

Е.К.Войшвилло, М.Г.Дегтярев

ЛОГИКА

УЧЕБНИК ДЛЯ ВУЗОВ



Е.К.Войшвилло, М.Г.Дегтярев

ЛОГИКА

*Рекомендовано Министерством общего
и профессионального образования
Российской Федерации
в качестве учебника для вузов*



Москва



1998

- Войшвилло Е. К., Дегтярев М. Г.**
В65 **Логика: Учебник для вузов.** — М.: Гуманит.
изд. центр ВЛАДОС, 1998. — 528 с.
ISBN 5-691-00184-1

Рассматривается круг логических вопросов и проблем, который можно охарактеризовать как «практическая логика». Анализируются вопросы практического применения логики, в частности, в педагогическом процессе. Особое значение имеет глава, посвященная логико-эпистемологическим и социально-психологическим аспектам аргументации (доказательство и опровержение, критика, споры и дискуссии и т. д.)

В учебнике удачно сочетается традиционная тематика с современным уровнем логико-методологических исследований.

Для студентов вузов.

ББК 87.4

ISBN 5-691-00184-1

© Войшвилло Е. К., Дегтярев М. Г.,
1997
© «Гуманитарный издательский
центр ВЛАДОС», 1997
Все права защищены

Предисловие

О значении логики сказано немало в философской литературе. Однако чаще всего подчеркивается, что изучение логики необходимо для формирования культуры мышления. Авторы настаивают на более широком значении этой науки, считая, что знание форм и процедур мыслительной деятельности составляет по существу определенный аспект и основу той части философии, которую называют теорией познания или — точнее — научной эпистемологией. Формы и процедуры, а также общие закономерности процессов познания, которые выявляет логика, представляют собой основной «инструментарий» так называемого абстрактного мышления, составляющего наиболее существенный аспект теории научного познания.

При написании книги авторы исходили из убеждения, что логика как наука должна быть необходимым элементом общего образования в России.

Предлагаемая вниманию читателя книга появилась в результате тщательной переработки учебника «Логика с элементами эпистемологии и научной методологии», который был написан авторами в 1994 г. и предназначался для студентов пединститутов. Учебник 1994 г. участвовал в конкурсе в рамках программы «Обновление гуманитарного образования в России» (1992 г.) и был удостоен Почетной грамоты. Работа финансировалась по гранту фондом Дж. Сороса. Настоящий учебник адресован самому широкому кругу читателей — студентам вузов различных специальностей.

Овладение результатами логической науки является не только необходимым условием формирования культуры мышления, но также способствует развитию природных возможностей мыслительной деятельности человека, повышает его творческий потенциал. Несомненно, что понимание механизмов формирования научных знаний не может не способствовать рационализации процесса обучения и повышению эффективности усвоения достигнутых научных результатов. К этому надо добавить, что при определенном понимании и соответствующем изложении логического материала изучение логики дает представление о самом процессе познания, в чем состоит ее важное философское значение.

Однако степень полезности изучения логики зависит от того, насколько соответствует критериям научности само изложение ее результатов в учебной литературе, а тем самым от способов ее преподавания. Существенно при этом выявление места и роли рассматриваемых логических приемов, форм и законов познания в составе самого процесса познания. При написании книги авторы

стремились рассматривать известные логические формы и приемы в контекстах познавательных процедур, считая, что только при таком подходе может быть выявлена их научно-методологическая значимость.

В учебнике рассматривается круг логических вопросов и проблем, который можно было бы охарактеризовать как практическую логику. Многие из этих проблем были выделены в процессе развития так называемой традиционной логики, однако, как правило, еще не разработаны теоретически.

Несмотря на то, что центральной проблемой логики всегда являлось изучение форм правильных умозаключений, что определяло ее как науку о законах и формах правильного мышления, не существовало даже критерия правильности выводов (умозаключений) в силу отсутствия понятия логического следования. Не существовало также понятия о том, что представляют собой законы логики. Аналогичная ситуация наблюдается и в других разделах традиционной логики: в области теории определения, аргументации, суждения. По существу здесь не было теории — имелось лишь описание узкого круга эмпирически выделенных форм выводов и форм мысли.

Все это породило у многих специалистов, особенно у представителей вновь возникшего в середине XIX века этапа развития логики — так называемой символической логики, отрицательное, неприязненное отношение к проблематике. Появилось даже противопоставление символической логики как современной формы логики традиционной.

Такое противопоставление отчетливо проявляется в современной учебной литературе. С одной стороны, есть множество учебников, особенно в нашей стране, посвященных всецело традиционной логике со всеми указанными ее недостатками. В лучшем случае авторы этих учебников ограничиваются лишь «включением элементов символической логики». Эти элементы оказываются просто инородными вкраплениями, никак не связанными с основной проблематикой и по существу во многом даже несовместимы с основным материалом. При этом часто вместо систем логики излагаются так называемые формально-логические построения — неинтерпретированные квазилогические системы с неизвестным предназначением. С другой стороны, особенно в странах Запада, содержание логики в учебниках и учебных пособиях зачастую целиком сводится к символической логике.

Однако ограничение учебников символической логикой, представляющей собой в основном теорию дедукции и некоторую методологию, связанную с особыми, специально построенными логическими формализованными языками, ведет к тому, что получаемые в рамках этих языков весьма важные сами по себе результаты оказываются недоступными широкому кругу ученых различных

областей науки. Эти результаты предназначены в основном узкому кругу специалистов-математиков и самих логиков. Вместе с тем обращение к символической логике и особенно использование ее формализованных языков приводит к выяснению именно тех основополагающих понятий, которых не хватало в традиционной логике. Здесь, например, выявляются такие особые формы мышления как предикаты, по существу то, что в традиционной логике называли признаками, составляющими содержание понятий. Однако теперь выясняется структурное многообразие таковых, возможность сравнения их, — как и самих понятий, — по информативности. Это поднимает саму теорию понятий на принципиально новый теоретический уровень. В рамках формализованных языков сформированы понятия логических форм мысли, отношения логического следования и законов логики и т. д.

Таким образом, мы исходим из того, что символическая логика имеет не только важное самостоятельное значение, но является также методологической основой, средством решения проблем традиционной логики, а также позволяет выявить многие новые аспекты познания философского-методологического характера. Однако существенен, в конце концов, перевод всех результатов философского и методологического характера для познания вообще на естественный язык. В силу этого именно они могут становиться достоянием широкого круга лиц, связанных с наукой и особенно с изучением процессов познания. Поэтому, излагая формализованные языки и теорию дедукции в языках этого рода, мы рассматриваем эти разделы не как самоцель, а как основу для теоретического осмысления и обоснования всех других логических форм и процедур, связанных, в основном, с естественным языком.

В ряде случаев в предлагаемой книге даны специфические — уточненные — трактовки известных результатов традиционной логики, а также новые результаты, касающиеся, например, правдоподобных выводов, аргументации, анализа самих формализованных языков и формализации в их рамках выводов и доказательств. Так, предлагается оригинальная «натуральная система исчисления предикатов», максимально приближенная, как нам кажется, к формам естественных рассуждений.

Связывая логику с вопросами теории познания и рассматривая ее как методологию научного познания, мы ввели в учебник новые разделы логико-эпистемического характера: «Язык как средство познания», «Типы объектов познания и их возможные характеристики», «Некоторые методы эмпирического и теоретического познания», в частности, раздел «Научное объяснение», важный для понимания законов науки.

Наряду с основным материалом, относящимся к обычным курсам логики, в книге имеются сведения (данные мелким шрифтом), представляющие более детальное и уточненное рассмотрение во-

просов, обсуждаемых в основном курсе. По замыслу авторов эти дополнения должны быть полезны для преподавателей, а также для студентов, стремящихся к более основательному изучению предмета. С другой стороны, учитывая то обстоятельство, что на курсы логики зачастую отводится незначительное количество учебного времени, естественно предполагать, что в процессе ее преподавания возникнет необходимость сокращенного изложения ряда разделов и исключения каких-то из них. Естественно, что выбор материала должен зависеть от профиля вуза и его подразделений.

Для студентов любых профилей полезно знакомство с основными видами (формами) знания и процессов познания: понятие, суждение (высказывания), вывод (умозаключения — дедуктивные и правдоподобные), основными принципами аргументации, теории определения.

Студентам-лингвистам, как мы считаем, полезно сосредоточить внимание на разделе «Логический анализ языка» (гл. II, III).

Студентов естественно-научных направлений могут заинтересовать разделы «Типы объектов познания и их возможные характеристики» (гл. IV), «Правдоподобные выводы» (гл. IX, часть II), «Теория определения» (гл. VII), «Теория аргументации» (гл. XI), основные приемы абстрагирующей деятельности мышления (виды абстракций и идеализация), научное объяснение, подтверждение и доказательство научных утверждений, «Теория и некоторые методы теоретического познания» (гл. X, часть II), «Формализованные языки» (гл. III). Им желательно ознакомиться, хотя бы в общих чертах, с принципами формализации выводов, например, в так называемой натуральной системе исчисления предикатов (гл. III).

Студентам социологических профилей рекомендуем раздел «Правдоподобные выводы» (гл. IX, часть III), для обоснования которых в учебник введено разработанное понятие индуктивного следования, а также разделы «Основные характеристики знаков» (гл. II), теория понятий (гл. V) и определений (гл. VII), а также «Теория аргументации» (гл. XI).

В кратких курсах естественно опустить разделы символической логики, особенно логические исчисления (высказываний и предикатов), ограничившись общим представлением о специфике и значении формализованных языков и идеей формализации выводов и доказательств. Из гл. III «Символическая логика» в кратких курсах желательно ознакомиться хотя бы с формализованными языками и логикой высказываний. В случае обращения к исчислению высказываний и предикатов ограничиться системами натурального вывода.

В числе изучаемых студентами математического профиля дисциплин имеются курсы символической логики. Однако при этом не уделяется внимание проблемам логики философского характера, например, таких, как анализ познавательных процедур и форм мышления в естественных языках (эмпирические методы позна-

нии, в частности правдоподобные выводы, а также специальный анализ отдельных форм мышления, кроме выводов и доказательств). Между тем, знакомство с этими аспектами познавательной деятельности, а также хотя бы с основными результатами анализа языка, весьма полезно для их общего и,

особенно, философского образования.

Тем, кто готовит себя к преподавательской деятельности, полезно знакомство со всеми разделами курса.

Мы не стремились во что бы то ни стало сделать учебник книгой легкого чтения, а исходили из тех соображений, что коль скоро есть наука о том, как надо правильно мыслить и как учить этому, то уж учебник логики тем более должен заставлять человека мыслить: нельзя научиться мыслить, не пытаясь этого делать.

В работе по подготовке настоящего учебника к изданию активное участие приняли А. А. Ильин, Н. Е. Войшвилло и А. В. Щипкова. Авторы выражают им искреннюю признательность. Кроме того, А. А. Ильин оказал большую помощь Е. К. Войшвилло в написании разделов, дополнивших предыдущее издание этого учебника.

Авторы благодарят также коллег с кафедры логики философского факультета МГУ им. М. В. Ломоносова — Ю. В. Ивлева, В. И. Марвина, а также И. Н. Грифцову за ценные замечания и предложения, касающиеся отдельных вопросов. Без их творческого участия и советов учебник во многом проиграл бы.

*Евгений Казимирович Войшвилло
Михаил Григорьевич Дегтярев*

ПРЕДМЕТ И ЗНАЧЕНИЕ ЛОГИКИ

Термин «логика» в настоящее время употребляется в трех основных значениях. Во-первых, *этим словом обозначают всякую необходимую закономерность во взаимосвязи объективных явлений*. Выражения «логика фактов», «логика вещей», «логика исторического развития» и т. п. представляют типичные варианты употребления этого слова в таком значении. Во-вторых, *словом «логика» обозначают закономерности в связях и в развитии мыслей*. Традиционными выражениями здесь являются такие, как «логика рассуждения», «логика мышления» и т. д. Будем иметь в виду, что закономерности в связях и развитии мыслей являются опосредованным отражением объективных закономерностей. И наконец, *логикой называют науку — определенную систему знаний, рассматривающую логику мышления*. При этом логикой часто называют не только всю эту науку, но и отдельные ее разделы: модальная логика, неклассическая логика и др.

Мы знаем, например, что существует явление объективной действительности — отклонение кометы Галлея от заранее рассчитанной траектории. Очевидно, что это событие имеет свою объективную логику. Живет на Земле астроном, который рассуждает о причинах, последствиях этого отклонения. Его рассуждения по этому поводу составят логику мышления.

Логике же как науке может интересоваться само это рассуждение с точки зрения того, какие мыслительные процедуры, какие логические операции используются, т. е. как рассуждает астроном, когда он размышляет об отклонении кометы Галлея? Вопрос «Как?» включает в себя главный логический компонент: правильно ли он рассуждает? Ответы на подобные вопросы дает ЛОГИКА.

- **Логику** обычно определяют как науку о правильном мышлении.

Мышление есть сложный процесс, оно имеет различные аспекты, их изучением занимаются различные науки: психология, физиология, кибернетика, лингвистика, социология и др. Естественно возникает вопрос, *что же в мышлении составляет предмет изучения логики?* Для ответа на этот вопрос ознакомимся хотя бы в самых общих чертах с тем, что представляет собой процесс познания.

§ 1. Основные характеристики процесса познания

Предметы и явления окружающей действительности мы познаем с помощью органов чувств. В результате воздействия предметов на наши органы чувств (в том числе и в ответ на наши действия с ними) мы получаем ощущения — отражения отдельных свойств, сторон, характеристик этих предметов и явлений: твердости, нагретости, цвета, запаха, звуковых проявлений и т. д. Ощущения составляют источник, начало всего нашего познания.

На базе ощущений формируются более сложные чувственные образы предметов — **восприятия** — отражение предметов в целом, правда, лишь с внешней их стороны. И наконец, воспроизводя в нашей памяти прежние восприятия, мы имеем **представление** о предметах. Представление дает нам возможность сохранить определенную информацию о предметах, когда они находятся вне сферы непосредственного воздействия на наши органы чувств. Более того, на основе своего чувственного опыта и имеющихся знаний человек может формировать представления о предметах, с которых он не имел чувственных контактов. Процесс создания представлений такого рода носит название **воображения**.

Обычно чувственные данные фиксируются в словах и словосочетаниях языка. Посредством языка происходит также и переработка чувственных данных, осознание специфики тех или иных предметов, выделение их сходств и различий, выявление и обобщение их связей и отношений с другими предметами. Этот процесс воспроизведения действи-

тельности в сознании человека с помощью языка называют рациональной ступенью познания, или ступенью абстрактного мышления, в отличие от чувственной ступени.

Употребление здесь слова «ступень» (или слова «уровень») весьма условно, поскольку в самом процессе чувственного отражения существенную роль играют уже имеющиеся знания. Кроме того, в процессе мышления, включая и самые высокие его уровни, человек постоянно опирается на чувственные образы, создаваемые нередко посредством воображения. Тем не менее, разделение познания на ступени имеет основание хотя бы в историческом плане, да и в каждом отдельном процессе познания, поскольку началом его познания является чувственный опыт.

Чувственные данные играют роль для нашего мышления, аналогичную той, которую играет пища для пищеварения. Отрицать существование чувственной ступени познания, как это делают некоторые философы, на том основании, что, дескать, сам процесс чувственного освоения предметов связан обычно с мыслительной деятельностью, — это все равно, что отрицать ступень (этап) приема пищи в процессе пищеварения только потому, что сам процесс пищеварения, например выделение слюны, желудочного сока, начинается до приема пищи, часто только при виде ее.

В связи с пищеварением всякий раз, конечно, приходит мысль об отбросах его деятельности... Но и при переработке чувственных данных мышление, «проверяя» их, также отбрасывает часто то, что в наших наблюдениях не соответствует реальности — вроде сходящихся к горизонту железнодорожных рельсов, преломленного в воде весла, погружающегося в море солнца и т. п. Продолжая аналогию между мышлением и пищеварением, в процессе которого, как известно, не только перерабатывается пища, но и усваиваются вещества, нужно отметить, что роль мышления состоит не только в переработке чувственных данных. Мышление наряду с ощущениями само является важным источником приобретения нового знания. При объяснении чувственно воспринимаемых явлений, например горения, кипения и т. п., за счет мышления выясняется их сущность; при этом вводятся в соответствующие теории недоступные органам чувств объекты: молекулы, атомы, поля и т. д. Мышление создает, как мы увидим далее, объек-

ны сугубо теоретического характера: абстрактные, идеализированные, идеальные и т. п. (см. § 12).

При этом наряду с областями реальной действительности, предметы и явления которой существуют в пространстве и времени, возникают объекты, составляющие области идеальной действительности, которые изучают так называемые абстрактные науки, в частности, математика и логика. Логические операции и процедуры, изучаемые логикой, не имеют пространственно-временных характеристик¹, как и числа, множества, группы, вообще изучаемые математикой структуры.

Чувственная и рациональная ступени познания обладают рядом существенно различных характеристик. Различны, по первым, сами формы отражения действительности на той и другой ступени. На первой — чувственной, — как мы уже говорили, это — ощущения, восприятия, представления. На ступени же абстрактного мышления наши знания о действительности представлены такими формами, как понятия, высказывания (суждения), теории.

Это специфические языковые формы выражения получаемых в процессе познания знаний, тогда как формы чувственного опыта вовсе не обязательно связаны с языком. Далее, чувственное познание является, в основном, пассивной формой отражения действительности. Чувственные данные человек получает нередко помимо своей воли, а иногда — и вопреки желаниям.

Процесс же познания на абстрактной ступени представляет собой волевою, целенаправленную деятельность. Не случайно в характеристике этого процесса применяются такие выражения, как «научный поиск», «напряженная работа мысли», «интеллектуальная деятельность» и т. п. Целенаправленность мыслительных процессов определяется возникающими вопросами: что общего в предметах того или иного класса? Почему, как осуществляется то или иное явление? Каковы механизмы взаимодействия предметов? Каковы закономерности их развития и т. п.

¹ Конечно, речь идет не о конкретных случаях применения операций логики в конкретных, естественных процессах мышления, а о типах операций вообще, о законах, которым они подчинены, об условиях их правильности, взятых вне пространственно-временных координат.

- Как и всякая деятельность, мышление имеет свои специфические приемы и методы: анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование, научное объяснение и др., с помощью которых формируются понятия, высказывания (суждения), теории. К числу приемов и методов мыслительной деятельности относятся также операции с самими понятиями и высказываниями: обобщение и ограничение, деление и классификация понятий, доказательство и опровержение высказываний, выводы одних высказываний из других — умозаключения.

Умозаключения играют важную роль для характеристики мышления как одного из источников познания. Они часто дают возможность выявить то, что недоступно непосредственно органам наших чувств. Например, известно из механики, что у всякого тела, плотность которого одинакова во всех точках его объема, геометрический центр и центр масс совпадают. У Земли, как показывают астрономические наблюдения, эти центры не совпадают. Ясно, что это дает нам право — чисто теоретически, опосредованно — заключить, что плотность Земли не одинакова во всех ее частях.

Характерной особенностью абстрактного мышления, наряду с тем, что оно является опосредованным отражением действительности, выступает обобщенный характер отражения. Если на чувственной ступени познания мы имеем информацию об отдельных явлениях и предметах и лишь в некоторой мере достигаем обобщения различного в представлениях, то на ступени абстрактного мышления всякое отдельное, конкретное познается на основе общего, то есть на основе предварительного обобщения предметов тех или иных классов (металлы, растения и т. п.).

Так, чтобы понять, что представляет собой Московский государственный университет, мы должны, по крайней мере, иметь знание о том, что такое учебное заведение, высшее учебное заведение, университет. Знания такого рода представляют понятия.

- В понятиях мы обобщаем предметы некоторых классов, то есть множеств качественно однородных в некотором отношении предметов. Обобщения достигаются за счет выделения именно того общего, что характерно для предметов этого класса.

Так мы получаем понятия: «Целое положительное число, отличное от единицы, которое не имеет никаких делителей, кроме самого себя и единицы, — простое число», «Заведение, в котором происходит обучение людей каким-то наукам, — учебное заведение» и т. п.

Заметим, что сами обобщения возможны только благодаря употреблению языка, поскольку только с помощью знаков языка, то есть слов и словосочетаний, мы можем выделить и зафиксировать общие свойства предметов какого-либо класса.

- С помощью языка мы познаем и выделяем причины и сущность явлений. Знание же сущности составляет основу значимых обобщений, объяснения явлений, раскрытия законов действительности, основу формирования теоретических понятий и самих теорий.

В познании сущности явлений основную роль играет именно мышление, которое само по себе, наряду с ощущениями, является, как уже было сказано, важнейшим источником познания.

Важную роль в процессе познания играет практическая деятельность людей. Именно в практической деятельности прежде всего осуществляется познание предметов с помощью органов чувств. Практика ставит перед человеком вопросы, проблемы, которые стимулируют и направляют познавательную деятельность. С другой стороны, в практике проверяются результаты тех или иных процессов познания, устанавливается истинность или ложность возникающих высказываний и теорий.

- Таким образом, практика играет двойную роль: она является основой процесса познания и критерием истинности его результатов.

Все наше знание нужно нам в конечном счете для практического применения. Эту мысль хорошо выразил русский историк В. О. Ключевский: «Цена всякого знания определяется его связью с нашими нуждами, стремлениями и поступками. Иначе знания становятся простым балластом памяти, пригодным для ослабления житейской качки разве только

пустому кораблю, который идет без настоящего ценного груза»¹.

Итак, основные особенности абстрактного мышления, определенные аспекты которого изучает логика, составляют: неразрывная связь с языком, опосредованный, целенаправленный и обобщенный характер отражения и, как мы видели, наличие особых форм отражения действительности и особых приемов и методов познавательной деятельности.

Наряду с различием ступеней чувственного и рационального познания выделяют в рамках самого рационального познания также две ступени: ступень или, другими словами, *уровень эмпирического познания* (и знания) и *уровень теоретического познания* (и знания).

- Эмпирический уровень рационального познания — это процесс (этап) мыслительной — языковой — переработки чувственных данных, вообще информации, полученной с помощью органов чувств. Такая переработка может состоять в анализе, классификации, обобщении материала, получаемого посредством наблюдения. Здесь в форме высказываний фиксируются определенные связи, отношения между предметами, факты, указывающие на наличие или отсутствие тех или иных ситуаций. Здесь образуются понятия, обобщающие наблюдаемые предметы и явления. Таким образом формируются эмпирический базис тех или иных теорий.
- Для теоретического уровня рациональной ступени познания характерно то, что здесь включается деятельность мышления как другого источника знания: происходит построение теорий, объясняющих наблюдаемые явления, открывающих законы области действительности, которая является предметом изучения той или иной теории.

Если для эмпирического уровня характерно знание фактического характера, то для теоретического уровня основным является знание необходимого характера, пример которого как раз — знание законов действительности.

¹ Ключевский В. О. Курс русской истории // Собр. соч.: В 8 т. — М., 1956. — Т. 1. — Ч. 1. — С. 45.

Однако основа всего мышления — его синтетическая (синтезирующая) деятельность, проявляющаяся в суждениях. Дело в том, что при формировании самого языка происходит отрыв свойств, отношений, вообще характеристик предметов от самих предметов. Свойства и отношения предметов, как и сами предметы, фиксируются в различных знаках языка и наличествуют первоначально в языке в отрыве друг от друга, как нечто самостоятельно существующее: свойства (красный, высокий, электропроводный, вязкий, трудный) в отрыве от предметов (медь, человек, воск, наука), некоторые свойства и отношения, связанные в действительности — в отрыве друг от друга и от предметов и т. д.

Созидательная деятельность мышления начинается с того, что свойства, отношения соотносятся с определенными предметами: устанавливается наличие или отсутствие тех или иных свойств у предметов (медь — электропроводна, воск — не красный и т. п.), характеризуется наличие или отсутствие отношений между определенными предметами (Москва южнее Мурманска, воск легче парафина, Иван не брат Петра и т. п.). Это — основная синтетическая деятельность мышления, осуществляемая посредством специальных мыслительных актов — утверждений и отрицаний, — и реализуется в таких формах мысли как суждения.

- Таким образом, суждение является основной формой мыслительной деятельности. А указанная синтетическая деятельность прежде всего характеризует активный характер мыслительной познавательной деятельности и специфику воспроизведения мира с помощью языка (см. гл. II).

Основу всего процесса познания составляют следующие наиболее общие — применимые как на эмпирическом, так и на теоретическом уровне познания — приемы познавательной деятельности.

С р а в н е н и е — выявление сходств и различий между предметами.

А н а л и з предметов, данных в представлении, — разложение, расчленение их на отдельные признаки, отдельные части, выявление их связей и отношений с другими предметами.

С и н т е з — воспроизведение предметов, расчлененных в процессе анализа на отдельные признаки, части, результатом которого является представление их как системы выделенных частей, свойств и отношений.

О б о б щ е н и е — объединение в одной мысли под одним термином — словом, словосочетанием — множества предметов по сходным их чертам. Обобщение связано с процессом абстрагирования.

Выделяются три вида абстрагирования.

Первый из них состоит в том, что в предмете выделяются какие-то признаки, а все другие остаются за пределами внимания; другими словами, происходит отвлечение от всех других признаков. Результат применения такого приема есть абстрактно мыслимый, характеризуемый лишь некоторой совокупностью выделенных признаков предмет. Наиболее важную роль этот прием играет при образовании понятий. Здесь он неразрывно связан с обобщением предметов некоторого класса и поэтому может быть назван обобщающим абстрагированием.

Второй вид — отождествляющее абстрагирование. Прием состоит в том, что, выделяя некоторые признаки предмета, мы игнорируем все остальные как несущественные с той или иной точки зрения. Это ведет к отождествлению всех предметов, обладающих выделенными признаками. Таким образом, например, выделяя те или иные слова по их структуре, мы игнорируем все различия, связанные с их написанием или произношением, и рассматриваем все случаи употребления слова одной и той же структуры как различные экземпляры одного и того же слова. Все эти случаи как бы склеиваются в один. Элементами понятия «книга», например, мы считаем такие книги, как «Поднятая целина», «Три мушкетера» и т. д., но не различные экземпляры этих книг.

И наконец, имеется так называемое изолирующее абстрагирование, состоящее в том, что отдельные признаки предметов, отдельные их характеристики мысленно отделяются от самих предметов и становятся самостоятельными предметами мысли. Результатом таких процессов являются так называемые абстрактные объекты и понятия: «фигура», «качество», «количество», «талант», «объем», «длина» и пр.

Следует различать (часто смешиваемые) такие приемы познания, как обобщающее абстрагирование и идеализация. *Идеализация состоит в том, имея в виду некоторые предельные случаи* (предел уменьшения трения, увеличение упругости и т. д.), мы либо мысленно наделяем предметы какими-то свойствами, которых они в действительности не имеют (например, физические тела — способностью восстанавливать при деформации свой объем или форму, в результате чего появляются понятия типа «идеально упругое тело» или «идеальная жидкость»), либо лишаем их каких-то свойств, которыми они в действительности обладают. Так возникают в нашем сознании «безразмерные» точки, «линии, лишенные ширины», «идеальный газ».

Понятие истины. В заключение данного очерка о процессе познания особо отметим, что цель всякого познания состоит в достижении истинного знания о тех областях действительности, которые являются предметом познания. Понятие истинного знания удобнее всего разъяснить на примере высказываний (суждений), с которыми его нередко только и связывают¹.

В каждом высказывании устанавливается наличие или отсутствие у тех или иных предметов какого-то свойства или отношения между ними. Иначе говоря, в каждом высказывании утверждается наличие или отсутствие той или иной ситуации в действительности, к которой относится данное высказывание.

Отсутствие некоторой ситуации, в свою очередь, обычно рассматривают как наличие некоторой отрицательной ситуации. Отсутствие ситуации впадения Волги в Черное море можно рассматривать как наличие ситуации невпадения Волги в Черное море. Таким образом мы приходим к обобщению: в каждом высказывании утверждается наличие некоторой (положительной или отрицательной) ситуации в действительности. Положительные и отрицательные ситуации называем противоположными (они не могут иметь место в действительности одновременно и какая-то из них всегда имеет место). Учитывая это, можно сказать:

¹ Вопрос о применимости понятия истинности к теориям и понятиям будет рассмотрен далее (см. гл. V и гл. X, § 42).



- **Высказывание истинно тогда и только тогда, когда утверждаемая в нем ситуация имеет место в действительности.**

В противном случае говорят, что высказывание ложно. Точнее говоря, высказывание ложно, если в действительности имеет место ситуация, противоположная той, которая утверждается в высказывании.

Если высказывание истинно или ложно, то только в этом случае оно называется осмысленным. В противоположном случае оно не является осмысленным. *Необходимым условием осмысленности высказывания является точность его формулировки, то есть правильность его формулировки с точки зрения требований языка и логики.* Требование логики состоит прежде всего в том, чтобы высказывание имело ясный смысл (что, в свою очередь, подразумевает выполнение определенных правил логики при построении высказывания).

При неудовлетворении требования ясности в рамках неосмысленных высказываний могут возникать высказывания бессмысленные и неопределенно-истинностные. Вот примеры бессмысленных высказываний: «*Всякий вечный двигатель работает без бензина*»¹, «*Простые числа тяжелее нечетных*»². Утверждения типа «*Это тело является горячим*», «*Земля вращается быстро*» и т. п. без дополнительных уточнений смысла «горячее», «быстрое», «большое» и т. п. являются неопределенно-истинностными. Бессмысленные и неопределенно-истинностные высказывания, конечно, не являются истинными, но они и не ложны.

В дальнейшем мы вернемся к некоторым уточнениям определений истинности и ложности высказываний.

¹ Это высказывание бессмысленно потому, что не имеет реального содержания, так как в действительности нет предметов, к которым оно относится. Это значит, что в данном случае в действительности нет ситуации, которая утверждается в данном высказывании (работа всех вечных двигателей без бензина), как нет и противоположной ситуации (работа каких-то вечных двигателей на бензине).

² Это высказывание бессмысленно, так как не выполнено одно из требований логики — необходимо, чтобы предметы, к которым относятся утверждаемые в высказывании характеристики их, относились к области определения этих характеристик (точнее, как мы увидим далее — к области определения знаков этих характеристик, называемых далее предикаторами — гл. II, 6).

§ 2. Логика как наука

Логика как наука возникла в IV веке до н. э. Ее создателем был древнегреческий философ Аристотель (384—322 гг. до н. э.), который систематизировал и развил логические исследования своих предшественников в трудах, объединенных общим названием «Органон» («Категории», «Об истолковании», «Первая аналитика», «Вторая аналитика», «Топика», «О софистических опровержениях»¹). Нелишне заметить, что логика была первой из оформившихся в самостоятельную науку отраслей знания.

Логику определяют обычно, как науку о формах правильных рассуждений, имея в виду выявление прежде всего законов и форм правильных выводов и доказательств. В силу чего ее часто называют формальной логикой². При этом выделяется наиболее существенное в содержании этой науки, поскольку выводы (умозаключения) играют наиболее важную роль в процессах теоретического познания. Однако уже у самого Аристотеля круг исследования проблем логического характера был значительно шире. У него анализируются не только основные формы мысли: понятия, суждения, но и многие приемы познавательной деятельности. Учитывая это, точнее было бы дать следующее определение:

- Логика есть наука о формах, приемах и методах теоретического познания на ступени абстрактного мышления, имеющих общенаучный характер, о законах, составляющих основу этих методов, а также о языке как средстве познания.

При таком подходе к логике как науке наряду с формальной логикой в ней выделяются, по крайней мере, такие разделы как логическая семиотика

¹ Аристотель. Соч.: В 4 т. — М.: Мысль, 1978. — Т. 2.

² Термин «формальное» трактуют иногда как бессодержательное, формалистическое и т. п. Но к формальной логике это не имеет никакого отношения! Дело просто в том, что задачей этого раздела логики как науки является выявление определенных форм (структур) рассуждений, но при этом учитывается как раз, что сами формы, например, высказываний, понятий, имеют содержание, а именно логическое содержание. Оно играет очень важную роль для понимания многих познавательных процессов.

формализованные языки. Здесь возможно лишь предварительное знакомство с ними.

Рассмотрим понятия логической формы и содержания мысли на примере такого наиболее знакомого читателю вида знания, как высказывания (суждения¹), в которых утверждается наличие или отсутствие какой-либо ситуации в познаваемой области действительности. Мы имеем, например, такие простые высказывания как «2 — простое число», «Волга впадает в Каспийское море», «Все жидкости упруги», «Некоторые кислоты не содержат кислорода», и сложные: «Луна вращается вокруг Земли, а Земля — вокруг Солнца» «Все кислоты содержат кислород или некоторые не содержат его».

Про высказывания (суждения), как и про понятия, теории говорят (и мы будем говорить), что они являются особыми формами знания. «Формы» здесь означают виды знания, то есть речь идет об особых видах знания. Но каждое конкретное суждение (как и понятие), будучи выраженным в некотором языке и при этом достаточно точным образом, наряду с определенной знаковой (языковой) формой, имеет также логическую форму, а наряду с определенным конкретным содержанием, — логическое содержание (здесь, поскольку речь идет о суждении с определенной знаковой формой, естественнее говорить о логической форме и о логическом содержании высказывания). Рассмотрим эти понятия на примере следующих высказываний: «Все металлы суть химически простые вещества» и «Если вода (при нормальном давлении) нагрета до 100°C, то она закипает».

Вопрос о том, каковы здесь знаковые формы, не требует, очевидно, разъяснений. Конкретное содержание мысли в первом случае состоит, как видно, в утверждении, что каждый предмет, который мы характеризуем свойством металличности, обладает свойством химической простоты, то есть состоит из однородных атомов. Чтобы выявить логическую

¹ Одно и то же суждение может быть выражено в разных языках и даже в разных знаковых формах в пределах одного языка. Когда суждение рассматривается в связи с какой-то конкретной формой его языкового выражения, оно называется «высказыванием». Термин же «суждение» для него мы употребляем, когда отвлекаемся от того, какова именно его знаковая форма.

форму и логическое содержание этого суждения надо отвлечься от того, каковы именно те конкретные предметы, о которых в нем что-то утверждается, и каковы именно те конкретные свойства или отношения, наличие которых у этих предметов утверждается. Отвлекаясь от того, что речь идет здесь о металлах, мы можем обозначить их просто переменной S , а вместо свойства «химически простое вещество» ввести переменную P . Тогда вместо данного конкретного суждения получаем его логическую форму:

Все S суть P .

Это выражение обладает еще определенным содержанием: оно в определенной степени осмысленно, а именно, в нем утверждается, что всякий предмет, обладающий каким-то свойством S , имеет свойство P . *Это содержание, которое представляет логическая форма высказывания, и называется логическим содержанием высказывания.*

Читатель теперь сам, очевидно, установит, что для того чтобы выявить логическую форму второго из взятых нами высказываний, надо отвлечься от конкретного предмета, а в данном случае воды. Результатом отвлечения будет введение некоторой переменной для его обозначения, например, a . Вместе с тем отвлекаемся от того, о каких именно свойствах этого предмета идет речь, заменяя опять их знаковые формы переменными: «нагретость до 100°C » обозначим P_1 , а «закипает» — P_2 . В итоге получим:

Если a есть P_1 , то a есть P_2 .

Логическое содержание состоит здесь в указании на связь между наличием у предмета одного свойства P_1 и наличием другого — P_2 .

Тут же логическую форму имеет высказывание: «Если сумма цифр числа 353 делится на 3, то само это число делится на 3».

Читатель, наверное, усмотрел уже, что при выявлении логических форм высказываний в приведенных случаях мы допускали определенные огрубления: игнорировали, например, различие между структурами таких свойств, как «нагреть до 100°C » и «закипает». В первом случае налицо некоторое отношение между водой и температурой 100°C . Есть существенная разница между свойствами «делимость суммы

цифр числа на 3» и «делимость самого числа на 3», которую мы также не принимали во внимание. Все дело в том, что логические формы мысли можно выявлять с той или иной степенью точности, с учетом или без учета тех или иных структурных особенностей свойств, отношений, как и самих предметов. Все зависит от того, с какой целью, в каких ситуациях, для решения каких задач нам необходимо выявить логическую форму той или иной мысли. Иногда мы можем вообще отвлекаться от структур высказываний, составляющих другие — сложные — высказывания, и, например, в качестве логической формы вышеприведенных высказываний о делимости числа, о кипении воды получить выражение:

Если p , то q ,

где p и q — переменные для высказываний (пропозициональные переменные).

Возьмем высказывание: «Если наш мир лучший из миров, то все люди в нем должны быть счастливы». Рассматривая свойства «лучший из миров» и «всякий человек — в нем — должен быть счастлив» как простые, получим форму данного высказывания, аналогичную предыдущей:

Если a есть P_1 , то a есть P_2

Если же учтем структуру второго свойства «Всякий человек, если он живет в нашем мире, то он счастлив», будем иметь: «если a есть P_1 , то все S суть P_2 (если SRa , то S есть Q)», где R — отношение «живет». Читателю предлагается теперь самому выявить логическую структуру также первого из указанных свойств и соответственно форму всего высказывания с учетом структуры этого свойства.

Не имея возможности вдаваться здесь во многие подробности (см. гл. II, б), заметим, однако, что в каждом высказывании мы различаем дескриптивные термины и логические. *Дескриптивные — это термины, обозначающие предметы, свойства, отношения.* К числу логических терминов относятся в наших примерах такие знаковые выражения, как «все», «некоторые», «и», «если...», «то...» и др. *Именно логические термины и определяют логическое содержания высказываний и именно наличие логических операций и отношений, которые обозначаются логическими терминами, ха-*

характеризуют специфику воспроизведения действительности в мышлении. Правда, в мышлении не все логические связи фиксируются явным образом посредством специальных логических терминов¹. Логические термины и являются, в частности, тем инструментарием, с помощью которого осуществляется упоминавшаяся выше синтетическая деятельность мышления. Посредством их происходит соотнесение свойств и отношений, зафиксированных в языке первоначально в отрыве от предметов, с теми или иными определенными предметами. Речь идет о той именно синтезирующей деятельности мышления, которая осуществляется в формах высказываний (суждений).

Несколько упрощенно логическую форму иногда определяют как «способ связи в мысли частей мыслимого содержания». «Мыслимое содержание» здесь, очевидно, конкретное содержание мысли в отличие от логического — связанное со значениями дескриптивных терминов, а сам «способ связи» характеризуется логическими терминами.

Вообще, для того, чтобы точно выявить логическую форму некоторой мысли, необходима точная и полная ее формулировка², содержащая все ее аспекты. Иначе — при выявлении логической формы — может быть не учтена какая-то часть некоторого конкретного содержания, а тем самым и потеряно нечто в логическом содержании.

Неполнота формулировки может иметь место, когда, например, не учитывается сложная структура тех или иных признаков, как это было в одном из приведенных примеров. В высказывании «Поиский человек имеет мать» «имеет» — не отношение; здесь подразумевается утверждение о существовании для каждого человека некоторого другого человека такого, который находится в определенном отношении к первому, а именно в том отношении, которое обозначает слово «мать».

Здесь видны трудности выявления точного смысла и логической формы высказываний в естественном языке. Когда утверждаются какие-то отношения между предметами одного и того же класса, возникает необходимость к общему обозначению предметов этого класса (как в данном случае — «человек») добавлять либо нумерацию (человек₁, человек₂...), либо вводить специальные сим-

¹ Логическую форму имеют, конечно, и такие суждения, как «Луна — холодное небесное тело», «Солнце — раскаленное тело», «Медь — металл», в формулировках которых нет специальных логических терминов, однако, здесь подразумевается наличие логического отношения принадлежности свойства предмету.

² Точная и полная формулировка мысли нужным образом достигается в специальных, формализованных, определенным образом стандартизованных языках (см. гл. III), в чем и состоит их важное значение для логики.

волы переменных X, Y, \dots , употребляя выражения «человек X », «человек Y », как это и делается в формализованных языках.

В тех или иных случаях, в зависимости от решаемых задач, мы можем, как уже было сказано, опускать какие-то стороны содержания. Но «опускать» — не значит «вообще не замечать и не учитывать».

Следует добавить также, что, выявляя логическую форму, при замене терминов с конкретным содержанием — знаков предметов, свойств, отношений — мы заменяем их переменными соответствующих типов, то есть знаками, под которыми подразумеваются объекты тех же типов; причем один и тот же термин, если он встречается в выражении не один раз, заменяется одной и той же переменной, а различные — различными. При этом употребляются переменные особого вида, так называемые «переменные — параметры», или, иначе говоря, «фиксированные переменные», в отличие от так называемых «квантифицированных переменных» (см. гл. III, § 10).

Вообще, логические формы высказываний, как и их логические содержания, необходимы для выявления законов логики, лежащих в основе правильных форм рассуждений (умозаключений).

Логические законы представляют собой связи, в частности, между высказываниями того или иного языка, зависящие только от их логических содержаний, а тем самым, от их логических форм. Сами они выражаются обычно также в формах некоторых высказываний того же языка, но с использованием нужных переменных. Законами являются, например:

Если все S суть P , то ни одно не- P не есть S ;

Если все S суть P , то некоторые P суть S ;

Если неверно, что некоторые S есть P , то ни одно S не есть P .

Каждый из указанных законов определяет форму правильного умозаключения. Например, от истинности высказывания вида «Все S суть P » можно с гарантией заключить об истинности высказываний вида «Ни одно не- P не суть S » и вида «Некоторые P суть S ». Так, если вместо S и P использовать, соответственно, «металл» и «электропроводящее вещество», то ясно, что при истинности высказывания «Все металлы суть электропроводящие вещества», обязательно истинными будут и высказывания «Ни одно неэлектропроводящее ве-

щество не есть металл» и «Некоторые электропроводящие вещества есть металлы».

- **Высказывания, выражающие законы логики, истинны при любых значениях содержащихся в них переменных (именно тех переменных, которые мы вводим, выявляя логические формы высказываний).**

ЗАКОНЫ ЛОГИКИ И ПРИНЦИПЫ ПРАВИЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ

Современное понятие закона логики возникло в рамках символической логики; при этом было выяснено, что существует бесконечное множество законов этого типа. Мы подчеркиваем это в противовес распространенному — идущему от традиционной логики — представлению о том, что в формальной логике есть три, а по другому мнению, четыре закона, которые называют при этом «основными» законами (основными и единственными!). Имеются в виду три закона — *закон тождества, закон противоречия, закон исключенного третьего*, — сформулированные еще Аристотелем, и *закон достаточного основания*, введенный в логику Г. Лейбницем.

Аристотель сформулировал упомянутые законы, критикуя современные ему философские течения. Еще в V веке до н. э. Гераклит — основоположник диалектики — сформулировал принцип, что в мире нет ничего вечного, постоянного, «все течет, все изменяется». При качественных изменениях обычны не просто переходы явлений из одних качественных состояний в другие, но часто и в свою противоположность. Противоположности добра и зла, полезного и вредного, справедливого и несправедливого, горячего и холодного, отталкивания и притяжения и тому подобные взаимодействия составляют часто лишь различные аспекты одних и тех же явлений, представляют различные тенденции их развития. Из этих взглядов Гераклита и других античных диалектиков были сделаны крайние выводы.

Согласно взглядам философов, которые были названы *релятивистами* (Кратил и др.), в мире все абсолютно относительно и вообще нет ничего определенного, а поэтому

невозможно никакое истинное знание. Аристотель возражал релятивистам так: «Если мы имеем два противоречащих высказывания, то есть таких, в одном из которых (А) что-либо утверждается, а в другом то же самое¹ отрицается (не-А), то по крайней мере одно из них истинно». Иначе говоря, противоречащие высказывания не могут быть оба ложными. Это действительно один из законов логики — закон исключенного третьего.

Другая крайность, которую представляли философы-софисты (Протагор, Горгий и др.), состояла в утверждении, что, наоборот, все, что бы мы ни утверждали или отрицали, является истинным: «И как кому кажется, так оно и есть!» На это Аристотель отвечал, что из двух указанных типов высказываний А и не-А, по крайней мере, одно является ложным или, иначе говоря, противоречащие друг другу высказывания не могут быть оба истинными. Это — тоже закон логики. Он получил название закона противоречия.

Против абсолютизации относительности качественных различий предметов и явлений и изменчивости вещей и явлений Аристотель возражал, что в относительном, изменчивом всегда есть качественно определенное (что именно и является объектом изменения).

Существование определенности в рамках изменчивости хорошо демонстрирует нам современная наука, особенно теория микрочастиц. Известно, что многие частицы «живут» лишь миллионные или даже миллиардные доли секунды. Казалось бы, о них вообще ничего нельзя высказать, поскольку стоит лишь даже произнести первую букву названия частицы, как ее давно уже нет в действительности... Тем не менее физики определяют массы, заряды, моменты вращения, в ряде случаев даже и строение таких частиц, хорошо отличая одни частицы от других. К нашему счастью, наше мышление при рассуждении о вещах «не гоняется» за ними, не идет параллельно их развитию.

¹ При определении противоречащих высказываний обычно находят нужным подчеркивать, что в одном из них что-то утверждается, а в другом «то же самое, в том же смысле, о том же предмете, взятом в то же время, в том же отношении» отрицается «то же самое», что в первом, то само собой имеется в виду, что «в том же смысле, о том же предмете» и т. д.

Софистика и релятивизм в процессах познания связаны с неправильным употреблением языка, с неопределенностью значений употребляемых слов и языковых выражений вообще. В действительном процессе мышления всякий человек, как писал Аристотель, вкладывает в свои слова какое-нибудь значение и для себя и для другого. Это необходимо для того, чтобы вообще возможно было рассуждение: «Если же у слов нет определенных значений, тогда утрачена всякая возможность рассуждать друг с другом, а в действительности — и с самим собой, ибо невозможно ничего мыслить, если не мыслить каждый раз что-нибудь одно...»¹.

Итак, Аристотель формулирует здесь важное требование к мышлению, необходимое условие его логической правильности: рассуждая о тех или иных предметах и явлениях, необходимо выделять в них нечто качественно определенное, устойчивое, относительно тождественное, придавая таким образом словам, в которых выражаются мысли, определенное предметное значение (см. § 5). Это требование относится, в частности, и к нашим понятиям, которые должны иметь определенное содержание и сохранять свою определенность в процессах рассуждения (не допускать подмены одних понятий другими и смешения слов с различными значениями). Это требование получило в логике название закона тождества².

Как мы уже сказали, появлению в логике «четвертого закона» она обязана Г. Лейбницу. То, что называют законом достаточного основания, есть также определенное требование, необходимое условие правильности нашего мышления. Оно состоит в том, что в процессе познания можно принимать то или иное суждение, высказывание за истину лишь на достаточном основании. Правда, сам Г. Лейбниц и традиционная логика после него не выяснили, что именно есть достаточное основание для признания истинности некоторого высказывания.

¹ Аристотель. Метафизика. — С. 64.

² Однако имеются различные толкования этого закона, иногда, например, как требование тождества наших понятий в процессе рассуждения, а это требование определенности понятий в ходе рассуждения отнюдь не означает, что они должны оставаться тождественными при рассуждении, что будет показано в гл. V. К тому же, как увидим, это положение не является законом логики в современном понимании этого термина.

В некоторой мере указание на это содержится в приведенном выше определении истины, в котором мы использовали результаты исследования понятия истины польским логиком А. Тарским (применившим для этого точные методы современной логики): достаточным основанием истинности высказывания является наличие в действительности той ситуации, которую оно описывает и наличие которой утверждает. Другое дело, что сами ситуации бывают весьма сложными и не всегда ясными; к тому же не всегда просто установить наличие или отсутствие какой-либо ситуации. Поэтому требование Г. Лейбница чаще всего приходится понимать как стремление к максимальному обоснованию (подтверждению) выдвигаемых и принимаемых нами утверждений.

Из последнего изложения нетрудно обнаружить, что в традиционной логике смешаны принципиально различные понятия: такие, с одной стороны, как законы логики и, с другой — логические принципы, логические требования, как необходимые, наиболее общие условия логической правильности нашего мышления.

Законы логики представляют собой объективные, не зависящие от человека связи между мыслями, например, между высказываниями, обусловленные их логическими содержаниями. Сами эти логические содержания являются отражением в мышлении некоторых наиболее общих сторон и аспектов, связей и отношений, реально существующих.

Логические же принципы (требования) — это определенные установки, положения, к осуществлению которых человек должен стремиться, но которые, в конце концов, могут умышленно или неумышленно не выполняться или, как говорят, «нарушаться».

Из перечисленных нами так называемых основных законов логики два первых — исключенного третьего и противоречия — действительно являются законами логики. Что касается законов тождества и достаточного основания — это лишь более или менее определенные требования. Впрочем, в современной логике действительно есть закон тождества. Он — насколько возможно выявить его смысл на данном этапе изложения материала — представляет собой так же, как и другие законы, определенную, хотя в данном случае и тривиальную связь между высказываниями: «Если какое-то высказывание A истинно, то оно истинно».

Ясно, что каждый закон представляет и определенное требование к нашему мышлению, по крайней мере, требование рассуждать в соответствии с этим законом. Законы противоречия и исключенного третьего часто трактовались в логике именно как некоторые требования. Можно сказать, что из закона исключенного третьего вытекает одно из условий¹ (и конечно, требование) определенности нашего мышления. Оно состоит в следующем: «На всякий правильно поставленный вопрос о наличии или отсутствии у предмета тех или иных свойств, о наличии или отсутствии той или иной ситуации в действительности, необходим, в конечном счете, положительный или отрицательный ответ, то есть принятие высказывания A или его отрицания (неверно, что A)».

Из закона противоречия вытекает, очевидно, принцип непротиворечия:

«Утверждая (принимая) некоторое утверждение A , не отрицай (не отрицай) того же самого (если, конечно, не хочешь говорить ложного)».

Это требование к человеку быть последовательным в своих рассуждениях. Нужно сказать, что требование непротиворечивости нашего знания является центральным в научном мышлении и обычно строго выполняется. При возникновении противоречия в том или ином процессе познания или в составе некоторого знания ученые всегда стремятся устранить его. Вместе с тем появление противоречий в процессе познания отнюдь не редкое явление. Почти в каждой более или менее сложной науке возникают так называемые парадоксы, антиномии — противоречия определенных видов. Не свободна от них даже такая точная наука как математика (см., например, парадоксы теории множеств).

Возникновение противоречий обусловлено зачастую сложностью, многосторонностью предметов, процессов, событий, их связей и отношений в действительности. К противоречиям приводят, в частности, отмеченные выше «противоречия» в самих предметах, их способность проявлять себя противоположным образом в разных ситуациях и даже на-

¹ Другим условием определенности мышления естественно считать также и принцип тождества.

личие в них в одно и то же время взаимоисключающих сторон, тенденций. Нельзя не сказать также и о нашем неумении различить в некоторых случаях качественно различные явления, характеристики объектов, учесть все обстоятельства того или иного явления и т. п.

Хороший пример того, как легко впасть в противоречие даже весьма умному человеку, показывает И. С. Тургенев в романе «Рудин». Герой романа Пегасов, как вы помните, будучи человеком оригинального склада ума и особого склада характера, возмущается, что люди претендуют на наличие у них каких-то убеждений, носятся с ними, уважения к ним требуют. К нему обращается Рудин:

— Что же, по-вашему, убеждений не существует?

— Нет и быть не может!

— Это ваше убеждение?

— Да!

— Вот вам одно на первый случай!

Именно в силу того, что упомянутые нами законы логики в истории логики были истолкованы прежде всего как некоторые требования и в силу важности этих требований, появилась их характеристика как основных законов логики, мы назовем эти требования *основными принципами логически правильного мышления*. К ним относятся: *принцип исключенного третьего, принцип непротиворечия, принцип тождества*, как он изложен выше в соответствии с Аристотелем, и *принцип достаточного основания*.

Значение логической правильности мышления, подчеркнем еще раз, состоит в том, что она является необходимым условием гарантированного получения истинных результатов в решении задач, возникающих в процессе познания. Понятие логической правильности мышления является многосторонним, имеет много аспектов и они найдут отражение в данной книге. Сейчас же важно уяснить наиболее общие черты правильного мышления. К их числу относят определенность мышления, последовательность и доказательность.

- **Требование определенности мышления** включает в себя определенность значений, употребляемых в рассуждениях терминов и связанных с ними понятий, уяснение смысла тех или иных утверждений, точность выдвигаемых положе-

ний, точность формулировок в соответствии с принципом исключенного третьего.

- Последовательность мышления означает, что, утверждая что-либо, человек не должен принимать одновременно нечто несовместимое с этими утверждениями, с другой стороны, он должен принимать следствия своих утверждений. Последовательность мышления проявляется также, как умение построить цепочку рассуждения, где каждое последующее звено зависит от предыдущего, то есть выделить его исходные пункты и следствия, вытекающие из них. Непоследовательность же мышления характеризуется нарушением этапности рассуждений, наличием прерывности и несвязуемости в этом процессе.
- Доказательность как черта правильного мышления состоит в стремлении доказывать или хотя бы в какой-то мере обосновывать выдвигаемые утверждения, не принимать ничего на веру и в то же время не делать голословных утверждений. Для человека, следующего этому требованию логики, характерно если и не приводить все аргументы в пользу чего-либо, то хотя бы иметь их в виду.

§ 3. Краткий очерк истории логики

Логика — одна из древнейших наук. Точно установить, кто, когда и где впервые обратился к тем аспектам мышления, которые составляют предмет логики, в настоящее время не представляется возможным. Отдельные истоки логического учения можно обнаружить еще в Индии, в конце II тысячелетия до н. э. Однако если говорить о возникновении логики как науки, то есть о более или менее систематизированной совокупности знаний, то справедливым будет считать родиной логики великую цивилизацию Древней Греции. Именно здесь в V—IV веках до н. э. в период бурного развития демократии и связанного с ним небывалого оживления общественно-политической жизни трудами Демокрита, Сократа и Платона были заложены основы этой науки. Родоначальником же, «отцом» логики, по праву считается величайший мыслитель древности, ученик Платона — Аристотель

(384—322 гг. до н. э.). Именно он в своих упомянутых выше трудах, объединенных общим названием «Органон» (орудие познания), впервые обстоятельно проанализировал и описал основные логические формы и правила рассуждений, а именно: формы выводов из так называемых категорических суждений — категорический силлогизм («Первая аналитика»), сформулировал основные принципы научных доказательств («Вторая аналитика»), дал анализ смысла некоторых видов высказываний («Об истолковании»), наметил основные подходы к разработке учения о понятии («Категории»). Серьезное внимание Аристотель уделял также разоблачению различного рода логических ошибок и софистических приемов в спорах («О софистических опровержениях»).

Важнейшее обстоятельство, способствовавшее выделению логики в самостоятельную отрасль знания, носило ярко выраженный практический характер, поскольку логика в то время разрабатывалась в тесной связи с запросами ораторского искусства, то есть как часть практической риторики. Искусство публичной речи, умение вести полемику, убеждать людей ценилось у древних греков исключительно высоко и стало предметом специального анализа в школах так называемых софистов. Первоначально к ним относили мудрых, авторитетных в различных вопросах людей. Затем так стали называть людей, за плату производивших обучение искусству красноречия; они должны были научить умению убедительно защищать свою точку зрения и опровергать мнение своих оппонентов. Такого рода навыки предполагают не только умение красиво говорить, но и владение сложными механизмами мышления и, прежде всего, различными способами построения умозаключений, доказательств, опровержений, то есть того, что и составляет основное содержание логики.

Фундаментальный характер логических изысканий Аристотеля проявляется в том, что его логическое учение, усовершенствованное в некоторых аспектах, а иногда и искаженное, просуществовало без особых принципиальных изменений до середины XIX века и получило название традиционной логики.

Вместе с тем неверно было бы считать, что развитие традиционной логики не сопровождалось появлением новых идей, стимулировавших развитие ее теоретического и прак-

фического содержания. Некоторые существенные добавления к работам Аристотеля о различных формах выводов были сделаны представителями философской школы стоицизма (III—II века до н. э.). К сожалению, они не были известны до недавнего времени. Немало внимания уделяли проблемам логики философы средних веков. Многие полученные здесь результаты связаны с логическим анализом языка и понятием модальности. В основном, однако, исследования шли по линии детализации результатов Аристотеля, в осмысленности его учения о категорическом силлогизме.

Выдающимся событием в истории логики в Новое время стало появление труда английского философа Ф. Бэкона «Новый органон», который, по его мнению, должен был заменить аристотелевский «Органон» в качестве орудия познания. Критически оценивая значимость форм выводов, в которых используется уже готовое знание, Ф. Бэкон стремился разработать приемы исследования самой природы. Он положил начало разработке методов установления причинно-следственных связей в объективной действительности. Его учение об этих методах приобрело относительно завершённый характер в работах Дж. Фр. Гершеля и Дж. Ст. Милля. Результаты этих разработок вошли в историю логики под названием «Индуктивные методы установления причинных связей». Вопросами логики занимались и внесли определённый вклад в её развитие многие видные ученые Нового времени: Р. Декарт, Г. Лейбниц, И. Кант и другие. Примечательно, что Г. Лейбниц выдвинул ряд идей фундаментального характера, получивших интенсивное развитие в современной логике.

Начало нового этапа в развитии логики было положено трудами Дж. Буля, О. де Моргана, русского логика П. С. Порецкого. Принципиальное отличие этого этапа состояло в применении методов математики к исследованию логических связей, что привело к созданию специального раздела логики — алгебры логики, получившей завершение в трудах Э. Шредера. В дальнейшем усилиями Г. Фреге, Б. Рассела — А. Уайтхеда сложился особый метод исследования логических отношений и форм выводов — метод формализации. Суть этого метода состоит в употреблении для описания структур высказываний, законов логики и правил вывода специально созданного в рамках логики формализован-

ного языка. Применение этого метода открыло новые возможности этой науки и положило начало ее интенсивному развитию под названием «символическая логика».

В настоящее время логика представляет собой весьма разветвленную и многоплановую науку, результаты и методы которой активно используются во многих областях теоретического познания, в том числе и непосредственно связанных с рядом современных направлений практической деятельности. Она находит применение в философии, математике, психологии, кибернетике, лингвистике и др. С самой общей точки зрения в современной логике, как мы уже говорили, выделяют три больших раздела: символическую («формальную») логику, логическую семиотику и методологию.

Логические исследования в области методологии касаются разнообразных общенаучных понятий и приемов познания, то есть тех, которые применяются в любом познавательном процессе на ступени абстрактного мышления: определение, классификация, построение и проверка гипотез, теория, доказательство и др.

Крупным разделом современной логики является логическая семиотика. Она занимается анализом естественных и искусственных языков в разных познавательных аспектах. В этом разделе язык исследуется как средство познания действительности.

Наиболее фундаментальным среди всех разделов современной логики является символическая («формальная») логика — современное учение о дедукции, о многообразии форм, законов и правил выводов. Именно для этого раздела наиболее характерен упоминавшийся метод формализации. Конечно, современная символическая логика отличается от традиционной логики по многим аспектам. Тем не менее по предмету познания — при его широком понимании — принципиальных различий между современной символической логикой и логикой традиционной нет. И та и другая исследует различные формы отражения действительности на ступени абстрактного мышления.

Для характеристики современного состояния логической науки отметим также и тот факт, что каждый из приведенных выше ее разделов, в свою очередь, представляет весьма разветвленную область знания. Так, например, символическая логика подразделяется на классическую и неклассиче-

кую. Неклассическая же логика подразделяется также на интуиционистскую логику, модальную логику, логику вопросов, релевантную логику и др. Сказанного, как кажется, достаточно, чтобы утверждать: в настоящее время логика представляет собой весьма широкую область знания, богатую содержанием, разнообразием направлений и методов исследования.

Однако в настоящем учебнике, имея в виду небольшой объем курса и его практическую направленность, рассматриваются в основном те вопросы, которые привлекали внимание представителей традиционной логики, поскольку они связаны с формами и закономерностями мышления в естественном языке. Однако речь идет не о простом изложении достигнутых ранее результатов. Многие положения прежней (традиционной) логики требуют пересмотра, в ряде случаев существенных уточнений на основе достижений современной логики и с учетом выработанных ею методов. Благодаря современной логике излагаемый в данном учебнике курс практической логики приобретает теоретический характер. Существенное значение при этом имеет уточнение в современной логике таких понятий, как логический закон, логическая форма и содержание мысли, логический вывод и доказательство.

Традиционная логика в определенной степени имела эмпирический характер. Она выделяла и описывала зафиксированные в языке повседневного обихода некоторые простейшие формы рассуждений из так называемых категорических (атрибутивных) суждений. Современная логика расширила круг рассматриваемых форм, введя в него рассуждения, специфичные для научного познания, в частности, — математического. Более того, современная логика определила принципы теоретического обоснования условий правильности выводов и доказательств, используя понятия: логический закон и логическое следование. Наряду с этим, понятия логического следования и логического вывода, а также некоторые другие современные понятия, относящиеся к логическому анализу языка, могут быть плодотворно использованы для уточнения и развития многих положений традиционной логики. В особенности это касается таких разделов традиционной логики, как учение о понятии, теория высказываний («суждений» — по старой терминологии), анализ вопроса

как формы развития знания и других. Значительной переработке подвергается и один из основных, аккумулирующих разделов традиционной логики «Доказательство и опровержение» (см. гл. XI).

§ 4. Значение логики как науки

Во-первых, логика имеет большое значение для формирования культуры мышления, умения эффективно использовать приобретенный человечеством арсенал логических познавательных средств. При этом существенно не только выполнение указанных выше требований логической правильности в собственных рассуждениях, но и наличие способностей тонко чувствовать возможные отступления от логических норм в рассуждениях своих коллег и тем более оппонентов. В этом случае недостаточно уже просто приобретенных мыслительных навыков. Здесь необходимы уже и определенные знания устоявшихся правил тех или иных мыслительных процедур, а также описанных в истории логики типичных ошибок и софизмов. Формируясь прежде всего под влиянием практических потребностей массовых дискуссий, диспутов и просто интеллектуальных упражнений в Древней Греции, логика сложилась как некоторая грамматика мышления. Незнание ее правил чревато, по существу, не меньшими неприятностями, чем неосведомленность в грамматике естественного языка. «Логика есть великий преследователь темного и запутанного мышления, — писал известный английский логик Дж. Ст. Миль, — она рассеивает туман, скрывающий от нас наше невежество и заставляющий нас думать, что мы понимаем предмет в то время, когда мы его не понимаем»¹.

Далее, изучение логики способствует повышению интеллектуального потенциала человека, более эффективному использованию способностей, данных человеку от природы, и навыков, приобретаемых в жизненном опыте. Как нередко отмечают, логика не учит мыслить, так же как и физиология не учит переваривать пищу. Эта аналогия страдает значи-

¹ Цит. по: Челпанов Г. И. Учебник логики. — М., 1946. — С. 5—6.

тельной неточностью. Дело в том, что аппарат для переваривания пищи дан человеку от рождения, формы же и приемы мышления он усваивает в течение всей своей жизни, прежде всего овладевая языком и основами наук. Логика привносит сознание в этот стихийно осуществляемый процесс и тем самым «сокращает опыты быстротекущей жизни». В определенном смысле логика именно учит человека правилам мышления. Способность человека мыслить, схватывать связь явлений, находить их объяснение, делать обобщения — все это нередко связывают с интуицией, считая, что результаты познания возникают, как правило, бессознательно, в итоге некоторого озарения, инсайта, научного наития, а основу научных открытий составляет один лишь природный дар, данное от рождения умение проникать в сущность явлений. Конечно, нельзя отрицать значения всех этих факторов. В познании действительно большую роль играет интуиция (чувственная и интеллектуальная), однако сама она развивается, совершенствуется при овладении техникой мышления и во всяком случае становится более продуктивной в сочетании с последней. Кроме того, в познании часто возникают задачи такого рода, в которых интуиция просто бессильна. Она не способна, например, решить вопрос о совместимости или несовместимости условий функционирования того или иного агрегата, автоматического устройства. Столь же трудной, недоступной для интуиции задачей является извлечение следствий из большого количества высказываний, из множества данных, как это нередко бывает, например, в юридической практике.

Задача педагогики, как известно, не сводится просто к сообщению слушателям какой-то совокупности знаний; здесь важна выработка навыков приобретения знаний, а также понимания изучаемого материала, что связано с определенной творческой деятельностью. Хороший учитель не просто требует решения задач, но и объяснения того, каким образом ученик приходит к этому решению, и поощряет поиск оригинальных, нестандартных решений. Вместе с тем он требует максимального обоснования предлагаемых решений и это, безусловно, не должна удовлетворить ссылка на простую интуицию.

Итак, важная задача учителя состоит в том, чтобы научить человека творческому мышлению. Но едва ли он мо-

жет успешно выполнить эту задачу без знания приемов такого мышления. Не уподобится ли он в этом случае тренеру, готовящему спортсмена-бегуна и не знающему законов физиологии и механики бега?

Значение логики в педагогическом процессе отмечали многие выдающиеся педагоги и философы. Это значение становится ясным, если учесть, что процесс познания представляет собой определенную деятельность, направленную на воспроизведение действительности в особых знаково-логических формах: понятиях, высказываниях, теориях — и складывается в основном из так же структурно определенных процедур: выводов и доказательств, обобщений, определений, операций с понятиями и высказываниями и др.

Важно, чтобы преподавание осуществлялось в соответствии с законами логики и указанными структурами мыслительных и познавательных процедур, выработанных человечеством в процессе развития логики. И здесь безусловно важную роль играет весь тот «инструментарий» мышления, выявление которого составляет основную задачу логики в достаточно широком ее понимании. Именно он и составляет то, что называют культурой мышления. Овладение этим инструментарием несомненно повышает эффективность и результативность процесса обучения, облегчает учащимся понимание и усвоение изучаемого материала.

Логика всегда считалась философской наукой. Дело в том, что, будучи, вообще говоря, специальной наукой, она в то же время является и некоторой специальной частью раздела философии, именуемого теорией познания (гносеологией, эпистемологией). Это значит, что само изучение логики выступает как философская пропедевтика. Особенно возросла роль логики для философии после того, как в ней — в рамках символической логики — сложились специальные методы познания, связанные с применением формализованных языков: аксиоматизация, формализация теорий и др. Применение этих методов продвинуло решение ряда проблем философии: о соотношении эмпирического и теоретического в познании, о диалектике формального и содержательного, о возможностях и пределах формализации и аксиоматизации, о выразительных возможностях языков различных типов и т. д. Впервые в истории философии получены результаты, относящиеся к философии математики и касаю-

щиеся природы математического знания, которые точно зафиксированы и доказаны в ряде теорем. Причем доказаны, как отмечают А. А. Френкель и И. Бар-Хилел, «в соответствии с наивысшими из известных критериев строгости, даже более строгими, чем те, что общеприняты при математических доказательствах»¹.

Само собой разумеется, что логические формы и процедуры существуют и реализуются как определенные аспекты, естественной мыслительной деятельности. Это значит, что они в известной мере определяют характер процессов психологии познания. А это обуславливает значение результатов логики как науки также и для психологии, хотя здесь есть, безусловно, и обратное влияние психологии на логику (см. гл. II).

Все более и более в последнее время усиливается связь и взаимное влияние логики и лингвистики (см. гл. II).

Наконец, впервые в истории логика нашла на современном этапе ее развития также важные применения, непосредственно связанные с практической деятельностью. Речь идет, в частности, о применении логики как специального аппарата в теории автоматического управления, искусственного интеллекта, программировании и компьютеризации ряда процессов интеллектуальной деятельности.

¹ Френкель А. А., Бар-Хилел И. Основания теории множества. — М., 1966. — С. 365.

ЯЗЫК КАК СРЕДСТВО ПОЗНАНИЯ

Мы говорили уже, что принципиальное отличие мышления от чувственного познания состоит в том, что оно неразрывно связано с языком. Более того, познание на этой ступени представляет собой отражение (воспроизведение) реальной действительности с помощью языка. С помощью языка происходит и формирование мысли, и в языковых же формах выражаются результаты познания. Естественно поэтому, что, имея дело с мышлением, логика уделяет определенное внимание исследованию некоторых аспектов языка. Ее интересует язык именно как средство познания.

Основная задача логического анализа языка состоит в том, чтобы выяснить хотя бы в общих чертах, как, как и каким образом язык может выполнять эту функцию. В самом общем виде ответ на этот вопрос состоит в том, что слова и словосочетания языка соотносятся каким-то образом с предметами, свойствами, отношениями действительности, то есть являются их представителями в нашем сознании, выполняют роль их знаков. *Задача логики — выяснить эти способы и характер связи выражений (элементов языка) с объектами действительности.* При этом важно учитывать, что воспроизведение (отражение) действительности в языке не означает установления простых соответствий между предметами действительности и выражениями языка. Оно связано со сложными процессами мысленного расчленения и обобщения самих предметов, процессов и явлений действительности. Это порождает большое многообразие как самих знаков, так и типов их отношения к объектам действительности.

Закономерно, что выяснение общих характеристик, специфики различных видов знаков и принципов их употребления необходимо для решения основной задачи логики, отно-

сходя к анализу языка. Результатом же логического анализа, естественного языка будет построение специального формализованного языка. И этот специальный язык, как мы уже говорили, и послужит в дальнейшем основным средством уточнения многих понятий логики и описания ряда ее методов.

§ 5. Язык как знаковая система. Понятие знака. Виды и основные характеристики знаков

Знаком называют любой материальный предмет, который служит в процессе общения и мышления людей представителем какого-то другого объекта (вещей, их свойств и отношений, процессов действительности, ситуаций и т. п.). В нашей жизни мы наблюдаем большое многообразие знаков. Дорожные знаки, показания приборов, следы на снегу, дым из трубы, азбука Морзе — все это знаки.

Различают три основных вида знаков в зависимости от характера их отношения к обозначаемым объектам: 1) знаки-индексы; 2) знаки-образы; 3) знаки-символы.

Знаки-индексы связаны с представляемыми ими предметами некоторым причинным образом. К ним относятся: следы на снегу, положение флюгера, дым из трубы и т. д. В языке к знакам-индексам относятся, по-видимому, некоторые выражения, возникающие как реакции человека на внешние воздействия (междометия).

Знаки-образы являются в какой-то мере изображениями обозначаемых предметов (картины, чертежи, схемы, фото). Вероятно, к числу знаков этого типа в языке принадлежат такие слова, которые по своему звучанию воспроизводят какие-то звуковые характеристики обозначаемых ими процессов, вызывают определенные звуковые образы обозначаемых ими предметов, например: «треск», «звон», «жужжание» и т. п.

Знаки-символы физически никак не связаны с обозначаемыми ими предметами. Это большинство слов, в частности, имен естественного языка. Их связь с обозначаемыми предметами устанавливается либо по соглашению, либо стихийно при формировании языка и практического усвоения его отдельным человеком. В языке решающую роль

играют знаки именно этого типа, они и будут интересовать нас в дальнейшем.

В качестве языковых знаков выступают слова и словосочетания естественного языка. Слова и словосочетания языка являются знаками, потому что, с одной стороны, они являются материальными объектами (представляют собой колебания воздуха или следы чернил, типографской краски, графита и т. п.) и как таковые доступны органам наших чувств. С другой стороны, они представляют какие-то объекты, и прежде всего из внеязыковой действительности, то есть имеют те или иные предметные значения. Это могут быть отдельные предметы, классы предметов, процессы, ситуации действительности и многообразные характеристики предметов (свойства, отношения и т. п.).

Основная проблема изучения языка как средства познания (которая явно является важной проблемой философского характера) состоит как раз в выяснении того, каким образом осуществляется связь объектов языка как знаков с тем, что они обозначают, и каким образом возможно с помощью сравнительно небольшого количества значимых слов и предложений языка познание окружающего мира, а также и нашего внутреннего мира, во всем их бесконечном многообразии.

- Итак, для знака характерно, во-первых, быть материальным объектом, а, во-вторых, быть представителем какого-то другого объекта.

ОСНОВНЫЕ АСПЕКТЫ ЯЗЫКА

Естественный язык, рассмотренный с этой точки зрения, представляет собой систему знаков. При рассмотрении языка как системы знаков важно принимать во внимание три основных аспекта языка: *синтаксис, семантику и прагматику языка*.

Синтаксический аспект включает многообразие отношений знаков к другим знакам, имеющиеся в языке правила образования одних знаков из других и правила изменения знаков (склонение, спряжение и т. п.).

неопределенной дескрипции («некоторый из...», «какой-то из...»). Так, говорят: «Рассмотрим некоторую точку A на прямой a ». Здесь «некоторая точка A на прямой a » — единичное имя, обозначающее некоторую определенную, но не известно какую фиксированную точку. Один и тот же знак, употребляемый в качестве общего имени для предметов некоторого класса, используется часто как единичное имя, обозначающее этот класс как особый вид предметов некоторого рода. В этом смысле употребляется общее имя «человек» (как имя определенного вида живых существ) в контексте: человек появился на Земле около миллиона лет тому назад, «человек — разумное существо» и т. п.

Существенно отметить, что говоря указанным выше образом — с использованием кванторных слов «всякий», «некоторый» — о классах, мы не употребляем имен самих классов, то есть не вводим в наше рассмотрение особых объектов, каковыми являются эти классы. Именно введение объектов такого рода как классы или множества в те или иные теории приводит часто к противоречиям. В известной канторовской теории множеств появились противоречия за счет введения таких объектов, как «множество всех множеств», «множество всех нормальных множеств» (таких, которые не являются элементами самих себя). Эти объекты оказались противоречивыми, и это указывает на то, что их можно считать просто несуществующими. Однако это не значит, что мы вообще не можем непротиворечивым образом говорить что-то о множестве всех множеств или о множестве всех нормальных множеств (например, о множестве всех множеств некоторых индивидов¹ или о множестве всех нормальных множеств каких-то индивидов).

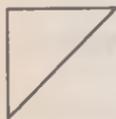
Мы делаем это, когда говорим, что каждое множество либо пусто, либо непусто, конечно или бесконечно. Но само собой разумеется, что при этом требуется уточнение, какого именно рода предметы мы допускаем в качестве элементов этих всех множеств.

Как общие, так и единичные имена делятся на описательные (сложные) и на неописательные (простые), имена. Про-

¹ О понятии «индивид» см. в разделе «Семантика логики предметов» (§ 11).

от прагматики, поскольку отношения знака к тому или иному объекту вообще не существует без человека (или, как говорят, без некоторого интерпретатора знака). Но опять же абстракция эта правомерна. Допустимость ее очевидна хотя бы из того, что даже в обычных разговорных (естественных) языках имеется некоторая система зафиксированных общепринятых — «нормальных» — употреблений слов и словосочетаний, то есть определенная система семантических отношений, не зависящая от субъективных особенностей отдельных людей.

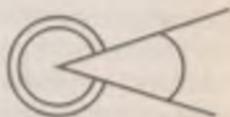
Однако требование исключения прагматического аспекта в языках точных наук не выполняется, например, в обычном языке Евклидовой геометрии. При формулировке ряда ее теорем, определений и вычислительных процедур, явно допускаются в ряде случаев моменты субъективного их восприятия и применения. Так при изучении треугольников определенную сторону треугольника здесь называют основанием. Перпендикуляр, опущенный из противолежащего этой стороне угла на эту сторону, называют высотой. Далее формулируется, например, правило вычисления площади треугольника, согласно которому она равна половине произведения основания на высоту. Но что является основанием и высотой в изображенном на с. 46 треугольнике? Как, следовательно, вычислить его площадь? Дело в том, что в указанных разъяснениях геометрии относительно треугольника, очевидно, предполагается, что человек, который его анализирует, располагает (должен расположить) его так, чтобы одна из его сторон была горизонтальной по отношению к этому человеку. Тогда именно она будет основанием, и ясно как найти высоту и т. д.



Очевидно, чтобы освободить геометрию от этих прагматических предпосылок, нужно считать, что в каждом треугольнике имеется не одна высота или одно основание, а три основания и три высоты. Правило вычисления площади треугольника при этом должно звучать так, что она равна «половине произведения какой-либо высоты на основание, связанное с этой высотой». Впрочем, сами термины «основание» и «высота» окажутся, очевидно, излишними. Площадь треугольника равна просто половине произведения длины какой-нибудь стороны на длину перпендикуляра, опущенного из вершины угла, противолежащего этой стороне. Кстати, даже А. Гильберт в известной книге «Основания геометрии» при максимально строгом аксиоматическом построении геометрии, касаясь терминов «основание» и «высота» треугольника, пишет, что мы их

определяем «обычным образом» (А. Гильберт. Основания геометрии. — М., 1946. — С. 133).

Конечно, наличие указанного субъективного момента в геометрии является безобидным, поскольку вычислительные процедуры, в которых он может играть роль, приводят к одним и тем же результатам. Однако можно указать и другой случай неопределенности в той же геометрии, возникающей в результате установки на субъективное применение ее понятий. Мы имеем в виду наличие прагматического момента и в определении угла. Обычно, в том числе и у Гильберта, например, угол определяется как система (иначе можно сказать, фигура. — Авт.), образуемая лучами, лежащими в одной плоскости, исходящими из одной точки и принадлежащими двум различным прямым (там же. — С. 68). Но два луча образуют два угла (показаны дугами на рисунке). Поэтому, когда исходят из этого определения, рассуждая так: рассмотрим определенный нами угол, то подразумевают фактически, что человек сам должен выбрать какой-то из данных двух углов. Но в этом случае не исключены, конечно, недоразумения, поскольку не все, что можно сказать об одном из углов, верно и о другом (обычно, видимо, подразумевается, что надо иметь в виду острый угол, но никак не исключается возможность другого выбора).



ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗНАКОВ

Основными характеристиками знаков являются предметное значение, смысл и смысловое содержание.

Предметным значением, как следует из самого определения знака, является то, представителем чего именно он является. Это — основная характеристика знака.

Предметным значением знаков, например имен, являются предметы — в широком смысле этого слова, все, что может быть объектом мысли, все, о чем мы можем что-либо утверждать или отрицать. Предметные значения имен называются иначе десигнатами, а сами имена десигнаторами.

С другой стороны, в качестве таких значений могут выступать и сами характеристики предметов, по которым предметы мысленно выделяются и наличие или отсутствие которых у предметов можно утверждать или отрицать. Вообще, предметные значения знаков многообразны. Иногда даже трудно установить, каково оно для тех или иных видов зна-

ков. Это относится в особенности к таким сложным знакам, как предложения. Из грамматики мы знаем, что предложения бывают: повествовательные, вопросительные и побудительные.

Относительно повествовательных предложений можно сказать, что они указывают на наличие или отсутствие некоторых ситуаций в окружающей действительности. Но сложность состоит в том, что знаками тех же ситуаций могут быть и отдельные имена. Сравним, например, выражения: «Волга впадает в Каспийское море» (высказывание как знак — повествовательное предложение) и «впадение Волги в Каспийское море» (имя определенной ситуации). Все дело в том, что сами отношения знаков к тому, что они обозначают, могут быть различными (о чем речь пойдет ниже). Сейчас нам важно лишь подчеркнуть наличие у каждого знака того, что он обозначает, на что он указывает в процессе нашего мышления или общения людей. В дальнейшем будут рассмотрены различные типы этих значений в зависимости от типов самих выражений языка (см. гл. II, § 6).

Смысл знака — это такая характеристика обозначаемого им объекта, которая позволяет однозначно мысленно выделить этот объект из множества других объектов. Точнее говоря, это есть некоторая совокупность признаков, такое описание предмета, ситуации, вообще того, что составляет предметное значение знака, является отличительным для этого объекта. Иначе — это связанная со знаком информация о предмете, которая достаточна именно для мысленного выделения этого предмета. Смыслу слова «Луна» — в обычном его употреблении — соответствует такая ее (Луны) характеристика: «естественный спутник Земли». Для слова «глагол» это — «слово, обозначающее действие». Для «треугольника» это — «плоская, замкнутая, ограниченная тремя сторонами геометрическая фигура».

Отметим, что для одного и того же предмета или класса предметов возможны различные выделяющие характеристики. Это значит, что два различных выражения могут иметь различные смыслы, но одно и то же предметное значение, например: «равноугольный треугольник» и «равносторонний треугольник»; «Столица России» и «самый большой город России».

Знаки с одним и тем же предметным значением называются равнозначными, иногда синонимами.

Смыслы представляют определенные формы мысли. Для имен это — понятия, для повествовательных предложений — суждения, которые, утверждая или отрицая наличие некоторых ситуаций познаваемой действительности содержат в то же время и описание этих ситуаций. Таким образом, смысл, позволяя выделять предметы, связывает знак с объектом. Он является посредствующим звеном между знаком и обозначаемым им объектом.

Учитывая эту роль смысла знака для выделения обозначаемого им объекта, говорят, что предметное значение знака есть функция его смысла. Однако это не совсем точно. Как мы дальше увидим, знак может связываться с обозначаемым им объектом не только с помощью смыслов.

Смыслы знаков могут быть собственными и приданными. Смысл знака называется **с о б с т в е н н ы м**, если характеристика обозначаемого им объекта выражена в самой структуре знака.

Смысл знака называется **п р и д а н н ы м**, если эта характеристика принята по соглашению (или стихийно) в некотором сообществе. Так выражение «город, являющийся столицей России» имеет собственный смысл (при условии, конечно, если известно, что обозначают слова «город», «столица», «Россия»). Но «Луна», «Земля», «Москва», «ромб» не имеют собственного смысла. Хотя в русском языке, как известно, они имеют приданный смысл. Но поскольку слово «Москва» употребляется для обозначения нескольких городов в мире (и не только городов), то для обеспечения точности относительно его употребления в том или ином контексте, мы можем пояснить, например, что имеется в виду «столица России». Ассоциировав это выражение со словом «Москва», мы тем самым придали последнему определенный смысл. В результате «Москва» стала именем определенного города. Приданный ему смысл выражается в данном случае также в форме имени, но описательного. Для «Луны» приданным является указанный выше смысл этого слова, выражаемый описательным именем — «естественный спутник Земли».

Едва ли можно удачно употреблять в качестве знаков слова «ромб», «дифракция», «интерференция» и тем более, например, «искривленное пространство» без придания им определенного смысла. Для слова «ромб» таковым является словосочетание (описательное общее имя): «плоская геометрическая фигура, ограниченная четырьмя равными сторонами».

Придание смысла некоторому языковому выражению является важным логическим способом введения новых терминов — знаков — в язык и уточнения предметных значений уже имеющихся в нем знаков. Эта процедура осуществляется посредством специальной логической операции — определения (или дефиниции). Ее анализу посвящен отдельный раздел данного учебника (см. гл. VII).

Смысловое содержание — третья основная характеристика знака — некая совокупность знаний. Важно иметь в виду, что наряду со словами, имеющими собственный или приданный смысл, в любом языке есть слова (знаки), не имеющие никакого определенного ни собственного, ни приданного смысла.

Примерами словесных знаков русского языка, не имеющих, по крайней мере до настоящей времени, ни собственного, ни приданного смысла, могут служить такие фундаментальные термины теорий как «множество» (для теории множеств), «предложение» (в лингвистике), «болезнь», «игра» и др. Ученым-медикам до сих пор не удается найти такую совокупность характеристик болезни, которая бы отличала болезнь от тех или иных анатомических или функциональных отклонений организма человека от нормы, которые врачи не склонны называть болезнью. Не удастся также пока найти ответ на вопрос, что такое игра (то есть не удастся определить этот термин). Не имеют определенного смысла так называемые неопределимые понятия теорий — «точка», «прямая», «плоскость» в геометрии. И, конечно, едва ли мы можем ответить на вопрос, что мы имеем в виду, когда упоминаем о своих ощущениях и впечатлениях — «кислое», «сладкое», «вкусный», «приятный» и т. п. Однако «не иметь смысла» для знака вовсе не означает «быть бессмысленным».

В подобных случаях связь знака с объектом возникает стихийным образом в процессе формирования языка при общении людей, и прежде всего, в совместной трудовой деятельности. Здесь играют роль, очевидно, зрительные и иные чувственные представления о предметах, а также рефлексy, возникающие в тех или иных ситуациях.

Учитывая сказанное, способ установления связи знака с обозначаемым объектом без посредствующих звеньев, каковым является смысл, можно было бы назвать чувственно-рефлекторным, в отличие от упоминавшегося выше способа связи через посредство смысла, который назовем логическим.

Однако при этом необходимо учитывать, что в установлении связей «чувственно-рефлекторного» типа всегда играет определенную роль наличие у каждого человека некоторой совокупности знаний о соответствующих объектах, знаний некоторых характеристик этих объектов — хотя бы тех, которые выявляются при непосредственном восприятии предмета. Так, положим, что некто в первый раз слышит слово «тучный» в применении к какому-то человеку. Ясно, что у него сразу может возникнуть понимание того, что с данным словом «тучный» связаны такие характеристики человека, как полнота, большие габариты. Про «множество» в математике мы знаем, что оно бывает единичным, конечным, бесконечным и даже пустым. «Точку» в геометрии характеризуют как то, что не имеет никаких размеров, и т. д. В дальнейшем отдельные характеристики превращаются в более или менее широкую совокупность знаний о предмете. Эту совокупность знаний мы называем смысловым содержанием знака.

В отличие от смыслов, представляющих собой, как мы видели, определенные формы мысли, общие для всех людей, и при этом различные для различных типов знаков, указанная совокупность знаний не имеет никакой определенной логической структуры и является сугубо индивидуальной для каждого человека. Однако она выполняет роль, в определенной степени подобную той, которую играет смысл. Естественно поэтому выделить понятие об этой совокупности как одну из характеристик знаков.

Однако, отличая смысловое содержание от смысла, надо учитывать также, что смысловое содержание может включать и смысл. Более того, к формулировке смысла мы приходим, имея уже определенное смысловое содержание знака. Отношение между понятиями «смысл» и «смысловое содержание» знака таково, что смысл есть вид смыслового содержания. Но обратное неверно. Смысловое содержание, которое не является смыслом, естественно охарактеризовать как «неоформленное», не имеющее определенной логической структуры, никак не систематизированное.

Заметим, что в логике наряду с определением, суть которого, как мы сказали, состоит в приписывании смысла некоторому знаку языка, а тем самым и в мысленном выделении объекта и установлении связи знака с этим объектом, существуют так называемые

приемы, «сходные с определением». Они отличаются от определения как раз тем, что посредством этих действий знаку приписывается некоторое смысловое содержание. Кстати, понятие смыслового содержания окажется существенным для разрешения некоторых трудностей, связанных с употреблением знаков, — так называемых парадоксов замены равных.

Возвращаясь к вопросу о многообразии предметных значений знаков, обратим внимание на то, что в качестве таковых могут выступать и воображаемые предметы. В научный обиход вводятся часто объекты, на основе лишь предположений об их реальном существовании. В этом проявляется активность нашего познания. Нередко, однако, даже самые, казалось бы, надежные предположения о существовании некоторых объектов оказываются ошибочными. Так появляются знаки-фикции: «теплород», «флогистон», «мировой эфир», а в повседневном обиходе — «русалки», «лешие», «ведьмы», «домовые». Однако эти знаки являются фиктивными — лишенными предметных значений — лишь тогда, когда претендуют на обозначение реально существующих предметов (когда употребляются в контексте описания реальной действительности). Но неправильно их характеризовать как фикции, когда они применяются для обозначения предметов, которые фигурировали в теории на определенных этапах, и существование которых не подтвердилось, а также для обозначения объектов воображаемых миров: сказок, легенд, романов...

Вместе с тем явно не лишены предметных значений такие знаки, которые хотя и обозначают нечто, не существующее в действительности, но используются в научном обиходе для определенных целей, такие, как «абсолютно упругая жидкость», «меридиан», «небесная сфера», «числа», «бесконечное множество» (см. § 12). Речь идет о так называемых идеализированных, абстрактных и идеальных объектах теорий.

Вообще, говоря о наличии — существовании — или отсутствия — несуществовании — предметного значения у некоторого знака, мы имеем в виду существование или несуществование в том или ином универсуме рассуждения. Таковой универсум рассуждения (или область рассмотрения) всегда более или менее четко определены в каждой теории. И конечно, в повседневной жизни мы обычно без труда определяем (хотя бы по ситуации) идет ли речь о реально существующих в той или иной области действительности или воображаемых предметах.

В современной логике различные универсумы рассуждения характеризуют как предметные области различных возможных миров.

Естественно, могут возникать вопросы, имеют ли предметные значения такие знаки — слова языка, как «Платон», «Аристотель», «Александр Македонский», «Вавилон» и др. — вообще, имена когда-то существовавших, но к настоящему времени исчезнувших предметов? В связи с этим также можно усомниться, имеют ли реальное содержание такие высказывания, как «Аристотель — основоположник логики», «Аристотель — учитель Александра Македонского»? Обычно эти вопросы решаются положительно; интуитивно мы склонны считать такие высказывания исторического характера истинными.

Однако возникает теоретический вопрос, в каком смысле их можно считать истинными? Можно ли сказать, что ситуации, которые в них утверждаются, существуют в действительности, если они когда-то существовали, а теперь исчезли?

Очевидно, что употребляя слово «действительность» (реальная действительность), мы фактически всегда имеем в виду некоторый временной фрагмент, срез, период, а иногда даже пространственно-временной фрагмент реального мира. Эти фрагменты рассматриваются зачастую как самостоятельные миры из множества возможных миров вообще. Это нередко выражается и явным образом, когда говорят: «Древний мир», «Мир Нового времени» и т. д. Тогда про указанные термины можно сказать, что они имеют предметное значение в таких-то и таких-то временных фрагментах действительности. Подобным же образом обстоит дело и с высказываниями, в которых они употребляются.

Упомянутые высказывания истинны в действительности IV века до н. э. в мире Древней Греции. Высказывание «Земля вращается вокруг Солнца» безусловно истинно по отношению к современной действительности. Но по отношению, например, к действительности 8—10-миллиарднолетней давности не является истинным.

Обычно опуская временные параметры, мы чаще всего имеем в виду современную действительность. Не различая временных срезов действительности и говоря о «действительности вообще», мы можем прийти к противоречию: «Земля вращается вокруг Солнца» и «Неверно, что Земля вращается вокруг Солнца» — оба высказывания были бы истинными по отношению к этой «действительности вообще».

Рассматривая выше понятия смысла, мы имели в виду прямой, или, иначе говоря, лексической смысл слов и словосочетаний, в отличие, например, от косвенного, или так называемого переносного («белое золото», «черное золото» для характеристики соответственно хлопка и нефти, «успешно поднимается по служебной лестнице», «летит на крыльях любви» и подобные метафорические выражения, указывающие лишь на определенное сходство одних

предметов, процессов, явлений с другими). Прямой смысл надо отличать также от так называемого буквального или этимологического смысла («география» буквально означает описание Земли, «врать» буквально означает «говорить», «разговаривать» и т. д.).

Что касается прямого смысла, то надо сделать некоторые уточнения и оговорки относительно его роли в осуществлении связи знака с обозначаемым им объектом. Возможны такие ситуации, когда, зная смысл некоторого слова, мы можем, «встретив предмет», «не узнать» в нем того, что обозначает данное слово. Например, «Президент Франции» — это словесный знак с определенным смыслом. Однако при встрече с человеком, являющимся президентом Франции, мы можем не узнать в нем главу французского государства. Дело в том, что мы не всегда можем обнаружить в предмете те признаки, на которые указывает смысл слова.

Из этого следует *практический вывод, относящийся к процессам обучения*, — *разъясняя смысл употребляемых научных терминов, преподаватель должен заботиться о том, чтобы признаки были доступны учащимся для их обнаружения в предметах, с которыми они должны иметь дело*. В этом отношении едва ли удачным является, например, разъяснение того, что представляют собой подлежащие изучению в разделе «Молекулярная физика» макротела, когда они характеризуются как «большие тела, состоящие из огромного числа молекул».

Неясно, относится ли тело, состоящее, например, из 10 молекул, к макротелам? Являются ли 10 молекул огромным числом молекул? Обычно для выяснения предметного значения знака посредством приписывания ему смысла указывают примеры таких объектов.

С другой стороны, опять-таки зная смысл некоторого термина, мы можем не знать обозначаемых им конкретных предметов. В этом случае говорят, что человек знает, что представляет собой предмет, но не знаком с ним. Известен исторический пример В. Шекспира однозначно характеризуют такие выражения, как «автор трагедии «Ромео и Джульетта», и тем более «великий английский писатель XVII века, написавший трагедию «Гамлет». Однако среди ученых-литературоведов до сих пор продолжают споры о том, кто конкретно скрывается под именем В. Шекспир? Имеется около десяти претендентов на это почетное место, и в том числе, известный логик-философ Ф. Бэкон.

Плохо (но, к сожалению, это нередко бывает и в педагогической практике), когда человек, излагая какой-то материал, употребляет специальные термины или даже обычные слова, но не в обычных своих значениях, не проявляет заботу о том, чтобы дать возможность слушателю или читателю понять, какие предметы, явления обозначаются этими словами. Без этого человек не может по-

нять, какие ситуации описываются и утверждаются в высказываниях этого изложения, как связываются одни ситуации с другими и как они компонуется в контексте изложения¹. В таком случае изложение воспринимается просто как совокупность словосочетаний, лишенных какого-либо смысла.

Если слушателем подобного изложения является ученик, он может, конечно, добросовестно записывать, а потом заучивать произносимые фразы и их сочетания без понимания того, о чем идет речь. Таким образом он обречен на «зубрежку», а не на изучение материала.

И еще хуже, если сам учитель вместо реальных знаний имеет просто запас заученных когда-то определений, предложений и вместо знаний передает ученикам, по существу, лишь определенные словесные конструкции. Каждому, наверное, известны случаи, как учителя такого типа не любят нестандартных дотошных учеников, как их раздражает любознательность и как они требуют при проверке знаний повторять слово в слово то, что было сказано ими.

Если за словами стоят какие-то реальные ситуации, знание которых и есть собственно то, что называют знанием, — тогда их можно описать в различных словесных формах... А требование отвечать «теми же словами» означает как раз, что никаких ситуаций в виду не имеется.

Здесь, как мы видим, затрагивается проблема понимания. Ясно, насколько важна она в педагогическом процессе. К сожалению, в логике нет разработок самого понятия «понимание». Можно отметить здесь, что есть разные типы понимания и, соответственно, непонимания:

1. Человек может понимать или не понимать смысл самого высказывания, который, кстати, определяется предметными значениями его составляющих (как сложной знаковой формы). Этот вид понимания и условия достижения понимания этого вида мы считаем в определенной мере разъясненными выше.

2. Можно понимать или не понимать, как одно высказывание вытекает в процессе рассуждения из других, как оно связано с другими высказываниями. Проблема понимания этого вида — это главная проблема теории выводов и доказательств в логике и будет рассмотрена в соответствующих разделах гл. III и IX.

¹ Контексты представляют собой, очевидно, определенную форму знания. Однако в логике она до сих пор не нашла отражения. Вопрос о предметном и смысловом значении контекстов, как лингвистических образований, остается неясным. Можно предположить лишь, что это своего рода минитеории. В таком случае логическая специфика этих образований в какой-то мере будет прояснена в разделе «Теория» (см. гл. X, § 42).

3. Можно понимать или не понимать, что представляет собой то или иное явление, как, по какой причине оно происходит. Например: Почему и как вода поднимается вверх по стволу дерева вопреки закону тяготения? Речь о понимании такого вида будет идти в связи с методом научного объяснения (см. гл. X).

Возможны, очевидно, и другие случаи употребления слова «понимание». Однако, по нашему мнению, выделенные случаи являются основными.

■ Упражнения

1. Укажите, какие предметные значения имеют следующие выражения языка как знаки: «естественный спутник Земли», «самая большая река в Европе», «Аристотель», «мужество», «любовь», «доброта», «Солнце», «Земля».

2. «Укажите, какие знаки из пункта 1 имеют собственный смысл, в чем он состоит?»

3. Попытайтесь установить приданный смысл (в настоящее время) тех знаков из пункта 1, которые не имеют собственного смысла.

4. Являются ли знаками и почему следующие слова и словосочетания: «познание», «мыслящее число», «четное простое число, отличное от 2», «чувственное наслаждение», «вкус мысли», «творческая деятельность», «духовность», «бессмыслица», «стремление», «абракадабра».

5. Каковы предметные значения тех выражений из пункта 4, которые являются знаками?

6. Смысл какого знака — кроме самих указанных далее выражений — представляют выражения «Плоская геометрическая фигура, ограниченная четырьмя взаимнопараллельными противоположными сторонами», «целое положительное число, имеющее ровно два различных делителя», «явление загибания света в область геометрической тени», «предел деления вещества, при котором тело сохраняет свои физические свойства».

§ 6. Основные семантические и синтаксические категории языковых выражений

Все значащие выражения языка¹, то есть выражения, являющиеся знаками, могут быть разбиты на некоторую совокупность классов, называемых семантическими категориями. *Семантическая категория* — это класс выражений с однотипными предметными значениями, при этом включающий все выражения с предметным значением данного типа.

К числу семантических категорий относятся прежде всего предложения, причем каждый из видов предложений, выделяемых по содержанию (а именно повествовательные, вопросительные и побудительные), составляет отдельную категорию. Все остальные знаки языка — это возможные части предложений. Они с логической точки зрения делятся на дескриптивные и логические термины. Среди дескриптивных выделяются в качестве самостоятельных семантических категорий: имена, предикаторы и предметные функторы. Логические термины (логические константы) в свою очередь распадаются на несколько видов семантических категорий.

Каждая из семантических категорий, выделяемых в составе предложений, выполняет особую синтаксическую роль в строении предложения, его формировании или в определении его смысла, и потому является особой синтаксической категорией. Таким образом, знаки, составляющие части предложений, однотипные по своим предметным значениям, оказываются однотипными по своей синтаксической роли в языке. Далее при функциональной характеристике семантических категорий (см. § 7 «Функциональные синтаксические характеристики основных семантических категорий языка») увидим, что каждый знак, относящийся к некоторой семантической категории в составе какого-то предложения, представляет собой определенную функцию, что именно и характеризует эту семантическую категорию как особую синтаксическую категорию. Сами же предложения не играют ка-

¹ Незначащими выражениями языка являются, например, знаки препинания. Такие выражения называются *синкатегорематическими*. «Незначащими» здесь — в смысле «не имеющими предметных значений», но они значимы в том смысле, что выполняют в языке некоторые функции и, в силу этого, относятся к синтаксическим категориям.

кой-либо синтаксической роли в языке, кроме того, что могут быть частями других предложений. Они выполняют особую роль лишь в самом процессе познания и в процессе коммуникации.

Характеристика каждой семантической категории состоит, во-первых, в выявлении особенностей предметных значений знаков этой категории, во-вторых, в указании видов знаков в составе каждой категории и специфики их предметных значений, в-третьих, выяснение типов смысла знаков в связи с типами предметных значений, в-четвертых, для всех знаков, кроме предложений, выяснение их синтаксической роли в составе предложений. Полезно однако, заметить, что не всегда эти характеристики можно выявить достаточно четким образом, различие их имеет, скорее, не практическое, а теоретическое значение, существенное именно для понимания языка как средства познания.

- **І. ИМЕНА** — слова и словосочетания, являющиеся знаками предметов. Слово «Предметы» здесь, как уже говорилось, используется в широком смысле. Они понимаются как предметы познания, это все то, что может быть предметом обсуждения, то, о чем можно — осмысленным образом — что-то утверждать или отрицать. Хотя утверждая или отрицая что-то о чем-то, мы вынуждены употреблять имя этого чего-то. Так логическими подлежащими простых повествовательных предложений, например, всегда являются простые или сложные имена. Таким образом, понятие предмета и имени тесно связаны друг с другом. По существу, предметом мысли является все то, что обозначено именем. Таковыми могут быть не только отдельные вещи (типа деревьев, домов и т. д.), но их свойства и отношения (таковы, например, «свойство электропроводности металлов», «отношения отцовства»), процессы («экономическая реформа», «землетрясение», «война»), явления, события («гром», «молния», «взрыв», «удар» и т. п.), а также и множества или классы предметов («множество жителей Москвы», «класс млекопитающих» и т. д.). Таким образом, имя — в свою очередь — может быть охарактеризовано как языковое выражение такого рода, которое, будучи соотношенным в качестве знака с каким-либо предметом, явлением, процессом действительности, превращает его в предмет мысли.

При таком широком понимании предмета и имени как его знака, фактически все в действительности, что имеет более или менее качественно определенный характер и может быть мысленно выделено из всего многообразия действительности, может стать предметом мысли, будучи поименованным. Казалось бы нет смысла различать предметы и то, что о них может утверждаться или отрицаться. Иначе говоря, нет смысла и даже возможности различать, например, с одной стороны, предметы, а с другой — их свойства и отношения, поскольку последние также могут быть предметами мысли. Однако это необходимо и является возможным при различении типов отношения знаков к обозначенным объектам. Одним из наиболее важных типов этих отношений является как раз *отношение именованя*. Оно имеет место, когда знак выступает в качестве имени того, что он обозначает.

Другой тип отношения знаков к обозначаемым объектам состоит в том, что знак, *представляя* этот объект, не является, однако, его именем. Таковыми являются отношения знаков свойств и знаков отношений к самим этим свойствам и отношениям, наличие или отсутствие которых у соответствующих предметов утверждается или отрицается в составе предложений. Таковы рассматриваемые далее знаки, употребляемые в составе предложений (предикаторы и предметные функторы). Предикаторы, например, играют роль логических сказуемых в простых повествовательных предложениях (тогда как роль логических подлежащих таких предложений играют простые или сложные имена) и поэтому не являются именами обозначаемых ими объектов.

Имена, составляя единую семантическую категорию, делятся на некоторые виды. Различаем, во-первых, единичные («Солнце», «центральное тело Солнечной системы») и общие имена («планета», «большое небесное тело, вращающееся вокруг Солнца»). Единичные имена обозначают отдельные предметы. Общее имя является знаком произвольного предмета некоторого класса. Отдельные авторы считают, что оно тем самым является именем любого предмета класса и отличается от единичного тем, что вместо одного предметного значения имеет много таковых. Или, как говорят, если единичное имя имеет один десигнатор, то общее имя — много таковых. Однако общее имя, например, «человек» или «го-

род», являясь общим знаком для предметов соответствующих классов (людей, городов) вовсе не является также именем каждого из них. Для каждого отдельного человека существует свое имя, как и для всякого города.

По существу общие имена вообще не являются именами. Само их название «имена» возникло очевидно из указанных неверных представлений. На самом деле они представляют собой своего рода переменные естественного языка (в формализованных языках их аналогами являются специальные символы, называемые предметными переменными). Употребляя общее имя в качестве логического подлежащего предложения в сочетании с так называемыми кванторными словами «всякий», «некоторые», «не один» и др., мы можем говорить с его помощью что-то о классах в целом, например, «все люди нуждаются в пище», «некоторые из людей занимаются научной деятельностью». В силу этого общее имя становится (в процессе нашего общения и познания) представителем соответствующего класса предметов. Именно этот класс является предметным значением общего имени, но не десигнатором его. Скорее можно сказать, что это экстенционал общего имени. Экстенционалами вообще называют часто предметные значения имен, а десигнаторы — это особый вид экстенционала, а именно предмет, обозначаемый единичным именем. Десигнаторами называют предметные значения единичных имен. Таким образом, общее имя «человек» является представителем класса людей, а имя этого класса — единичное имя «класс людей» и этот класс — десигнатор этого имени. Таким образом, отношение между общим именем как знаком и его предметным значением отличается от отношения именованности. Это — просто отношение «представительства», состоящее в том, что знак в процессе общения и мышления выступает как представитель некоторого объекта.

Впрочем, есть способ образования имен отдельных предметов класса из общего имени. Так, из общего имени «человек» с помощью так называемых имен-указателей «этот», «тот» и при этом в некоторой определенной ситуации образуются такие единичные имена, как «этот человек» или «тот человек». Известен также способ образования единичных имен из общих — применяемый часто в математических рассуждениях — посредством так называемого оператора

неопределенной дескрипции («некоторый из...», «какой-то из...»). Так, говорят: «Рассмотрим некоторую точку A на прямой a ». Здесь «некоторая точка A на прямой a » — единичное имя, обозначающее некоторую определенную, но не известно какую фиксированную точку. Один и тот же знак, употребляемый в качестве общего имени для предметов некоторого класса, используется часто как единичное имя, обозначающее этот класс как особый вид предметов некоторого рода. В этом смысле употребляется общее имя «человек» (как имя определенного вида живых существ) в контексте: человек появился на Земле около миллиона лет тому назад», «человек — разумное существо» и т. п.

Существенно отметить, что говоря указанным выше образом — с использованием кванторных слов «всякий», «некоторый» — о классах, мы не употребляем имен самих классов, то есть не вводим в наше рассмотрение особых объектов, каковыми являются эти классы. Именно введение объектов такого рода как классы или множества в те или иные теории приводит часто к противоречиям. В известной канторовской теории множеств появились противоречия за счет введения таких объектов, как «множество всех множеств», «множество всех нормальных множеств» (таких, которые не являются элементами самих себя). Эти объекты оказались противоречивыми, и это указывает на то, что их можно считать просто несуществующими. Однако это не значит, что мы вообще не можем непротиворечивым образом говорить что-то о множестве всех множеств или о множестве всех нормальных множеств (например, о множестве всех множеств некоторых индивидов¹ или о множестве всех нормальных множеств каких-то индивидов).

Мы делаем это, когда говорим, что каждое множество либо пусто, либо непусто, конечно или бесконечно. Но само собой разумеется, что при этом требуется уточнение, какого именно рода предметы мы допускаем в качестве элементов этих всех множеств.

Как общие, так и единичные имена делятся на описательные (сложные) и на неописательные (простые), имена. Про-

¹ О понятии «индивид» см. в разделе «Семантика логики предметов» (§ 11).

с т ы м и (неописательными) именами являются имена, которые не имеют собственного смысла и могут иметь лишь приданный смысл («Эверест», «гора», «река», «Волга»). С л о ж н ы м и (описательными) являются имена, которые имеют собственный смысл («самая большая река в Европе», «плоская, замкнутая, ограниченная тремя сторонами фигура»).

Имена имеют в качестве смыслов понятия, а именно понятия соответствующих предметов. Мы уже упоминали также, что они представляют собой обобщения типа: «слово, изменяющееся по падежам», «частица, представляющая собой предел деления вещества, при котором сохраняются его физические свойства».

Последнее понятие составляет смысл слова «молекула»; оно — приданный смысл этого слова. Но само понятие, как и всякая мысль, тоже выражено в языке. Знаковой формой понятия является описательное имя, а само понятие представляет собой собственный смысл описательного имени.

На смыслах других семантических категорий мы здесь специально не останавливаемся, но, вообще говоря, это тоже понятия. Соответственно: это понятия свойств и отношений — для предикаторов; предметных функций — для выражений характеристик предметно-функционального типа; логических отношений и операций — для логических терминов.

Говоря более точно, надо различать собственные смыслы описательных единичных имен и описательных общих имен. Смыслы единичных описательных имен — это особого рода понятия, которые называют и н д и в и д н ы м и к о н ц е п т а м и. В отличие от понятия — смысла общего имени (например, «город, являющийся столицей некоторого государства») индивидуальный концепт (например, смысл описательного единичного имени «тот город, который является столицей Франции») содержит дополнительную информацию о единственности описываемого объекта. Другие примеры индивидуальных концептов: «тот человек, который первым полетел в космос», «та гора, которая является самой высокой в Европе». Характерным для знаков индивидуальных концептов является употребление логического оператора «тот..., который...», с его помощью единичное описательное имя образуется из некоторого общего описательного имени. В естественном языке его (оператор определенной дескрипции «тот..., который...») часто опускают, но с логической точки зрения и вообще для избежания некоторых двусмысленностей его важно иметь в виду (см. гл. V).

Основная синтаксическая функция имен в языке состоит в том, что они играют роль логических подлежащих в предложениях, то есть указывают именно на то, к чему относятся содержащиеся в предложениях утверждения или отрицания, что является объектом той мысли — суждения, которое составляет смысл предложений. При этом есть существенные различия в употреблении единичных и общих имен в качестве логических подлежащих. С помощью единичных имен образуются предложения, выражающие единичные суждения («Джакарта — столица Индонезии», «Естественный спутник Земли является остывшим небесным телом»). Общие имена играют роль подлежащих в так называемых множественных — общих или частных — суждениях («каждая планета Солнечной системы вращается вокруг своей оси», «некоторые существительные не изменяются по падежам»).

Повторим еще раз, что употребление общего имени в качестве подлежащего требует дополнения, а именно, указания на то, относится ли утверждение или отрицание в суждении ко всем или не ко всем предметам того класса, который представляет данное общее имя. Функцию таких указателей выполняют явно выраженные или подразумеваемые логические константы (кванторные слова) — «всякий», «каждый», «любой» (указывают на общность суждения) и «некоторые», «многие», «большинство» и т. п. (указывают на частный характер суждения). Без таких указателей мы не имеем, по существу, предложений. Нельзя, например, считать предложением и оценивать как истинные или ложные такие высказывательные формы, как: «число не является четным», «человек справедлив»¹ и т. д.

Напомним, что общие имена представляют собой своеобразные переменные естественного языка. Но именно тогда, когда они играют роль логических подлежащих в высказываниях; поэтому приведенные фразы аналогичны выражениям: « x — четно», « y — справедлив», при условии, конечно, что « x » употреблен как знак какого-то из целых чисел, а « y » — как знак какого-либо человека. Это — высказывательные формы, называемые в логике предиката-

¹ По виду эта форма содержит утверждение или отрицание чего-то о чем-то и потому как знаковая форма сходна с высказыванием, однако она не истинна и не ложна (то есть является неопределенно-истинной), поскольку не известно, к чему именно относится наше утверждение или отрицание: к отдельным ли предметам класса или в ней идет речь обо всех или некоторых предметах класса.

ми¹. Из указанных предикатов, например, мы можем получить предложения (высказывания): «всякий человек справедлив», «некоторые люди справедливы» или, подставляя вместо переменных имя определенного предмета: «6 — четно», «Иванов — справедлив» и т. п. (подробнее о предикатах см. понятие «признак», гл. IV). Из предикатов также образуются и понятия, например, «человек такой, что он справедлив», «число такое, что оно является четным» (см. гл. V).

Предикаты, по существу, представляют собой особую семантическую категорию языковых выражений. В естественном языке они не выделяются в качестве таковой особым образом и употребляются лишь в составе высказываний и понятий.

Иначе обстоит дело в формализованных языках. Их выделение существенно с познавательной точки зрения: на некоторой стадии развития языка мы можем зафиксировать — в виде предикаторов — лишь некоторое ограниченное множество простых свойств и отношений. Тогда как в процессе познания нам приходится иметь дело отнюдь не только с этими простыми свойствами и отношениями, поскольку в мире существует неограниченное множество и отнюдь не только простых свойств и отношений. То, что для каждого человека существует женщина старше его и являющаяся его матерью, представляет собой высказывание, в котором утверждается уже не простое, а сложное свойство человека. Непростым является также свойство Земли, утверждаемое в суждении: «Если ось Земли в некоторый момент ее вращения вокруг Солнца наклонена в сторону Солнца, то в северной ее части имеет место лето, а в южной — зима».

Предикаты могут быть выделены из высказываний, по крайней мере, когда последние относятся к отдельным предметам, заменой имен этих предметов переменными или — в естественном языке — общими именами. Из последнего высказывания мы можем получить предикат: «Если планета с наклоненной по отношению к плоскости эклиптики осью вращения в какой-то момент вращения вокруг Солнца наклонена осью к Солнцу, то в верхней ее части имеет место лето, а в нижней — зима». В формализованном языке вместо «планета с наклоненной осью вращения» мы бы употребили определенный символ переменной, положим x , а область ее возможных значений охарактеризовали бы приведенным выше описательным именем.

С помощью предикатов, которые, в свою очередь, строятся из предикаторов, переменных и логических констант, мы можем вы-

¹ Как знаковые формы, это своего рода сложные предикаторы — знаки свойств и отношений, при этом зачастую весьма сложного характера. Наличие этих форм и их структурное многообразие выявляется в формализованных языках (см. § 11).

разить сколь угодно сложное свойство или отношение (по крайней мере, с учетом наших физических возможностей и имеющихся в языке исходных средств). Таким образом, множество предикатов в языке представляет собой множество возможных — выразимых в данном языке — свойств и отношений рассматриваемых областей действительности (см. §§ 13, 14).

Наряду с ролью логических подлежащих, общие имена могут играть также — в сочетании со связкой «есть» — и роль логических сказуемых. Например, в предложениях «2 есть четное число», «Сократ есть человек» и др. В этой позиции общее имя («простое число», «четное число», «человек») выступает уже не как переменная, а как представитель класса предметов. В силу этого мы имеем в подобных случаях нормальные предложения (истинные или ложные). Впрочем, мы можем употреблять общее имя как логическое сказуемое и без связки «есть», трактуя его как знак того свойства или совокупности свойств (рассматриваемой как одно свойство), которое является характеристическим для класса предметов, обобщаемых данным именем. В таком случае образуемое предложение, например, «Иванов человек» имеет смысл: Иванов обладает свойствами, характерными для людей, то есть теми свойствами, которые выделяют людей из всего животного мира. Таким образом, разница между утверждениями «Иванов есть человек» и «Иванов обладает свойствами, отличительными для людей» состоит в том, что в одном случае мы утверждаем непосредственно принадлежность Иванова к классу людей, а тем самым — опосредованным образом — наличие у него типичных для людей свойств, во втором же — говорим непосредственно о принадлежности ему некоторых свойств и опосредованно о принадлежности его к соответствующему классу предметов. Будем говорить, что высказывания первого типа имеют понятийную форму, а вторые — атрибутивную. Эти различия не являются излишне детальными и понадобятся нам в дальнейшем (см. § 29).

Существует мнение, что общее имя может употребляться осмысленным образом в качестве подлежащего и без кванторных слов. Приводят примеры: «Человек произошел от обезьяны» или «Человек появился на Земле несколько миллионов лет тому назад». Однако «человек» здесь употребляется не как общее имя, а как единичное имя класса людей (как особого вида живых существ), что уже было разъяснено выше.

Единичные имена, в отличие от общих, не могут служить логическими сказуемыми. Кроме указанной основной функции — быть логическим подлежащим — они употребляются в качестве составных частей сложных имен, как единичных, так и общих («столица Индонезии», «планета Солнечной системы»). Следует иметь в виду, что в русском языке бывают случаи, когда одно и то же выражение в одних контекстах может трактоваться как общее имя, а в других — как единичное. Таково, например, приведенное имя «столица Индонезии». При истолковании его как единичного подразумевается логическая константа «тот..., который...». Без этой константы «столица Индонезии» — общее имя, поскольку сама по себе его форма указывает на класс предметов, а не на отдельный предмет. Именем же этого предмета (единственного элемента данного класса) будет «тот город, который является столицей Индонезии». Возьмем два предложения, приведенные выше: «Джакарта — столица Индонезии» и «Столица Индонезии — большой город». В первом случае «столица Индонезии» — общее имя, и именно в силу этого правомерно используется как логическое сказуемое. Во втором случае — это же выражение с подразумеваемой логической константой «тот город, который является столицей Индонезии» — единичное имя.

Будучи представителем некоторого вида предметов, общее имя выступает в некоторых контекстах в качестве знака той совокупности свойств, которые являются отличительными, характеристическими для предметов этого вида. Как видим, общее имя представляет собой очень сложную, семантически многоаспектную категорию. Этим объясняется, что в истории философии и языкознания оно имело различные истолкования. Существует даже особое направление в философии — так называемый реализм, — основой которого является представление о том, что общие имена являются знаками особого рода сущностей — универсалий, таких, как «дом вообще», «человек вообще» и т. д., которые согласно этой концепции реально существуют наряду с отдельными предметами (домами, людьми и т. д.). Древнегреческий философ Платон, именуя их идеями, считал даже, что они существуют в особом мире идей, и что отдельные вещи нашего мира являются лишь отражениями этих идей. Как видим, при такой трактовке общего имени оно не является даже общим именем, а особым, единичным именем отдельной идеи. Споры относительно истолкования общих имен продолжаются и в настоящее время.

- **II. ПРЕДИКАТОРЫ** — выражения языка (слова или словосочетания), предметными значениями которых являются свойства

(«твердый», «жидкий», «умный») и отношения («столица», «причина», «следствие», «брат», «южнее»). При этом имеются в виду свойства и отношения, которые употребляются как характеристики предметов познания, то есть как то, наличие или отсутствие чего у предметов мы утверждаем в наших высказываниях.

Эти знаки так же, как и общие имена, не именуют, а лишь особым образом представляют объекты, знаками которых они являются. Рассмотрим два предложения. «Сталь упруга» и «Упругость — полезное свойство некоторых металлов». В первом случае «упруга» — предикатор, знак свойства, но не имя его. Во втором же случае употреблено имя этого свойства.

Полезно иметь в виду, что предметные значения единичных имен называют часто денотатами, десигнаторами, референтами соответствующих знаков. Предметные значения общих имен называют также экстенционалами.

Следует учитывать и то, что каждому свойству соответствует некоторый класс предметов: свойству упругости — класс упругих предметов, свойству четности — класс чисел, являющихся четными. Каждому n -местному отношению соответствует множество последовательностей из n -предметов. Например, двухместному отношению «мать» соответствует множество пар людей: женщина, которая родила кого-то, и тот, кто рожден ею. *Эти классы свойств и отношений называют часто объемами соответствующих свойств и отношений.* Ради определенных упрощений, например, при анализе и характеристиках формализованных языков, в логике свойства и отношения отождествляются с их объемами. В таких случаях предметные значения знаков-предикаторов тоже называют экстенционалами.

Вместе с тем некоторые авторы (в частности, Р. Карнап) вообще предметные значения всех знаков называют экстенционалами, а их смыслы — интенционалами знаков.

Основную синтаксическую роль предикаторов нетрудно уяснить исходя уже из типа их предметных значений. Прежде всего они играют роль логических сказуемых в предложениях. Предикатор, обозначающий свойство, употребляется в качестве логического сказуемого, когда утверждение или отрицание в предложении относится к одному предмету или предметам одного класса. Когда он обозначает отношение, утверждение или отрицание относится к паре, тройке — в зависимости от местности отношения —

отдельных предметов или классов предметов. Тогда мы имеем несколько логических подлежащих в предложениях. Такова специфика так называемых суждений об отношениях: «три меньше пяти», «Петров изучает несколько иностранных языков», «все студенты сдают какие-нибудь экзамены». Логические подлежащие здесь соответственно: «3» и «5», «Петров» и «иностраный язык», «студент» и «экзамены».

Существенна также роль предикаторов в образовании описательных общих имен: «человек, изучающий английский язык», «студент, изучающий какой-нибудь древний язык», «число, которое делится (без остатка) на все числа», и высказывательных форм — предикатов, обозначающих сложные свойства и отношения.

- III. ПРЕДМЕТНЫЕ ФУНКТОРЫ — знаки этого вида мы встречаем прежде всего в математике. Это «синус» («sin»), «косинус» («cos»), логарифм («log»), «сумма», «разность», «произведение». Однако знаки с подобными предметными значениями мы встречаем и в естественном языке. Таковы «агрегатное состояние вещества», «профессия», «национальность», «объем», «температура», «возраст», «расстояние». Предметными значениями этих знаков являются такие характеристики предметов действительности, которые трактуют часто как свойства предметов. Однако это не свойства. Знаками свойств, как мы видели, являются предикаторы. С математической точки зрения — это знаки предметных функций, точнее (как это выявляется в § 7) — это функции «предметно-предметного» типа, тогда как предикаторы, обозначающие свойства, с математической точки зрения характеризуются как одноместные функции «предметно-истинностного» характера.

Однако, подходя к анализу этих выражений с точки зрения понимания предметных значений рассматриваемых знаков в естественном языке, мы должны прежде всего различить два вида предметных функторов. Значением результата применения функтора первого вида к некоторому отдельному предмету (из определенного класса — области определения данного функтора) является некоторое свойство этого предмета. Например, «агрегатное состояние вещества *a*» (где *a* — «вода, находящаяся в данном месте») является именем одного из свойств, для которых мы употребляем слова «жидкий», «твердый», «газообразный». «Профессия человека *a*» — это «столяр», «водитель», «преподаватель» и т. п.

Предметные значения результатов применения функторов второго вида (к предметам из области их определения) можно характеризовать как значения или степени свойств и отношений. Свойства, по крайней мере, в своем большинстве, как и отношения, могут различаться как присущие предметам в большей или меньшей степени. Например, тело имеет свойство занимать часть пространства. Но ясно, что части пространства, занимаемые различными телами, являются различными: большими или меньшими. И слово «объем» (предметный функтор) как раз является общим именем для этих возможных степеней указанного свойства. А в сочетании с именем определенного предмета, например «объем Земли», указывает на определенное значение упомянутого свойства для данного предмета. Аналогично разные степени имеет свойство тела, состоящее в том, что оно притягивается к земле. И общим именем этих степеней (возможных значений этого свойства) является предметный функтор «вес».

Подобные различия по степеням могут иметь и отношения. Так, функтор «расстояние между какими-то пунктами a и b » обозначает степень отношения « a удалено от b ». В указанных до сих пор примерах степеней свойств и отношений имеются способы их измерений, соответственно числовых выражений. Имеются, однако, и такие свойства и отношения, степени которых не поддаются числовым характеристикам, по крайней мере, на существующем уровне развития науки. Таковы, например, способность, ненависть, привязанность, талант и т. п. Для степеней отношения этого рода нет способов измерения, поэтому, возможно, нет специальных знаков — предметных функторов — для обозначения этих степеней. В этих случаях употребляют лишь сравнение свойств и отношений по степеням «сильнее», «слабее», «больше», «меньше» или некоторые их качественные характеристики, например, для таланта: «большой», «яркий», «самобытный».

Смыслы рассматриваемых знаков (или смысловое значение вообще) при трактовке их как степеней свойств и отношений составляют характеристики соответствующих степеней. В принципе типы смысла те же, что и для имен, особенность их смысла проявляется при понимании этих выражений как знаков предметных функций. В этом случае его со-

ставляют характеристики функций и именно такие, что отличают соответствующие функции от всех других (см. § 7).

Основная синтаксическая роль предметных функторов (обоих указанных видов) состоит в образовании сложных, своего рода описательных, имен: как мы видели в одном случае — имен свойств, в другом — степеней некоторых свойств (в силу этого предметные функторы иногда называют «имяобразующими»). Функторы первого из указанных видов представляют собой то, что обычно называют «основанием деления понятий» (см. § 23).

● **IV. ЛОГИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ** — представлены двумя основными видами:

1. Логические связки — «если..., то...», «и» (иногда вместо этого союза употребляется союз «а»), «или», «не».

2. Операторы — кванторные слова («всякий», «некоторые»; есть другие варианты: для «всякий» — «любой», «каждый», для «некоторые» — «существует»), оператор определенной дескрипции («тот, который»), оператор неопределенной дескрипции («некий из»).

С этими константами мы уже встречались в определении логической формы высказываний, но здесь особо остановимся на некоторых их характеристиках. Во-первых, в отличие от перечисленных выше семантических категорий знаков, являющихся дескриптивными терминами, специфическими для различных научных теорий и областей познания вообще, логические константы имеют общетеоретический характер. Они употребляются, например, в высказываниях и в формулировках понятий различных теорий, то есть играют специфически логическую роль. С этой их особенностью связана и вторая — а именно то, что в отличие от дескриптивных терминов они относятся не к конкретному, а к логическому содержанию мысли. Эта их роль проявляется в том, что они сохраняются при выделении логических форм мысли, когда мы отвлекаемся от конкретных значений дескриптивных терминов. В сочетании со значениями дескриптивных терминов логические константы составляют конкретное содержание мысли.

С помощью логических связок из одних предложений или свойств, отношений образуются новые сложные предло-

жения (соответственно, свойства, отношения), а тем самым отражаются более сложные отношения действительности. Например, «Луна является спутником Земли и представляет оставшее небесное тело», «Если по проводнику проходит ток, то вокруг него существует магнитное поле». Из свойств (для чисел) «четное» и «простое» образуем сложное свойство «четное и простое» (например, принадлежащее числу 2); аналогично — «простое или четное», «отец и брат». Сложнее дело обстоит с операторами. Например, посредством оператора «тот, который» образуется описательное единичное имя, «то натуральное число, которое является четным и простым». Оператор «всякий», примененный к так называемой высказывательной форме (называемой в логике предикатом, а в лингвистике, как иногда и в логике, неопределенным предложением) «Человек нуждается в пище» образует предложение (в данном случае, очевидно, истинное, но в других случаях, возможно, и ложное): «Всякий человек нуждается в пище».

Из высказывательной формы «Жидкости являются химически простыми веществами» с помощью оператора «некоторый» получаем высказывание (тоже, очевидно, истинное): «Некоторые жидкости являются химически простыми веществами».

По существу, мы охарактеризовали связки и операторы, как некоторые функции (более подробно — по крайней мере для логических связок — см. в § 7). Эти функции, собственно, и составляют предметные значения логических констант как знаков. А характеристики этих функций составляют смыслы или — логические содержания вообще.

● **V. ПРЕДЛОЖЕНИЯ — знаки особого рода — повествовательные, вопросительные, побудительные предложения.**

Поскольку речь здесь идет о логическом анализе языка как средства познания, нас интересуют прежде всего повествовательные и, в определенной мере, вопросительные предложения. С вопросом об их предметных значениях связаны, как уже упоминалось, определенные трудности (§ 5). Что касается повествовательных предложений, то их предметными значениями согласно распространенной в логике концепции являются такие абстрактные объекты как истина и

л о ж ь. Такое представление полезно как некоторое упрощение, удобное при построении формализованных логических языков определенного вида. Однако такую точку зрения нельзя считать верной по существу.

Скорее нужно считать, что осмысленное — выражающее некоторое суждение — повествовательное предложение, как знаковая форма указанного суждения, имеет в качестве предметного значения некоторую ситуацию, наличие или отсутствие которой утверждается в суждении. Суждение, которое выражается некоторым повествовательным предложением, составляет собственный смысл последнего.

Ясно, что одно и то же суждение может иметь разные знаковые формы, тем более в разных языках. Все эти знаковые формы имеют один и тот же смысл. В этом случае их можно назвать синонимичными (правда, в лингвистической практике синонимичными называют обычно различные односмысленные выражения в пределах одного языка). *Суждение, взятое вместе со знаковой формой, в логике принято называть высказыванием.*

К сказанному добавим, что суждение представляет собой собственный смысл предложений. Приданные смыслы имеют, по-видимому, только неполно выраженные предложения, в частности, назывные и безличные.

Мы не будем далее вдаваться в подробности по вопросу о семантических характеристиках предложений как знаков, учитывая отмеченную неразработанность вопроса об основных характеристиках предложений как знаков. Особенно неясно, например, каково предметное значение вопросительных предложений. В некоторой мере какие-то из этих проблем, возможно, прояснятся при рассмотрении суждений и вопросов как особых форм мышления.

Подводя итоги анализа семантических категорий, повторим, что все знаки категорий I—IV используются в составе предложений. При этом знаки I—III называют д е с к р и п т и в н ы м и (описательными) терминами в отличие от IV — л о г и ч е с к и х т е р м и н о в.

От значения логических терминов зависит логическая структура (форма) мысли, а тем самым и ее логическое содержание. Значения дескриптивных терминов в совокупности с логическими определяют конкретное содержание мысли.

§ 7. Функциональные (синтаксические) характеристики основных семантических категорий языка

В логическом анализе языка с целью придания этому анализу большей точности и достижения при этом некоторых обобщений применяется разработанная в логике функциональная трактовка некоторых выражений языка.

Понятие функции рассматривалось до некоторых пор как специфическое понятие математики. Имелись в виду, как правило, числовые функции (аргументами и значениями которых являются числа того или иного класса — натуральные, рациональные, действительные, комплексные и т. д.). Однако в логике осуществлено значительное обобщение этого понятия, в силу которого все значимые выражения языка, кроме предложений, единичных имен и их аналогов — переменных (если они в том или ином случае вводятся), могут трактоваться как функции.

В основе понятия функции лежит понятие отношения соответствия (функционального отношения) между двумя множествами M_1 , M_2 , в силу которого каждому элементу одного множества соответствует один из элементов другого множества. Отношения этого рода могут существовать объективно или устанавливаться людьми при решении тех или иных задач. Объективно, например, каждому человеку соответствует некоторый день его рождения, определенная женщина, которая является его матерью, а также мужчина — его отец. Для того чтобы обеспечить порядок в театре, устанавливается определенным образом (путем выдачи билетов каждому посетителю с указанием номера места) отношение между множеством посетителей и множеством мест в театре. *Функция — это операция, посредством которой либо воспроизводится некоторое объективно существующее отношение соответствия, либо устанавливается некоторое отношение соответствия.* Если функция устанавливает отношение соответствия между множествами M_1 и M_2 , то говорят, что посредством ее осуществляется отображение множества M_1 в множество M_2 . Множество M_1 при этом называется областью определения функции, а M_2 — областью ее значений. Для числовых — математических — функций M_1 и M_2 — те или иные классы чисел.

Обобщением понятия числовой функции является понятие предметной функции вообще, когда M_1 и M_2 —

вообще какие-то предметы (возможно, конечно, и числа). Так, словосочетание «год рождения» теперь может трактоваться как функция, которая отображает класс людей в класс своеобразных чисел — временных дат (соотносит каждому человеку дату его рождения). Аналогичной является функция «возраст» и вообще такие выражения языка, как «скорость» (некоторого тела), «объем», «плотность» и т. п. Выражение «место рождения» (человека) как функция соотносит каждому человеку город, село, деревню и т. п. (вообще — единицу территориально-административного деления).

Другой, принципиально новый вид функций, введенных логикой, — это пропозициональные (логические) функции. Они отличаются от предметных функций своеобразием их значений (то есть своеобразием множества M_2). Таковыми являются И — «истина» или Л — «ложь» (а в некоторых случаях также «бессмысленно» и «неопределенно»), то есть истинностные значения предложений, рассматриваемые как особого рода абстрактные объекты логико-гносеологического характера.

При этом в зависимости от характера области определения этих функций (множество M_1) среди них особо выделяются предметно-истинностные и истинностно-истинностные.

Знаками (функторами) предметно-истинностных функций являются как раз предикаторы. Применение предикатора «твердый» к куску металла, с точки зрения языка, дает высказывание «Данный кусок металла твердый», а с функциональной точки зрения, соотносит этому предмету значение «истина».

Предикатор «химически сложный» в применении к воде дает «истину», а в применении к меди — «ложь».

Знаками (функторами) истинностно-истинностных функций являются логические связки: «не» («неверно, что»), «и», «или», «если..., то ...».

«Не» («неверно, что ...») образует из простого высказывания, например, «медный колчедан есть металл», новое — сложное высказывание: «Неверно, что медный колчедан есть металл» (или «Медный колчедан не есть металл»). Первое ложно, второе истинно, значит «не» как функтор, будучи примененным — в данном случае — к объекту «ложь», соотносит ему объект «истина»; объекту «истина» данная функция соотносит объект «ложь».

У п р а ж н е н и е

Приведите четыре примера второго случая применения функтора «не».

Связка «или» в применении к двум высказываниям «число 357 является простым» и «число 357 является сложным» образует также сложное высказывание: «число 357 является простым или число 357 является сложным». С точки зрения функциональной мы применяем данный функтор (знак функции) к двум объектам логико-гносеологического характера: «ложь» и «истина» и в результате получаем в качестве значения функции истину. Вообще эта функция паре истинностных значений ИИ, ИЛ, ЛИ, ЛЛ соотносит значение «истина», если хотя бы один объект пары есть истина и «ложь» — если оба объекта есть ложь¹.

Эта функция, очевидно, отличается от рассмотренных выше тем, что применяется не к одному объекту, а к паре, поэтому она называется двухместной. Таковыми же являются и все перечисленные выше логические связки, кроме отрицания; отрицание, как и все рассмотренные выше предметные функторы, — одноместная функция.

- Таким образом, мы подошли к различению функций на классы одноместных и более чем одноместных (многоместных, двухместных, трехместных и т. д.). Одноместные и многоместные функции различаются характером элементов, составляющих множество M_1 . В случае двухместных функций элементами этого множества являются пары предметов, трехместных — тройки предметов и т. д.

Функции делятся на одноместные и многоместные — двух- и более местные — по характеру области их определений. Одноместные функции имеют в качестве области определения множества индивидов; областью определения многоместной функции является множество последовательностей предметов из некоторых мно-

¹ Определения истинностных значений логических связок см. § 10 «Логика высказываний».

Ввиду недостаточной выясненности вопроса мы не останавливаемся на том, какого рода функции представляют логические операторы «всякий», «некоторый» и др.

жеств индивидов M_1, M_2, \dots, M_n ($n \geq 2$), то есть декартово произведение $M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n$. Отдельные элементы этих множеств называются возможными аргументами функции, а при применении ее к определенным предметам — являются ее аргументами в данном применении.

n -местная функция ($n \geq 1$) с областью определения $M_1 \times \dots \times M_n$ и с областью значений M характеризуется как функция типа $(M_1 \times \dots \times M_n) \Rightarrow M$, где « \Rightarrow » — знак отображения первого множества во второе (соответствие между первым и вторым). Применяя, как уже говорили, например, функтор (знак функции) «место рождения» к какому-то определенному человеку, мы получаем некоторый предмет — какой-то населенный пункт. Знаком — именем — этого предмета является как раз словосочетание, которое явилось результатом применения этого функтора, например, «месторождение Иванова С. А.». Очевидно, что областью определения этой одноместной функции является множество людей, а областью значений — множество населенных пунктов (установленных соответствующим административным делением). Примером двухместной предметной функции может служить «расстояние», например, между городами или какими-то объектами вообще в зависимости от того, какое именно множество пар выбрано в качестве области определения функции. Область ее значений — множество чисел с определенной размерностью.

Знаками логических функций являются логические константы и предикаторы, в том числе возможно и общие имена, трактуемые как предикаторы в случае применения их в качестве логических сказуемых. Специфика функций, которые представляют предикаторы, наряду с особенностями областей их значений, состоит также в характере их применений. Применение какого-нибудь предикатора как функтора к отдельному предмету или к последовательности предметов — в зависимости от его местности — состоит в утверждении того, что этот предмет или последовательность предметов соответственно обладает свойством или находится в отношении, знаком которого (свойства или отношения) является предикатор. Двухместный предикатор «столица» в применении к паре <Лондон, Англия> дает истинное предложение «Лондон — столица Англии». В строгом смысле значением функции в данном случае является «истина». При применении того же функтора к паре <Ливерпуль, Англия> получаем в качестве значения «ложь». Область определения данной функции есть множество пар <город, государство>, то есть декартово произведение множества городов на множество государств. Полезно заметить, что некоторые двухместные предикаторы могут трактоваться также как одноместные предметные функторы. Таковы предикаторы «отец», «мать», «столица» и др. В обычном языке мы употребляем эти слова зачастую

именно как предметные функторы для образования таких имен как «мать Петрова», «столица Венесуэлы» и т. д. Эта связь между двухместными предикаторами и предметными функторами характерна для тех предикаторов, которые обозначают двухместные функциональные отношения, а именно, такие отношения между двумя предметами A и B , в которых для любого предмета B может находиться только некоторый один предмет A (для любого человека один отец, одна мать и т. д.).

Из множества логических функций, представленных логическими константами, мы выделили особо те, знаками которых являются логические связки: «и», «или», «если..., то...», «неверно, что...». Подробный их анализ см. в разделе «Логика высказываний» (§ 10). Здесь же заметим, что особенность их как функций по сравнению с теми, что представляют предикаторы, состоит в характере их возможных аргументов. Если аргументами предикаторов являются предметы, то здесь в качестве таковых выступают истинностные значения («истина» — I , «ложь» — L). Например, связка «или» есть двухместная функция, область определения которой является декартово произведение $\{I, L\}$ на это же множество $(\{I, L\} \times \{I, L\})$, то есть $\{I, L\}^2$ — вторая декартова степень множества $\{I, L\}$. Область значений — тоже множество $\{I, L\}$, то есть эта логическая функция представляет функции типа $\{I, L\}^2 \Rightarrow \{I, L\}$.

Таким образом, в качестве обобщенной классификации функций, имея в виду одновременно типы аргументов и значений функций, в множестве функций выделяют три основных вида: 1) предметно-предметные, 2) предметно-истинностные и 3) истинно-истинностные. Функции вида 2 и 3 называются пропозициональными (логическими).

В синтаксическом плане (предметно-предметные) можно охарактеризовать как функции, образующие имена из имен. Вторые (предметно-истинностные) — образующие предложения из имен, а третьи образуют предложения из предложений.



У п р а ж н е н и е

Установите, к каким семантическим категориям относятся выражения:

- 1) «Все жидкости упруги»;
- 2) «Жидкость»;
- 3) «Если..., то ... »;
- 4) «Жидкий»;
- 5) «Вода»;

- 6) «Расположенный севернее»;
- 7) «Вещество, которое не имеет собственной формы и принимает форму того сосуда, в который помещено»;
- 8) «Жидкость, не имеющая ни запаха, ни цвета, ни вкуса».

§ 8. Принципы употребления знаков

Принципы употребления знаков, о которых здесь пойдет речь, имеют важное значение с точки зрения логики и теории познания. Один из них непосредственно можно рассматривать как определенного типа логическое требование, другие существенны для понимания некоторых процессов познавательной деятельности человека. Речь идет о трех основных принципах употребления знаков — принципах однозначности, предметности и взаимозаменяемости.

ПРИНЦИП ОДНОЗНАЧНОСТИ

Принцип однозначности представляет собой требование употреблять знак языка в каждом процессе рассуждения с одним и тем же предметным значением.

Примером нарушения этого требования является следующее изложение учебного материала, взятое из школьной практики. «Вода не имеет собственной формы, она принимает форму того сосуда, в который помещена. Вода бывает в твердом, жидком и газообразном состоянии». В первом из указанных тезисов слово (знак!) «вода», очевидно, употребляется в повседневном смысле; ее характеризуют нередко как жидкость, не имеющую ни цвета, ни запаха, ни вкуса. Во втором тезисе под «водой» подразумевается химически сложное вещество, существующее в природе в различных агрегатных состояниях. При этом оба тезиса относятся к одной теме и составляют, таким образом, одно рассуждение. По замыслу они представляют различные характеристики одного и того же вещества — воды. В логике подобные ошибки называют подменой понятий. Следствием этой ошибки здесь является очевидное противоречие: всякому известно, что в твердом состоянии вода имеет свою форму.

ПРИНЦИП ПРЕДМЕТНОСТИ

Принцип предметности указывает на специфику мышления как знаковой формы отражения действительности. Согласно этому принципу, *для того, чтобы утверждать что-то о каком-то предмете или предметах некоторого класса, надо употребить знак этого предмета или общее имя предметов этого класса, а также знак того, что утверждается — свойство, отношение и т. п., но утверждение при этом относится не к знаку, а к самим предметам.*

Важный аспект состоит в том, что в построении высказываний нельзя обойтись без знаков (нельзя в высказывание о некотором предмете подставить сам предмет; можно, конечно, указать на предмет, но указание — это уже знак). Безусловно, предметом мысли могут быть и сами знаки. И тогда нужны знаки (имена) самих этих знаков.

Смешение знака предмета с самим предметом мысли приводит обычно к нелепым рассуждениям: «Кошка любит сметану. Сметана — имя существительное, следовательно, кошка любит имя существительное. Но кошка — это тоже имя существительное, значит, имя существительное любит имя существительное».

■ Упражнение

Решите, какие из следующих утверждений истинны, ложны или, может быть, бессмысленны:

а) «Волга расположена в Европе» — истинное предложение;

б) «Волга» расположена в Европе»;

в) «Волга» — имя существительное» (слово в кавычках — имя соответствующего слова).

Иногда допускаются видимые нарушения принципа предметности, в особенности, когда утверждение относится к знакам. Так, допускают, например, возможность утверждения «Волга — имя существительное», считая, что сам контекст, в котором употребляется утверждение, указывает на то, что слово «Волга» здесь употребляется в качестве имени этого слова, которое, конечно, в свою очередь, обозначает некоторый объект внеязыковой действительности.

Такое употребление знака — в качестве имени самого себя — называют автономным употреблением. Однако, в принципе, здесь подразумевается выполнение принципа предметности, то есть употребление знака того предмета, о котором идет речь.

ПРИНЦИП ВЗАИМОЗАМЕНИМОСТИ

Любой знак в составе некоторого сложного знака, например, предложения или сложного имени, может быть заменен другим знаком с тем же предметным значением без изменения предметного значения всего выражения в целом.

Очевидно, что этот принцип является следствием принципа предметности. Действительно, поскольку, согласно принципу предметности, объектом мысли являются не сами знаки, а объекты, которые они представляют, постольку не важно, какой знак мы употребим для обозначения предмета — указанная замена не должна изменять значение всего выражения в целом: истинное предложение должно остаться истинным, ложное — ложным; единичное имя в результате замены должно обозначать тот же предмет, общее — оставаться представителем того же класса и т. д.

В применении к предложениям этот принцип формулируется в логике даже как некоторое правило вывода:

$$\frac{\Phi(a), a = b}{\Phi(b)}$$

где $a = b$ обозначает, что a и b являются именами одного и того же предмета, $\Phi(a)$ — высказывание (повествовательное предложение), в составе которого встречается имя a (имеющее, возможно, и несколько вхождений); $\Phi(b)$ — результат замены в этом высказывании каких-либо вхождений a на b . Например, «Луна — остывшее небесное тело» ($\Phi(a)$, роль a играет «Луна»), «Луна есть естественный спутник Земли» ($a = b$, b — естественный спутник Земли). Следовательно, «естественный спутник Земли — остывшее небесное тело» ($\Phi(b)$). Аналогично с общими именами α и β вместо единичных a и b . «Во всяком равностороннем треугольнике высота, опущенная из некоторого угла, есть биссектриса этого угла»

($\Phi(\alpha)$, α — общее имя «равносторонний треугольник»). «Всякий равносторонний треугольник есть равноугольный треугольник и наоборот» ($\alpha = \beta$). Следовательно, «Во всяком равноугольном треугольнике высота, опущенная из некоторого угла, есть биссектриса этого угла» ($\Phi(\beta)$). Очевидно, что имя «траектория движения Луны вокруг Земли» обозначает тот же предмет, что и «траектория движения естественного спутника Земли вокруг Земли».

ПАРАДОКСЫ ВЗАИМОЗАМЕНИМОСТИ

Однако, оказывается, что принцип взаимозаменяемости не всегда выполним, то есть имеются многочисленные случаи, когда в составе некоторого контекста замена одного знака другим, с тем же предметным значением, приводит к изменению предметного значения этого контекста. Такие случаи характеризуют как парадоксы отношения именованья, точнее, надо бы сказать, парадоксы принципа взаимозаменяемости. «Парадоксы» — потому, что они противоречат не вызывающему сомнений принципу предметности, следствием которого, как было показано, и является принцип взаимозаменяемости.

■ Примеры

Имя «поиск Шлиманом местоположения Трои» обозначает реальное действие, имевшее место в истории археологии. Но «поиск Шлиманом холма Гиссарлык» не имеет в качестве предметного значения это действие, поскольку Шлиман не искал холма Гиссарлык (хотя холм Гиссарлык и есть местоположение Трои, обнаруженное Шлиманом).

Предложение: «Георг IV однажды хотел узнать, является ли Вальтер Скотт автором «Взверлея» — истинно. Однако автор «Взверлея» и есть Вальтер Скотт, но предложение «Георг IV однажды хотел узнать, является ли Вальтер Скотт Вальтером Скоттом» явно ложное предложение. Или: «Птолемей считал, что Солнце вращается вокруг Земли» — истинно. Имя «Солнце» имеет, очевидно, то же значение, что и «центральное тело Солнечной системы». Однако, как и в предшествующем».

щем случае, результат замены первого имени вторым во взятом предложении «Птолемей считал, что центральное тело Солнечной системы вращается вокруг Земли» — безусловно ложное высказывание.

В связи с парадоксами этого рода в логике имеется много различных теорий, пытающихся объяснить их происхождение. Один из первых обратил на них внимание немецкий логик Г. Фреге, который считал, что эти парадоксы возникают в контекстах косвенной речи (см. его пример с Георгом IV). Причина парадоксов, как считал Г. Фреге, состоит здесь в том, что объектами наших утверждений в таких контекстах являются не предметные значения слов, которые они имеют в обычной речи, а их смыслы. В том или ином виде эта концепция получила развитие у ряда авторов (Квайн, Черч, Карнап). Однако это объяснение нельзя считать правильным. По существу, здесь имеется прямое отступление от принципа предметности, к тому же подразумевается неверное положение о наличии смысла у любого имени.

Действительная причина парадоксов состоит в том, что, осуществляя замены, не различают двух типов употребления имен: экстенционального и интенционального. При экстенциональном употреблении имен мы подразумеваем под именами предметы со всеми их возможными качествами, свойствами, отношениями, то есть мыслим их как конкретные предметы и обращаемся с ними как с таковыми.

Интенциональное употребление имени состоит в том, что обозначаемый именем предмет мы мыслим с какой-то определенной стороны, именно как предмет, обладающий какими-то определенными признаками, отвлекаясь от всех других его качеств и свойств, как бы «стирая» их. Так, мы говорим, например, «председатель Совета безопасности, именно как председатель, обладает такими-то и такими-то обязанностями и правами». Нередки также рассуждения: «мне нравится Петров как человек, но не нравится как преподаватель» (или наоборот).

Известно, что вечерняя звезда это то же, что утренняя звезда (та же планета Венера). При экстенциональном употреблении имен «вечерняя звезда» и «утренняя звезда» мы можем сказать, что как та, так и другая показывается и ут-

ром, и вечером над горизонтом. Но утренняя звезда, как утренняя, (интенциональное употребление имени) показывается над горизонтом только утром и неправильно сказать, что она показывается также и вечером. Вечерняя же звезда, как вечерняя, показывается над горизонтом только вечером. Таким образом, при интенциональном употреблении этих имен их предметные значения различны — между ними нет равенства!

Ошибку, к которой может приводить неразличение экстенционального и интенционального употребления имени хорошо иллюстрирует Гегель на примере умозаключения «все зеленое приятно; эта картина зеленая — значит, эта картина приятна». Можно предположить, что все зеленое приятно, но именно как зеленое. И эта картина, как зеленая, приятна (хотя может быть отвратительной по сюжету).

К интенциональному употреблению имени относится и такое, когда обозначаемый им предмет, рассматривается лишь постольку, поскольку он нам известен, опять-таки лишь именно с тех сторон, с которых он так или иначе знаком, с которых он проявил себя для нас. Иначе говоря, предмет рассматривается в этом случае именно так, как его характеризует смысловое содержание знака (для человека, который пользуется этим знаком). При этом человек не обязательно сознательно может мыслить себе предмет так или иначе, то есть не обязательно отдавая себе отчет, с какой стороны он его рассматривает, употребляя его просто указанным интенциональным образом даже в силу характера контекстов, в которых он обсуждает эти предметы, или так или иначе относится к ним.

К числу таких контекстов относятся те, что принято называть в логике пропозициональными установками. Для них характерны употребления выражений видов: «Н. верит, что...», «Н. хочет узнать...», «Н. думает, что...», «Н. надеется на...», «Н. знает, что...» и т. п. Именно в этих контекстах неправомерными оказываются те или иные замены в силу указанного интенционального употребления имен. «Птолемей думал (или считал), что Солнце вращается вокруг Земли». Ясно, что в этом контексте он имел в виду под Солнцем наше светило не как конкретный предмет, а рассматривал его лишь с тех сторон, с которыми он знаком. Поэтому «Солнце», употребленное в данном контексте, не есть тот же самый

предмет, который мы имеем в виду, когда говорим, что Солнце является центральным телом Солнечной системы. Конечно, Шлиман искал местоположение Трои, имея в виду опять-таки не во всех ее возможных проявлениях, а лишь постольку, поскольку она ему известна. Ясно, что он как раз не знал, что ее местонахождение есть холм Гиссарлык, поэтому приданном интенциональном употреблении «Трои» нет равенства «местоположение Трои» = «холм Гиссарлык» и, значит, его непозволительно использовать для замены в контексте «Шлиман искал местоположение Трои».

Вообще, парадоксы рассматриваемого типа возникают именно в силу ложности употребляемых утверждений о равенствах. А само представление о наличии равенств возникает в силу смешения экстенционального способа употребления имени с интенциональным.

Как видим, множество контекстов, в которых некоторые имена необходимо употребляются интенциональным образом, шире, чем это представлял себе Г. Фреге и не сводятся даже к пропозициональным установкам. Этот класс представляют собой контексты, в которых выражаются некоторого рода отношения человека к объекту, которые зависят от того, насколько человек знает предмет или, может быть точнее, насколько он знаком с предметом. Иначе говоря, в этих контекстах, выражающих эти отношения человека к объекту, существенную роль играет смысловое содержание знака этого объекта: сам объект рассматривается именно лишь с точки зрения имеющегося смыслового содержания. Кроме пропозициональных установок, которые являются именно такими отношениями, к их числу относятся также отношения «любит», «уважает», «предпочитает» и др. Например, Троекуров ненавидит Владимира Дубровского как человека, который является сыном его врага и нанесшим, к тому же, ему оскорбление. И для него он не есть тот же самый человек, что и де Форж — учитель французского языка. Ненавидя первого, он с большим уважением относится ко второму. Таким образом, объективно одно и то же лицо для него является различными людьми.

С точки зрения теории знаков, контексты, в которых утверждается наличие какого-либо из указанных отношений человека к некоторому объекту, выделяются тем, что в них играет роль смысловое содержание знака (его интенционал,

интенсия вообще) этого объекта, поэтому они называются интенциональными — в отличие от контекстов экстенционального характера, в которых предметные значения не зависят от смысловых содержаний составляющих их знаков, а лишь от их предметных значений и для которых всегда возможна замена знаков с одинаковыми предметными значениями.

Обратим внимание на то, что наряду с указанным видом интенциональных контекстов имеется и другой. К нему относятся выражения языка, в которых фиксируются некоторые связи между предметами. В частности, такие связи, которые выражаются в законах конкретных наук. Однако в этих контекстах смысловое содержание употребляемых знаков играет уже иную роль, чем в рассмотренных, и при этом таким образом, что замена знаков с одинаковыми предметными значениями в контекстах этого вида не приводит к парадоксам.

Итак, как вы видели, рассмотренные парадоксы замены не подрывают принципа предметности, если мы учитываем, что в некоторых случаях имена употребляются с учетом их смысловых содержаний.

В заключение главы подведем некоторые итоги. Мы выяснили, по крайней мере в общих чертах, роль знаков в познании и то, каким образом они эту роль выполняют. Из этого анализа важно сделать вывод о том, что, оперируя знаками языка (словами и словосочетаниями), необходимо прежде всего отдавать себе отчет в том, каково именно предметное значение знака, какой объект — предмет, свойство, отношение и т. д. — им обозначается. Невыполнение этого требования при изучении той или иной науки приводит, как было сказано, к такому известному явлению как «зубрежка». Она выражается именно в том, что человек, усваивая, по видимости, какие-то истины науки, не соотносит содержащиеся в их формулировках слова и словосочетания с чем-то внеязыковым, к чему — согласно принципу предметности — соответствующие утверждения науки должны относиться. Предложения, которые человек при этом усваивает, лишены для него смысла. Все устремления его направлены лишь на то, чтобы запомнить определенные словосочетания. В силу от-

сутствия понимания материала человек не может выразить его в какой-нибудь другой знаковой (языковой) форме, например, изложить его «своими словами», как часто требует учитель. Ясно, что для того, чтобы внимание учащихся было направлено на предметное содержание излагаемого учителем материала, ему самому, безусловно, полезно варьировать знаковые формы сообщаемых научных положений. Способность к такому варьированию и выделению тем самым сути дела является важным элементом педагогического мастерства.

Другим проявлением нарушения принципа предметности в употреблении знаков является то, что в науке часто называют схоластикой. Эта характеристика относится уже не к тому, кто призван осваивать результаты познания, а к тем, кто призван выдавать такие результаты.

Одно из проявлений схоластической деятельности в области науки состоит в том, что, вместо анализа и познания вообще тех или иных предметов действительности, схоласт озабочен лишь тем, чтобы сочинить или придумать наукообразные и «мудреные» комбинации слов и словосочетаний, не относящихся к чему-то, находящемуся вне их. Как сказал Ф. Бэкон, такой ученый выдает «скорлупу слов» вместо научных результатов.

СИМВОЛИЧЕСКАЯ ЛОГИКА. ФОРМАЛИЗОВАННЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ЯЗЫКИ И ТЕОРИЯ ДЕДУКЦИИ

§ 9. Основные особенности искусственных языков логики по сравнению с естественными языками

Мы будем иметь здесь в виду языки, специально созданные логикой в качестве средства точного анализа некоторых процедур мышления и, главным образом, логических выводов одних высказываний из других и доказательств высказываний. Прежде чем приступить к описанию специальных логических языков (языка логики высказываний — ЯЛВ и языка логики предикатов — ЯЛП) полезно отметить некоторые их особенности по сравнению с обычными (разговорными, национальными) языками; при этом будем иметь в виду язык логики предикатов, как более богатый по своим выразительным возможностям в сравнении с языком логики высказываний.

1. ЯЛП является искусственным языком; он предназначен для определенных целей (например, для аксиоматического построения теорий, для анализа содержания высказываний естественного языка и выявления логических форм высказываний, а также понятий, отношений между высказываниями и понятиями, для описания правил рассуждения, форм выводов и доказательств).

2. Если в обычных (естественных) языках выделяются три семиотических аспекта — синтаксический, семантический и прагматический, — то в языках, которые подлежат описанию, имеются только синтаксический и семантический аспекты. Как уже говорилось ранее, наличие прагматического аспекта в естественных языках связано со встречающимися в них неопределенностями и отсутствием определенных правил (смысловой неоднозначностью каких-то выражений, и главным образом отсутствием точных правил построения их выражений, например, предложений). В ЯЛП нет никаких неопределенностей, в нем имеются точные правила образования аналогов имен естественного языка (термов) и аналогов его повествовательных предложений (формул), а также точные правила, определяющие значения его выражений. Языки такого рода называются **формализованными**.

3. В естественном языке наряду с той его частью, которая предназначена для описания внеязыковой действительности (объектная часть языка), имеются слова, обозначающие выражения самого языка («слово», «предложение», «глагол» и т. д.) и предложения, в которых утверждается нечто, относящееся к самому языку («Существительные изменяются по падежам»). Такие языки называются **семантически замкнутыми**. В искусственных языках логики имеется только объектная часть, точнее говоря, они содержат лишь средства для описания какой-то внешней по отношению к нему действительности. Все то, что используется для характеристики выражений самого этого языка и необходимо при его описании, выделяется в особый язык. Описываемый язык (в данном случае — ЯЛП или ЯЛВ) называется **объектным языком**, а язык, используемый для его описания, анализа и т. п., — **метаязыком** по отношению к данному (объектному).

4. ЯЛП (как и ЯЛВ) характеризуют обычно как символический язык, потому что здесь используется особая символика, прежде всего для обозначения логических связей и операций. Специальные символы употребляются также в качестве знаков для обозначения предметов, свойств и отношений. Употребление символика способствует сокращению записи высказываний и облегчает, особенно в сложных ситуациях, понимание смыслов соответствующих высказываний.

5. Характерной особенностью ЯЛП и ЯЛВ — для систем так называемой классической символической логики — является их экстенциональный характер. Для ЯЛП он состоит в том, что предметные значения его термов (аналогов имен естественного языка) зависят лишь от предметных значений их составляющих, а истинные значения сложных формул от истинностных значений составляющих последних. Сказанное относится и к ЯЛВ. Обобщенно говоря, экстенциональность указанных языков состоит в том, что предметные значения аналогов сложных имен естественного языка в них зависят лишь от предметных значений, но не от смыслов их составляющих, а истинностные значения аналогов сложных высказываний естественного языка зависят от истинностных значений (но опять-таки не от смыслов) их составляющих. Это выражается, например, в том, что свойства и отношения между предметами в составе высказываний рассматриваются (или по крайней мере могут рассматриваться) как некоторые множества предметов — объемы соответствующих свойств и отношений. А также в том, что допустима замена любой части сложности высказывания, представляющей собой в свою очередь некоторое высказывание, любым другим высказыванием с тем же истинностным значением.

Наиболее существенным для данных языков является наличие точных правил образования его выражений и приписывания им значений и особенно то, что *каждая знаковая форма приобретает при этом определенный смысл*. В естественном же языке мы имеем такие выражения (знаковые формы), которые в различных случаях их употребления имеют различные смысловые содержания. Так, например, выражение «все книги данной библиотеки» имеет явно различный смысл в употреблениях: «все книги данной библиотеки написаны на русском языке» и «все книги данной библиотеки весят 2 тонны».

Важной особенностью ЯЛП является также прямое соответствие между структурами его знаковых форм (формул) и структурами выражаемых ими смыслов. Соответствие состоит в том, что каждой существенной части структуры смысла соответствует определенная часть знаковой формы. Так, в структуре смысла простого повествовательного предложения, то есть в структуре простого высказывания, необходимо выделить, например, отдельные предметы или классы предметов, о которых что-то утверждается в высказывании

(в знаковых формах им соответствуют единичные или общие имена), а также свойства или отношения, наличие которых у соответствующих предметов тоже утверждается (в качестве знаков для них в ЯЛП употребляются предикаторы).

Рассуждения, осуществляемые в естественном языке с учетом смыслов языковых выражений и представляющие собой, по существу, операции именно с этими смыслами (с мысленными предметными ситуациями), могут быть представлены в формализованном языке как операции со знаковыми формами высказываний. Операции эти осуществляются по правилам формального характера, «формального» в том смысле, что для их применения необходимо учитывать лишь то, из каких знаков составлены знаковые формы и в каком порядке расположены эти знаки. Ясно, что подобная возможность отвлечения от смыслов высказываний при описании форм правильных рассуждений необходима для автоматизации многих интеллектуальных процессов и является условием обеспечения максимальной точности в построении научных выводов и доказательств, которые при этом становятся всегда проверяемыми.

У людей, не знакомых с современной формальной логикой, нередко складывается мнение, что она, имея дело со специальными формализованными языками, изучает особые формы рассуждения именно в этих языках. Однако никаких особых форм такого рода не существует. Формализованные языки являются лишь средством выделения различных типов отношений вещей, которые представляют собой логические содержания высказываний и определяют формы правильных рассуждений в любых процессах познания.

Язык логики предикатов, как увидим далее, является результатом определенной реконструкции естественного языка, цель которой состоит в том, чтобы привести в соответствие логические формы высказываний с их знаковыми формами: языковые формы этого языка адекватно выражают смысловые структуры высказываний, что отнюдь не всегда, как уже подчеркивалось, имеет место в естественном языке.

Язык логики высказываний является результатом некоторого упрощения ЯЛП за счет того, что в нем не учитывается структура некоторых высказываний. Это обстоятельство приводит к появлению новой семантической категории, отсутствующей в естественном языке, а именно, п р о п о з и -

циональных знаков (символов, переменных): $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$, предназначенных для обозначения некоторых высказываний без учета их внутренней структуры. Существенно, что здесь (в ЯЛВ) не выявляется состав простых высказываний, их субъектно-предикатная структура, а выявляются лишь логические формы сложных высказываний. Поскольку этот язык имеет более простое строение, методически целесообразнее именно с него начинать рассматривать искусственные языки логики.

§ 10. Язык, логика и исчисление высказываний

ЯЗЫК ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ (СИНТАКСИС И СЕМАНТИКА ЯЗЫКА)

Прежде всего, очевидно, мы должны перечислить основные синтаксические категории этого языка, из которых должны строиться высказывания и высказывательные формы, называемые формулами ЯЛВ. Перечень знаков этих категорий называют исходными символами или, иногда, алфавитом языка.

1. Исходные символы ЯЛВ:

а) пропозициональные переменные p, q, r, s , а также эти же символы с числовыми индексами: $p_1, p_2, \dots, p_n, \dots$

б) логические константы (связки): $\&$ (конъюнкция), \vee (дизъюнкция), \supset (импликация), \neg (отрицание);

в) технические знаки¹: (— левая скобка;) — правая скобка.

Технические знаки здесь суть синкатегориматические категории (см. § 6). Остальные выражения являются значащими символами. Среди последних пропозициональные переменные суть дескриптивные термины (знаки), а остальные — логические. Напомним, что пропозициональные переменные не имеют аналогов в естественном языке. Они появляются в

¹ Слово «знак» здесь употребляется не в том смысле, как в предыдущей главе. Это употребление является также распространенным: сравните — «знаки препинания». Ясно, что точки, тире, запятые и т. д. не являются представителями каких-то объектов. Слово «знак» употребляется здесь как синоним слов «символ», «выражение» и т. п.

формализованном языке логики как знаки каких-то более или менее сложных высказываний и, прежде всего, высказываний субъектно-предикатного характера, от структур (а тем самым и от смысла которых) мы отвлекаемся при изучении некоторых логических связей и форм выводов в рамках логики высказываний.

Для определения понятия формулы используется особый прием — индуктивное определение. Определение по этому способу распадается на три основные части: в первой дается перечень элементарных объектов, относящихся к данному понятию, во второй части указываются те или иные способы построения объектов определенного типа из других объектов этого типа. В третьей части индуктивного определения констатируется полнота (исчерпанность) перечисления определяемых объектов в первых двух частях.

II. Формулы:

- 1) Пропозициональные переменные p, q, r, s суть формулы;
- 2) если A и B — формулы, то $(A \& B)$, $(A \vee B)$, $(A \supset B)$, $\neg A$ (и, конечно, $\neg B$) — формулы;
- 3) ничто, кроме указанного в пункте 1 и пункте 2, не есть формула.

В целях удобства договоримся, что будем опускать внешние скобки в отдельно взятых формулах. Условимся также, что $\&$ и \vee «связывают теснее», чем \supset ; это означает, что записи $A \& B \supset C$, $A \supset B \& C$, $A \vee B \supset C$, $A \supset B \vee C$ понимаем соответственно как $((A \& B) \supset C)$, $(A \supset (B \& C))$, $((A \vee B) \supset C)$, $(A \supset (B \vee C))$.

Перечисление исходных знаков (символов) и правил образования формул составляет синтаксис языка. Пока мы не придаем нашим знакам (исходным, а также формулам) никаких значений, мы имеем лишь некоторую схему языка. Операция приписывания определенных значений выражениям языка называется его интерпретацией. При этом логические константы получают единую и постоянную для данного языка интерпретацию, а дескриптивные знаки — пропозициональные переменные в составе формул, — а также сами формулы, могут получать различные интерпретации от случая к случаю. Существование этой интерпретации определяет семантику языка. Естественно, что интерпретации подлежат лишь значимые выражения языка. Напомним, что наряду с пропозициональными переменными к ним принадлежат теперь и формулы. Интерпретацию можно

разбить на два этапа. На первом этапе указываются лишь типы возможных значений для значащих выражений языка и — для сложных выражений — правила приписывания таких значений в зависимости от значений составляющих. На втором этапе указываются определенные значения дескриптивных терминов (в языке логики высказываний — пропозициональных символов). Для логики существен лишь первый этап. При осуществлении интерпретации на этом этапе каждая формула, указанная в пункте 2, приобретает определенный логический смысл (логическое содержание). А на втором этапе каждая формула превращается в определенное, — но лишь по своему истинному значению — высказывание (истинное или ложное), причем формулы пункта 1 представляют собой элементарные высказывания, а формулы пункта 2 — сложные; при этом A и B , входящие в состав сложных высказываний, называются также подформулами указанных формул.

Выделяя первый этап интерпретации, имеем:

1. Пропозициональным знакам в качестве предметных значений приписываются объекты из множества — истинностных значений — $\{И, Л\}$, где $И$ — истина, $Л$ — ложь. При этом каждому пропозициональному знаку в каждом случае интерпретации приписывается лишь одно из указанных значений. Естественно, подразумевается, что эти объекты ($И, Л$) являются истинностными значениями каких-то высказываний, от смысловых структур которых мы отвлекаемся в языке логики высказываний.

2. Формулам, указанным в пункте II, приписываются значения того же типа ($И, Л$) по следующим правилам (тоже индуктивного характера):

а) Формула вида $A \& B$ имеет значение $И$, если и только если значение A есть $И$ и значение B есть $И$.

В противном случае — если значение A , или значения B , или значения обоих вместе есть $Л$ — формула этого вида имеет значение $Л$. В дальнейшем будем иметь в виду, что формула имеет значение $Л$, если она не имеет значения $И$ (и наоборот).

б) Формула вида $A \vee B$ имеет значение $И$ е. т. е.¹ — какая-нибудь из ее составляющих — A или B — имеет это значение.

¹ «е. т. е.» означает «если... и только если...».

в) Значение $A \supset B$ есть И е. т. е. имеет место какой-нибудь из случаев (или оба): значение $A = \Lambda$ или значение $B = И$.

г) Значение формулы вида $\neg A$ есть И е. т. е. значение $A = \Lambda$.

В результате указанной интерпретации логических связей каждая формула приобретает некоторый смысл. Они представляют собой логические формы возможных высказываний. Назовем такие формулы полуинтерпретированными. В дальнейшем, говоря о формулах языка (без специальных оговорок) будем иметь в виду полуинтерпретированные формулы. Полная интерпретация той или иной формулы получается в результате приписывания истинностных значений пропозициональным переменным. Полностью интерпретированная формула — это некоторое высказывание нашего языка. Такая интерпретация формул интересует логику лишь при решении некоторых конкретных задач, например, при вычислении истинностных значений сложных высказываний. Предположим, нам надо вычислить истинностное значение высказывания вида $(p \vee q) \supset \neg p$ при заданных значениях его составляющих: значение $p = \Lambda$ (ложь), $q = И$ (истина). По смыслу индуктивного определения для вычисления значения всего выражения надо вычислить значения его составляющих $(p \vee q)$ и $\neg p$. Согласно пункту б) первое имеет значение И, второе — согласно пункту г) — также И. Следовательно, значение всего выражения согласно пункту в) есть И.

■ Упражнение

Вычислите значение каждой из формул при заданных значениях переменных $p = И$, $q = \Lambda$, $r = \Lambda$, $s = И$:

а) $q \& q \& s$, $p \& s$, $q \& r$;

б) $p \vee q$, $s \vee p$, $q \vee r$;

в) $r \supset s$, $s \supset r$, $p \supset q$, $(p \supset q) \supset s$;

г) $\neg r$, $\neg s$, $\neg(r \supset s)$, $\neg(q \& s)$, $\neg(\neg r \vee p)$, $\neg\neg(\neg q \supset \neg p)$.

Перечень правил приписывания значений формулам пункта II содержит неявные определения логических связей. Явное определение их будет дано посредством истинностных таблиц (см. с. 101). Но уже сейчас из этих правил видно, на-

пример, что конъюнкция (&) в применении к двум высказываниям A и B указывает на наличие в действительности ситуаций, описываемых в высказываниях A и B . Она соответствует союзу «и» естественного языка при некоторых типичных его употреблениях.

Дизъюнкция (\vee) в применении к таким же высказываниям указывает на наличие какой-нибудь из этих ситуаций, а, возможно, и обеих. Она представляет собой аналог естественного слова «или», когда оно употребляется не в строго разделительном смысле.

Отрицание высказывания A ($\neg A$) указывает на отсутствие ситуации A .

Сложнее поддается разъяснению смысл утверждений, образованных с помощью импликации (\supset). В некотором отношении эта связка соответствует союзу «если..., то...» естественного языка, используемого для выражения некоторой связи между явлениями действительности. Например: «Если по проводнику течет ток, то проводник нагревается» или «Если число оканчивается на 0 или 5, то оно делится на 5» и др. Логическая же связка « \supset » является результатом определенного упрощения смысла этого союза. В результате этого упрощения истинными являются, например, такие высказывания, как: «Если Эйфелева башня находится в Англии, то Париж — столица Англии» или «Если Эйфелева башня находится в Париже, то Новосибирск находится в Сибири». Первое из этих высказываний истинно в силу ложности первого члена импликации, который называется *антецедентом* импликации. Второе истинно в силу истинности второго члена импликации, называемого *консеквентом* импликации. Несмотря на такое упрощение, и даже в силу его, эта связка оказывается весьма полезной в составе описываемого языка при использовании его как инструментария для анализа определенных логических процедур и отношений в рамках естественного языка.

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ. ПОНЯТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО СЛЕДОВАНИЯ И ЗАКОНА ЛОГИКИ

Логику высказываний мы получаем, определив для формул в ЯЛВ отношение логического следования и понятие закона логики.

Понятие логического следования. В практике научного познания отношение логического следования употребляется обычно в применении к высказываниям. В нашем языке (ЯЛВ), как уже было сказано, это полностью интерпретированная формула. В ней определены все логические связки и все переменные в составе формулы имеют определенные истинностные значения. При этом, естественно, все выражение истинно или ложно. Из таких высказываний могут выделяться их логические формы в результате отвлечения от истинностных значений пропозициональных переменных. А из этих логических форм могут образоваться новые высказывания при различных распределениях истинностных значений для составляющих их переменных.

- Пусть теперь A_0 и B_0 какие-то высказывания данного языка, A и B соответственно — их логические формы. Тогда из A_0 следует B_0 , что выражается в виде $A_0 \models B_0$ — е. т. е. это отношение имеет место между логическими формами этих высказываний, то есть между A и B (« \models » — знак логического следования, A в этом отношении — посылка, а B — заключение следования).

Отношение следования для логических форм A и B ($A \models B$) имеет место е. т. е. для любых высказываний A'_0 и B'_0 , которые могут быть образованы из данных логических форм. Исключено, чтобы при истинности A'_0 было ложно B'_0 . Иначе говоря, для любых значений пропозициональных переменных в A и B при истинности возникающего высказывания A'_0 истинно B'_0 . Таким образом, наличие или отсутствие отношения логического следования между высказываниями зависит от их логических форм.

В практике научного познания понятие логического следования используют в более широком смысле, а именно: говорят, что некоторое высказывание B_0 является следствием какого-то множества высказываний Γ_0 ($\Gamma_0 \models B_0$). Наличие или отсутствие такого отношения между высказываниями опять-таки зависит от логических форм этих высказываний. А именно, оно имеет место е. т. е. для множества Γ логических форм высказываний из Γ_0 и логической формы B высказывания B_0 имеет место $\Gamma \models B$. Определение этого последнего отношения мы можем получить, используя предыдущее определение следования для пары формул: $\Gamma \models B$ е. т. е. в Γ имеется конечное множество формул A_1, A_2, \dots, A_n ($n \geq 1$), таких, что $(A_1 \& A_2 \& \dots \& A_n) \models B$ (при какой-нибудь допустимой — согласно определению формулы — расстановке скобок в конъюнкции). При $n=1$ имеем вырожденную конъюнкцию.

Впрочем, вместо указанной конъюнкции мы можем рассматривать множество формул A_1, A_2, \dots, A_n и иметь в виду, что интересующее нас отношение следования имеет место е. т. е. для всех высказываний, которые могут быть образованы из указанных логических форм (при приписывании одних и тех же истинностных значений каждой переменной во всех формулах, где она встречается); и не может оказаться так, что все посылки окажутся истинными, а заключение ложным. Согласно этому определению ясно, что при наличии $\Gamma \models B$ имеется также следование формулы B из любого расширения множества Γ . Теоретически это расширение возможно до бесконечного множества.

ЗАКОНЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

- Законом логики высказываний называется формула, которая при любых распределениях истинностных значений, входящих в нее пропозициональных переменных (то есть для любых высказываний, которые могут быть получены из данной формулы), принимает значение И — истинно.

Для метаутверждения « A есть логический закон» принято обозначение $\models A$. Про формулу, представляющую собой закон логики высказываний, говорят, что она всегда истинна или, как в логике принято говорить, она тождественно истинна.

Примеры:

$p \vee \neg p$ — закон исключенного третьего;

$\neg (p \& \neg p)$ — закон противоречия;

$(p \& q) \supset p$ — закон исключения &;

$p \supset (p \vee q)$ — закон введения \vee ;

$p \supset (q \supset p)$ — закон консеквента;

$(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$ — закон контрапозиции;

$(\neg p \supset \neg q) \supset (q \supset p)$ — закон усиленной контрапозиции;

$(p \supset (p \supset r)) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$ — закон самодистрибутивности импликации.

Для утверждения того, что некоторая формула A является законом логики, то есть тождественно-истинной, употребляют обозначение: $\models A$ (таким образом этот знак (\models) можно было бы поставить перед каждой из только что приведенных формул).

Важно иметь в виду, что каждый закон логики имеет бесконечное множество вариантов. Например, простые варианты закона исключенного третьего: $p_1 \vee \neg p_1$; $p_2 \vee \neg p_2$; $p_6 \vee \neg p_6$ и т. д. Другие формулы получаем подстановкой вместо каких-либо его пропозициональных переменных любых формул данного языка (вместо всех вхождений одной и той же переменной должна, конечно, подставляться одна и та же формула). Так, получаем, например: $(p \supset q) \vee \neg (p \supset q)$; $(p_3 \& q_6) \vee \neg (p_3 \& q_6)$ и т. д. В полученные выражения снова можно совершать подобные подстановки вместо пропозиционных символов.

В обобщенном виде выражения законов логики получаем, используя метаязыковые переменные A, B, C, D для любых высказываний данного языка. Тогда для рассмотренных выше законов получаем: $A \vee \neg A$; $(A \supset B) \supset (\neg B \supset \neg A)$; $A \supset (A \vee B)$; $(B \& C) \supset B$; $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$ и т. д. Это схемы соответствующих законов логики.

Определяя отношение логического следования, закон логики, используя схемы высказываний, мы задаем тем самым неявным образом бесконечное множество случаев отношения логического следования и законов логики. И в каждом данном конкретном случае — для заданного множества высказываний Γ и B и для заданного высказывания A — мы можем определить, имеется ли между Γ и B отношение логического следования и представляет ли собой A закон логики.

Имеется определенная связь между законами логики вида $A \supset B$ и отношением логического следования: $\models (A \supset B)$ е. т. е. $A \models B$; в более общей формулировке:

$$\models (A_1 \supset \dots (A_n \supset B) \dots) \Leftrightarrow A_1, \dots, A_n \models B.$$

Например, поскольку

$$\models ((p_1 \supset (p_2 \supset p_3)) \supset ((p_1 \supset p_2) \supset (p_1 \supset p_3))),$$

имеем

$$((p_1 \supset (p_2 \supset p_3)) \models ((p_1 \supset p_2) \supset (p_1 \supset p_3))),$$

а также

$$((p_1 \supset (p_2 \supset p_3)), (p_1 \supset p_2) \models (p_1 \supset p_3),$$

и, наконец

$$((p_1 \supset (p_2 \supset p_3)), (p_1 \supset p_2), p_1 \models p_3,$$

Ясно, что не все формулы языка логики высказываний являются тождественно-истинными. Имеются также так называемые тождественно-ложные формулы — формулы, принимающие значение Л (ложь) при любых распределениях значений имеющихся в них пропозициональных переменных (символов). Любая тождественно-ложная формула представляет собой отрицание закона логики. Ясно также, что имеет место и обратное — отрицание тождественно-ложной формулы есть закон логики. Наконец, имеются формулы не тождественно-истинные и не тождественно ложные — такие, которые при одних распределениях значений пропозициональных переменных истинны, а при других — ложны: $p \supset q$; $p_1 \vee p_2$; $p_1 \supset (q \& r)$. Их называют обычно выполнимыми, имея в виду узкий смысл этого термина. В широком смысле выполнимыми — принимающими значение «истина» при каких-нибудь значениях переменных — являются и тождественно-истинные формулы.

Читателю самому должен быть ясен ответ на вопрос: к какому классу формул относится $\neg A$, если само A не тождественно-истинная и не тождественно-ложная формула.

■ Упражнение

Определите, к какому типу (тождественно-истинная, тождественно-ложная, выполнимая) относятся формулы:

$$p; \neg p; p \supset q; (p \supset (q \supset p)); p \supset p; (p \& q) \supset p.$$

Понятие логического следования является центральным понятием логики. Как увидим далее, оно существенно для выяснения многих понятий логики и для решения многообразных задач логического характера, главная же его роль состоит в том, что оно составляет основу правильных рассуждений и доказательств.

Рассмотрим, например, следующее рассуждение. «Если на данное движущееся тело не действуют никакие силы или

равнодействующая всех действующих сил равна нулю, то оно движется равномерно; данное тело движется неравномерно, следовательно, равнодействующая всех сил, действующих на тело, не равна нулю». Задача теперь состоит в том, чтобы определить, правильно ли это рассуждение. Обозначим через p высказывание «на данное тело действуют какие-то силы» (тогда « $\neg p$ » означает «на тело не действуют никакие силы»); q — «равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю», r — «данное тело движется равномерно». Тогда все указанное рассуждение в языке логики высказываний запишется так $(\neg p \vee q) \supset r, \neg r \vDash \neg q$. Правильно ли это рассуждение и как можно обосновать? И что значит вообще: правильное или неправильное рассуждение? Читатель согласится, что на эти и подобные вопросы нам нередко приходится отвечать в самых различных ситуациях в практической и теоретической деятельности. Причем, отвечать, полагаясь лишь на интуицию и не имея каких-либо четких критериев. Логика же, используя понятие логического следования, дает четкие и точные ответы на эти и подобные вопросы.

Прежде всего следует сказать, что термин «рассуждение» употребляется в весьма широком смысле. Но обычно имеют в виду процесс выведения некоторого высказывания из какого-либо множества высказываний, как это имеет место в предложенном для анализа примере. В таком случае правильность рассуждения сводится к вопросу о логическом следовании. Если рассуждение, в котором человек выводит некоторое высказывание B из множества высказываний Γ правильно, то $\Gamma \vDash B$. А это значит, что если последнее неверно (из Γ логически не следует B), то рассуждение неправильно.

Рассуждения (выводы) осуществляются по определенным правилам. Сложное рассуждение — сложный вывод — может представлять собой последовательность применения нескольких правил. Само правило вывода — это простой, или как говорят, непосредственный, вывод. Простой вывод некоторого высказывания B из A правилен, е. т. е. $A \vDash B$. Таким образом, мы имеем критерий правомерности тех или иных правил рассуждения: правило, позволяющее выводить B из A правомерно, е. т. е. $A \vDash B$.

В практике научного познания и в повседневной жизни понятие логического следования мы связываем не только с анализом рассуждений. Часто возникает самостоятельная за-

дача определить, следует ли что-то из чего-то или нет? Следует ли, например, предложенное решение задачи из сформулированных для нее условий?

Имея теперь определение логического следования и зная поэтому, что значит «правильное рассуждение», мы можем решить задачу не просто ссылкой на интуицию, а решить доказательно. Это можно сделать, применяя аппарат логического исчисления (в данном случае исчисления высказываний) см. соответствующий раздел данного параграфа. Но значительное упрощение дела дает применение табличного способа логического анализа рассуждений — выводов. В основе его лежит табличное определение тех логических связей, интерпретация которых была дана выше. При этом способе явно выражается характеристика этих связей как некоторых функций, соотносящих истинностным значениям составных частей сложного высказывания значение всего высказывания. Точно говоря, мы рассматриваем логические формы возможных высказываний — неинтерпретированные формулы описанного языка логики высказываний — $(A \& B)$, $(A \vee B)$, $(A \supset B)$, $\neg A$. Перебирая все возможные распределения истинностных значений подформулы, составляющих эти формулы (A и B в трех первых случаях и A — в последнем), указываем для каждого распределения значение всей формулы.

Конъюнкция, например, есть следующая функция

A	B	$A \& B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

В столбцах A и B указаны возможные распределения истинностных значений A и B (A и B есть составляющие сложного высказывания $A \& B$). Каждое распределение истинностных значений употребляемых переменных составляет отдельную строчку входной части таблицы. В соответствующих строчках столбца для $A \& B$ указано значение нашего сложного высказывания в зависимости от значений составляющих A и B . В соответствии с данной выше интерпретацией конъюнкции мы получаем здесь, что образованное посредством этой связки сложное высказывание истинно лишь

в случае, когда истинны оба составляющие его высказывания. По такому же принципу и в соответствии с интерпретацией определяются и другие связи:

A	B	$A \vee B$	A	B	$A \supset B$	A	$\neg A$	B	$\neg B$
И	И	И	И	И	И	И	Л	И	Л
И	Л	И	И	Л	Л	Л	И	Л	И
Л	И	И	Л	И	И				
Л	Л	Л	Л	Л	И				

Для решения сформулированной выше задачи необходимо записать данные нам высказывания на языке логики высказываний. При этом для обозначения простых (не содержащих логических связок) высказываний употребляют пропозициональные переменные. Например, обозначим через p высказывание «на данное тело действуют какие-то силы». « $\neg p$ » тогда означает «на данное тело не действуют никакие силы»; « q » — «равнодействующая всех сил, действующих на тело, равно нулю»; « r » — «данное тело движется равномерно». Тогда первая посылка будет выглядеть так « $(\neg p \vee q) \supset r$ », вторая — « $\neg r$ », а заключение — « $\neg q$ ». Все рассуждение представится в виде: $(\neg p \vee q) \supset r, \neg r \vdash \neg q$. Отвлечемся теперь от конкретных содержаний этих высказываний и соответствующих им истинностных значений q, p, r ; превратим последние в пропозициональные переменные и все высказывания в логические формы, которые нам собственно только и надо учитывать при решении вопроса о правильности рассуждения. Согласно понятию следования мы должны установить, во всех ли строчках таблицы, где истинны обе посылки, истинным является также и заключение.

Построение таблицы начинается с перебора всех распределений истинностных значений И, Л пропозициональных переменных, имеющих в посылке и заключении вывода. В данном случае p, q, r . Это — входная часть таблицы. Далее для каждого распределения, то есть для каждой строчки входной части таблицы, вычисляются значения всех сложных (содержащих логические связки) подформул данных формул (в нашем примере — это подформулы первой посылки — $\neg p, (\neg p \vee q)$). Далее, в зависимости от значений последних, а в конечном счете от значений пропозициональных переменных в каждой строчке, определяются значения самих посылок и заключения вывода.

Ради сокращения процедуры вместо того, чтобы выписывать отдельно сложные подформулы посылок и заключения, можно, и мы сделаем это, подписывать ее значения под знаком последней операции в ее построении (главный знак подформулы). Приводим соответствующую таблицу. Указанные принципы ее построения легче уяснить, имея ее налицо:

p	q	r	$(\neg p \vee q) \supset r$	$\neg r$	$\neg q$
И	И	И	Л	И	И
И	И	Л	Л	И	Л
И	Л	И	Л	Л	И
И	Л	Л	Л	Л	И
Л	И	И	И	И	И
Л	И	Л	И	И	Л
Л	Л	И	И	И	И
Л	Л	Л	И	И	И

Как видим, интересующее нас следование имеет место. Обе посылки истинны только в четвертой строчке, но в ней истинно и заключение.

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ИСТИННОСТНЫХ ТАБЛИЦ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИСТИННОСТНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ФОРМУЛ

Прежде всего при построении истинностных таблиц надо определить число возможных распределений значений для данного перечня переменных, то есть число строк в таблице. Естественно, оно зависит от числа переменных. При n переменных имеем 2^n строк. Для нашего случая n равно 3, значит количество строк в таблице — $8 (2^3) = 2 \times 2 \times 2 = 8$. Полезно также принять и определенный принцип перебора возможных распределений истинностных значений переменных. Например, как это сделано в приведенной таблице, для последней переменной во взятом перечне (в нашем случае — r) чередование значений И и Л в соответствующем ей столбце идет через одну строку, для предпоследней — через 2 строки, далее — через 4, 8 и т. д. строк.

Это словарно-лексический способ построения входной части таблицы. Суть его в том, что при понимании последо-

вательностей истинностных значений в строках как слов (в нашем случае И И И, И И Л и т. д.) в двухбуквенном алфавите И и Л, они (эти слова) оказываются расположенными по алфавиту (так как они должны бы быть расположенными в словаре).

Для решения интересующего нас вопроса, следует ли заключение из посылок, надо в соответствии с определением логического следования установить, имеются ли такие строки (распределения значений), в которых все посылки истинны, а заключение ложно. При отсутствии таковых ответ положительный. При наличии указанных строк отношения логического следования нет (а значит, и рассуждение неправильно).

Учитывая упомянутую ранее связь между отношением логического следования $\Gamma \models B$, когда Γ есть конечное множество формул A_1, A_2, \dots, A_m ($m \geq 1$, и законом логики $(A_1 \supset (A_2 \supset \dots \supset (A_m \supset B))) \dots$) можно решить очевидно тот же вопрос о наличии следования, составив указанную импликацию. В нашем примере — $((\neg p \vee q) \supset r) \supset (\neg r \supset \neg q)$ и установить, является ли она тождественно истинной формулой, то есть истинной во всех строках таблицы. Вместо указанной импликации всегда можно взять равносильную ей $((A_1 \& A_2 \& \dots \& A_m) \supset B)$ (в последнем случае мы опускаем скобки в записи $(A_1 \& A_2 \& \dots \& A_m)$, которые могут быть составлены любым образом с учетом того, что $\&$ является бинарной связкой). В нашем случае это $((\neg p \vee q) \& \neg r) \supset \neg q$.

Таким образом, другой тип задач, который решается посредством таблиц, — это выяснение того, является ли некоторая формула законом логики, то есть тождественно истинной; выяснение того, какие она принимает значения в зависимости от своих составляющих, что означает выяснение условий истинности и ложности некоторого данного высказывания в зависимости от распределения истинностных значений пропозициональных переменных в его логической форме. Возможно также решение задач о совместимости или несовместимости каких-то высказываний, их равносильности или неравносильности, которые будут рассмотрены в связи с классификацией видов отношений между высказываниями (см. гл. VIII, § 34). Здесь приведем решение вопроса о том, является ли та или иная формула законом логики высказываний. Возьмем, например, $(p \& q) \supset \neg (\neg p \vee \neg q)$. Является ли формула истинной при всех распределениях значений имеющих в ней переменных? Следующая таблица (которую мы

строим без указанных в предыдущем примере упрощений) показывает, что указанная формула действительно является законом логики, поскольку истинна при любом распределении истинных значений ее пропозициональных переменных.

p	q	$(p \& q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$	$(p \& q) \supset \neg(\neg p \vee \neg q)$
И	И	И	Л	Л	Л	И	И
И	Л	Л	Л	И	И	Л	И
Л	И	Л	И	Л	И	Л	И
Л	Л	Л	И	И	И	Л	И

У п р а ж н е н и я

1. Определите, следует ли высказывание вида $(p \supset \neg q)$ из: $(p \supset \neg q)$, из $r \& \neg q$, из $p \supset (r \vee \neg q)$, из $q \& \neg q$, из $p \vee \neg p$.

2. Является ли высказывание вида $p \vee q$ следствием посылок $(\neg(p \& q) \supset r)$ и $\neg r$; $(\neg p \supset \neg q)$ и $\neg p$?

3. Установите, какие из перечисленных ниже формул являются законами логики высказываний или их отрицаниями

- $((p \supset q) \supset p) \supset p$;
- $((p \supset q) \& (p \supset \neg q)) \supset \neg p$;
- $p \& \neg p$;
- $((p \supset q) \& p) \supset q$;
- $(p \supset q) \& (p \& r) \& (\neg q \vee \neg r)$.

Изложенные методы логического анализа являются мощным средством для решения многообразных задач логико-гносеологического характера и применимы в весьма нетривиальных случаях практико-исследовательской деятельности. Возьмем, например, хотя бы такие познавательные ситуации, когда имеется значительное количество высказываний, из которых нужно извлекать следствия или решать вопросы о том, являются ли некоторые утверждения следствиями из них. Большое количество информации может быть получено при социологических опросах, при расследовании преступлений, при описании всякого рода автоматических устройств. В последнем случае, например, если в автоматическом устройстве

имеется несколько взаимодействующих механизмов p, q, r, s, d и т. д., возникают описания вида: 1) если сработал механизм p и не сработал q , то сработал механизм r , 2) если не сработал механизм r , то сработал p . В таких случаях наиболее существенными являются вопросы типа: что будет (то есть какие механизмы работают или нет), если не сработал один и сработал другой? и т. д. Это означает, что нужно вывести следствия относительно взаимодействия других механизмов. Для решения этой задачи мы не имеем пока средств. Их дает нам аппарат логических исчислений и некоторые другие логические разработки, в частности, раздел современной логики, называемый «алгеброй логики»¹. Здесь же предложим читателю решить, является ли следствием из двух указанных высказываний, а также из того, что не сработал механизм r , высказывание о том, что сработал механизм q ?

При решении этих и подобных задач можно воспользоваться некоторыми упрощениями табличного способа анализа. Во-первых, возможно упрощение вычисления значений сложных высказываний. Вместо того, чтобы особо выделять составляющие части сложного высказывания, вычисляя их значение отдельно, мы можем это сделать прямо в составе данного высказывания. Рассмотрим, например, значение высказывания $((p \vee q) \supset (\neg q \& r))$, не выписывая отдельно его подформулы $p, q, (p \vee q), \neg q, r, (\neg q \& r)$. Их значение вычисляем в составе всей формулы, подписывая результаты под знаками соответствующих связок. Для первой подформулы — под знаком \vee , для второй — под знаком \neg , для третьей — под знаком $\&$, как это сделано в следующем примере:

p	q	r	$(p \vee q)$	\supset	$(\neg q)$	$\&$	r
И	И	И	И	Л	Л	Л	
И	И	Л	И	Л	Л	Л	
И	Л	И	И	И	И	И	
И	Л	Л	И	Л	И	Л	
Л	И	И	И	Л	Л	Л	
Л	И	Л	И	Л	Л	Л	
Л	Л	И	Л	И	И	И	
Л	Л	Л	Л	И	И	Л	

¹ Формальная логика. — Л.: Изд. ЛГУ, 1977.

Значение всей формулы указывается в столбце под знаком \supset , который является знаком последней операции в построении всей формулы.

И, наконец, решать вопрос о том, следует ли какое-то высказывание из других или является ли какая-либо формула законом логики высказываний, можно вообще не прибегая к построению таблицы, — так называемым методом рассуждения «от противного». Например, нам надо проверить, имеется ли отношение $p \supset q$, $p \vDash q$? Предполагаем, что последняя формула (q) не является следствием из указанных посылок ($p \supset q$) и p . Тогда можно найти такое распределение значений переменных, при котором все посылки истинны, а заключение ложно. Пытаемся найти такое распределение. Если это удастся, следования нет. Если не удастся, отношение следования имеет место.

И	Л	Л	И	Л
p	\supset	q ,	p	\vDash q

В нашем случае, предполагая q ложным, мы должны, конечно, всем вхождениям q в посылках приписать это же значение. Далее у нас есть посылка p . Предполагаем, что она истинна, тогда видим, что первая посылка ($p \supset q$) оказывается ложной (см. таблицу истинности для импликации). Следовательно, осуществить задуманное распределение значений («все посылки истинны, заключение ложно») не удастся, значит q следует из данных посылок.

■ Упражнения

1. Решите методом «от противного», являются ли законами логики:

$$p \supset (q \supset p);$$

$$(p \& q) \supset q;$$

$$(p \vee q) \supset p;$$

$$(p \supset \neg q) \supset (\neg p \supset q);$$

$$((p \supset q) \& (r \supset s) \& (\neg q \vee \neg s)) \supset (\neg q \vee \neg r).$$

2. При помощи метода «от противного» установите, имеет ли место логическое следование:

а) $p \supset \neg q$ из $q \supset \neg p$;

- б) $q \& s$ из множества следующих посылок: $(p \supset q)$, $(r \supset s)$, $p \& r$;
 в) $\neg p \vee s$ из $(\neg q \vee r) \& (r \supset s) \& (p \supset q)$;
 г) p из $((p \supset q) \& q)$.

3. Работа некоторого автоматического устройства (имеющего механизмы p , q , r) удовлетворяет условиям: если не срабатывают механизмы p или r или оба вместе, то срабатывает q , если срабатывают p или q или оба вместе, то не срабатывает r . Можно ли отсюда заключить, что если срабатывает механизм r , то срабатывает и p ?

Наряду с отношением логического следования в логических построениях большую роль играет отношение логической эквивалентности — логической равнозначности. Утверждение о наличии этого отношения между высказываниями A и B обозначается в виде $A \equiv B$. Оно означает просто двустороннее следование $A \vDash B$ и $B \vDash A$.

Указанное отношение эквивалентности (знак « \equiv ») — это отношение метаязыка. Можно, и часто это делают, ввести аналог этого отношения в сам язык, т. е. ввести в язык новую связку, называемую эквиваленция, которую можно обозначить « \sim ». Тогда расширяется понятие формулы — появляются формулы вида $(A \sim B)$. В высказываниях этого вида мы выражаем, конечно, уже не отношение между высказываниями A и B , как в метаязыке, а отношение или связь между самими ситуациями, которые представляют A и B . Такого рода высказывания всегда можно выразить через $\&$ и \supset как $(A \supset B) \& (B \supset A)$, то есть эквиваленция — это двусторонняя импликация. Ясно, что формула $A \sim B$ является тождественно-истинной, то есть представляет логический закон нового вида, если тождественно-истинны $A \supset B$ и $B \supset A$.

Наряду с логической эквивалентностью в науке нередко приходится иметь дело с фактическими эквивалентностями. Для выражения фактической эквивалентности двух высказываний A и B в метаязыке можно использовать то же выражение $A \equiv B$, но трактовать его как истинность двух импликаций $A \supset B$ и $B \supset A$. Это значит, что A и B при каком-то данном их содержании имеют одинаковое истинное значение: либо оба истинны, либо оба ложны. В этом случае для этого отношения более подходящим термином является равнозначность. Например, равнозначными — фактически эквивалентными являются высказывания арифметики «Число N делится на 6» и «Число N делится на 2

и на 3» или геометрии «Данный треугольник является прямоугольным» и «В данном треугольнике квадрат одной из сторон равен сумме квадратов двух других сторон». Отношения между соответствующими ситуациями A и B можно выразить в языке, используя тот же язык эквиваленции, в виде $A \sim B$. В естественном языке это высказывание произносится как « A , если и только если, B » или « A , тогда и только тогда, когда B ».

Выделение отношения логической эквивалентности в качестве специального отношения между высказываниями оправдывается хотя бы уже тем, что имеется специальная форма рассуждений — рассуждений посредством эквивалентных преобразований. В таких рассуждениях мы, исходя из некоторых установленных эквивалентностей, получаем новые эквивалентности, пользуясь формулируемым ниже правилом замены эквивалентных (правилом эквивалентной замены).

В числе исходных эквивалентностей логики высказываний полезно запомнить следующие:

1. Взаимовыразимость логических связок

- | | |
|--|--|
| 1. $((A \supset B) \sim (\neg A \vee B))$. | 4. $((A \& B) \sim \neg (A \supset \neg B))$. |
| 2. $((A \supset B) \sim \neg (A \& \neg B))$. | 5. $((A \vee B) \sim \neg (\neg A \& \neg B))$. |
| 3. $((A \& B) \sim \neg (\neg A \vee \neg B))$. | 6. $((A \vee B) \sim (\neg A \supset B))$. |

II. Законы образования контрадикторной противоположности

- | | |
|--|----------------------|
| 1. $(\neg (A \& B) \sim (\neg A \vee \neg B))$. | } Законы де Моргана. |
| 2. $(\neg (A \vee B) \sim (\neg A \& \neg B))$. | |
| 3. $(\neg (A \supset B) \sim (A \& \neg B))$. | |
| 4. $(\neg \neg A \sim A)$. | |

III. Законы для импликации

- | | |
|---|-------------------|
| 1. $((A \supset B) \supset ((B \supset C) \supset (A \supset C)))$ | } Первый и второй |
| 2. $((A \supset B) \supset ((C \supset A) \supset (C \supset B)))$ | |
| 3. $(A \supset (B \supset A))$ — Закон утверждения консеквента или «истину имплицитно утверждает любое высказывание». | |
| 4. $(\neg A \supset (A \supset B))$ — «Ложь имплицитно утверждает любое высказывание». | |
| 5. $((A \supset \neg A) \supset \neg A)$ — Закон Дунса Скотта. | |
| 6. $((A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C)))$ — Закон самодистрибутивности \supset . | |
| 7. $((A \supset B) \supset (\neg B \supset \neg A))$ — Закон контрапозиции. | |

8. $((A \supset (B \supset C)) \supset (B \supset (A \supset C)))$ — Закон перестановки условий (антецедентов).
9. $((A \supset (B \supset C)) \supset ((A \& B) \supset C))$ — Закон объединения условий (закон импортации).
10. $((A \& B) \supset C) \supset (A \supset (B \supset C))$ — Закон разъединения условий (закон экспортации).
11. $((A \supset B) \supset ((A \& C) \supset (B \& C)))$.
12. $((A \supset B) \supset ((A \vee C) \supset (B \vee C)))$.

IV. Свойства $\&$ и \vee

1. $((A \& B) \& C) \sim (A \& (B \& C))$
 2. $((A \vee B) \vee C) \sim (A \vee (B \vee C))$
- } Ассоциативность $\&$ и \vee .
3. $(A \& B) \sim (B \& A)$
 4. $(A \vee B) \sim (B \vee A)$
- } Коммутативность $\&$ и \vee .
5. $((A \& (B \vee C)) \sim ((A \& B) \vee (A \& C)))$ — Дистрибутивность $\&$ относительно \vee .
 6. $((A \vee (B \& C)) \sim ((A \vee B) \& (A \vee C)))$ — Дистрибутивность \vee относительно $\&$.
 7. $((A \& (A \vee B)) \sim A)$
 8. $((A \vee (A \& B)) \sim A)$
- } Законы поглощения.
9. $((A \& (B \vee \neg B)) \sim A)$ — Закон исключения истинного члена из конъюнкции.
 10. $((A \vee (B \& \neg B)) \sim A)$ — Закон исключения ложного члена из дизъюнкции.
 11. $(A \vee \neg A)$ — Закон исключенного третьего.
 12. $\neg (A \& \neg A)$ — Закон противоречия.

Строго говоря, выделенные здесь выражения — это схемы эквивалентностей, поскольку левые и правые части этих эквивалентностей не формулы языка, а их схемы, записанные в метаязыке. Каждая схема представляет бесконечное множество эквивалентностей для формул. Например, частным случаем первой эквивалентности (1.1) являются: $((p \& q) \supset r) \sim \neg (p \& q) \vee r$, $(p \supset q) \sim \neg p \vee q$, $(p \supset (p \supset r)) \sim (\neg p \vee (q \supset r))$ и т. д., и т. п.

Правило замены эквивалентных формулируется обычно (см.: принцип взаимозаменяемости знаков — глава II, § 7) в

виде: $\frac{A \equiv B}{C_A = C_B}$, где C_A означает некоторую формулу, в кото-

рой возможно имеются вхождения A . C_B — результат замены каких-либо из вхождений A формулой B . Конечно, C_A может совпадать с самим A — тогда C_B есть B .

Практически более удобной для осуществления эквивалентных преобразований некоторой формулы является следующая формулировка того же правила:

$\frac{C_A, A \equiv B}{C_B}$. На осно-

ве эквивалентности $(p \supset q) \equiv (\neg p \vee q)$ ($A \equiv B$) по только что указанной формулировке правила замены эквивалентных, из $((p \supset q) \supset r)$ (C_A) можем получить $((\neg p \vee q) \supset r)$ (C_B). Далее, используя эквивалентность $((\neg p \vee q) \supset r) \equiv (\neg(\neg p \vee q) \vee r)$, переходим от предыдущего высказывания к последнему.

В первом применении правила замены роль A , очевидно, играла $p \supset q$, а B — $(\neg p \vee q)$. Во втором применении A (оно же C_A) есть $(\neg p \vee q) \supset r$, а B (оно же C_B) есть $\neg(\neg p \vee q) \vee r$. Очевидно, что обе эквивалентности, которые мы здесь использовали, представляет одна и та же схема: $(A \supset B) \equiv (\neg A \vee B)$. В процессе осуществления эквивалентных преобразований часто используют именно схемы без специального выделения их частных случаев. Тогда некоторая данная схема преобразований представляет бесконечное множество преобразований тех или иных формул указанных видов.

Следующая последовательность преобразований в четыре шага представляет собой схему эквивалентных преобразований:

1. $\neg(A \supset (B \supset (C \vee \neg D))) \equiv A \& \neg(B \supset (C \vee \neg D))$.
2. $(A \& \neg(B \supset (C \vee \neg D))) \equiv A \& B \& \neg(C \vee \neg D)$.
3. $A \& B \& \neg(C \vee \neg D) \equiv A \& B \& \neg C \& \neg\neg D$.
4. $A \& B \& \neg C \& \neg\neg D \equiv A \& B \& \neg C \& D$.

■ Упражнение

Укажите, какие эквивалентности использованы на каждом шаге преобразований в только что приведенном примере.

В заключение данного раздела надо заметить, что понятия следования и связанное с ним понятие логического закона в описанной системе — классической логики — страдают

определенными недостатками, которые называют парадоксами. При этом имеется в виду некоторое несоответствие понятия следования и законов вида $\models (A \supset B)$, определенным интуитивным представлениям об отношении логического следования. По идее, наличие следования $A \models B$ между высказываниями A и B должно означать, что логическое содержание B (информация, которую выражает логическая форма B) составляет часть логического содержания A . Однако для классического следования, если, например, B есть логический закон нашей системы (то есть имеем $\models B$), то како-во бы не было A имеем $A \models B$, $\neg B \models A$ и оказываются логическими законами формулы вида $\models (A \supset B)$, $\models (\neg B \supset A)$.

В частности имеем $(p \ \& \ \neg p) \models q$ и $\models (p \ \& \ \neg p) \supset q$ (на эти случаи обращают особое внимание, подчеркивая, что в данной логической системе «из противоречия следует все, что угодно». О таких парадоксальных случаях говорят, что между A и B нет связи по содержанию, или иначе — « A не релевантно B ».

Парадоксами «нерелевантности» («иррелевантности») страдает также и импликация данной системы — материальная импликация \supset . По идее эта связка должна быть более или менее точным аналогом логического союза естественного языка «если..., то ...». Так ее обычно и понимают, читая формулу вида $p \supset q$ как «Если p , то q ». Однако в естественном языке предполагается, что связка «если..., то...», будучи примененной к двум высказываниям, выражает некоторую связь между ними по содержанию. Для материальной же импликации формула $p \supset q$ истинна, как мы видели, когда ложно p или истинно q , независимо от того, каково содержание высказываний p и q . Истинными поэтому оказываются, например, высказывания «Если $2 \times 2 = 4$, то Земля вращается вокруг своей оси», а также и «Если $2 \times 2 = 5$, то Земля не вращается вокруг своей оси». Однако указанные парадоксы следования и материальной импликации не исключают полезных применений описанной логической системы. Тем более если трактовать формулы вида $A \supset B$ как $\neg A \vee B$ в соответствии с имеющейся в системе эквивалентностью данных выражений, иначе говоря не рассматривать « \supset » как аналог союза «если..., то...». При такой трактовке « \supset » парадоксы импликации вообще исчезают. Хотя исключение из языка

союза «если..., то...» значительно ограничивает возможности его применения.

В настоящее время имеется уточнение классического понятия следования и соответственно понятия импликации « \supset », в результате которых устраняются указанные парадоксальные случаи. На основании такого уточнения систем классической логики выделена так называемая релевантная система, а именно, система *E* (of Entailment). Вместо классического следования в них мы имеем релевантное, а материальная импликация « \supset » заменяется интенциональной (или сильной) « \rightarrow ».

Разница между классическим и релевантным следованием может быть охарактеризована так: классическое $A \vDash B$ ($\Gamma \vDash B$) указывает на связь между высказываниями *A* и *B* (множеством высказываний Γ и *B*) по их истинностным значениям. Точнее говоря, на невозможность ложности *B* при истинности *A* (при истинности высказываний в Γ). Релевантное же следование между *A* и *B* (Γ и *B*) означает, что логическое содержание заключения *B* составляет часть логического содержания *A* (или совокупного логического содержания высказываний Γ).

Для решения многих вопросов теории познания и методологии, связанных с применением логики, необходимо использование релевантного следования и формализованного языка с интенциональной импликацией. Однако во всех случаях, когда нас интересует только правильность выводов, понимаемая как наличие гарантии истинности заключений выводов при истинности посылок, применима система классической логики, то есть понятие классического следования и материальной импликации.

ИСЧИСЛЕНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Построение и анализ логических исчислений (высказываний и предикатов) составляют содержание одного из наиболее важных разделов современной логики как науки. Это — существенная часть теории дедукции. Теория дедукции включает: 1) описание формализованного языка; 2) логику языка; 3) исчисление.

Исчисление — это формализация соответствующей логики. Исчисления составляют основное содержание современной логики. Теория дедукции, включающая логические исчисления, — это формальная логика в строгом смысле этого слова. Однако в данном случае речь идет о современном этапе логики. Как в традиционной, так и в современной логике предметом изучения формальной логики (теории дедукции) являются формы правильных рассуждений (выводов, доказательств), или, как их было принято называть прежде, формы дедуктивных умозаключений.

Умозаключением вообще называют один из приемов познания — выведение из имеющихся высказываний нового высказывания, то есть некоторый логический прием получения нового знания на основе имеющегося.

Наряду с дедуктивными выводами (умозаключениями) существуют также индуктивные (а некоторые авторы выделяют еще и традуктивные выводы).

Специфика дедуктивных выводов состоит в том, что они обеспечивают истинность выводимого высказывания — заключения — при истинности исходных суждений — посылок вывода (умозаключения). Это свойство дедуктивных выводов обусловлено, в свою очередь, наличием определенной связи между их посылками и заключением. Их связь воспроизводит отношения логического следования между соответствующими высказываниями.

Имеется принципиальное различие между теорией дедукции в традиционной логике и современной. В традиционной логике теория сводилась, в основном, лишь к эмпирическому выделению и описанию некоторых форм правильных рассуждений — правил дедуктивного вывода — без какого-либо полного их обоснования. Дело в том, что в прежней логике не было необходимых для этой цели понятий логического закона и отношения логического следования.

Основой метода построения теории дедукции с применением метода логических исчислений является, как мы увидим позднее, наличие взаимосвязей между самими законами и правилами вывода, в силу которых одни законы и правила можно обосновывать с помощью других. *Исчисление (логическое) — это теория, которая строится, как уже ясно из предыдущего, на базе некоторого формализованного языка, например, исчисление высказываний на базе описанного язы-*

ка логики высказываний. При построении исчисления, во-первых, в качестве исходных выделяется минимальное множество формул — законов логики — и правил вывода (в аксиоматических системах) или только правил (в натуральных системах). Во-вторых, определяются понятия вывода и доказательства. Понятие вывода — какой-либо формулы из множества формул — и понятие доказательства формулы являются основными в логическом исчислении. Эти понятия определяются таким образом, чтобы а) всякая доказуемая формула представляла собой закон логики, формулируемый в данном языке, и чтобы б) была возможность осуществить доказательство любой формулы, представляющей собой закон логики. При этом в случае доказательства формул вида $(A_1 \supset (A_2 \supset \dots (A_n \supset B) \dots))$ осуществим также вывод формулы B из множества формул A_1, A_2, \dots, A_n , соответствующий имеющемуся в таком случае отношению логического следования: $A_1, A_2, \dots, A_n \vDash B$. Показательно, что выводы и доказательства осуществляются при этом по формальным правилам, то есть по таким правилам, для применения которых не требуется учитывать смысл употребляемых высказываний, надо учитывать лишь характер знаков форм этих высказываний (состав и порядок расположения знаков языка, из которого они построены). Более того, правильность или неправильность осуществляемых выводов и доказательств оценивается без учета смысла имеющих высказываний. Последний может приниматься во внимание лишь в эвристических целях — при поиске и составлении плана доказательства или вывода, при определении необходимых средств его построения и т. д.

Все сказанное означает, что в исчислении осуществляется формализация основных понятий логики, а именно: закона логики и отношения логического следования. Для каждого из этих семантических понятий формулируется его синтаксический (формальный) аналог: для закона логики — доказуемая формула, для отношения логического следования — формальный вывод, в результате осуществления которого устанавливается формальная выводимость. Употребляя для доказанности формулы A обозначение $\vdash A$, а для выводимости формулы B из некоторого множества формул Γ обозначение $\Gamma \vdash B$, получаем — при правильном построении

исчисления — следующие соотношения между указанными семантическими понятиями и их синтаксическими аналогами:

$$\vdash A \text{ е. т. е. } \models A \text{ и } \Gamma \vdash B \text{ е. т. е. } \Gamma \models B.$$

Если выполняются эти соотношения, то говорят, что в исчислении осуществлена адекватная формализация основных понятий: закона логики и отношения логического следования. Важно заметить, что, в силу сказанного, построение логического исчисления означает также формализацию рассуждений. Естественные рассуждения заменяются здесь формальными преобразованиями знаковых форм высказываний. Это обеспечивает точность и проверяемость выводов и доказательств и открывает возможность передачи осуществления соответствующих видов интеллектуальной деятельности человека машине. Однако в тех или иных случаях оказывается, что формализация неполна, а для некоторых языков она и в принципе не может быть полной. При неполной формализации имеем: если $\vdash A$, то $\models A$, но обратное имеет место не для любых формул. Аналогично, при наличии выводимости $\Gamma \vdash B$ имеется отношение $\Gamma \models B$, но не для всякого отношения логического следования может быть построен формальный вывод, то есть получена соответствующая формальная выводимость. В последнем случае говорят, что логическое исчисление непротиворечиво относительно заданной семантики языка, но не является полным. При адекватной же формализации основных семантических понятий оно семантически непротиворечиво и полно относительно заданной семантики. Утверждения о наличии у исчисления этих и других подобных свойств называются метатеоремами исчисления. Их доказательство осуществляется иными средствами, чем доказательство теорем самого исчисления¹.

Существуют различные способы формализации логики и соответственно различные формы (или типы) логических исчислений. В качестве основных выделяются аксиоматические системы, натуральные системы и системы секвенциального типа. Внутри каждого типа возможны также различные, но эквивалентные между собой (представляющие формализацию одной и той

¹ Важную роль здесь играет метод математической индукции.

же содержательной логической теории) системы, различающиеся составом постулатов (аксиом и исходных правил вывода — в аксиоматических системах; исходных правил вывода — в натуральных системах; исходных секвенций и правил вывода для секвенций — в исчислениях секвенций).

Построение систем логических исчислений имеет двоякое значение. Во-первых, теоретическое для самой логики, поскольку в процессе и в результате этого построения выявляются связи между логическими законами, правилами вывода. Из бесконечного множества тех и других выделяется множество исходных, достаточных для доказательства всех формул, представляющих логические законы, для воспроизведения всех возможных отношений следования, для обоснования любого из допустимых правил рассуждения и т. п. Во-вторых, построенное логическое исчисление может быть использовано как логический аппарат для осуществления выводов и доказательств в тех или иных нелогических теориях, построенных на базе соответствующего прикладного формализованного языка. Построение теории при этом осуществляется просто добавлением специальных ее аксиом к постулатам логического исчисления.

Построение всякого логического исчисления, как и любой формальной системы, начинается с формулировки постулатов. В аксиоматических логических системах таковыми являются: некоторое непустое множество аксиом — формул, являющихся законами логики, и так же непустое множество правил вывода (правил преобразования формул). При этом обычно прибегают к сокращению количества связок языка с учетом того, что одни из них могут быть выражены (определены) через другие. Например, $\&$ и \vee посредством \supset и \neg . Так, согласно имеющимся в заданном языке отношениям, формула $A \& B$ истинна е. т. е. истинна формула $\neg (A \supset \neg B)$; $A \vee B$ истинна е. т. е. истинна $A \supset B$. В силу этого при построении исчисления можно принимать в качестве основных его связок только \supset и \neg , а формулы вида $A \& B$ и $A \vee B$ рассматривать как сокращения, соответственно, для формул: $\neg (A \supset \neg B)$ и $\neg A \supset B$.

При построении аксиоматических исчислений качественно различаются системы с конечным и бесконечным множеством аксиом, или — системы с аксиомами и системы со схемами аксиом. Бесконечное

множество аксиом задается перечислением некоторого конечного множества схем аксиом.

Аксиома — это формула языка. Например, в языке логики высказываний в качестве аксиом можно взять формулы $(p \supset (q \supset p))$ или $(p \supset (r \supset p))$.

Схема аксиом — это выражение метаязыка, представляющее бесконечное множество формул определенной структуры. Например, $(A \supset (B \supset A))$. Различные формулы получают заменой A, B какими-либо формулами языка (подстановкой вместо A и B каких-либо формул языка). Ясно, например, что формулы

$$(p \& q \supset (q \supset p \& q)), ((r \supset s) \supset (k \supset (r \supset s)))$$

и

$$(((r \vee s) \supset ((q \& k) \supset (r \vee s)))$$

и т. д. будут принадлежать к одной и той же схеме:

$$(A \supset (B \supset A)).$$

Принимая во внимание все вышесказанное, аксиоматическую систему исчисления высказываний можно задать следующим образом:

I. В качестве схем аксиом выступают:

а) $A \supset (B \supset A)$ — схема консеквента;

б) $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$ — схема самодистрибутивности импликации;

в) $(\neg A \supset \neg B) \supset (B \supset A)$ — схема обратной (сильной) контрапозиции.

II. Правило вывода (в данной формулировке одно): из $A \supset B$ и A непосредственно выводимо B . В иной записи:

$$\frac{(A \supset B), A}{B}$$
 — правило *modus ponens* — т. п. (правило «модус поненс».)

III. Доказательством некоторой формулы B в данной системе называется непустая конечная последовательность формул B_1, B_2, \dots, B_m , в которой каждая формула есть или аксиома (частный случай какой-либо из схем аксиом) или получается из предыдущих формул последовательности по правилу вывода и последняя формула B_m которой есть B .

Формула, для которой имеется доказательство, называется теоремой системы.

Нетрудно проверить, что последовательность, состоящая из одной аксиомы, есть доказательство этой аксиомы. Значит, все аксиомы системы являются и ее теоремами.

В практике познания в определенных случаях возникает необходимость проводить рассуждения с использованием некоторых допущений, то есть высказываний, которые не являются доказанными, например, в той или иной теории¹. Формальным аналогом таких рассуждений у нас будет понятие вывода из допущений.

Выводом формулы B из множества допущений Γ называется непустая конечная последовательность формул B_1, B_2, \dots, B_m , в которой каждая формула есть или некоторое допущение из Γ , или аксиома системы, или получается из предыдущих формул по правилу вывода, и последняя формула B_m этой последовательности есть B .

Очевидно, что понятие вывода из допущений является обобщением понятия доказательства. Доказательство есть вывод из пустого множества допущений. Утверждение о наличии вывода (выводимости) формулы B из множества допущений Γ записывается (в метаязыке, конечно) в виде $\Gamma \vdash B$; в случае пустого Γ (то есть при наличии доказательства B) имеем $\vdash B$ (читается: « B доказано» или « B есть теорема системы»).

Рассмотрим в качестве примера доказательство формулы $(p \supset p)$. Для удобства нумеруем члены последовательности и указываем для каждой формулы, является ли она аксиомой или получена из других формул; указания такого рода называются анализом доказательства (вывода).

1. $p \supset ((p \supset p) \supset p)$ — аксиома (частный случай схемы консеквента).

2. $(p \supset ((p \supset p) \supset p)) \supset ((p \supset (p \supset p)) \supset (p \supset p))$ — аксиома (частный случай схемы самодистрибутивности \supset).

3. $(p \supset (p \supset p)) \supset (p \supset p)$ — из пунктов 2 и 1 по правилу *m. p.*

4. $(p \supset (p \supset p))$ — аксиома (частный случай схемы консеквента).

5. $(p \supset p)$ из пунктов 3 и 4 по *m. p.*

¹ Ничто не мешает нам, конечно, рассматривать в качестве допущения и некоторую формулу, фактически являющуюся теоремой, отвлекаясь от того, что существует ее доказательство.

Итак, имеем $\vdash (p \supset p)$, то есть «формула $p \supset p$ есть теорема нашей системы».

Если вместо формул (выражений языка) использовать схемы формул (выражения метаязыка), а вместо аксиом — схемы аксиом и их варианты, то получим схему доказательства формул определенной структуры. Соответственно вместо выводов можем строить схемы выводов. Каждый вариант той или иной из схем аксиом мы обозначаем тем же названием.

Схема доказательства формул вида $A \supset A^1$.

1. $A \supset ((A \supset A) \supset A)$ — схема консеквента (один из вариантов).
2. $(A \supset ((A \supset A) \supset A)) \supset ((A \supset (A \supset A)) \supset (A \supset A))$ — схема самодистрибутивности \supset .
3. $(A \supset (A \supset A)) \supset (A \supset A)$ — из пунктов 2 и 1 по *m. p.*
4. $A \supset (A \supset A)$ — схема консеквента.
5. $A \supset A$ из пунктов 3 и 4 по *m. p.*

В символической логике имеется доказательство того, что приведенная формулировка исчисления высказываний представляет собой адекватную формализацию понятий закона логики и отношения логического следования.

Мы не останавливаемся здесь подробно на рассмотрении этой системы, как и вообще аксиоматических построений, поскольку имеются значительные сложности в применении их как аппарата дедукции. Уже из рассмотренного примера доказательства казалось бы самого простейшего закона логики видно, насколько трудно осуществимы в этой системе доказательства и выводы. Трудно определить в каждом конкретном случае доказательства, какие именно из аксиом нужно выбрать в качестве посылок для его осуществления. К тому же выводы здесь значительно отличаются от тех, которые мы имеем в естественном языке. И отличаются именно тем, что в последних не употребляются в качестве частей — посылок выводов и доказательств — законы логики, а ведь аксиомы, как мы помним, и являются таковыми. В математических доказательствах, например, в геометрии, посылками доказательств являются аксиомы геометрии или уже доказанные на их основе утверждения. В ряде других случаев, и особенно вне аксиоматических теорий, это могут быть просто какие-то

¹ Ясно, конечно, что к формулам данного вида будут принадлежать такие, например, как: $(A \& B) \supset (A \& B)$, $(B \supset C) \supset (B \supset C)$, $(A \vee B) \supset (A \vee B)$ и др.

допущения (гипотезы). Указанные трудности в построении выводов и доказательств и несоответствие естественным рассуждениям преодолеваются в определенной мере в системах натурального типа, к рассмотрению которых мы и переходим; там мы увидим, в частности, что доказательство того же закона тождества ($A \supset A$) мы получим всего в два шага! Однако в натуральных системах возникают свои трудности. Они связаны с определением вывода. Обычно его определения получаются здесь весьма усложненными. Дело в том, что, устраняя из множеств возможных посылок выводов и доказательств законы логики, мы должны использовать так называемые не прямые правила рассуждения (см. дальше). В силу этого опять-таки происходит отдаление способов построения выводов в этих исчислениях от естественных рассуждений. Мы же даем здесь систему, которая максимально приближена к естественным рассуждениям.

НАТУРАЛЬНАЯ СИСТЕМА ИСЧИСЛЕНИЯ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Постулатами натуральной системы являются только правила вывода. В выводах и доказательствах в качестве посылок используются только допущения. К их числу можно относить, конечно, и специальные аксиомы теорий, отличая их при этом от таких допущений, которые играют в доказательствах промежуточную роль и, в конечном счете, исключаются из доказательств. Более того, всякий вывод (и в частности, доказательство) начинается с некоторых допущений.

Мы будем строить выводы, учитывая зависимость получаемых в них на каждом шаге результатов — формул вывода — от введенных допущений. Указания на эту зависимость будут называться характеристиками зависимости формул вывода от допущений. Каждый шаг вывода, представляющий собой некоторую формулу этого вывода с характеристикой зависимости, будет иметь вид: $A [Г]$, где A — сама формула вывода, а $Г$ — множество формул, от которых зависит A в этом выводе. $Г$ — может быть, конечно, и пустым множеством. Этот случай будет указывать, что формула является законом логики и вместе с этим — теоремой логического исчисления.

Понятие зависимости формул определяется индуктивно:

1. Каждое допущение вывода зависит от самого себя. Это означает, что характеристикой зависимости допущения A является одноэлементное множество $\{A\}$, однако фигурные скобки мы далее будем опускать и будем употреблять обозначение $A [A]$.

2. Для остальных формул вывода, получаемых по правилам вывода из других, зависимости определяются в самих формулировках правил.

Правила вывода. Мы будем рассматривать систему, включающую в качестве постулатов правила вывода (исходные правила) относительно всех ранее выделенных в языке логики высказываний логических констант (связок): конъюнкции — $\&$, дизъюнкции — \vee , импликации — \supset и отрицания — \neg . Как обычно в натуральных системах, для каждой логической константы имеется правило введения этой константы и правило удаления ее (этим объясняются специальные обозначения правил, например, « $\&_B$ » — правило введения конъюнкции; « $\&_{И_1}$ », « $\&_{И_2}$ » — первое и второе правило исключения конъюнкции; A, B, C — далее любые формулы; Γ, Δ — любые, возможно пустые, множества допущений. В правилах мы различаем также посылки применения данного правила с характеристиками зависимости (записываются над чертой) и заключения применения данного правила, — формула с характеристикой зависимости (указывают под чертой). Посылки — уже имеющиеся в выводе формулы, а заключение — формула, которую согласно правилу мы имеем право добавлять (и добавляем при применении правила) к имеющемуся выводу. Итак, мы принимаем следующую систему правил:

1. $\&_B: \frac{A[\Gamma], B[\Delta]}{A \& B[\Gamma, \Delta]}$, где Γ, Δ есть объединение множеств Γ и Δ , то есть $\Gamma, \Delta = \Gamma \cup \Delta$;

2. $\&_{И_1}: \frac{A \& B[\Gamma]}{A[\Gamma]}$;

3. $\&_{И_2}: \frac{A \& B[\Gamma]}{B[\Gamma]}$;

$$4. \vee_{B_1}: \frac{A[\Gamma]}{A \vee B[\Gamma]};$$

$$5. \vee_{B_2}: \frac{B[\Gamma]}{A \vee B[\Gamma]};$$

$$6. \vee_{И}: \frac{C[\Gamma, A], C[\Gamma, B]^1}{C[\Gamma, A \vee B]};$$

$$7. \supset_B: \frac{B[\Gamma, A]}{A \supset B[\Gamma]};$$

$$8. \supset_{И}: \frac{A \supset B[\Gamma], A[\Delta]}{B[\Gamma, \Delta]};$$

$$9. \neg_B: \frac{B[\Gamma, A], \neg B[\Gamma, A]}{\neg A[\Gamma]};$$

$$10. \neg_{И}: \frac{\neg \neg A[\Gamma]}{A[\Gamma]}.$$

Для завершения описания исчисления необходимо сформулировать понятие вывода и доказательства.

Выводом некоторой формулы B из множества допущений Δ называется непустая конечная последовательность формул с характеристиками зависимости $B_1[\Gamma_1], \dots, B_n[\Gamma_n]$, в которой каждая формула есть либо допущение, либо поручена из предыдущих по какому-либо правилу вывода, причем B_n есть B (заключение вывода), а Γ_n — некоторое множество допущений Γ , являющееся подмножеством Δ ($\Gamma \subseteq \Delta$). Ясно, что данную последовательность можно охарактеризовать также

¹ По данной формулировке это правило выглядит как введение дизъюнкции. В каком смысле оно является исключением дизъюнкции, будет разъяснено позже.

Вместо правила $\vee_{И}$ может быть взято прямое правило $\frac{(A \vee B)[\Gamma], \neg A[\Delta]}{B[\Gamma, \Delta]}$. Это известная форма вывода, называемая *modus tollendo ponens* разделительного силлогизма $\frac{A \vee B, \neg A}{B}$.

как вывод B из Γ . Характеризуя же его как вывод из Δ , мы подчеркиваем то обстоятельство, что каждый вывод формулы B с характеристикой Γ , представляет бесконечное множество выводимостей, поскольку Δ может быть любым расширением Γ . Выводимость $\Gamma \vdash B$ является для данного вывода наиболее сильной, так как в выводе использованы все допущения из данного множества Γ (хотя возможен и другой вывод с меньшим числом использованных допущений).

Данная система исчисления эквивалентна рассмотренной выше аксиоматической формулировке исчисления высказываний. Это значит, что формализация следования здесь адекватна, то есть каждому случаю отношения следования $\Gamma \vDash A$ в системе соответствует отношение формальной выводимости $\Gamma \vdash A$ и наоборот. Поскольку согласно определению следования «Если B следует из Γ , то оно следует из любого расширения Γ », постольку аналогичное свойство имеет и отношение формальной выводимости (если $\Gamma \vdash B$, то и $\Delta \vdash B$, где Δ — любое расширение Γ , то есть $\Gamma \subseteq \Delta$).

Итак, вывод с заключением B , зависящим от множества допущений Γ — при непустом Γ — мы будем обычно характеризовать как $\Gamma \vdash B$. В случае если Γ пусто, вывод называется доказательством формулы B и характеризуется как $\vdash B$ (вывод B из пустого множества допущений). Но и в этом случае любое доказательство B представляет собой также вывод $\Delta \vdash B$, при любом Δ . Очевидно, что в силу указанного понятия

выводимости правомерно правило: $\frac{B[\Gamma]}{B[A, \Gamma]}$ допускающее

возможность расширения характеристик зависимости. Это правило, называемое часто правилом уточнения и являющееся производным, мы будем применять наряду с указанными выше основными правилами (как будет показано дальше, его применение может быть исключено за счет более сильной формулировки правил \supset_B и \neg_B . Формально — как производное правило — оно может быть получено из основных правил системы.) В самом деле, положим, что в каком-то выводе получено заключение B с характеристикой зависимости Γ , то есть имеем $B[\Gamma]$. Тогда мы можем продолжить этот вывод, добавив допущение A , то есть $A[A]$ и получить (по правилу $\&_B$) $A \& B[A, \Gamma]$, а отсюда (по правилу $\&_{И_2}$) — $B[A, \Gamma]$. Итак,

имея в выводе $B [Г]$, мы по основным правилам системы получили $B [A, Г]$.

Рассмотрим теперь несколько примеров выводов и доказательств. Допущения будем выделять знаком «+». Как и обещали, приведем доказательство закона тождества.

Пример 1. Схема доказательства формул вида $A \supset A$ — закон тождества:

- + 1. $A [A]$;
- 2. $A \supset A [-]$ из 1, \supset_B .

В дальнейшем, как и в приведенном примере, будем нумеровать все формулы вывода и для упрощения записей вместо формул в характеристиках зависимости будем указывать их номера в выводе.

Пример 2. Схема доказательства формул вида $((A \& B) \supset C) \supset (A \supset (B \supset C))$ — закон экспортации:

- + 1. $(A \& B) \supset C [1]$;
- + 2. $A [2]$;
- + 3. $B [3]$;
- 4. $A \& B [2, 3]$ — из 2 и 3, $\&_B$;
- 5. $C [1, 2, 3]$ — из 1 и 4, $\supset_{И}$;
- 6. $B \supset C [1, 2]$ — из 5, \supset_B ;
- 7. $A \supset (B \supset C) [1]$ — из 6, \supset_B ;
- 8. $((A \& B) \supset C) \supset (A \supset (B \supset C)) [-]$ — из 7, \supset_B .

Последовательность формул 1—8 представляет собой здесь доказательство нужной формулы. Любая часть этой последовательности 1— n ($1 \leq n \leq 8$) есть некоторый вывод. Так, часть 1 есть вывод $((A \& B) \supset C) \vdash (A \& B \supset C)$, часть 1—6 представляет собой вывод $((A \& B) \supset C), A \vdash B \supset C$ и т. п.

Пример 3. Схема доказательства формул вида $A \supset (B \supset A)$ — закон консеквента:

- + 1. $A [1]$;
- + 2. $B [2]$;
- 3. $A [1, 2]$ — из 1, правило утончения;
- 4. $B \supset A [1]$ — из 3 \supset_B ;
- 5. $A \supset (B \supset A) [-]$ — из 4, \supset_B .

Решение вопроса о том, какие вспомогательные допущения использовать для построения того или иного вывода, относится к числу творческих моментов. При данном построении системы (с характеристиками зависимости) в вывод могут вводиться, вообще говоря, любые допущения, они просто не найдут отражения в характеристиках зависимости. Любое

допущение может использоваться независимо от того, применялись ли правила, исключаяющие его. Однако при введении вспомогательных допущений существенно иметь в виду возможность устранить в конечном счете зависимость от них подлежащей выведению или доказательству формулы. Это может быть осуществлено только применением правил

$$\forall_{И'} \supset_{В'} \neg_{В'}$$

С учетом этого могут быть указаны некоторые эвристические принципы введения допущений.

1. Если в качестве заключения вывода должна быть получена формула вида $A_1 \supset (A_2 \supset \dots (A_m \supset B) \dots)$, то можно использовать в качестве вспомогательных допущений A_1, A_2, \dots, A_m , стремясь вывести B . Формула, выведение которой является конечной целью, может быть получена тогда, очевидно, по $\supset_{В}$.

Правило $\neg_{В}$ обеспечивает возможность строить выводы по принципу или, способу, «опровержение сведением к абсурду», а в сочетании с $\neg_{И}$ также по принципу «доказательство от противного».

2. Первый способ состоит в том, что, желая вывести отрицание некоторого высказывания B , то есть $\neg B$, берут в качестве допущения B (возможно, конечно, в дополнение к другим посылкам, например, допущениям, введенным согласно пункту 1). Цель теперь должна состоять в том, чтобы получить противоречие («абсурд»), то есть вывести некоторое C и $\neg C$. Тогда по $\neg_{В}$ получаем $\neg B$, и притом не зависящее от допущения B .

3. Способ доказательства «от противного» состоит в том, что, желая вывести B , вводим допущение $\neg B$. Если теперь удастся вывести некоторое C и его отрицание $\neg C$, то по $\neg_{В}$ получаем $\neg \neg B$ (не зависящее от допущения $\neg B$), и по $\neg_{И}$ выводим нужное B .

4. Конечно, для того, чтобы полнить упомянутые в пунктах 2 и 3 C и $\neg C$, могут понадобиться дополнительные допущения. Так, если B есть высказывание вида $B_1 \vee B_2$, то наряду с $\neg(B_1 \vee B_2)$ можно использовать B_1 или B_2 (или и то, и другое). Это целесообразно, в частности, когда желательно иметь в выводе B_1 или B_2 . Совершенно очевидно, что уже в указанных допущениях содержится противоречие, которое обнаруживается: как только по \vee_{B_1} (или по \vee_{B_2}) мы получаем $B_1 \vee B_2$ из B_1 (или B_2). Аналогично, если учесть, что $A \supset B$ эк-

вивалентно $\neg A \vee B$ — желая получить A или $\neg B$ при наличии в выводе $\neg (A \supset B)$ — следует брать допущения $\neg A$ или B .

5. Если B , которое желательно вывести, имеет вид $B_1 \& B_2$, то вывод его, очевидно, обеспечен (по $\&_B$), если выведены B_1 и B_2 . Для осуществления выводов этих составляющих, естественно опираться на сформулированные уже принципы. Рассуждая, например, по принципу «доказательство от противного», можем ввести допущения $\neg B_1$ и $\neg B_2$.

6. Если в некотором выводе получена формула вида $A \vee B$, а цель состоит в получении некоторой (отличной от указанной) формулы C , которую не удастся вывести из имеющихся посылок, естественно прибегнуть к способу «рассуждения по случаям», вводя сначала допущение A , затем B и стремясь в каждом случае получить C . Если C выводимо при допущении A невыводимо также из допущения B (независимо от A), то по \vee_{II} получаем C независимо от допущений A и B (если $A \vee B$ является в выводе допущением, то C будет зависеть теперь от него). (Введенная выше оговорка относительно того, что при допущении B формула C должна быть выведена независимо от допущения A , не означает каких-либо ограничений на применение правила \vee_{II} . В случае невыполнения оговоренного условия мы просто не получим желаемого результата.)

Мы уже упоминали выше, что наличие правила уточнения необязательно в данной системе. Можно заметить (см. примеры 3 и 4), что оно применяется только в двух существенных случаях, связанных с правилами \supset_B и \neg_B . Первое указывает на то, что если выведена некоторая формула B , зависящая от множества допущений Γ , и при этом мы хотим получить высказывание $A \supset B$, тогда нужно, — согласно формулировке правила \supset_B — чтобы в числе элементов Γ была и A . Однако согласно понятию логического следования в применении к системе рассматриваемых логических связей (классической логике) это необязательно, то есть мы можем получить $A \supset B$ даже в том случае, когда B не зависит от A . Это позволяет сформулировать правило \supset_B в виде:

$$\frac{B[\Gamma]}{A \supset B[\Gamma - \{A\}]}$$
 где A — любое имеющееся в выводе допущение

(при этом если его нет в выводе, то его всегда можно приписать) и где $\Gamma - \{A\}$ есть множество допущений, кото-

рое получается из Γ исключением A (если, конечно, такое имеется в Γ , в противном случае, $\Gamma - \{A\}$ есть само Γ ; ясно также, что если $\Gamma = \{A\}$, то $\Gamma - \{A\}$ есть пустое множество, как в примере доказанной выше формулы $A \supset A$).

Аналогично дело обстоит и с правилом введения отрицания (\neg_B). Содержательно правомерно выводить $\neg A$ из совокупности формул B и $\neg B$ и в том случае, когда какая-нибудь из этих формул и даже обе не зависят от A . Отсюда возникает возможность более общей формулировки этого правила:

$$\frac{B[\Gamma], \neg B[\Delta]}{\neg A[(\Gamma, \Delta) - \{A\}]}$$
, где A — любое имеющееся в выводе допущение.

■ Упражнения

1. Осуществите доказательства, данные в примерах 3 и 4, без применения правила утончения, пользуясь только что введенными формулировками правил \supset_B и \neg_B .

2. Постройте доказательства формул:

а) $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \& B) \supset C)$ — закон импортации;

б) $(A \supset B) \supset (\neg B \supset \neg A)$ — закон контрапозиции;

в) $(\neg A \supset \neg B) \supset (B \supset A)$ — закон сильной контрапозиции;

г) $((A \supset B) \supset A) \supset A$ — закон Пирса.

3. Осуществите выводы:

а) $(A \vee B) \vdash (\neg A \supset B)$;

б) $((A \vee B) \supset C) \vdash A \supset C$;

в) $A \supset C, B \supset C, A \vee B \vdash C$.

4. Постройте доказательства формул (законов логики, соответствующие выводимостям упражнения 3):

а) $(A \vee B) \supset (\neg A \supset B)$;

б) $((A \vee B) \supset C) \supset (A \supset C)$;

в) $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset ((A \vee B) \supset C))$.

Мы уже употребляли такие понятия, как основные правила и производные. Основные — это исходные правила системы (постулаты системы). Производным является правило, заключение которого может быть выведено из его посылок по основным правилам. Мы могли видеть это уже на примере правила утончения. По существу, таким образом,

производные правила — это некоторые выводы по основным правилам системы. Они используются в системах для сокращения выводов; применение производного правила есть сокращение именно того вывода, которое оно представляет. Если читатель выполнил предшествующее упражнение 3, то тем самым он получил три производных правила:

$$\text{а) } \frac{A \vee B [\Gamma]}{\neg A \supset B [\Gamma]};$$

$$\text{б) } \frac{(A \vee B) \supset C [\Gamma]}{A \supset C [\Gamma]};$$

$$\text{в) } \frac{A \supset C [\Gamma_1], B \supset C [\Gamma_2], A \vee B [\Gamma_3]}{C [\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3]}.$$

Ясно, что применение производных правил не является обязательным; каждое такое применение может быть заменено соответствующей этому правилу последовательностью формул. Читателю должно быть ясно и то, что каждой доказуемой в системе формуле (теореме) вида $A \supset B$ соответству-

ет производное правило $\frac{A[\Gamma]}{B[\Gamma]}$.

■ Упражнение

1. Доказать теоремы:

$$\text{а) } ((A \supset C) \& (B \supset C)) \supset ((A \vee B) \supset C);$$

б) $((A \supset B) \& (A \supset C)) \supset (A \supset (B \& C))$, и указать соответствующие им производные правила.

Существенное значение при анализе рассуждений имеет различие прямых и непрямых правил. Прямые правила указывают на выводимость какого-то высказывания из каких-либо высказываний (в исчислении — выводимость формулы из формул). В предлагаемой системе все правила сформулированы как прямые. Однако существенной особенностью обладают правила введения импликации (\supset_B), введения отрицания (\neg_B) и правило исключения дизъюнкции (\vee_{II}). В отличие от других они позволяют исключать некоторые

допущения из характеристик зависимости формул (возможно с заменой их — как при $\vee_{И}$ — другими допущениями), что характерно для непрямых правил рассуждения. При применении « $\vee_{И}$ » исключаются допущения A и B с заменой их на $A \vee B$; при « \neg_B » и « \supset_B » исключается допущение A .

В других системах (без характеристик зависимости) они формулируются явным образом как не прямые, соответственно:

$$\vee_{И} : \frac{\Gamma, A \vdash C; \Gamma, B \vdash C}{\Gamma, A \vee B \vdash C};$$

$$\supset_B : \frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B};$$

$$\neg_B : \frac{\Gamma, A \vdash B; \Gamma, A \vdash \neg B}{\Gamma \vdash \neg A}.$$

В этой формулировке очевидна их особенность, состоящая в том, что они указывают на возможность заключения о наличии некоторой выводимости на основе других выводимостей. Специфика их в рассуждениях состоит в том, что они дают возможность использовать в рассуждениях наряду с данными посылками вспомогательные допущения с последующим исключением их из рассуждения. Так, желая получить вывод $\Gamma, A \vee B \vdash C$, мы совершаем «обходной» маневр, используя правило $\vee_{И}$: учитывая указанные в дизъюнкции $A \vee B$ возможности — истинность A или истинность B — рассуждаем «по случаям»¹ — осуществляем вывод $\Gamma, A \vdash C$, соответствующий случаю истинности A , и вывод $\Gamma, B \vdash C$, соответствующий случаю истинности B . Пользуясь указанным правилом $\vee_{И}$, заключаем после этого о наличии нужной нам выводимости $\Gamma, A \vee B \vdash C$ (здесь содержится обещанное ранее разъяснение, почему именно данное правило называется правилом исключения, а не введения дизъюнкции: дизъюнкция $A \vee B$ исключается из рассуждения). Например, надо вывести, что «данное число делится на 5» — (C) из дизъюнкции «это число оканчивается на 0 или на 5» — $(A \vee B)$. С уче-

¹ В силу того, что само это правило часто называют правилом рассуждения «по случаям».

том множества аксиом арифметики и выводимых из них утверждений — Γ и рассуждая «по случаям», осуществляем сначала вспомогательные выводы $\Gamma, A \vdash C$ и $\Gamma, B \vdash C$, затем заключаем о наличии нужной нам выводимости: $\Gamma, A \vee B \vdash C$.

По правилу \supset_B вместо того, чтобы непосредственно вывести условное высказывание $A \supset B$ из посылок Γ (что обычно представляет определенную сложность), мы заключаем о наличии этой выводимости на основе вспомогательного вывода $\Gamma, A \vdash B$. Из аксиом геометрии Γ , например, можно вывести «если углы, полученные при пересечении двух параллельных линий третьей, являются соответственными (A), то они равны (B)» на основании вспомогательного вывода $\Gamma, A \vdash B$.

Правило \neg_B в истории логики, как и в конкретных науках, например, в математике, известно как правило опровержения путем «сведения к абсурду».

Часто этот прием опровержения составляет часть другого рассуждения, которое называется «доказательством от противного». Этой форме рассуждения соответствует также не-

прямое правило:
$$\frac{\Gamma, \neg A \vdash B; \Gamma, \neg A \vdash \neg B}{\Gamma \vdash \neg \neg A}$$
. Оно может быть полу-

чено из предыдущего с использованием правила снятия двойного отрицания $\frac{\neg \neg A}{A}$, обозначенного в нашей системе как

\neg_{II} . По правилу опровержения имеем
$$\frac{\Gamma, \neg A \vdash B; \Gamma, \neg A \vdash \neg B}{\Gamma \vdash \neg \neg A}$$
 и

теперь по правилу \neg_{II} получаем: $\Gamma \vdash A$. Желая доказать, например, что согласно аксиомам геометрии (Γ) «из данной точки плоскости, лежащей вне этой плоскости, можно опустить только один перпендикуляр на прямую, принадлежащую этой плоскости», предположим, что это A неверно, то есть имеет место $\neg A$ (можно опустить не один, по крайней мере, два перпендикуляра). Теперь оказывается, что если из точки опущено два перпендикуляра, то сумма углов полученного треугольника больше 180° , поскольку каждый перпендикуляр образует с соответствующей прямой угол, равный 90° (обозначим это утверждение — $\neg B$, оно представляет собой отрицание утверждения B о том, что сумма углов всякого треуголь-

ника равна 180° , которое является следствием аксиом геометрии, а значит, и расширения множества Γ за счет добавления нашего утверждения $\neg A$). Таким образом, мы имеем две выводимости: $\Gamma, \neg A \vdash B$ и $\Gamma, \neg A \vdash \neg B$, по указанному правилу доказательства «от противного» получаем отсюда: $\Gamma \vdash A$.

В дополнение к уже рассмотренным примерам законов логики приведем список некоторых других наиболее важных схем законов логики (которые читатель может использовать в качестве упражнений для доказательств):

1. $\neg A \supset (A \supset B)$.
2. $(A \vee B) \supset (\neg A \supset B)$.
3. $(A \supset B) \supset (\neg A \vee B)$.
4. $(A \& B) \supset \neg (A \supset \neg B)$.
5. $(A \supset B) \supset \neg (A \& \neg B)$.
6. $\neg (A \& B) \supset (\neg A \vee \neg B)$.
7. $\neg (A \vee B) \supset (\neg A \& \neg B)$.
8. $(A \supset B) \supset ((A \& C) \supset (B \& C))$.
9. $(A \supset B) \supset ((A \vee C) \supset (B \vee C))$.
10. $(A \& (B \vee C)) \supset ((A \& B) \vee (A \& C))$.
11. $(A \vee (B \& C)) \supset ((A \vee B) \& (A \vee C))$.

Эти законы, как нетрудно заметить, выражают связь между логическими константами языка логики высказываний.

§ 11. Язык, логика и исчисление предикатов

ЯЗЫК ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ

Приступая к изучению языка логики предикатов, полезно вспомнить основные особенности языков этого типа (см. § 9). К языку логики предикатов (сокращенно — ЯЛП) мы переходим от языка логики высказываний, устраняя те недостатки последнего, которые были связаны с лежащим в его основе абстракциями относительно пропозициональных переменных. В ЯЛП явно должны быть представляемы субъектно-предикатные структуры высказываний, от которых произошло отвлечение при введении пропозициональных символов. Выражаемыми должны быть, например, высказывания видов:

« a обладает свойством P », « a и b находятся в отношении P », «Для всякого предмета из некоторого множества S верно, что он обладает свойством P », «Для всякого предмета из множества S существует предмет этого множества такой, что эти предметы находятся в отношении R », «Если неверно, что всякие два предмета некоторого множества находятся в отношении R , то существуют по крайней мере два предмета этого множества, не находящиеся в этом отношении», «Если в множестве S существует предмет x , который находится в отношении R с любым предметом y этого множества, то для всякого предмета y того же множества существует предмет x такой, что последний находится в отношении R к первому» и т. п.

Ясно, во-первых, что для выражения таких утверждений у нас нет средств в языке логики высказываний. Ясно и то, что для выражения подобных высказываний в ЯЛП мы должны иметь в числе его исходных символов общие имена предметов; аналогами последних в ЯЛП будут предметные переменные x, y, z , а также они же с числовыми индексами x_1, x_2, \dots и т. д. Потребность в общих именах при употреблений ЯЛП сохранится лишь для описания областей возможных значений этих переменных, что относится уже не к самому языку, а к метаязыку. Нужны также знаки свойств и отношений. Для выражения высказываний вида «Объем тела a больше объема тела b » или «Синус x меньше косинуса y » и т. п. необходимы, конечно, и предметные функторы. Впрочем, перечислим систематически основные типы выражений описываемого языка, каковыми являются: исходные символы, термы и формулы. Описание этих выражений составит синтаксис ЯЛП.

СИНТАКСИС ЯЗЫКА ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ (ИСХОДНЫЕ СИМВОЛЫ, ТЕРМЫ, ФОРМУЛЫ)

I. Исходные символы языка.

1. Предметные переменные x, y, z , а также x с числовыми индексами:

$x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ (бесконечное счетное множество).

2. Предметные константы (аналоги собственных имен естественного языка):

$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ (также бесконечное счетное множество).

3. Знаки свойств и отношений различных местностей — предикатные символы, или предикаторы:

$P^1, Q^1, R^1, S^1, \dots;$

$P^2, Q^2, R^2, S^2, \dots;$

.....
 P^n, Q^n, R^n, S^n

и возможно эти символы с нижними индексами:

$P^1_1, P^1_2, P^1_3, \dots$

$P^2_1, P^2_2, P^2_3, \dots$ и т. д.

(верхние индексы указывают на местность предикатора, нижние индексы используются для расширения множества предикаторов той или иной местности; количество предикатных символов той или иной местности вводится в зависимости от предназначения языка. Однако, поскольку речь идет о языке логики предикатов, должен быть введен по крайней мере один предикатный символ).

4. Знаки предметных функций различных местностей (предметные функторы):

f^1_1, f^1_2, \dots

f^2_1, f^2_2, \dots

.....

f^k_1, f^k_2, \dots

(число функциональных символов той или иной местности зависит также от предназначения языка, возможно отсутствие символов этого рода вообще).

5. Логические константы: $\supset, \&, \vee, \forall, \exists$ — соответственно — импликация, конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, квантор общности и квантор существования. (Зачастую вводят лишь некоторые из этих символов. Из кванторов достаточны только \forall или \exists , из остальных, называемых логическими связками, достаточно \supset и \neg , или \vee и \neg , или $\&$ и \neg . Другие константы, как, впрочем, и другие знаки, могут вводиться по определению.)

6. Технические знаки: (— левая скобка,) — правая скобка, , — запятая.

Предметные константы, предикаторы, предметные функторы и предметные переменные называют дескриптивными терминами языка, при этом три первых категории (в отличие от предметных переменных) суть — дескриптивные постоянные данного языка.

II. Термы. Выражения этого типа являются аналогами имен естественного языка.

О п р е д е л е н и е: а) любая предметная переменная и предметная константа есть терм; б) если t_1, t_2, \dots, t_n есть термы и f_i^n есть n -местный предметный функтор, то $f_i^n(t_1, t_2, \dots, t_n)$ есть терм; в) ничто, кроме указанного в пунктах а) и б), не есть терм.

III. Формулы. В числе этих выражений имеются аналоги повествовательных предложений естественного языка, а также высказывательные формы — предакаты, представляющие собой особую семантическую категорию, которая не выделяется — по крайней мере явным образом — в естественном языке.

О п р е д е л е н и е: а) если t_1, t_2, \dots, t_n термы и P_i^n n -местный предикатор, то $P_i^n(t_1, t_2, \dots, t_n)$ есть формула (атомарная); б) если A и B — формулы, то $(A \supset B)$, $(A \& B)$, $(A \vee B)$, $\neg A$ — формулы; в) если x есть предметная переменная и A — формула, то $\forall x A$ и $\exists x A$ — формулы; г) ничто, кроме указанного в пунктах а) — в), не есть формула.

Договоримся в дальнейшем опускать, когда это удобно, внешние скобки в отдельно взятых формулах; например, вместо $(A \& B)$ писать просто $A \& B$.

Использованные в определениях термина и формулы символы t_1, t_2, \dots, t_n и f_i^n, P_i^n, A, B, x (и в дальнейшем возможно x_1, x_2 и т. д.) — знаки метаязыка называемые также синтаксическими переменными, возможными значениями которых являются выражения соответствующей категории описываемого (объектного) языка.

Формулы A и B , встречающиеся в пунктах б) и в), называются подформулами указанных здесь формул.

Введенные понятия исходного символа, термина и формулы языка являются эффективными (иначе: рекурсивными). Последнее означает, что имеется точный способ, с помощью которого всегда можно определить, относится ли некоторый

символ к числу исходных символов языка, а для каждой последовательности исходных символов можем определить, представляет ли она терм или формулу. Для термов и формул такой способ заключен в их индуктивных определениях. Так, в каждой формуле, содержащей логические константы (знаки логических операций), имеется главная, или, что то же, последняя, в построении формулы операция. Выделив ее, мы выделяем тем самым собственные подформулы этой формулы. В последних снова выделяем главную операцию и так далее, пока не дойдем до какой-либо атомарной формулы. Если в процессе такого анализа исходного выражения в какой-либо части его, не являющейся атомарной формулой, нельзя выделить знак главной операции, то эта часть не является формулой, а следовательно, таковой не является все выражение. Возможность распознавания атомарных формул среди последовательностей символов является очевидной. (При констатации эффективности введенных понятий подразумевается так называемая абстракция отождествления, согласно которой все различные случаи употребления некоторого символа, например a , рассматриваются как различные экземпляры одного и того же символа, и предполагается, что мы умеем узнавать символ, несмотря на некоторые, всегда имеющиеся различия в его написаниях.)

■ Упражнения

1. Показать, что выражения являются термами:

$$f_1^1(f_1^1(a_1)); f_1^3(f_1^2(x_1, a_1), x_2, f_1^1(x_3)); f_1^1(f_1^2(a_2, x_4)).$$

2. Определить, являются ли следующие выражения формулами:

а) $\exists x_1 P_1^2(x_1, y) \supset \forall x_2 (P_1^1(y) \vee P_1^2(x_2, y))$;

б) $\forall x_1 \supset (P^1(a) \vee Q^2(x_1))$;

в) $\forall x_1 \exists x_2 (P^2(x_1, x_2) \& \forall x_2 Q^1(x_2) \vee (P^1(a_1) \supset \neg(Q^2(x_1, a_3))))$.

СВОБОДНЫЕ И СВЯЗАННЫЕ ВХОЖДЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ В ФОРМУЛЫ

Каждый случай, когда в последовательности знаков, представляющей собой формулу A , встречается предметная переменная x , называется вхождением этой переменной; каждое вхождение в формулу A предметной переменной x в часть вида $\forall xB$ или $\exists xB$, называется связанным. Подформула B формул указанного вида называется областью действия соответственно квантора общности \forall и квантора существования \exists с переменной x . Связанным является вхождение переменной, стоящей непосредственно за квантором, и каждое вхождение ее в область действия квантора. Всякое вхождение x в отличие от указанного, называется свободным. Переменная x , имеющая связанные вхождения в формулу A , называется связанной в этой формуле; переменная, имеющая свободные вхождения в формулу A , называется свободной в этой формуле.

Обратим внимание на то, что согласно определению свободной и связанной переменной одна и та же переменная в одной и той же формуле может быть свободной и связанной. Такова, например, переменная x_1 в формуле $\forall x_1 P^1(x_1) \vee Q^2(x_1, x_2)$; переменная x_2 является здесь свободной, но не связанной. Мы рассматриваем здесь только такие термы, в которых все переменные могут иметь лишь свободные вхождения и, значит, являются свободными переменными. Формула и терм, не содержащие свободных переменных, называются соответственно замкнутой формулой и замкнутым термом (очевидно, что для рассматриваемых здесь термов, если терм замкнут, то он вообще не содержит переменных).

Упражнения

1. Указать, связанные и свободные вхождения переменных в следующие формулы:

а) $P_1^1(x) \supset \forall z P_1^2(x, z)$;

б) $\exists y_2 (P_1^2(y_2, z) \& \neg \forall z P_4^3(x, y_1, z))$;

в) $\forall x_2 P_3^2(x_3, x_2) \supset \forall x_3 P_3^2(x_2, x_3)$.

2. Укажите, какие переменные в формулах упр. 1 являются свободными и какие связанными в них.

СЕМАНТИКА ЯЗЫКА ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ

Семантику языка, как мы видели при анализе естественного языка, составляет совокупность предметных значений и смысловых содержаний его выражений. Но в данном случае, поскольку речь идет не об анализе уже имеющегося языка, а о построении — в данном случае логического формализованного языка — то семантикой называют совокупность правил приписывания значений выражениям этого языка. Точнее говоря, здесь даже не ставится задача построения какого-то определенного языка. Создается лишь некоторая схема языка определенного типа, в данном случае языка так называемой классической логики предикатов первого порядка. Этот тип языка отличается от языков других типов, даже языков с тем же синтаксисом (например, языка интуиционистской логики предикатов, определенной системы релевантной логики) своей семантикой. Приписывание значений отдельным выражениям языка, составляющим дескриптивным терминам, употребляемым при построении формул, осуществляется лишь в составе тех или иных формул и при этом различно от случая к случаю в зависимости от характера решаемых логических задач, (например, при переводе каких то высказываний с естественного языка на данный формализованный, при анализе логических отношений между формулами данного языка, при аксиоматизации некоторых теорий, а именно при формулировке их аксиом в языке данного типа). Совокупность всех правил приписывания значений выражениям языка разбивается на следующие три группы (I, II, III).

I. Правила определения (задания) возможных значений предметных переменных и правила приписывания предметных значений дескриптивным постоянным в составе рассматриваемых в том или ином случае формул — интерпретация выражений языка. II. Правила приписывания значений свободным переменным в составе тех или иных рассматриваемых формул. III. Правила приписывания истинностных значений интерпретированным формулам, не содержащим свободных переменных.

I. Интерпретация состоит, во-первых, в выборе некоторого непустого множества D индивидов, предметов того или иного типа, к которым могут относиться образуемые из тех или иных формул языка высказывания. Индивиды — любые предметы в широком смысле этого слова, структура которых не учитывается и которые можно отличать друг от друга. В качестве такой области D можно взять множество людей, растений, городов, чисел и т. д.; возможно также объединение в одной области множеств различных предметов, например, людей, городов, домов (положим, для выражения высказываний о местах жительства людей). Но при этом все различные предметы рассматриваются именно как индивиды¹. Область D — это область возможных значений предметных переменных символы предметных переменных x, y, z , становятся именно переменными лишь при указании области их возможных значений.

Предполагается, что на области D определено некоторое множество свойств, отношений и характеристик предметно-функционального типа (то есть возможных значений предикаторов и предметных функторов).

Второй момент интерпретации языка состоит в задании некоторой функции ϕ (интерпретационная функция) приписывания значений дескриптивным постоянным (предметным константам, предикаторам, предметным функторам опять-таки в составе рассматриваемых формул). Задание ϕ в каждом конкретном случае представляет собой просто указание на то, какие значения должны быть приписаны упомянутым исходным символам языка в составе рассматриваемых формул. При этом предметным константам (простые постоянные термины) приписываются в качестве предметных значений определенные предметы из заданной области D . Предикатному (n -местному) символу P_i^n при $n = 1$ в качестве значения

¹ Здесь имеются в виду так называемые односортные языки, в которых все переменные — в нашем случае все предметные переменные — имеют одну и ту же область значений. В принципе можно употреблять языки с несколькими сортами переменных, различающимися областями значений, однако всегда можно объединить эти области в одно множество, отражая принадлежность тех или иных предметов, о которых речь идет в некотором высказывании, к той или иной области в самих записях высказываний; напоминаем, что эта возможность была разъяснена при общей характеристике ЯЛП.

приписываются некоторые свойства а при $n > 1$ — n -местное отношение (между предметами B)¹. Например, если область D есть множество целых положительных чисел, то предикатному символу P_1^1 можно приписать в качестве значения свойство «четно», а предикатору P_2^2 отношение «больше» или «меньше». Предметному функтору f_1^n в качестве предметного значения функция ϕ приписывает какую-нибудь n -местную предметную функцию, определенную на области D . Например, для области чисел таковыми могут быть синус, косинус (одноместные функции), сумма, произведение (двухместные функции), для области людей — одноместные (возраст, рост), для области материальных тел — объем, удельный вес.

Значения сложных термов, каковыми являются также предметы из области D , и приписывание которых составляет их интерпретацию, вычисляются в зависимости от приписанных уже значений их простым составляющим — предметным константам, предметным функторам, а также и возможным предметным переменным, значения которых приписываются по правилам II). Вычисление происходит в соответствии с правилами построения сложного терма. Сложные термы образуются, как мы видели, с применением предметных функторов и строятся индуктивно. Значение такого терма вычисляется последовательно в соответствии с порядком его построения.

Пример. Имеем терм $f_1^2(f_1^2(a_1, a_2), f_2^2(a_1, a_3))$.

Пусть область D — целые положительные числа, a_1 есть число 3, $a_2 = 4$, $a_3 = 5$, f_1^2 — сумма, f_2^2 — произведение.

¹ Имея в виду языки экстенционального типа, каковым является описываемый здесь язык классической логики предикатов, свойства и отношения отождествляются — ради достижения максимальной точности в описании семантики — с их объемами. Так, свойство рассматривается как множество предметов — некоторое подмножество предметной области. Отношение местности, равной n (n -местное отношение), $n \geq 2$ — трактуется как множество последовательностей из n предметов (n -ок предметов). Однако мы здесь не прибегаем к такого рода отождествлениям, предполагая, что читателю ясно, что такое свойство и отношение (хотя бы из предшествующего анализа естественного языка).

Тогда

$$f_1^2(a_1, a_2) = 7;$$

$$f_2^2(a_1, a_3) = 15;$$

$$f_1^2(f_1^2(a_1, a_2), f_2^2(a_1, a_3)) = 22.$$

II. Свободным переменным в той или иной формуле (а тем самым и в составе термов этой формулы) в качестве значений приписывают, также как и постоянным термам, предметы из области D . Такие приписывания осуществляются когда мы хотим получить из интерпретированной формулы со свободными переменными высказывание нашего языка. Приписывание осуществляют заменой каждого вхождения некоторой свободной переменной какой-либо предметной константой с одновременной интерпретацией таковой, если она еще не была интерпретирована в формуле.

Будем говорить, что при осуществлении этих приписываний в добавление к уже имеющейся интерпретации формулы, формула оказывается полностью интерпретированной.

Однако важно заметить, что формулы со свободными переменными нужны не только для образования высказываний из них. Они представляют собой особые высказывательные формы, называемые предикатами. Это сложные знаковые формы возможных свойств предметов заданной области и возможных отношений среди этих предметов. По типу их предметных значений они должны быть отнесены к категории предикаторов. Можно назвать их сложными предикаторами (в отличие от простых, указанных среди исходных символов). Надо отметить, что эти формы не выделяются и даже не замечаются в естественных языках. Они играют, однако, решающую роль в теории понятия (см. гл. IV, V). Имея тот или иной предикат, можно ставить вопрос, для каких предметов, которые могут представлять свободные переменные, этот предикат выполняется или не выполняется. В таком случае мы просто указываем предметы для соответствующих переменных (не осуществляя указанных подстановок предметных констант вместо них). Например, можно сказать, что предикат « $(P^2(x, a_1) > \exists y Q^2(x, y))$ », — выражающий свойство какого-то числа x из области натуральных чисел, состоящее в том, что «если это число больше 5 (знаками отношения

«больше» и «5» является соответственно P^2 и a_1 , то оно делится без остатка (Q^2) на некоторое число y », выполняется для чисел 6, 8, 9 и т. д., но не выполняется для 7, 11 и др.

III. Приписывание истинностных значений полностью интерпретированным формулам.

Напомним, что полностью интерпретированная формула — это формула, в которой осуществлена интерпретация дескриптивных постоянных и приписано значение всем свободным переменным, если таковые имеются в ней. Каждая такая формула представляет собой определенное высказывание — с определенным смыслом и истинностным значением — но лишь при условии, если нам известны значения встречающихся в ней — явным или неявным образом — логических констант, (которые и определяются рассматриваемыми правилами III). Явным образом указываются — в сложных формулах — логические константы, перечисленные в списке исходных символов. Простые (атомарные) формулы видов $P^n(t_1, \dots, t_n)$, по-видимому, не содержат логических констант. Однако, неявным образом здесь присутствует логическое отношение принадлежности свойства P некоторому предмету t при $n = 1$ или о наличии отношения P^n между предметами t_1, \dots, t_n из области D .

Определение значений всех логических терминов, как явно обозначенных, так и неявно содержащихся в формулах, осуществляется как раз посредством правил приписывания истинностных значений полностью интерпретированным формулам нашего языка (строго говоря, мы имеем здесь как называемое неявное определение логических констант, по они достаточны для понимания того, какой именно смысл они придают нашим высказываниям).

Правила эти таковы. Значение простого (атомарного) высказывания $P^n(t_1, \dots, t_n)$, $n \geq 1$, определяется в зависимости от заданных значений термов t_1, \dots, t_n и предикатора P^n . Оно зависит от характера предметов данной предметной области. Положим, имеем формулу: $P^2(f_1^1(a_1), f_1^1(a_2))$. Предположим, что согласно заданной интерпретации D — множество людей: P^2 означает «больше»: f_1^1 «возраст»: a_1 — Петров, a_2 — Сидоров. Вся формула представляет собой высказывание «Возраст Петрова больше, чем возраст Сидорова». Высказы-

вание истинно или ложно в зависимости от того, имеет или не имеет место данное отношение между возрастами Петрова и Сидорова.

Заметим, что в части лексики мы перевели здесь высказывание, полученное из определенной формулы рассматриваемого языка (ЯКЛП), по существу на обычный естественный русский язык. В самом ЯКЛП знаковой формой его является упомянутая формула. Подобные переводы обычно напрашиваются сами собой в силу того, что задание значений отдельных терминов — составляющих формулу — осуществляется посредством выражений естественного языка. Мы говорим «значение P^2 — больше, a_1 и a_2 — соответственно Сидоров и Петров» и т. п.). Это значит, что приписывание предметных значений выражениям описываемого языка осуществляется методом перевода их в тот или иной естественный язык. Может показаться, что при упомянутых переводах высказываний данного языка на естественный теряется та самая точность их выражений, ради достижения которой как раз и строятся формализованные языки. Однако точность здесь по сравнению с естественными языками достигается не за счет более точного употребления отдельных терминов, — достаточная точность их уже должна быть обеспечена при осуществлении интерпретации выражений формализованного языка — а за счет определенных, стандартных способов построения высказываний и их логических форм. И она именно сохраняется, или точнее сказать, должна сохраняться при указанных переводах.

Для сложных формул имеем, предполагая, что все составляющие их формулы полностью интерпретированы.

Формула вида $A \& B$ имеет значение «истина» — при данной интерпретации и приписывании значений свободным переменным — е. т. е. A имеет значение И и B имеет значение И.

Формула $A \vee B$ — истина е. т. е. значение A равно И или значение B равно И.

Формуле вида $A \supset B$ приписывается значение И е. т. е. A имеет значение Л или B имеет значение И.

Значением формул вида $\neg A$ является И е. т. е. значение A есть Л.

Формула вида $\forall x A(x)$ имеет значение «истина» е. т. е. для всякого предмета $a_{(i)}$ из D , $A(a_{(i)})$ — истина ($A(a_{(i)})$ — результат замещения всех свободных вхождений x в $A(x)$ константой $a_{(i)}$).

¹ Согласно принципу предметности употребления знаков истинность формулы здесь определяется в зависимости от того, каков предмет $a_{(i)}$; подставляется же вместо переменных сама константа « $a_{(i)}$ » то есть имя данного предмета.

Формула вида $\exists x A(x)$ имеет значение истина е. т. е. существует предмет a в области D такой, что истинна формула $A(a_{(i)})$.

Если значение некоторой формулы не является И, то она имеет значение Л, но никакая формула не имеет одновременно значения И и Л.

Как уже говорилось, правила приписывания истинностных значений полностью интерпретированным формулам неявным образом определяют также значения логических констант «&», «v», « \supset », « \rightarrow » и кванторов \forall и \exists и вместе с тем и смыслы высказываний, образованных посредством соответствующих констант. Например, высказывания вида $\forall x A(x)$, $\exists x A(x)$, относящиеся к некоторой области индивидов D , мы должны понимать, соответственно, как «для всякого предмета x из D верно $A(x)$ » и «существует предмет x в D такой, что верно $A(x)$ ». Нетрудно видеть, что &, v, \supset , \rightarrow представляют собой здесь логические связки — знаки функций истинности, — определенные ранее в разделе «Логика высказываний», но теперь применительно к формулам ЯЛП.

■ Примеры

Определим значение формулы —

$$\forall x((P^2(x, a_1) \& P^2(x, a_2)) \supset P^2(x, y))$$

при условии, что область возможных значений переменных D есть множество целых положительных чисел, константам a_1 и a_2 приписаны соответственно числа 2 и 3, свободной переменной y — значение 6; предикатный символ P^2 имеет в качестве значения отношения «делится». Ясно, что при указанной интерпретации данная формула выражает определенное высказывание: в переводе на русский язык, «Для всякого целого положительного числа x верно, что если оно делится на 2 и на 3, то оно делится на 6». Ясно, что это высказывание и соответственно наша формула истинны. Рассмотрим формулу $\forall x \exists y P^2(y, x)$. Если D — множество людей, P^2 — отец, то она представляет собой высказывание «Для всякого человека x существует человек y такой, что он является отцом первого».

Как уже сказано, полностью интерпретированные формулы языка при учете правил III представляют собой высказывания этого языка, а интерпретированные формулы со свободными переменными — предикаты (знаковые формы

сложных свойств и отношений соответствующей области предметов D). Неинтерпретированные формулы, не содержащие свободных переменных, — суть логические формы высказываний, а со свободными переменными — логические формы предикатов. Однако предикаты могут трактоваться и трактуются в процессах выводов и доказательств, а также в определении отношения логического следования и законов логики как специфические высказывания с какими-то подразумеваемыми значениями переменных, как это делается, например, в записи математических уравнений.

Возможность различных истолкований формул со свободными переменными указывает на существование различных истолкований или, как говорят, различных интерпретаций самих свободных переменных в формулах. Вообще различают три возможных интерпретации свободных переменных в составе формул ЯКЛП.

- 1) Предикатная интерпретация. Она означает, что свободные переменные в формуле рассматриваются как знаки пустых мест в предикате, на которые могут подставляться имена предметов из заданной области D для образования высказываний из предикатов.
- 2) Условная интерпретация.
- 3) Интерпретация всеобщности.

При второй и третьей интерпретации свободных переменных формула, содержащая эти переменные, трактуется как высказывание или логические формы таковых (в зависимости от того, являются они интерпретированными или нет). При условной интерпретации некоторой переменной в нем эта переменная рассматривается как знак какого-то — одного и того же во всех своих вхождениях — предмета из области D . А при интерпретации всеобщности какой-либо переменной она рассматривается как знак любого предмета из области D , но одного и того же во всех своих вхождениях в формулу. Иначе говоря, высказывание со свободными переменными равносильно высказыванию, которое получается из данного посредством связывания всех его свободных переменных, взятых в условной интерпретации, квантором существования, а переменных, рассматриваемых в интерпретации всеобщности, квантором общности. В предыдущем описании семантики мы подразумеваем предикатную интерпретацию свободных переменных. А высказывание, получаемое из предиката, — как результат применения этого предиката к предметам, имена которых подставляются вместо свободных переменных. Однако в дальнейшем, например при анализе понятия следования, формулы со свободными переменными трактуются как высказывания с условной интерпретацией этих переменных.

Подчеркнем еще раз значение интерпретации (совокупность правил I). При наличии правил III, то есть при заданном понима-

нии логических констант, определяющих тип языка, различные интерпретации порождают из заданной синтаксической системы фактически различные языки данного типа (в которых используется каждый раз лишь какая-то часть исходных дескриптивных символов).

В заключение данного раздела, касающегося семантики языка, важно заметить, что хотя правила приписывания значений выражениям языка, составляющих в совокупности эту семантику, ориентированы на приписывание значений в каких-то конкретных случаях, их основное значение состоит в том, что они указывают общие принципы, общие способы превращения формул языка в осмысленные выражения. При таком истолковании указанных правил семантика представляет собой теорию означивания выражений данного языка (которую называют также теорией референции).

■ Упражнения

Для каждой из следующих формул укажите какую-нибудь интерпретацию (область D) значение дескриптивных постоянных, а также значения свободных переменных, при которых соответствующие формулы, соответственно, истинны и такие, при которых они ложны:

а) $\exists x \forall y P^2(x, y)$;

б) $\forall y (P_1^2(y, x) \supset P_3^2(y, a_4))$;

в) $\exists x \forall y A(x, y) \supset \forall y \exists x A(x, y)$;

г) $\exists x \forall y A(x, y) \supset \forall y \exists x A(x, y)$.

Данные выше разъяснения относительно тех смыслов, которые формулы получают при интерпретации, указывают на принципы перевода высказываний языка логики предикатов на естественный язык. Однако в них можно усмотреть решение и обратной задачи — перевод с естественного на язык логики предикатов, хотя здесь требуются и определенные дополнительные разъяснения. Прежде всего они связаны с отсутствием в формулах ЯЛП общих имен. Общие име-

на здесь используются только для характеристики задаваемой каждый раз при выражении некоторого высказывания области D значений предметных переменных. В составе самих формул общие имена — в предложениях обычного языка — заменяются предикаторами. Так, предложение «Все студенты пединститута готовятся стать преподавателями» может быть переведено на язык логики предикатов двояко в зависимости от выбора значений переменных. Мы можем взять в качестве таковой «множество студентов пединститута». Обозначив тогда через P^1 свойство «готовятся стать преподавателями», получим « $\forall x P^1(x)$ ». С учетом заданной области это должно быть прочитано как «всякий студент пединститута x готовится стать преподавателем». Для более полного выражения смысла высказывания можем взять в качестве области «студенты» вообще, а общее имя «студент пединститута» истолковать как предикатор, взяв для него, например, знак (предикатор) S^1 получим $\forall x (S^1(x) \supset P^1(x))$. Предложение звучит теперь так: «Для всякого студента x верно, что если он учится в пединституте, то он готовится стать преподавателем». Высказывание «Некоторые студенты пединститута готовятся стать преподавателями» при том же выборе области D и предикаторов запишется в виде $\exists x (S(x) \& P(x))^1$.

Обратите внимание, когда высказывание предваряет квантор общности (то есть исходное высказывание является общим), то далее используется логическая связка \supset ; в случае, когда таковым является квантор существования (высказывание является частным), то для его записи на ЯЛП употребляется связка $\&$.

Для полной записи предложения «Во всяком государстве имеется город, который является его столицей» напрашивается необходимость ввести предикаторы: государство с аргументом — x (возьмем для обозначения из исходных символов предикатор P^1), город с аргументом — y (обозначим его Q), принадлежит — город y государству x (обозначим R^2) и столица — город y государства x (обозначение S^2). В таком

¹ В дальнейшем, как это обычно делается, будем опускать верхние индексы — указатели местности предикаторов, учитывая, что перечисление следующих за предикаторами аргументов указывает на эту местность предикатора, конечно, при правильно построении формул (что будет предполагаться).

случае возникает трудность с характеристикой области значений переменных x, y . Можно считать, что таковой является множество населенных людьми территорий. Взяв в качестве области D множество таких территорий и используя указанные предикаторы, получим запись нашего суждения в ЯЛП: $\forall x(P(x) \supset (\exists y(Q(y) \& R(y, x) \& S(y, x))))$. Буквальное произнесение его таково: «Для всякой населенной территории x верно, что если x есть государство, то существует населенная территория y , такая, что y — город и y принадлежит государству x , а y есть столица x .

Как мы видели, высказывания естественного языка, подлежащие переводу на ЯЛП, определенным образом стандартизируются, четко выделяются части высказывания: классы или отдельные предметы, о которых нечто утверждается (или отрицается). Если это классы, то выясняется, ко всем предметам класса или лишь к части их относится утверждение или отрицание (соответственно употребляются кванторы общности \forall или существования \exists). И наконец, определяется то, что именно в высказывании утверждается (или отрицается). Примеры таких стандартизаций высказываний естественного языка, осуществленные еще до записи их на ЯЛП, читатель может найти в самом начале данного параграфа.

■ Упражнение

1. Выразите логические формы видов высказываний, приведенных на с. 133.
2. Укажите способ прочтения формул, полученных Вами в упр. 1, на языке логики предикатов.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

Логика предикатов формируется аналогично тому, как это происходит относительно логики высказываний. При наличии определений логических констант — как логики высказываний, так и логики предикатов, — последняя определяется введением понятий логического следования для формул ЯЛП и закона логики предикатов.

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДОВАНИЕ

Как и в логике высказываний, мы говорим, что для высказываний A_0 и B_0 (выраженных теперь в описанном языке логики предикатов), имеет место отношение логического следования $A_0 \models B_0$, если и только если оно имеет место для формул A и B ¹ представляющих собой логические формы указанных высказываний.

Последнее получается из A_0 и B_0 просто отвлечением от имеющихся значений их дескриптивных терминов. При этом возможно, что A_0 или B_0 , а также и то и другое, содержат свободные переменные и трактуются при этом как высказывания с неопределенными истинностными значениями, в которых подразумевается, что каждая свободная переменная имеет какое-то определенное значение (во всех местах, где она встречается в том или ином выводе или доказательстве, или вообще в некотором рассуждении).

Очевидно, что в упомянутых высказываниях со свободными переменными эти переменные имеют условную интерпретацию, которой мы будем придерживаться и в дальнейшем, хотя не исключаем возможность употребления таких высказываний, например в выводах и доказательствах с интерпретацией всеобщности их свободных переменных. Строго говоря, именно условная интерпретация соответствует понятию логического следования. А в случае интерпретации всеобщности при построении выводов и доказательств, требуются особые ограничения.

Отношение следования между формулами $A \models B$ имеет место е. т. е. при любой интерпретации дескриптивных терминов в A и B и при любых приписываниях значений свободным переменным при истинности первого истинно и второе, иначе говоря, ложно первое или истинно второе. Имеется в виду при этом, что, во-первых, если некоторый дескриптивный термин каким-то образом интерпретирован в A , то таким же образом он интерпретирован и в B (конечно, при наличии его в этой формуле), а, во-вторых, всем свободным вхождениям одной и той же переменной в A и B приписывается одно и то же значение.

¹ A и B — метапеременные для формул ЯЛП.

Из множества высказываний Γ_0 следует высказывание B_0 если и только если это отношение имеет место соответственно между множеством формул Γ и B , представляющих собой логические формы упомянутых высказываний. Последнее же отношение $\Gamma \models B$ имеет место, е. т. е. в составе Γ имеется конечное подмножество формул A_1, \dots, A_n ($n \geq 1$) такое, что $(A_1 \& \dots \& A_n) \models B$. Последнее соотношение, как и в логике высказываний, равносильно тому, что из множества высказываний A_1, A_2, \dots, A_n следует B , что в свою очередь указывает на отмеченное ранее — в логике высказываний — свойство отношения следования, состоящее в том, что если некоторое высказывание следует из какого-то множества высказываний, то оно является следствием также любого расширения этого множества.

ЗАКОН ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ

Формула A описанного языка логики предикатов является законом данной логической системы, то есть ($\models A$) е. т. е. при любой ее интерпретации и при любых приписываниях значений ее свободным предметным переменным в заданной области D . Получаемое высказывание является истинным. Законы логики предикатов называются также универсально-общезначимыми формулами логики предикатов.

- Формула A называется общезначимой в некоторой области D е. т. е. она истинна при любых приписываниях значений ее дескриптивным терминам и свободным переменным в этой области D . Формула A называется выполнимой, если она истинна при какой-нибудь интерпретации и при каком-нибудь приписывании значений ее свободным предметным переменным. В противном случае она называется невыполнимой.

Поскольку в язык логики предикатов, как это иногда делается, мы не включаем пропозициональные переменные, никакая формула логики высказываний не является формулой логики предикатов. Однако из любого закона логики высказываний получается закон логики предикатов при подстановке вместо пропозициональных переменных любых формул логики предикатов (при замене каждого вхождения какой-нибудь пропозициональной переменной одной и той же

формулой логики предикатов; хотя не исключается при этом замена разных пропозициональных переменных одной и той же формулой логики предикатов).

Так же, как и в логике высказываний, здесь введением указанных понятий — законов логики предикатов и логического следования — в сочетании с определениями логических констант задается бесконечное множество случаев отношения логического следования и бесконечное множество законов логики. Однако в отличие от логики высказываний мы не имеем теперь общих процедур для решения вопросов о том, имеет ли место отношение логического следования между множеством формул Γ и формулой B (или между двумя формулами A и B) и является ли некоторая формула A законом логики. Эта специфика логики предикатов характеризуется как **неразрешимость** этой теории относительно универсальной общезначимости формул. Эта ограниченность наших возможностей здесь является платой за отказ от принимаемых в логике высказываний абстракций относительно структур некоторых высказываний.

Как и в логике высказываний, мы имеем здесь связь между отношением следования и законами логики. Она позволяет сводить вопрос о наличии или отсутствии отношения следования для конечных множеств формул к вопросу о том, является ли некоторая формула универсально общезначимой. Имеется в виду связь

$$A_1, \dots, A_n \models B \text{ е. т. е. } \models (A_1 \supset (A_2 \supset (A_2 \supset \dots (A_n \supset B) \dots)));$$

последняя же, как мы видели раньше, равносильна $\models ((A_1 \& A_2 \& \dots \& A_n) \supset B)$ — при любой расстановке скобок в конъюнкции согласно правилам построения формул.

В связи с отмеченной неразрешимостью логики предикатов особое значение приобретает здесь формализация понятий следования и закона логики посредством построения логических исчислений. Именно исчисление дает возможность во многих случаях синтаксическим образом решать вопрос, является ли некоторая формула законом, или соответственно есть ли некоторое отношение следования, когда мы не можем решить этот вопрос посредством семантического анализа. Для логики высказываний исчисление высказываний, вообще говоря, не является необходимым. Оно скорее нужно как часть логического исчисления для формул ЯЛП.

ИСЧИСЛЕНИЕ ПРЕДИКАТОВ

В основе исчисления предикатов лежит язык логики предикатов. В остальном оно является расширением исчисления высказываний.

Аксиоматическую систему исчисления предикатов мы получим, добавив к перечисленным выше схемам аксиоматического исчисления высказываний (имея в виду, конечно, переход к языку логики предикатов) следующие четыре схемы и одно правило:

1. $\forall x A(x) \supset A(t)$ — схема $\forall_{И}$.
2. $A(t) \supset \exists x A(x)$ — схема \exists_B .
3. $\forall x (B \supset C(x)) \supset (B \supset \forall x C(x))$ — схема введения \forall в консеквент.
4. $\forall x (C(x) \supset B) \supset (\exists x C(x) \supset B)$ — схема введения \exists в антецедент.

$A(t)$ — результат правильной подстановки терма t вместо x в $A(x)$; B — не содержит x свободно.

Правило \forall_B (правило введения квантора общности, иное название: правило обобщения): $\frac{A(t)}{\forall x A}$ (из A непосредственно выводимо $\forall x A$).

Формально мы сохраняем прежнее определение вывода и доказательства (ясно, что, по существу, изменение состоит в том, что теперь могут использоваться новые аксиомы и новое правило), однако, если мы хотим, чтобы отношение формальной выводимости было аналогом семантического понятия следования, необходимо ограничить применение \forall_B : оно может применяться к некоторой формуле $A(x)$ для обобщения лишь по таким переменным x , которые не содержатся свободно в допущениях, от которых зависит эта формула. Чтобы смысл этого ограничения был ясным, мы должны определить понятие зависимости некоторой формулы вывода от допущений (гипотез). Везде в дальнейшем будем иметь в виду выводы с анализом (то есть обоснованием каждого его шага ссылками либо на принадлежность формулы этого шага к множеству взятых гипотез или аксиом системы, либо

на формулы, из которых она получается, и используемые при этом правила).

Формула B данного вывода зависит от некоторого допущения A , если и только если: а) она есть само допущение A ; б) получается из некоторых формул по правилам системы (из $C \supset B$ и C по м. р. или из C по \forall_B), какая-нибудь из которых зависит от A . Более простым образом понятие зависимости разъясняется в описываемой далее системе натурального вывода, значительно проще осуществляются там сами выводы и доказательства.

НАТУРАЛЬНАЯ СИСТЕМА ИСЧИСЛЕНИЯ ПРЕДИКАТОВ

Постулатами системы (исходными правилами) являются все правила натуральной системы исчисления высказываний и правила для кванторов. Как и раньше, мы используем понятие зависимости формул в выводах от имеющих в выводах допущений; точнее говоря, это понятие, определенное ранее для исчисления высказываний, расширяется в формулировках правил для кванторов.

Правила вывода для выражений с кванторами:

$$\forall_B: \frac{A[\Gamma]}{\forall x A[\Gamma]}$$

при условии, что никакое допущение из Γ не содержит x свободно;

$$\forall_{и}: \frac{\forall x A(x)[\Gamma]}{A(t)[\Gamma]}$$

результат правильной подстановки термина t вместо x в $A(x)$;

$$\exists_B: \frac{A(t)[\Gamma]}{\exists x A(x)[\Gamma]}$$

$$\exists_{и}: \frac{B[\Gamma, A(x)]}{B[\Gamma, \exists x A(x)]}$$

здесь $\exists x A(x)$ — имеющееся в выводе допущение, а B и никакое допущение из Γ не содержат x свободно¹.

¹ В других системах — без характеристик зависимости — это правило формулируется в виде явно непрямого: $\frac{\Gamma, A(x) \vdash B}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash B}$, оно позволяет вместо вывода B из допущений $\Gamma, \exists x Ax$ заключать о наличии нужной здесь выводимости на основании вспомогательного вывода, представляющего выводимость $\Gamma, A(x) \vdash B$, что значительно проще. Ситуация здесь аналогична той, что связана с правилом $\forall_{и}$.

Понятие вывода и доказательства остаются формально теми же, которые были сформулированы в исчислении высказываний, разница лишь в том, что при ссылке на правила вывода теперь имеются в виду и вновь введенные правила для выражений с кванторами. К числу указанных в предыдущем параграфе эвристических принципов введения допущений может быть добавлен еще один.

Если в выводе получена формула $\exists x A(x)$ и нужно вывести B , не выводимую непосредственно из имеющихся формул, вводим допущение $A(x)$, применяя способ рассуждения согласно $\exists_{И}$.

Рассмотрим несколько примеров выводов.

Схема доказательства формул вида: $\neg \exists x A(x) \supset \forall x \neg A(x)$:

- + 1. $\neg \exists x A(x)$ [1].
- + 2. $A(x)$ [2].
- 3. $\exists x A(x)$ [2] — из 2, \exists_B .
- 4. $\neg A(x)$ [1] — из 1, 3, \neg_B .
- 5. $\forall x \neg A(x)$ [1] — из 4, \forall_B .
- 6. $\neg \exists x A(x) \supset \forall x \neg A(x)$ [-] — из 5, \supset_B .

Схемы доказательств рассмотренных в аксиоматической системе аксиом «введения \forall в консеквент» и «введения \exists в антецедент»:

Предполагается, что A не содержит x свободно.

- + 1. $\forall x (A \supset B(x))$ [1].
 - + 2. A [2].
 - 3. $A \supset B(x)$ [1] — из 1, $\forall_{И}$.
 - 4. $B(x)$ [1, 2] — из 3 и 2, $\supset_{И}$.
 - 5. $\forall x B(x)$ [1, 2] — из 4, \forall_B .
 - 6. $A \supset \forall x B(x)$ [1] — из 5, \supset_B .
 - 7. $\forall x (A \supset B(x)) \supset (A \supset \forall x B(x))$ [-] — из 6, \supset_B .
-
- + 1. $\forall x (B(x) \supset A)$ [1].
 - + 2. $\exists x B(x)$ [2].
 - + 3. $B(x)$ [3].
 - 4. $B(x) \supset A$ [1] — из 1, $\forall_{И}$.
 - 5. A [1, 3] — из 3, 4, \supset_B .
 - 6. A [1, 2] — из 5, $\exists_{И}$.
 - 7. $\exists x B(x) \supset A$ [1] — из 6, \supset_B .
 - 8. $\forall x (B(x) \supset A) \supset (\exists x B(x) \supset A)$ — из 7, \supset_B .

Сформулированное здесь исчисление, как и приведенная выше аксиоматическая система исчисления предикатов, представляет собой адекватную формализацию понятий логического следования и закона логики. Это значит, что для них справедливы теоремы:

$$\Gamma \models B \text{ е. т. е. } \Gamma \vdash B \text{ и } \models A \text{ е. т. е. } \vdash A.$$

В заключение параграфа в дополнение к ранее сформулированным эквивалентностям языка логики высказываний приведем схемы наиболее важных законов логики, относящихся к языку логики предикатов, которые читатель может использовать также в качестве упражнений для выводов и доказательств:

I. Взаимовыразимость кванторов:

$$1. \forall x A(x) \sim \neg \exists x \neg A(x). \quad 2. \exists x A(x) \sim \neg \forall x \neg A(x).$$

II. Законы образования контрадикторной противоположности:

$$1. \neg \forall x A(x) \sim \exists x \neg A(x). \quad 2. \neg \exists x A(x) \sim \forall x \neg A(x).$$

III. Законы пронесения кванторов:

1. $((\forall x A(x) \& \forall x B(x)) \sim \forall x (A(x) \& B(x)))$.
2. $((\exists x A(x) \vee \exists x B(x)) \sim \exists x (A(x) \vee B(x)))$.
3. $(\exists x (A(x) \& B(x)) \supset (\exists x A(x) \& \exists x B(x)))$.
4. $((\forall x A(x) \vee \forall x B(x)) \supset \forall x (A(x) \vee B(x)))$.
5. $(\forall x (A \vee B(x)) \sim (A \vee \forall x B(x)))$, если x не свободна в A .
6. $(\exists x (A \& B(x)) \sim (A \& \exists x B(x)))$, если x не свободна в A .
7. $(\forall x (A(x) \supset B(x)) \supset (\forall x A(x) \supset \forall x B(x)))$.

IV. Перестановка кванторов

1. $\forall x \forall y A(x, y) \sim \forall y \forall x A(x, y)$.
2. $\exists x \exists y A(x, y) \sim \exists y \exists x A(x, y)$.
3. $\exists x \forall y A(x, y) \supset \forall y \exists x A(x, y)$.

V. Исключение квантора общности и введение квантора существования.

1. $\forall x A(x) \supset A(t)$.
2. $A(t) \supset \exists x A(x)$.

В обоих случаях $A(t)$ есть результат правильной подстановки терма t вместо x в $A(x)$.

VI. Законы устранения вырожденных кванторов.

1. $\forall x A \sim A$.
2. $\exists x A \sim A$, где A не содержит x свободно.

VII. Связь кванторов \forall и \exists .

$$\forall x A(x) \supset \exists x A(x).$$

Ясно, что приведенные эквивалентности также могут быть использованы в рассуждениях посредством эквивалентных преобразований (см. § 10).

Пример эквивалентных преобразований формулы

$$\forall x (P(x) \supset \neg Q(x)) \supset \neg \exists x (P(x) \& Q(x)).$$

с использованием некоторых из указанных в этом и предыдущем параграфе схем эквивалентностей:

$$\begin{aligned} & \forall x (P(x) \supset \neg Q(x)) \quad \supset \neg \exists x (P(x) \& Q(x)) \equiv \\ \equiv & \neg \forall x (P(x) \supset \neg Q(x)) \quad \vee \neg \exists x (P(x) \& Q(x)) \equiv \\ \equiv & \exists x \neg (P(x) \supset \neg Q(x)) \quad \vee \neg \exists x (P(x) \& Q(x)) \equiv \\ \equiv & \exists x (P(x) \& \neg \neg Q(x)) \quad \vee \neg \exists x (P(x) \& Q(x)) \equiv \\ \equiv & \exists x (P(x) \& Q(x)) \quad \vee \neg \exists x (P(x) \& Q(x)) \equiv \\ \equiv & \exists x (P(x) \& Q(x)) \quad \vee \forall x \neg (P(x) \& Q(x)) \equiv \\ \equiv & \exists x (P(x) \& Q(x)) \quad \vee \forall x (\neg P(x) \vee \neg Q(x)). \end{aligned}$$

■ Упражнение

Укажите эквивалентности, применяемые на каждом шаге преобразований в вышеприведенном примере.

Разработанный в современной символической логике метод построения логических исчислений является важнейшим ее результатом. Его теоретическая и практическая значимость состоит в том, что благодаря ему возникает возможность доказательства любой формулы, представляющей закон логики, из бесконечного множества таких формул, а также осуществлять соответствующий вывод для любого случая — опять-таки из бесконечного множества случаев — от-

ношения логического следования. В основе логических исчислений, как мы видели, лежат специальные логические языки. Наряду с рассмотренными выше возможностями использования этих языков для решения многих логических вопросов, и в первую очередь для точного определения основных понятий логики (логическое следование и закон логики), следует заметить, что в этих языках имеются, по существу, точные понятия логической формы и логического содержания мыслей, которые мы используем в дальнейшем.

■ Упражнения

Постройте доказательства следующих формул:

а) $\neg \forall x A(x) \supset \exists x \neg A(x)$;

б) $\forall x (A(x) \supset B(x)) \supset (\forall x A(x) \supset \forall x B(x))$;

в) $\exists x A(x) \supset \neg \forall x \neg A(x)$;

г) $\exists x \neg A(x) \supset \neg \forall x A(x)$;

д) $\forall x \forall y A(x, y) \supset \forall y \forall x A(x, y)$.

ТИПЫ ОБЪЕКТОВ ПОЗНАНИЯ И ИХ ВОЗМОЖНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

§ 12. Возможные объекты познания (предметы мысли)

Мы уже отмечали, что в каком-то смысле многообразие предметов познания шире, чем многообразие предметов действительности. Неумение правильно оперировать с предметами мысли и неумение различать предметы разных типов может приводить к нелепым рассуждениям типа: «Человек произошел от обезьяны. Н. — человек, следовательно, Н. произошел от обезьяны», или «Иванов — токарь, токарь — не слесарь, значит, Иванов — не токарь».

Относительно объектов познания читателю следует вспомнить то, что было сказано о предметных значениях знаков, в особенности, о предметных значениях единичных и общих имен (5 и 6 гл. II). Напомним, что предметами познания могут быть не только вещи, явления, процессы реального мира, но и их свойства, отношения, а также воображаемые объекты, продукты мыслительной деятельности и т. д., и т. п. Предметом в широком смысле слова, как мы помним, является все, что обозначено именем. Давая чему-либо имя, мы превращаем его в предмет мысли. Именем же можно обозначить все, что обладает некоторой качественной определенностью, то есть имеет какие-то характеристики или их совокупности, отличающие это нечто от всякого другого и позволяющие мысленно или, по крайней мере, чувственным образом выделить его и рассуждать о нем. Разнообразие объектов, как возможных предметов мысли, можно, по-видимому, свести к следующим основным видам:

Во-первых, мы делим их на эмпирические и теоретические в зависимости от того, каким образом, за счет какого источника познания (орган чувств или мысленно-интеллектуальная деятельность) они вводятся в состав нашего знания.

Эмпирические объекты познания — это реальные, чувственно-воспринимаемые, наблюдаемые предметы действительности.

Как объекты теории — это результаты наблюдения и вообще чувственной деятельности, хотя, как мы уже говорили, при характеристике эмпирического уровня познания они могут быть уже в той или иной степени «обработаны» нашим мышлением. Сюда относятся:

1. ВЕЩИ — индивиды (люди, реки, минералы), системы объектов (созвездия, планетные системы), более или менее цельные ситуации (противостояние планет, те или иные взаиморасположения планет, сезонные состояния природы и т. п.).

2. СОБЫТИЯ (явления) — гром, молния, солнечное затмение и т. п.

3. ПРОЦЕССЫ — испарение, похолодание, рассвет, перемещение материков и т. д.

Это различие, конечно, является примерным.

Эмпирические объекты познания иногда характеризуют как наблюдаемые объекты, а обозначающие их термины — как термины наблюдения.

Источником появления теоретических объектов познания является наша мыслительная деятельность.

К теоретическим объектам познания относятся:

1. Реальные — по крайней мере по предположению при их введении — объекты, то есть объекты, которые вводятся мышлением при построении объяснительных теорий. Объясняя, например, тепловые явления, химические превращения, излучение или поглощение света, процессы и явления, связанные с изменением агрегатных состояний тел, и другие явления в области физики макротел, вводятся такие объекты, как молекулы, а затем и атомы (особенно при объяснении химических взаимодействий), далее — электроны и атомные ядра, нейтроны, протоны и т. д. Эти объекты, по крайней мере до некоторых пор в развитии теории, имеют гипотетический характер. Иногда оказывается, что какие-то

из них не существуют в действительности и исключаются из сферы теории (флогистон, теплород, жизненная сила и т. п.).

2. А б с т р а к т н ы е о б ъ е к т ы — два основных вида:

а) объекты, возникающие в познании при интенциональном употреблении имен (см. § 8);

б) объекты, представляющие собой некоторые свойства или отношения (характеристики вообще) предметов действительности, превращенные в самостоятельные предметы мысли, — результаты и з о л и р у ю щ е г о а б с т р а г и р о в а н и я (упругость, электропроводность, теплопроводность и теплопроводность меди, вращение и вращение Земли, любовь, дружба, красота, числа, геометрические фигуры и т. д.).

ЗАМЕЧАНИЕ. Обратим внимание на одно широко распространенное в философии недоразумение. Утверждают часто, что объектами научного познания никогда не являются реальные приметы действительности. Даже в тех случаях, когда, по-видимому, мы изучаем реальные предметы действительности (животные, растения, металлы), мы фактически имеем дело в теории уже с результатами определенной логической обработки этих предметов. И утверждения науки относятся к этим так называемым абстрактным объектам. В этом случае не различают: 1) КАК мы можем оперировать объектами в процессе познания и то, 2) ЧТО является объектами нашего изучения.

Пользуясь языком как средством познания, обозначая предметы и их свойства и отношения посредством знаков языка, мы определенным образом огрубляем их, поднимаем их, как выразился А. И. Герцен, из сферы частных в сферу всеобщностей. Обобщая предметы в понятиях уже даже на эмпирическом уровне познания, мы представляем их (опять-таки в языке) в той или иной мере абстрактно, обобщаем их лишь по тем или иным общим для предметов некоторого класса признакам, отвлекаясь от имеющихся в этом классе различий (см § 15). В этом смысле мы всегда, конечно, имеем дело не с конкретными предметами (во всей совокупности их признаков). Но данные представления предметов в языке являются лишь необходимым средством представления конкретных, реальных предметов действительности. И конечно, когда мы говорим, например, что все люди нуждаются в пище, пользуясь общим понятием человека, в котором все люди определенным образом отождествляются, — мы говорим не об этих абстрактных людях, а о реальных — существующих в пространстве и времени: в пище нуждаются не абстрактные, а конкретные, живые люди!

Итак, в этом разделе мы говорим об объектах познания и лишь некоторые из них действительно являются абстрактными.

3. Идеализированные объекты познания — результаты определенного типа мысленной «обработки» предметов реальной действительности — идеализации (абсолютно черное тело, идеальный газ, абсолютно упругое тело и т. п.). Мысленная «обработка» состоит здесь в том, что мы наделяем реально существующие предметы некоторыми свойствами, которых они в действительности не имеют (тело, поглощающее все падающие на него лучи — абсолютно черное тело), или лишаем их некоторых свойств, которыми они обладают в действительности (тело, абсолютно не проводящее электрический ток). Впрочем, «лишение» и «наделение» — обычно операции относительные: лишение предмета одного свойства означает наделение его другим и наоборот (абсолютно гладкая плоскость — то же, что плоскость не вызывающая трения; тело, поглощающее все лучи — тело, не отражающее никаких лучей, и т. д.).

Существуют объекты, которые одновременно являются и абстрактными и в то же время идеализированными объектами познания — таковы, например, геометрические фигуры, как они мыслятся в геометрии. Чтобы представить себе, насколько широк круг идеализированных объектов в познании и даже в повседневной практике вспомните о том, как мы идеализируем наших друзей и любимых, об идеализации событий и фактов истории и т. д.

Особый вид идеализированных объектов составляют классы, множества как предметы мысли. В реальной действительности класс тех или иных предметов, например, металлов, растений, животных — это совокупности в каком-то отношении качественно-однородных предметов, существующих в разных местах, в разное время, обычно с постоянно изменяющимся составом. Превращая их в предметы мысли, мы мысленно «собираем» их в нечто единое, в единую совокупность как бы одновременно и в одном месте существующих предметов. Но существующих отдельно и независимо друг от друга. Когда же предполагается какая-то связь между предметами множества, таких, например, как семья, футбольная команда, производственный коллектив, — тогда такое множество называется агрегатом.

4. Идеальные объекты познания — результаты творческой деятельности мышления, не имеющие образов в действительности.

Выделяются два вида идеальных объектов:

А. Мысли, знания, информация. Они имеют, безусловно, некоторые прообразы в действительности по содержанию, поскольку в них воспроизводятся какие-то аспекты действительности, но не имеют прообразов как особого рода объекты познания.

Идеальными считают иногда также и формы, приемы познания. Точнее, их скорее надо относить к числу абстрактных объектов, хотя бы потому, что они не являются, как правило, продуктами нашего мышления.

Абстрактные и идеальные, идеальные и идеализированные объекты обычно вообще не различают, называя все их идеальными. Нужно признать, что различие этих видов, как впрочем и разграничение видов предметов в реальной действительности — отнюдь не всегда теоретически простая задача. Часто существенно лишь само знание о существовании объектов качественно различных типов.

Б. Объекты играющие чисто инструментальную роль в познании — системы координат, тензоры, векторы, параллели, меридианы и т. п.

В данном случае мы говорим здесь о них как об объектах познания в том смысле, что имеем дело с ними в процессе познания (хотя они могут быть и в ряде случаев являются также объектами изучения).

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ ПОЗНАНИЯ И ВОПРОС О НЕПУСТОТЕ ТЕРМИНОВ

Проблема, которая здесь имеется в виду, относится к абстрактным, идеализированным и особенно к идеальным объектам. Она заключается в вопросе о том, имеют ли обозначающие их термины предметные значения, то есть являются ли они пустыми или не являются таковыми? Вопрос возникает в силу именно того, что идеальные объекты не имеют даже прообразов в действительности, абстрактные не существуют как самостоятельные, идеализированные не существуют как таковые. Мы обращаемся здесь к этому вопросу потому, что нередко можно встретить мнение о том, что именно в этих случаях мы имеем дело с пустыми терминами. Однако мы уже раньше говорили о том, что пустые терми-

ны характеризуются тем, что высказывания, содержащие их, по крайней мере, в качестве логических подлежащих, лишены реального содержания: они не истинны и не ложны и, значит, не являются осмысленными¹. Однако, вводя в свои теории объекты указанных типов, ученые в каждом случае определяют критерии истинности или ложности содержащих их высказываний. Установление таких критериев для абстрактных объектов не представляет обычно особых сложностей. Для идеализированных тем более, поскольку суждения, относящиеся к идеализированным объектам, — это случаи более или менее точного, приблизительного знания о реальных предметах действительности. Что касается идеальных, то активность нашего познания и специфика отражения мира в мышлении в связи с этими объектами доходят до того, что они часто включаются даже в число реальных предметов действительности. Примерами этого могут служить суждения «Полярная звезда находится в одной из точек пересечения небесной оси с небесной сферой», «Москва находится между 54 и 55 параллелями северной широты» и т. п. Таким образом, рассматриваемые термины отнюдь не являются, конечно, пустыми. И очевидно, что истинность таких утверждений нетрудно установить, зная, например, где «проходят» на Земном шаре соответствующие параллели.

Но истинность таких высказываний в проективной геометрии, что две параллельные прямые пересекаются в бесконечно удаленной точке и что через две бесконечно удаленные точки можно про-

¹ Исключения составляют так называемые экзистенциальные высказывания, в которых утверждается существование или несуществование, возможность или невозможность тех или иных объектов (см. § 29). Указанное мнение о неосмысленности высказываний с пустыми терминами в качестве логических подлежащих, разделяют не все логики. Существуют даже логически-дедуктивные теории, так называемые свободные логики (логики, свободные от экзистенциальных допущений), в которых допускаются высказывания (и выводы из них) именно с пустыми терминами и относящиеся к пустым областям предметов.

Поскольку возможны вообще рассуждения, оторванные от реальной деятельности, постольку имеет некоторое теоретическое значение и описание их. Но по существу — это рассуждения, которые рождают лишь одни словосочетания из других. Они бесполезны как практически, так и теоретически.

Иного рода системы представляют, например, так называемые силлогистические теории, в которых суждения с пустыми терминалами допускаются наряду с обычными. При этом, стремясь придать таким суждениям некоторую осмысленность, сами авторы систем вводят конвенциональным образом те или иные критерии их истинности (см. § 36).

вести единственную прямую, а именно бесконечно удаленную, — это уже конвенциональные истины (то есть истины, принимаемые по соглашению). Однако конвенция в составе системы утверждений и в соответствии с этой системой — это не просто произвол. А инструментальная роль таких идеальных объектов как бесконечно удаленные точки и бесконечно удаленная прямая состоит в проективной геометрии лишь в том, чтобы придать общность основным утверждениям этой геометрии.

Это нужно для того, в частности, чтобы избежать таких, например, оговорок для обычной евклидовой геометрии, что общую точку имеют любые две прямые на плоскости кроме параллельных. Аналогична инструментальная роль таких идеальных объектов теории чисел и алгебры как мнимое число и комплексное число.

§ 13. Понятие признака. Виды признаков

Наряду с множеством возможных предметов мысли существует также множество способов их мысленного выделения, обусловленное многообразием их возможных характеристик. Речь идет прежде всего о некотором многообразии типов возможных характеристик предметов или, как их принято называть в логике, типов признаков предметов. Знание этих типов позволяет, во-первых, уяснить многообразие мысленных способов выделения предметов (результатами такого выделения являются понятия), а, во-вторых, оно весьма существенно для понимания смыслов высказываний (суждений) о предметах.

Признаками в логике называют любые возможные характеристики предметов, все, что можно высказать о предмете. В объектной действительности это все то, в чем одни предметы сходны между собой, другие — различны. Сходство и различие предметов в самой действительности служат объектным основанием для отождествления и различения их по соответствующим признакам в процессе познания. Признаком может быть наличие или отсутствие у предмета того или иного качества, свойства, состояния и т. п. или отношения предмета к другим предметам. Так, признаками металлов являются их кристалличность (качество), хорошая электропроводность (свойство), а также то, что они не явля-

ются сложными веществами (отсутствие качества); признаком Парижа является наличие у него такого отношения (к Франции как государству) как «быть столицей», а одним из признаков Лиона — отсутствие такого отношения.

Качественная определенность вещей позволяет характеризовать их как некоторые системы признаков и мысленно выделять их таким образом, отличая от всего остального. Каждый читатель без труда может, очевидно, указать множество характеристик своих друзей и известных ему предметов, и при этом он заметит, что иногда характеристики сводятся к наличию каких-то черт, а иногда — к их отсутствию. В качестве упражнения предлагается здесь осуществить подобную процедуру хотя бы по отношению к самому себе, как наиболее знакомому для читателя предмету.

В истории философии и логики постоянно предпринимались попытки выделения основных типов возможных характеристик объектов. Аристотель, например, усматривал 10 типов таких характеристик, которые называл категориями, а также предикабиями: сущность или субстанция (человек, лошадь); количество (в два локтя); качество (белое); отношение (двойное, большее); место (на площади, в Ликее); время (вчера); положение (лежит, сидит); состояние (обут); действие (разрезает); страдание (разрезается). Однако столь детальная дифференциация признаков едва ли необходима. Перечень их у Аристотеля является к тому же неполным.

В современной логике все указанные характеристики, как и все другие характеристики отдельного предмета, обобщенно называют *с в о й с т в а м и*. Свойства, в данном широком смысле, то же самое, что признак, когда речь идет о характеристиках именно отдельных предметов. Оно отличается от отношения, представляющего собой характеристику (признак) не отдельного предмета, а характеристику некоторых систем — пар, троек, четверок, вообще, *n*-ок предметов. Таковы отношения «брат», «отец», «сын», «находится между», «параллельный» и т. п. Конечно, у читателя должен возникнуть вопрос, как же определить, что такое свойство и что такое отношение? Ответ на этот вопрос можно дать, указав специфику представляющих их знаковых форм. Знаками свойств — в указанном широком смысле — являются *о д н о м е с т н ы е п р е д и к а т ы*. В формализованном языке — это вы-

сказывательные формы с одной свободной переменной¹, то есть выражение типа: «город (x)», «твердый (x)», «электропроводник (x)», « \neg электропроводник (x)», « $\exists y$ отец (x, y)» (свойство быть отцом кого-то). В естественном языке формы такого рода специально не выделяются, что затрудняет его применение для логического анализа. Однако при желании их можно выделить, употребляя общие имена вместо специальных символов для переменных, при этом иногда с числовыми индексами для экземплификации предметов: «населенный пункт есть город», «человек₁ (мужчина), отец какого-то человека₂» и т. п. Знаками отношений являются многоместные (двух-, трех- и т. д. — местные) предикаты, то есть высказывательные формы более чем с одной свободной переменной. Например, «столица (x, y)», «мать (x, y)», «отец (x, y)», «находится между (x, y, z)» (« x находится между y и z »).

В пределах введенного обобщенного понятия свойства полезно теперь выделить некоторые виды характеристик отдельных предметов (признаков данных предметов или, что то же, свойств предметов в широком смысле этого слова). Мы разделим при этом признаки отдельных предметов на простые и сложные, а простые в свою очередь на положительные и отрицательные, атрибутивные и реляционные, пропозициональные и предметно-функциональные. Среди последних — выделим также характеристики качественного и количественного типа.

Простые и сложные признаки различаются по форме представляющих их предикатов. Простыми назовем такие признаки, знаки которых (предикаты) не содержат логических констант: $\&$, \vee , \supset .

В противном случае, признак называется сложным, например: «студент (x) $\&$ живет (x , Москва)» — человек является студентом и живет в Москве; «делится ($x, 2$) $\vee \neg$ четно

¹ Следует различать предикаты и предикаторы. Последние являются составными частями предикатов (см. § 1, гл. III).

Ранее, в § 6 гл. II, мы характеризовали сами предикаторы как знаки характеристик (свойств и отношений) предметов, а также знаки предметных функторов (характеристик предметно-функционального типа). Там имелись в виду характеристики общего плана — без соотнесения их к определенным предметам. Здесь же рассматриваются типы характеристик именно определенных, отдельных, данных предметов, и таким образом, — конкретные формы таких применений. Все эти формы, как видно из рассматриваемой классификации, представляют собой одноместные предикаты.

(x)» — число делится на 2 или не является четным. Ясно, что составляющие приведенных выражений являются простыми признаками (свойствами).

Дальнейшее деление признаков отдельных предметов осуществляется лишь для простых признаков.

Также по форме предикатов, представляющих простые признаки, делим их на положительные и отрицательные. Признак называется положительным, если представляющий его предикат не содержит знаков отрицания (или содержит четное число таковых¹). В противном случае — при наличии нечетного числа отрицаний — признак называется отрицательным. Например, « $\exists y$ столица (x, y)», (где область значений x — города, а y — государства) — положительный признак; в естественном языке — «город является столицей некоторого государства». « $\neg \exists y$ столица (x, y)» («город не является столицей какого-либо государства») — отрицательный признак.

Важное значение в процессе познания имеет различение атрибутивных и реляционных свойств (признаков). Первые представляют собой характеристики предметов самих по себе, например, «является человеком», «жидкий», «способный», «неспособный» и т. п. Реляционные свойства указывают на наличие или отсутствие отношения данного предмета к каким-то другим предметам: «столица (x , Кубы)», « $\exists x, \exists y$ столица (x, y)» («город является столицей Кубы», «город является столицей какого-нибудь государства»). Нетрудно заметить, что одноместный предикат, который представляет реляционное свойство, образуется из многоместного — в последних двух случаях из предиката «столица (x, y)²».

¹ По закону логики — согласно которому $\neg \neg A$ эквивалентно A — при наличии четного числа отрицаний в предикате все они могут быть исключены. А при наличии нечетного числа отрицаний можно исключить все, кроме одного.

² Из предиката с некоторым числом мест более одного образуется предикат с меньшим числом мест посредством устранения каких-то его свободных переменных. Устранить некоторую свободную переменную можно, либо связывая ее каким-то из кванторов, либо подставляя на места всех ее свободных вхождений в формулу имя какого-то предмета из области значений этой переменной (постоянного термина — термина, не содержащего переменных). Из одноместного предиката таким образом получается высказывание (высказывание характеризуется иногда как ноль-местные предикаты).

Таким образом, реляционное свойство образуется всегда из некоторого отношения.

В другом плане, в зависимости от того, использованы ли для образования свойств пропозициональные или предметно-функциональные характеристики (6, гл. II), мы получаем соответствующие им характеристики отдельных предметов и формы предикатов. Употребляя, например, предикаторы «логичный», «научный» (то есть характеристики пропозиционального типа) можем образовать предикаты (признаки, свойства): «логично (x)» (где область значений x — рассуждения; в естественном языке — «рассуждение логично»); «научно (x)» (возможные значения x — утверждения; в естественном языке — «утверждение научно»). Читателю рекомендуется просмотреть примеры всех предшествующих делений понятия признака для того, чтобы убедиться, что все они относятся к числу характеристик пропозиционального вида, то есть все они образованы из предикаторов — знаков свойств и отношений.

Используя теперь предметно-функциональные характеристики (знаки, представляющие собой предметные функторы), например, «возраст» и «темперамент», получаем предикаты: «= (возраст (x), 17 лет)»; «= (темперамент (x), флегматик)». Область x во всех случаях — люди. В естественном языке соответственно: «Возраст человека равен 17 годам», «по темпераменту человек относится к флегматикам». Обратите внимание, что предикаты, образованные из предметно-функциональных характеристик, представляют реляционные свойства. Все они образованы в конечном счете из двухместных предикаторов «больше», «меньше», «равно».

■ Упражнение

Образуйте простые одноместные предикаты, положительные и отрицательные, используя предметные функторы: пол, профессия, образование, местожительство, память (у человека), внимание, национальность, способность, рост, талант, партийность.

Здесь мы подошли к важному различению признаков: а именно к разделению признаков на такие, которые представляют собой качественные характеристики предметов и те, что являются количественными характеристиками предметов. Эти различения имеют существенное значение в философии. В учении о диалектике развития есть даже специальный закон «перехода количественных изменений в качественные», согласно которому всякое качественное изменение является результатом некоторого количественного изменения.

Количественные характеристики представляют предикаты, образованные из предметных функторов, значения которых допускают сравнения типа: «больше», «меньше», «равно». Это значит, соответствующие этим характеристикам предикаты образованы посредством любого из этих отношений. При этом значения количественных предметных функторов могут быть, и обычно являются, числа с некоторой размерностью или некоторые градации (степени) типа: средний, высокий, низкий — для характеристик роста, температуры; высокая, низкая — для скоростей и т. п. Характеристики такого типа употребляются, в частности, в тех случаях, когда для значений соответствующих функторов не разработана (или не применима по тем или иным причинам) процедура измерения. Когда процедура разработана, функтор становится числовым. Функторы, представляющие количественные характеристики предметов, называются величинами.

Таким образом, признаки, представляющие собой количественные характеристики предметов, образуются с использованием предметных функторов — величин (наряду с предикаторами «больше», «меньше», «равно»). Все другие, то есть не количественные характеристики, в том числе и пропозициональные, называются *качественными*. Термины, представляющие собой величины, фиксируют и обобщенно представляют такие именно стороны предметов, относительно которых возможны указанные выше сравнения «больше», «меньше», «равно». Тогда как значения предметно-функциональных терминов другого типа (национальность, образование, пол, агрегатное состояние и т. п.) таковы, что о них можно говорить только, что какой-то предмет обладает или не обладает этим свойством: человек — москвич или не москвич; мужчина или не мужчина; образование

у него высшее или не высшее. Аналогичным образом обстоит дело относительно тех характеристик предметов, которые обозначают предикаторы: любая плоская, замкнутая фигура является квадратом или не является им; дерево является хвойным или не является хвойным.

В философии среди качественных характеристик, которые представляют предикаторы, выделяют качества, свойства (в узком смысле этого слова) и отношения. В последнем случае имеется в виду отношение как реляционное свойство, то есть отношение не между какими-то предметами, а отношение данного предмета к каким-то предметам.

Качеством называют нечто, присущее предмету самому по себе (хотя оно возникло, возможно, в связи с другими предметами). Качеством некоторого предмета является то, что он представляет собой металл, дерево, жидкость и т. п., а также то, что он имеет кристаллическое строение, что в его составе имеются свободные электроны (как у металлов). Свойство есть проявление некоторого качества во взаимодействии предмета с какими-либо другими предметами. Так, наличие кристаллического строения у какого-либо вещества, то есть качества, проявляется при нагревании в том, что это вещество имеет определенную температуру плавления. Наличие свободных электронов при наличии электрического поля проявляется в том, что в веществе появляется электрический ток (поток электронов). Таким образом, наличие у вещества определенной температуры плавления, хорошая его электропроводность — это свойства. Точно так же цвет предмета есть его свойство, представляющее собой проявление некоторого качества отражающей способности поверхности предмета, то есть проявляющееся во взаимодействии со световыми лучами. Качество иногда характеризуют как структурное свойство предметов, однако это не всегда характеристика структурного характера. К качественным характеристикам человека относятся его характер, культурный и интеллектуальный уровень, наличие определенных принципов и т. д., а свойствами, представляющими собой проявление указанных и иных качеств, являются, например, вежливость, честность, аккуратность и т. д.

Наконец, среди свойств — в указанном узком смысле этого слова — полезно выделить так называемые диспо-

з и ц и о н н ы е п р е д и к а т ы. Это — способности предметов вести себя определенным образом в определенных ситуациях в силу некоторых имеющихся у них качеств. С понятием диспозиционного предиката связывают обычно представление о необходимости определенного поведения предмета при определенных условиях (растворимое вещество необходимо растворяется при погружении в воду, упругое тело необходимо восстанавливает форму и размеры при устранении деформирующих его сил). «Способность» же предмета вести себя некоторым образом в определенных ситуациях может не исключать лишь возможность предмета вести себя определенным образом, но не необходимо ведет себя так. Трусливый человек, например, может при наличии опасности проявить малодушие, отступить перед нею, но не обязательно поведет себя таким образом. В понятии свойства предмета подразумевается как необходимость, так и возможность для этого предмета вести себя при определенных условиях определенным образом.

■ У п р а ж н е н и е

Определите, какие из характеристик предшествующего упражнения являются качественными, а какие — количественными. Обоснуйте свой ответ.

§ 14. Деление признаков по месту и роли в системе признаков. Сущность предметов

До сих пор мы рассматривали виды признаков, имея в виду множество возможных признаков вообще. Однако можно говорить о множестве признаков того или иного конкретного предмета или вида некоторых предметов (металлов, жидкостей, млекопитающих). Каждый предмет мыслится, вообще говоря, как некоторая субстанция. Однако его можно для некоторых научных целей рассматривать и как систему признаков (качеств, свойств, отношений, количественных характеристик). Более строго говоря, мы всегда имеем возможность рассматривать предмет как систему (множество) известных — на данной ступени познания — признаков.

Среди таких признаков предмета прежде всего различаются случайные для него и неслучайные. Случайные обусловлены некоторыми внешними обстоятельствами и ни в какой мере не определяют качественную специфику предмета. Случайными признаками металлов, например, являются наличие тех или иных примесей, та или иная их температура в определенных ситуациях. То же можно сказать о воде. Для человека случайными могут быть — особенно при командно-бюрократической организации общества — то или иное его служебное положение, окружение и т. п.

Между неслучайными признаками существуют внутренние для данных предметов связи: одни из них обуславливают другие. Их множество представляет собой таким образом некоторую систему. Для предметов некоторого вида, и тем более для отдельных конкретных предметов, это множество бесконечно. Иное дело множество признаков этого рода, познанных на том или ином этапе развития знания. Оно всегда конечно, причем в определенных случаях — при относительно завершенности процесса познания предметов на некотором этапе — это множество также представляет собой определенную систему, по крайней мере когда речь идет о признаках некоторого вида предметов (вопрос о том, в какой мере это относится к признакам отдельных предметов, является для науки пока открытым). Одни признаки здесь обуславливают другие, эти последние — третьи и т. д. В силу этих отношений субординации одни признаки системы можно охарактеризовать как более существенные, другие — как менее существенные.

Системами указанного типа являются, например, множества известных признаков металлов, жидкостей, признаков, характеризующих общественное устройство. Наличие ионной кристаллической решетки у металлов обуславливает их ковкость, пластичность; в силу наличия свободных электронов в массе металла они являются хорошими проводниками электрического тока; благодаря наличию кристаллического строения металлы, как и другие кристаллические вещества, имеют определенную температуру плавления.

Среди неслучайных признаков предметов можно выделить совокупность некоторых наиболее существенных — основных признаков, обуславливающих все остальные, общие для данных предметов. Из этой совокупности, в соче-

тании с известными законами соответствующей области действительности, могут быть логически выведены все известные общие для данных предметов и неслучайные для них признаки, а для абстрактных объектов — в так называемых полных теориях — вообще все признаки, общие для предметов вида.

- **Совокупность основных существенных признаков того или иного вида конкретных предметов действительности называется их СУЩНОСТЬЮ.**

Так, сущностью металлов, как химически простых веществ, является то, что они состоят из однородных атомов, а именно атомов с одним и тем же зарядом ядра, и атомы их обладают низким потенциалом ионизации, в силу чего легко теряют свои внешние электроны. Этим обусловлены общие для металлов химические свойства, особое строение их кристаллической решетки, хорошая электропроводность, пластичность и т. д.

Основным признаком общества (его сущностью) является господствующий в нем способ производства, характеризующийся определенным уровнем развития производительных сил и типом производственных отношений, то есть тем, что называется экономическим базисом общества. Экономический базис общества определяет характер господствующих в обществе политических взглядов, правовых отношений, идеологии, морали.

Сущность предметов некоторого качества (предметов некоторого класса), выявленная на некотором уровне познания, является основой качественной специфики этих предметов, но лишь в той мере, в какой эта специфика нам известна на данном этапе познания. Исходя из этой сущности мы можем объяснить известные общие, специфические для данных предметов (неслучайные) их признаки. В процессе дальнейшего развития знания о соответствующих предметах открываются новые качества, свойства предметов, отношения их к другим предметам, которые нельзя объяснить исходя из познанной сущности. В таком случае происходит — в результате поиска нужных объяснений — проникновение в «более глубокую» сущность предметов, открытие таких же признаков, исходя из которых могут быть объяснены все из-

вестные ранее и вновь открытые их особенности. Таким образом, существуют сущности разных уровней или порядков.

В истории философии имело широкое распространение представление о том, что у предметов того или иного вида или даже отдельных предметов имеется некоторая абсолютная сущность, основа всех его признаков. Эта «последняя сущность» должна быть, согласно этим представлениям, пределом познания соответствующих явлений. На такое понимание наводит нередко встречающееся в философской литературе определение сущности как некоторого внутреннего содержания вещи, определяющего специфику ее многообразных проявлений.

Однако исторический опыт развития знания указывает на другое, а именно на то, что сущность предмета в диалектическом ее понимании — это есть лишь тот предел, до которого дошло познание предмета на данной ступени развития знания. Познание мира, как и отдельных его областей и явлений, есть бесконечный процесс углубления знания. А это означает, что сущность может быть менее и более глубокой, и этим, в частности, объясняется смена одних теорий другими, — более высокого порядка.

Так, еще в недалеком прошлом свет в физике понимали как поток волн электромагнитного излучения определенного диапазона частоты. Но при этом не объяснялись некоторые открытые позже явления, например, явление фотоэффекта. В настоящее время господствует уже корпускулярно-волновая теория света, согласно которой свет представляет собой поток фотонов, обладающий как волновыми, так и корпускулярными свойствами.

Окисление какого-либо вещества понималось до некоторых пор как присоединение к атомам данного вещества атомов кислорода. В настоящее время этот механизм соединения атомов объясняется как результат взаимодействия внешних электронов атомов. Вообще на некотором этапе от понимания химических реакций как взаимодействий между атомами веществ произошел переход к пониманию их как взаимодействия внешних электронов и образующихся при этом ионов веществ.

Совокупность основных, существенных признаков может быть выделена также, по-видимому, в любом случае, в множестве признаков, общих для абстрактных предметов того

или иного вида, — геометрических фигур, чисел, алгебраических систем и т. п. Для ромбов, например, это то, что указывается в определении фигур этого вида (и соответственно в содержании понятия ромба): плоская геометрическая фигура, замкнутая, ограниченная четырьмя сторонами, все стороны которой равны. В аксиоматической теории алгебраических систем того или иного вида (теории групп, булевой алгебры и т. д. и вообще в теории некоторой структуры, например, в геометрии, как математической, формальной теории) эту совокупность признаков (и соответственно содержание понятия рассматриваемой структуры) представляет множество аксиом. Однако эту совокупность признаков неправомерно, видимо, рассматривать как сущность структуры соответствующего вида, поскольку для одного и того же множества признаков, общих для структур некоторого вида, существует, вообще говоря, не одна такая совокупность. Так вместо указанной совокупности, основных существенных признаков ромба может быть другая, получающаяся из нее заменой признака «равносторонняя фигура» на «фигура, диагонали которой взаимно перпендикулярны и в точке пересечения делятся пополам». Известно также, что существуют эквивалентные теории с различными составами аксиом. Неестественно, конечно, было бы считать, что объекты одного и того же типа имеют на одном и том же уровне познания различные сущности.

Специфическими являются случаи, когда дело касается предметов, созданных людьми для тех или иных определенных целей. Обычно сущность такого рода предметов усматривают именно в их назначении, что отражается в определениях. Часы — это прибор, с помощью которого можно отсчитывать время; термометр — прибор, служащий для измерения температуры, и т. д. Назначением предмета определяются и все его другие качества. Это и служит причиной того, что оно принимается за сущность. Хотя верно и другое: благодаря наличию определенных качеств (особому устройству) та или иная вещь выполняет определенные функции. Качества вещи, предназначенной для определенной цели, вытекают из ее назначения логически. Способность же вещи служить определенной цели обусловлена ее качеством фактически, как действие — причиной. Но поскольку человек мысленно конструирует вещь прежде, чем создает ее, и при этом выво-

дит все ее качества именно из предназначения вещи, то это последнее оказывается решающим. Здесь, как видим, сущность вещей определяется практическими потребностями людей. Но это не указывает на субъективный характер данного понятия, поскольку сами вещи, которые здесь имеются в виду, создаются людьми именно для удовлетворения своих потребностей.

В любом случае основные существенные признаки предметов некоторого вида составляют основу их качественной специфики, поскольку они обуславливают все другие общие и, в совокупности, специфические для данных предметов признаки. В случае конкретных предметов действительности обусловленность имеет причинный или целевой характер, в случае абстрактных объектов — структурный или функциональный характер. Но в том и другом случае из совокупности указанных основных признаков в сочетании с законами данной области действительности все другие неслучайные признаки предметов выводимы логически.

Сущность предметов того или иного вида составляют обычно признаки, недоступные наблюдению. Они выявляются теоретическим способом именно в результате построения и обоснования теории, объясняющей известные признаки изучаемых предметов. Кстати, именно в процессе построения такой теории прежде всего происходит отделение неслучайных признаков от случайных. Случайные выделяются тем, что не поддаются объяснению и не вписываются в возникающую при построении теории систему.

Еще в XVIII веке возник, например, вопрос о сущности воды. Речь шла именно о том, как объяснить известные в то время общие для всех случаев существования воды ее свойства. Основой обобщения всех этих случаев под общим названием — именем «вода» — являлось первоначально практическое использование воды и связанная с этим обобщением интуиция. Как обычно при построении теории возникло несколько гипотез. Одна из них, которая затем получила теоретическое и экспериментальное подтверждение и стала общепризнанной, — гипотеза Лавуазье о том, что вода есть химическое соединение кислорода и водорода. Экспериментальным подтверждением оказалось получение воды из «гремучего газа». При этом как раз выяснилось, что наблюдаемые в различных случаях примеси воды не связаны с ее

сущностью, то есть представляют собой случайные признаки. Углублением знания сущности воды, указанной Лавуазье, стало в дальнейшем понимание того, что вода есть химически сложное вещество, молекулы которого состоят из двух атомов водорода и одного атома кислорода. При этом удалось объяснить и такое примечательное свойство воды, как сжатие ее при нагревании от 0°C до 4°C , обусловленное перестройкой молекулярной структуры воды в этом температурном промежутке.

Итак, в системе познанных признаков некоторого вида выделяются: 1) основные, существенные признаки для конкретных предметов действительности, составляющие их сущность; 2) производные — обусловленные основными, а также 3) случайные признаки. Явно несостоятельным является также определение в философской и логической литературе сущности предмета как того, что необходимо принадлежит предмету, без чего он не может существовать, не может быть тем, что он есть. Попытка применить его практически обнаруживает даже, что оно содержит скрытый круг. Попробуем, например, руководствуясь им, выделить существенные признаки квадрата. Для этого нужно установить, без каких признаков ту или иную фигуру нельзя отнести к квадратам. Но это уже требует знания существенных признаков квадрата. Мы не назвали бы квадратом, например, четырехугольник, углы которого не являются прямыми, а стороны равными, но именно потому, что знаем, что эти признаки являются существенными для квадрата.

Вообще, для решения вопроса о том, без каких признаков предмет не был бы тем, что он есть, надо знать, чем именно этот предмет является, какими существенными признаками выделяется из числа других предметов.

Если сущность предмета выявлена, то оказывается, что одни признаки необходимо принадлежат ему, потому что вытекают из сущности, другие являются случайными, потому что не связаны с нею. Из определения квадрата как прямоугольного и равностороннего четырехугольника с необходимостью следует, что диагонали его равны, что они образуют со сторонами квадрата равные углы, что при пересечении их образуются равные треугольники и т. д. Все эти признаки необходимо принадлежат квадрату. Но, поскольку основные определяющие признаки не выводятся из чего-либо, не ясно,

какой смысл может иметь утверждение об их необходимой принадлежности квадрату. Они могут быть необходимы лишь в том смысле, что необходимо обусловленным было появление самих предметов данного качества, но это обусловленность какими-то внешними обстоятельствами, а не внутри самого предмета.

Столь же не ясно, что имеют в виду, когда говорят, что без существенных признаков предмет «не может существовать», если речь идет о предметах, уже существующих или существовавших. Если же объектом мысли является предмет, который предполагается создать, например, корабль для межпланетных путешествий, то здесь имеет смысл обсуждать вопрос не о том, без каких признаков предмет не сможет существовать, а о том, без чего он не будет соответствовать своему назначению. Но сущность предмета составляют здесь скорее не эти признаки, а, как уже говорилось, само назначение предмета. Сущность шахматного коня, например, состоит в его роли в игре, определяемой установленными для него правилами.

От введенного понятия сущности того или иного признака, в котором имеется в виду в определенной мере безотносительная сущность, то есть сущность для самого предмета, надо отличать относительную сущность. Относительно сущным является признак, который обуславливает тот или иной характер взаимодействия предмета с другими предметами, тот или иной способ его использования, например, в практической деятельности. Так, особенность воды, состоящая в том, что она имеет максимальную плотность при 4°C , существенна для нее как среды обитания водных животных. В силу именно этой особенности воды в холодное время года вода в водоемах обычно не промерзает до дна, благодаря чему на дне водоемов сохраняется жизнь обитателей водных бассейнов. В этом смысле многие признаки, не существенные для самих предметов, существенны для использования этих предметов человеком. Пластичность, гибкость меди при особенно хорошей ее электропроводности существенны при использовании ее в качестве электропроводов. При выборе артиста на некоторую роль существенны рост, фигура, а также то, является ли он брюнетом или блондином.

Результатом того, что относительно существенные признаки не отличают часто от признаков, существенных для предметов — того или иного качества — самих по себе, является распространенное в философской литературе мнение об относительности существенного и в том числе сущности вообще.

Один из наиболее видных представителей логики прагматического направления Ф. Шиллер, писал, что «сущность», которую пытается установить каждое определение, является просто пунктом, который важно выяснить для данного времени» (в связи с данной целью, ради которой рассматривается предмет). «Отсюда следует, что сущности и определения вещей являются неизбежно множественными, изменчивыми, относительными...»¹. Так, например, по Шиллеру, нет сущности человека как таковой. Каждый может ее усмотреть в различном в зависимости от того, с какой стороны его интересуется человек. «Для теолога сущностью человека является то, что он имеет душу; для врача — то, что он имеет тело; для повара — что он имеет желудок. Все эти определения закономерны... с различных точек зрения. Для существования человека одинаково существенно и то, что он делает деньги, и то, что он может любить?»²

За сущность предмета люди принимают обычно, по мнению Шиллера, то, что в нем больше всего бросается в глаза или является наиболее важным с точки зрения потребностей людей.

Следует иметь в виду, что в истории логики и философии слово «сущность» употреблялось и в смысле «нечто», «вещь», «предмет», «некая субстанция» (объект мысли). В этом смысле Аристотель говорил о первых и вторых сущностях. (Первая сущность — отдельная вещь. Вторичные сущности — это так называемые универсалии — нечто, обозначаемое общими именами: «лошадь», «человек», «дерево» и т. д.) Если в этом смысле про вещь говорят, что она есть некая сущность, то, понимая сущность как основу качественной специфики вещи, правомерно поставить вопрос: «Какова сущность этой сущности?», например, «Какова сущность человека?».

¹ Schiller *F.I.S. Formal Logic*. — London, 1912. — P. 70.

² Там же. — P. 54.

ПОНЯТИЕ КАК ФОРМА МЫШЛЕНИЯ

§ 15. Понятие как форма мышления. Общая характеристика

Понятие обычно определяют как одну из основных форм мышления; этим подчеркивается важная роль его в познании. Переход от чувственной ступени познания к абстрактному мышлению характеризуется прежде всего как переход от отражения мира в формах ощущений, восприятий и представлений к отражению его в понятиях и на их основе в суждениях и теориях. Мышление, таким образом, может рассматриваться как процесс оперирования понятиями. Именно благодаря понятиям мышление приобретает характер обобщенного отражения действительности.

Мышление, а именно абстрактное мышление, как мы уже определили, — это отражение действительности посредством языка. Наиболее существенным моментом, определяющим возможность познания действительности с помощью языка, является обобщение предметов некоторого класса, вида (например, животных, растений, металлов и т. д.) и мысленное выделение их при этом. Результатам таких обобщений, по крайней мере, в нетривиальных случаях (когда предметы не могут быть отображены в чувственных образах) являются именно понятия. Более того, применение понятий в мышлении необходимо всегда, когда к мышлению предъявляются требования определенности, точности и особенно доказательности. Специфика этой формы мышления состоит в том, что она прежде всего представляет собой результат мысленного и, значит, словесно-языкового выделе-

ния предметов некоторого класса, то есть предметов, качественно сходных в каком-то отношении. Выделение осуществляется по определенной совокупности признаков, отличительной для данных предметов, такой, что все признаки данной совокупности вместе достаточны, чтобы отличить эти предметы от всех остальных. Это означает, что каждый признак из этой совокупности необходим для выделения данного класса. Для выделения, например, класса студентов используются признаки: «человек», «учащийся», притом «учащийся высшего или среднего специального гражданского учебного заведения». Аналогично «материальный предмет, который в процессах мышления и общения людей является представителем каких-либо других объектов» (знак), «целое положительное число, отличное от единицы и имеющее ровно два различных делителя» (простое число) и т. п. Но, для того чтобы выделить класс предметов по какой-то совокупности признаков, необходимо обобщить данные предметы по этим признакам. Обобщение состоит в том, что мы отвлекаемся от всех индивидуальных и иных различий внутри класса, от того, например, что есть студенты технических и гуманитарных вузов, есть хорошо и плохо успевающие и т. п. В результате предметы мыслятся абстрактно: только как обладающие указанной отличительной совокупностью признаков. Таким образом, мы имеем мысленное образование: «Человек, являющийся учащимся высшего или среднего специального гражданского учебного заведения».

В силу обобщенного характера отражения предметов в понятии они мыслятся в понятии всегда в той или иной мере абстрактно. Но это не означает, как часто представляется, что сами мыслимые в них предметы всегда суть некоторые абстракции и что именно эти абстракции, а не конкретные предметы действительности являются объектом изучения науки. Верно, что в каждом понятии мы мыслим те или иные предметы в той или иной мере абстрактно, но используем понятия для утверждения о конкретных, обобщенных в них предметах. В понятиях: «металл», «растения», «атомы» и т. п. — имеются в виду в качестве элементов объема некоторые предметы действительности. Когда мы утверждаем, что все студенты обязаны сдавать экзамены, то, конечно, относим эту обязанность к конкретным людям, а не к неким абстрактным объектам. Лишь в некоторых случаях предмета-

ми понятий являются те или иные идеализированные предметы действительности («абсолютно упругая жидкость», «идеальный газ», «материальная точка» и т. п.); идеальные предметы («земной меридиан», «сила»), абстрактные объекты (характеристики реальных предметов или множеств предметов, отвлеченные от них и ставшие самостоятельными объектами мысли, результаты изолирующего абстрагирования — пространство, время, упругость, числа, геометрические фигуры и т. п.) и, конечно, — в соответствии с широким пониманием термина «предмет» — предметами понятия, элементами его объема могут быть также и явления, события, процессы (восход солнца, революция, перестройка, механическое движение и т. п.).

Подводя итог изложенному, можно сказать, что *понятие как форма (вид) мысли, или как мысленное образование, есть результат обобщения предметов некоторого вида и мысленного выделения соответствующего класса (множества) по определенной совокупности общих для предметов этого класса. — и в совокупности отличительных для них — признаков.*

Характеристика понятия как формы познания, как способа мыслительной деятельности явствует из данного определения. Это — способ мысленного выделения классов предметов посредством обобщения этих предметов. Этот процесс включает, как правило, более или менее широкое множество приемов познания.) Наибольшую ценность в познании представляют собой понятия, в которых предметы обобщаются по существенным признакам. Однако с гносеологической точки зрения мысль представляет собой понятие независимо от того, насколько существенными являются признаки, составляющие основу обобщения предметов, тем более, что для предметов одного и того же класса возможны, как мы уже говорили, и менее и более существенные признаки, существенные для характеристики самих этих предметов или с какой-то точки зрения в связи с тем или иным использованием предметов (см. § 14).

Понятие в строгом и не в строгом смысле. В гл. II отмечалось, что общие (как и единичные) имена употребляются интуитивно более или менее точно и без осознания того, по каким именно признакам выделяются или могут быть выделены обозначаемые ими предметы. В этом случае не выявлен

смысла соответствующих общих имен, а следовательно, строго говоря, они не выражают понятий. Так, человек может пользоваться словами «дерево», «человек», «болезнь», не умея отвечать на вопрос, что именно он имеет в виду, какие признаки специфичны для мыслимых здесь предметов. В одних случаях подобного рода со словами связываются лишь некоторые более или менее четкие представления (чувственные интуиции) и через посредство именно этих представлений осуществляется связь слов с предметами действительности. В других — некоторые интеллектуальные интуиции, возникшие в процессе усвоения языка. Первоначальной основой указанных интуитивных связей имен с обозначаемыми ими предметами является совместная практическая деятельность людей и, конечно, общение их в процессе деятельности. Люди выделяют предметы некоторых классов и дают им общие названия благодаря способности этих предметов удовлетворять их определенные потребности.

В практике научного познания понятиями называют и те абстракции, которые представляют интуитивно употребляемые имена. Таким образом, термин «понятие» употребляется в более широком, чем указано выше, смысле. Так, говорят, например, «дерево» — это понятие, «человек» — это понятие, независимо от того, связываются или нет с этими словами знания о том, что представляют собой обозначаемые ими предметы, выделены ли в этих предметах те признаки, которые составляют основу их обобщения, или же имеются лишь более или менее ясные, нерасчлененные интуиции.

Иначе говоря, понятием в этом значении термина называют просто любой предмет, ставший объектом мысли (следовательно, названный и мыслимый в той или иной степени абстрактности). Часто в философии прошлого, для этого употреблялся термин «идея». Например, Д. Локк, используя этот термин, указывает, что под ним подразумевается «все, что является объектом мышления человека»¹. Опираясь таким понятием, человек может не иметь о нем понятия. Это парадоксальное на первый взгляд утверждение означает лишь то, что дважды употребленный в этой фразе термин «понятие» имеет в одном и другом случаях разные значения.

¹ Локк Д. Избранные философские произведения: В 2 т. — М., 1960. — Т. 1. — С. 75.

Так, А. И. Герцен в письме «Эмпирия и идеализм» говорит о существовании в науках понятий, которые еще не понятны¹. Однако во всех случаях, где необходимо точное понимание смыслов утверждений, и особенно если возникает необходимость в доказательствах наших высказываний, мы не можем ограничиваться интуициями. В подобных ситуациях необходимы понятия в строгом смысле этого слова, которых мы и будем придерживаться.

§ 16. Логическая структура и основные характеристики понятия

(Совокупность признаков, по которым обобщаются предметы в понятии, называется содержанием данного понятия, точнее было бы сказать основным содержанием. Далее, мы будем различать основное и полное содержание понятия и в связи с этим различать само понятие просто как охарактеризованное выше обобщение предметов, то есть как смысл общего имени и как некоторую систему знаний. При корректном способе образования понятия *основное содержание его — это совокупность признаков, которые все вместе достаточны, а каждый необходим для того, чтобы выделить данный класс предметов, то есть отличить эти предметы от других*) Например, добавление перпендикулярности диагонали к содержанию указанного понятия квадрата делает совокупность избыточной; данный признак является производным — выводимым из основного содержания понятия квадрата. (Класс обобщаемых в понятии предметов называется его *объемом*) Мыслимые (обобщаемые в понятии) предметы — носители признаков, составляющих содержание понятия, — суть элементы объема этого понятия. (Части объема — это виды предметов, обобщенных в понятии, и выделение их означает выявление определенных различий внутри класса предметов.) Обобщая предметы в понятиях, как было сказано, мы отвлекаемся от всяких различий внутри соответствующего класса предметов. Но когда понятие образовано, возникает обычно

¹ Герцен А. И. Избранные философские произведения. — М., 1948. — С. 93.

необходимость выявления их уже на основе полученного обобщения. Это выявление осуществляется в форме особой операции, называемой делением понятия, и представляет собой определенную конкретизацию данного понятия.

(Утверждение о том, что некоторый предмет a составляет элемент класса K , представляющий объем некоторого понятия, записывается в виде $a \in K$ (\in — знак отношения принадлежности предмета классу). Обозначением утверждения о том, что некоторый класс предметов K_0 является частью (подмножеством) некоторого класса K служит: $K_0 \subset K$. « \subset » — знак включения класса в класс, когда K_0 и K различны; когда же не исключается, что K_0 совпадает с K , употребляется знак \subseteq).

Имеется связь между этими отношениями: утверждение

$$K_0 \subseteq K \equiv^1 \forall x (x \in K_0 \supset x \in K).$$

Ясно, что если $a \in K$, где K — объем некоторого понятия, то a обладает всеми признаками, составляющими содержание этого понятия и наоборот.

Выше была указана совокупность признаков, составляющая содержание понятия «студент». Объем этого понятия есть класс всех людей, обладающих этими признаками, то есть класс всех тех, кого мы называем студентами. Отдельные люди этого множества — элементы его объема. Частями объема являются, например, множество студентов технических вузов, а также гуманитарных, множество студентов выпускников и начинающих обучение и т. д. Следует обратить внимание на то, что объем понятия в отличие от содержания понятия не является частью понятия как мысли. Он представляет собой класс реально или, по крайней мере, независимо от понятия существующих объектов. Указание на объем понятия при его характеристике есть указание именно на то, к чему относится данное понятие, на то, что обобщается в нем.

Для понимания структуры понятия существенно учитывать, что выделение мыслимого в нем множества предметов осуществляется всегда в пределах некоторого более широкого класса. Интересующие нас предметы мы мыслим в понятии как вид предметов некоторого рода, как нечто особенное в пределах чего-то общего. Так, треугольники мыслятся как

¹ « \equiv » — знак равносильности.

вид плоских геометрических фигур; механическое движение — как вид изменения (именно изменение положения тела в пространстве), деревья — как вид растений; хозяйственный расчет — как вид способов (методов) ведения хозяйства и т. д. В соответствии с этим среди признаков, составляющих содержание понятия, выделяются родовые и те, что составляют видовые отличия мыслимых в понятии предметов. Так, например, в формулировке понятия квадрата: «Четырехугольник с прямыми углами и равными сторонами» или более развернуто: «Плоская, замкнутая, ограниченная четырьмя равными сторонами фигура, все стороны которой равны и углы прямые» — слова «плоская, замкнутая, ограниченная четырьмя сторонами фигура» указывают родовые признаки понятия, а «прямоугольность» и «равносторонность» составляют видимое отличие «квадрата», именно то, что выделяет квадраты в множестве четырехугольных геометрических фигур. Род понятия составляет субстанциональная часть, а видовое отличие — его атрибутивная часть.

Вместе с тем указанное разделение признаков на родовые и видовые не является абсолютным. В зависимости от задач, с которыми связано образование понятия, в качестве рода может быть взят один или другой, более широкий класс. Те же квадраты мы можем мыслить и как вид четырехугольников, и как вид замкнутых плоских геометрических фигур, относя «четыреугольность» в таком случае к видовому их отличию, а также вид геометрических фигур вообще. В каждом из указанных случаев мы получим различные понятия об одних и тех же предметах, более того, возможно обобщение одних и тех же предметов в различных понятиях по различным совокупностям признаков вообще. Металлы, например, можно мыслить как химически простые вещества с особой, ионной, кристаллической решеткой или как химически простые вещества, атомы которых обладают низким коэффициентом ионизации. Один и тот же класс треугольников может быть обобщен в понятиях «равносторонний треугольник» и «равноугольный треугольник».

Надо иметь также в виду, что элементами объема понятия могут быть отдельные предметы (индивиды) и некоторые системы объектов: пары, тройки и т. д. Например, в понятиях «изотопы», «братья», «родственники» мыслятся некоторые пары этих предметов, обобщаемые по признакам, пред-

ставляющим собой двухместное отношение: «изотоп», «брат», «родственник» и т. д. Вообще, элементами объема понятия могут быть системы, представляющие собой некоторые множества предметов с заданными на них отношениями (в математике называемых структурами). Таковы, например, группы, составляющие предмет теории групп, решетки, булевы алгебры и т. д.

Необходимо заметить также, что совокупность признаков, составляющих видовое отличие понятия, можно и полезно мыслить как некоторый один признак, объединяющий все признаки в конъюнкцию. В таком случае видовое отличие представляется в виде некоторого предиката — либо одноместного, либо многоместного, — в зависимости от того, являются ли элементами объема понятия индивидуы или системы предметов.

Учитывая это, для выражения видовых отличий понятий можно использовать язык логики предикатов. Если при этом видовое отличие представляет одноместный предикат $A(x)$, то структура понятия может быть представлена в виде $xA(x)$.

Родовые признаки понятия в таком случае составляют характеристику области D — возможных значений переменной x , а все выражение « $xA(x)$ » означает: «предмет x из области D такой, что он обладает признаком $A(x)$ ». Например, «плоская геометрическая фигура, замкнутая, ограниченная четырьмя сторонами, имеющая равные стороны и прямые углы» (квадрат) можно представить в виде: $xA(x)$, где область x — множество плоских геометрических фигур, а $A(x)$ есть конъюнкция признаков: замкнутая, ограниченная четырьмя сторонами, имеющая равные стороны и прямые углы.

Понятие «изотопы» будет нами представлено в виде: $(x, y) A(x, y)$. Область x и y — химические элементы, а $A(x, y)$ означает: заряд ядра атома x равен заряду ядра y . С лингвистической точки зрения выражение $xA(x)$, как и $(x, y) A(x, y)$ и $(x, y, z) A(x, y, z)$, представляют собой описательные общие имена. На их основе могут быть образованы единичные описательные имена с использованием оператора « ? » («тот ..., который ...»): если объем понятия $xA(x)$ является единичным классом, то правомерно образовать единичное имя — $\text{?}xA(x)$ (тот предмет x из области D , который обладает свойством $A(x)$). Например, из общего понятия «небесное тело (D), вращающееся вокруг Солнца и являющееся ближайшим к

Солнцу ($A(x)$)» образуем: «то небесное тело, которое вращается вокруг Солнца и является ближайшим к нему». Это описательное единичное имя планеты Меркурий. Смысл единичного описательного имени $?xA(x)$ — это своеобразное понятие, которое в отличие от общего понятия $xA(x)$ содержит дополнительную информацию о мыслимом предмете, о том, что этот предмет является единственным обладателем свойства $A(x)$. Такие понятия принято называть **и н д и в и д н ы м и к о н ц е п т а м и**.

■ Упражнения

1. Проанализируйте следующие понятия (укажите содержание, объем, какие-нибудь элементы и части — если можно выделить таковые — объема, выделите родовые признаки и признаки, составляющие видовое отличие):

а) слово, обозначающее какое-нибудь действие или состояние;

б) самый большой город Кубы;

в) город, который является столицей какого-нибудь государства;

г) город, который является столицей Китая.

2. Укажите, из каких вышеприведенных понятий можно (осмысленным образом) образовать описательные единичные имена. Образуйте такие имена.

3. Сформулируйте какие-нибудь понятия, относящиеся к физике, химии, географии, истории, литературе, и осуществите их анализ.

§ 17. Слово и понятие. Понятие и представление

Как и всякая мысль, понятие выражается в определенной знаковой форме. Непосредственно такими формами в естественном языке являются общие описательные имена. Обычно вместо них используются всякого рода сокращения («студент», «треугольник»). Понятия составляют смысл имен такого рода и в силу указанной их функции — мысленного выделения предметов — связывают эти имена с теми объекта-

ми, которые они должны представлять как знаки языка в процессах коммуникации и мышления.

Напомним, что смысл является категорией семиотики, конкретнее — семантики, и представляет собой одну из характеристик знаков. Говоря о понятии, мы выходим за пределы теории знаков, рассматривая понятие не как некоторую характеристику знаков, а как определенную форму отражения действительности на ступени абстрактного мышления, то есть на ступени познания действительности с помощью языка. То, что в семантике называется смыслами знаков, представляет собой определенные мысленные образования, результаты определенной мысленной переработки предметов действительности и фиксации их в языке. В этих образованиях, как увидим далее, весьма различных по своим структурам, находит выражение своеобразие и многообразие форм мыслительной, познавательной деятельности человека. В связи с вопросом о соотношении знаковой формы понятия и сокращающих слов следует различать два типа ситуаций.

1. В процессе той или иной научной деятельности или в повседневной жизни человек вводит некоторые понятия, выделяя интересующий его класс предметов, и затем подбирает какое-нибудь сокращающее слово — общее имя для этих предметов.

2. Имеется уже более или менее точно интуитивно употребляемое в научном или повседневном обиходе некоторое имя, обозначающее предметы некоторого класса, и затем образуется понятие о соответствующих предметах, отвечающее на вопрос, что представляют собой эти предметы. (Операцию такого рода называют «реальным» определением термина.)

В первом случае понятие может быть сформулировано на основе нескольких или даже единичного наблюдаемого случая. Так, обнаружение вначале лишь одного химически простого вещества — радия — с самораспадающимися атомами послужило основанием для создания общего понятия «радиоактивное вещество».

Возможно даже, и часто это происходит в фундаментальной науке, образование понятий о предметах, существование которых только предполагается или допускается как возможное. На основе знания, например, того, что атомы известных химически простых веществ состоят из положительно заря-

женного ядра и вращающихся вокруг него отрицательных частиц — электронов, ученые предположили возможность существования частиц, устроенных «наоборот», а именно состоящих из отрицательно заряженного ядра и вращающихся вокруг него положительно заряженных частиц — позитронов. Так возникло общее понятие антиатома.

Ясно, что объем образованного таким образом понятия может оказаться пустым. Впрочем, в науке вводятся и используются для определенных целей понятия и с пустыми объемами: например, понятие «вечный двигатель» (и даже вечный двигатель первого рода и второго рода). Оно применяется для формулировки определенных законов термодинамики, а именно как раз для утверждения о невозможности вечного двигателя (как первого, так и второго рода).

Как правило, понятие является результатом сложного процесса мыслительной деятельности. В случаях же второго типа дело осложняется часто еще недостаточной четкостью предметных значений употребляемых слов, как знаков. Процесс образования понятий здесь сочетается обычно с уточнением этого значения путем просмотра того, в каких именно контекстах (или, как бы сказал Витгенштейн, по каким правилам) употребляется слово в данном сообществе. Как правило, при этом выявляется даже многозначность употребления того или иного слова, например, слова «игра» как обозначение имитации некоторой деятельности ради удовольствия — детские игры, или отработки приемов некой деятельности, или состязаний, или действий актеров и т. д. И довольно неясно до сих пор, возможно ли некоторое обобщение, по существу, всех этих отдельных ситуаций в едином понятии. Аналогичным образом дело обстоит со словом «болезнь» и многими другими.

Понятие и представление. Как уже отмечалось, обобщаемые в понятиях предметы первоначально могут быть даны в представлениях. Для класса чувственно воспринимаемых предметов возможны даже некоторые общие представления, некоторые «усредненные» образы этих предметов (например, можно иметь некоторый «недетализированный» образ дерева, человека). Однако едва ли возможны подобные способы воспроизведения в сознании таких предметов, как растения, организмы, и тем более объектов, не относящихся к чувственно воспринимаемому («искривленное пространство», «свет», «электромагнитное поле» и т. п.).

С одной стороны, представления ближе к действительности, предметы отражаются в них в более или менее цельном, естественном виде. Понятие представляет собой в некотором роде схематическое, но, как правило, более глубокое отображение предметов. Отображение действительности в понятиях обеспечивает неограниченные возможности познания действительности. Существенно в этом отношении то, что представления субъективны, а понятия и силу их фиксации в языке интерсубъективны. Представление более или менее конкретно, понятие абстрактно.

Однако и оперирование понятиями в той или иной мере связано с представлениями. Расчленяя в понятии предметы и явления на признаки, мы связываем, в свою очередь, обычно сами эти признаки с некоторыми представлениями. И даже имея дело с сугубо абстрактными предметами, человек стремится ввести в свои рассуждения элементы наглядности, конструируя для этой цели некоторые представления — наглядные модели абстрактных объектов.

§ 18. Основные приемы образования понятий. Значение понятий в познании

Понятия — это результат более или менее сложной мыслительной деятельности. В этой деятельности можно выделить следующие наиболее важные и общие приемы.

Анализ предметов, данных в представлении, — разложение их на отдельные признаки, выявление их связей и отношений с другими предметами. **Синтез** — воспроизведение предметов, расчлененных в процессе анализа на отдельные признаки, представляющее их как систему выделенных свойств и отношений. **Сравнение** — выявление сходств и различий между предметами. **Обобщение** — объединение в одной мысли под одной знаковой формой множества предметов по сходным их чертам. Обобщение связано, как уже было замечено, с процессом абстрагирования.

Полезно напомнить читателю три вида абстрагирования. Один из них состоит в том, что в предмете выделяются какие-то признаки, а все другие остаются за пределами внимания. Другими словами, происходит отвлечение от всех дру-

гих признаков. Результат применения такого приема есть абстрактно мыслимый, характеризуемый лишь некоторой совокупностью выделенных признаков предмет. Именно этот прием неразрывно связан с обобщением предметов некоторого класса и поэтому может быть назван **о б о б щ а ю щ е р а з л и ч а ю щ и м а б с т р а г и р о в а н и е м**.

Второй вид — отождествляющее абстрагирование. Прием состоит в том, что, выделяя некоторые признаки предмета, мы игнорируем все остальные как несущественные с той или иной точки зрения. Это ведет к отождествлению всех предметов, обладающих выделенными признаками. Таким образом, например, выделяя те или иные слова по их структуре, мы игнорируем все различия, связанные с их написанием или произношением, и рассматриваем все случаи употребления слова одной и той же структуры как различные экземпляры одного и того же слова.

И наконец, имеется так называемое **и з о л и р у ю щ е е а б с т р а г и р о в а н и е**, состоящее в том, что отдельные признаки предметов, отдельные их характеристики мысленно отделяются от самих предметов и становятся самостоятельными предметами мысли. Результатом таких процессов являются так называемые абстрактные объекты и понятия: «фигура», «качество», «количество», «талант», «объем», «длина» и пр.

Следует различать (часто смешиваемые) такие приемы познания, как обобщающее абстрагирование и **и д е а л и з а ц и я**. Идеализация состоит в том, что, имея в виду некоторые предельные случаи (предел уменьшения трения, увеличение упругости и т. д.), мы либо мысленно наделяем предметы какими-то свойствами, которых они в действительности не имеют (например, физические тела — способностью восстанавливать при деформации свой объем или форму, в результате чего появляются понятия типа «идеально упругое тело» или «идеальная жидкость»), либо лишаем их каких-то свойств, которыми они в действительности обладают. Так возникают в нашем сознании «безразмерные» точки, линии, лишенные ширины, «идеальный газ» (молекулы которого при соударениях ведут себя как абсолютно упругие шарики). Обобщенно говорят, что понятие является результатом анализа мыслимых в нем предметов.

- И так, в понятии выделяются некоторые классы предметов посредством обобщения этих предметов. Результаты таких выделений в понятиях представляют определенные «узлы» в познаний, вокруг которых концентрируются все наши знания.

Так в процессе познания мы постоянно накапливаем знания о животных и растениях (и различных видах тех и других), о металлах и металлоидах, об энергии и механическом движении, о государстве и классовой борьбе, о теплоте, электричестве, магнетизме и т. д., имея каждый раз в основе той или иной системы знаний определенные понятия. Существенную роль играют понятия в формулировке законов науки, которые представляют собой, как известно, общие утверждения, относящиеся к тем или иным классам предметов, обобщенных в понятиях. «Во всякой замкнутой системе энтропия возрастает» — это предложение имеет определенный смысл и только в этом случае может быть истолковано как выражение закона природы, если определенный смысл имеют его части: «замкнутая система», «энтропия», «возрастает». Эти смыслы суть понятия.

Представляя собой смыслы общих имен и имея таким образом в качестве своих знаковых форм описательные общие имена, понятия по своим знаковым формам являются своеобразными переменными естественного языка, для которых мы употребляем название «специфицированные переменные». Именно благодаря понятиям абстрактное мышление характеризуется как обобщенное отражение действительности. Всякий отдельный предмет, явление и т. д. познается здесь на основе некоторого общего понятия, как отдельное в чем-то общем (медь — как металл со своими особыми характеристиками; исторический роман — на основе понятия литературного произведения вообще).

Более того, понятия нужны не только для формулировок и объяснения законов, знание которых является результатом эмпирических обобщений (в частности, посредством популярной индукции). Для того чтобы объяснить, например, почему давление газа на стенки сосуда увеличивается с уменьшением его объема и с повышением температуры, надо иметь понятия, выражающие сущности самого газа, давления, температуры. Необходимо осознать, что газ представляет собой совокупность хаотически движущихся молекул, что

давление на определенную единицу площади сосуда есть совокупная сила ударов молекул о соответствующий участок стенок сосуда и что температура газа — это показатель средней кинетической энергии движения молекул, от которой и зависит сила ударов молекул о стенки сосуда.

§ 19. Закон обратного отношения между объемами и содержаниями понятий. Логические и фактические объемы и содержания понятий

Мы видели, что наряду с определением содержания понятия как совокупности признаков, возможна характеристика его как некоторого предиката. Поскольку предикат представляет собой высказывательную форму, он выражает некоторую информацию о предметах, мыслимых в понятии. В силу этого представление содержания как предиката позволяет истолковать его как характеристику информативности понятия. Различение понятий по информативности существенно для выяснения многих аспектов при анализе этой формы мышления. Оно приводит, в частности, к устранению многих недоразумений, которые возникали в прошлом, в частности, в связи с известным в логике законом обратного отношения между объемами и содержаниями понятий. В распространенной формулировке он гласит: объем и содержание понятия находятся в обратном отношении: чем шире объем, тем уже содержание понятия, и наоборот. Более точно, имеется в виду отношение между объемами и содержаниями двух понятий $xA(x)$ и $xB(x)$ с одним и тем же родом (область значений x — D). Согласно закону, если объем одного из этих понятий шире объема другого, то содержания их находятся в обратном отношении.

Может быть принята и более общая формулировка:

- Если объем одного понятия составляет часть объема другого (с тем же родом), то содержание второго составляет часть содержания первого.

Кроме того, поскольку понятия имеют один и тот же род, отношение «часть — целое» между содержаниями понятий сводится к отношению между видовыми отличиями этих понятий, то есть между предикатами $A(x)$ и $B(x)$.

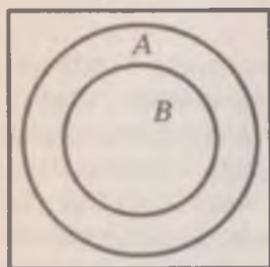
Таким образом приходим к формулировке:

- Объем одного понятия составляет часть другого (с тем же родом), если и только если содержание второго составляет часть содержания первого.

Однако, если для объемов понятий мы уже имеем определение отношения «объем одного понятия составляет часть объема другого» (см. § 16), то аналогичное отношение для содержаний понятий определить не так просто. Первое, что напрашивается, это — сравнение содержаний понятий по количеству признаков. В таком случае для понятий «число, которое делится на 2 и на 3» и «число, которое делится на 3» вопрос решается просто: содержание первого шире, поскольку больше количество составляющих его признаков. Однако сразу возникает неясность, когда мы рассматриваем понятия «число, которое делится на 2 или на 3» и «число, которое делится на 3». Кажется, что количество признаков в первом также больше, чем во втором, но объем первого также шире, чем объем второго. В таких понятиях как «студент, сдавший все экзамены сессии на отлично» и «студент, сдавший какие-нибудь экзамены сессии на отлично» количество признаков представляется даже одинаковым. Однако они явно различаются по своей информативности. «Сдал все экзамены» безусловно более информативно, чем «сдал некоторые экзамены», и ясно, что объем первого понятия уже, чем объем второго. Ясно также, что «делится на 3» содержит больше информации, чем «делится на 2 или на 3». Кстати, «делится на 2 или на 3» — это один признак, он является общим для чисел, обобщаемых в приведенном выше понятии (сравни «слово, обозначающее действие или состояние» среди приведенных выше упражнений).

В истории логики известен так называемый парадокс Больцано, по видимости, опровергающий закон обратного отношения. Формулируются два понятия: «Человек, знающий европейские языки» (имеются в виду, конечно, все европейские языки) и «Человек, знающий живые европейские языки». Видимость такова, что содержание второго понятия шире, поскольку к характеристике языков добавляется признак «живые», то есть действующие в настоящее время. Но и объем этого понятия также шире, чем объем первого.

Ясно, что всякий, знающий все европейские языки, знает, конечно, и все живые европейские языки, но не наоборот. Отношения между объемами этих понятий может быть представлено схемой:



A — человек, знающий все живые европейские языки

B — человек, знающий все европейские языки

Из этой схемы очевидно, что людей, знающих все живые европейские языки, больше, чем людей, знающих все эти языки.

Для сравнения признаков по информативности может быть использовано понятие «логическое следование». Если из высказывания или высказывательной формы A логически следует B , то есть $A \models B$, но обратное неверно, тогда A более информативно, чем B . $A \models B$ само по себе указывает на то, что информация B составляет часть информации A . Обозначим объемы понятий $x A(x)$ и $x B(x)$ соответственно $Wx A(x)$ и $Wx B(x)$ (« $Wx A(x)$ » читается: множество предметов x , обладающих свойством $A(x)$). Тогда закон обратного отношения для двух понятий принимает вид: $Wx A(x) \subseteq Wx B(x)$ если и только если $A(x) \models B(x)$.

Ясно, что приведенные выше «парадоксальные случаи» легко разрешаются. Содержание (информация предиката) « x делится на 2 или на 3» составляет часть информации предиката « x делится на 2», поскольку имеет место следование $A(x) \models A(x) \vee B(x)$, вообще, из A следует $A \vee B$. Предикат « x , сдавший все экзамены» информативнее, чем « x , сдавший какие-нибудь экзамены». Логическая форма первого — $\forall y R(x, y)$, второго — $\exists y R(x, y)$. Второе есть следствие первого (вообще $\forall y A(y) \models \exists y A(y)$). Предикат, составляющий содержание (видовое отличие) первого понятия в формулировке парадокса Больцано имеет форму $\forall y R(x, y)$ (где область значений x — люди, y — европейские языки).

Видовое отличие второго понятия выражает предикат «Для всякого европейского языка, если он является живым,

то x знает его» — $\forall y (P(y) \supset R(x, y))$. Нетрудно убедиться — и предлагаем это читателю, — что из первого логически следует второе: $\forall y R(x, y) \models \forall y (P(y) \supset R(x, y))$.

Однако приведенных уточнений все-таки оказывается недостаточно. Возьмем, например, пары понятий «квадрат» и «квадрат с взаимно перпендикулярными диагоналями», или «число, делящееся на 2 и на 3» и «число, делящееся на 2, на 3 и на 6». Согласно понятию логического следования и введенному определению отношения «часть» для содержаний между понятиями, содержание второго понятия в каждой из этих пар шире, чем содержание первого, однако объемы первого и второго в каждой паре совпадают. Для разрешения трудностей этого рода необходимы определенные уточнения понятий «содержание понятия», «объем понятия», а вместе с тем и формулировки самого закона. Необходимо различать логическое и фактическое содержание понятия и аналогично логический и фактический объемы понятий. Логическое содержание, которое до сих пор, по существу, имелось в виду, — это имеющаяся в понятии информация относительно обобщаемых в нем предметов, зависящая лишь от логической формы понятия. Фактическое содержание — это информация, которую мы имеем в понятии с учетом значений, имеющих в его формулировке дескриптивных терминов (знаков предметов, свойств, отношений). «С учетом значений... дескриптивных терминов» означает «с учетом некоторой совокупности знаний относительно предметов, свойств, отношений — значений этих терминов» в составе некоторой теории, в которой используется данное понятие.

Утверждение «фактическое содержание понятия $xB(x)$ относительно совокупности знаний Γ составляет часть фактического содержания понятия $xA(x)$ относительно той же совокупности знаний» определяется как $\Gamma, A(x) \models B(x)$.

Ясно, что если логическое содержание B — одного понятия, составляет часть логического содержания A — другого понятия, то это же отношение существует и между их фактическими содержаниями, ибо если $A \models B$, то согласно законам классической логики $\Gamma, A \models B$ для любого Γ . Очевидно теперь, что фактические содержания A и B упомянутых выше понятий «квадрат» и «квадрат с взаимно перпендикулярными сторонами» совпадают. Имеем $\Gamma, A \models B$ и $\Gamma, B \models A$, где Γ —

множество из одного высказывания — теоремы геометрии: «Во всяком квадрате диагонали взаимно перпендикулярны». Аналогичным образом устанавливаем совпадение фактических содержаний понятий «число, делящееся на 2 и на 3» и «число, делящееся на 2, на 3 и на 6», используя в качестве Γ множество из 3 (истинных) утверждений арифметики: «Если некоторое число a делится на b и c , которые не имеют общего делителя, отличного от единицы, то оно делится и на их произведение», «2 и 3 не имеют общего делителя, отличного от единицы», «Шесть есть произведение двух и трех».

Логический объем понятия $x A(x)$ составляет множество возможных предметов x , выполняющих предикат A без учета значений имеющих в нем дескриптивных терминов, то есть рассматриваемый лишь со стороны его логической формы. Фактический объем того же понятия — это множество фактически существующих предметов, удовлетворяющих условию A с учетом значений его дескриптивных терминов.

Как уже упоминалось, объемы рассмотренных пар понятий, а также следующих — «квадрат» и «квадрат с взаимно перпендикулярными диагоналями», «число, делящееся на 2 и на 3» и «число, делящееся на 2, на 3 и на 6» равны. Теперь уточним: равны именно фактические их объемы. Что касается логических объемов, то для понятий каждой пары они различны. Именно: объем второго понятия в каждой паре уже, чем объем первого.

Действительно, если логическую форму первого понятия в первой паре, например, представить как $xP(x)$, а второго — $x(P(x) \& Q(x))$, то логические объемы их соответственно представляют множество $WxP(x)$ и $Wx(P(x) \& Q(x))$, второе множество уже, поскольку оно равно $WxP(x) \cap WxQ(x)$.

Как видим из анализа последнего примера, сравнение логических объемов, как, впрочем, и фактических, можно осуществлять, подвергнув их предварительно разложению на некоторые составляющие.

Формулировка закона обратного отношения должна быть уточнена теперь с учетом проведенных различий фактических и логических содержаний и объемов понятий. Ясно, что если мы сравниваем фактические объемы (или содержания) двух понятий, то соответственно должны рассматриваться отношения между фактическими содержаниями (или

объемами). Отношению между логическими объемами (или содержаниями) соответствует отношение между логическими же содержаниями (объемами). Приведенные выше примеры казались опровергающими закон обратного отношения потому, что рассматривая отношения между объемами, мы брали фактические объемы, а содержания при этом имели в виду логические!

По существу, мы имеем теперь два закона обратного отношения: с одной стороны, для фактических содержаний и объемов, с другой — для логических. Приведенная выше формулировка относится именно к этому последнему закону. В качестве обобщающей их формулировки может быть принята следующая (закон обратного отношения):

$$WxA(x) \underset{\Gamma}{\subseteq} WxB(x) \equiv A(x) \underset{\Gamma}{\vDash} B(x),$$

где Γ указывает на то, что сравнение объемов и содержаний осуществляется с учетом совокупности знаний Γ . « $A(x) \underset{\Gamma}{\vDash} B(x)$ » есть то же, что и « $\Gamma, A(x) \vDash B(x)$ ». Однако допускается, что Γ может быть пустым множеством (при непустом Γ имеем фактические относительно этого Γ объемы и содержания, при пустом — логические).

Этот закон играет важную роль во многих процессах познания. По существу, он является основой семантической теории информации. Само понятие семантической информации, например, информации того или иного высказывания A , определяют обычно как меру или показатель того, насколько принятие этого высказывания за истину ограничивает некоторое множество исходных возможностей M . Информативность A тем больше, чем сильнее это ограничение. Если мы, например, говорим, что данное вещество химически сложно, то ограничиваем множество химических веществ до химически сложных; утверждение же о том, что это вещество является химически сложным и состоит из кислорода и водорода, делает круг возможностей, к которому относится рассматриваемое вещество, еще более узким и, значит, является более информативным.

Наше утверждение относится, вообще говоря, не к действительности в целом, например, не к миру вообще, а к некоторым его состояниям в те или иные моменты или проме-

жутки времени, или, как говорят в логике, к возможным мирам, которые представляют так называемые «описания состояний». На этом основан широко применяемый в логике и теории информации способ оценки информативности логических форм высказываний.

Информация при этом определяется относительно множества «возможных миров M ». Логическая форма A некоторого высказывания A_0 тем более информативна, чем уже множество M_A — «возможных миров», в которых истинно A . В понятии множество исходных возможностей — это его род. Объем понятия — результат его ограничения за счет добавления видового отличия. Степень этого ограничения и есть показатель информативности предиката, выражающего это видовое отличие.

Закон обратного отношения играет важную роль в известных операциях обобщения и ограничения понятий и в анализе отношений между понятиями.

■ Упражнения

1. В каком отношении находятся содержания (фактические и логические) следующих пар понятий и каково отношение между их объемами:

а) плоский замкнутый четырехугольник с равными противоположными сторонами (параллелограмм) и плоский замкнутый четырехугольник с равными сторонами (ромб)?

б) число, делящееся на 6, и число, делящееся на 6 и на 3?

2. Известно, что всякая фигура, у которой противоположные стороны параллельны, есть фигура, у которой противоположные стороны равны. Что можно заключить из данной характеристики отношений между фактическими объемами понятий об отношении их содержаний?

§ 20. Виды понятий

Вопрос о видах понятий — это прежде всего вопрос о различных способах мысленного выделения и обобщения предметов в процессе познания. Знание видов понятий важно прежде всего с гносеологической точки зрения, для пони-

мания процесса познания. Но оно имеет и немалую практическую значимость. А именно, оно важно для понимания смыслов тех или иных утверждений, а также для обеспечения точности выражения мыслей. Таким образом, это знание является существенным моментом логической культуры мышления.

Различение видов понятий осуществляется с разных точек зрения главным образом по трем основаниям:

- 1) по некоторым характеристикам объемов понятий;
- 2) по характеру признаков, составляющих видовое отличие мыслимых предметов в понятии, точнее говоря, по характеру предиката, выражающего это видовое отличие, то есть предиката $A(x)$ в понятии $xA(x)$;
- 3) по характеру предметов, обобщаемых в понятии.

I. Среди всех возможных понятий обычно особо выделяют пустые и непустые, а среди непустых — единичные и общие. Пустые понятия имеют в качестве объема пустой класс. Полезно различать понятия логически и фактически пустые. Понятие $xA(x)$ является логически пустым, если $A(x)$ есть логически противоречивая характеристика предметов x . Ясно, что в силу законов логики пустым является любое понятие вида $x(P(x) \& \neg P(x))$, например, «вещество, которое является кристаллическим и не является таковым». Понятие $xA(x)$ фактически пусто, если фактически не существует предметов x с данной характеристикой $A(x)$. Таково, например, понятие «ворон белого цвета». Не существует также, как известно, атомов в том смысле, как их понимали в Древней Греции, а именно как неделимых частиц. Однако особый и наиболее значимый случай фактической пустоты понятия таков, когда существование предметов x с характеристикой $A(x)$ невозможно в силу законов той области действительности, к которой относится это понятие. Так, невозможны ромбы, в которых диагонали не являются взаимно перпендикулярными, невозможны неупругие жидкости, металлы, не обладающие хорошей электропроводимостью, и невозможны вечные двигатели (двигатели, работающие без дополнительной затраты энергии).

Возможность появления пустых понятий объясняется тем, что в научном мышлении понятия возникают не только о тех предметах, которые имеются налицо. На основе познанных процессов, законов часто возникают предполо-

жения о существовании или возможности появления тех или иных явлений с заранее определенными признаками («анти-атомы», «жизнь на кремниевой основе» — вместо известной нам имеющей углеродную основу — и т. п.). Здесь новые понятия возникают на основе других понятий и знаний как проявления активного и творческого характера мышления. Естественно, что в таких случаях могут возникать понятия, которым, как оказывается затем, ничего не соответствует в действительности. Но в некоторых случаях наука сознательно использует пустые понятия, хотя бы для формулировок об утверждении о несуществовании соответствующих предметов и явлений и даже иногда для формулировки некоторых законов. Читателю известны, вероятно, два закона термодинамики: один из них гласит, что невозможны «вечные двигатели» 1-го рода, второй гласит то же самое о «вечных двигателях» 2-го рода.

Единичным является понятие, объем которого есть единичный класс, а общие понятия имеют в качестве объема класс, состоящий более чем из одного предмета.

Единичное понятие по сути своей представляет собой, как и всякое другое, некое обобщение и этим отличается от имени отдельного предмета. Мы не всегда при этом можем даже знать, что класс обобщаемых предметов является именно единичным. Без дополнительных знаний не ясно, например, является ли общим или единичным понятие «город, породненный с Волгоградом». Возможно, не каждому известно, что в объем этого понятия входят 9 городов в разных странах мира.

В некоторых случаях возникают трудности при попытке решить вопрос, является ли некоторое понятие общим или единичным в силу характера мыслимых в понятии предметов. Едва ли могут возникнуть сомнения насчет того, являются ли общими такие, например, понятия, как «человек», «растение», «город», «страна». Но уже не так легко определить, к какому классу относятся понятия «вода», «водород» и т. п., вообще понятия, в которых обобщаются газообразные, жидкие или сыпучие вещества, то есть объекты, трудно поддающиеся индивидуализации. Аналогичные трудности возникают с понятиями «любовь», «бытие» и т. п. (так называемые абстрактные понятия).

Полезно использовать в таких случаях следующий критерий: понятие является общим, если в пределах его объема могут быть выделены некоторые виды предметов. Так, в объеме понятия «вода» мы можем выделить: «морская вода», «речная вода», «дистиллированная» и «недистиллированная вода». В объеме понятия «бытие» (имея в виду способ существования чего-либо), выделяют «бытие отдельного человека», «общественное бытие». (Сравним утверждения диалектического материализма «бытие определяет сознание» и «общественное бытие» определяет «общественное сознание».) «Любовь», как известно, также различают — «страстная» и «спокойная», «вечная» и «непостоянная», «бескорыстная» и «по расчету».

Еще более просто решить указанный вопрос, когда возможна индивидуализация мыслимых в понятии объектов. Так, пользуясь понятиями «талант» или «белизна», мы выделяем индивидуальные случаи: «талант Пушкина», «талант Толстого», «белизна снега», «белизна мела». Что касается понятий «вода», «водород», то элементами объема здесь являются отдельные случаи, когда мы встречаем эти вещества в природе (отдельные порции или отдельные скопления их).

Однако в данном случае речь идет о повседневном употреблении соответствующих терминов. Иное дело, когда эти термины употребляются специальным образом, например, в химии. Термин «вода» в этом случае выражает единичное понятие «химически сложное вещество, молекулы которого состоят из двух атомов водорода и одного атома кислорода». Аналогично этому «водород» есть определенное химически простое вещество или химический элемент (в связи с тем, что эти понятия являются единичными, выражающие их термины могут употребляться и как имена соответствующих веществ или элементов).

Среди общих понятий особое место занимают так называемые универсальные понятия. Универсальными являются понятия вида $x A(x)$ объем которых совпадает с областью значений x , то есть с родом этого понятия. Это совпадение обусловлено тем, что предикат $A(x)$ не содержит никакой информации относительно предметов рода и, значит, ничего не выделяет в этом роде. Аналогично тому, как мы среди пустых понятий различаем логически и фактически пустые понятия, мы различаем логически и фактически

универсальные понятия. Например, логически универсальным является $x(P(x) \vee \neg P(x))$ и вообще $xA(x)$, где $A(x)$ есть логический закон (общезначимая формула логики предикатов).

Понятие фактически универсально, если предикат, составляющий его видовое отличие, не выражает никакой информации относительно предметов рода данного понятия и при этом именно в силу значений составляющих его дескриптивных терминов. Обычно это подразумевает наличие закона науки, указывающего на то, что все предметы рода обладают этим признаком. Так, например, фактически универсально понятие: «Жидкость такова, что давление на какую-нибудь ее точку передается во все стороны с одинаковой силой». Здесь мы имеем случай, когда содержанием понятия является закон-признак, необходимо присущий всем жидкостям (согласно закону Паскаля). Естественно, что он ничего не выделяет в множестве жидкостей, то есть не несет никакой информации относительно них, поскольку верен для любых жидкостей. Но если бы в качестве родового было взято понятие «физическое тело», тогда понятие с тем же видовым отличием выделяло бы именно жидкости.

Указанное различие внутри универсальных и пустых понятий связано с приведенным выше различием логических и фактических содержаний и соответственно объемов понятий.

Нетрудно усмотреть следующую связь между пустыми и универсальными понятиями: если $xA(x)$ пусто, то $x \neg A(x)$ универсально, и наоборот, если $xA(x)$ универсально, то $x \neg A(x)$ пусто.

II. По характеру признаков выделяют обычно положительные и отрицательные, относительные и безотносительные понятия.

Понятие $xA(x)$ положительно, если $A(x)$ выражает наличие у предметов x какого-либо свойства или отношения и отрицательно, если признак $A(x)$ указывает на отсутствие какого-либо свойства или отношения. Пользуясь данными выше определениями положительного и отрицательного признаков, можно сказать, что понятие является положительным или отрицательным в зависимости от того, положительным или отрицательным является признак $A(x)$.

Понятие $xA(x)$ положительно, если $A(x)$ выражает наличие у предметов x каких-то свойств или отношений. Поло-

жительными являются, например, понятия «европейское государство», «столичный город», «родственники». Примеры отрицательных понятий — «человек, не знающий логики», «непересекающиеся прямые», «нечестный и безнравственный человек».

Безотносительным или относительным понятие является в зависимости от того, представляет ли его видовое отличие атрибутивное или реляционное свойство (см. § 13). Безотносительными являются, например, понятия; «кристаллическое вещество», «преступное действие», «общественный прогресс». Относительными будут: «отец Сократа», «столица Франции», «столица какого-нибудь государства». Можно выделить три основных вида относительных понятий по их знаковым формам:

1. $x R(x, a)$.
2. $x \exists y R(x, y)$.
3. $x \forall y R(x, y)$.

Первые два из только что приведенных примеров относительных понятий относятся к виду 1. Третий — к виду 2. Понятиями, относящимися к виду 3, будут «студент, сдавший все экзамены сессии», «человек, не знающий ни одного иностранного языка».

III. По характеру обобщаемых в понятии объектов следует различать прежде всего понятия, в которых обобщаются отдельные предметы того или иного типа (вида $XA(X)$) и системы объектов (понятия вида $(X_1, \dots, X_k) A(X_1, \dots, X_k)$, $k > 1$). Примеры первых: «живое существо», «плодовое дерево», «город, находящийся на Экваторе» и т. п. К числу вторых относятся: «параллельные прямые», «изотопы», «родственники», «супруги», «однокоренные слова», «друзья».

Дальнейшее подразделение относится к понятиям вида $XA(X)$, то есть к понятиям, в которых обобщаются отдельные предметы. При этом различаются понятия конкретные и абстрактные, с одной стороны, собирательные и несобирательные — с другой. Первое из указанных делений связано с различением конкретных и абстрактных объектов (см. § 12).

Напомним, что конкретными объектами мы называем вещи, ситуации и процессы реальной действительности, а также результаты той или иной идеализации таких предметов (абсолютно упругие жидкости, абсолютно черные тела) и, наконец, множества и системы предметов указанных типов, мыслимые как целое.

Абстрактные объекты — суть создания мысли, идеальные предметы. Каковы те или иные характеристики конкретных предметов (свойства их, предметно-функциональные характеристики или отношения между ними), отвлеченные от соответствующих предметов и ставшие самостоятельными объектами мысли. Так возникают «числа», «фигуры», «движение». К множеству объектов этого типа можно, очевидно, также отнести параллели, меридианы, векторы и т. п.

Конкретным, является понятие, элементы объема которого — конкретные объекты. Таковы понятия, составляющие смысл выражений «человек», «социалистическая революция», «растение», «государственная собственность некоторой страны» и т. п. Абстрактные понятия в качестве элементов объема имеют абстрактные объекты. Таковы понятия: «число», «геометрическая фигура», «арифметическая функция», «рефлексивное и симметричное (двухместное) отношение», а также «производительность труда», «прибыль, получаемая предприятием» и т. п.

Заметим, что в логической литературе определения конкретных и абстрактных понятий не вполне совпадают с данными здесь их характеристиками. Обычно говорят, что элементами конкретных понятий являются предметы, представляющие собой — с логической точки зрения — некоторые системы признаков, то есть некоторые конкретные предметы, а элементами объема абстрактных понятий являются отдельные характеристики (стороны, свойства) конкретных предметов. Понятие «геометрическая фигура» относится в таком случае к числу конкретных понятий, а абстрактными будут: «площадь геометрической фигуры», «замкнутость геометрической фигуры» и т. п.

Однако это различие весьма неопределенно, поскольку и отдельные свойства, и отношения предметов в свою очередь представляют собой какую-то систему свойств (более высокого порядка) и поэтому подходят под определение конкретных объектов. Впрочем, и та граница, которая подразумевается в различении, проведенном нами первоначально, тоже не является вполне четкой. Как известно, нет строгих граней даже между более простыми предметами и явлениями действительности, и почти любое различение видов тех или иных предметов в той или иной степени условно и неопределенно.

Понятие свойства (как и отношения) возникает в результате двойного абстрагирования. С одной стороны, происходит отвлечение некоторого свойства от предметов — изоляция его от предметов и превращение в самостоятельный предмет (изолирующее абстрагирование); с другой стороны, осуществляется обобщение этого свойства путем выделения общих основных свойств этих свойств и отвлечения от остальных (обобщающе-различающее абстрагирование).

Существуют неясности, связанные с абстрактными понятиями. Например, бывают они общими или только единичными, как считают многие авторы учебников по логике? Имеет ли смысл их деление на относительные и безотносительные?

Ясно, что среди абстрактных понятий имеются как общие, так и единичные. Независимость государства имеет виды: политическая независимость, экономическая независимость и т. д. Это означает, что понятие является общим. Далее, если иметь в виду абстрактные понятия, в которых мыслятся свойства, отношения и тому подобные характеристики конкретных предметов, то все они, очевидно, являются относительными, поскольку для содержания каждого такого понятия обязательными являются указания на принадлежность мыслимой характеристики тому или иному отдельному предмету или каким-то из предметов некоторого класса. Например, «независимость Украины», «независимость (некоторого, какого-либо) государства».

Значительная доля условности имеется и в делении понятий на собирательные и несобирательные. Несобирательными называются понятия, предметы которых представляют собой нечто целое, хотя и состоящее возможно из каких-то различных частей, но мыслимое как нерасчлененное целое. Например, «физическое тело», «человек», «растение». Конечно, каждое тело является, как мы знаем, совокупностью молекул и других частиц, но в несобирательном понятии мы отвлекаемся от его структуры и вообще от того, что оно представляет собой какую-то структуру. Предметы, обобщаемые в собирательных понятиях, то есть элементы объема такого понятия, это некоторая совокупность (возможно, даже отдельно существующих предметов) или система предметов, мыслимая как целое. Например, «производственная бригада», «народ», «флот», «лес» и т. п.

Объем понятия «производственная бригада» есть совокупность всех возможных производственных бригад (таким образом, понятие является общим), и содержание понятия «совокупность людей, соответствующим образом организованных для выполнения определенных производственных задач» относится к каждой из них, но, конечно, не к отдельным членам бригады. Очевидно, что собирательное понятие может быть и единичным, например, «студенческий коллектив МГУ», «созвездие Большой Медведицы» и др.

Отдельные предметы, составляющие совокупности, мыслимые в собирательном понятии, вообще говоря, существуют или могут существовать отдельно или самостоятельно. Но в некоторых отношениях их совокупность выступает как одно целое (например, перед всеми людьми, составляющими производственный коллектив, стоят некоторые общие задачи, и все они в совокупности несут ответственность за их выполнение и т. д.). Это обуславливает возможность и необходимость в некоторых случаях мыслить совокупность как один предмет. Иногда говорят, что собирательные понятия могут употребляться в разделительном смысле. Так, как будто, употребляется собирательное понятие «данный коллектив» в суждении: «Все члены данного коллектива справились со своим заданием».

Однако точнее сказать, что в данном суждении сам предмет (данный коллектив), а не понятие, берется разделительно, хотя бы потому, что члены коллектива являются частями коллектива, но не являются ни частями, ни элементами объема понятия «данный коллектив». Понятие «данный коллектив» — в своем обычном собирательном смысле — мы используем здесь для образования нового (общего) понятия «член данного коллектива». Это — общее, несобирательное, относительное понятие, в котором мыслится отношение людей к определенному предмету, именно к данному коллективу.

Другой вид также общего и относительного понятия, представляющий собой обобщение только что рассмотренного, представляет понятие «член коллектива» (член какого-нибудь коллектива).

К числу приведенных — обычно рассматриваемых делений в учебной литературе — полезно добавить деление понятий на эмпирические и теоретические. В э м п и р и ч е -

ских понятиях основное содержание составляют признаки, доступные наблюдению, например, «жидкость, не имеющая цвета, запаха и вкуса» (вода — в обыденном смысле). В теоретических понятиях наличие этих признаков у предметов устанавливается посредством некоторого теоретического анализа. Например, «химически сложное вещество, молекулы которого состоят из двух атомов водорода и одного атома кислорода» (вода — как особое химическое вещество). Еще примеры эмпирических и теоретических понятий: температура как «степень нагретости тела» в смысле ощущения его как более теплого или менее теплого (эмпирическое понятие), «величина, характеризующая физическое тело, значение которой определяется посредством термометра» (эмпирическое понятие); «характеристика физического тела, значение которой равно средней кинетической энергии движения молекул» (теоретическое понятие).

Мы видели, что грани между некоторыми выделяемыми видами понятий не всегда являются достаточно четкими. Однако это не умаляет ценности этих деления (тем более, как уже подчеркивалось, во многих классификациях даже более простых объектов есть моменты условности, неопределенности, огрубления и т. д.). К тому же деление понятий на виды имеет не столько практическое, сколько теоретическое значение. Оно важно с гносеологической точки зрения, поскольку различные виды понятий представляют собой в то же время различные способы мыслительной деятельности.

В многообразии видов понятий выражается активный и сложный характер отражения мира в мышлении, соответствующий сложности и многосторонности познаваемой нами действительности. Предметами понятий, как мы видели, могут быть отдельные предметы и их характеристики (свойства, отношения и т. д.). Предметы — и даже одни и те же — могут обобщаться по различным их сторонам, по наличию и отсутствию свойств, качеств, отношений, по собственным характеристикам предмета и по отношению его к другим предметам и т. д.

Совокупности взаимосвязанных предметов могут мыслиться разрозненно и, наоборот, возможно мысленное объединение в некоторый агрегат предметов, существующих раздельно, и т. д., и т. п. Знание этих способов позволяет ов-

ладеть, понятием как одной из форм мышления. Это важно также и для того, чтобы умело пользоваться имеющимися в нашем распоряжении понятиями в процессе рассуждения.

■ Упражнения

Дайте характеристики следующих понятий (укажите, к каким видам они относятся):

- а) хвойное дерево;
- б) плодовое растение;
- в) промышленное предприятие;
- г) самое большое число;
- д) промышленное предприятие, не имеющее связей с другими предприятиями;
- е) социал-демократическая партия;
- ж) член (какой-нибудь) социал-демократической партии;
- з) породненные города;
- и) член труппы какого-нибудь театра;
- к) население государства, расположенного на Северном полюсе;
- л) численность населения государства, расположенного на Южном полюсе;
- м) равнодействующая всех сил, действующих на Землю.

§ 21. Виды отношений между понятиями

Для того, чтобы правильно оперировать понятиями — в этом состоит одна из целей изучения теории понятия — необходимо учитывать, что они существуют в системе знания не изолированно, а находятся в каких-то отношениях между собой. Эти отношения многообразны. Можно выделить, по крайней мере, два типа таких отношений. Один тип — отношения теоретико-множественной (экстенциональной) природы. Это отношения между классами, которые представляют объемы понятий, хотя и зависят определенным образом от содержаний понятий. Другого типа отношения возникают в процессе познания, когда возникают вопросы: может ли быть познано одно явление, если не познано другое? знание каких явле-

ний необходимо для познания других? и соответственно о том, какие понятия необходимы, и даже в какой степени, для определения других? и что необходимо для определения первых?

Примером такой субординации понятий может служить определение истинных солнечных суток: «Истинные солнечные сутки — это промежуток времени между двумя непосредственно следующими друг за другом истинными полуднями. Истинный полдень (в данном месте) — это момент верхней кульминации центра солнечного диска (светила вообще). Кульминация центра солнечного диска — это явление прохождения центра диска Солнца через небесный меридиан, а верхняя кульминация — это прохождение центра диска через меридиан верхней части небесной сферы. Небесный меридиан — это линия, в которой плоскость небесного меридиана пересекает небесную сферу. Плоскость небесного меридиана — это плоскость, проходящая через точку зенита центра небесной сферы и полюс мира. Точка зенита — это наивысшая точка небесной сферы над головой наблюдателя. Полюсы мира — это точки пересечения оси мира с небесной сферой. Ось мира — это ось суточного вращения небесной сферы. Центр небесной сферы — это глаз наблюдателя. Небесная сфера — это воображаемая шаровая поверхность, на которую мы проецируем положение небесных тел. Верхняя часть небесной сферы — это часть небесной сферы, лежащая на плоскости небесного экватора. Плоскость небесного экватора — это плоскость, перпендикулярная оси мира и проходящая через центр небесной сферы».

Однако в логике пока нет теории, описывающей отношения этого (последнего) типа. Но довольно детально разработана теория отношений первого типа. Мы ограничимся рассмотрением только этих отношений.

Здесь имеются в виду отношения между парами понятий по их содержаниям и по их объемам. Те и другие отношения, как мы увидим далее, определенным образом связаны между собой. Выяснение отношений между содержаниями может быть связано с вопросами: является ли содержание одного понятия более широким, чем содержание другого, или, могут ли признаки, составляющие содержание одного и другого, принадлежать одним и тем же предметам? Об объемах двух понятий соответственно можно спросить: является

ли объем одного понятия уже объема другого, или, имеются ли такие предметы, которые одновременно являются элементами объема и одного, и другого понятия?

Обратим внимание сразу на то, что надо отличать отношения понятий о тех или иных предметах от отношений между самими предметами, тем более что имеются даже общие термины для обозначения отношений того и другого типа. Так, мы говорим, что крыло самолета является частью самолета, а объем понятия «реактивный самолет» является частью объема понятия «самолет». Городской район — часть города, но объем понятия «городской район», конечно, не является частью объема понятия «город». Отношения «часть» — «целое» между предметами называются м е р и о л о г и ч е с к и м и; рассматриваемые здесь отношения между понятиями — это логические отношения (при этом определенного типа, связанные именно с указанными выше вопросами. Возможны и другие отношения: например, в системе понятий той или иной науки одни понятия определены через другие, но не наоборот и т. д.).

Однако и среди интересующих нас отношений между понятиями возможно различие отношений по логическим и фактическим содержаниям и соответственно объемам. В дальнейшем речь будет идти об отношениях между фактическими содержаниями (и объемами) относительно всех вообще имеющих на данный момент знаний в повседневном обиходе или в соответствующей науке, к которой относится понятие.

Кроме того, надо заметить, что в практике научного познания возникают ситуации, когда надо определить отношения между множеством понятий, состоящим из более чем двух понятий. Но задача в этом случае сводится к более простой: к выяснению отношений данного множества понятий попарно.

1. Любые два понятия прежде всего являются с р а в н и м ы м и или н е с р а в н и м ы м и. Два понятия сравнимы, если они имеют общий род. В противном случае понятия несравнимы. Например, понятия «плоская геометрическая фигура (род), замкнутая и ограниченная четырьмя прямыми (видовое отличие)» и «плоская геометрическая фигура (род), замкнутая и ограниченная тремя прямыми (видовое отличие)» являются сравнимыми. Но «плоская, замкнутая геомет-

рическая фигура (род), ограниченная четырьмя сторонами», не является сравнимым понятием ни с одним из указанных. Обратим внимание на то, что обычно сравнимыми называют понятия, предметы которых имеют какие-то общие признаки, если же у предметов, мыслимых в понятии, нет никаких общих признаков, то они несравнимы. Однако, строго говоря, все предметы, поскольку понятие «предмет» употребляется здесь в широком смысле «как предмет мысли», имеют какие-то общие признаки, хотя бы именно тот, что они являются или могут быть предметами мысли. Кажутся явно несравнимыми, например, понятия «радость» и «искусственный спутник Земли». Однако, если мы их сформулируем так, что возьмем в качестве рода множество никак не охарактеризованных предметов («нечто») и все остальные характеристики, по которым выделяем соответствующие объекты мысли, отнесем к видовым отличиям, то понятия оказываются сравнимыми. Таким образом, существенно обращать внимание на строение (формулировку) понятия.

При указанном выше способе сравнения содержаний понятий по информативности на основе отношения логического следования предполагается, что понятия имеют общий род, а сравниваются части содержаний, заключенные в видовых отличиях. Приведение подлежащих сравнению понятий к общему роду так же необходимо, как приведение сравниваемых дробей к общему знаменателю, и только при осуществлении такого приведения они становятся сравнимыми. Из данных разъяснений напрашивается мысль, что все понятия сравнимы, поскольку они могут быть всегда приведены к общему роду. Однако в определении сравнимости мы имеем в виду не возможность, а фактическое положение дел. И это существенно, поскольку понятие, полученное из какого-либо понятия изменением его рода, представляет собой уже иное понятие, чем исходное.

II. Среди несравнимых понятий не существует уже никаких отношений. В множестве пар сравнимых понятий выделяются совместимые и несовместимые. Понятия совместимы, если признаки, составляющие содержание этих понятий, могут принадлежать одним и тем же предметам, их объемы имеют какие-то общие элементы. В противном случае понятия несовместимы. Например, совместимыми являются понятия: «активист» и «отличник», «философ-

материалист» и «философ-метафизик», «философ-идеалист» и «философ-диалектик» и т. п. Здесь, как и в дальнейших примерах, подразумевается, что понятия сформулированы так, что они имеют общий род. Для первой пары понятий общим родом может быть класс людей или класс учащихся, для остальных — класс людей.

Необходимым и достаточным условием логической несовместимости понятий $x A(x)$ и $x B(x)$ является пустота пересечения их объемов: $Wx A(x) \cap Wx B(x) = \emptyset$. Для содержаний понятий в этом случае имеем $\Gamma, A(x) \models \neg B(x)$. При этом, в случае логической несовместимости понятий, Γ пусто (значит, может быть любым). При фактической несовместимости Γ — некоторое непустое множество высказываний, относящихся к дескриптивным терминам в $A(x)$ и $B(x)$ (и любое его расширение).

В силу того, что Γ есть множество высказываний (замкнутых формул), логическая несовместимость указанных понятий означает логическую истинность выражений $\forall x (A(x) \supset \neg B(x))$ и $\forall x (\neg A(x) \vee \neg B(x))$ (логическая истинность формул означает истинность лишь в силу логических форм, независимых от значений дескриптивных терминов в них).

При фактической несовместимости эти выражения истинны в силу значений, имеющихсся в $A(x)$ и $B(x)$ дескриптивных терминов.

Для совместимых понятий имеем: $Wx A(x) \cap Wx B(x) \neq \emptyset$ и истинное высказывание $\exists x (A(x) \& B(x))$. При этом для логической совместимости это высказывание истинно лишь в силу своей логической формы (то есть истинно независимо от значений дескриптивных терминов в составе форм $A(x)$ и $B(x)$). Фактическая совместимость означает истинность указанных высказываний в силу данных значений дескриптивных терминов в $A(x)$ и $B(x)$ и, значит, с учетом некоторого множества знаний Γ относительно этих терминов.

Несовместимые понятия: «студент — отличник» и «неуспевающий студент», «интернационалист» и «националист», «кристаллическое вещество» и «вещество, не имеющее определенной температуры плавления».

Ясно, что для решения вопроса о совместимости или несовместимости понятий нужно иметь сами понятия, а не слова, которые служат их сокращениями. Так, если молекулой называется наименьшая частица вещества, обладающая

его химическими свойствами, то совместимыми, очевидно, являются понятия «молекула» и «атом», поскольку имеются так называемые одноатомные молекулы (например, молекулы инертных (благородных) газов).

Кстати, автор статьи «Молекула» в БСЭ (изд. 3-е), сформулировав указанное в начале определение ее, вместе с тем замечает, что «одноатомные молекулы по сути дела являются атомами вещества и поэтому (? — Д., В.), строго говоря, не могут быть отнесены к молекулам». Автор здесь противоречит сам себе. Согласно его определению молекулы, одноатомная молекула является молекулой в строгом смысле слова.

ВИДЫ СОВМЕСТИМОСТИ

В множестве пар совместимых понятий различаются три вида: 1) равнозначные понятия; 2) понятия, находящиеся в отношении логического подчинения; 3) перекрещивающиеся понятия. Равнозначными называются понятия, объемы которых совпадают и только содержания различны. Таким образом, эти понятия выделяют один и тот же класс предметов, но по разным совокупностям признаков. Например, «равносторонний треугольник» и «равноугольный треугольник» (в Эвклидовой геометрии); «тело, на которое не действуют никакие силы, или равнодействующая всех сил равна нулю» и «тело, которое находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения», «студент, для которого не существует таких вопросов (данного) курса, на которые он не может ответить» и «студент, который может ответить на все вопросы (данного) курса».

Для содержания равнозначных понятий $x A(x)$ и $x B(x)$ существует их эквивалентность $A(x) = B(x)$, что означает $\Gamma, A(x) = B(x)$ и $\Gamma, B(x) = A(x)$. Если эти соотношения имеются при пустом Γ — понятия логически равнозначны; если же только при некотором непустом Γ (и, естественно, при всех возможных расширениях его в этом случае), то они оказываются фактически равнозначными (относительно этого Γ).

Понятия в приведенных выше двух первых примерах фактически равнозначны (относительно множества аксиом геометрии и относительно множества утверждений физики), а в последнем имеем логическую равнозначность понятий, что очевидно в силу логических форм этих понятий $x \neg \exists y \neg P(x, y)$ и $x \forall y P(x, y)$.

Относительно множества утверждений арифметики равнозначны «целое положительное число, отличное от 1 и не имеющее никаких делителей кроме себя и 1» и «целое положительное число, имеющее ровно два различных делителя» (в том и другом понятии выделяется класс простых чисел).

Понятия находятся в отношении логического подчинения, если объем одного из них составляет правильную часть объема другого (а содержания — в соответствии с законом обратного отношения — находятся в обратном отношении).

Понятие с более широким объемом называется *подчи- ня ю щ и м*, а другое — *подчи н е н н ы м*. Примеры: «четыреугольник» и «прямоугольный четырехугольник», «философ» и «философ-материалист», «международные отношения» и «международные экономические отношения», «химически простое вещество» и «металл», «учащийся вуза» и «студент» («учащийся вуза или среднего специального учебного заведения»).

Для понятий $x A(x)$ и $x B(x)$, находящихся в отношении логического подчинения, имеем: $W x B(x) \subset W x A(x)$ и $\Gamma, B(x) \models A(x)$, но $\Gamma, A(x) \not\models B(x)$. В случае пустого Γ существует родовидовое отношение логического характера, при непустом Γ — родовидовое отношение фактического характера (относительно Γ). Таковы отношения понятий во всех указанных примерах, кроме последнего.

Отношение логического подчинения иначе характеризуют как родовидовое, называя понятие, объем которого включает объем другого в качестве своей правильной части, родовым по отношению к этому второму, а второе — видовым по отношению к первому. Класс предметов, составляющих объем родового понятия, называют *родом* для класса предметов, мыслимых во втором понятии, а этот второй класс, наоборот, в *дом* предметов данного рода.

Перекрещивающимися называют такие понятия, в объемах которых имеются общие элементы, однако в составе каждого из них содержатся такие предметы, которые не являются элементами другого. Например, «участник движения за ядерное разоружение» и «предприниматель», «поэт» и «драматург», «студент» и «спортсмен» и т. п. Для перекрещивающихся понятий $x A(x)$ и $x B(x)$ верно утверждение $\exists x (A(x) \& B(x))$ с учетом некоторого Γ — в случае фактического перекрещивания или без учета Γ — логическое отношение перекрещивания.

ВИДЫ НЕСОВМЕСТИМОСТИ

Среди несовместимых понятий выделяются пары противоречащих, противоположных и соподчиненных понятий.

Противоречащими являются понятия вида $xA(x)$ и $xB(x)$, где $A(x) \equiv \neg B(x)$ и где $B(x)$ в свою очередь неэквивалентно отрицанию некоторой формулы $C(x)$, то есть такие, в одном из которых мыслятся предметы, лишенные каких-либо свойств, составляющих видовое отличие предметов, мыслимых в другом.

Эквивалентность $A(x) \equiv \neg B(x)$ может быть фактической или логической. В общем случае наличие ее означает $\Gamma, A(x) \vDash \neg B(x)$ и $\Gamma, \neg B(x) \vDash A(x)$. При пустом Γ эти понятия логически противоречивы: при наличии же этих отношений только при некотором непустом Γ имеем отношение фактического противоречия (относительно данного Γ). Для логически противоречивых понятий $xA(x)$ и $xB(x)$ логически истинны высказывания $\forall x (A(x) \vee B(x))$ и $\forall x (\neg A(x) \vee \neg B(x))$. При фактической противоречивости этих понятий данные высказывания истинны в силу значений дескриптивных терминов в составе $A(x)$ и $B(x)$.

Примеры противоречащих понятий: «город, являющийся столичным» и «город, не являющийся столичным», «слово, изменяющееся по числам и падежам» и «слово, не изменяющееся по числам или не изменяющееся по падежам», «тело (материальное), находящееся в покое или в состоянии равномерного прямолинейного движения» и «тело, которое не находится в покое и не находится в состоянии равномерного прямолинейного движения».

Фактически противоречащими являются понятия «равносторонний прямоугольный четырехугольник» и «четырёхугольник, у которого диагонали в точке пересечения не делятся пополам», «ромб» и «неравносторонний четырехугольник».

К числу противоположных понятий относят, например, такие, как «человек высокого роста» и «человек низкого роста», «черное» и «белое», «человек высоконравственный» и «безнравственный человек». Обычно мы более или менее удачно применяем термин «противоположности» при интуитивном его употреблении. Определение же его смысла является трудной проблемой. Как правило, в этом от-

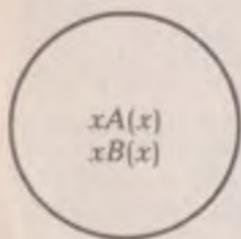
ношении находятся понятия, которые отражают крайние степени какой-либо интенсивности. Более конкретно речь идет о понятиях, объемы которых составляют два крайних вида в множестве видов, которые выделены и расположены по степени изменения какого-нибудь признака. Так, например, объем понятия «ахроматический цвет» можно разделить по степени яркости на «белый», «светло-серый», «серый», «темно-серый», «черный». Таким образом, «белый» и «черный» здесь оказываются противоположностями. По-видимому, в любом случае, говоря о противоположных понятиях, мы подразумеваем возможность какого-либо упорядочивания видов предметов, входящих в его объем.

Среди философских систем различают материализм (исходное положение которого состоит в том, что материя первична, а сознание вторично, то есть является продуктом развития материи), дуализм (согласно представлениям которого материя и сознание существуют независимо друг от друга), идеализм (считающий, что сознание — идея, духовное вообще — первично, материя — вторична). Таким образом, идеализм есть противоположность материализма.

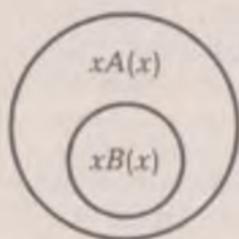
Наконец, два несовместимых понятия, которые не являются ни противоречащими, ни противоположными, называются *с о п о д ч и н е н н ы м и*. Например, «прямолинейное движение» и «криволинейное движение», «животное» и «растение» и т. п.

Приняты следующие графические изображения отношений между объемами совместимых и несовместимых понятий.

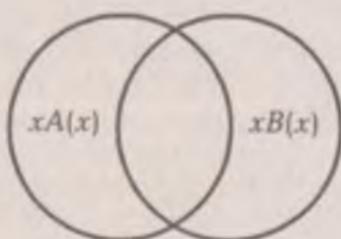
1. Отношение совместимости:



Равнозначность

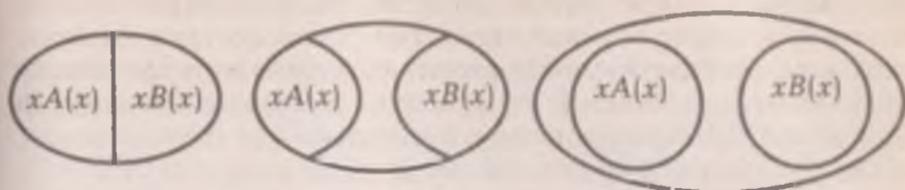


Логическое подчинение



Перекрещивание

2. Отношение несовместимости:



Противоречие

Противо-
положность

Соподчинение

Каждой из указанных схем может быть сопоставлена совокупность некоторых высказываний. Так, схема логического подчинения указывает на истинность высказывания: «Всякий предмет из области x , обладающий характеристикой B , есть предмет, имеющий характеристику A и только некоторые предметы, имеющие характеристику A суть предметы, обладающие характеристикой B », и «Всякий предмет из области x есть A или B ». Читателю предлагается самому проанализировать с указанной точки зрения все другие схемы.

Таким образом, связывая схемы с определенным высказыванием, мы имеем некоторый способ проверки того, правильно ли определено отношение между теми или иными понятиями. Например, изобразив отношение между понятиями

«слово» — A и «существительное» — B схемой , мы

принимаем за истинные утверждения: «всякое существительное есть слово» и «только некоторые слова суть существительные». Если же A есть «слово», а B — «корень слова», то при таком же изображении отношения между этими понятиями нужно было бы признать, что «Всякий корень слова есть слово». Но при том употреблении термина «слово», которое принято в лингвистике, это, очевидно, неверно.

Дело в том, что корень слова — это не вид слова, а его часть. Между понятиями нет родовидового отношения.

Для успешного решения вопросов об отношении тех или иных понятий, естественно, нужно точное знание содержания, а тем самым и объема понятий. Как, например, решить вопрос об отношении между понятиями «дерево, имеющее лиственную крону» и «дерево, имеющее хвойную крону», не

имея понятия «листья»? Если хвоя — вид листьев, тогда второе является подчиненным первому. Однако часто знание отношений между понятиями, а тем более процесс их установления способствует уточнению, углублению содержаний употребляемых понятий. И, конечно, овладение процедурой выяснения отношений между понятиями способствует развитию аналитических способностей мышления.

■ Упражнения

1. Какие из следующих отношений между понятиями являются отношениями «рода и вида», а какие отношениями «часть и целое»:

а) школа, средняя школа; б) четырехугольник и сторона четырехугольника; в) натуральный ряд чисел, геометрическая прогрессия; г) ромб, квадрат; д) Китай, Азия; е) множество натуральных чисел, множество четных натуральных чисел; ж) часть Китая, часть Азии; з) кислота, химически сложное вещество?

2. Изобразите посредством круговых схем отношения между понятиями:

а) естественный спутник какого-нибудь небесного тела, спутник Земли, небесное тело, спутник Марса, спутник какого-нибудь небесного тела, искусственный спутник какого-нибудь небесного тела;

б) мужество, упорство, упрямство;

в) дед, сын, брат, мужчина, отец, внук, дядя, племянник;

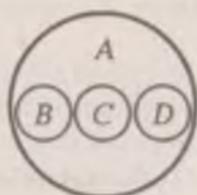
г) уравнение, уравнение с целочисленным решением, уравнение, не имеющее решения, уравнение с решением в рациональных числах;

д) окружность, геометрическое место точек, равноудаленных от одной точки, полусфера, дуга окружности, сфера;

е) корень квадратный из 4, четное число, нечетное число, корень квадратный из 9, число, деление на которое дает то же число; число, на которое не делится никакое число; корень квадратный из 1;

ж) слово, изменяющееся по лицам; слово, изменяющееся по падежам, спрягаемое слово, глагол, прилагательное, наречие, существительное.

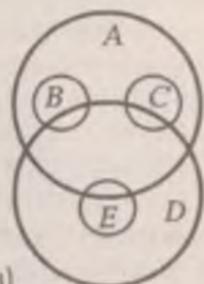
3. Укажите какие-нибудь понятия, отношения между которыми удовлетворяют следующим схемам:



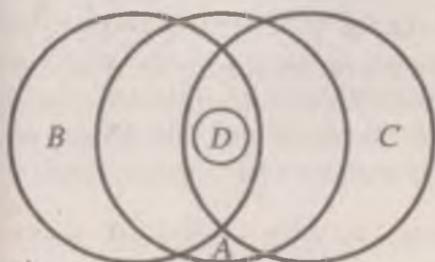
а)



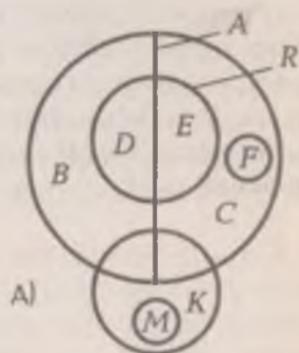
б)



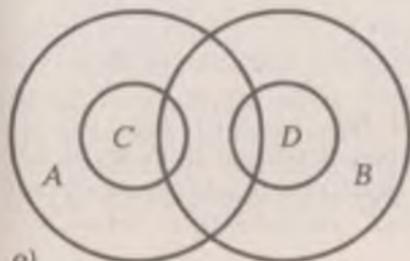
в)



г)



д)



е)

4. Какие отношения между понятиями «объективный человек», «честный человек» и «справедливый человек» имеются в виду в утверждениях (изобразите эти отношения посредством круговой схемы):

а) ни один необъективный человек не является справедливым;

- б) некоторые честные люди справедливы и наоборот;
- в) ни один честный не является необъективным¹?

5. Опрос 100 студентов дал следующие результаты о количестве изучающих различные иностранные языки: английский — 28, немецкий — 30, французский — 42, английский и немецкий — 8, английский и французский — 10, немецкий и французский — 5, все три языка — 3.

- а) Сколько студентов не изучает ни одного языка?
- б) Сколько студентов изучает только французский язык?
- в) Сколько студентов изучает только немецкий язык?
- г) Сколько студентов изучает только английский язык?
- д) Сколько студентов изучает немецкий язык в том и только в том случае, если они изучают французский язык?
- е) Сколько студентов изучает немецкий язык в том и только в том случае, если они не изучают английский язык?

(Ук а з а н и е. Нарисуйте схему в виде трех кругов, обозначающих студентов, изучающих соответственно английский, французский и немецкий языки. В каждую из полученных областей впишите цифры, исходя из условия задачи.)

¹ При затруднении обратитесь к разделу «Непосредственные выводы из категорических суждений» § 36.

ОПЕРАЦИИ С ПОНЯТИЯМИ

Выше мы познакомились со структурами понятий, с их видами и видами отношений между ними. Но главная цель теории понятия состоит в том, чтобы овладеть понятиями как некими средствами познания, выработать практические навыки правильного оперирования ими. Приступая к изучению операций с понятиями, мы подходим как раз к выяснению таких аспектов, которые позволяют приобрести эти навыки.

Здесь мы имеем в виду некоторые основные операции с понятиями, к числу которых относятся обобщение и ограничение понятий и деление понятий. Частным видом деления является классификация. Обычно к числу операций с понятиями относят также и определение. Но это связано с неправильной трактовкой этой операции как операции, посредством которой раскрывается содержание понятия. Посредством определения понятия обычно вводятся в науку, хотя это не единственная функция данного приема познания.

§ 22. Обобщение и ограничение понятий

Обобщение некоторого понятия есть операция образования из этого понятия некоторого нового с более широким объемом, что означает обобщение и выделение более широкого круга предметов. Обратная операция перехода от некоторого понятия к понятию с меньшим объемом называется ограничением понятия. В математике, напри-

мер, особенно в геометрии, обычно мы идем от наиболее общих понятий к менее общим: от характеристики треугольников вообще к характеристикам отдельных видов треугольников — прямоугольных, равносторонних, равнобедренных и т. д. От четырехугольников — к ромбам, квадратам. Хотя в той же математике имеют место и обратные процессы. Например, от рассмотрения целых положительных и целых отрицательных чисел — к целым числам вообще, от целых и дробных — к рациональным и иррациональным, затем — к действительным. В опытных науках, таких, например, как биология, учащиеся начинают изучение с некоторых видов знакомых (наблюдаемых) растений и животных и идут затем к обобщениям введенных понятий и рассмотрению, таким образом, более широких классов организмов.

В изучении материала движение тем или иным образом зависит в значительной мере от степени сложности самих понятий, от степени трудности выделения видообразующих, в совокупности отличительных признаков того или иного класса предметов.

Переход от данного понятия к понятию с более широким объемом — обобщение понятия — осуществляется за счет определенного ослабления содержания первого. Так, от понятия «повествовательное предложение» переходим к понятию «предложение», исключая из содержания этого понятия указание на то, что в грамматической форме этого типа о чем-то сообщается. От понятия «серная кислота» как вида кислоты переходят к понятию «кислота», от последнего как вида химически сложного вещества, — к понятию «химически сложное вещество» и далее — к понятию «вещество» вообще.

Ясно, что обратная операция перехода от некоторого понятия к понятию с меньшим объемом — ограничение понятия — осуществляется за счет расширения содержания исходного. Ограничивая понятие «вещество», получаем понятие «химически сложное вещество», затем «кислота», «серная кислота».

В этих примерах мы имеем, очевидно, уже не отдельные акты обобщений и ограничений, а и последовательности таковых, соответствующие определенным процессам мышления — так называемого восхождения от отдельного или особенного к общему, от него — к более об-

щему и т. д. и, наоборот, — процесс движения от общего к конкретному (особенному или отдельному). В процессах такого рода необходима определенная последовательность. Другими словами, надо избегать скачков в обобщениях и ограничениях. Это значит, что каждый акт обобщения должен быть переходим от вида к некоторому ближайшему роду. При ограничении — наоборот: от рода к некоторому ближайшему виду. Зная, например, что-то о серной кислоте, мы можем ставить вопрос: нельзя ли это высказать о кислоте вообще или даже о всех химически сложных веществах? Но переходя сразу, например, от серной кислоты к химически сложному веществу, мы затруднили бы процесс проверки правомерности обобщения наших знаний. Конечно, проверку такого рода легче осуществлять последовательно, «шаг за шагом».

Кроме того, мы видим, что ограничение одного и того же понятия может идти по разным направлениям. Аналогично имеются различные возможности обобщения одного и того же понятия. От понятия «равносторонний прямоугольный четырехугольник» можно перейти как к понятию «равносторонний четырехугольник», так и к понятию «прямоугольный четырехугольник». Ограничение понятия есть его конкретизация, которая связана с учетом особенностей при образовании более узкого понятия. Обобщение, наоборот, связано с приемом абстрагирования, отвлечения от каких-то особенностей, мыслимых в понятии предметов. Короче говоря, ограничение есть выделение особенного в пределах чего-то общего, а обобщение — переход от особенного к чему-то общему.

Наряду с данными определениями операций обобщения и ограничения эти операции имеют и другие важные характеристики. Так, полезно еще раз заметить, что обобщение — это переход от данного понятия к некоторому его роду, а ограничение, наоборот, — от рода (данного понятия) к некоторому его виду. В терминах, описанных выше отношений между понятиями, обобщение представляет собой переход от подчиненного понятия к подчиняющему, а ограничение — наоборот. С точки зрения объемов понятий, то есть с экстенциональной точки зрения, это — переходы от подмножеств (подклассов) к множествам (классам) и наоборот.

Отношение вида и рода, как мы уже раньше подчеркивали, надо отличать от отношения «часть и целое» между пред-

метами. Аналогично, не следует смешивать обобщение понятий (например, переход от понятия «прямоугольный треугольник» к понятию «треугольник») с переходами — в процессе мысленного оперирования с предметами — от части к целому (например, переход от «стороны треугольника» к «треугольнику»). В первом случае мы можем сказать: «Всякий прямоугольный треугольник есть треугольник». Но сторона треугольника, конечно, не является треугольником!

Потребность в обобщении понятий возникает, в частности, при необходимости обобщения формулировок законов науки. Как мы знаем, в обычной формулировке закона Архимеда он представляет собой утверждение, относящееся к классам жидкостей и твердых тел. Однако закон справедлив и для газообразных тел (и обычно применяется в аэродинамике). Для его обобщения должно быть обобщено понятие жидкости так, чтобы обобщенное понятие охватывало и жидкости, и газы. Таковым является, например: «Вещество, в массе которого давление на любую его часть передается во все стороны с одинаковой силой».

Но нередко в познании возникает необходимость также ограничения закона науки, распространения закона, относящегося к классу предметов, мыслящихся в понятии $xA(x)$ на некоторый частный случай (вид предметов) $xB(x)$.

Нетрудно видеть, что операции обобщения и ограничения понятий связаны с законом обратного отношения. Если понятие $xA(x)$ является обобщением понятия $xB(x)$, а второе, очевидно, в этом случае — результат ограничения первого, то для объемов этих понятий имеем $WxB(x) \subset WxA(x)$ (объем второго составляет правильную часть первого или является собственным подмножеством первого, причем, вообще мы можем иметь здесь в виду либо фактические, либо логические объемы понятий). Содержание первого понятия является частью содержания второго, то есть $\Gamma, B(x) \models A(x)$, но не наоборот ($\Gamma, A(x) \not\models B(x)$). (Можно сказать, что содержание первого составляет правильную часть второго.)

При непустом Γ имеем отношение между фактическими содержаниями, при пустом — между логическими. В зависимости от того, имеем ли указанное отношение между логическими объемами и содержаниями понятий или фактически, различаем также фактические и логические обобщения и ограничения понятий.

Наиболее распространенными в практике являются обобщения логического характера, однако учитывать указанное различие существенно хотя бы для того, чтобы отличать фиктивные обобщения либо ограничения от действительных. В практике научного познания обычно представляют интерес фактические обобщения и, как правило, они в то же время являются и логическими (таковы обобщения во всех приведенных выше примерах). Но, например, ограничение понятия «равносторонний четырехугольник» до понятия «равносторонний четырехугольник со взаимно перпендикулярными диагоналями» является логическим, но не представляет собой фактического ограничения. По существу, логические обобщения и ограничения, которые не являются в то же время фактическими, представляют собой фиктивные обобщения и ограничения, хотя не исключено, что в каких-то процессах познания могут представлять интерес и чисто логические операции указанных типов.

В свете сказанного выявляется явная неточность определения самих операций обобщения и ограничения понятий в традиционной логике. Обобщение здесь определялось как переход от некоторого понятия к другому, более широкому по объему за счет исключения из содержания исходного понятия каких-либо признаков, составляющих видовое отличие обобщенных в этом понятии предметов, а ограничение — как переход к понятию с меньшим объемом за счет добавления новых признаков к видовому отличию исходного. Это лишь некоторые, наиболее простые, частные, случаи операций обобщения и ограничения понятий, а именно обобщение здесь — переход от понятия вида $x(A(x) \& B(x))$ к понятию $xA(x)$; ограничение — обратный переход. Например: «государство» — «европейское государство» — «современное европейское государство».

Однако расширение, усиление, обогащение содержания понятия может происходить отнюдь не только за счет добавления, как и ослабление содержания — не только за счет исключения каких-то имеющихся в нем признаков. Очевидно, что содержание понятия «вещество, не соединяющееся с соляной кислотой», слабее, чем содержание понятия «вещество, не соединяющееся ни с какой кислотой» (а объемы их, соответственно, в обратной зависимости). Хотя дело здесь, конечно, не в количестве признаков!

Как мы видели, согласно закону обратного отношения при увеличении объема понятия содержание его ослабляется. Но это не значит, вообще говоря, что при этом уменьшается количество его признаков. Это значит лишь то, что содержание второго понятия логически следует из содержания первого. Указанное отношение между содержаниями можно использовать в качестве критерия того, имеет ли место обобщение или нет (соответственно, и ограничение). Очевидно, что это приводит нас к обобщению самих понятий «обобщение и ограничение понятий». Приведем примеры. Содержание понятия вида « $xP(x, a)$ » (например, «студент, сдавший во время данной сессии логику») шире, чем содержание $x\exists yP(x, y)$ («студент, сдавший какой-нибудь из предметов данной сессии»), поскольку имеем $P(x, a) \models \exists yP(x, y)$, но $\exists yP(x, y) \not\models P(x, a)$. Ясно также, что $\forall yP(x, y) \models P(x, a)$, но $P(x, a) \not\models \forall yP(x, y)$. Значит, понятие вида $x\forall yP(x, y)$ (студент, сдавший все экзамены данной сессии) богаче по содержанию, чем первое и второе из указанных. Таким образом, последовательность понятий $x\exists yP(x, y)$, $xP(x, a)$, $x\forall yP(x, y)$ представляет собой результат последовательного ограничения первого понятия (обратная последовательность — результат последовательного обобщения понятия $x\forall yP(x, y)$).

Говоря о последовательных обобщениях и ограничениях понятий, естественно поставить вопрос: есть ли пределы этих процессов? То есть, имеются ли пределы обобщения и ограничения того или иного определенного понятия? Что касается ограничения, то здесь вопрос как будто решается просто. В истории логики на него отвечали обычно так: «Предел ограничения — это индивид!» Пределами ограничения, например, понятия «человек», являются «Аристотель», «Сократ», «Ф. Бэкон» и т. п. Для понятия «страна» таковыми являются «Франция», «Англия» и прочие. Однако это не точно. Ибо «Аристотель», «Платон», «Франция» и т. п. — это не понятия (точнее, — не понятийные выражения, а собственные имена). Фактически, *пределами ограничения являются единичные понятия*. Для человека таковым может быть «основоположник логики». Образование же собственного имени из единичного понятия — это особая операция! Операция, если можно так выразиться, «извлечения предмета» из объема единичного понятия. Так, из объема понятия «основоположник логики» посредством оператора «тот, который» (?)

образуем единичное описательное имя: «тот человек, который является основоположником логики». Соответствующее собственное имя — Аристотель.

Сложнее дело обстоит с вопросом о пределах обобщения. Здесь надо отличать вопрос о пределах обобщения отдельно взятого понятия (вне какой-либо системы знаний) от обобщения понятия в составе некоторой системы знания, в рамках некоторой теории. Например, рассматривая понятие «млекопитающее, живущее на суше», можем получить: «млекопитающее», «животное», «живое тело», «тело» и даже вообще — «нечто». Это последнее, по-видимому, и есть предел обобщения любого отдельно взятого понятия. В рамках же биологии пределом обобщения только что рассмотренного понятия было бы, очевидно, «живое тело»; переход к понятию «тело» означал бы выход за эти рамки, поскольку тела вообще и тем более «нечто» (!) не являются объектом изучения биологии. Таким образом, вопрос о пределах обобщения понятия в системе знания решается конкретно для каждой науки или теории.

Наконец, обратим внимание на различие процессов обобщения понятий и обобщение предметов того или иного класса или видов некоторых предметов при образовании понятий. Последнее связано с анализом самих предметов, с отвлечением от каких-то их свойств. Иначе говоря, это мысленная операция с самими предметами, а не с имеющимися уже понятиями. Умение обобщать предметы каких-либо классов, множеств является важным моментом научного познания, а также свидетельством «острого ума» и проницательности. Естественно, что этот прием заслуживает серьезного внимания в педагогической практике, так как связан с формированием и развитием творческих способностей мышления учащихся. Здесь речь идет о том, чтобы найти что-то общее в сугубо различных предметах. Так, в понятиях «симметрия», «система», «структура» обобщаются различные, весьма далекие, внешне не сходные объекты и их характеристики. Заметим, кстати, что именно умение осуществлять обобщения предметов подразумевается у представителей некоторых профессий, когда испытуемым предлагаются многообразные тесты типа: «Что общего между ботинком, книгой и телевизором? Между верблюдом, лампочкой и шариковой ручкой?»

У п р а ж н е н и я

1. Укажите, представляют ли указанные ниже последовательности понятий (или какие-нибудь их части) обобщение или ограничение понятий:

а) планета — планета Солнечной системы — ближайшая к Солнцу планета Солнечной системы;

б) младший лейтенант — лейтенант — младший офицер — офицер;

в) секунда — минута — час — сутки — единица времени;

г) абстрактная алгебра — алгебра — математика;

д) студент — человек — человечество;

е) созвездие «Малая медведица» — звезда «Малой медведицы» — «Полярная звезда»;

ж) число — четное число — число, которое делится на 2 или на 3 — число, которое делится на 2 и на 3;

з) глагол — слово изменяемое по лицам — изменяемое слово;

и) гражданин Польши — гражданин Польши и США;

к) окружность — геометрическое место точек — точка окружности — центр окружности.

2. Осуществите какие-нибудь обобщения и ограничения следующих понятий:

а) исторический роман;

б) тригонометрическая функция;

в) органическая кислота;

г) звук;

д) человек, знающий английский язык;

е) деятельность;

ж) человек, изучающий все славянские языки;

з) студент, который живет в Москве или Санкт-Петербурге;

и) учитель, преподающий логику и эстетику;

к) мужчина, любящий какую-нибудь женщину.

3. Укажите ближайший род для следующих видов (животных и предметов):

а) заяц, кит, олень;

б) лед, воск, дерево, металл.

4. Укажите общий род для следующих понятий:

а) склоняемая часть речи, спрягаемая часть речи;

б) село, деревня, хутор, аул, кишлак.

5. Укажите возможные понятия, в которых можно обобщить предметы: тряпка, циркуль, мел, транспортёр.

Попытайтесь осуществить какие-нибудь обобщения и ограничения полученных понятий.

§ 23. Деление понятий. Классификация

К операции деления мы прибегаем во всех случаях, когда возникает задача обзора, систематизации некоторого материала, определения последовательности планируемых действий. Конкретнее, в этих ситуациях речь идет об ответе на вопрос; какие виды, особые случаи предметов, явлений имеются среди предметов и явлений, обобщенных в некотором понятии? Сама же операция деления указывает, каким именно образом систематизировать эти обзоры. Ясно, что связанные с делением упорядочение, систематизация имеют важное значение в педагогическом процессе, в процессе изложения того или иного учебного материала таким образом, чтобы оно не было разрозненным, беспорядочным, несвязанным, а представляло бы собой определенную систему. Демонстрируя необходимую упорядоченность изложения материала, учитель прививает тем самым, конечно, соответствующие навыки и самим учащимся, вырабатывая у них необходимые элементы культуры мышления.

Наряду со значением в педагогической практике, деление имеет и определенное теоретическое значение. Обобщая предметы того или иного класса в понятии, мы фиксируем — как говорили ранее — нечто общее у предметов этого класса, отвлекаясь от всех видовых особенностей и индивидуальных различий предметов внутри этого класса. Так, образуя, например, понятие «металл» и фиксируя при этом то, что все металлы представляют собой химически простые вещества (то есть молекулы их состоят из однородных атомов) и что атомы их обладают низким коэффициентом ионизации, мы отвлекаемся от таких особенностей, которые характерны для цветных, щелочных металлов и отдельных металлов: натрия, железа, свинца и т. п. Однако, прибегая к такому отвлечению — необходимому на определенном этапе познания — мы вовсе не исходим из того, что видовые и индивидуальные различия предметов безразличны для науки. На-

оборот, выявив нечто общее в предметах, наука стремится далее к конкретизации знания, именно: к выявлению особенного в общем. Это значит, что задача ее далее состоит в том, чтобы выявить возможные виды предметов данного рода. Достигается это в процессах деления.

Деление понятий — это операция разбиения объема понятия на подклассы, представляющие собой виды предметов, мыслимых в этом понятии¹. Строго говоря, как видим, делится не понятие, а объем некоторого понятия. Однако само выделение видов предметов осуществляется в соответствующих понятиях. Каждое такое понятие есть результат ограничения исходного. Таким образом, сам процесс деления понятия может быть охарактеризован, так же как процесс выявления возможных видовых понятий.

Как мы видим, процесс деления понятия имеет два аспекта: интенциональный и экстенциональный. Первый представляет собой выявление понятий, являющихся видовыми по отношению к исходному. Результатом является выделение видов предметов объема исходного понятия и осуществления таким образом разбиения его объема. Последнее и составляет второй аспект деления. Поскольку каждый вид предметов данного рода представляет собой нечто особенное в том общем, что зафиксировано в содержании понятия, деление понятия есть выявление возможных различий в составе его объема. При этом различение проводится всегда с какой-то точки зрения.

Признаки предметов, как мы видели, можно было различать по степени сложности, по содержанию и т. д. Людей, например, различают по возрасту, профессиям, по национальности, по классовой принадлежности и т. п. То, что мы называем точкой зрения или аспектом различения предметов, называют основанием деления понятий.

В дальнейшем мы выясним, что представляет собой основание деления с логической точки зрения.

Цель деления понятия состоит в том, чтобы выделить все возможные виды предметов каждый раз по некоторому определенному основанию. А это в свою очередь нужно для

¹ Разбиение класса (множества) — теоретико-множественная операция разделения множества на взаимно не пересекающиеся и непустые подклассы, объединение которых составляет исходное множество.

осуществления систематического обзора мыслимых в понятии предметов. К тому же, как можно установить из приведенных ранее характеристик развития понятия, деление понятия является одним из существенных этапов его развития. Осуществляется конкретизация понятия и раскрытие его содержания, если иметь в виду то, что мы ранее назвали полным содержанием понятия. Деление имеет тем большее гносеологическое значение, чем более существенными являются характеристики предметов, служащие основаниями деления. Вообще выбор основания зависит обычно от той познавательной задачи, в связи с которой возникает потребность деления понятий.

В составе каждого деления, имея в виду его интенциональный аспект, можно выделять: делимое понятие A , основание деления, члены деления — B_1, B_2, \dots, B_n — видовые понятия по отношению к исходному, выделенные по данному основанию. При экстенциональной характеристике деления делимым является объем исходного понятия, а членами деления — его подклассы. При описании деления в одних случаях удобнее пользоваться терминологией, относящейся к его интенциональной характеристике, в других — к экстенциональной. Заметим, что каждое деление понятия является разбиением его объема, однако не каждое разбиение некоторого класса или множества предметов представляет собой деление некоторого понятия. Так, множество студентов некоторой учебной группы, состоящей, положим, из 20 человек, можно любым образом разбить на 4 группы по 5 человек, 5 групп по 4 человека и т. д., не интересуясь при этом какими-либо сходствами или различиями элементов исходного множества.

Различают правильное и неправильное деление. Деление является правильным, если оно удовлетворяет следующим пяти условиям, называемым в теории понятия также правилами деления:

(1) Деление должно происходить по одному определенному основанию.

Так, механическое движение A (рассматриваемое в некотором отрезке времени) мы можем разделить по характеру траектории (основание деления) на прямолинейное B_1 , криволинейное B_2 , колебательное B_3 . В зависимости от измене-

ния скорости во времени (другое основание деления) выделяем равномерное движение, равноускоренное, равнозамедленное.

Требование (1) не исключает того, что основание деления может представлять собой сочетание двух или даже большего числа различных признаков. Так, объединяя указанные основания деления механического движения, можем получить новое деление: механическое движение может быть прямолинейным и равномерным, прямолинейным и равноускоренным, прямолинейным и равнозамедленным, криволинейным и равномерным и т. д. Однако в предполагаемое продолжение мы не должны включать члены «колебательное и равномерное», как и «равноускоренное и равнозамедленное», поскольку таких случаев движения не существует в действительности, а между тем цель наша состоит в выявлении различий именно среди предметов, обобщенных в понятии. К тому же, включение таких членов противоречило бы и пониманию деления понятия как разбиения его объема.

(2) *Полученные при делении понятия должны быть парно-несовместимы.*

(3) *Члены деления как классы должны исчерпывать объем исходного понятия, то есть объединение их должно быть равно этому объему.*

(4) *Никакой из членов деления не должен быть пустым классом.* Условия (3) и (4) объединяются обычно в виде одного требования — соразмерности деления.

(5) *Деление должно быть непрерывным,* то есть все его члены являются ближайшими видами объема исходного понятия, выделяемыми по выбранному основанию.

Это условие не выполняется, например, для деления понятия «член предложения» на «главный член предложения», «определение», «дополнение», «обстоятельство», поскольку «определение», «дополнение», «обстоятельство» не ближайшие виды с точки зрения роли членов предложения для данного понятия. Ближайшими же видами являются «второстепенные члены предложения». То же условие нарушится, очевидно, при делении членов предложения на «подлежащее», «сказуемое», «определение», «дополнение», «обстоятельство».

Нетрудно видеть, что условие (5) равносильно требованию: в процессе деления данного понятия должны выявляться (по данному основанию) в первую очередь ближайшие виды делимого понятия, далее, в случае надобности, ближайшие виды этих видов и так далее.

Очевидно, что условия (2) и (5) являются следствиями (1). Если выполнено первое, то само собой выполняются (2) и (5). Однако это верно лишь тогда, когда точно определено основание деления, что иногда бывает делать довольно трудно. Требования (2) и (5) в таких случаях являются полезными дополнительными критериями правильности деления. В частности, их нарушение в том или ином делении указывает как раз на нарушение условия (1). Следует заметить, кстати, что условия (1) и (5) связаны прежде всего с интенциональной характеристикой деления как приема познания, тогда как (2), (3) и (4) являются следствиями понимания деления как разбиения класса.

Нетрудно видеть, что все указанные условия содержатся в более или менее явном виде в самом определении деления. В силу этого мы имеем понятие лишь правильного деления. Неправильное деление, по существу, не есть деление. При употреблении этого понятия в традиционной теории понятия вообще подразумевается, что имеется понятие деления, из которого в качестве его видов могут быть выделены правильное и неправильное деление. Однако не существует такого определения и не удастся его сформулировать. Под неправильным делением мы просто подразумеваем здесь нечто похожее на эту операцию, или, точнее, наличие попытки ее осуществления, оказавшейся неудачной. Однако в силу сложившейся терминологической практики трудно избежать оборотов «правильное деление», «неправильное деление», и мы не будем во что бы то ни стало избегать их использования.

В учебниках логики обычно наряду с правилами деления говорят о возможных ошибках в делении — о возможных нарушениях тех или иных правил. Так, при нарушении условия (1) говорят, что деление «сбивчиво» или просто, «что деление происходит не по одному основанию» или происходит «смещение оснований».

Ошибка, связанная с нарушением (2), состоит в том, что «члены деления не исключают друг друга».

Невыполнение условий (3) или (4) влечет ошибку, характеризующую как несоразмерность деления (отсутствие равенства между объемом делимого понятия и совокупностью членов деления). Причем, в случае нарушения (3) несоразмерность состоит в том, что деление оказывается «слишком узким», а невыполнение (4) означает, что деление является «слишком широким» (то есть в его состав включаются классы предметов, отсутствующие в объеме делимого понятия).

Наконец, нарушение условия (5) характеризуется как «скачок в делении».

С познавательной точки зрения заслуживают особого внимания возможные нарушения условий (1) и (5), а также условия (2), поскольку оно является следствием (1).

Если принять за деление перечисление, которое мы нередко слышим в метро: «У нас принято уступать места женщинам, детям и престарелым гражданам», то здесь очевидна ошибка, состоящая в смешении оснований, следствием которой является здесь — и обычно — также и то, что члены деления не исключают друг друга. Однако не каждое перечисление видов того или иного рода является делением соответствующего понятия.

Перечисление может ставить целью просто выделение каких-то членов класса наиболее существенных или вообще интересующих кого-либо с какой-то точки зрения. Ясно, что в этом случае неполнота не является ошибкой, а переключивание подклассов также недопустимо, если оно не чревато какими-либо ошибками в решении задач, которые имеются в виду. Иногда переключивание понятий — членов указанного перечисления — не так уж и плохо. Если пассажир — женщина и к тому же престарелая, то по отношению к ней надо быть вдвойне вежливым!

Можно также привести следующий пример перечисления, которое представляется на первый взгляд неправильным делением. Так, в отчете одного из руководителей прокуратуры сказано: «В прошлом году по инициативе прокуроров восстановлено 11 тысяч незаконно уволенных. Удовлетворено 90 тысяч жалоб граждан. Наказано 18 тысяч должностных лиц, 32 тысячи привлечены к материальной ответственности...» Здесь уже обращает на себя внимание переключивание членов перечисления и, даже, возможно, имеется непол-

нота перечисления видов работы — подклассов объема понятия «мероприятия прокуратуры по соблюдению закона о порядке обжалования неправомερных действий должностных лиц».

Судя по всему, автор отчета и не ставил задачу систематического обзора всех видов мероприятий указанного класса. Цель состояла, по-видимому, в выделении наиболее существенных. Однако здесь переименование может иметь неприятные последствия, особенно если кто-то захочет воспользоваться цифрами отчета. В частности, нельзя, например, ответить на вопрос: входят ли 18 тысяч наказанных должностных лиц в число 32 тысяч, привлеченных к материальной ответственности? И уж явно возникают недоразумения относительно числа при прочтении сообщения работника МВД: «За истекший период сотрудниками нашего отдела было изъято: 8 единиц холодного оружия, 4 пистолета ПМ, 2 финских ножа, 10 единиц огнестрельного оружия, 3 кастета и 2 ружья марки ТОЗ». Здесь возникают многочисленные вопросы, остающиеся без ответа: сколько всего оружия было изъято? И главное — в силу переименования членов «холодное оружие», «финский нож», «кастет» — неясным оказывается вопрос о том, входят ли в число холодного оружия ножи и кастеты? По тем же причинам неясен аналогичный вопрос и об огнестрельном оружии.

Деление применяется с целью обеспечения систематического и полного обзора возможных видов предметов рода. Обзор такого рода связан с некоторой задачей, и потому в качестве основания деления выбирается каждый раз нечто существенное для решения этой задачи. Смещение оснований в делении лишает обзор систематичности. Обычно возникающие при этом следствия, состоящие в том, что члены деления не исключают друг друга, может оказаться особо недопустимым, когда рассматриваемая задача имеет различные решения для предметов различных видов. В связи с этим ясно требование, чтобы члены деления исключали друг друга.

При известном способе доказательства, например, теоремы о том, что каждый вписанный в окружность угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается, существенным оказывается деление всех вписанных в окружность углов в зависимости от того, расположен ли центр окружности на линии, соединяющей концы отрезков (сторон) угла, выше

этой линии (то есть внутри образованного треугольника) или ниже нее (вне треугольника).

При определении правил расстановки знаков препинания в конце предложений существенно различие предложений как по их содержанию (повествовательные, вопросительные, побудительные), так и по интонации (восклицательные и невосклицательные, то есть произносимые спокойным тоном). Насколько важно правильно произвести в этом случае деление, можно показать на одном примере из учебника грамматики.

Авторы делят предложения по разным основаниям, в частности по содержанию (по цели высказывания): на повествовательные, вопросительные и побудительные; затем по интонации (эмоциональной окраске): на восклицательные и невосклицательные (произносимые спокойным тоном). Правда, авторы выделяют только восклицательные, подчеркивая, что «любое предложение: повествовательное, вопросительное или побудительное — может стать также и восклицательным», не учитывая, что в каждом роде есть, по крайней мере, два вида. При наличии восклицательных имеются и невосклицательные, которые, конечно, подразумеваются.

При формулировке правил расстановки знаков в конце предложений осуществляется новое деление, в котором происходит смешение указанных оснований. А именно: правила формулируются следующим образом: в конце повествовательного предложения ставится точка, в конце вопросительного — знак вопроса, а в конце восклицательного — знак восклицания. Следствием смешения оснований в осуществляемом здесь делении предложений (на повествовательные, вопросительные и восклицательные) является также и то, что члены деления не исключают друг друга. В результате у читателя, естественно, возникают вопросы, какой знак надо ставить после предложения, которое является повествовательным и в то же время восклицательным, после вопросительного и в то же время восклицательного, побудительного и в то же время восклицательного? Но, по-видимому, деление в последнем случае должно было бы быть осуществлено по сложному основанию — содержанию и тону (повествовательные-восклицательные, повествовательные-невосклицательные и аналогично — для побудительных), поскольку по-

становка знаков препинания зависит как от той, так и другой характеристик предложений.

Следствием нарушения, как уже сказано, условия (5) является ошибка, которую называют скачком в делении. При этом, как можно заметить из приведенных примеров (см. примеры к условию (5) — деление членов предложения), существуют две разновидности этой ошибки. В одном случае — в первом примере — вместо указания некоторого члена деления мы осуществляем его подразделение, то есть совокупность его видов. Во втором случае — в другом примере — вместо перечисления ближайших видов делимого понятия происходит перечисление видов этого последнего. В обоих случаях нарушается взаимосвязь (диалектика) сходного и различного, общего и особенного: в результате скачка перечисляются различия (в объеме данного понятия) без выявления тех сходств, в рамках которых они имеют место.

Виды деления. Операция деления объема понятия на виды, в свою очередь, имеет различные виды. В основном они выделяются по характеру оснований деления. Как мы уже видели, основание может быть простым и сложным (сочетанием нескольких простых оснований). В соответствии с этим простым или сложным может быть само деление. Возможны и более принципиальные различия. До сих пор мы рассматривали деления, в которых основание представляет собой некоторую предметно-функциональную характеристику, проще говоря, предметную функцию более или менее сложного характера, определенную на множестве предметов, составляющих объем делимого понятия. Таковы, например, содержание (или цель) предложения, структура предложения, соотношение сторон треугольника и т. п.

Особый характер функции здесь часто выражается в специфике их возможных значений. Значениями последней функции являются, например, «попарное неравенство всех сторон треугольника», «равенство двух сторон треугольника», «равенство всех трех сторон». Соответственно этому деление треугольников по соотношению сторон приводит нас к видам: разносторонние, равнобедренные и равносторонние треугольники. Обычно значениями предметной функции, которая выбирается в качестве основания того или иного деления, являются различные свойства — или признаки вообще — предметов, и членами деления тогда являются виды, различа-

ющиеся как раз этими свойствами, например, значениями функции «агрегатное состояние тела» — это «твердое», «жидкое», «газообразное» и «в состоянии плазмы». Результатом деления тел по агрегатному состоянию тогда будет перечень: твердые, жидкие, газообразные и находящиеся в состоянии плазмы.

Можно взять, конечно, в качестве основания деления и обычную числовую функцию, представляющую собой ту или иную количественную характеристику предмета, например, рост (применительно к человеку, то есть определенный на множестве людей). Если при этом множество возможных значений функции включает какие-то качественные градации роста (низкий, средний, высокий) или какие-то числовые градации, то согласно этому множеству значений мы можем получить множество видов людей, как результат деления людей по данному основанию.

Рассмотренный вид деления называют делением по видоизменению некоторого признака (название, как нетрудно видеть, не вполне соответствует сущности деления, однако трудно подобрать что-нибудь другое, более подходящее).

Деление другого вида носит название *дихотомического*. В качестве основания здесь — точка зрения, исходя из которой мы выявляем видовые отличия внутри рода, — принимается наличие или отсутствие некоторого заданного свойства. В зависимости от наличия или отсутствия кристаллической решетки у твердых тел, мы делим их на кристаллические и некристаллические. Аналогично получаем деление механического движения на равномерное и неравномерное; предложения на повествовательные и не повествовательные и т. д.

Дихотомические деления также могут быть простыми (как в приведенных примерах) и сложными — когда основанием деления является наличие или отсутствие каждого из свойств некоторого множества. Студентов мы можем таким образом разделить на: способных и трудолюбивых; способных, но не трудолюбивых; неспособных, но трудолюбивых; неспособных и нетрудолюбивых.

Примерами сложных дихотомических делений являются приведенные в своем месте разбиения объемов понятий с помощью диаграмм Венна, а также дизъюнктивные разложения объемов.

Недостатком дихотомических делений, по сравнению с рассмотренным выше видом, является их недостаточная конкретность — неопределенность отрицательных их членов. Но они применяются обычно именно в тех случаях, когда существенно выделить предметы, обладающие некоторым свойством. Преимуществом их является большая простота самой операции, гарантирующая, в частности, от таких ошибок, как перекрещивание членов деления, то есть случаев, когда члены деления не исключают друг друга. В простых дихотомических делениях, казалось бы, всегда обеспечена и соразмерность, поскольку объединение объемов противоречащих понятий $x \in B(x)$ и $x \notin B(x)$, являющихся здесь членами деления, всегда равно объему родового (делимого) понятия. Однако множество $x \notin B(x)$ может быть пусто! Как, например, в делении кристаллических веществ на имеющих определенную температуру плавления и не имеющих такой. Деление, очевидно, содержательно неправильно.

«Дихотомическое» буквально означает двучленное, но не всякое двучленное деление является дихотомическим. Явно не дихотомично деление людей на мужчин и женщин или планет (Солнечной системы) на большие и малые. Дихотомическое деление — это именно особый способ деления. Дихотомически мы разделили бы людей на мужчин и не мужчин, планеты (Солнечной системы) — на большие и небольшие (здесь отчетливо выявляются недостатки таких делений — неопределенность отрицательного члена — и их достоинства — отсутствие необходимости уточнять состав объема делимого понятия дополнительно к той, которая выделяет положительный член).

Обратим внимание читателя на то, что деление такого рода может быть использовано как средство выявления и воспроизведения некоторой информации. Например, при опросе очевидцев того или иного события, допросе свидетелей по какому-нибудь уголовному делу и т. п. Предположим, свидетель по делу об ограблении, присутствовавший в момент ограбления и видевший грабителя, не помнит, как он выглядел, в чем был одет и т. д. Для того, чтобы помочь ему вспомнить это, как раз и полезно прибегнуть к дихотомическому делению. Он не помнит, в частности, цвет пальто на грабителе. Вы задаете ему вопрос, было ли на нем красное пальто или нет? Скорее всего он ответит «нет». Далее, жел-

тое или нежелтое? Опять оказывается «нет». Белое или небелое? Синее или нет? И так до тех пор пока он не вспомнит, что оно было коричневое... Конечно, можно вести такое деление по самым разным признакам: относительно вида и цвета одежды, что находилось в руках и т. д., и т. п.

Каждый студент, который сдавал какой-нибудь экзамен, не очень хорошо зная предмет, может, вероятно, вспомнить, что к этому приему прибежал экзаменатор, задавая так называемые наводящие вопросы: является ли эта функция алгебраической или нет, а может быть тригонометрической? Было ли это событие до или после войны 1812 года? До или после отмены крепостного права? и т. д. В подобных случаях дихотомическое деление играет роль мощного логического средства побуждения человека к воспроизведению и анализу ранее воспринимаемых ситуаций и сведений.

КЛАССИФИКАЦИЯ

С приемом познания, который называют классификацией, знаком, вероятно, более широкий круг людей, чем с операцией деления понятий. Однако классификация есть не что иное, как либо отдельное деление, либо совокупность делений (деление объема некоторого исходного понятия, затем полученных при этом членов и т. д.).

Не существует, однако, общепринятой характеристики классификации как особого вида деления (дающей основание для употребления особого термина для этой операции). Различие между тем, что мы называем просто делением, и теми делениями, что называют классификациями, состоит, по-видимому, в том, что в одном случае операция деления применяется в некоторой ситуации, в рассуждении в связи с решением той или иной частной задачи, поэтому результаты его не фиксируются и не сохраняются специально в общем фонде человеческих знаний. Деления такого рода можно назвать рабочими делениями. Классификацией называют обычно деление, относящееся к классам объектов, которые являются предметами изучения той или иной науки. Сравните классификацию суждений и понятий в логике, предложений — в лингвистике, животных и растений и вообще живых тел — в биологии, общественно-экономических

формаций — в историческом материализме, химических элементов — в химии. В этом случае деления, точнее, их результаты постоянно используются в науке, имеют непреходящий характер. Такой же характер имеют классификации книг в библиотеках, классификации инструментов на складах и т. п.

Различия между рабочими делениями и классификациями можно обнаружить еще и в том, что в последних не применяют обычно приемов дихотомического деления. Как уже отмечалось, деление объема понятия на виды, а значит, и классификация тех или иных предметов осуществляется по более или менее существенным характеристикам (признакам) предметов. Однако, как мы уже знаем, признаки могут быть существенными для предмета (определяющими его качественную специфику или хотя бы обуславливающими какие-то другие признаки) и существенные в каком-то отношении предмета с другими предметами, в частности, при том или ином его употреблении. В зависимости от того, какого именно рода — с точки зрения существенности — признаки используются в классификации, различают классификации естественные и искусственные. Классификации множеств объектов той или иной науки являются обычно естественными; таково же деление книг в библиотеке по отраслям знаний, но сортировка книг по буквам фамилий их авторов является явно искусственным их делением, хотя ясно, что для определенных целей оно может быть даже необходимым. Но речь идет не о целях познавательного характера. С точки зрения интересов познания предметов важны именно естественные классификации. Обычно каждая рубрика естественной классификации является концентратом определенных знаний о входящих в нее предметах.

В качестве примера естественной классификации особо выделяют обычно классификацию химических элементов таблицы Менделеева. С каждой рубрикой, выделяющей отдельный элемент, ряд или столбец этой таблицы, как мы знаем, связана определенная совокупность знаний о соответствующих химических элементах. В силу этих особенностей естественной классификации, отнесение предмета к тем или иным рубрикам дает возможность перенести на него все накопленные уже знания.

КЛАССИФИКАЦИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКА ПРЕДМЕТОВ

Упомянутые знания, которые могут быть перенесены на предмет, отнесенный к некоторой рубрике естественной классификации, представляют собой некоторую систему, которую можно назвать характеристикой предмета. Эта система суть множество значений предметных функторов — оснований классификации. Сама эта совокупность функторов есть схема характеристики. Она же — структура классификации, которая определяется множеством тех предметно-функциональных характеристик предметов, которые служат основаниями делений (делений и подразделений), составляющими данную классификацию. Упомянутая схема характеристики предмета — это своего рода фрейм — набор тех существенных рубрик, которые следует запомнить, чтобы получить характеристику предмета. Вспомним, что набором предметно-функциональных параметров, составляющих схему принятых у нас характеристик людей, являются: «фамилия», «имя», «отчество», «год рождения», «место рождения», «национальность», «занимаемая должность», «отношение к делу», «отношение к товарищам и товарищей к нему», «степень нравственной и политической зрелости». Сама характеристика человека есть перечень значений указанных функций.

Для каждой рубрики естественной классификации точно определен перечень таких функций и множество соответствующих значений.

ТАКСОНОМИЧЕСКИЕ И МЕРЕОЛОГИЧЕСКИЕ ДЕЛЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ

Наряду с рассмотренными способами деления и, соответственно, классификаций, издавна описанными в логике, которые называют иногда таксономическими и, в последнее время находят широкое применение, например, при описании объектов в диалоговых системах, в языках, предназначенных для непосредственного общения человека с компьютером, морфологические классификации. Для процедур, которые имеются здесь в виду, правомерно употреблять

также термин мереологическое деление. В отличие от таксономического деления, в процессе которого выявляются виды предметов некоторого рода, мереологическое деление есть расчленение некоторого предмета на части. Скажем, например, что самолет состоит из частей; крылья, фюзеляж, мотор, управляющая система, шасси. Ясно, что каждую из частей можно подразделить в свою очередь на части.

Операцией, сходной с этой, является также выделение некоторых характеристик предмета типа предметно-функционального характера. Например, основными характеристиками крыла самолета являются форма в профиле, форма в плане, длина, ширина и т. д.

Теория мереологических классификаций требует еще разработки. Не ясно, можно ли, и если да, то в каком смысле, говорить об основаниях деления и классификации, о существенности и несущественности их, правилах и возможных ошибках в этих операциях. Укажем лишь на некоторую связь между мереологическим и таксономическим делением (учитывая которую можно, вероятно, пролить некоторый свет на указанные вопросы).

Связь состоит в том, что каждое мереологическое деление превращается в таксономическое деление, если вместо имени расчленяемого предмета *a* употребить понятие «часть предмета *a*». Например, части самолета — крылья, фюзеляж и т. д. Части предмета, то есть члены мереологического деления, становятся в таком случае видами исходного понятия. (Заметим, кстати, что при этом исключаются, очевидно, дихотомические деления.)

Однако расчленение предмета с точки зрения цели, ради которой оно осуществляется, едва ли сводится к обзору видов его частей. Существенным здесь является представление предмета как некоторой системы, в связи с чем важное значение имеет различение частей по их функциям, учет их связей в составе целого и т. д. Типичным примером расчленения является составление плана некоторой работы (учебника, монографии, сочинения вообще). И здесь важно выделить основные вопросы и проблемы, а также подчиненные им в некотором смысле подпроблемы данной проблемы, подвопросы. Важно предусмотреть правильную последовательность или, как говорят, логичность изложения материала.

У п р а ж н е н и я

1. Проанализируйте следующие деления понятий. Установите, по каким основаниям они произведены, что в них является делимым понятием и членами деления, убедитесь в их корректности, то есть удовлетворяют ли они сформулированным выше требованиям (правилам):

а) Прогрессии бывают арифметические и геометрические. Арифметические могут быть с положительной и отрицательной разностью. Геометрические — с целыми или дробными (несократимыми) знаменателями;

б) Зубы у человека бывают передние, задние, верхние, нижние, резцы, клыки, молочные и зубы мудрости, а также зубы, подверженные кариесу;

в) Изменяемые части речи — это части речи, изменяющиеся по падежам, по числам, временам и лицам;

г) Множество работников некоторого отдела можно разбить на следующие типы лиц: уравновешенные, склонные к противоречию, цельные, с аналитическими способностями, владеющие собой, безынициативные;

д) Дивизии, как известно, делятся на пехотные, авиационные, моторизованные, а также на полки, батальоны, роты, взводы и отделения;

е) С точки зрения криминологии важно принимать во внимание следующие типы преступных группировок: устойчивые, менее устойчивые, случайно сформированные и быстро распадающиеся.

2. Выявите имеющиеся ошибки в приведенных ниже делениях и попытайтесь их исправить, осуществив правильные деления по соответствующим основаниям:

а) Транспорт бывает воздушный, морской, речной, подземный, сухопутный, железнодорожный, автомобильный и гужевой;

б) Треугольники бывают прямоугольные, тупоугольные, равноугольные, остроугольные, равнобедренные, равносторонние.

3. Установите, в каких из примеров имеет место деление понятий, а в каких — мысленное расчленение предмета на

части. Покажите, как можно превратить расчленение в деление, изменив исходное понятие:

- а) Обед состоял из первого, второго и третьего;
- б) Алфавит состоит из букв, представляющих звуки и указывающих на характер произношения звука;
- в) Институты имеют очные, вечерние и заочные отделения;
- г) Студенты делятся на студентов-очников, вечерников и заочников.

4. Осуществите какие-нибудь деления понятий:

- а) журнал;
- б) смех;
- в) управление;
- г) любовь;
- д) учреждение;
- е) глагол;
- ж) здание;
- з) химический элемент;
- и) элементарная частица;
- к) литература.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ (ДЕФИНИЦИЯ) КАК ПРИЕМ ПОЗНАНИЯ

§ 24. Общая характеристика определения

Операция определения является одной из наиболее важных в процессе познания. Она связана с основной проблемой, определяющей роль языка как средства коммуникации и познания, а именно, — с проблемой связи выражений языка с объектами, которые эти выражения должны представлять как знаки. Другими словами, операция определения связана с проблемой формирования предметных значений знаков языка, а вместе с этим и смысловых значений выражений языка. Отсюда возникает связь рассматриваемой операции с тем, что обозначают в педагогике словами «понимание», «уяснение смысла», «сознательное усвоение учебного материала», «механическое запоминание» или злосчастная «зубрежка». Каждый, кто оглянется на свое школьное прошлое, вспомнит, вероятно, что ни одно доказательство, ни одно опровержение не обходится без определений. Наличие определений основных терминов доказательства — необходимое условие его осуществления. От наличия более или менее ясных определений терминов в том или ином изложении материала зависит ясность и точность этого изложения.

К сожалению, надо заметить, что в логике и эпистемологии до сих пор не было точного и до сих пор нет общепринятого определения самого термина «определение», а это значит, не ясно, что имеется в виду под данным термином, и

все разговоры в таком случае могут превратиться, по словам одного мыслителя, в «шелуху слов» вместо мыслей.

Эту операцию характеризуют обычно как операцию, посредством которой раскрывается содержание понятия. Однако, как мы видели, понятие всегда характеризуется наличием какого-то содержания. «Понятие, содержание которого не раскрыто» — это просто не понятие. А если оно уже имеется, то зачем его раскрывать? При более точной трактовке определения, как приема познания, оно скорее есть способ введения понятий в науку, хотя и эта характеристика не может быть отнесена ко всем определениям вообще. Но во всяком случае здесь речь идет уже не об операциях с понятиями. Эта операция со словами, с выражениями языка. Основная цель, которой она подчинена, — обеспечение точных предметных значений слов языка как знаков. Поэтому она имеет большое значение для обеспечения определенности нашего мышления в той части, которая зависит от определенности предметных значений языковых знаков. Последние определяются как раз для того, чтобы предотвратить такие ситуации, когда знаки отрываются от их предметных значений, мышление лишается предметного содержания и превращается в пустое словотворчество. Таким образом, от определений зависит точность нашего мышления. Как метко заметил английский естествоиспытатель XIX века Д. Гершель: «Нельзя внести точность в рассуждения, если она сначала не введена в определения».

- **ОПРЕДЕЛЕНИЕ** есть логический способ установления или уточнения связи языкового выражения с тем, что оно обозначает как знак языка. Этот способ состоит в придании выражению некоторого смысла (или уточнении, углублении имеющегося смысла), который выделяет то, что должно быть предметным значением данного выражения. Выражение языка, к которому относится определение, называется **о п р е д е л я е м ы м**. Знаковая форма, выражающая смысл придаваемый определяемому, называется **о п р е д е л я ю щ и м**. Определяемое иначе называют **д е ф и н и е н д у м**, а определяющее — **д е ф и н и е н с**.

Для понимания специфики определения как приема познания полезно вспомнить основные типы языковых выражений (см. § 2) и учесть, что определяемыми могут быть вы-

ЛОГИКА



« Быть можно дельным человеком
и думать о красе ногтей... »

А.С.Пушкин

« Но только ЛОГИКИ наука
дарует красоту идей »

Авторы

