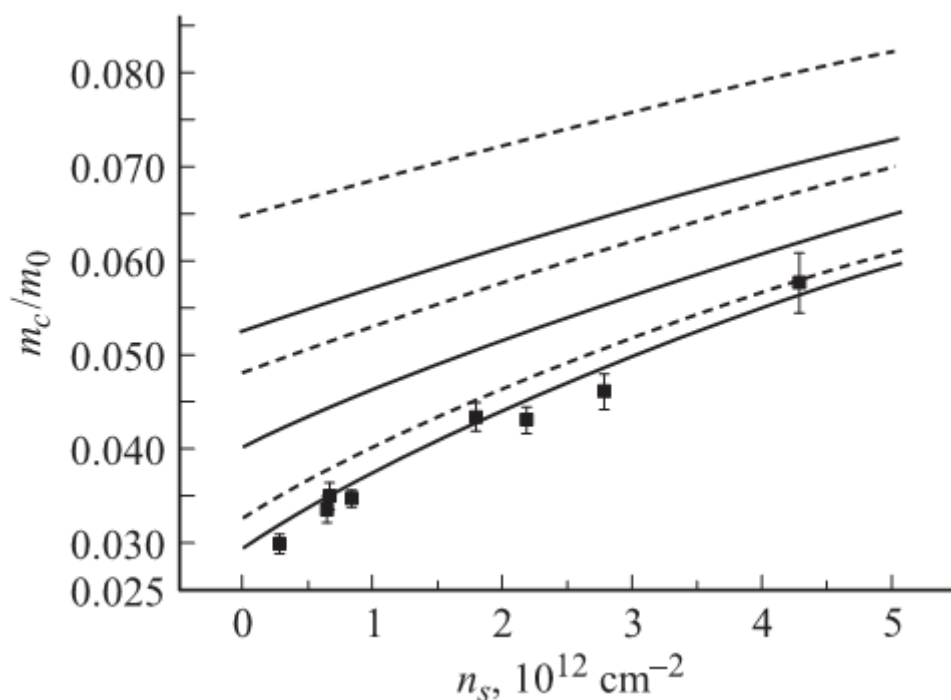
1.10. Расм. Квант ўраси кенглиги 205 Å (ва 150 Å) бўлган InAs/AlSb гетеротузилмада фазовий квантланишни қуйи учта минизонасида электрон энергиясини тўлқин вектори квадратига боғланишини ҳисоблаш натижалари: Узлуксиз чизиқ $L=205\text{Å}$, итрихли чизиқ $L=150\text{Å}$.

Олинган $E_n(k)$ боғланишлар асосида Ферми сатҳидаги электронни циклотрон массаси қуйидаги формула асосида ҳисобланган

$$m_c = \hbar^2 k \left(\frac{dE}{dk} \right)^{-1} \quad (1.30)$$

Ўтказилган ҳисоблашлар натижалари шуни кўрсатганки, фазовий квантланиш минизоналарини иккита ёки учтаси электронлар билан тўлдирилганда - Ферми сатҳидаги турли минизоналар эффектив массаси унчалик фарқ қилмас экан.

1.11 расмда электронлар циклотрон массасини ўлчанган қийматини 1-чи минизонадаги электронлар концентрациясига боғланиши ва 205 Å ва 150 Å кенгликдаги InAs квант ўраси учун (1.30) циклотрон массани назарий ҳисоб боғланишлари келтирилган. Расмдан кўринадики, 150 Å кенгликдаги квант ўраси учун ҳисоблашлар, 205 Å кенгликдаги квант ўра учун ҳисоблаш натижаларига нисбатан тажрибага яхши мос келмаган.



1.11. Расм. InAs квант ўрасидаги дастлабки учта минизона учун циклотрон массани концентрацияга боғланишлари: Назарий ҳисоблар: $L=205 \text{ \AA}$ (узлуксиз чизиқлар), $L=150 \text{ \AA}$ (штрих чизиқлар), ва тажриба қийматлари (нуқталар)

Шуни такидлаш керакки, илк марта [14] тадқиқот ишида InAs/AlSb гетеротузилмани чуқур квант ўрасида икки ўлчамли электрон гази концентрацияни кенг диапазонда вариациялаб ўрганилган. Кучли легирланган намуналарда электронлар концентрацияси $8 \cdot 10^{12} \text{ \AA}^{-2}$ гача етказилганки, бунда 150 \AA кенгликдаги квант ўра учун электронлар билан тўлғазилган сатхлар сони учинчи минизонагача етиб борган.

МАСАЛАНИ ҚЎЙИЛИШИ

Олдинги бўлимларда такидлаб ўтилдики, InAs/AlSb гетеротузилмаси квант ўрасида икки ўлчамли электрон газида электрон спектри ва транспорт массасини газ концентрациясини кенг кўламда вариациялаб ўрганиш – материални фундаментал хоссалари ҳақида муҳим маълумотлар олишга имкон беради. Бундай маълумотлар ёрдамида икки ўлчамли газни спектри тузилиши, энергетик ҳолатлар зичлиги, Ферми энергияси ва шу билан бирга энтропияси, иссиқлик сиғими, Паули магнит сингдирувчанлиги в.х.бошқа характеристикалари ҳақида фикр юритиш мумкин.

Адабиётлардан маълумки [15], электрон энергияси ортиб боришида икки ўлчамли электрон газини энергия ҳолатлари зичлиги “зинасимон” сакраб ўзгаради. Ҳолатлари зичлиги кескин сакраб ўзгаришига сабаб минизоналарнинг ўзаро қопланишидир. Ҳолатлари зичлигини бундай табиати – Ферми энергиясини ва Ферми сатҳидаги электронни эффектив массасини концентрацияга боғланишида ҳам намоён бўлиши керак.

Олдинги барча [11-14, 71] тадқиқотлардан келиб чиқадики, икки ўлчамли электрон газидаги циклотрон масса концентрация (энергия) ни функцияси бўлиб, бу боғланишлар деярли битта (энг қуйи) минизона ичида ўрганиш билан чегараланган. [14] тадқиқот ишида эса, турлича наъмуналарда концентрация кенг кўламда ўзгартирилган ва Ферми сатҳи учинчи минизонагача кириб борган бўлсада – циклотрон массани тажриба натижаларини назария ҳисоблашлари билан таққослаш фақат битта (энг қуйи) минизона учун қаралган ҳолос.

Агар икки ўлчамли электронлар газини тўла концентрацияси ортиб боришида Ферми сатҳи галма-гал келувчи минизоналар тубини кесиб ўтса, у ҳолда ҳолатлар зичлигини кескин сакраши натижасида электронлар газини қатор (термодинамик ва транспорт) хоссаларида ҳам қатор аномалиялар кузатилиши мумкин.

Бу мулохазалардан келиб чиқадики, гетеротузилмалардаги икки ўлчамли электронлар газини тўла концентрацияни функцияси сифатида экспериментал ўлчанган катталикларни математик моделларини ишлаб чиқиш мухим масалалардан бири ҳисобланади. Сўнгра, бу моделлар асосида икки ўлчамли электрон газ хоссаларини бошқа шароитларда, масалан юқори температураларда, катта босимларда в.х. таҳлил ва башорат қилишга имкон яратилади.

Юқоридагилардан келиб чиқиб, ушбу ишда қуйидагича мақсад қўйилди - AlSb/InAs/AlSb гетеротузилмасида квант ўрасида икки ўлчамли электрон гази учун ҳолатлар зичлиги, электрон транспорт массаси, Ферми энергияси, энтропияси, иссиқлик сифими ва бошқа кузатилувчи катталикларни газнинг тўла концентрациясига боғланишини назарий ўрганиш. Бунда, квант ўрани чуқурлигини чекли эканлиги, электрон дисперсиясини нопараболиклиги ва бирнеча минизоналар тўлдирилиш ҳоллари ҳам ҳисобга олинади.

Бу мақсадга эришиш учун қуйидаги масалаларни ечиш зарур:

1. AlSb/InAs/AlSb гетеротузилмасида квант ўрасида: квант ўрани чуқурлигини чекли эканлиги, электрон дисперсиясини нопараболиклигини ҳисобга олинган ҳолда электрон спектрини таҳлил қилиш. Электрон спектрини ҳисоблаш учун содда ва қатор ҳолларда аналитик баҳолашлар ўтказиш мумкин бўлган қулай модел ишлаб чиқиш.
2. Икки ўлчамли электрон газида Ферми энергиясини, электрон транспорт массасини ва энергия ҳолатлари зичлигини газнинг тўла концентрациясига боғланишини аниқловчи сонли (мумкин бўлган ҳолларда аналитик) ҳисоблашлар ўтказиш
3. Икки ўлчамли электрон газида минизоналарни тўлдирилиши, термодинамик потенциали ва энтропиясини температурага ва газнинг тўла концентрациясига боғланишини аниқлаш.

II-БОБ. InAs/AlSb ГЕТЕРОТУЗИЛМА КВАНТ ЎРАСИДА ЭЛЕКТРОН ДИСПЕРСИЯСИ

Биринчи яқинлашувда гетеротузилма квант ўрасидаги электронлар энергетик спектрини “тўлқин функцияларни оғувчилари” методи ёрдамида топиш мумкин [15,26,30,51,73]. Бунда, квант ўрасидаги электронлар энергетик спектри E_n ва “тўлқин функцияларни оғувчилари” $\chi_n(z)$ - битта электрон учун Шредингер тенламасини ечиб аниқланади.

Оддий холдаги чексиз баланд тўсикли тўғри бурчакли потенциал ўра учун Шредингер тенламасини ечиш – квант механикасининг классик масалаларидан бири ҳисобланади[74]. Маълумки, бундай моделлар реал квант-ўлчамли объектларни энергетик спектрини ҳисоблашда етарлича аниқликни таъминламайди, бироқ у ҳар бир шундай объектларни спектрни асосий хусусиятларини ҳақида сифат жихатдан тўғри тасаввур беради.

Таъкидлаш керакки, гетеротузилма квант ўрасидаги электронларни энергия сатхларини аниқлаш – потенциал ўра чуқурлигини чекли эканлигини ва Шредингер ва Пуассон тенгламаларини биргаликда ечишни тақозо этади [75]. Бундай усулда ҳисобланганда (в самосогласованном поле), электронни энергия сатхлар қийматини фақат тўғри бурчакли потенциал ўрадаги ҳисобларга нисбатан бирнеча ўнлаб мэВ гача аниқроқ бўлади [76].

Кейинги бўлимлардаги ҳисоблашларда Пуассон тенграмаси ҳисобга олинмайди, яъни InAs/AlSb квант ўраси тўғри бурчакли потенциал чуқур (1.5. расм) деб олинади. Келгуси пунктда чексиз чуқур квант ўрада электрон дисперсиясини аниқлаш масаласи қараб чиқилади. Сўнгра эса, квант ўра чуқурлигини чекли деб олиб, электрон дисперсиясини мукамалроқ ҳисоблаш баён қилинади.

2.1. Чексиз чуқур квант ўра моделида электрон дисперсияси

1.3 пункда айтиб ўтилдики, InAs/AlSb гетероструктурасида электрон харакатини чегараловчи потенциал барерлар жуда баланд ~ 1.35 eV (1.5 расмга қ).

Чексиз баланд тўсиқли тўғри бурчакли потенциал ўра модели кўп холларда тақрибий хисоблар ва тажрибалар натижаларини интерпретация қилиш учун етарли бўлади. Масалан, бундай модел электронлар ва коваклар (ёки экситон холатлар) спектрини хисоблашда квант нуқталарда [77-79], квант ўраларда [71,80] в.х. фойдаланилган.

Шредингер тенгламасини чексиз чуқур квант ўра моделида электронни икки ўлчамли нопараболик дисперсиясини аниқлашга тадбиқини қараб чиқайлик. Бунинг учун, одатдаги уч ўлчамли зона (массив кристал) учун ёзилган дисперсия ифодасидан фойдаланамиз. Хусусий холда, нопараболик дисперсияни икки зонали моделдан [37], (1.10) га асосан қуйидагини ёзиш мумкин

$$E(1 + \alpha E) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n(0)} = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_n(0)} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_n(0)} \quad (2.1)$$

бунда, $\alpha \approx 1/E_g$ - зонани нопараболиклик коэффициентини, m_n - ўтказувчанлик зонаси тубидаги электронни эффектив массасини, $k_{\parallel}^2 = k_x^2 + k_y^2$ - квант ўра текислигидаги тўлқин векторини квадрати. Агар эффектив массани энергияга боғланишини қуйидагича киритилса

$$m^*(E) = m_n(0) \cdot (1 + \alpha E) \quad (2.2)$$

ва тўлқин векторини z –компонентасини $k_z = i\partial/\partial z$ оператор билан алмаштирилса, у холда квант ўрадаги электрон харакатини аниқловчи Шредингер тенгламасига келамиз

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*(E)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*(E)} \psi + V(z)\psi = E\psi \quad (2.3)$$

Чексиз чуқур тўғри бурчакли потенциал ўра учун (2.3) дан қуйидаги дисперсияни олиш мумкин

$$E = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*(E)} + \frac{\hbar^2 \pi^2 n_z^2}{2m_n(E)} \quad (2.4)$$

ёки

$$E(1 + \alpha E) = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_n(0)} + \frac{\hbar^2 \pi^2 n_z^2}{2m_n(0)} \quad (2.5)$$

Тўлқин векторининг ўра текислигидаги компонентасининг қиймати поляр координаталарда $0 \div \infty$ сохада, аниқроқ эса – Бриллюэн зонаси $0 \div \pi/a$ ичида ўзгаради. (2.5) муносабатда, $E(k_{\parallel}, n_z)$ минизоналар сериясини, яъни $n_z = 1, 2, 3, \dots$ га мос $E(k_{\parallel}, 1)$, $E(k_{\parallel}, 2)$, $E(k_{\parallel}, 3) \dots$ ва хоказо дисперсияларни аниқлайди.

Агар уч ўлчовли дисперсия $k_z^2 = k_z^2(E)$ кўринишда, масалан, (1.9) каби тасвирлаш мумкин бўлса, икки ўлчамли дисперсиясини Кейнни уч зонали моделида ҳам худди шунингдек аниқлаш мумкин.

Чексиз чуқур квант ўра моделидаги электрон дисперсияси [81-88] тадқиқот ишларида электрон газни қатор параметрларини: минизоналараро E_{12} оптик ўтишлар, энергия ҳолатлар зичлигини температурага боғланиши, Ферми энергияси циклотрон масса ва электрон газ энтропиясини концентрацияга боғланишини ўрганиш учун фойдаланилган бўлиб, келгуси бобларда батафсил баён этилади.

2.2. Чекли чуқурликдаги квант ўра моделида электрон дисперсияси

Амалда, гетеротузилмалардаги квант ўралар чуқурлиги чекли бўлиб, унинг катталиги фазовий квантланиш энергияси E_n билан бир тартибда (яъни қийматлари яқин) бўлиши мумкин. Миқдорий жихатдан таққослаш ва тажриба маълумотларини интерпретация қилиш учун назарий моделлардаги потенциал ўра чуқурлигини ҳисобга олиш зарур. Бундан ташқари, A_3B_5 яримўтказгичли бирикмалар асосидаги гетеротузилмаларда квант ўра

материали (А харфи билан белгилаймиз) учун ва шунингдек барерлар материаллари (В харфи билан белгилаймиз) учун ҳам ўтказувчанлик зонасини нопараболиклигини хисобга олиш зарур. Бу холда, иккала материал параметрлари: зона тубидаги эффектив массалари m_A^* ва m_B^* , тақик зоналари кенглиги E_{gA} ва E_{gB} , ва шунингдек (Кейнни уч хонали моделида) спин орбитал ўзаро таъсир катталиклари Δ_A и Δ_B назарияда иштирок этади.

Кейн назариясини гетеротузилмалардаги квант ўрада харакатланувчи электронлар учун умумлаштирилиши хозирда яхши ўрганилган ва адабиётларда кенг баён қилинган [15,27-30,51,75,89-92].

Қуйида, AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма квант ўраси мисолида нопараболик дисперсияли икки ўлчамли электронлар дисперсиясини аниқлашни оддий усуллари келтирамиз. Бу моделларда фақат электрон зонаси қаралади. Шу сабабли, назарияда фақат квант ўра материали (А) ва барер қатлам материали (В) электрон зоналарини параметрлари қатнашади.

Баландлиги V бўлган потенциал барерлар (В соха: AlSb) орасида жойлашган ва кенглиги L бўлган битта квант ўрани (А соха: InAs) қарайлик. Энергия саноқ боши - хажмий InAs ни ўтказувчанлик зонаси тубидан хисобланади. InAs ва AlSb яримўтказгичлар кристал панжараси доимийларидаги фарқ туфайли пайдо бўладиган эффектларни (тузатмаларни) хисобга олмаймиз.

Эффектив масса тақрибийлигида уч ўлчамли Шредингер тенгламасини ечимини $\psi = e^{i(k_x x + k_y y)} \phi(z)$ кўринишда қидирамиз. У холда, A ва B сохалар учун қуйидаги бир ўлчамли тенгламаларни олиш мумкин

$$\frac{\partial^2 \phi_A(z)}{\partial z^2} + q^2 \phi_A(z) = 0, \quad q = \sqrt{\frac{2m_A}{\hbar^2} E - k^2} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_B(z)}{\partial z^2} - \chi^2 \phi_B(z) = 0, \quad \chi = \sqrt{\frac{2m_B}{\hbar^2} (V - E) + k^2} \quad (2.7)$$

Бу ерда, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ ва $m_{A,B}$ - А ёки В материалдаги электронни энергияга боғлиқ эффектив массаси. (1) и (2) тенгламаларни ечишда қуйидаги чегаравий шартлар

$$\phi_A(0) = \phi_B(0), \quad \left. \frac{1}{m_A} \frac{d\phi_A(z)}{dz} \right|_{z=0} = \left. \frac{1}{m_B} \frac{d\phi_B(z)}{dz} \right|_{z=0} \quad (2.8)$$

$$\phi_A(L) = \phi_B(L), \quad \left. \frac{1}{m_A} \frac{d\phi_A(z)}{dz} \right|_{z=L} = \left. \frac{1}{m_B} \frac{d\phi_B(z)}{dz} \right|_{z=L} \quad (2.9)$$

дан фойдаланиб, $E = E(n, k)$ дисперсияни аниқловчи тенгламани топамиз

$$E = E_{\parallel} + E_0 \left[\pi \cdot n - 2 \operatorname{Arctg} \left(\sqrt{\frac{\gamma^2 (E - E_{\parallel})}{\gamma(\gamma - 1)E + \gamma V + (1 - \gamma^2)E_{\parallel}}} \right) \right]^2. \quad (2.10)$$

бу ерда $E_{\parallel} = \hbar^2 k^2 / 2m_A$ - электронни квант ўра текислигига паралел харакати энергияси, $E_0 = \hbar^2 / 2m_A L^2$. Эффе́ктив массалар фарқи $\gamma = m_B / m_A$ нисбат билан аниқланган.

InAs ва AlSb материалларни ўтказувчанлик зонасини нопараболик хусусиятини ҳисобга олиш учун Кейн назариясидаги энергияга боғлиқ эффе́ктив массани турли аппроксимацияларига муружат қилиш мумкин. Масалан, Кейнни икки зонали моделига кўра, қуйидаги муносабатлардан фойдаланиш мумки [85-88, 93-97]

$$m_A(E) = m_A(0)(1 + \alpha_A E) \quad (2.11)$$

$$m_B(E) = m_B(0)(1 + \alpha_B (E - V)) \quad (2.12)$$

бунда $m_{A,B}(0)$ - электронни ўтказувчанлик зонаси тубидаги эффе́ктив массаси (эркин электрон массаси бирлигида), $\alpha_{A,B}$ - зонани нопараболиклик даражаси. Маълумки [37], икки зонали (1.10) модел фақат хусусий ҳолда, яъни $\Delta_0 \gg E_g$ шарт бажарилгандагина ҳаққонийдир. InAs яримўтказгичи учун бу шарт аниқ бажарилмайди. Шунга қарамай, (2.10) ва (2.11, 2.12) муносабатлардан олинган дисперсия – аниқроқ усулларда олинган дисперсиядан катта фарқ қилмайди.

Агар, Кейнни уч зонали моделидан фойдаланилса, у ҳолда қуйидаги муносабатларни ёзиш мумкин [98,99]

$$\frac{m_0}{m_A(E)} = 1 + \frac{E_{PA}}{3} \left[\frac{2}{E + E_{gA}} + \frac{1}{E + E_{gA} + \Delta_A} \right] \quad (2.13)$$

$$\frac{m_0}{m_B(E)} = 1 + \frac{E_{PB}}{3} \left[\frac{2}{E - V + E_{gB}} + \frac{1}{E - V + E_{gB} + \Delta_B} \right] \quad (2.14)$$

бунда, m_0 - эркин электрон массаси, E_p - Кейн параметри, Δ - валент зонани спин-орбитал ажралиш энергияси (1.1. жадвалга қаранг).

Айтиб ўтиш керакки, турли энергия сатхлари учун турлича эффектив масса қиймати тўғри келади, масаладаги тўлқин функциялар ҳам шу массаларга боғлиқдир. У ҳолда, шундай усулда топилган турлича минизоналар тўлқин функциялари ўзаро ортогонал бўлмай қолади. Зоналараро ёки минизоналараро электрон ўтишлар матрица элементларини ҳисоблашда бу тўлқин функциялар қўпол натижаларга олиб келиши мумкин. Ҳозирги кунда адабиётларда уларни ўзаро ортагоналлаштиришни турли усуллари мавжуд, масалан [100,101].

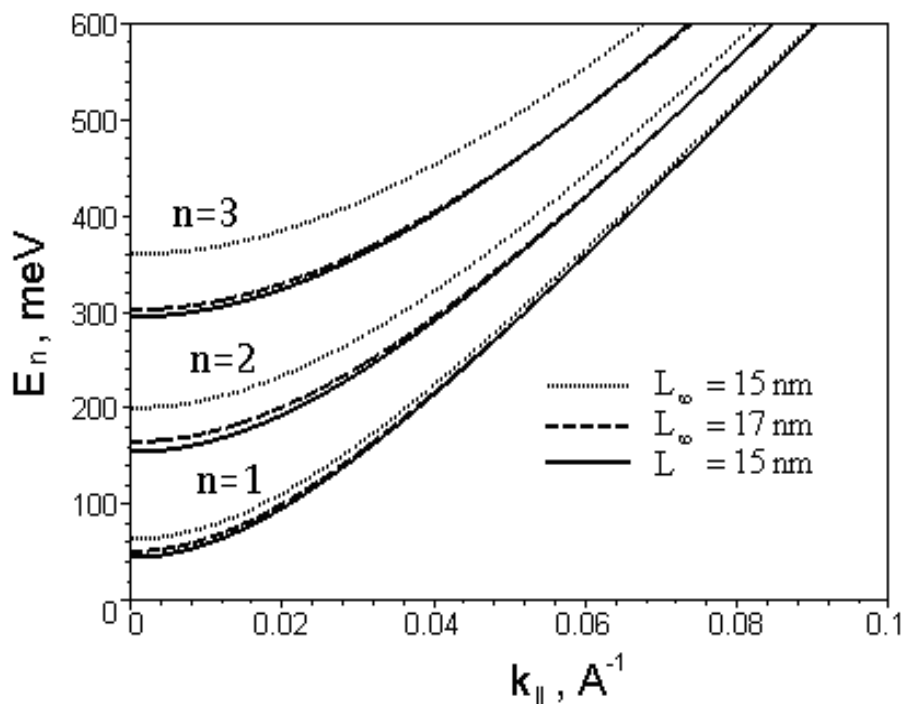
Бироқ юқоридаги усулда топилган минизоналар учун дисперсия қонуни (2.10) ва (2.11, 2.12) ёки (2.13, 2.14) муносабатлар икки ўлчамли электрон газини турлича характеристикаларини ҳисоблашга яроқли бўлиб, улардан кейинги боблардаги ҳисоблашларда фойдаланамиз.

2.3. Дисперсияни турлича аппроксимациялари

(2.10) дисперсия қонуни E га нисбатан (қолган барча материал параметрлари берилганда) трансцендент алгебраик тенгламадир. Икки ўлчамли электрон газини қатор мувозанатли статистик характеристикаларини ҳисоблашда (2.10) спектрга мос келувчи энергия ҳолатлар зичлигини билиш зарур. Ушбу масалани замонавий компютер усулларида ечиш мумкин бўлса ҳам, (2.10) тенгламани ечимини соддароқ аппроксимациясини қидириш ҳам фойдадан холи эмас. Қуйида, ушбу дисперсияни мумкин бўлган турлича аппроксимациялари таҳлил қилинади [93,96,102].

1) Ушбу дисперсия, чексиз баланд потенциал тўсиқ $V \rightarrow \infty$ моделида (2.5) каби оддий кўринишга келади $E = E_{||} + E_0 \pi^2 n^2$. Бироқ бу натижа (2.10) ни

аниқ ечимига нисбатан энергия қийматини ортиқчароқ баҳолаб юборди (айниқса, юқори сатхлар учун). Бу ерда, чексиз баланд потенциал тўсик $V \rightarrow \infty$ моделидаги (2.5) дисперсия ва (2.10) транседент тенгламани аниқ (сонли) усулда ечиб топилган дисперсияни таққослаймиз. Хисоблашларда фойдаланилган InAs/AlSb квант ўраси материал параметрлари 1.1. жадвалда келтирилган. Дастлабки учта минizona ($n_z = 1, 2, 3$) учун хисобланган $E_n(k_{\parallel})$ дисперсиялар 2.1-расмда келтирилган.



2.1. Расм. InAs/AlSb квант ўрасидаги қўйи учта минizona учун электронни дисперсияси [93]: узлуксиз чизиқлар – (2.10) формула бўйича: $L = 15$ nm, нуқтали чизиқлар – (2.5) формула бўйича: $L_{\infty} = 15$ nm, итрих чизиқлар – (2.5) формула бўйича: $L_{\infty} = 17$ nm.

Расмдан кўринадики, оддий (2.5) формула (2.10) аниқ дисперсияни ечимини яхши такрорлар экан, бунинг учун квант ўра кенглигини бошқа қийматини олиш керак $L_{\infty} (= 17 \text{ nm}) > L (= 15 \text{ nm})$. Бу шуни англатадики, кенглиги $L = 15$ nm бўлган реал экспериментал квант ўрани моделлаштириш учун (2.5) формуладан фойдаланиш мумкин, бироқ $L_{\infty} = 17$ nm деб, $L = 6$ nm ўра учун эса тахминан $L_{\infty} = 7.8 \sim 8$ nm деб олиш керак экан.

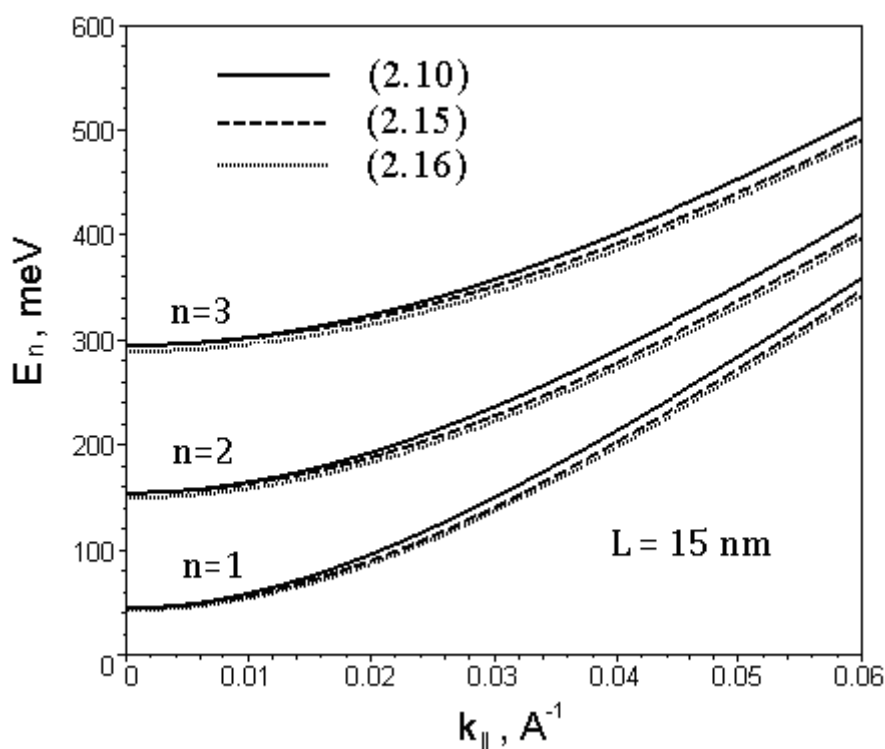
2) Агар (2.10) тенгламада арксинус аргументида $E_{\parallel} = 0$ деб олсак, у холда k_{\parallel} ўзгарувчиси яққол ажратилган тенгламани оламиз

$$E \approx \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_A} + \frac{\hbar^2}{2m_A L^2} \left[\pi \cdot n - 2 \operatorname{Arccsin} \left(\sqrt{\frac{\gamma E}{(\gamma - 1)E + V}} \right) \right]^2 \quad (2.15)$$

Агар арксинусни E/V нинг даражалари бўйича қаторга ёйиб, биринчи хад билан чеклансак, у холда (2.15) дан қуйидагини оламиз

$$E \approx \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_A} + \frac{\hbar^2}{2m_A L^2} \left(\pi^2 n^2 - 4\pi \cdot n \cdot \sqrt{\gamma E / V} \right) \quad (2.16)$$

Олинган (2.15) ва (2.16) формулаларда ҳам k_{\parallel} ўзгарувчи яққол ажралган. (2.10) трансцендент тенглама ва унинг (2.15) ва (2.16) аппроксимациялари ёрдамида ҳисобланган дисперсия чизиқлари дастлабки учта минизона учун 2.2 - расмда таққосланган.



2.2. Расм. Дастлабки учта минизона учун ҳисобланган дисперсия чизиқлари. (2.10) трансцендент тенглама ва унинг (2.15) ва (2.16) аппроксимациялари аниқлигини солиштириши, квант ўра кенглиги $L = 15 \text{ nm}$ (*InAs/AlSb*) [93].

(2.10) формула бўйича олинган дастлабки икки минizona холати [13,14] ишлардаги натижаларга жуда яқин, учинчи минizona холати эса бирнеча процентга фарқ қилади.

3) (2.10) тенгламани яна бир фойдали аппроксимациясини келтирамиз. Бунинг учун (2.10) ни қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз

$$E \left(1 + \frac{E}{E_{gA}} \right) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_A(0)} + \frac{\hbar^2}{2m_A(0)L^2} \left(\pi \cdot n - 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{1+\eta}} \right)^2 \quad (2.17)$$

бу ерда, $E_0 = \hbar^2 / 2m_A(E)L^2$, $\eta = (m_A(E)/m_B(E))(V - E_B)/E_A$, $E_A = E - \hbar^2 k^2 / 2m_A(E)$
 $E_B = E - \hbar^2 k^2 / 2m_B(E)$. (2.17) да, $k=0$ бўлганда, электрон квантланган энергияси сатхлари $E_n = E(0, n)$ ни (яъни, n -чи минizonани тубини) аниқлаш учун қуйидаги трансцендент тенглама келиб чиқади

$$E_n \left(1 + \frac{E_n}{E_{gA}} \right) = \frac{\hbar^2}{2m_A(0)L^2} \left(\pi \cdot i - 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{1+\eta_0}} \right)^2 \quad (2.18)$$

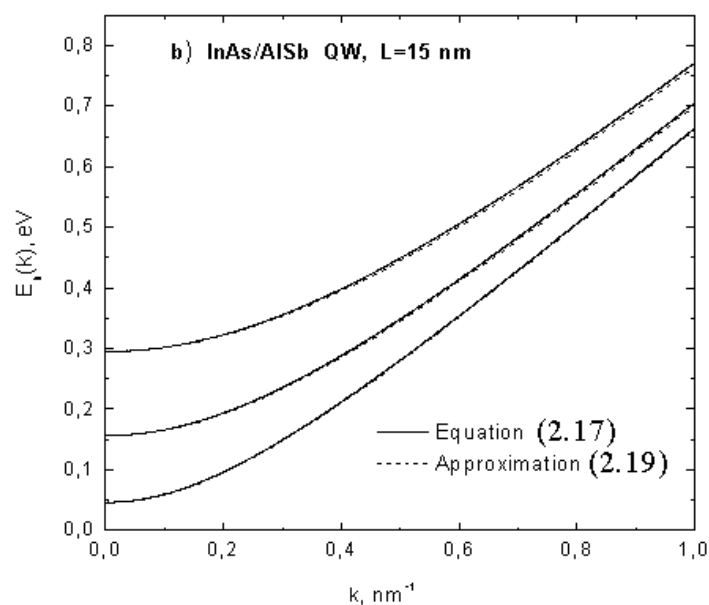
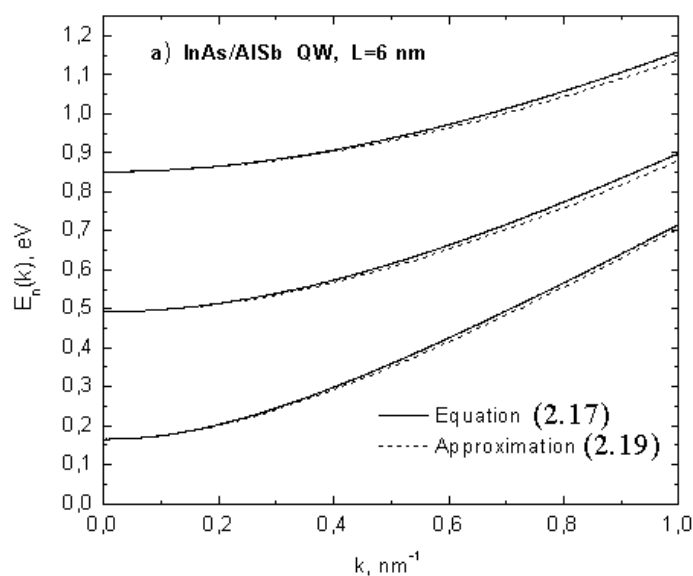
бу ерда, $\eta_0 = (m_A(E_n)/m_B(E_n))(V - E_n)/E_n$. Сонли тестлар шуни кўрсатадики, k ни ўзгаришида (2.17) тенгламани ўнг томонидаги иккинчи хад, биринчи хадга нисбатан жуда секин ўзгарар экан. Демак, агар иккинчи хадни k бўйича ўзгаришини ҳисобга олмай, уни ўрнига $k=0$ даги қийматини олсак, у ҳолда, (2.18) га кўра қуйидаги аппроксимацияни оламиз

$$E \left(1 + \frac{E}{E_{gA}} \right) \approx \frac{\hbar^2 k^2}{2m_A(0)} + E_n \left(1 + \frac{E_n}{E_{gA}} \right) \quad (2.19)$$

Бу ердаги E_n ни қиймати материаллар параметрлари берилганда, (2.18) тенгламадан топиб олинади. График кўринишда текшириш мумкинки (InAs/AlSb гетеротузилма учун қуйида келтирилган), (2.19) аппроксимация дастлабки (2.17) трансцендент тенглама ечимини L ни кенг диапазондаги қийматларида ҳам катта аниқликда такрорлайди [96,102].

Квант ўрани кенглигини $L=15$ нм қиймати учун (2.19) дан қуйидаги энергия сатхларини топамиз: $E_1 = 0.0459$ эВ, $E_2 = 0.156$ эВ, $E_3 = 0.295$ эВ, $L=6$ нм қиймати учун эса: $E_1 = 0.165$ эВ, $E_2 = 0.492$ эВ, $E_3 = 0.853$ эВ.

Хисоблашларда материаллар параметрларини 1.1. жадвалдан олинди. Энди, (2.17) тенгламани сонли ечиб топилган ва (2.19) аппроксимациядан олинган дисперсияларни солиштириш мумкин. $L=6$ нм ва $L=15$ нм кенгликдаги квант ўралар учун график таққослашлар 2.3 *a* ва *b* расмларда келтирилган бўлиб, узлуксиз чизиқлар (2.17) дан олинган, штрихли чизиқлар эса, (2.19) аппроксимациядан топилган. Графиклардан кўринишича, (2.19) аппроксимация (2.17) трансцендент тенгламани ечимини L ни қатор қимматларида ҳам жуда аниқ ифодалар экан.



2.3. Расм. InAs/AlSb гетеротузилмаси квант ўрасидаги дастлабки учта минizona дисперсияси: а) $L=6$ нм б) $L=15$ нм [96, 102].

Нопараболик дисперсияли электронлар гази статистикасини, кинетик, оптик ва бошқа характеристикаларини ўрганишда (2.19) аппроксимация жуда қулайдир. Унинг камчилиги шундаки, E_n қийматлар структуранинг параметрлари $L, V, m_{A,B}(0), \alpha_{A,B}$, га боғлиқ бўлиб, бу параметрлардан бирортаси қиймати ўзгарганда E_n ни (2.18) дан қайта ҳисоблаш керак.

4) Худди шунга ўхшаш Кейнни уч зонали моделида ҳам дисперсияни ҳисоблаш мумкин [98, 99]. InAs/AlSb гетеротузилма материаллари учун $m^* \ll m_0$ шарт бажарилгани учун (1.1. жадвал), (2.13) ва (2.14) муносабатларни ўнг томонида 1 ни ташлаб юбориш мумкин. Бундан ташқари, InAs учун $\Delta \sim E_g$, AlSb учун эса $\Delta \ll E_g$. Шунинг ҳисобига Кейнни икки ва уч зонали моделлари асосида топилган дисперсиялар катта фарқ қилмайди.

Дисперсияни Кейнни уч зонали моделида ҳисобланса, у ҳолда (2.19) ўрнига қуйидаги аппроксимацияга келамиз

$$E \approx \frac{\hbar^2 k^2}{2m_A(E)} + E_n \frac{m_A(E_n)}{m_A(E)} \quad (2.20)$$

бунда, E_n – n-чи минизона туби. Одатдагидек, уни қийматларини (2.18) тенгламадан сонли усулда топиш мумкин. InAs/AlSb гетеротузилмаси учун квант ўра кенглиги $L=15$ нм бўлганда қуйидаги энергия сатхлари келиб чиқади: $E_1 = 0,0454$ эВ, $E_2 = 0,158$ эВ, $E_3 = 0,304$ эВ [98,99]. Кант ўра кенглиги $L=6$ нм бўлганда эса: $E_2 = 0,509$ эВ, $E_3 = 0,903$ эВ. Бу ҳисоблар шунинг кўрсатадики, Кейнни икки ва уч зонали моделлари асосида топилган электрон энергия сатхлари ўзаро яқин экан.

Уч зонали модел асосида (2.17) транседент тенгламадан ва (2.20) аппроксимациядан ҳисобланган дисперсия $E(n,k)$ чизиқлари 2.4 а ва б расмларда келтирилган.

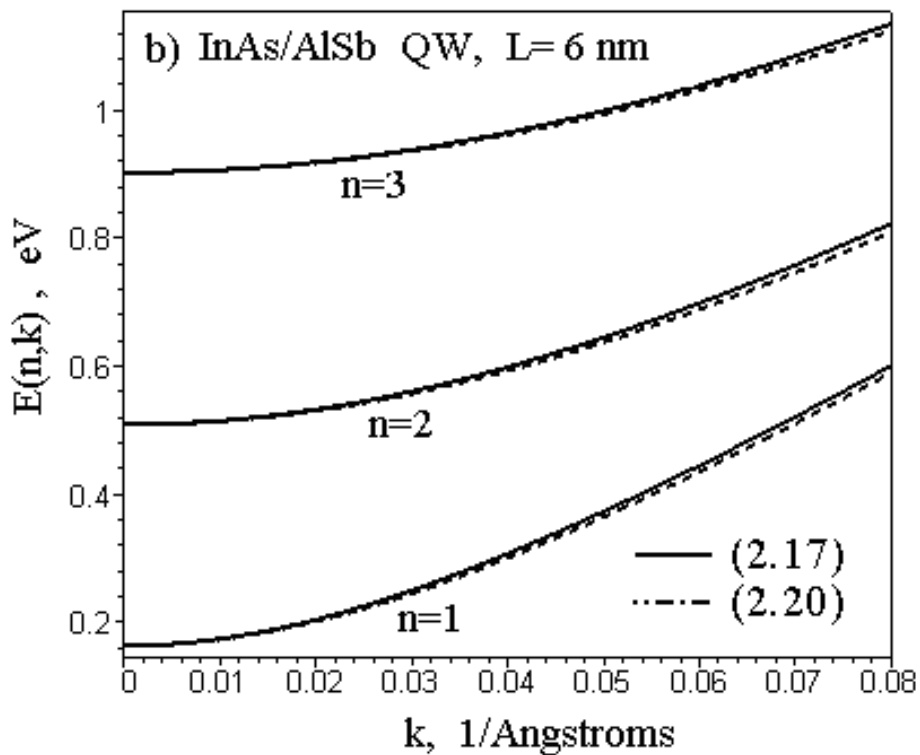
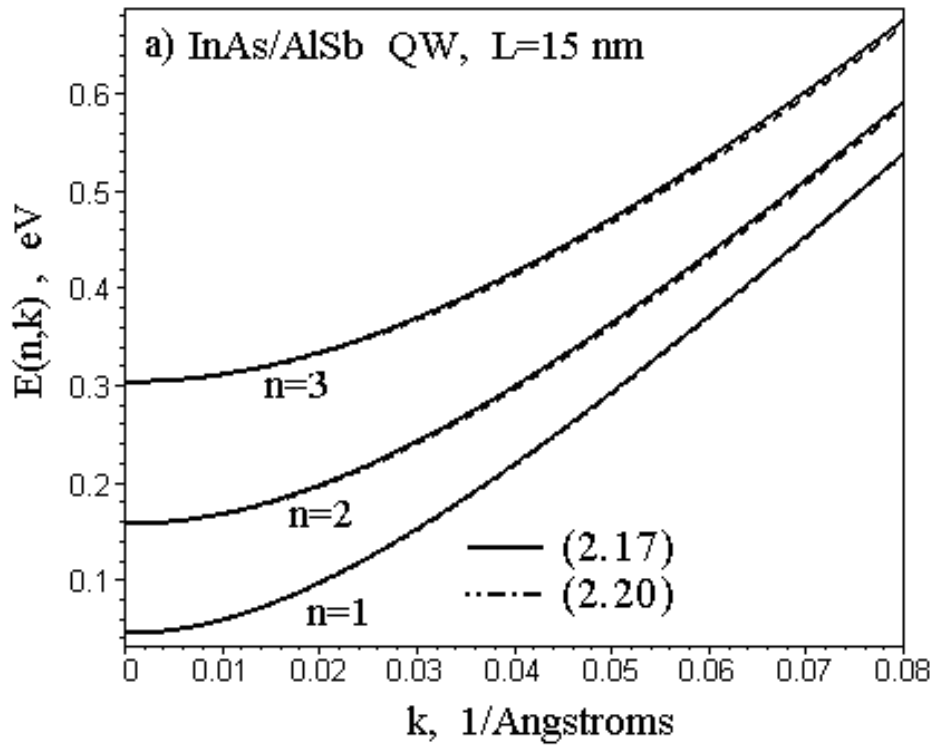
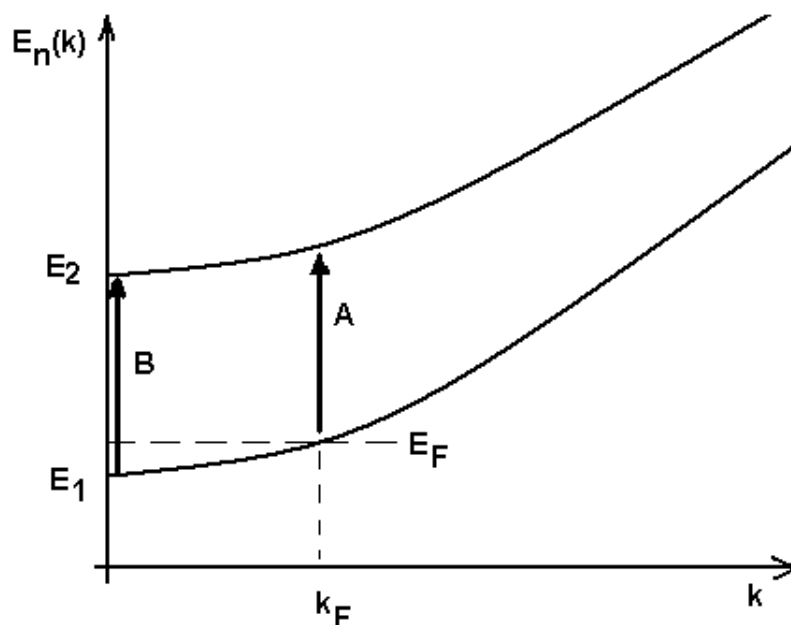


Рис.2.4. InAs/AlSb квант ўрасида дастлабки учта ($n=1,2,3$) минizona учун дисперсия чизиқлари: узлуксиз чизиқ – (2.17) тенгламадан, штрихли чизиқ –(2.20) аппроксимациядан олинди; а) $L=15$ нм, б) $L=6$ нм.

2.4. Минизоналараро электрон ўтиш энергиясини оддий баҳолаш.

Тажрибалар билан таққослаш

Кучсиз легирланган гетеротузилмалар ўрасида Ферми энергияси асосий минизона туби E_1 га нисбатан бирнеча ўнлаб мЭВ юқорида ётади. Тасаввур қилиш учун, дастлабки иккита сатх,а Ферми энергияси ҳолати ва мумкин бўлган электрон ўтишлар (А ва В) 2.5. расмда кўрсатилган. Икки ўлчамли минизоналар кучли нопараболиклиги, юқори минизоналар эса қуйидагиларга нисбатан кучлироқ нопараболиклиги сабабли, энергия тирқиши E_{12} - тўлқин вектори k га боғлиқдир.



2.5. Расм. Квант ўрадаги минизоналараро E_{12} электрон ўтишлар тасвири

Ушбу ҳолда, электронлар оптик ўтишлари A стрелка билан кўрсатилган ва унга зарур бўлган энергия $E_{12}(k_F) = E_2(k_F) - E_1(k_F)$.

Агар квант ўрада электронлар концентрацияси етарлича кичик бўлса, у ҳолда, $k_F \approx 0$ ва Ферми сатхи биринчи минизона туби яқинида ётади. У ҳолда, оптик ўтишлар B нуқтада содир бўлиб, унга зарур бўлган энергия $E_{12}(0) \approx E_2(0) - E_1(0)$. Қуйида, фақат B ўтишлар энергиясини турли тақрибийликларда ҳисоблаш кўриб чиқилади.

1) [84] ишда B ўтишлар энергияси оддий хол – чексиз чуқур квант ўра тақрибийлигида ҳисобланган. Ушбу моделга кўра, электрон дисперсиясини қуйидагича ёзиш мумкин

$$\chi(E) = E_{\parallel} + E_n \quad (2.21)$$

бу ерда, E - тўла энергия, $E_{\parallel} = \hbar^2 k_{\parallel}^2 / 2m(0)$ - квант ўра текислигига параллел ҳаракат энергияси, $k_{\parallel}^2 = k_x^2 + k_y^2$, $m(0) = m_n$ - ўтказувчанлик зонаси тубидаги электрон эффектив массаси, E_n - квантланган энергия сатхлари

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m(0)} = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m(0)L^2} = E_1 n^2, \quad k_n = k_z = \frac{\pi n}{L} \quad (2.22)$$

Энергия хажмий InAs яримўтказгич ўтказувчанлик зонаси тубидан ҳисобланади. Ўтказувчанлик зонаси нопараболиклиги қуйидаги аппроксимация билан ифодаланган [103]

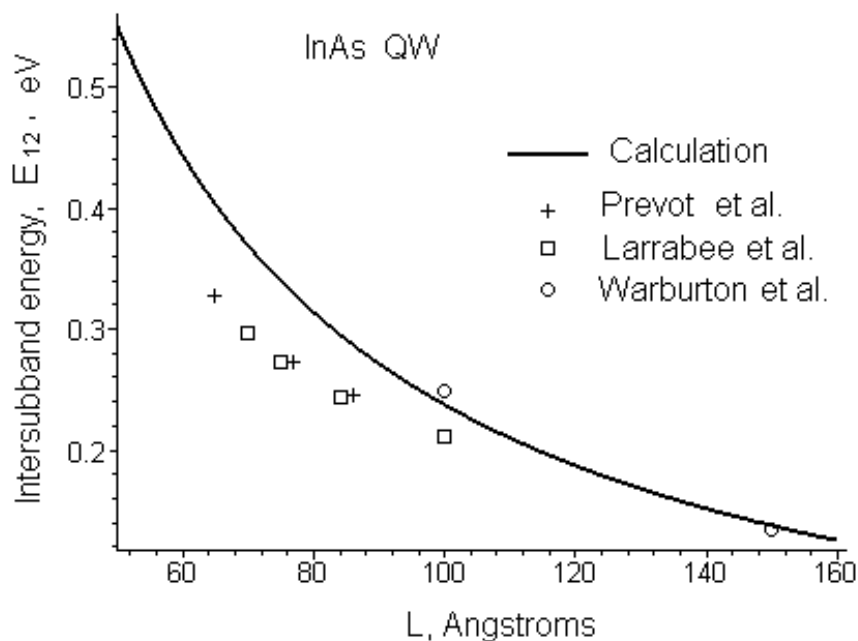
$$\chi(E) = E(1 + \alpha E + \beta E^2), \quad \alpha = \frac{1}{E_g} \left(1 - \frac{m_n}{m_0}\right)^2, \quad \beta = -\frac{2}{E_g^2} \frac{m_n}{m_0} \left(1 - \frac{m_n}{m_0}\right) \quad (2.23)$$

Ҳисоблашларда InAs параметрлари учун қуйидаги қийматлар ишлатилган: $E_g = 0.42$ eV, $m_n/m_0 = 0.023$, $\alpha = 2.27$ eV⁻¹ и $\beta = -0.26$ eV⁻². $E_1(0)$ ва $E_2(0)$ энергия сатхлари $k_{\parallel} = 0$ деб, қуйидаги тенгламадан топилади

$$\chi(E) = E(1 + \alpha E + \beta E^2) = E_n \quad (2.24)$$

2.6. расмда E_{12} ни квант ўра кенглиги L га боғланишини ҳисоблаш натижалари тасвирланган. Шу расмда яна минизоналараро E_{12} ўтишни тажрибаларда ўлчанган натижалари ҳам кўрсатилган [13, 104-105].

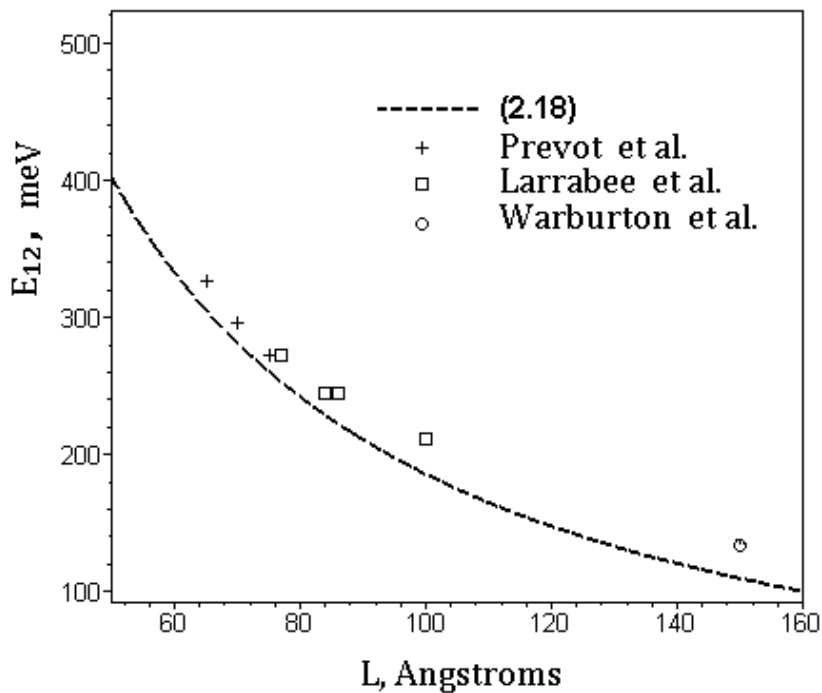
Расмдан кўринадик, оддий (2.24) модел факт кенгрок квант ўралардагина сифат жихатдан тўғри натижа беради. Масалан, кенглиги $L = 15$ nm = 150 Å бўлган квант ўра учун ҳисоблаш натижаси $E_{12} = 0.1364$ eV га тенг бўлиб, тажриба қиймати эса 0.134 eV [13].



2.6. Расм. InAs квант ўрасида минизоналараро $E_{12}(0)$ оптик ўтиш энергиясини ўра кенглигига боғланиши. Тажриба натижалари : крест белгилар [104], квадратлар - [105], айланачалар - [13], узлуксиз чизик эса - (2.24) моделдан.

L камайиб борса (2.24) моделдан ҳисобланган натижалар тажриба натижасижан анча узоқлаша борар экан. Бу фарқ – моделда ҳисобга олинмаган хусусиятлар: потенциал барер баландлигини чеклилиги (~1.35 eV), кристал панжара доимийлари фарқи ҳисобига гетеротузилмадаги деформация, ва яна деполяризацион силжиш эффекти сабабига содир бўлган бўлиши мумкин.

2) [93,94] тадқиқот ишларида $E_{12}(0)$ энергияни ҳисоблаш учун чекли чуқурликдаги квант ўра моделидан фойдаланилган. Бу ҳолда, квантланган энергия сатхлари E_1 ва E_2 ни (2.18) тенгламадан аниқлаш мумкин. InAs/AlSb квант ўраси учун, 2.7. расмда E_{12} энергияни ўра кенглигига боғланиши келтирилган. Шу расмда яна E_{12} ўтиш энергиясини [13, 104-105] тажрибаларда ўлчанган натижалари ҳам келтирилган.



2.7. Расм. InAs/AlSb гетеротузилмасида минизоналараро оптик ўтиш энергияси E_{12} ни квант ўра кенглигига боғлиниши ва уни [13,104-105] тажрибалар билан таққослаш.

Сатхларни деполяризация эффекти ҳисобига силжиши [13] ишда муҳокама қилинган. Бу эффект, 1-2 ўтиш энергияси E_{12} ни $\overline{E_{12}} = \sqrt{E_{12}^2 + E_p^2}$ катталиқка қадар силжитар экан. Бу ерда, E_p - электрон газни плазмали тебранишлар энергияси. Бу энергияни баҳолаш мураккаб бўлиб, фақат чексиз чуқур ўра моделида E_p - икки ўлчамли электрон газ n_s концентрациясига тўғри, ўра кенглиги L га тескари пропорционал экан. [13] ишдаги баҳолашларга кўра: $L=15$ nm бўлганда E_p қиймати - ўнлаб meV ни ташкил этар экан.

Шундай қилиб, 2.7 расмда кўрсатилган минизоналараро E_{12} оптик ўтиш энергиясини назарий қиймати тажриба қийматларидан бироз пастда ётиш керак экан. Бироқ, назарий ҳисобланган E_{12} қийматлари, айниқса каттароқ L ларда тажрибадан анчагина пастлаб кетган. Шунга қарамай, юқоридаги модел $E_{12}(L)$ боғлинишни тушинтиришда тажриба натижаларини қониқарли изохлай олар экан.

Хулосалар

Назарияда икки ўлчамли электронлар дисперсияси нопараболиклигини ҳисобга олиш – муҳим фактларга олиб келар экан:

1. Эффе́ктив массани энергияга боғланиши туфайли, фазовий квантланишдаги энергия сатхлари (минизоналар туби) - параболик моделга нисбатан анча пастга сурилар экан.

2. Зона нопараболиклиги ҳисобига, турли минизоналар турлича эгриликка эга бўлиб, натижада минизоналараро масофа E_{12} икки ўлчамли $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ тўлқин векторини функцияси бўлиши мумкин.

3. (2.10) дисперсион тенглама икки зонали модел асосидаги энергияга боғлиқ (2.11) ва (2.12) массалар билан биргаликда фойдаланилса, AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасида электрон дисперсияси ва энергия сатхларини қониқарли баҳолай олар экан. Олинган натижалар - уч зонали (2.13, 2.14) моделга ўтилганда унчалик катта ўзгармас экан.

4. (2.17) трансцендент тенгламани сонли ечиш ўрнига, уни (2.19) аппроксимациясидан фойдаланиш мумкин ва қулай экан. Бунинг учун, аввалдан (2.18) тенгламани сонли ечиб, энергия сатхларини аниқлаш зарур бўлади. Ушбу аппроксимация энергия ҳолатлар зичлигини анча осон ҳисоблашга имкон беради ва буни ёрдамида икки ўлчамли электронлар газини муҳим статистик характеристикаларини аниқлашга имкон беради.

III-БОБ. ИККИ ЎЛЧАМЛИ ЭЛЕКТРОН ГАЗДА ЭНЕРГИЯ ХОЛАТЛАРИ ЗИЧЛИГИ

Реал квант ўраларда ток ташувчилар табиатини ўрганиш – hozirgi вақтда долзарб масалалардан хисобланади. Маълумки, бундай структуралар макроскопик характеристикалари - электронларни (ковакларни) энергия холатлари зичлигига ва шу туфайли структурани ўлчамга боғлиқ бўлиб, бу боғланишлар осцилляцияланиш табиатига эга [15,26,27,31,73].

Квант ўра кенглиги ортса - осцилляция амплитудаси камая бориб, система ўзини хажмий материалдаги каби тутди. Одатда, ток ташувчиларни энергия спектри квантланиши туфайли намоён бўладиган эффектлар – паст температураларда ва электрон харакатчанлиги катта бўлган материалларда кузатилади.

Хозирги вақтда квант ўраларда икки ўлчамли электронлар энергия холатлари зичлигини ўрганувчи бирнеча экспериментал усуллари мавжуд. Масалан, кўндаланг магнит майдонида икки ўлчамли электронлар энергия холатлари зичлигини ўрганиш усуллари [31] обзорда баён қилинган. [106] ишда эса, вольт-фарада характеристикаси асосида гетеротузилмалардаги квант ўралар ва квант нуқталар ансамблида электронлар энергия холатлари зичлигини ўрганиш муҳокама қилинган.

Маълумки, мухитни нобиржинслилиги, электронлараро ва электрон-фононлараро ўзаро таъсирлар хисобига газни энергия холатлари зичлиги мураккаб табиатга эга бўлиб, у температурага ҳам боғлиқ бўлиши мумкин [107]. Фақат идеал газ (масалан, уч ўлчамли) моделида ва паст температуралардагина холатлар зичлигини энергияга боғланиши $\sim \sqrt{E}$.

Ушбу бобда зона нопараболиклигини хисобга олиб, икки ўлчамли электрон газини термодинамик холатлар зичлигини температурага боғланишини тадқиқот натижалари баён қилинади. Дастлаб, холатлар зичлигини параболик зона учун хисоблаш қараб чиқилади. Кейинги хисоблашларда ўтказувчанлик зонаси нопараболиклиги хисобга олинади.

Холатлар зичлигини табиатида температурани ва зона нопараболиклигини роли кўрсатилган: дисперсия қонуни нопараболиклиги температурани кенг интервалида ҳам намон бўлар экан. Энергия бўйича сакраб ўзгараётган холатлар зичлиги - температура орта боришида аста ювилиб кетар экан.

3.1. Энергия холатлари зичлиги - чексиз чуқур квант ўра моделида.

Параболик дисперсия

[82,83] тадқиқот ишларида температурани икки ўлчамли электрон газини энергия холатлари зичлигига таъсири ўрганилган. Сатхларни термик кенгайиши - Шокли-Рид-Холл статистикаси [108,109] ёрдамида тавсифланади. Температурани ортиб бориши билан, холатлар зичлигини “зинасимон” ўзгариши текисланиб силлиқлаша борар экан.

Квант ўрадаги электронни тўла энергияси – ўра текислигига перпендикуляр ҳаракатда квантланиб қолган дискрет сатхлардан ва параллел ҳаракатдаги узлуксиз энергия компоненталаридан иборат. Чексиз чуқур квант ўра моделида, параболик зона учун электронлар спектрини қуйидагича ёзиш мумкин

$$E = E_k + E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2}, \quad E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2} = E_1 n^2 \quad (3.1)$$

бу ерда, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, $n = 1, 2, 3, \dots$, m – эффектив масса, L – ўра кенглиги.

Энергия холатлари зичлигини топиш учун, тўла зарралар сони тенгламасидан фойдаланамиз. Спинлар бўйича йиғинди ҳисоблангандан сўнг, у қуйидаги кўринишда бўлади

$$\begin{aligned} N &= 2 \frac{L_x L_y}{(2\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \int dk_x dk_y \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{T}} + 1} = 2 \frac{L_x L_y}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} k dk \frac{1}{e^{\frac{E_k + E_n - \mu}{T}} + 1} = \\ &= 2 \frac{L_x L_y}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} dE_k \frac{1}{e^{\frac{E_k + E_n - \mu}{T}} + 1} = \frac{L_x L_y}{\pi} \frac{m}{\hbar^2} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} dE \frac{\Theta(E - E_n)}{e^{\frac{E-\mu}{T}} + 1} \end{aligned} \quad (3.2)$$

бу ерда, L_x, L_y – наъмунани x ва y йўналишлардаги ўлчамлари, $\Theta(E - E_n)$ – Хевисайд функцияси

$$\Theta(E - E_n) = \begin{cases} 1, & E > E_n \\ 0, & E < E_n \end{cases}.$$

(3.2) дан қуйидагини олиш мумкин

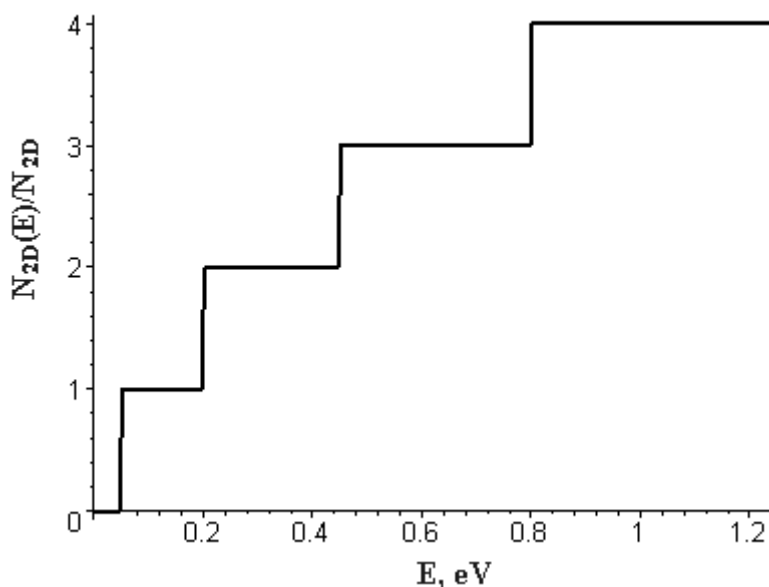
$$n_{3D} = \frac{n_{2D}}{L} = \frac{N}{L_x L_y L} = \frac{1}{\pi} \frac{m}{\hbar^2 L} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} dE \frac{\Theta(E - E_n)}{e^{\frac{E-\mu}{T}} + 1} = \int_0^{\infty} N_{3D}(E) f(E) dE \quad (3.3)$$

$$n_{2D} = \frac{N}{L_x L_y} = \frac{1}{\pi} \frac{m}{\hbar^2} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} dE \frac{\Theta(E - E_n)}{e^{\frac{E-\mu}{T}} + 1} = \int_0^{\infty} N_{2D}(E) f(E) dE \quad (3.4)$$

Бу ердан икки ўлчамли электрон газидаги энергия ҳолатлар зичлиги учун қуйидаги ифодани оламиз

$$N_{2D}(E) = N_{2D} \sum_{n=1}^{\infty} \Theta(E - E_n), \quad N_{2D} = \frac{m}{\pi \hbar^2} \quad (3.5)$$

$N_{2D}(E) / N_{2D}$ функция графиги $E_1 = 0.05$ eV учун 3.1.расмда тасвирланган



3.1.Расм. Икки ўлчамли электрон газида ҳолатлар зичлигини энергияга боғланиши: $E_1 = 0.05$ eV

Расмдан кўринадики, икки ўлчамли электрон гази ҳолатлар зичлиги энергияга кучли боғлиқ экан.

Қуйида ҳолатлар зичлигига температурани таъсири қараб чиқилади. Бу таъсир [108-110] ишларда GN - функцияси ёрдамида ўрганилган (GN - функция - электронни E энергияли ҳолатдан термик генерацияланиш эҳтимоллигидан энергия бўйича ҳосиласидир). Бу ишларда кўрсатилишича, ҳолатлар зичлигини температурага боғланишини - тўла ҳолатлар зичлигини GN - функциялар бўйича қаторга ёйиб ҳисоблаш мумкин экан

$$N(E, T) = \sum_{i=1}^{I_m} N(E_i) GN(E_i, E, T) \Delta E \quad (3.6)$$

бу ерда, $N(E_i)$ - нол температурадаги ҳолатлар зичлиги (3.5). Масалада қаралаётган энергия интервали E_{\min} , E_{\max} тенг майда $\Delta E = (E_{\max} - E_{\min}) / I_m$ бўлақларга бўлинади, у ҳолда $E_i = i \Delta E$. Температура нолга интилганда $T \rightarrow 0$, GN - функция Диракни дельта функцияси $\delta(E_i - E)$ га ўтади. Агар энергия бўлақчаларижуда кичик бўлса $\Delta E \rightarrow 0$, (3.6) суммани интегралга алмаштириш мумкин. У ҳолда

$$N(E, T) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} N(E') GN(E', E, T) dE' \quad (3.7)$$

(3.5) ва (3.7) муносабатлардан фойдаланиб, қуйидагини топамиз

$$N(E, T) = N_0 \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \sum_{n=1}^{\infty} \Theta(E' - E_n) GN(E', E, T) dE' = N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{E_n}^{\infty} GN(E', E, T) dE' \quad (3.8)$$

GN -функцияни $|E' - E| \rightarrow \infty$ лимитларда тез нолга интилишини ҳисобга олиб, интеграл юқори чегарасини чексизликка алмаштириш мумкин. $\rho(E_0, E, T)$ и $GN(E_0, E, T)$ функцияларни яққол кўринишини келтирамыз [108]

$$\rho(E_0, E, T) = 1 - \exp\left(-\exp\left(\frac{E_0 - E}{T}\right)\right),$$

$$GN(E_0, E, T) = \frac{\partial \rho(E_0, E, T)}{\partial E_0} = \frac{1}{T} \exp\left(\frac{E_0 - E}{T} - \exp\left(\frac{E_0 - E}{T}\right)\right),$$

Ва булардан фойдаланиб, қуйидаги муносабатга келамиз

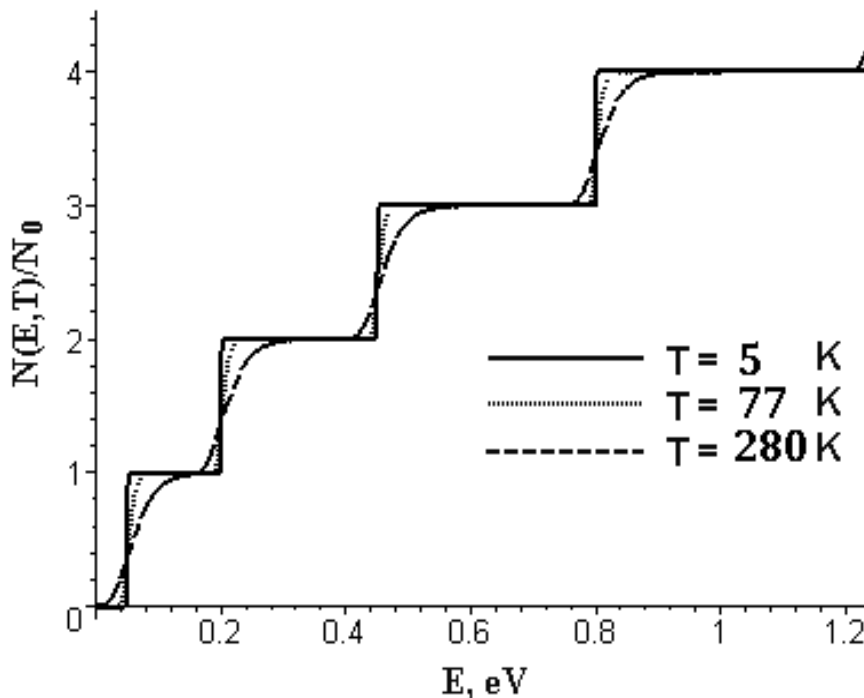
$$N(E, T) = N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{E_n}^{\infty} \frac{\partial \rho(E', E, T)}{\partial E'} dE' = N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \rho(E', E, T) \Big|_{E_n}^{\infty} = N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\exp\left(\frac{E_n - E}{T}\right)\right) \quad (3.9)$$

ёки

$$\frac{N(E,T)}{N_0} = \sum_{n=1}^N \exp\left(-\exp\left(\frac{E_n - E}{T}\right)\right), \quad E_n = E_1 n^2. \quad (3.10)$$

Турлича температураларда икки ўлчамли электрон газ холатлар зичлигини энергияга боғланиши

3.2. расмда (3.10) формула бўйича холатлар зичлиги $N(E,T)/N_0$ ни турлича температураларда ва $N=5$, $E_1=0.05\text{ eV}$ қийматлардаги энергияга боғланиш графиги тасвирланган. Расмдан кўринадики, температура ўзгариши $N(E,T)$ формасига сезиларли таъсир кўрсатар экан. Паст температураларда электронларни энергетик сатхлардан термик генерацияси кучсиз бўлиб, бу сатхлар кенглигини унчалик ўзгартирмайди ва холатлар зичлиги кескин зинасимон кўринишини сақлайди.



3.2. Расм. Турлича температураларда икки ўлчамли электрон газ холатлар зичлигини энергияга боғланиши: $E_1 = 0.05\text{ eV}$

Температуранинг юқори даражаларида электронларнинг энергия сатхларидан термик генерацияси кучаяди. Бу эса, сатхларнинг сезиларли

кенгайишига олиб келади. Натижада, температура ҳолатлар зичлигини зинасимон ўзгаришини ювва бошлайди ва зиначалар энди силлиқ ўзгарувчи чизиқларга айланади.

3.2. Энергия ҳолатлари зичлиги - чексиз чуқур квант ўра моделида.

Нопараболик дисперсия

[81, 84, 86-88] ишларда икки ўлчамли электрон газида ҳолатлар зичлиги нопараболик зона ва чексиз чуқур квант ўра моделида ўрганилган.

[84] ишда газни ҳолатлар зичлиги сонли ўрганилган бўлиб, квант ўра материали сифатида тор зонали InAs ва InSb яримўтказгичлари олинган. Ушбу моделга кўра, электронни энергетик спектрини қуйидаги кўринишда олиш мумкин

$$\chi(E) = E_{\parallel} + E_n \quad (3.11)$$

бунда

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m(0)} = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m(0)L^2} = E_1 n^2, \quad k_n = k_z = \frac{\pi n}{L} \quad (3.12)$$

ва

$$\chi(E) = E(1 + \alpha E + \beta E^2), \quad \alpha = \frac{1}{E_g} \left(1 - \frac{m_n}{m_0}\right)^2, \quad \beta = -\frac{2}{E_g^2} \frac{m_n}{m_0} \left(1 - \frac{m_n}{m_0}\right), \quad (3.13)$$

$E_{\parallel} = \hbar^2 k_{\parallel}^2 / 2m(0)$, $k_{\parallel}^2 = k_x^2 + k_y^2$, m_0 - эркин электрон массаси, E_g - тақиқланган зона кенглиги. Энергияни саноқ боши деб массив яримўтказгичдаги зона туби олинган.

InAs ва InSb учун ҳисоблашларда фойдаланилган зона параметрлари

3.1. жадвалда келтирилган.

Таблица 3.1

Compounds	InSb	InAs
$E_g, \text{ eV}$	0.237	0.42
m_n / m_0	0.014	0.023
$\alpha, \text{ eV}^{-1}$	4.1	2.27
$\beta, \text{ eV}^{-2}$	-0.5	-0.26

n – чи минizona туби қуйидаги тенгламадан топилди ($k_{\parallel} = 0$)

$$\chi(E) = E(1 + \alpha E + \beta E^2) = E_n \quad (3.14)$$

Холатлар зичлигини аниқлаш учун системадаги тўла зарралар сони тенгламасидан фойдаланилган. Спин бўйича сумма ҳисоблангандан сўнг, уни қуйидагича ёзиш мумкин

$$N = 2 \frac{L_x L_y}{(2\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \int dk_x dk_y f(E) \quad (3.15)$$

Бу ерда, $f(E)$ - Ферми-Дирак тақсимот функцияси. $dk_x dk_y$ дифференциал ифодани поляр координаталарда ёзиб, k_{\parallel}^2 ни (3.11) га кўра тўла энергия орқали ифодалаб ва $\chi(E) - E$ мусбат эканлигини назарда тутиб, (3.15) ни қуйидаги кўринишга келтирилган

$$N = \frac{L_x L_y}{\pi} \frac{m(0)}{\hbar^2} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\partial \chi(E)}{\partial E} f(E) \Theta[\chi(E) - E_n] dE \quad (3.16)$$

бунда, $\Theta(x)$ - Хевисайд функцияси. Шундай қилиб, икки ўлчамли концентрация учун қуйидаги муносабатни ёзиш мумкин

$$n_{2D} = \frac{N}{L_x L_y} = \frac{m(0)}{\pi \hbar^2} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\partial \chi(E)}{\partial E} f(E) \Theta[\chi(E) - E_n] dE = \int_0^{\infty} N(E) f(E) dE \quad (3.17)$$

Бу ердан, газ холатлар зичлигини аниқлаш мумкин

$$N(E) = N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial \chi(E)}{\partial E} \Theta[\chi(E) - E_n] \quad (3.18)$$

ёки, яққол кўринишда

$$N(E) = N_0 \sum_{n=1}^{\infty} (1 + 2\alpha E + 3\beta E^2) \Theta[E(1 + \alpha E + \beta E^2) - E_n] \quad (3.19)$$

Бу ерда

$$N_0 = \frac{m_n}{\pi \hbar^2} = \frac{m_n}{m_0} \frac{0,413 \cdot 10^{15}}{\text{eV} \cdot \text{Å}^2}, \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_n L^2} = \frac{\pi^2 3,81 \text{ eV}}{(m_n/m_0)(L/\text{Å})^2} = \frac{37,6 \text{ eV}}{(m_n/m_0)(L/\text{Å})^2}$$

Хусусий ҳолда, агар $\alpha = \beta = 0$ десак, (3.19) дан параболик дисперсия учун маълум бўлган формула келиб чиқади [15]: $N(E) = N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \Theta(E - E_n)$. (3.19)

формулани қуйидаги кўринишда ёзайлик

$$N(E) = N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m(E)}{m_n} \Theta[E(1 + \alpha E + \beta E^2) - E_n] \quad (3.20)$$

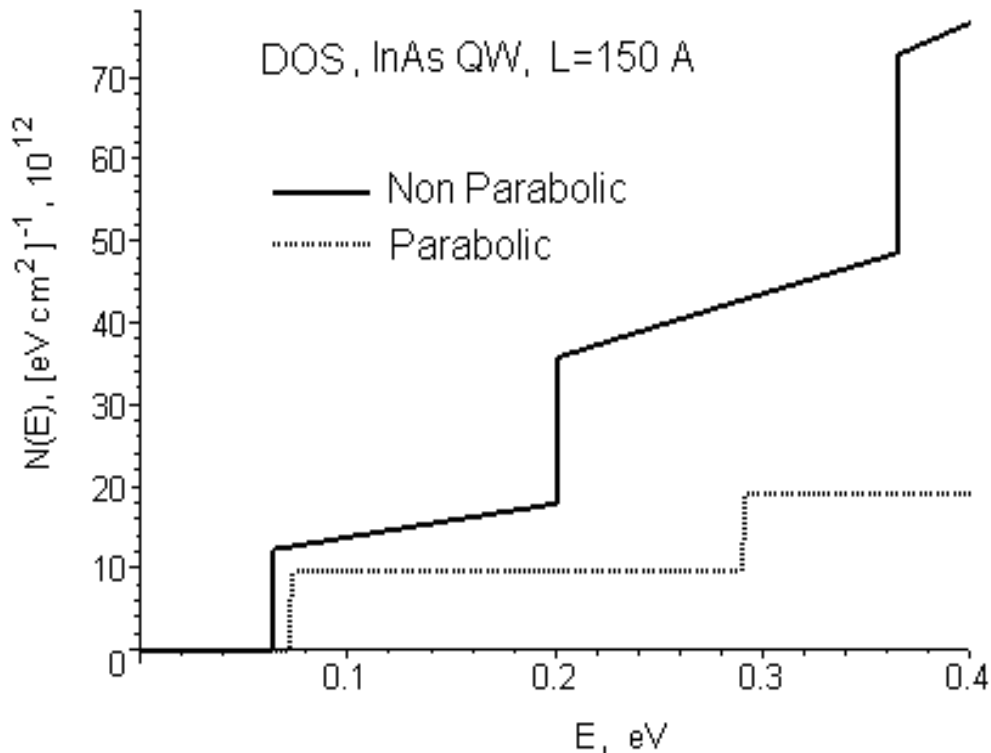
бунда

$$m(E) = m_n(1 + 2\alpha E + 3\beta E^2) \quad (3.21)$$

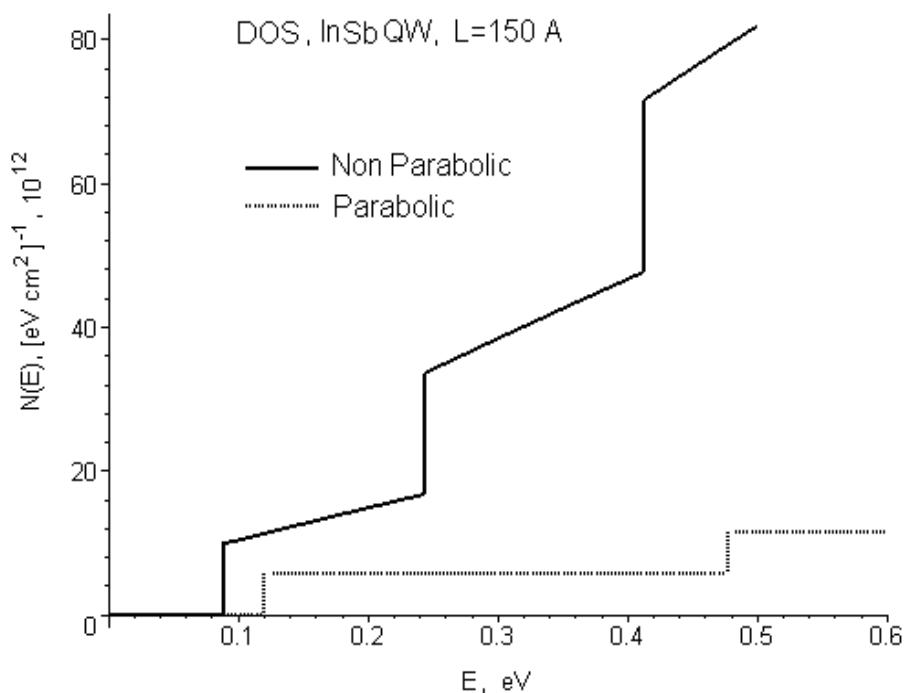
энергияга боғлиқ электрон эффектив массаси. Адабиётларда уни холатлар зичлиги учун эффектив масса деб хам аташади. (3.11) ва (3.13) спектрларни ҳисобга олинса, (3.21) ифода «транспорт» масса таърифи

$$\frac{1}{m_{\parallel}(E)} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{1}{k_{\parallel}} \frac{\partial E}{\partial k_{\parallel}} \quad (3.22)$$

дан хам келиб чиқади. Қуйида, 3.3 ва 3.4 расмларда, кенглиги $L = 15 \text{ nm}$ бўлган InAs ва InSb квант ўрасида электрон газни холатлар зичлигини энергияга боғланиши тасвирланган бўлиб, (3.19) формула бўйича ҳисобланган.



3.3. Расм. Кенглиги $L = 15 \text{ nm}$ бўлган InAs квант ўрасида, $T=0 \text{ K}$ да электрон газини холатлар зичлигини энергияга боғланиши: (3.19) дан. Узлуксиз чизиқлар нопараболик, а нуқтали чизиқлар – параболик дисперсияга мос.



3.4. Расм. Кенглиги $L = 15\text{ nm}$ бўлган $InSb$ квант ўрасида, $T=0\text{ K}$ да электрон газини ҳолатлар зичлигини энергияга боғланиши: (3.19) дан. Узлуксиз чизиқлар нопараболик, а нуқтали чизиқлар – параболик дисперсияга мос.

Ушбу графиклардан кўринадикки, электрон дисперсиясидаги нопараболиклик куйидагиларга олиб келади:

- Хар бир минizona туби параболик холга нисбатан пастга силжийди. Бу шундан келиб чиқадики, минizonалар туби (энергия сатхлари) эффектив масса $m(E)$ га тескари пропорционалдир.

- Холат зичлигини сакраш баландлиги ҳам энергия бўйича ортар экан, чунки у $m(E)$ га пропорционал.

- Хар бир минizona ичида холатлар хичлиги деярли чизиқли ортади.

(3.19) га кўра, хар бир минizona ичида холатлар зичлигини энергия бўйича ўзгариши квадратик бўлиш керак эди. Бироқ, бу тузатма графикда деярли сезилмайди, чунки $InAs$, $InSb$ лар учун β қиймати жуда кичикдир.

[108-110] ишларда кўрсатилганки, холатлар зичлигини температурага боғланишини $N(E, T)$ ни GN-функциялар бўйича қаторга ёйиш орқали топиш мумкин. GN функция - электронни E энергияли холатдан термик

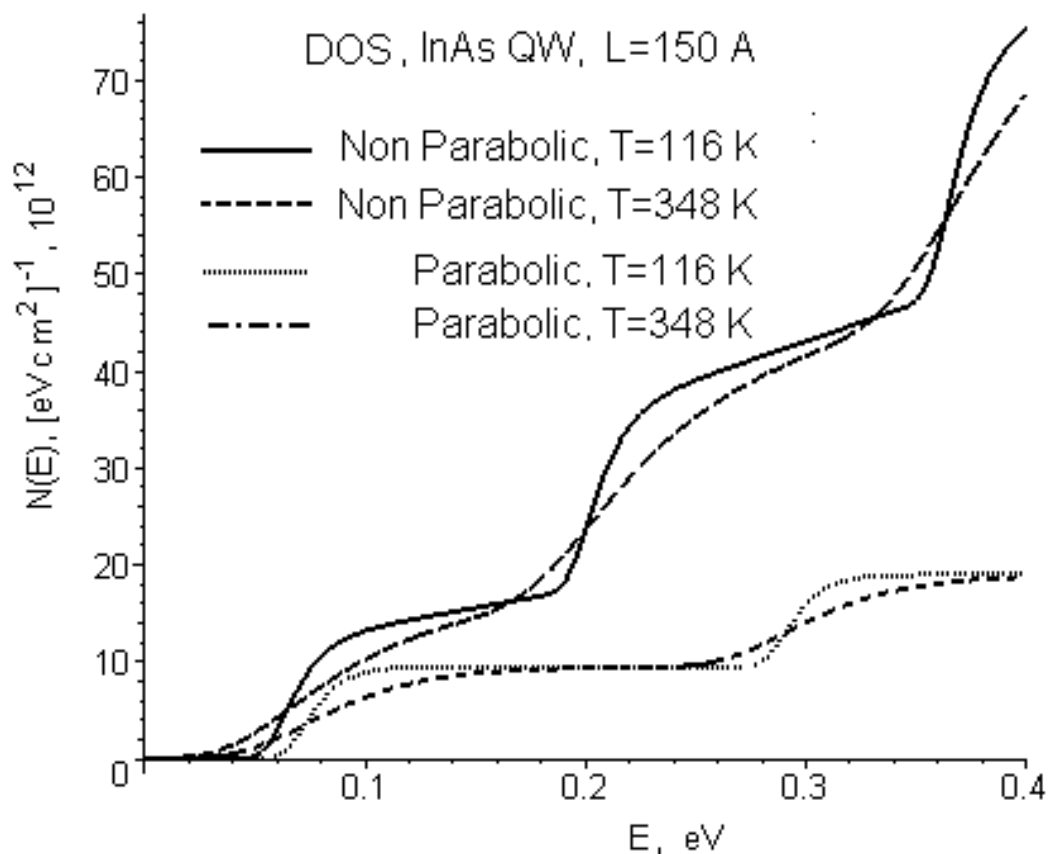
генерацияланиш эхтимоллигидан энергия буйича хосиласидир. Бу ёйилмани интеграл орқали қуйидагича ёзиш мумкин

$$N(E,T) = \int_0^{\infty} N(E',0)GN(E',E,T)dE' \quad (3.23)$$

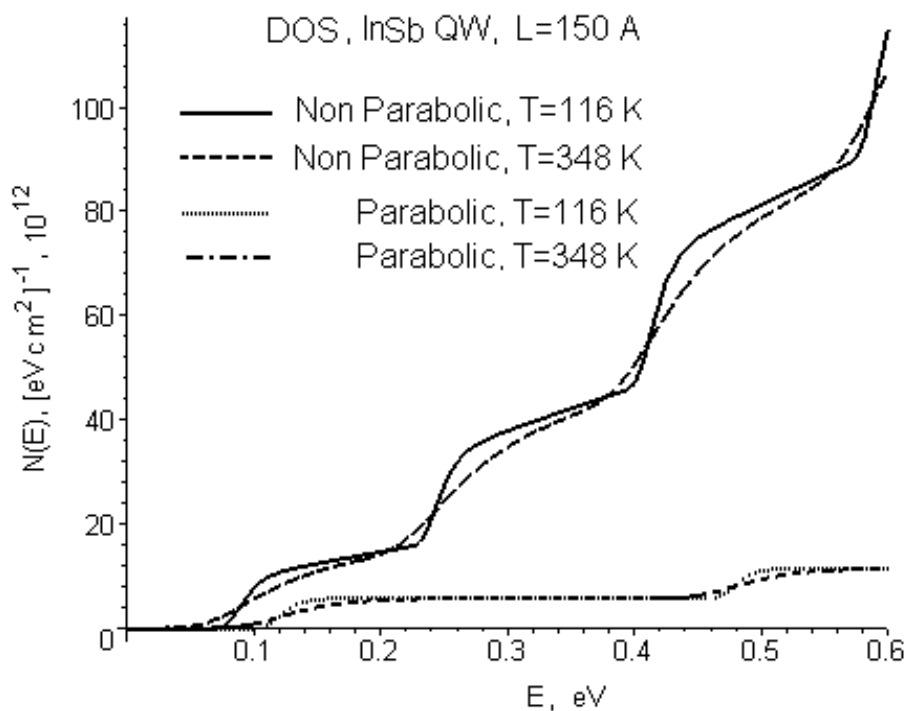
бунда

$$GN(E',E,T) = \frac{1}{T} \exp\left[\frac{E'-E}{T} - \exp\left(\frac{E'-E}{T}\right)\right] \quad (3.24)$$

(3.19),(3.23) ва (3.24) муносабатлардан фойдаланиб, T температура ва ўра кенглиги L ни берилган қийматларида $N(E,T)$ боғланиш графигини чизиш мумкин. 3.5 ва 3.6 расмларда кенглиги $L = 15 \text{ nm}$ бўлган InAs ва InSb квант ўралари учун турли температураларда $N(E,T)$ боғланиш графиги (3.23) формула асосида чизилган.



3.5. Расм. InAs квант ўрасида электрон газининг ҳолатлар зичлигини энергияга боғланиши, $L = 15 \text{ nm}$.



3.6. Расм. InSb квант ўрасида электрон газининг холатлар зичлигини энергияга боғланиши, L = 15 nm.

3.5 ва 3.6 расмлардан кўринадики, температур таъсирида $N(E, T)$ боғланиш шакли сезиларли ўзгарар экан. Паст температураларда, энергетик сатхлардан электронларни термик генерацияси кучсиз бўлиб, холатлар зичлиги кескин зинасимон шакли сақланади. Температура орта бориши билан, энергетик сатхлардан электронларни термик генерацияси кучаяди, Зинасимон кескин ўзгаришлар энди ювила бошлар экан. Бирок, дисперсиянинг нопараболиклик хусусияти кенг интервалдаги температураларда ҳам намоён бўлар экан.

3.3. Чексиз чуқур квант ўра моделида энергетик холатлар зичлигини концентрацияга боғланиши. Нопараболик дисперсия

Икки ўлчамли газнинг холатлар зичлигини энергияга боғланишидан ташқари, уни газ концентрациясига боғланишини ўрганиш ҳам муҳим масаладир. Хозирги вақтда адабиётларда кўплаб тажриба маълумотлари йиғилиб қолганки, уларда квант ўранинг фиксирланган қийматида Ферми

сатхидаги эффектив массани электрон газ концентрациясига боғланиши ўлчанган. Масалан, InAs/AlSb гетеротузилмаси квант ўрасидаги икки ўлчамли электрон газида бундай тажриба маълумотлари [10-12,14] тадқиқот ишларида келтирилган. Циклотрон масса ва холатлар зичлигини газ концентрациясига боғланишидаги хусусиятлар ўзаро боғлиқ. Шу сабабли, холатлар зичлигини концентрацияга боғланишини ўрганиш – мухим масалалардан ҳисобланади.

[86-88] ишларда икки ўлчамли электрон гашини холатлар зичлигини концентрацияга боғланиши – чексиз чуқур квант ўра моделида назарий ўрганилган. Электронлар дисперсиясини нопараболиклиги – Кейнни икки зонали моделида ҳисобга олинган

$$E(1 + \alpha E) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m(0)} + \varepsilon_1 n^2, \quad (3.25)$$

бунда $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, $\varepsilon_1 = \hbar^2 \pi^2 / 2m(0)L^2$, $m(0)$ - зона тубида электрон эффектив массаси, α - нопараболиклик параметри.

Газнинг тўла концентрацияси n_s ва n -чи минizonaдаги электронлар концентрацияси $n_s^{(n)}$ қуйидаги муносабатлардан аниқланади

$$n_s = \sum_{n=1}^{\infty} n_s^{(n)}, \quad n_s^{(n)} = N_0 \int_{\bar{E}_n}^{\infty} (1 + 2\alpha E) f(E) dE, \quad (3.26)$$

бу ерда, $N_0 = m(0) / \pi \hbar^2$, \bar{E}_n - (3.25) тенгламани $k=0$ даги ечими, $f(E) = (\exp((E - \mu) / T) + 1)^{-1}$. (3.26) тенглама n -чи минizonaдаги электронлар концентрацияси $n_s^{(n)}$ ни температура T ва тўла концентрация n_s га боғланишини аниқлаб беради. Термодинамик холатлар зичлигини қуйидаги $g_s = \partial n_s / \partial \mu$ [31] муносабатдан аниқлаш мумкин. $\partial f / \partial \mu = -\partial f / \partial E$ тенгликни назарда тутиб, бўлақлаб интеграллаш орқали қуйидаги ифодага келамиз

$$g_s = N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (1 + 2\alpha \bar{E}_n) f(\bar{E}_n) - 2\alpha (\bar{E}_n - \mu) + 2\alpha T \ln \left(e^{\frac{\bar{E}_n - \mu}{T}} + 1 \right) \right\} \quad (3.27)$$

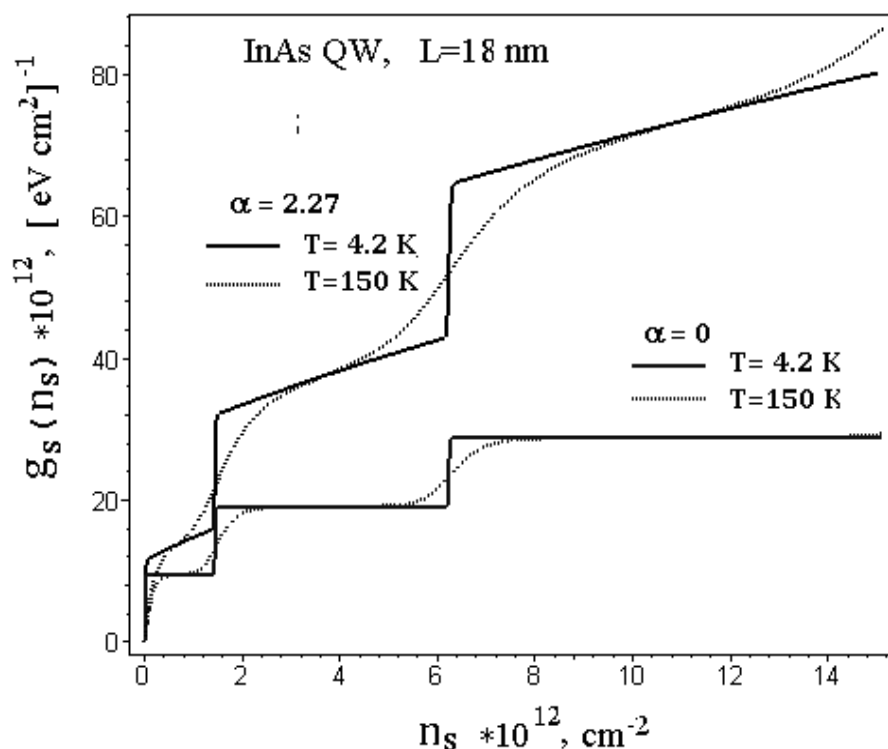
Бу муносабат ёрдамида температура ва тўла концентрация ўзгаришида икки ўлчамли газ табиати ҳақида фойдали маълумотлар олиш мумкин.

Қуйида, ҳолатлар зичлигини ҳисоблаш - InAs яримўтказгичи квант ўраси мисолида бажарилган. Ҳисоблашларда InAs яримўтказгичи зона параметрларини 1.1. жадвалдан олинган.

Газнинг тўла концентрацияси n_s (3.26) ва ҳолатлар зичлиги g_s (3.27) химиявий потенциалга параметрик боғлиқ бўлгани учун, сонли усулда $g_s(n_s)$ боғланишни ўзини топиш мумкин.

3.7. расмда квант ўра кенглиги $L=18\text{ nm}$ бўлганда ва температур T ҳамда нопараболиклик параметри α ни турлича қийматларида ҳолатлар зичлигини тўла концентрацияга боғланиши $g_s(n_s)$ тасвирланган.

Расмдан кўринадики, температура ўзгариши $g_s(n_s)$ боғланишга кучли таъсир қилар экан. Паст температураларда, хали энергия сатхлари етарли кенгаймаган бўлиб, $g_s(n_s)$ боғланиш деярли зинасимон шаклда бўлади. Зона



3.7. Расм. Икки ўлчамли электрон газини ҳолатлар зичлигини концентрация бўйича ўзгариши. Квант ўра (InAs) кенглиги $L = 18 \text{ nm}$.

нопараболиклиги шунга олиб келадикки, паст температураларда ҳолатлар зичлиги ҳар бир минizona ичида деярли чизиқли ўзгаради. Концентрация ортиши билан сакраш баландлиги ҳам орта борар экан.

Икки ўлчамли газда ҳам энтропия, иссиқлик сифими в.х. каби термодинамик катталиқлар бевосита ҳолатлар зичлиги билан боғлиқлиги сабабли, бу катталиқлар ҳам концентрация ортишида сакраб ўзгариши мумкин.

$g_s(n_s)$ боғланишдаги сакраб ўзгариш табиати маълум бўлиб, у турли минизоналарни ўзаро қопланиши туфайли содир бўлади. Концентрация ортиб бориб, қачонки Ферми сатхи бирор минизонага кириб келганда, энергетик ҳолатлар зичлиги кескин сакрайди.

3.4. Чекли чуқурликдаги квант ўра моделида энергетик ҳолатлар зичлигини концентрацияга боғланиши. Нопараболик дисперсия

Икки ўлчамли электрон газидаги ҳолатлар зичлигини концентрацияга боғланиши чекли чуқурликдаги квант ўра моделида [98,99,102] ишларда назарий ўрганилган. Электронлар дисперсиясини нопараболиклиги Кейнни икки зонали моделида ҳисобга олинган.

[102] ишда кўрсатилганки, Ферми сатхидаги ҳолатлар зичлигини тўла концентрация n_s га боғланишини аниқлаш учун, Ферми сатхидаги транспорт масса $m_c(E_F)$ қийматини ва Ферми сатхидан пастда ётган квант сатхлари сони M ни билиш зарур бўлади. $m_c(E_F)$ ни қийматини – циклотрон резонанс ўлчашларидан, M ни эса - Шубников-де-Гааз тажрибасидан аниқлаш мумкин. Икки ўлчамли электрон газ тўла концентрацияси n_s ни Холл эффекти асосида аниқлаш мумкин.

Спектри ε_k бўлган айниган идеал Ферми газни олайлик. Ҳолатлар зичлигини энергияга боғланишини умумий ҳолда қуйдагича ёзиш мумкин

$$\rho(E) = 2 \sum_k \delta(\varepsilon_k - E) \quad (3.28)$$

Квант ўрадаги икки ўлчамли газ учун k_z бўйича сумма – квант сатхлар бўйича суммага алмаштирилади, k_x ва k_y бўйича интеграл эса, поляр

координаталарда хисобланади. δ -функция хоссасидан фойдаланиб, (3.28) дан куйидагини олиш мумкин

$$\rho_s(E) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1} \frac{dk^2}{dE} \theta(E - E_i(0)) \quad (3.29)$$

бунда, i - минizona номери, $\theta(x)$ - Хевисайд функцияси, $E_i(0)$ -электронни квант ўрадаги энергия сатхлари. dk^2/dE ва $E_i(0)$ катталикларни топиш учун, InAs/AlSb квант ўрадасида битта электрон учун кванто-механик масалани ечиш зарур. Бошқа томондан, dk^2/dE катталик - транспорт масса билан куйидагича боғланган

$$m_c(E) = \hbar^2 k dk / dE \quad (3.30)$$

$E = E_F$ деб, (3.29) ва (3.30) муносабатлардан куйидагини оламиз

$$\rho_s(E_F) = \rho_0 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{m_c(E_F)}{m_0} \theta(E_F - E_i(0)), \quad \rho_0 = \frac{m_0}{\pi \hbar^2} = \frac{413 \cdot 10^{12}}{\hat{y} \hat{A} \cdot \hat{n} i^2} \quad (3.40)$$

Хозирги вақтда, [14,91,92,96,111] изланишлар натижасига шуни кўрсатадики, InAs/AlSb ёки InAsSb/AlSb каби тор зонали яримўтказлишли гетеротузилмалар квант ўраларида электронни транспорт массаси $m_c(E_F)$ Ферми энергияси қийматига кучли боғлиқ бўлиб, бироқ Ферми сатхида минizona номери i га деярли боғлиқ эмас экан. Шу шарт бажарилса, (3.40) формулани куйидагича ёзиш мумкин

$$\rho_s(E_F) \approx \rho_0 \frac{m_c(E_F)}{m_0} M \quad (3.41)$$

бу ерда, $M = \sum_{i=1}^{\infty} \theta(E - E_i(0))$ катталик – Ферми сатхидан пастдаги квантланган сахлар сони, m_0 - эркин электрон массаси.

3.2.Жадвал. Эффектив массани концентрацияга боғланиши. [14] экспериментдан: InAs/AlSb

№	$n_s, 10^{12} \text{ см}^{-2}$	M	m_c/m_0	$\rho_s, 10^{12} \text{ эВ}^{-1} \text{ см}^{-2}$
1	0.27 (pc)	1	0.030	12.39
2	0.63 (pc)	1	0.034	14.04
3	0.67 (pc)	1	0.035	14.46
4	0.82 (pc)	1	0.036	14.87
5	2.4 (h)	2	0.043	35.52

6	3.2	(h)	2	0.043	35.52
7	4.3	(h)	2	0.046	38.00
8	8.3	(h)	3	0.057	70.62

ρ – субмиллиметрли фотоўтказувчанлик осцилляциядан
 \hbar – Холл эффекти ўлчашларидан

3.2. жадвалда [14] экспериментдаги легирланмаган (№1-4) ва селектив-легирланган (№5-8) наъмуналарда квант ўрасидаги электрон газ параметрлари келтирилган. M катталики i -номерли минizonaдаги электрон концентрацияси $n_s^{(i)}$ ни ўлчаш (Шубников-де-Гааз) оркали аниқлаш мумкин [14]. 3.2 жадвални охириги устунида (3.41) формула бўйича ҳисобланган ҳолатлар зичлиги қиймати келтирилган.

Ҳолатлар зичлигини назарий ҳисоблаш учун, II бобда баён қилинган чекли чуқурликдаги квант ўрада электрон дисперсиясини соддалашган (2.19) аппроксимациясидан фойдаланиш мумкин. Бунда, кенглиги L бўлган квант ўра – (А-соха, InAs) икки томонидан баландлиги V бўлган потенциал барерлар (В-соха AlAs) билан тўсилган деб тасаввур қиламиз. Энергия эса, хажмий InAs зонаси тубидан ҳисобланади.

(2.18) га асосан, квантланган энергия сатхлари $E_i = E(0, i)$ қийматларини куйидаги тенгламадан топилади

$$E_i \left(1 + \frac{E_i}{E_{gA}} \right) = \frac{\hbar^2}{2m_A(0)L^2} \left(\pi \cdot i - 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \eta_0}} \right)^2 \quad (3.42)$$

бунда, $\eta_0 = (m_A(E_i)/m_B(E_i))(V - E_i)/E_i$. InAs ва AlSb яримўтказгичлар ўтказувчанлик зонасини нопараболиклиги – Кейини икки зонали моделида олинган

$$m_A = m_A(0) \left(1 + \frac{E}{E_{gA}} \right), \quad m_B = m_B(0) \left(1 + \frac{E - V}{E_{gB}} \right) \quad (3.43)$$

Электрон дисперсияси учун (2.19) аппроксимациядан фойдаланилган, яъни

$$E \left(1 + \frac{E}{E_{gA}} \right) \approx \frac{\hbar^2 k^2}{2m_A(0)} + E_i \left(1 + \frac{E_i}{E_{gA}} \right) \quad (3.44)$$

Бундаги E_i энергия сатхлари қийматлари 1.1. жадвалдаги материаллар параметрлари қиймати асосида (3.42) тенгламадан топилади.

(3.44) дисперсиядан dk^2/dE катталиқни ҳисоблаш мумкин. Уни (3.29) ифодага қўйиб, $E = E_F$ деб, Ферми сатхидаги энергия ҳолатлар зичлиги учун қуйидаги формулани оламиз

$$\rho_s(E_F) = \rho_0 \frac{m_c(0)}{m_0} \left(1 + 2 \frac{E_F}{E_{gA}} \right) \sum_{i=1}^{\infty} \theta(E_F - E_i(0)) \quad (3.45)$$

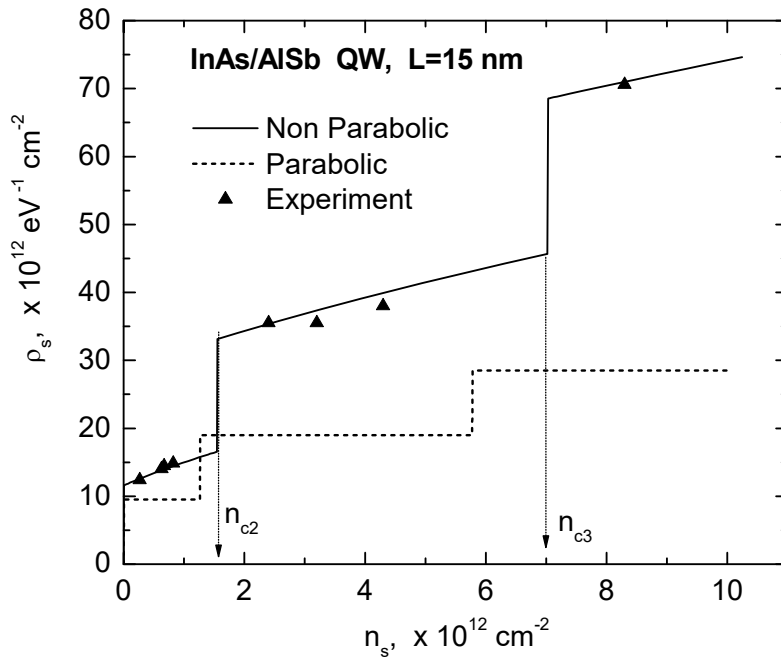
Кўрсатиш мумкинки, (3.26 га қаранг), (3.44) ни ҳисобга олиб, электрон газни тўла концентрацияси учун қуйидаги муносабатни ёзиш мумкин

$$n_s = \rho_0 \sum_{i=1}^{\infty} \left(E_F + \frac{E_F^2}{E_{gA}} - E_i - \frac{E_i^2}{E_{gA}} \right) \theta(E_F - E_i(0)) \quad (3.46)$$

(3.45) ва (3.46) тенгламалар системаси – ҳолатлар зичлигини тўла концентрацияга боғланишини $\rho_s(n_s)$ топишга имкон беради. Хусусий ҳолда, $E_{gA} \rightarrow \infty$ лимитда (3.45) ва (3.46) лардан параболик зонадаги ҳолатлар зичлиги учун формулалар келиб чиқади.

1.1 жадвалдаги материаллар зона параметрлари қийматларидан фойдаланиб, (3.42) тенглама ёрдамида квантланган энергия қийматларини аниқлаш мумкин. Квант ўра кенглиги $L=15\text{нм}$ бўлганда, ҳисоблашлар энергия сатхлари учун қуйидаги қийматларни беради: $E_1 = 0.0459$ эВ, $E_2 = 0.156$ эВ, $E_3 = 0.295$ эВ.

Энди, (3.45) ва (3.46) тенгламалар системасини ечиб, ҳолатлар зичлигини тўла концентрацияга боғланиши $\rho_s(n_s)$ графигини чизиш мумкин. Бу боғланиш 3.8 расмда кўрсатилган. Худди шу расмда яна штрихли чизиқ билан параболик модел $E_{gA} \rightarrow \infty$ учун $\rho_s(n_s)$ боғланиш графиги ҳам келтирилган. Ҳолатлар зичлигини [14] тажриба натижалари асосида ҳисоблаб топилган қийматлари (3.2 жадвал охириги устуни) эса, учбурчакли белгиларда тасвирланган.



3.8. Расм. InAs/AlSb квант ўрасида электрон газ холатлар зичлигини тўла концентрацияга боғланиши: Назарий ҳисоблар (узлукчиз чизик) (3.45) ва (3.46) тенгламалар системасидан топилган, тажриба қийматлари (учбурчақлар) 3.2 жаadwalдан олинди.

3.8 расмдан кўринадики, холатлар зичлигини ўрганишда, зонани нопараболиклигини ҳисобга олиш зарур экан. Электрон газини тўла концентрацияси орта бориши билан холатлар зичлиги ҳар бир минizona ичида чизикли ортар экан ва шу билан бирга, сакраш баландликлари ҳам ортиб борар экан. Холатлар зичлигини сакраши – тўла концентрациянинг критик n_{c2} , n_{c3} , ... қийматларида, яъни Ферми сатхи ҳам орта бориб навбатдаги минizonaга кириб келганда содир бўлади. Критик концентрация қийматларини $E_F=E_i$ деб, (3.46) дан топиш мумкин. Масалан, ўра кенглиги $L=15$ нм бўлганда: $n_{c2}(E_F=E_2) \approx 1.55 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$, $n_{c3}(E_F=E_3) \approx 7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. [14] ўлчаш натижаларига кўра, иккинчи минizonани тўлдирилиши концентрацияни $n_{c2}(E_F = E_2) = 1.2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ қийматида бошланар экан.

Нопараболик зонадаги эффе́ктив масса (ва демакки, холатлар зичлиги ҳам) параболик зонага нисбатан катта бўлгани сабабли, концентрацияни критик қийматлари n_{c2} , n_{c3} ... ҳам нопараболик холда катта чиқади. 3.8-расмдан кўринадики, назария ва тажриба маълумотлари яхши мос келади.

Шундай қилиб, InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасида икки ўлчамли электрон газини энергия ҳолатлар зичлиги - Ферми сатхидаги электрон эффектив массасини тажрибадаги қиймати орқали боғлаб аниқланди. Бунинг учун яна Ферми сатхини пастида ётган квантланган сатхлар сони M ни қиймати ҳам зарур бўлди. Шу маълумотлар асосида топилган $\rho_s(n_s)$ боғланиш - содда моделдаги ҳисоблар билан тасдиқланди.

Тақрибийлигига қарамай, содда (3.45),(3.46) муносабатлар - A_3B_5 гуруҳидаги яримўтказгичлар асосида олинган гетеротузилмалардаги икки ўлчамли электрон газининг бошқа мувозанатли характеристикаларини ўрганишда ҳам фойдадан холи эмас.

Хулосалар

Реал ҳолларда, икки ўлчамли электрон газида қаралаётган квантланган энергия сатхлари - температура ортганда ёки тартибсизлик кучайганда ювила боради. Сонли ва график таҳлиллардан кўринадики, температуранинг ортиши ва яна электрон зонасининг нопараболиклик хусусияти – газнинг ҳолатлар зичлигига катта таъсир кўрсатар экан.

1. Ҳолатлар зичлиги табиатида электрон зонасининг нопараболиклиги температуранинг кенг интервалларида ҳам намоён бўлар экан. Бунда:

- Хар бир минизона туби параболик моделга нисбатан пастга сурилар экан. Бунинг сабаби шундаки, минизоналар туби (квантланган сатх) - эффектив масса $m(E)$ га тескари пропорционал.

- Концентрация ортиб борганда ҳолатлар зичлигини сакраш баландлиги ҳам орта боради.

- Концентрация ортиб борганда ҳолатлар зичлиги хар бир минизона ичида деярли чизикли ўзгарар экан.

2. Температуранинг ортишида, ҳолатлар зичлигидаги (энергия ёки концентрацияга боғланишидаги) сакраб ўзгаришлар аста ювила бошлар экан.

Сатхларни термик кенгайиши сабабли, ҳолатлар зичлигидаги зинасимон сакрашлар аста силлиқ чизиқларга айлана бошлар экан.

3. Циклотрон массани ва ҳолатлар зичлигини концентрацияга боғланиши хусусиятлари ўзаро боғлиқдир. Термодинамик катталиклар - энтропия, иссиқлик сифими $v \cdot x$ тўғридан-тўғри газнинг ҳолатлар зичлигига боғлиқлиги туфайли, бу катталикларда ҳам концентрацияни ўзгаришида сакрашлар кузатилиш мумкин.

Паст температурада ҳолатлар зичлигини концентрацияга $g_s(n_s)$ боғланишидаги кескин сакрашлар – турли минизоналарни ўзаро қопланиши билан изоҳланади. Бундай кескин сакрашлар, концентрация орта бориб критик қийматга етганда (Ферми сатхи минизона тубини кесиб ўтётганда) содир бўлади.

4. Икки ўлчамли электрон гази ҳолатлар зичлигини Ферми сатхидаги электрон эффектив массасини тажрибадаги қийматлари асосида аниқлаш мумкин экан. Бунинг учун яна Ферми сатхини пастда ётган квант сатхлар сони ҳам керак бўлар экан. Бундай маълумотлар асосида олинган ҳолатлар зичлигини концентрацион боғланиши – модел ҳисобларига яхши мос келди.

3.8 –расмга кўра, моделдаги ҳисоблашлар ва тажриба маълумотлари кўшимча эркин параметрларсиз (fittig parameters) ўзаро мос келган.

IV-БОБ. НОПАРАБОЛИК ДИСПЕРСИЯЛИ ИККИ ЎЛЧАМЛИ ЭЛЕКТРОН ГАЗИ СТАТИСТИКАСИ

Маълумки, яримўтказгичларда мувозанатли электрон гази хоссалари Ферми-Дирак тақсимот функцияси орқали аниқланиб, шу боис температура T ва химиявий потенциал μ га боғлиқ бўлади. Бироқ, амалдаги тажрибаларда маълум катталиқ одатда μ эмас, балки электронлар концентрацияси саналади. Шу сабабли, дастлабки масалалрдан бири - химиявий потенциал ва ток ташувчилар концентрацияси орасидаги муносабатни $n_s(\mu, T)$ аниқлаб олишдир. Оддий ҳолларда, масалан, икки ўлчамли газини битта минизонаси тақрибийлигида, бу боғланишни ааналитик ҳолда аниқлаш мумкин[14, 112].

II -бобда аниқланган дисперсия қонуни (2.17) ёки уни аппроксимацияси (2.19) асосида икки ўлчамли электронлар газидаги қатор статистик катталиқларни, масалан – тўла энергияси, энтропияси, иссиқлик сиғими, магнит киритувчанлиги (Паули) ва бошқаларн ўрганиш мумкин. Ушбу катталиқларни концентрацияга, температурага, квант ўра кенглигига ва ўтказувчанлик зонасини нопаараболиклик даражасига боғланишини ҳисоблаб топиш мумкин.

Кучли легирланган гетеротузилмалар квант ўраларида электронлар бирнеча минизонани тўлдириши мумкин. Юқори минизоналарни тўлиши, албатта температура ва квант ўра кенглигига ҳам боғлиқ.

Фазовий квантланишни электрон газ статистик характеристикаларига таъсирини – уларни химиявий потенциал μ га (айниган газда эса Ферми энергиясига) боғланишини таҳлил этиш орқали (ўра кенглиги L ва температура T ни фиксирлаб) ўрганиш мумкин. Бунда, ҳар сафар қачонки химиявий потенциал навбатдаги минизона тубини кесиб ўтишида, газнинг ҳолатлар зичлиги сакраши мумкин. Бу хусусият газни статистик катталиқларини химиявий потенциалга боғланишида ўзига хос намоён бўлади.

Газни статистик катталикларини химиявий потенциалга боғланишини билан бирга, уларни икки ўлчамли газнинг тўла концентрациясига боғланишини ўрганиш ҳам мухим бўлиб, бунинг учун химиявий потенциални $n_s(\mu, T)$ тенглама ёрдамида концентрация орқали ифодалаб олиш керак.

4.1. Ферми энергиясини концентрацияга боғланиши

Айниган икки ўлчамли электрон газида Ферми энергиясини концентрацияга боғланишидаги хусусиятлар [96, 97,99] тадқиқот ишларида ўрганилган. Агар икки ўлчамли газ температураси паст бўлмаса, зонана дисперсиясини нопараболиклигини ҳисобга олган ҳолда $n_s(\mu, T)$ тенглама кўринишини аниқлаб олиш керак.

InAs/AlSb гетеротузилмасини чекли чуқурликдаги квант ўрасида электрон дисперсияси қарайлик. Бунинг учун, дисперсияни Кейнни икки зонали моделида олинган дисперсияни аппроксимациясидан фойдаланиш қулай (II бабда 2.19 тенглама)

$$E(1 + \alpha_A E) \approx \frac{\hbar^2 k^2}{2m_A(0)} + E_i(1 + \alpha_A E_i), \quad E > E_i \quad (4.1)$$

бунда, $\alpha_A \approx 1/E_{gA}$ параметри InAs яримўтказгичини ўтказувчанлик зонаси нопараболиклик даражасини билдиради. (2.18) тенгламага асосан, чекли квант ўрадаги электронни энергия сатхларини (i -чи минизона туби) $E_i = E(0, i)$ қуйидаги тенгламадан сонли усулда топиш мумкин

$$E_i \left(1 + \frac{E_i}{E_{gA}} \right) = \frac{\hbar^2}{2m_A(0)L^2} \left(\pi \cdot i - 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \eta_0}} \right)^2 \quad (4.2)$$

бунда, $\eta_0 = (m_A(E_i)/m_B(E_i))(V - E_i)/E_i$. Квант ўра (InAs) ва барер (AlSb) сохалари ўтказувчанлик зоналари нопараболиклиги Кейнни икки зонали тақрибийликдаги формуласи орқали ифодаланган бўлиб, уни қуйидагича ёзиш мумкин

$$m_A = m_A(0) \left(1 + \frac{E}{E_{gA}} \right), \quad m_B = m_B(0) \left(1 + \frac{E-V}{E_{gB}} \right) \quad (4.3)$$

(4.1)(4.2) и (4.3) формулалар, InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасидаги электрон дисперсиясини яхши аниқликда тавсифлай олади. Ушбу моделда, фақат InAs ва AlSb кристалларини панжара доимийлари фарқи ҳисобига пайдо бўлгандиган деформация тузатмалари ташлаб юборилди.

Агар, квант ўрадаги жами электронлар сони N та бўлса, у ҳолда электрон газ статистикасига кўра қуйидагини ёзиш мумкин

$$N = 2 \sum_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}} \quad (4.4)$$

бу ерда, 2 спин бўйича сумма натижаси. k_z ўзгарувчи бўйича сумма – квант сатхлар бўйича суммага, k_x ва k_y узлуксиз ўзгарувчилар бўйича сумма эса, интегралга алмаштирилиб, полярн координаталарда ҳисобланади. У ҳолда, (4.4) дан қуйидаги муосабат келиб чиқади

$$\begin{aligned} N &= 2 \frac{L_x L_y}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^{\infty} \int dk_x dk_y f(E) \Theta(E - E_i) = 2 \frac{L_x L_y}{2\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{\infty} k dk f(E) \Theta(E - E_i) \\ &= L_x L_y \frac{m_A(0)}{\pi \hbar^2} \sum_{i=1}^{\infty} \int_{E_i}^{\infty} d \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_A(0)} \right) f(E) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Бу ерда, $f(E)$ - Ферми-Дирак тақсимот функцияси

$$f(k) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{k_B T}\right) + 1},$$

$\Theta(E - E_i)$ - эса, Хевисайд функциясидир

$$\Theta(E - E_n) = \begin{cases} 1, & E > E_n \\ 0, & E < E_n \end{cases}.$$

(4.5) муносабатдан икки ўлчамли электронлар концентрациясини қуйидагича топиш мумкин

$$n_s = n_{2D} = \frac{N}{S} = \frac{N}{L_x L_y} \quad (4.6)$$

Демак, икки ўлчамли электронлар тўла концентрацияси барча минизоналардаги концентрациялар йиғиндисига тенг

$$n_s = \sum_{i=1} n_s^{(i)} = n_s(\mu, T) \quad (4.7)$$

бунда, $n_s^{(i)}$ - i -чи минизонадаги электронлар концентрацияси

$$n_s^{(i)} = N_0 \int_{E_i}^{\infty} d\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_A(0)}\right) f(E) \quad (4.8)$$

бу ердаги, $N_0 = \frac{m_A(0)}{\pi \hbar^2} = \frac{m_A(0) \cdot 0,413 \cdot 10^{15}}{\hbar^2}$. Юқоридаги (4.1) муносабатни (4.8)

га қўйиб, қуйидаги натижага келамиз

$$n_s^{(i)} = N_0 \int_{E_i}^{\infty} (1 + 2\alpha_A E) f(E) dE \quad (4.9)$$

(4.7) ва (4.9) ифодалар қидирилаётган $n_s(\mu, T)$ муносабатни беради. Бу муносабат эса, газ концентрацияси n_s ва ўрадаги дискрет энергия қийматлари E_i маълум бўлганда, химиявий потенциални температура функцияси $\mu(T)$ сифатида топишга имкон беради.

Паст температураларда, қачонки икки ўлчамли электронлар гази тўла айниган бўлса, у холда, (4.9) да $f(E) \approx 1$ деб олиб интегрални $E_i < E < E_F$ ораликда хисоблаш мумкин. У холда, (4.7) ва (4.9) дан қуйидагиларни топамиз

$$n_s = \sum_{i=1} n_s^{(i)}, \quad n_s^{(i)} = N_0 (E_F + \alpha_A E_F^2 - (E_i + \alpha_A E_i^2)) \theta(E_F - E_i) \quad (4.10)$$

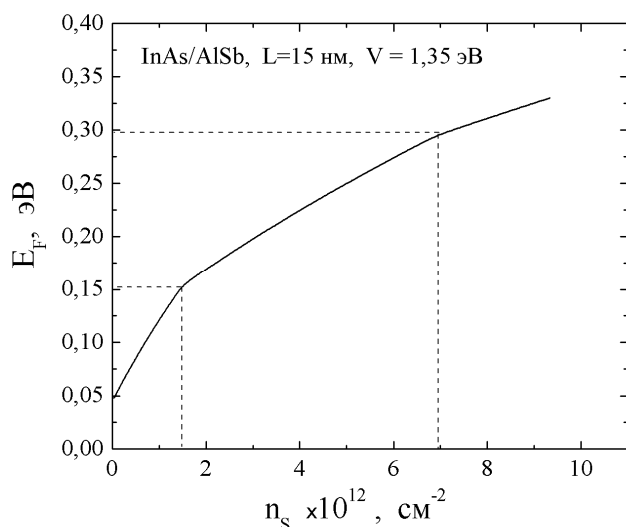
Бу тенглама, Ферми энергияси ва тўла концентрация орасидаги боғланишни $n_s(E_F, 0)$ аниқлашга имкон беради ва хусусий хол $E_{gA} \rightarrow \infty$ да ундан параболик зона учун $n_s(E_F, 0)$ боғланиш формуласи келиб чиқади [15]. (4.10) тенгламада сумма остидаги хадлар мусбат бўлиши шарт. Манфий хадлар – Хевисайд функцияси ёрдамида нолга айланади. Худди шу тенглама, тўла концентрацияни берилган n_s қийматида, алоҳида олинган минизонадаги $n_s^{(i)}$ электронлар концентрациясини топишга ҳам имкон беради.

Дастлаб, 1.1. жадвалдаги InAs/AlSb гетеротузилма материалларини зона параметрларидан фойдаланиб, (4.2) транседент тенгламадан сонли усулда квантланган энергия сатхларини аниқлаб олиш лозим. Кенглиги $L=15$ нм бўлган квант ўра учун қуйидаги қийматлар келиб чиқади: $E_I = 0.0459$ эВ,

$E_2 = 0.156$ эВ, $E_3 = 0.295$ эВ. Сўнгра, энергияни бу қийматларидан ва (4.10) тенгламадан фойдаланиб, тўла концентрацияни n_{c2} критик қийматини аниқлаш мумкинки, бунда Ферми сатхи иккинчи минizona тубига етиб боради $E_F = E_2$ (ўз ўзидан аёнки, $E_F = E_1$ бўлса, $n_{c1} = 0$). Концентрацияни n_{c2} критик қиймати - кенглиги $L=15$ нм бўлган квант ўра учун

$$n_{c2} = N_0(E_2 - E_1)[1 + \alpha_A(E_2 + E_1)] = 1,51 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2} \quad (4.11)$$

[13] тадқиқот ишида назарий баҳоланган критик қиймат $n_{c2} \approx 1,8 \cdot 10^{12}$ см⁻², [14] тажриба ўлчашлари натижаси эса $1,2 \cdot 10^{12}$ см⁻² га тенг бўлиб, бу бизнинг натижамизга анча яқин. Худди шу усулда, n_{c3} критик концентрацияни ҳам ҳисоблаш мумкинки, бунда Ферми сатхи учинчи минizona тубига етиб боради $E_F = E_3$. Бу қиймат $n_{c3} \approx 6,87 \cdot 10^{12}$ см⁻² га тенг чиқар экан.



4.1. Расм. Ферми энергиясини икки ўлчамли газнинг тўла концентрациясига боғланиши. InAs/AlSb квант ўраси: $L=15$ нм, $V=1,35$ эВ.

Ферми энергиясини икки ўлчамли газнинг тўла концентрациясига боғланиши $E_F(n_s)$ графиги 4.1. расмда келтирилган бўлиб, уни (4.10) тенгламалардан олинди. Графикдан кўринадики, $E_F(n_s)$ боғланишда, Ферми энергияси концентрация бўйича деярли чизиқли ортиб бориб, критик нуқталарда (критик концентрация қийматларида) қисман *синиш*, яъни Ферми

энергияси ўсиш темпида секинлашув кузатилар экан. Бу синишлар табиати, энергия холатлар зичлигини критик $n_s = n_{c2}, E_F = E_2, \quad n_s = n_{c3}, \quad E_F = E_3,$ нуқталарда кескин сакраши билан боғлиқ (бу III-бобда қараб ўтилган, масалан 3.8. расмга қаранг). Синиш, ҳар бир критик нуқтада $n_s = n_{c2}, n_{c3} \dots$ содир бўлиб, бунда Ферми сатхи навбатдаги минizona тубини кесиб ўтади.

Шундай қилиб, электронлар дисперсиясини соддалаштирилган (4.1) аппроксимацияси, ҳамда (4.2, 4.3) тенгламалар ва (4.10) муносабатлар ёрдамида InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасидаги икки ўлчамли газ Ферми энергиясини тўла концентрацияга боғланиши аниқланди.

Хисоблаш моделида, InAs/AlSb яримўтказгич материалларини ўтказувчанлик зонаси нопараболиклиги ва квант ўрани чекли чуқурлиги хисобга олинди. Содда хисоблаш схемаси - икки ўлчамли газ учун муҳим параметр саналган критик концентрациялар $n_{c2}, n_{c3} \dots$ қийматини осон баҳолашга имкон берди. Критик концентрациялар қийматларини тажрибаларда аниқлаш мумкин. Баён қилинган математик модел ёрдамида баҳоланган натижалар тажрибада топилган натижаларига яқин экан.

4.2. Минизоналардаги электронлар концентрацияси. Тажриба билан таққослаш

Квант ўра минизонасидаги электронлар концентрациясини Шубникова-де-Гааз эффектидаги осцилляцияни фуре-тахлили ёрдамида аниқлаш мумкин. InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасидаги электрон газ учун бундай ўлчашлар [14] тадқиқот ишида ўтказилган бўлиб, учта минизонадаги электронлар улушини алоҳида-алоҳида аниқланган. Шу метод орқали [113] ишда $\text{In}_{0.65}\text{Ga}_{0.35}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ гетеротузилма квант ўрасидаги дастлабки иккита минизонага тўғри келган электрон концентрацияси аниқланган.

InAs/AlSb квант ўраси минизонасида электрон концентрация улушини назарий аниқлашни математик моделлаштириш [85-88, 96,98] ишларда муҳокама қилинган. Хисоблашларда турлича тақрибий таҳлиллар қараб чиқилган. Масалан, [85-88] ишларда квант ўра чуқурлигини чексиз деб

олинган бўлса, [96,98] ишларда эса – чекли ўра қаралган. Минизоналарнинг тўлдирилишига температурани таъсири [86-88] ишларда ўрганилган.

[85] ишда, икки ўлчамли электрон газ InAs яримўтказгич асосидаги чексиз чуқур квант ўра моделида ўрганилган бўлиб, электрон дисперсиясини қуйидагича олинган

$$E = E_{\parallel} + E_0 \pi^2 n^2. \quad (4.12)$$

бунда, $n = 1, 2, 3, \dots$, $E_0 = \hbar^2 / 2mL^2$, $E_{\parallel} = \hbar^2 k_{\parallel}^2 / 2m$, $k_{\parallel}^2 = k_x^2 + k_y^2$, и m - InAs ўтказувчанлик зонасидаги электрон эффектив массаси бўлиб, у икки зонали Кейн модели бўйича энергияга боғлиқ $m = m(0)(1 + \alpha E)$. $m(0)$ -электронни InAs ўтказувчанлик зонаси тубидаги эффектив массаси (m_0 бирлигида) ва α - зона нопаараболиклик коэффициентини.

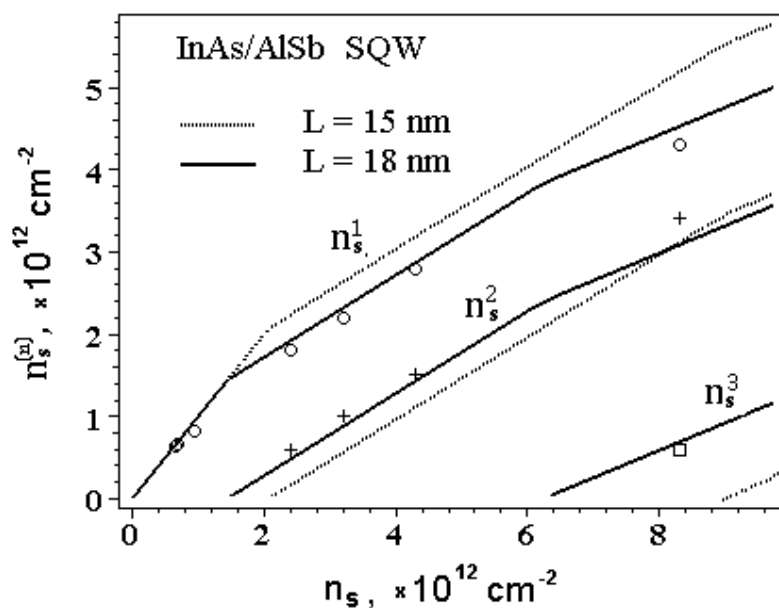
Хисоблашларда InAs яримўтказгичи зона параметрлари қиймати 1.1.жадвалдан олинган. Агар E_n ни қийматлари $E_n(1 + \alpha E_n) = \hbar^2 / 2m(0) \times L^2 \pi^2 n^2$ тенгликни қаноатлантиса, у холда (4.12) спектрни (4.1) кўринишида ёзиш мумкин

$$E(1 + \alpha E) \approx \frac{\hbar^2 k^2}{2m(0)} + E_n(1 + \alpha E_n) \quad (4.13)$$

У холда, (4.9) дан электрон газни умумий концентрацияси ва минизонадаги концентрацияси учун худди (4.10) каби муносабатларни олиш мумкин

$$n_s = \sum_{n=1} n_s^{(n)}, \quad n_s^{(n)} = N_0 (E_F + \alpha E_F^2 - (E_n + \alpha E_n^2)) \theta(E_F - E_n) \quad (4.14)$$

Минизоналардаги электронлар концентрациясини умумий концентрацияга боғланиши $n_s^{(n)}(n_s)$ ни хисоблаш натижалари 4.2. расмда кўрсатилган. Шу расмда яна, минизоналардаги электронлар концентрацияси ни умумий концентрацияга боғланишини [14] тажрибадаги ўлчаш натижалари хам келтирилган.



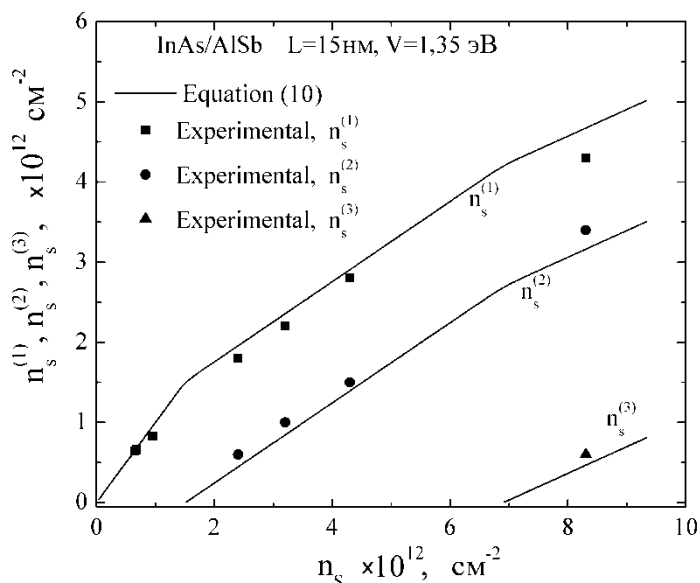
4.2. Расм. InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасидаги дастлабки учта минizona учун улардаги электронлар концентрациясини газни тўла концентрациясига боғланиши назарий хисоблари ва [14] тажриба маълумотлари билан таққослаш.

Графикдан кўринадикки, бу $n_s^{(n)}(n_s)$ боғланишда ҳам – синишлар мавжуд бўлиб, улар энергия ҳолатлар зичлигини кескин ўзгариши (сакраши) билан изоҳланади. Квант ўра кенглиги қийматини $L=18$ нм деб олиб хисобланган чизиқлар $L=15$ нм га нисбатан тажрибага яқинроқлиги кўриниб турипти. Тажриба шароитида эса, ўра кенглиги қиймати $L_{\text{экс}}=15$ нм бўлган. Бундай мос келмаслик – албатта, чексиз чуқур квант ўра моделини қўполлиги натижасидир.

$n_s^{(n)}(n_s)$ боғланишни чекли чуқурликдаги квант ўра моделида, яъни (4.1) спектр ва (4.7),(4.9) тенгламалар ёрдамида ҳам олиш мумкин. $L=15$ нм кенгликдаги квант ўра учун $n_s^{(n)}(n_s)$ боғланишни назарий хисоблари [96] ишда бажарилган. Бу график 4.3-расмда келтирилган бўлиб, тажриба натижаларига жуда яхши мос келади.

Бунда, $n_s^{(n)}(n_s)$ боғланишларни қуйидагича олинган. (4.9) муносабатга кўра, минizonaлардаги концентрациялар $n_s^{(1)}(E_F)$, $n_s^{(2)}(E_F)$ ва $n_s^{(3)}(E_F)$ Ферми энергиясига E_F боғлиқ ($T=0$). E_F га турлича қийматлар бериб, (масалан, $0 \div 0,4 \text{ эВ}$ ораликда) ҳар бир минizonaдаги электрон концентрациямини

хисоблаш мумкин, уларни йиғиндиси эса, умумий концентрация n_s ни беради. Бундан эса, $n_s^{(n)}(n_s)$ боғланиш графигини чизса бўлади.

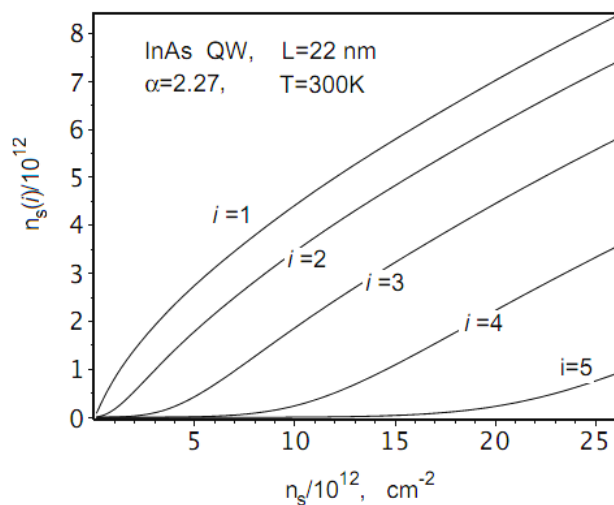


4.3. Расм. InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасидаги дастлабки учта минizona учун улардаги электронлар $n_s^{(1)}$, $n_s^{(2)}$ ва $n_s^{(3)}$ концентрациясини газни тўла n_s концентрациясига боғланиши назарий ($L=15$ нм, $V=1,35$ эВ) хисоблари ва [14] тажриба маълумотлари билан таққослаш.

4.3. расмдаги $n_s^{(n)}(n_s)$ боғланишни қуйидагича изохлаш мумкин. Газни умумий концентрацияси ошиб боришида, аввал биринчи минizona тўла бориб, иккинчи минizonaга электронлар туша бошлагунга қадар - уни концентрацияси чизикли орта бошлайди. Иккинчи минizonани тўлдириш бошланган пайтда, қуйи минizonaдаги концентрация ортиш темпи секинлашади – графикда синиш кузатилади. Бу синишлар, $n_s^{(n)}(n_s)$ боғланишларда тўла концентрацияни критик қийматларида: $n_s = n_{c1}$, $E_F = E_2$ ва $n_s = n_{c2}$, $E_F = E_3$ кузатилиб, бу минizonалар қопланиши хисобига газни энергия холатлар зичлигини сакраб ўзгариши билан изохлади.

Минizonaдаги электронлар концентрацияси қиймати температура таъсирида ҳам ўзгариш мумкин. [86-88] тадқиқот ишларида $n_s^{(n)}(n_s, T)$ боғланишни чексиз чуқур InAs квант ўра моделида ҳамда дисперсия нопаараболиклигини Кейнни икки зонали тақрибийлигида ўрганилган.

Электронлар дисперсияси учун (4.12) муносабатдан фойдаланилган бўлиб, умумий ва минизонадаги концентрацияларни эса (4.7) ва (4.9) тенгламалар асосида ҳисобланган.



4.4. Расм. $i=1,2,3,4,5$ минизоналардаги электрон концентрацияси улушини умумий концентрацияга боғланиши: InAs асосидаги квант ўра, $T=300$ К, $L=22$ нм.

4.4. расмда $i=1,2,3,4,5$ минизоналардаги электрон концентрацияси улушини умумий концентрацияга боғланиши - InAs асосидаги квант ўра учун келтирилган бўлиб, ҳисоблашлар - температурани $T=300$ К қийматида ва ўра кенгилгини эса $L=22$ нм қийматида бажарилган. Юқори температураларда ва кенгроқ квант ўраларда юқорироқ жойлашган минизоналарни ҳам тўлдириши кузатилар экан.

Бундай шароитларда – паст температураларда кузатиладиган (4.2 ва 4.3 расмлардагидек) *синишлар* юъори температура таъсирида ювилиб кетар экан.

4.3. Электрон циклотрон массасини концентрацияга боғланиши.

Тажриба билан таққослаш

Ўтказувчанлик зонасининг дисперсия қонуни $E(k)$ бўлган яримўтказгич учун электронни транспорт массаси қуйидаги формуладан топилади [25,37]

$$m(E) = \frac{\hbar^2 k \partial k}{\partial E} = \frac{\hbar^2 \partial k^2}{2 \partial E} = m(0) \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m(0)} \right) \quad (4.15)$$

Демак, (4.15) формулага кўра, эффектив масса $m(E) - k^2 = f(E)$ функционал боғланиши эгрилиги каби аниқланар экан. Қачонки, агар дисперсия қонуни $E(k)$ параболик бўлсагина, (4.15) формуладаги транспорт масса энергияга боғлиқ бўлмайди. Агар, энергияни тўлқин векторига боғланиши $E(k)$ мураккаброқ (масалан ноквадратик) бўлса, (4.15) формулага кўра, транспорт масса – энергияни функцияси бўлиб қолади.

Нопараболик дисперсияли ва айниган электрон гази учун Ферми сатхида ҳисобланган транспорт масса $m(E)|_{E=E_F}$ - Ферми энергиясини функцияси бўлиб қолади. Ферми энергияси газнинг умумий концентрациясига боғлиқлиги сабабли, Ферми сатхида ҳисобланган транспорт масса $m(E)|_{E=E_F}$ ҳам умумий концентрацияни функцияси бўлиши керак.

Ферми сатхидаги транспорт массани электрон газни умумий концентрациясига боғланишини донорлар билан турлича даражада легирланган айниган яримўтказгичлар наъмуналарида (паст температураларда) циклотрон резонанс тажрибасида аниқлаш мумкин. $m(E)|_{E=E_F}$ боғланишлар, ҳажмий яримўтказгичларда кенг ўрганилган [25,32].

Гетероўтишли квант ўраларда электронлар дисперсияси – фазовий квантланиш сони n_z ва ўра ички текислигида ётувчи тўлқин векторига боғлиқ бўлади. Транспорт массани газ концентрациясига боғланиши $m(n_s)$ ни назарий ҳисоблаш учун, чексз ёки чекли чуқурликдаги ўра моделларидан фойдаланиш мумкин.

Сўнгги йилларда, турли гетеротузилмалар квант ўраларида, бу боғланишни назарий ва тажриба орқали аниқлаш борасида кўплаб ишлар қилинган. Жумладан, AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасидаги икки ўлчамли газда ҳам кўп изланишлар ўтказилган, масалан [10-14]. Бироқ, бу

ишлардаги транспорт массани концентрацион боғланишини $m(n_s)$ назарий ҳисоблашлар фақат биринчи минizona учун ўтказилган ҳолос.

Қуйида, AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасидаги электронлар учун транспорт массани концентрацион боғланишини $m(n_s)$ математик модели ва ҳисоблари баён қилинадики, бунда юқори минizonалар тўлдрилиши ҳам ҳисобга олинади.

[85] ишда чексиз чуқур квант ўра моделида электрон спектри қуйидаги кўринишда олинган: $E = E_{\parallel} + E_0 \pi^2 n^2$. Бунда, $E_0 = \hbar^2 / 2mL^2$, $E_{\parallel} = \hbar^2 k_{\parallel}^2 / 2m$, $k_{\parallel}^2 = k_x^2 + k_y^2$, ва m -электронни энергияга боғлиқ эффектив массаси $m = m(0)(1 + \alpha E)$. Агар, E_n қиймати $E_n(1 + \alpha E_n) = \hbar^2 / 2m(0) \times L^2 \pi^2 n^2$ тенгламани қаноатлантирса, дисперсияни қуйидагича ёзиш мумкин

$$E(1 + \alpha E) \approx \frac{\hbar^2 k^2}{2m(0)} + E_n(1 + \alpha E_n) \quad (4.16)$$

У ҳолда, (4.9) дан газни умумий концентрацияси ва минizona концентрацияси учун (4.10) кўринишдаги тенгламаларни оламиз

$$n_s = \sum_{n=1} n_s^{(n)}, \quad n_s^{(n)} = N_0 (E_F + \alpha E_F^2 - (E_n + \alpha E_n^2)) \theta(E_F - E_n) \quad (4.17)$$

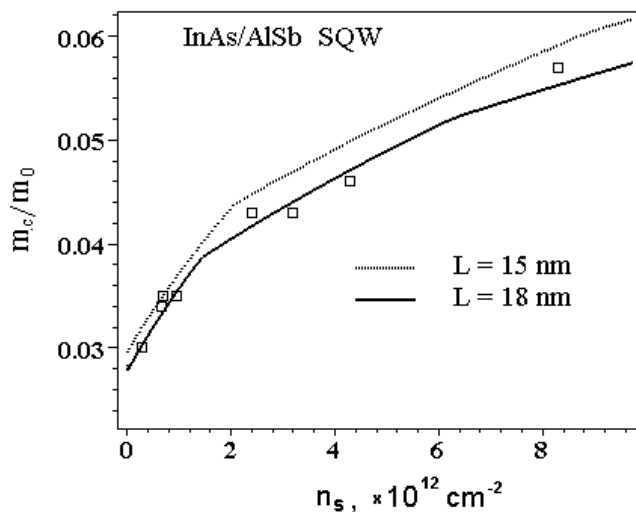
(4.15) формула ва (4.16) дисперсия ифодасидан фойдаланиб, Ферми сатҳидаги электронни транспорт массасини $m_c(E_F)$ топиш мумкин

$$m_c(E_F) = m(0) (1 + 2\alpha E_F) \quad (4.18)$$

(4.17) ва (4.18) тенгламалар системасини биргаликда ечиш, қидирилаётган икки ўлчамли газдаги $m(n_s)$ боғланишни топишга имкон беради. Ҳисоблашларда 1.1-жадвалдаги InAs яримўтказгич зона параметрларидан фойдаланилди.

$m_c(n_s)$ боғланиш графиги 4.5 расмда келтирилган. Шу расмда яна [14] тажрибада ўлчанган Ферми сатҳидаги транспорт массани (циклотрон масса, кучсиз магнит майдонида ўлчанган) электрон газни тўла концентрациясига боғланиши ҳам келтирилган. 4.5 расмдан кўринадикки, $m_c(n_s)$ боғланиш

графикда ҳам *синишлар* мавжуд. Улар ҳам электрон газда энергия ҳолатлар зичлигини кескин (сақраб) ўзгариши билан боғлиқ.



4.5. Расм. Чексиз чуқур InAs квант ўраси моделида ҳисобланган Ферми сатхидаги электрон транспорт массасини тўла концентрацияга боғланиши. Узлуксиз чизиклар – модел, символлар – [14] тажриба ($L_{экср}=15$ нм).

Ушбу моделда, $L=18$ нм кенгликдаги InAs квант ўраси учун ҳисобланган натижа $L=15$ нм даги чизикқа нисбатан тажрибага яқин чиқади. Бу ҳол, чексиз чуқур квант ўра моделини қўполлигидан далолат беради.

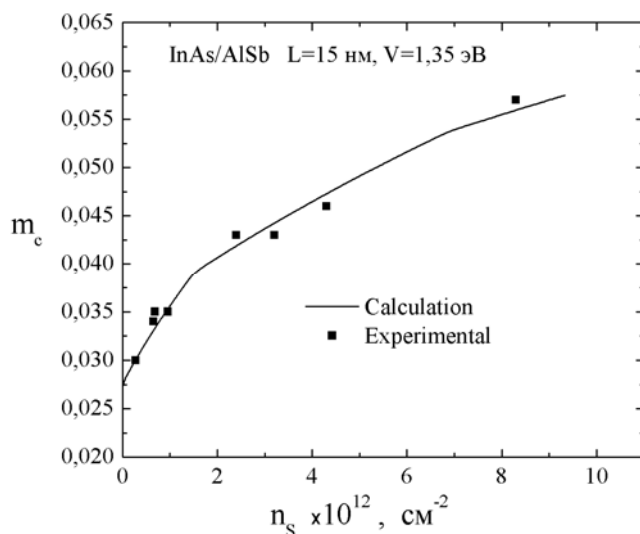
Шундай қилиб, олинган натижалар шуни кўрсатадики, ўтказувчанлик зонасининг нопараболиклиги – транспорт массани тўла концентрация бўйича монотон ортишига олиб келади. Бироқ, критик нуқталарда (концентрацияларда) массани ортиши секинлашади. Буни, газнинг энергия ҳолатлар зичлигини кескин ортиши билан изохлаш мумкин.

InAs/AlSb гетеротузилмани чекли чуқурликдаги квант ўраси моделида, Ферми сатхидаги транспорт массани концентрацияга боғланишини математик модели [95-99] ишларда қараб чиқилган. Бу моделда, электронни энергия сатхлари (4.2) ва (4.3) муносабатлардан аниқланган, InAs/AlSb тузилманинг зона параметрлари 1.1-жадвалдан олинган. Электронни $E_1, E_2, E_3 \dots$ энергия сатхларини билган ҳолда, (4.17) ва (4.18) тенгламалар системасидан фойдаланиб, $m_c(E_F)$ ҳамда $m_c(n_s)$ боғланишларни топса бўлади.

(4.16) ва (4.18) га кўра Ферми сатхидаги транспорт массани минizona номерига боғлиқ эмас. Хаттоки, (2.17) трансцендент тенглама асосидаги ҳисоблашларда ҳам, турли минizonaлар транспорт массалари деярли фарқ қилмайди. Бу фактни, [14] ишдаги назарий ҳисоблар ҳам тасдиқлаган.

$m_c(n_s)$ боғланиш графиги 4.6. расмда келтирилган. Бу боғланишни (4.17) и (4.18) тенгламалардан E_F ни йўқотиб ҳисоблаш мумкин. 4.6.расмда яна Ферми сатхидаги транспорт (циклотрон) массани газни умумий концентрацияси n_s (Холл концентрацияси) га боғланишини [14] тажриба натижалари ҳам келтирилган.

$m_c(n_s)$ боғланишидаги *синишлар* - критик нуқталарда: $n_s = n_{c1}, E_F = E_2$ ва $n_s = n_{c2}, E_F = E_3$ кузатилади. 4.6 – расмдан кўринадики, бу ерда олинган $m_c(n_s)$ боғланиш - [14] ишдаги графикдан фарқ қилади. Бу ерда, абцисса ўқида тўла концентрация n_s турипти.



4.6. Расм. Икки ўлчамли электрон газда Ферми сатхидаги эффектив массани газнинг умумий концентрациясига боғланишини [14] тажриба натижалари билан таққослаш: InAs/AlSb квант ўраси, $L=15$ нм, $V=1,35$ эВ..

4.6 - расмдаги $m_c(n_s)$ боғланиш графиги ва 4.1-расмда келтирилган $E_F(n_s)$ график ўзаро ўхшаш, чунки $m_c(E_F)$ (4.18) га кўра E_F га пропорционал. 4.6 – расмдаги таққослашдан кўринадики, моделдаги ҳисобаш натижалари ва тажриба маълумотлари жуда яхши мос келади.

4.4. Турлича кенгликдаги квант ўралар учун циклотрон массани хисоблаш

[96,99] тадқиқот ишларида, InAs/AlSb гетеротузилма асосидаги кенглиги $L=15$ нм бўлган квант ўра моделида минизоналар дисперсияси, электрон газ энергия ҳолатлари зичлиги ва Ферми сатҳидаги эффектив массани газни тўла концентрациясига боғланиши ўрганилган. Бу ишларда, чекли квант ўрадаги соддалаштирилган дисперсия аппроксимациясидан фойдаланган ҳолда, *Ферми сатҳидаги транспорт массани минизона номерига боғлиқ эмас* деб олинган. Албатта, бу тақрибийлик - $L=15$ нм кенгликдаги квант ўра учун жуда яхши бажарилади. Бироқ ушбу тақрибийлик - квант ўра кенглиги L ни бошқа қийматларида ҳаққонийми ёки йўқми, бу муҳокама қилинмаган.

(2.17) транседент тенгамада ифодаланган дисперсия - минизона номерига боғлиқ, уни (2.19) аппроксимацияси эса боғлиқ эмас: бу транспорт массага ҳам тааллуқли.

Қуйида, икки ўлчамли газини Ферми сатҳидаги электрон транспорт массасини концентрацияга боғланиши - икки усулда: (2.17) транседент тенгамада ифодаланган дисперсиядан, ҳамда уни (2.19) аппроксимациясидан фойдаланилган ҳолда L ни кенг диапазондаги қийматлари учун ҳисобланади.

Айниган икки ўлчамли электрон газни қарайлик. Умумий концентрация n_s ва минизоналардаги концентрация n_i қуйидаги муносабатлардан топилади

$$n_s = \sum_{i=1}^{k_F(i)} n_s(i), \quad n_s(i) = \frac{1}{\pi} \int_0^{k_F(i)} k dk = \frac{m_0}{\pi \hbar^2} \frac{\hbar^2 k_F^2(i)}{2m_0} \theta(E_F - E_i) \quad (4.19)$$

Бу ерда, $\theta(x)$ - Хевисайд функцияси, E_F - Ферми энергияси, $k_F(i)$ эса, i -чи минизона учун Ферми тўлқин вектори. (4.19) муносабат – ихтиёрий сферик симметрик нопараболик зона учун ўринлидир.

E_F ва $k_F(i)$ катталиклар қийматларини (2.17), (2.19) тенгламалардан топилади. Ҳисоблашларда ўра ва барер материаллари учун қуйидаги зона

параметрлари (1.1-жадвалдан) ишлатилди: $V=1.35\text{eV}$, InAs- $E_{gA}=0.42\text{eV}$, $m_A(0)=0.023$, AlSb- $E_{gB}=2.37\text{eV}$, $m_B(0)=0.11$.

(4.19) тенглама - E_F ва n_s катталикларни ўзаро боғланишини аниқлаб беради. Бундан ташқари, ушбу тенгламадан умумий концентрация n_s ни берилган қийматида - алохида олинган минizonaдаги концентрация n_i ни ҳам топиш мумкин. 4.1-жадвалда квант ўрадаги электронни бирнеча энергия сатхлари E_i ва критик концентрация n_{ci} қийматлари келтирилган. Хисоблар, InAs/AlSb гетеротузилма квант ўраси кенглигини турли қийматлари: $L=6, 10, 15, 22\text{ nm}$ учун бажарилди.

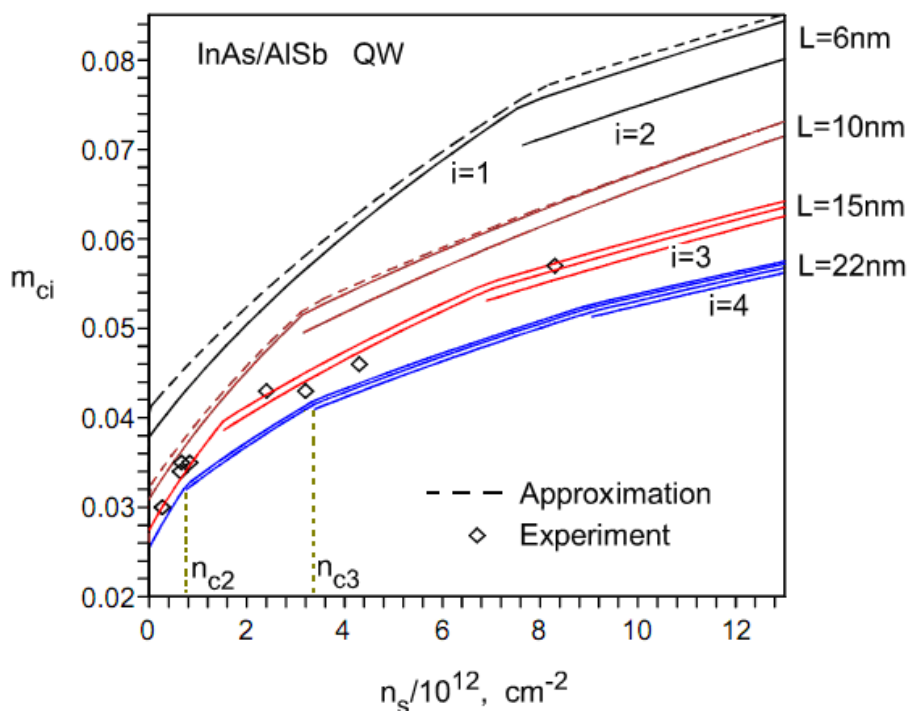
4.1.Жадвал. InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасидаги электронни энергия сатхлари E_i ва критик концентрация қийматлари $n_{ci}(E_F = \bar{E}_i)$

E_i, eV	$L=6\text{ nm}$	$L=10\text{ nm}$	$L=15\text{ nm}$	$L=22\text{ nm}$
E_1	0.165	0.084	0.046	0.025
E_2	0.492	0.269	0.156	0.088
E_3	0.852	0.487	0.295	0.175
E_4	1.203	0.715	0.446	0.272
$n_{ci}/10^{12}, \text{cm}^{-2}$				
$n_{c1}, E_F = E_1$	0	0	0	0
$n_{c2}, E_F = E_2$	7.643	3.155	1.530	0.764
$n_{c3}, E_F = E_3$	(*)35.243	(*)14.464	6.905	3.393
$n_{c4}, E_F = E_4$	(*)92.181	(*)39.041	(*)18.568	9.055

4.1.жадвалдан кўринадики, InAs/AlSb тузилмани тор квант ўрасида юқори энергия сатхлари (яъни, минizona туби) потенциал барер баландлигига яқин экан. Ферми энергияси бу сатхларга етиб бориши учун катта концентрация n_s зарур бўлади. Бироқ, амалда квант ўрани легирлаш даражаси чекланган. 4.1.жадвалда, n_s ни катта (тажриба шароитида етиб бўлмайдиган) қийматлари юлдузча билан ажратилган.

i -чи минizona учун Ферми сатхидаги электрон эффектив массаси $m_{ci} = \hbar^2 k(dE_i/dk)^{-1} |_{E=E_F}$ ни газни тўла концентрацияси n_s ва ўра кенглиги L га

боғланишини сонли усулларда (2.17) ва (4.19) тенгламалардан топиш мумкин. 4.7.расмда, бирнеча минizona учун $m_{ci}(n_s, L)$ боғланишлар графиклари тасвирланган. Графикдан кўринадики, турлича минizonaларда Ферми сатхидаги электрон массаси кам фарқ қилар экан. Бирок, концентрация фиксирланганда, квант ўра кенглиги камайиши билан, бу массалар фарқи орта бошлайди.



4.7. Расм. Турли минizonaлар Ферми сатхидаги электрон эффектив массасини концентрацияга боғланиши $m_{ci}(n_s)$: $L=6, 10, 15, 22$ нм. Узлуксиз чизиклар – (2.17) ва (4.19) тенгламалардан сонли хисобланган. Символлар – [14] тажриба маълумотлари.

Квант ўра кенглиги $L=6$ nm бўлганда, биринчи ва иккинчи минizonaлар массалари фарқи $m_{c1} - m_{c2}$ қиймати $\sim 10\%m_{c1}$ гача боради. Бу шуни билдирадики, унчалик тор бўлмаган квант ўраларда (масалан, $L \geq 50$ nm) турлича минizonaлар Ферми сахида электрон транспорт массалари деярли бир хил деб хисобласак бўлади. Бундай холларда, (4.16) аппроксимациядан фойдаланиш қулайроқ. 4.7. расмдаги штрихли чизиклар - дисперсия аппроксимацияси (4.16) ва (4.19) тенглама ёрдамида олинган.

4.5. Электрон газ энтропиясини концентрацияга боғланиши

Икки ўлчамли электрон газни термодинамик параметрларини (ички энергия, энтропия, иссиқлик сиғими, Паули магнит киритувчанлигив.х.) ўрганиш - статистик физиканинг муҳим масалаларидан хисобланади. Бу борадаги назарий ва амалий илмий изланишлар натижалари - икки ўлчамли электрон газни табиати (минизоналар структураси, улардаги электронлар статистикаси в.х) ҳақидаги тасаввурларни бойитади, тушунишга йўл очади.

Маълумки, паст температураларда, Ферми сатҳи минизоналар тубини кесиб ўтиш чоғида – икки ўлчамли электрон газни энергия ҳолатлари зичлиги кескин сакраб ўзгаради. Ҳолатлар зичлигини бундай сакраб ўзгариши - кўплаб термодинамик катталиқлар хусусиятларида ўзига хос намоён бўлиши керак.

Ферми сатҳини ҳолатини, масалан, магнит майдони ёрдамида ҳам ўзгартириш мумкин (Ландау сатҳлари механизми). Икки ўлчамли электрон газини термодинамик характеристикаларини магнит майдони таъсиридаги осцилляциясини ўрганиш бўйича ҳозирги кунда кўплаб изланишлар натижалари тўланган, ва ҳамон ошиб бормоқда [114-116]. Хаттоки, магнит майдонисиз ҳам, ўрганиш зарур бўлган қатор масалалар мавжуд [112, 117].

III бобда қараб ўтилган натижалардан келиб чиқадики, InAs/AlSb гетеротузилма квант ўрасида электрон газ ҳолатлар зичлигини концентрацияга боғланиши - нопараболик ва параболик моделларда катта фарқ қилади. Ферми сатҳини ҳолатини газни тўла концентрациясини вариациялаш орқали ҳам ўзгартириш мумки. Булардан келиб чиқадики, икки ўлчамли электрон газини термодинамик параметрларини концентрацияга боғланишини математик моделлаштириш ҳам долзарб масалалардан хисобланади.

[86-88] изланишларда InAs/AlSb гетеротузилмаси квант ўрасида электрон газни энтропиясини концентрацияга боғланиши ўрганилган бўлиб, бунда чексиз чуқур ўра модели ва икки зонали Кейн дисперсиясидан

фойдаланилган. Бунда ўрадаги электрон дисперсияси кўриниши қуйидагича олинган

$$E(1 + \alpha E) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m(0)} + E_1 n^2, \quad (4.20)$$

Бу ерда, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ - икки ўлчамли тўлқин вектори квадрати, $E_1 = \hbar^2 \pi^2 / 2m(0)L^2$, L - ўра кенглиги, $m(0)$ - зона тубида электрон эффектив массаси (m_0 бирлигида), α - зонани нопаболиклик даражаси.

Электрон газнинг умумий концентрацияси ва минизоналардаги концентрациялар қуйидаги муносабатлардан аниқланган

$$n_s = \sum_{n=1}^{\infty} n_s^{(n)}, \quad n_s^{(n)} = N_0 \int_{\bar{E}_n}^{\infty} (1 + 2\alpha E) f(E) dE, \quad (4.21)$$

Бу ерда, $N_0 = m(0) / \pi \hbar^2$, $n_s^{(n)}$ - n -чи минизон концентрацияси, \bar{E}_n - (4.20) тенгламани $k=0$ даги ечими, $f(E) = (\exp((E - \mu)/T) + 1)^{-1}$ - Ферми-Дирак таксимот функцияси.

Термодинамик потенциал $\Omega_s(\mu, T)$ ва энтропия S қуйидаги муносабатлардан аниқланган

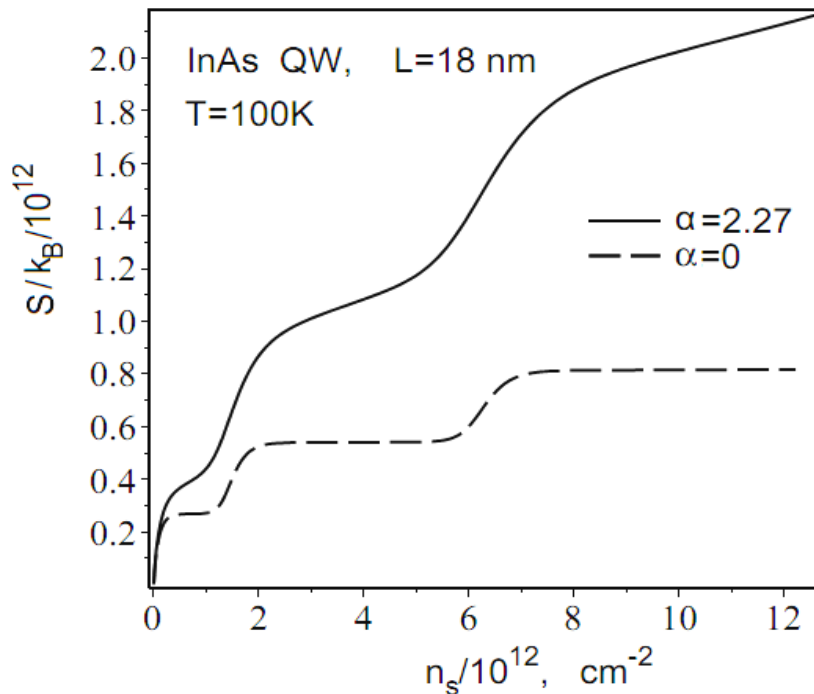
$$\Omega_s(\mu, T) = -TN_0 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{\bar{E}_n}^{\infty} (1 + 2\alpha E) \ln \left(1 + e^{\frac{\mu-E}{T}} \right) dE \quad (4.22)$$

$$S = - \left(\frac{\partial \Omega_s}{\partial T} \right)_{\mu} \quad (4.23)$$

(4.21) ва (4.23) тенгламаларда умумий концентрация n_s , ва энтропия S химиявий потенциалга параметрик боғлиқ бўлгани учун, сонли усулда $S(n_s)$ боғланишни ўзини топиш мумкин.

4.8. расмда электрон газ энтропиясини умумий концентрацияга боғланиш графиги тасвирланган бўлиб, ҳисоблашларда температура $T=70$ К, квант ўра (InAs) кенглиги $L=18$ nm деб олинган. Узлуксиз чизик – нопаболик дисперсия учун, штрихли чизик эса, параболик дисперсияга мос. Графикдан кўринадикки, икки ўлчамли газ термодинамик катталикларини, жумладан энтропиясини аниқлашда зона

нопараболиклигини хисобга олиш муҳим экан. Масалан, концентрацияни $n_s \approx 5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ бўлганда, нопараболик моделда хисобланган энтропия S/k_B қиймати – параболик $\alpha = 0$ моделга нисбатан икки марта катта экан.



4.8. Расм. Икки ўлчамли газ энтропиясини икки ўлчамли электрон газ умумий концентрациясига боғланиши. InAs квант ўраси, $L=18 \text{ nm}$, $T=100 \text{ K}$, $\alpha = 0$ ва $2,27$ холлар қаралган.

Икки ўлчамли газда энтропияси газ умумий концентрациясига боғланиши ҳам зинасимон табиатга эга бўлиб, бу ҳолатлар зичлигини ўзгариши каби экан. Бу эса ўз навбатида, минизоналар ўзаро қопланганлиги билан изоҳланади.

Хулосалар

Квази икки ўлчамли электрон газининг қатор муҳим параметрлари: Ферми энергиясини, минизоналардаги концентрациясини, транспорт массасини ва энтропиясини умумий концентрацияга боғланишини ўрганиш шуни кўрсатадики, бунда электрон зонаси нопараболиклигини ва квант ўра чуқурлигини ҳисобга олиш хал қилувчи рол ўйнар экан. Бу факторларни ҳисобга олган ҳолда, InAs/AlSb гетеротузилмасида кузатиладиган қатор экспериментал қонуниятларни содда усулда тушунтириш мумкин экан.

1. InAs/AlSb каби гетеротузилмалардаги электрон газ хоссаларини ўрганишда, биринчи яқинлашувда чексиз чуқур квант ўра моделидан фойдаланиш мумкин. Бу модел, анча тақрибий эканлигига қарамай – Ферми энергияси, транспорт масса, минизоналардаги электронлар улуши каби катталикларни умумий концентрацияга боғланишидаги асосий хусусиятларни намоён эта олади, ва тажриба маълумотларини сифат жиҳатдан тушинтириш мумкин.

2. Гетеротузилма квант ўрасини чуқурлигини чеклилигини ҳисобга олиш, InAs/AlSb тузилмадаги электрон газида ўрганилган тажриба маълумотларини анча яхши интерпретация қила олар экан.

3. Дисперсияни (2.19) аппроксимациясидан муваффақиятли фойдаланиш ва тўла концентрацияни ҳисоблашни ишлаб чиқилган математик алгоритми – икки ўлчамли электрон газини қатор характеристикаларини назарий тахлили қилишни анча осонлаштиради ҳамда тажрибадаги қонуниятларни миқдорий жиҳатдан тушунтириб беради.

4. Ферми энергияси, транспорт масса, минизоналардаги электронлар улуши каби катталикларни умумий концентрацияга боғланишида – *синиш* лар кузатилар экан. Бу боғланишларни $g_s(n_s)$ графиги билан солиштириш шуни кўрсатдики, кузатилган синишлар - умумий концентрациянинг критик қийматларида энергия ҳолатлар зичлигини сакраб ўзгариши билан изоҳланар экан.

Ферми сатхини минizona тубига тенглашадиган пайтдаги концентрациянинг критик қийматларини хисоблаб топилган. Бу қийматлар ҳам InAs/AlSb да ўлчанган тажриба маълумотларини изохлай олар экан.

5. Ўтказилган сонли текширишлар кўрсатишича, InAs/AlSb квант ўрасидаги электрон транспорт массасини Ферми сатхидаги қиймати – минizonалар номерига деярли боғлиқ эмас экан. Бироқ, концентрацияни фиксирланган қийматида, квант ўра кенглиги камайганда – турли минizonаларга тўғри келувчи массалар фарқи орта бошлайди (4.7.расм). Кенглиги $L \geq 50\text{nm}$ бўлган квант ўралар учун, бу фарқни хисобга олмаса ҳам бўлар экан.

6. Квази икки ўлчамли электрон гази энтропиясини концентрацияга боғланишида ҳам сакраб ўзгаришлар мавжуд бўлиб, бу – газни холатлар зичлиги табиати билан изохланади. Чекли температураларда энтропиядаги кескин сакрашлар анча силлиқланиб, температуранини катта қийматларида ювилиб кетар экан.

ЯКУНИЙ ХУЛОСАЛАР

Ишлаб чиқилган математик модел квазиикки ўлчамли электрон газини тўла концентрацияси ва Ферми энергияси орасидаги боғланишни осон усулда топишга имкон беради. Бундан ташқари, бу модел ёрдамида концентрацияни критик (Ферми сатхини электронни ўрадаги квантланган сатхларига тенглашадиган) қийматларини, осон аниқлаш мумкин. Ва яна ушбу модел асосида квазиикки ўлчамли электрон газини қатор параметрлари: холатлар зичлиги, минизоналарни тўлдирилиш даражаси, Ферми сатхидаги транспорт массаси ва энтропияси ҳисобланиб уларни табиати ўрганиб чиқилди.

Таклиф этилган ушбу моделда структурани муҳим хусусиятлари – электрон зонасининг нопараболиклиги ва квант ўранинг чекли чуқурлигини ҳисобга олинган, ҳамда InAs/AlSb квант ўраси ичидаги икки ўлчамли электрон газида синаб кўрилди.

Ушбу модел, ҳисоблаш структурасига кўра соли-аналитик саналади. Биринчи босқичда, қалалаётган гетеротузилма квант ўраси учун трансцендент тенгламадан электронни энергия сатхлари аниқланади. Сўнгра, топилган энергия сатхларини қийматлари дисперсион тенгламани аппроксимациясида фойдаланлади. Икки ўлчамли электронлар учун топилган дисперсияни ушбу аппроксимацияси содда кўринишга эга бўлиб, унда k^2 га пропорционал хад яққол ажратилгандир. Бундай соддалаштириш эвазига – энергия холатлар зичлигини ҳисоблаш учун қулай формулага эга бўлинди. Бу орқали эса, икки ўлчамли электронлар гази статистикасидаги асосий тенгламалари содда кўринишга келтирилиб, газнинг қатор хоссалари таҳлил қилинди.

1. Икки ўлчамли электронлар дисперсиясидаги нопараболикликни ҳисобга олиш, фазовий квантланиш сатхларини (яъни, минизоналар тубини), параболик модел берган сатхларга нисбатан пастга силжишига олиб келади. Бу силжиш сабаби – энергия сатхларини эффектив массага $m(E)$ тесқари пропорционал эканлигидир. Хажмий яримўтказгич электрон зонаси нопараболиклиги – улар асосидаги гетеротузилма квант ўрасини

минизоналарини дисперсиясига кучли таъсир этар экан. Натижада, минизоналараро масофа – икки ўлчамли тўлқин векторини функцияси бўлиб қолар экан.

2. Умумий концентрация ошиб борса, Ферми сатхи навбатдаги минизона тубини кесиб ўтиш пайтида, газнинг энергия ҳолатлар зичлиги $g_s(n_s)$ кескин ортади. $g_s(n_s)$ боғланишдаги бундай кескин сакрашлар, турли минизоналарни ўзаро қопланиши билан тушунтирилади. Икки ўлчамли электрон газининг энергия ҳолатлар зичлиги – Ферми сатхида ўлчанган эффектив масса қийматлари асосида ҳам аниқланиши мумкин. Бунинг учун яна, Ферми сатхидан пастда ётган квант сатхлар сони ҳам керак бўлади. Бу тажриба маълумотлари асосида аниқланган $g_s(n_s)$ боғланиш – модел ҳисоблашлар билан жуда яхши мос келган.

3. Маълумки, Ферми-Дирак тақсимоти паст температурада, $E = E_F$ нуқтада кескин сакрашга эга, яъни аниқ Ферми сатхи мавжуд. Температура ошиб борса, бу тақсимот силлиқлаша боради, шу сабабли, Ферми сатхида ҳисобланган энергия ҳолатлар зичлигида ҳам кескин сакрашлар – силлиқлаша боради. Электрон зонасининг нопараболиклиги - хатто анча юқори температураларда ҳам, ҳолатлар зичлиги табиатида намоён бўлаверар экан.

4. InAs/AlSb ва шу каби гетеротузилмалар квант ўрасида электрон газини статистикасини ўрганишда, биринчи яқинлашувда, чексиз чуқур ўра моделидан ҳам фойдаланиш мумкин. Анча тақрибийлигига қарамай, бу модел ҳам икки ўлчамли газини муҳим хусусиятларини (энергия Ферми, долу электронлар в подзонах, транспортной массы, энтропии и.т.д) намоён қила олиш билан бирга тажрибалар натижаларини сифат жиҳатдан тушунтириб беради. Чекли чуқурликдаги квант ўра модели эса, InAs/AlSb

гетеротузилмаси квант ўрасидаги электрон газида кузатилган қатор тажрибалар қонуниятларини миқдор жихатдан интерпретация қилиб беради.

5. Квант ўрадаги электрон дисперсиясини муваффақиятли аппроксимацияси (2.19), ва буни ёрдамида ишлаб чиқилган тўла концентрацияни ҳисоблаш алгоритми – икки ўлчамли электронлар газини қатор хоссаларини ҳисоблашда жуда қулай экан. Бу алгоритм – Ферми энергиясини, электронни транспорт массасини, минизоналардаги концентрация улушларини ва энтропияни газнинг тўла концентрацияга боғланишини ҳисоблашларида (InAs/AlSb мисолида) синаб кўрилди.

6. Ферми сатхидаги электронни транспорт массасини минизона номерига боғланишини сонли таҳлиллари шуни кўрсатадики, турлича минизоналардаги (бирок Ферми сатхидаги) транспорт массани қиймати кам фарқ қилар экан. Концентрацияни фиксирланган қийматида, квант ўра кенглиги камайиб борса - турлича минизоналардаги транспорт массалар фарқи орта боради. Кенглиги каттароқ, масалан: $L \geq 50\text{nm}$ бўлган ўралар учун бу фарқни ҳисобга олмаса ҳам бўлади.

Ишлаб чиқилган ва InAs/AlSb гетеротузилмада синаб кўрилган математик модел – A_3B_5 гуруҳидаги бошқа яримўтказгичлар асосидаги икки ўлчамли газни мувозанатли характеристикаларини ўрганишда ҳам фойдали ҳисобланади. Бу модел ёрдамида олинган натижаларни тажрибаларга солиштириш орқали, минизоналар дисперсияси тузилиши, уларни жойлашуви, улардаги концентрация қийматлари в.х. ҳақида қимматли маълумотлар олиш мумкин, ва ўз навбатида ҳозирги кунда яратилаётган янги гетеротузилмаларда электрон гази табиати ҳақида фикр юритиш мумкин.

АДАБИЁТЛАР

1. Mailhiot, C. Smith. Long-wavelength infrared detectors based on strained InAs-Ga_{1-x}In_xSb type-II superlattices / C. Mailhiot, D. L. Smith // J. Vac. Sci. Technol. A. 1989. V. 7, p.445-447.
2. Mohseni, H. Growth and characterization of InAs/GaSb photoconductors for long wavelength infrared range / H. Mohseni, E. Michel, J. Sandoen, M. Razeghi, W. Mitchel, G. Brown // Appl. Phys. Lett. 1997. V. 71. p. 1403-1405.
3. Ohtani, K. InAs/AlSb quantum cascade lasers operating at 10 μm / K. Ohtani, H. Ohno // Appl. Phys. Lett. 2003. Vol. 82. p. 1003-1005.
4. Boos, J. B. 0.2 μm AlSb/InAs HEMTs with 5 V gate breakdown voltage / J. B. Boos, W. Kruppa, D. Park, B. V. Shanabrook, B. R. Bennett // Electronics Letters. 1994. Vol., Issue 23. p. 1983-1984.
5. Bennett, B. R. Modulation InAs(Si) doping of InAs/AlSb quantum wells / B. R. Bennett, M. J. Yang, B. V. Shanabrook, J. B. Boos, D. Park // Appl. Phys. Lett. -1998. Vol. 72. p. 1193-1195.
6. Magno, R. Resonant interband tunnel diodes with AlGaSb barriers / R. Magno, A. S. Bracker, B. R. Bennett // Journal of Applied Physics. 2001. Vol. 89, Issue 10. pp.5791-5793.
7. Sadofyev, Yu. G. High-mobility InAs/AlSb heterostructures for spintronics applications / Yu. G. Sadofyev, Y. Cao, S. Chaparo, A. Ramamoorthy, B. Naser, J. P. Bird, S. R. Johnson, Y.-H. Zhang // Nanostructures: Physics and technologies: Proc. 10th Int.Symp., St. Petersburg, June 17-21, 2002. - St. Petersburg: Ioffe Institute, 2002. p. 57-59.
8. E.R. Brown, J.R. Soderstrom, C.D. Parker, L.J. Mahoney, Molvar, and T.C. McGill, "Oscillations Up to 712 Ghz in InAs/Alsb Resonant-Tunneling Diodes," Applied Physics Letters Vol. 58 No. 20 (May 20, 1991) 2291-93.
9. Evan O. Kane, "Band structure of indium antimonide" J. Phys.Chem. Solids. Pergamon Press, 1957. Vol. 1. pp. 249-261.

10. M.J. Yang, P.J. Lin-Chung, R.J. Wagner, J.R. Waterman, W.J. Moore, B.V. Shanabrook. Far-infrared spectroscopy in strained AlSb/InAs/AlSb quantum wells. *Semicond.Sci. Technol.* **8**, S129 (1993) DOI: 10.1088/0268-1242/8/1S/029].
11. M.J. Yang, P.J. Lin-Chung, B.V. Shanabrook, J.R. Waterman, R.J. Wagner, W.J. Moore. Enhancement of cyclotron mass in semiconductor quantum wells. *Phys. Rev. B* **47**, 1691 (1993) [DOI: 10.1103/PhysRevB.47.1691].
12. C.Gauer, J.Scriba, A.Wixforth, J.P.Kotthaus, C.R.Bolognesi, C.Nguyen, B.Brar, H.Kroemer.// Energy-dependant cyclotron mass in InAs/AlSb quantum wells, *Semicond.Sci.Technol.*, **9**, 1580-1583 (1994). (<http://iopscience.iop.org/0268-1242/9/9/002>)
13. Warburton, R.J., Gauer, C., Wixforth, A., Kotthaus, J.P., Brar, B. and Kroemer, H. (1996) Intersubband Resonances in InAsAlSb Quantum Wells: Selection Rules, Matrix Elements, and the Depolarization Field. *Physical Review B*, **53**, 7903. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.53.7903>
14. В.Я. Алешкин, В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, Ю.Г. Садофьев., J.P. Bird, S.R. Johnson, Y.-H. Zhang. //Циклотронный резонанс в легированных и нелегированных гетероструктурах InAs/ISb с квантовыми ямами // ФТП, **39**, 71 (2005).
15. Шик А.Я., Бакуева Л.Г., Мусихин С.Ф., Рыков С.А. Физика низкоразмерных систем / Под ред. А.Я. Шика.–СПб.: Наука, 2001. 160 с.
16. K. von Klitzing and G. Dorda, and M. Pepper// New Method for High-Accuracy Determination of the fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance // *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494-497 (1980).
17. D.C.Tsui,H.L.Stormer,andA.C.Gossard,// Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit// *Phys. Rev. Lett.***48**, 1559 (1982). Published 31 May 1982, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.1559>
18. D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, and D. C. Peacock, D. A. Ritchie and G. A. C. Jones,// One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance // *J.*

Phys. C: Solid State Phys. 21 (1988) L209-L214. Printed in the UK; (<http://iopscience.iop.org/0022-3719/21/8/002>)

19. B. J.vanWees, H. van Houten, C.W. J. Beenakker, J. G.Williamson, L. P. Kouwenhoven, and D. van der Marel, and C. T. Foxon, // Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas // Phys. Rev. Lett. 60, 848 – Published 29 February 1988.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.60.848>
20. Павлов Л. П. Методы определения основных параметров полупроводниковых материалов. — М.: Высшая школа, 1975.
21. Берман Л. С., Лебедев А. А, Емкостные методы исследования полупроводников, — Л.: Наука, 1981.
22. Фистуль В. И. Введение в физику полупроводников. — М.: Высш. шк., 1984. -352 с.
23. Зеегер К. Физика полупроводников. — М.:Мир, 1977. — 616 с.
24. Киреев П.С.Физика полупроводников.- М.:Высшая школа, 1975.- 584 с.
25. И. М. Цидильковский. Электроны и дырки в полупроводниках, «Наука», М., 1972.
26. Демиховский В.Я., Вугальтер Г.А. Физика квантовых низкоразмерных структур. - М.: Логос, 2000.
27. Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М.: Мир, 1985. 416 с.
28. Молекулярно-лучевая эпитаксия и гетероструктуры / Ред. Л. Ченг, К. Плог. М.: Мир, 1989. 584 с.
29. Л.Е. Воробьев, Л.Г. Голуб, С.Н. Данилов, Е.Л. Ивченко, Д.А. Фирсов, В.А. Шалыгин. Оптические явления в полупроводниковых квантово-размерных структурах. Изд-во СПбГТУ. Санкт-Петербург. 2000.
30. Воробьев Л.Е., Ивченко Е.Л., Фирсов Д.А., Шалыгин В.А. Оптические свойства наноструктур: Учеб. Пособие / Под ред. Е.Л. Ивченко и Л.Е. Воробьева. СПб.:Наука, 2001.–188 с.
31. Кукушкин И.В., Мешков С.В., Тимофеев В.Ф. Плотность состояний

- двумерных электронов в поперечном магнитном поле // УФН. 1988. Т.155, вып. 2. С. 219–264.
32. О. Маделунг. Физика полупроводниковых соединений элементов III и IV групп. Пер. с Англ. –М., Мир. 1967. –с 477.
 33. Бонч-Бруевич В.Л.Калашников С.Г. *Физика полупроводников* (М., Наука, 1977)
 34. Блейкмор Дж.Физика твердого тела.-М.: Мир, 1988.- 608 с.
 35. Рывкин С. М. Фотоэлектрические явления в полупроводниках. — М.: Наука, 1964.
 36. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. – М.: Наука, 1978. 616 с.
 37. Б.М.Аскеров.Электронные явления переноса в полупроводниках. - М.: Наука. 1985. 320 с.
 38. Ю.И. Равич, Б.А. Ефимова, И.А. Смирнов. Методы исследования полупроводников в применении к халькогенидам свинца PbTe, PbSe, PbS (М., Наука, 1968) -383с.
 39. Zawadzki W.// *Electron transport phenomena in small-gap semiconductors* //Advances in Physics, 1974, v.23, p.435.
<http://dx.doi.org/10.1080/00018737400101371>
 40. Kolodziejczak J., Zukotynski S., Stramska H. – Phys. Stat. Sol., 1966, v.14, p.471; 1966, v.16, p. K55.
 41. Wright G., Lax V., Journ. Appl. Phys. Suppl. **32**, 2113, 1961.
 42. Коренблит Л. Л., Машовец Д. В., Шалыт С. С., ФТТ **6**, 559, 1964.
 43. Несмелова И. М., Барышев Н. С., Пырегов Б. П., ФТП **2**, 501, 1968.
 44. Fang Z.M., Ma K.Y., Jaw D.H., Cohen R.M., and Stringfellow G.B. Photoluminescence of InSb, InAs, and InAsSb grown by organometallic vapor phase epitaxy // Journal of Applied Physics. 1990. Vol. **67**. No. 11. pp. 7034-7039.
 45. Joullie A., Girault B., Joullie A.M., and Zien-Eddine A. Determination of the five first interband transitions above the lowest indirect band gap of the

- aluminum antimonide // Physical Review B. 1982. Vol. **25**. No. 12. P. 7830.
46. Anderson R.I. // Experiments on Ge-GaAs heterojunctions // Solid State Elec., 1962, **V.5**, p.341.
47. Щука А.А. Нанoeлектроника. М.:Физматкнига, 2007. - 464 с.
48. H. Kroemer, W.Y.Chien, J.S. Harris, Jr., and D.D. Edwall // Measurement of isotype heterojunction barriers by CV profiling //Appl. Phys. Lett. **36**, p.295, (1980) doi: 10.1063/1.91467 : <http://dx.doi.org/10.1063/1.91467>
49. A.Nakagawa, H. Kroemer, and J.H.English // Electrical properties and band offsets of InAs/AlSb *n-N* isotype heterojunctions grown on GaAs // Appl. Phys. Lett. **54**, p.1893 (1989). doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.101233>
50. Davies J.H. The Physics of low-dimensional semiconductors, Cambridge University, 1998 г. - 438 с.
51. Драгунов В.П., Неизвестный И.Г., Гридчин В.А. Основы нанoeлектроники: Учебное пособие. –М.: Университетская книга; Логос; Физматкнига, 2006. – 496 с.
52. I. Vurgaftman, J. R. Meyer, L. R. Ram-Mohan. Band parameters for III–V compound semiconductors and their alloys // Journal of Applied Physics., **Vol. 89**, No. 11, (2001). DOI: 10.1063/1.1368156. <http://ojps.aip.org/japo/japcr.jsp>.
53. H. Kroemer. //The 6.1Å family (InAs, GaSb, AlSb) and its heterostructures: a selective review // Physica E, [Volume 20, Issues 3–4](#), January 2004, Pages 196–203. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2003.08.003>
54. Kroemer H, Nguyen C, Hu E. L, Yuh E. L, Thomas M, Wong K. C // Quasiparticle transport and induced superconductivity in InAs-AlSb quantum wells with Nb electrodes //Physica B: [Condensed Matter](#), [Volume 203, Issues 3–4](#), December 1994, Pages 298-306 [https://doi.org/10.1016/0921-4526\(94\)90073-6](https://doi.org/10.1016/0921-4526(94)90073-6)
55. И.М. Лифшиц, А.М. Косеевич. К теории магнитной восприимчивости тонких слоев металлов при низких температурах. -ДАН СССР, **91** (1953) с.795-798.

56. А.М. Косеевич, И.М. Лифшиц. Эффект де Газа – Ван Альфена в тонких слоях металлов. –ЖЭТФ, СССР, **29**, вып.6(12), (1955), с.743-747.
57. И.М. Лифшиц, А.М. Косеевич. Об осцилляциях термодинамических величин для вырожденного ферми-газа при низких температурах. -Известие АН СССР, серия физика, **19** (1955), с.395-403.
58. И.М. Лифшиц, М.И. Каганов. Некоторые вопросы электронной теории металлов. II. Статистическая механика и термодинамика электронов в металлах. -УФН, **72**, вып.3, (1962), с.411-461.
59. Огрин Ю.Ф., Луцкий В.Н., Елинсон М.И. О наблюдении квантовых размерных эффектов в тонких пленках висмута. – Письма в ЖЭТФ, 1966, **3**, вып. 3, с.114-118.
60. Луцкий В.Н., Корнеев Д. Н., Елинсон М.И. О наблюдении квантовых размерных эффектов в тонких пленках висмута методом туннельной спектроскопии. – Письма в ЖЭТФ, 1966, **4**, вып. 7, с.267-270.
61. Fowler A., Fang F., Howard W., Stiles P.J// Magneto-Oscillatory Conductance in Silicon Surfaces// Phys. Rev. Lett., 1966, **16**, №20, pp. 901-903.
62. G. Tuttle, H. Kroemer, and J. H. English, J// Effects of interface layer sequencing on the transport properties of InAs/AlSb quantum wells: Evidence for antisite donors at the InAs/AlSb interface // Journal of Applied Physics **67**, 3032 (1990); doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.345426>
63. H.-R. Blank, M. Thomas, K. C. Wong, and H. Kroemer// Influence of the buffer layers on the morphology and the transport properties in InAs/(Al,Ga)Sb quantum wells grown by molecular beam epitaxy // Appl. Phys. Lett. **69**, 2080 (1996); doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.116886>
64. S. Brosig, K. Ensslin, B. Brar, M. Thomas, and H. Kroemer, Physica E **2**, 214 (1998)
65. S. Brosig, K. Ensslin, B. Brar, M. Thomas, and H. Kroemer, Physica B: Condensed Matter **256-258**, 239 (1998)
66. S. Brosig, K. Ensslin, R. J. Warburton, C. Nguyen, B. Brar, M. Thomas, and

- Н. Kroemer // Zero-field spin splitting in InAs-AlSb quantum wells revisited // Phys. Rev. B **60**, R13989(R) – Published 15 November 1999
67. К.Е. Спирин, К.П. Калинин, С.С. Криштопенко, К.В. Маремьянин, В.И. Гавриленко, Ю.Г. Садофьев // Особенности остаточной фотопроводимости в гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами с туннельно-прозрачным барьером // Физика и техника полупроводников, 2012, том **46**, вып. 11, с.1424-1429.
68. S. S. Krishtopenko, V. I. Gavrilenko, and M. Goiran // Exchange enhancement of g-factor in narrow-gap InAs/AlSb quantum well heterostructures // Solid State Phenomena, Vol. **190** (2012) pp.554-557.
[doi:10.4028/www.scientific.net/SSP.190.554]
69. S. S. Krishtopenko, V. I. Gavrilenko and M. Goiran // The effect of exchange interaction on quasiparticle Landau levels in narrow-gap quantum well heterostructures // J. Phys.: Condens. Matter **24** (2012) 135601 (8pp).
[doi:10.1088/0953-8984/24/13/135601]
70. К.Е.Спирин, С.С.Криштопенко, Ю.Г.Садофьев, О. Драченко, М. Нелм, Ф. Терре, В. Кнар, В.И. Гавриленко // Циклотронный резонанс в квантовых ямах InAs/AlSb в магнитных полях до 45 Тл //ФТП, **49**, вып.12, 1665-1671, (2015)
71. S. Brosig, K. Ensslin, A.G. Jansen, C. Nguyen, B. Brar, M. Thomas, H. Kroemer. // InAs-AlSb quantum wells in tilted magnetic fields// arXiv:cond-mat/0005291v1 [cond-mat.mes-hall] 18 May, 2000.
S. Brosig, K. Ensslin, A.G. Jansen, C. Nguyen, B. Brar, M. Thomas, H. Kroemer. Phys. Rev. B, **61**, 13 045 (2000).
72. G. Bastard, Phys. Rev. B **25**, 7584 (1982).
73. Грундман М. Основы физики полупроводников. Нагофизика и технические приложения. – 2-е изд. /Пер. с англ. Под ред. В. А. Гергея. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – с 772. –ISBN 978-5-9221-1394-6.
74. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Физматгиз, 1963.

75. P.Harrison, ed., Quantum wells, wires, and dots: theoretical and computational physics (John Wiley and Sons, Chichester, 1999).
76. Д.Н. Бычковский, Т.П.Воронцова, О.В.Константинов // Контактный потенциал квантовой ямы в полупроводниковой гетероструктуре // ФТП, т.**26**, вып. 12, с. 2118-2128, (1992)
77. Y.Kayanuma // Quantum-size effects of interacting electrons and holes in semiconductor microcrystals with spherical shape // Phys.Rev B **38**, p9797-9805, (1988).
78. А. Б. Талочкин, И. Б. Чистохин // Спектр электрон-дырочных состояний структуры Si/Ge с квантовыми точками Ge // ЖЭТФ, 2011, том **140**, вып. 3 (9), стр.583-589
79. А.С. Москаленко, И.Н. Ясиевич // Экситоны в нанокристаллах Si // ФТТ, 2004, т **46**, вып. 8, стр.1465-1475.
80. R. A. Sergeev, R. A. Suris, G. V. Astakhov, W. Ossau, and D. R. Yakovlev // Simple Estimation of X^- Trion Binding Energy in Semiconductor Quantum Wells// arXiv:cond-mat/0502300v1, [cond-mat.str-el], 13 Feb, 2005
81. G.Gulyamov, P.J. Baymatov, B.T.Abdulazizov, A.S.Mahmudov // *Thermal broadening of the density of states of the quasi-two-dimensional electron gas with non-parabolicity of energy spectrum* // International Journal of Applied Physics (SSRG-IJAP) – volume **2**, Issue 4, July-August 2015. pp 7-12.
82. Г.Гулямов, П.Ж. Байматов, Б.Т. Абдулазизов, А.С. Махмудов // *Квазидвумерный электронный газ: энергетический спектр, плотность состояний, тепловое уширение уровней* // Международная конференция «Фундаментальные и прикладные вопросы физики» //Ташкент. НПО. 21-22 октябрь, 2015. стр 193-195, Физико-технический институт. НПО «Физика-Солнце» АН РУз
83. Г. Гулямов, Б.Т. Абдулазизов, П.Ж. Байматов // *Плотность состояния квазидвумерного электронного газа* // ЎзМУ Хабарлари, № 2/1 2016, стр 221-226
84. G.Gulyamov, P.J. Baymatov, B.T.Abdulazizov // *Effect of Temperature and*

Band Nonparabolicity on Density of States of Two Dimensional Electron gas
// Journal of Applied Mathematics and Physics, 2016, **4**, 272-278, Published
Online February 2016 in ciRes. <http://www.scirp.org/journal/jamp>,
<http://dx.doi.org/10.4236/jamp.2016.42034>

85. Б.Т. Абдулазизов, М.С.Тохиржонов, П.Ж.Байматов // *О статистике электронов в квантовой яме InAs/AlSb*, Сборник публикаций мультидисциплинарного научного журнала «Архивариус». VII Международная научно-практическая конференция «Наука в современном мире» (19 марта 2016) г.Киев. стр 6-9.
www.archivarius.org.ua
86. П.Ж. Байматов, Б.Т. Абдулазизов, М.С.Тохиржонов // *Двумерный электронный газ в гетероструктурной квантовой яме InAs/AlSb: плотность состояния, энтропия и заполнение подзон*// Материалы научно-практической республиканской конференции с международным участием «Актуальные проблемы физики конденсированных сред и преподавания физики». Наманган. 2016. 8-9 июль. стр 66-71.
87. Г. Гулямов, П.Ж. Байматов, Б.Т. Абдулазизов, М.С.Тохиржонов // *О термодинамике двумерного электронного газа с непараболической дисперсией* // Самарқанд давлат университети Илмий Ахборотнома Журнали, 2016.№5 (99), стр 22-27
88. G.Gulyamov, B.T.Abdulazizov // *On the Thermodynamics of a Two-Dimensional Electron Gas with Non-Parabolic Dispersion* // World Journal of Condensed Matter Physics, 2016, **6**, 294-299, Published November 17, 2016 SciRes. <http://www.scirp.org/journal/wjcmp>,
<http://dx.doi.org/10.4236/wjcmp.2016.64028>
89. G. Bastard, J. A. Brum, and R. Ferreira, “Electronic States in Semiconductor Heterostructures”, Solid State Physics **44**, 229 (1991).
90. Г.Г.Зегря, А.С. Полковников // Механизмы Оже-рекомбинации в квантовых ямах// ЖЭТФ, **113**, вып.4, с.1491-1521, (1998)
91. Н.В. Павлов, Г.Г.Зегря // Оптические свойства гетероструктур с

- глубокими квантовыми ямами $\text{AlSb}/\text{InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}/\text{AlSb}$ // ФТП, **48**, вып.9, с.1217-1227, (2014)
92. Н.В. Павлов, Г.Г.Зегря // Влияние непараболичности энергетического спектра электронов и легких дырок на оптические свойства гетероструктур с глубокими квантовыми ямами $\text{AlSb}/\text{InAs}_{0.84}\text{Sb}_{0.16}/\text{AlSb}$ // ФТП, **49**, вып.5, с.617-627, (2015)
93. П.Ж. Байматов, Б.Т. Абдулазизов // *О структуре минизон в квантовой яме InAs/AlSb* // Узбекский Физический Журнал, 2016, №5, стр 301-306
94. Б.Т. Абдулазизов, М.С. Тохиржонов, П.Ж. Байматов // *Межподзонные оптические переходы и структуры минизон в квантовой яме InAs/AlSb* // V Международная конференция Актуальные проблемы Молекулярной спектроскопии конденсированных сред. Самарканд. 22-24 сентябр, 2016г. стр.109.
95. Б.Т. Абдулазизов, П.Ж. Байматов // *Эффективная масса электрона в минизонах квантовой ямы InAs/AlSb* //Международный симпозиум «Новые тенденции развития фундаментальной и прикладной физики: Проблемы, Достижения и Перспективы». 10-11 November 2016, Tashkent, Uzbekistan, стр 76-77
96. P.J. Baymatov, B.T. Abdulazizov // *Concentration dependences of the electron effective mass, Fermi energy, and filling of subbands in doped InAs/AlSb quantum wells* // Украинский Физический Журнал. Ukr. J. Phys. 2017. Vol. 62, No. 1, стр 46-50, doi: 10.15407/ujre62.01.0046
97. П.Ж. Байматов, Б.Т. Абдулазизов, М.С. Тохиржонов // *Эффективная масса электрона в квантовой яме InAs/AlSb* // Бухоро давлат университети Илмий Ахборотлар Журнали, 2017. №1
98. Б.Т. Абдулазизов, П.Ж. Байматов // *Непараболичности минизон и свойства вырожденного электронного газа в квантовой яме InAs/AlSb* // Узбекский Физический Журнал, 2016, №6, стр 372-377
99. G.Gulyamov, B.T.Abdulazizov, P.J. Baymatov // *Effects of band nonparabolicity and band offset on the electron gas properties in InAs/AlSb*

quantum well // Journal of Modern Physics, 2016. 7, 1644-1650. Published Online September 13, 2016 SciRes. <http://www.scirp.org/journal/jmp>.
<http://dx.doi.org/10.4236/jmp.2016.713149>

100. R. P. Leavitt, "Empirical two-band model for quantum wells and superlattices in an electric field," Phys. Rev. B vol. **44**, pp.11270-11280, Nov. 1991.
101. C. Sirtori, F. Capasso, J. Faist, and S. Scandolo, "Nonparabolicity and a sum rule associated with bound-to-bound and bound-to-continuum intersubband transitions in quantum wells," Phys. Rev. B, vol. 50, no. 12, pp. 8663-8674, Sept. 1994.
102. П.Ж. Байматов, Б.Т. Абдулазизов, М.Х.Имомов // Плотность состояния двумерного электронного газа в гетероструктуре с глубокими квантовыми ямами // Международная конференция «Фундаментальные и прикладные вопросы физики» // Ташкент, Физико-технический институт, АН РУз. .13-14 июня, 2017. стр 228-231
103. Б.Ридли.Квантовые процессы в полупроводниках (М., Мир, 1986). 304с. [В.К.Ridley.Quantum processes in semiconductors.Clarendon Press. Oxford.1982]
104. Prevot, I., Vinter, B., Julien, F.H., Fossard, F. and Marcadet, X. (2001) Experimental and Theoretical Investigation of Interband and Intersubband Transitions in Type-II InAs/AlSb Superlattices. Physical Review B, **64**, Article ID: 195318. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.64.195318>
105. Larrabee, D.C., Khodaparast, G.A., Kono, J., Ueda, K., Nakajima, Y., Nakai, M., Sasa, S., Inoue, M., Kolokolov, K.I., Li, J. and Ning, C.Z. (2003) Temperature Dependence of Intersubband Transitions in InAs/AlSb Quantum Wells. Applied Physics Letters, **83**, 3936.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.1626264>
106. В.Я. Алешкин, Н.А. Бекин, М.Н. Буянова, Б.Н. Звонков, А.В. Мурель., 1999. Определение плотности состояний в квантовых ямах и ансамблях квантовых точек вольт-фарадным методом. Физика и

- Техника Полупроводников, **Т.33**, вып.10. 1246-1252.
107. В.Л. Бонч-Бруевич, И.П. Звягин, Р. Кайпер, Г. Миронов, Р. Эндерлайн, Б. Эссер. Электронная теория неупорядоченных полупроводников (М., Наука, 1981). 384 с.
108. Г. Гулямов, Н.Ю. Шарипбаев. ФТП, **45**, 178 (2011).
109. G. Gulyamov, U. I. Erkaboev, N. Yu. Sharibaev, Journal of Modern Physics, **5**, 680-685 , (2014) , <http://www.scirp.org/journal/jmp>.
<http://dx.doi.org/10.4236/jmp.2014.58079>
110. G. Gulyamov, N. Yu. Sharibaev , U. I. Erkaboev, World Journal of Condensed Matter Physics, **5**, 43-47, (2015),
<http://www.scirp.org/journal/wjcmp>,
<http://dx.doi.org/10.4236/wjcmp.2015.51006>
111. Abdulazizov B.T., Baymatov P.J. The International Symposium “New Tendencies of Developing Fundamental and Applied Physics: Problems, Achievements, Prospectives”. November 10-11, 2016, Tashkent, Uzbekistan. PP. 76-77. <http://www.ips2016.uz>
112. В.М.Гохфельд, О термодинамике квазидвумерного электронного газа, Физика низких температур, **31** (2005) 769-773.
113. T.W. Kim, M. Jung, K.H. Yoo. // Determination of the effective mass of the two-dimensional electron gas occupied at two subbands in $\text{In}_{0.65}\text{Ga}_{0.35}\text{As}$ strained single quantum wells by using the fast Fourier transformation and the inverse fast Fourier transformation analyses // Journal of Physics and Chemistry of Solids, **61** (2000), 1769-1774 // www.elsevier.nl/locate/jpcs
114. Zawadzki W., Thermodynamics of Two-dimensional Electron Gas in a Magnetic Field. Springer Series in Solid-State Sciences. **53**, 1984, 79-85 p.
115. Vagner D. Thermodynamics of Two-Dimensional Electron on Landau Levels. HIT Journal of Science and Engineering A, **3**, 2006. 102-152 p.
116. Ramos A.C.A., Farias G.A., Almeida N.S. Thermodynamics of a Quasi-two Dimensional Electron Gas: Effects of Magnetic Fields, Temperature and Finite Width. Physic E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures.

43, 2011. 1878-1881 р .

117. Н.В. Глейзер, А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба, М.А. Соляник. Теплоемкость двумерного электронного газа со сверхрешеткой, Вісник ХНУ, № 962, серія «Фізика», вип. 15, (2011), с.15-20.

```

restart; with(plots):
EKps:=Kp-fsolve( E*(1+aA*E)=3.81/MnA*Kp^2+En*(1+aA*En),
E=0..V );
EKp:=Kp-
fsolve( E=3.81/MA*Kp^2+E0*(Pi*n-2*arcsin(sqrt(g*(E-
3.81/MA*Kp^2)/((g-1)*E+V+(1/g-g)*3.81/MA*Kp^2 ) ) )^2,
E=0..V );
EKpb:=Kp-fsolve( E=3.81/MA*Kp^2+E0*(Pi*n)^2, E=0..100
);
g:=MB/MA; E0:=3.81/MA/L^2; MA:=MnA*(1+aA*E);
MB:=MnB*(1+aB*(E-V));

```

$$EKps := Kp \rightarrow \text{fsolve} \left(E (1 + aA E) = 3.81 \frac{Kp^2}{MnA} + En (1 + aA En), E = 0 .. V \right)$$

$$EKp := Kp \rightarrow \text{fsolve} \left(E = 3.81 \frac{Kp^2}{MA} + E0 \left(\pi n - 2 \arcsin \left(\sqrt{\frac{g \left(E - \frac{3.81 Kp^2}{MA} \right)}{(g-1)E + V + \frac{3.81 \left(\frac{1}{g} - g \right) Kp^2}{MA}}} \right) \right)^2, E = 0 .. V \right)$$

$$EKpb := Kp \rightarrow \text{fsolve} \left(E = 3.81 \frac{Kp^2}{MA} + E0 \pi^2 n^2, E = 0 .. 100 \right)$$

$$g := \frac{MB}{MA} \quad E0 := 3.81 \frac{1}{MA L^2} \quad MA := MnA (1 + aA E) \quad MB := MnB (1 + aB (E - V))$$

```

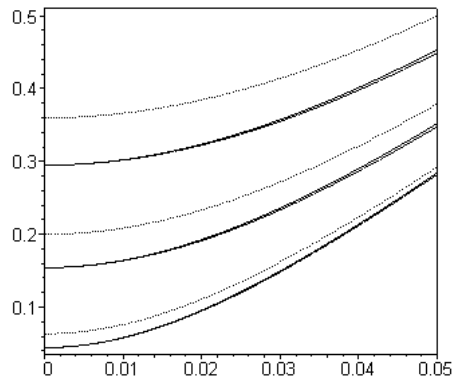
V:=1.35: MnA:=0.023: MnB:=0.11:
L:=150; aA:=2.27: aB:=0.334:
n:=1: p1:=plot(EKp, 0..0.05, color=black ):
      En:=EKp(0);
s1:=plot(EKps, 0..0.05, color=black, linestyle=3 ):
n:=2: p2:=plot(EKp, 0..0.05, color=black ):
      En:=EKp(0);
s2:=plot(EKps, 0..0.05, color=black, linestyle=3 ):

n:=3: p3:=plot(EKp, 0..0.05, color=black ):
      En:=EKp(0);
s3:=plot(EKps, 0..0.05, color=black, linestyle=3 ):
n:=1: b1:=plot(EKpb, 0..0.05, color=black ,
linestyle=2):
n:=2: b2:=plot(EKpb, 0..0.05, color=black ,
linestyle=2):
n:=3: b3:=plot(EKpb, 0..0.05, color=black ,
linestyle=2):

```

```
display([p1,p2,p3, s1,s2,s3, b1,b2,b3], axes=boxed,
thickness=1 );
```

$L := 150$ $E_n := .04448072220$ $E_n := .1542278148$ $E_n := .2948638941$



2-ИЛОВА

```
restart; with(plots):
```

```
ns:=n1+n2+n3;
```

```
n1:=N0*Heaviside(chi-E1)*(chi-E1);
```

```
n2:=N0*Heaviside(chi-E2)*(chi-E2);
```

```
n3:=N0*Heaviside(chi-E3)*(chi-E3);
```

```
chi:=EF*(1+a*EF); ME:=Mn*(1+2*a*EF);
```

```
E1:=.4897199584e-1: E2:=.2082225317: E3:=.4922283998:
```

```
ns := n1 + n2 + n3 n1 := N0 Heaviside(chi - E1) (chi - E1)
```

```
n2 := N0 Heaviside(chi - E2) (chi - E2) n3 := N0 Heaviside(chi - E3) (chi - E3)
```

```
chi := EF (1 + a EF) ME := Mn (1 + 2 a EF)
```

```
N0:=Mn*413 e12: Mn:=0.023: a:=2.27: InAs, 123-МИНИЗОН
```

```
pF:=plot( [ns, EF, EF=0..0.33],color=black, thickness=2
):
```

```
p:=plot( [ns, ME, EF=0..0.33],color=black, thickness=2
):
```

```
p1:=plot( [ns, n1, EF=0..0.33], color=black,
thickness=2 ):

```

```
p2:=plot( [ns, n2, EF=0..0.33], color=black,
thickness=2 ):

```

```
p3:=plot( [ns, n3, EF=0..0.33], color=black,
thickness=2 ):

```

Infinite Barer

E1:=37.6/Mn/L^2: E2:=4*E1: E3:=9*E1: L:=150:

sF:=plot([ns, EF, EF=0..0.37],color=black,
thickness=2, linestyle=2):

sM:=plot([ns, ME, EF=0..0.37],color=black,
thickness=2, linestyle=2):

s1:=plot([ns, n1, EF=0..0.37], color=black,
thickness=2, linestyle=2):

s2:=plot([ns, n2, EF=0..0.37], color=black,
thickness=2, linestyle=2):

s3:=plot([ns, n3, EF=0..0.37], color=black,
thickness=2, linestyle=2):

Expt:=[[0.27, 0.030],[0.65, 0.034],[0.68, 0.035],
[0.95, 0.035],[2.4, 0.043],[3.2, 0.043],[4.3,
0.046],
[8.3, 0.057]]:

p0:=pointplot(Expt, symbol=box, symbolsize=14):

Expt_Brosig:[[0.44, 0.032]]:

p0_Brosig:=pointplot(Expt_Brosig, symbol=circle,
symbolsize=18):

n1exp:[[0.65, 0.64],
[0.68, 0.66],
[0.95, 0.83],
[2.4, 1.8],
[3.2, 2.2],
[4.3, 2.8],
[8.3, 4.3]]:

plexp:=pointplot(n1exp, symbol=circle, symbolsize=14,
color=black):

n2exp:[[2.4, 0.6],
[3.2, 1.0],
[4.3, 1.5],
[8.3, 3.4]]:

p2exp:=pointplot(n2exp, symbol=cross,
symbolsize=14,color=black):

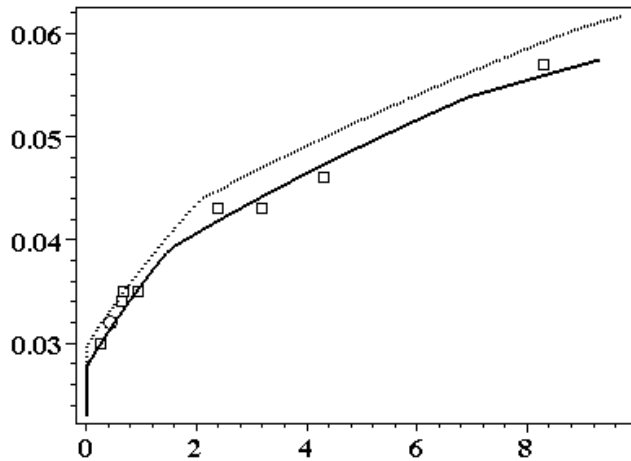
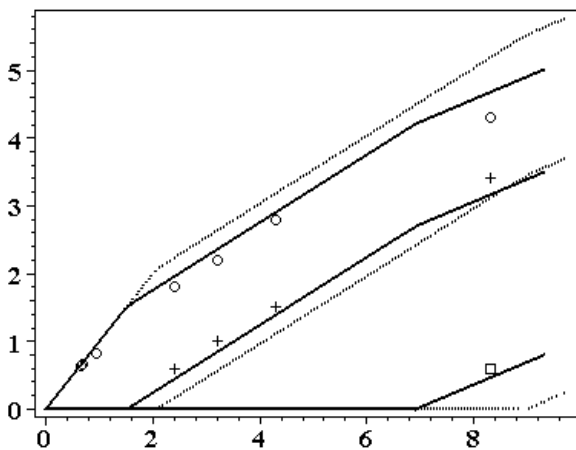
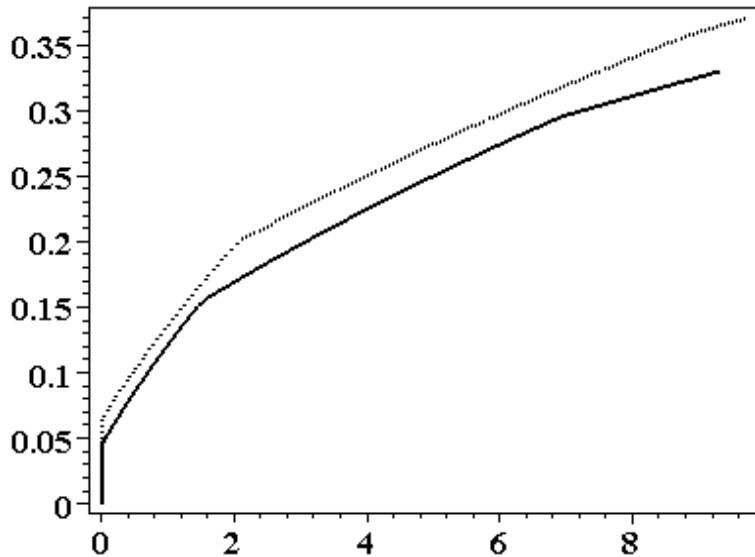
```
n3exp:=[[ 8.3, 0.6 ]]:
```

```
p3exp:=pointplot( n3exp, symbol=box, symbolsize=14,
color=black );
```

```
display( pF, sF, axesfont=[TIMES,BOLD,13] ,
axes=BOXED );
```

```
display( {p1,p2,p3, s1,s2,s3, p1exp,p2exp,p3exp},
axesfont=[TIMES,BOLD,13], axes=BOXED );
```

```
display( {p, p0,p0_Brosig, sM },
axesfont=[TIMES,BOLD,13] , axes=BOXED );
```



**П.Ж.БАЙМАТОВ, Б.Т.АБДУЛАЗИЗОВ,
М.С.ТОҲИРЖОНОВ**

ИККИ ЎЛЧАМЛИ ЭЛЕКТРОН ГАЗ СТАТИСТИКАСИ

(МОНОГРАФИЯ)

Muharir: Ilhomjon Xalilov
Musahhih: Nodira Jumabayeva

Bichimi: 60x84 1/16. Hajmi: 7,3 bosma taboq.
Ofest usulida bosildi. Buyurtma – 88
Adadi: 100 nusxa. Bahosi kelishilgan narxda.

**Fan ziyosi nashriyoti. Toshkent shahar,
Shayxontovur tumani Navoiy ko'chasi 30 uy.
Tasdiqnoma raqami 3918.**

“FAZILAT ORGTEX SERVIS” hususiy korxonasi bosmaxonasida chop etildi. Manzil: Namangan sh. Amir Temur ko'chasi 97-uy.
Tel: (+998) 91-363-86-87, (+998) 97-256-87-86

