

В.А.Кудинов Э.М. Карташов

---

---

# ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

---

---

ВЫСШАЯ ШКОЛА

**В.А.Кудинов Э.М. Карташов**

---

---

# **ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА**

*Рекомендовано  
Министерством образования  
Российской Федерации  
в качестве учебного пособия  
для студентов высших технических  
учебных заведений*



Москва  
«Высшая школа»  
2000

УДК 621.1  
ББК 31.31  
К 88

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. Рудобашта С.П. (Московский государственный агроинженерный университет им. В.П. Горячкина); д-р физ.-мат. наук, проф. Баранов А.В. (Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина)

**Кудинов В.А., Карташов Э.М.**

**К88** Техническая термодинамика. Учеб. пособие для вузов.  
М.: Высш. шк., 2000.– 261 с.: ил.

ISBN 5-06-003712-6

В книге рассмотрены основные законы термодинамики, термодинамические процессы, истечение газов и паров. Достаточно подробно изложены циклы компрессоров, двигателей внутреннего сгорания, газотурбинных и паротурбинных установок, циклы холодильных машин. Рассмотрен эксергетический метод анализа теплотехнических установок. Изложены основы химической термодинамики.

*Для студентов высших технических учебных заведений.  
Может быть полезна инженерам-теплотехникам.*

УДК 621.1  
ББК 31.31

ISBN 5-06-003712-6

© ГУП издательство «Высшая школа», 2000

Оригинал-макет данного издания является собственностью издательства «Высшая школа», и его репродуцирование (воспроизведение) любым способом без согласия издательства запрещается.

## Глава 1

### ВВЕДЕНИЕ

#### § 1.1. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ЭНЕРГЕТИКИ И СОВРЕМЕННОЕ ЕЕ СОСТОЯНИЕ

Для истории развития энергетики характерны четыре основных периода. Первый из них начался в 1920 г., когда VIII Всероссийским съездом Советов был принят план электрификации России (ГОЭЛРО). Этим планом предусматривалось опережающее развитие энергетики, сооружение 30 крупных районных станций, использование местных топлив, развитие централизованного энергоснабжения, рациональное размещение электростанций на территории страны. Задания плана ГОЭЛРО были выполнены уже в 1931 г.

За годы Великой Отечественной войны выработка электроэнергии снизилась почти в два раза, около 60 крупных станций было разрушено. Поэтому основной задачей второго периода развития энергетики (1940-1950 г.г.) было восстановление разрушенного энергетического хозяйства.

Для третьего этапа развития энергетики (1951-1965 г.г.) характерна концентрация энергоснабжения за счет создания объединенных энергосистем, строительство мощных тепловых электростанций, сооружение первых атомных станций.

Четвертый период (с 1966 г. по настоящее время) характеризуется переходом к качественно новому уровню развития топливно-энергетического комплекса. Внедряется блочная схема компоновки электростанций, причем мощность блоков непрерывно повышается. Пар сверхкритических параметров теперь используется не только на конденсационных электростанциях (КЭС), но и на теплоэлектроцентралях (ТЭЦ). Формируется единая энергосистема страны.

До 1975 г. в СССР проводился курс на повышение расхода газа и мазута на нужды энергетики. Это позволило в короткий срок и без значительных капитальных затрат укрепить энергетическую базу народного хозяйства. Позже было решено, что дальнейший рост энергетического потенциала Европейской части страны должен осуществляться за счет строительства гидравлических и атомных станций, а в восточных районах - за счет тепловых станций, работающих на дешевых углях.

Основные запасы органических топлив (угля, нефти, газа) расположены в восточной части страны, чаще всего в труднодоступных районах. Поэтому

особое значение приобретает проблема экономии топливно-энергетических ресурсов.

Дальнейшая централизация теплоснабжения за счет строительства мощных ТЭЦ и котельных позволит получить значительную экономию топлива. Однако сооружение ТЭЦ экономически целесообразно лишь при наличии крупных централизованных потребителей теплоты. Другой путь снижения расхода топлива - применение теплонасосных установок, которые могут использовать как естественные источники теплоты, так и вторичные энергоресурсы.

### § 1.2. ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА КАК ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОСНОВА ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКИ

В классической (феноменологической) термодинамике изучаются законы взаимных превращений различных видов энергии. Техническая термодинамика рассматривает закономерности взаимного превращения теплоты и работы. Здесь разрабатывается теория тепловых двигателей и даются пути их усовершенствования.

Коэффициент использования топлива в большинстве отраслей промышленности обычно не превышает 30 ... 35%. В связи с этим в настоящее время ставится вопрос о создании энерготехнологических агрегатов, в которых требования технологии и энергетики взаимно дополняли бы друг друга.

Разработать энерготехнологию, создать нетрадиционные и усовершенствовать существующие системы энергосбережения, оценить их эффективность можно лишь с помощью термодинамического анализа. Поэтому для инженера-энергетика термодинамика является теоретической основой его практической деятельности.

При изучении термодинамики особое внимание следует уделить усвоению термодинамического метода исследования, который имеет следующие особенности.

Во-первых, термодинамика строится по дедуктивному принципу, т.е. от общего к частному. Ее основной особенностью являются два закона (начала), установленных опытным путем. Первый из них представляет специфическую форму закона сохранения и превращения энергии и имеет поэтому всеобщий характер, второй – устанавливает качественную направленность процессов, осуществляемых в физических системах. С помощью математического аппарата термодинамики получают соотношения, позволяющие решать конкретные задачи (например, рассчитывать термодинамические процессы).

Во-вторых, термодинамика имеет дело только с макроскопическими величинами. Микроструктура веществ здесь не рассматривается. Это с одной стороны обеспечивает достоверность общих выводов термодинамики, а с другой - приводит к некоторой ее ограниченности и требует привлечения до-

полнительных сведений из физики, химии и т.д. И, наконец, описание процессов в термодинамике основывается на понятии о макроскопическом равновесии. Процессы здесь рассматриваются как непрерывная последовательность состояний равновесия (квазистатические процессы).

### § 1.3. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОЧЕРК РАЗВИТИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ

До 50-х годов XIX века наука рассматривала теплоту как особое невесомое, неуничтожимое и несоздаваемое вещество, которое имело название теплород. М.В. Ломоносов был одним из первых, кто опроверг эту теорию. В своей работе "Размышление о причинах теплоты и холода", изданной в 1774 г., он писал, что теплота является формой движения мельчайших частиц тела, заложив тем самым основы механической теории теплоты. М.В. Ломоносов один из первых высказал идею закона сохранения энергии. В его формулировке этого закона еще не содержатся количественные соотношения, но, несмотря на это, отчетливо и полно определяется сущность закона сохранения и превращения энергии.

Лишь столетие спустя этот закон, благодаря работам Майера, Гельмгольца, Джоуля получил всеобщее признание. В 1842 году появилась работа естествоиспытателя Майера "Размышления о силах неживой природы". Его формулировка первого закона термодинамики в основном была философски умозрительной. В 1847 году была издана монография немецкого врача Гельмгольца "О сохранении силы", где подчеркивается общее значение первого начала как закона сохранения энергии, дается его математическая формулировка и приложение к технике. В 1856 году Джоуль экспериментально доказал существование этого закона.

В 1824 году появился труд французского инженера Сали Карно "Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу", в котором были заложены основы термодинамики. В этой работе он указал причины несовершенства тепловых машин, пути повышения их коэффициента полезного действия (кпд), сформулировал второй закон термодинамики, идеальный цикл тепловых машин (цикл Карно) и другие важные положения термодинамики.

В 1906 г. Нернст сформулировал третье начало термодинамики, в котором предположил, что с приближением абсолютной температуры к нулю интенсивность теплового движения и энтропия стремятся к нулю. Принцип недостижимости абсолютного нуля температур - одно из следствий известной тепловой теоремы Нернста.

Существует еще понятие так называемого нулевого начала термодинамики. Изучая явления в рамках классической термодинамики, как правило, отвлекаются от характера молекулярного и атомного строения вещества. При

исследовании явлений обращают внимание исключительно на макроскопические свойства системы, которые оцениваются по опытным данным измерения макроскопическими приборами: термометрами, калориметрами, манометрами и т.д. Поэтому классическая термодинамика является феноменологической наукой. Таким образом, в классической термодинамике отвлекаются от движения микрочастиц тела и рассматривают лишь результат этого движения, который есть не что иное, как температура тела. Это и есть нулевое начало термодинамики. Оно формулируется в виде следующей аксиомы: все тела при тепловом равновесии обладают температурой. Нулевое начало является исходным положением термодинамики, так как тепловое движение происходит во всех телах. Оно неуничтожимо, как неуничтожимо всякое движение в природе.

В конце XIX века Л.Больцманом и У.Гиббсом были заложены основы статистической термодинамики. В отличие от классической термодинамики она позволяет вычислить макроскопические характеристики по данным о состоянии микрочастиц тела - их расположению, скоростях, энергии. У.Гиббс внес существенный вклад и в классическую термодинамику, разработав метод потенциалов, установив правило фаз и др.

После создания фундамента термодинамического метода началась разработка его приложений и, прежде всего, к теории тепловых машин. Большое значение имело введенное Ж.Гюи и А.Столдой понятие работоспособности теплоты, или максимальной технической работы, которую можно получить от имеющегося количества теплоты в заданном интервале температур. В 1956 году Р.Рант дал этой величине название "эксергия". В отличие от энтропии, всегда возрастающей в реальных процессах, в отличие от энергии, количество которой строго сохраняется (согласно первому закону термодинамики), эксергия - запас работоспособности или это то количество полезной работы, которое можно получить от имеющейся теплоты в заданном интервале температур.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каковы основные резервы энергосбережения в народном хозяйстве России?
2. Кто являются основоположниками первого, второго и третьего законов термодинамики?
3. Какие ученые внесли наибольший вклад в развитие термодинамики?

## Глава 2

# ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

### § 2.1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА И ОКРУЖАЮЩАЯ СРЕДА

Термодинамической системой называется совокупность материальных тел, являющихся объектом изучения и находящихся во взаимодействии с окружающей средой.

Простейшим примером термодинамической системы может служить газ, находящийся в цилиндре с поршнем. Окружающей средой здесь являются цилиндр и поршень, воздух, который их окружает, и т.д.

Термодинамическая система называется изолированной, если она не допускает обмена с окружающей средой как теплотой, так и работой.

Система называется полуизолированной, если она допускает обмен либо теплотой, либо работой.

Система называется неизолированной, если она допускает обмен со средой и теплотой, и работой.

Система, имеющая во всех своих частях одинаковый состав и физические свойства, называется физически однородной. Однородная термодинамическая система, внутри которой нет поверхности раздела, называется гомогенной (лед, вода, пар), в противном случае - гетерогенной (лед и вода, вода и пар и др.).

Рабочее тело - тело, посредством которого производится взаимное превращение теплоты и работы. Например, в паровых турбинах рабочим телом является водяной пар, в газовых турбинах - газ, в холодильных установках - фреоны, аммиак, углекислота и др.

### § 2.2. ОСНОВНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ СОСТОЯНИЯ

Каждое равновесное состояние (см. п.2.3) термодинамической системы характеризуется определенными физическими величинами - равновесными параметрами состояния. Внутренние параметры характеризуют внутреннее состояние системы. К ним относятся давление, температура, объем и др. Внешние параметры характеризуют положение системы (координаты) во внешних силовых полях и ее скорость.



Внутренние параметры, в свою очередь, подразделяются на интенсивные и экстенсивные. Интенсивные - это те параметры, величина которых не зависит от размеров (массы) тела (давление, температура, удельный объем, но не объем, удельная теплоемкость). Экстенсивные параметры зависят от количества вещества в системе (объем, масса и др.).

В термодинамике существует также деление параметров на термические (давление, температура, объем) и calorические (удельная энергия, удельная теплоемкость, удельные скрытые теплоты фазовых переходов).

Для характеристики конкретных условий, в которых находится данная система, или процесса, идущего в системе, необходимо прежде всего знать такие внутренние параметры состояния, как удельный объем, абсолютное давление, абсолютная температура.

Удельный объем ( $v$ , м<sup>3</sup>/кг) - это объем единицы массы или величина, определяемая отношением объема к его массе

$$v = \frac{V}{m}, \quad (2.1)$$

где  $V$  - объем произвольного количества вещества, м<sup>3</sup>;  $m$  - масса этого вещества, кг.

Величина, обратная удельному объему, называется плотностью ( $\rho$ , кг/м<sup>3</sup>): или это есть масса вещества, содержащаяся в единице объема

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{v}. \quad (2.2)$$

Давление - величина, определяемая отношением силы (нормальной составляющей силы), действующей на поверхность, к площади этой поверхности ( $p$ , Па=Н/м<sup>2</sup>)

$$p = \frac{F_n}{S}, \quad (2.3)$$

где  $F_n$  - нормальная составляющая силы, Н;  $S$  - площадь поверхности, нормальной к действующей силе, м<sup>2</sup>.

Согласно Международной системе единиц (СИ) удельное давление измеряют в Ньютонах на один квадратный метр (Н/м<sup>2</sup>). Эта единица измерения давления называется Паскалем (Па). Один мегапаскаль равен 10<sup>6</sup> Па (1 МПа = 10<sup>6</sup> Па).

До настоящего времени в технике используется также старая единица измерения удельного давления - техническая атмосфера (ат), представляющая собой силу в 1 кгс, действующую на 1 см<sup>2</sup> площади.

1 ат = 1 кгс/см<sup>2</sup> = 10<sup>4</sup> кгс/м<sup>2</sup> = 9,81 · 10<sup>4</sup> Н/м<sup>2</sup> = 0,981 бар; 1 бар = 1,01972 кгс/см<sup>2</sup>.

Различают давления атмосферное, избыточное и разрежение (вакуум). Атмосферным называется давление атмосферного воздуха на уровне моря. За величину атмосферного давления принимается давление столба ртути вы-

сотой 760 мм (одна физическая атмосфера - обозначается *атм*). Таким образом,

1 *атм* = 760 миллиметров ртутного столба (мм. рт. ст.).

Давление, которое больше атмосферного, называется избыточным, а которое меньше - разрежением. Для измерения давления применяют манометры, атмосферного давления - барометры, разрежения - вакуумметры.

Термодинамическим параметром состояния является только абсолютное давление, которое отсчитывается от абсолютного нуля давления или абсолютного вакуума.

Для измерения давления в технике применяют приборы, измеряющие не абсолютное (полное) давление, а разность между абсолютным и атмосферным (барометрическим) давлением. Приборы, применяемые для измерения давлений, больших атмосферного, называются манометрами. Они показывают избыток давления измеряемой среды над атмосферным (манометрическое давление). Для измерения давлений меньших атмосферного, применяют вакуумметры, которые показывают, насколько абсолютное давление окружающей среды меньше атмосферного. Эту недостачу давления до атмосферного называют вакуумом.

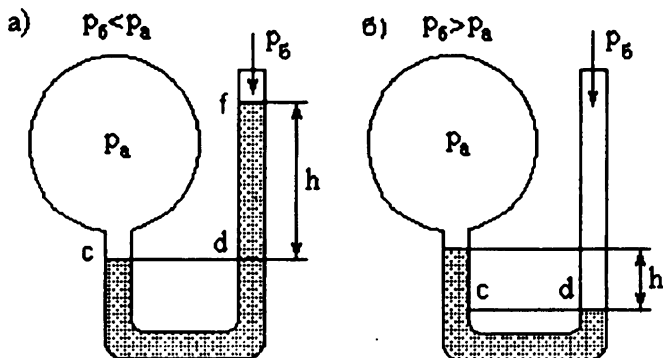


Рис. 2.1

Если давление в емкости больше атмосферного (рис. 2.1а), то в точках *c* и *d* левого и правого колена трубки давления будут одинаковыми, т.к. жидкость находится в равновесии, а точки *c* и *d* лежат на одном уровне. Условие равновесия сил относительно уровня *cd* записывается в виде

$$F = F_1 + F_2,$$

где:  $F = p_a S$  - сила давления газа на жидкость в трубке в точке *c*;  $F_1 = p_6 S$  - сила давления атмосферного воздуха на жидкость в трубке в точке *f*.

$F_2 = \rho ghS$  - сила давления столба жидкости высотой  $h$  в точке  $d$  (вес столба жидкости высотой  $h$ ).

Подставляя формулы для сил давления в условие равновесия, получим

$$p_a S = p_0 S + \rho ghS,$$

где  $p_a$  - абсолютное (полное) давление газа в емкости;  $p_0$  - атмосферное (барометрическое) давление по барометру;  $\rho$  - плотность жидкости в манометре;  $g=9,8 \text{ м/с}^2$  - ускорение свободного падения;  $\rho ghS$  - вес столба жидкости высотой  $h$ ;  $S$  - площадь сечения трубки манометра.

После сокращения на  $S$  получим

$$p_a = p_0 + \gamma h, \quad (2.4)$$

где  $\gamma = \rho g$  - удельный вес манометрической жидкости;  $\gamma h = p_m$  - манометрическое давление столба жидкости высотой  $h$ , выраженное в тех же единицах, в каких даны давления  $p_a$  и  $p_0$ .

Из формулы (2.4) следует, что  $p_m = p_a - p_0$ . Таким образом, манометром определяется избыток давления измеряемой среды над атмосферным.

Если давление в емкости меньше атмосферного, то условие равновесия сил, действующих на жидкость в манометре, относительно уровня  $cd$ , будет иметь вид (рис. 2.16)

$$p_0 S = p_a S + \rho ghS.$$

Отсюда  $p_a = p_0 - p_v$ , где  $p_v = \rho gh$  - давление, создаваемое столбом жидкости высотой  $h$ . Это давление определяет вакуум в резервуаре. То есть вакуумом называют недостачу давления  $p_a$  в емкости до атмосферного.

Избыточное давление и вакуум не являются параметрами состояния, так как они при одном и том же абсолютном давлении могут принимать различные значения в зависимости от величины атмосферного давления.

В технике применяется достаточно большое число единиц измерения давления. Соотношения между ними приведены в таблице [5].

| Единица                              | Бар                     | Паскаль, Па (Н/м <sup>2</sup> ) | Физическая атмосфера, атм | Техническая атмосфера, ат (кг/см <sup>2</sup> ) | Миллиметры ртутного столба, мм рт. ст. | Миллиметры водяного столба, мм вод. ст. |
|--------------------------------------|-------------------------|---------------------------------|---------------------------|---|--|---|
| 1 бар                                | 1                       | 10 <sup>5</sup>                 | 0,987                     | 1,02  | 750                                    | 10200                                   |
| 1 Н/м <sup>2</sup>                   | 10 <sup>-5</sup>        | 1                               | -                         | -   | -                                      | -                                       |
| 1 атм                                | 1,013                   | 101300                          | 1                         | 1,033   | 760                                    | 10330                                   |
| 1 ат                                 | 0,981                   | 98100                           | 0,968                     | 1   | 735,6                                  | 10000                                   |
| 1 мм рт. ст.                         | 0,00133                 | 133                             | 0,001316                  | 0,00136   | 1                                      | 13,6                                    |
| 1 мм вод. ст. (1 кг/м <sup>2</sup> ) | 9,81 · 10 <sup>-5</sup> | 9,81                            | 9,68 · 10 <sup>-5</sup>   | 10 <sup>-4</sup>                                | 0,0736                                 | 1                                       |

При замере давлений жидкостными приборами вследствие расширения жидкости при нагревании ее объем увеличивается и, следовательно, увеличивается столб жидкости, что приводит к неправильным показаниям приборов. При таких замерах необходимо высоту столба жидкости приводить к 0 °С. Это приведение производится по формуле

$$h_0 = h(1 - \alpha t),$$

где  $h_0$  - показания барометра (манометра), приведенные к 0 °С;  $h$  - высота столба жидкости, наблюдаемая при  $t$  °С;  $\alpha$  - объемный коэффициент расширения жидкости (для ртути  $\alpha = 0,000172$ ).

Температура ( $T$ , К) - величина, характеризующая степень нагретости тел. Она представляет собой меру средней кинетической энергии поступательного движения молекул. Чем больше средняя скорость движения молекул, тем выше температура тела.

Взаимосвязь между средней кинетической энергией поступательного движения молекул  $mw^2/2$  с абсолютной температурой идеального газа  $T$  описывается соотношением

$$T = \frac{2}{3k} \cdot \frac{mw^2}{2},$$

где  $m$  - масса молекулы;  $w^2$  - средняя квадратичная скорость поступательного движения молекул;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К - постоянная Больцмана.

В настоящее время используются две температурные шкалы.

1. Международная практическая температурная шкала Цельсия (°С), в которой за основные реперные точки принимаются точка таяния льда ( $t_0 = 0$  °С) при нормальном атмосферном давлении ( $p_0 = 760$  мм рт. ст.) и точка кипения воды при том же давлении -  $t_k = 100$  °С. Разность показаний термометра в двух этих точках, деленная на 100, представляет собой 1° по шкале Цельсия.

2. Термодинамическая шкала температур, основанная на втором законе термодинамики. Началом отсчета здесь является температура  $T = 0\text{К} = -273,15$  °С. Измерение температур в каждой из этих двух шкал может производиться как в Кельвинах (К), так и в градусах Цельсия (°С) в зависимости от принятого начала отсчета.

Между температурами, выраженными в Кельвинах и градусах Цельсия, имеется следующее соотношение

$$T\text{К} = 273,15 + t\text{°С}. \quad (2.5)$$

В так называемой тройной точке, где жидкая, твердая и газообразная фазы находятся в устойчивом равновесии, температура в Кельвинах равна  $T = 273,16\text{К}$ , а в градусах Цельсия  $t = 0,01$  °С.

Параметром состояния является абсолютная температура, выраженная в Кельвинах, но градус абсолютной шкалы численно равен градусу шкалы Цельсия так что  $dT = dt$ .

Абсолютная температура - величина всегда положительная. При температуре абсолютного нуля ( $T=0\text{K} = -273.15^\circ\text{C}$ ) прекращается тепловое движение молекул. Абсолютный нуль температур недостижим, так как тепловое движение молекул неотъемлемый атрибут материи, и прекращение этого движения приводит к нарушению закона сохранения материи.

### § 2.3 ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

Под термодинамическим процессом понимается совокупность последовательных состояний, через которые проходит термодинамическая система при ее взаимодействии с окружающей средой.

Состояние термодинамической системы может быть равновесным и неравновесным. Равновесным называют такое состояние системы, при котором во всех точках ее объема все параметры состояния и физические свойства одинаковы (давление, температура, удельный объем и др.). В термодинамике постулируется, что изолированная система с течением времени всегда приходит в состояние термодинамического равновесия и никогда не может самопроизвольно выйти из него.

Все процессы, происходящие в термодинамической системе, подразделяются на равновесные и неравновесные. Равновесными называются такие процессы, когда система в ходе процесса проходит ряд последовательных равновесных состояний. Если процесс протекает настолько медленно, что в каждый момент времени устанавливается равновесие, то такие процессы называются квазистатическими. Эти процессы обладают свойствами обратимости.

Неравновесными называются такие процессы, при протекании которых система не находится в состоянии равновесия. Процесс перехода системы из неравновесного состояния в равновесное называется релаксацией, а время перехода в состояние равновесия - временем релаксации.

Все реальные процессы, протекающие в природе, являются неравновесными. Это определяется тем, что при протекании процесса с конечной скоростью в рабочем теле не успевает установиться равновесное состояние. Например, при быстром расширении газа в цилиндре с поршнем температура и давление в различных точках объема рабочего тела не будут одинаковыми, т.е. будет иметь место неравновесное состояние, а сам процесс будет неравновесным. Следовательно, реальные процессы, будучи неравновесными, могут лишь в той или иной степени приближаться к равновесным, никогда с ними в точности не совпадая.

Однако термодинамика в первую очередь рассматривает равновесные процессы и равновесные состояния, так как только равновесные состояния могут быть описаны количественно с помощью уравнений состояния. Лишь

равновесные процессы изменения состояния термодинамической системы можно изображать графически. Всякое произвольно взятое равновесное состояние в трехосной системе координат  $p-v-T$  изображается точкой, а совокупность этих точек при непрерывном изменении состояния - некоторой кривой, представляющей собой графическое изображение равновесного процесса. Однако использовать трехосную систему координат затруднительно, поэтому на практике пользуются проекциями кривых трехосной системы на плоскости в прямоугольной системе координат. В технической термодинамике для исследования равновесных термодинамических процессов наиболее часто применяют двухосную систему координат  $p-v$ . В этой системе координат вертикаль изображает изохорный процесс, горизонталь - изобарный, кривая вида гиперболы - изотермический (рис. 2.2) Кроме того, в термодинамике рассматриваются процессы адиабатный, совершающийся при отсутствии теплообмена ( $dq=0$ ) и политропный, обобщающий процесс, частными случаями которого являются первые четыре процесса

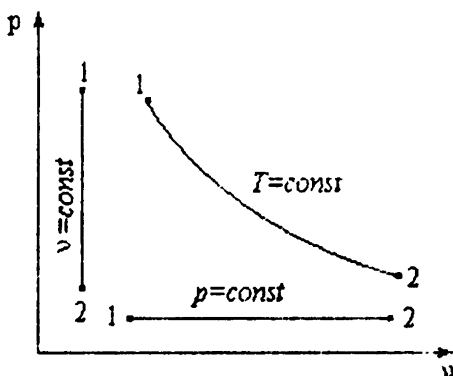


Рис.2.2

Любой параметр состояния является также функцией состояния, так как его изменение в любом термодинамическом процессе не зависит от вида процесса, а определяется лишь начальным и конечным состояниями. Более подробно функции процесса и функции состояния будут рассмотрены в § 2.4.

К термодинамическим процессам относится также круговой процесс или цикл. Циклом называется совокупность процессов, возвращающих систему в первоначальное состояние. На диаграммах цикл изображается замкнутым контуром, вид которого полностью определяется числом и формой составляющих цикл процессов. Графическое изображение и изучение циклов в пространственной системе координат было бы еще более трудным, чем изо-

бражение отдельных процессов. Поэтому цикл точно также проектируется на одну из координатных плоскостей.

#### § 2.4. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

Уравнение, устанавливающее связь между давлением, температурой и удельным объемом среды постоянного состава, называется термическим уравнением состояния. Общий вид этого уравнения

$$f(p, v, T) = 0. \quad (2.6)$$

Уравнение (2.6) в пространстве отображает поверхность, которая характеризует все возможные равновесные состояния однородной термодинамической системы. Эта поверхность называется термодинамической поверхностью или поверхностью состояния. На термодинамической поверхности каждому состоянию системы соответствует определенная точка.

В уравнении (2.6) число независимых параметров будет равно двум из трех ( $p, v, T$ ), так как любой из этих трех параметров является однозначной функцией двух заданных. Например, если принять за независимые переменные  $v$  и  $T$ , то  $p$  можно выразить как функцию  $v$  и  $T$ , т.е.  $p = f(v, T)$ ; если за независимые переменные принять  $p$  и  $T$ , то удельный объем  $v = f(p, T)$ .

Если один из параметров системы будет постоянной величиной, то переменных величин будет две, и точки, изображающие состояние системы, будут лежать на одной плоскости, которая пересекает термодинамическую поверхность перпендикулярно к оси координат, на которой берется постоянная величина. Такие системы координат на плоскости называются диаграммами состояния вещества. Наиболее часто применяются диаграммы с координатами  $p, v, pT, vT, Ts, is$ .

Относительно функциональной формы уравнения состояния можно отметить, что для каждого вещества характер функциональной связи индивидуален, и термодинамические свойства описываются конкретным для данного вещества уравнением состояния. Вопрос построения уравнения состояния окончательно не решен даже для газов, не говоря уже о жидких и твердых телах.

Теория уравнения состояния пока разработана лишь для идеального газа, для газов, имеющих небольшую плотность, и в меньшей степени для плотных газов.

Уравнение состояния идеального газа впервые было получено Клапейроном в 1834 г. путем объединения уравнений законов Бойля-Мариотта и Гей-Люссака -  $pv/T = \text{const}$ . Обозначая константу через  $R$ , получим

$$pv = RT, \quad (2.7)$$

где  $R$  - удельная газовая постоянная, отнесенная к массе газа, равной 1 кг; Дж/(кг·К).

Уравнение (2.7) записано для 1 кг газа. Для  $m$  кг уравнение состояния будет иметь вид

$$pV = mRT, \quad (2.8)$$

где  $V$  - объем газа, м<sup>3</sup>.

Газ, состояние которого точно описывается уравнением (2.7), называется идеальным. Многие реальные газы при малых плотностях и при достаточно высоких температурах по своим свойствам приближаются к идеальным. Поэтому для их расчетов может быть применено уравнение (2.7).

Умножая обе части уравнения (2.7) на молекулярный вес  $\mu$ , получим

$$pV_\mu = \mu RT, \quad (2.9)$$

где  $V_\mu = \nu\mu$  - объем, занимаемый одним молем газа.

Молекулярный вес представляет собой сумму атомных весов атомов, образующих молекулу. Следовательно, молекулярный вес характеризует массу молекулы.

Количество газа, вес которого в килограммах численно равен его молекулярному весу, называется молем или киломолем.

В соответствии с законом Авогадро при одинаковых давлениях и температурах в каждом моле газа содержится одинаковое количество молекул  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> (постоянная Авогадро).

Если, например, молекулярный вес водорода  $\mu_{H_2} = 2$ , азота  $\mu_{N_2} = 28$ , кислорода  $\mu_{O_2} = 32$ , то, взяв эти газы соответственно в количествах 2 кг, 28 кг и 32 кг при одинаковых температуре и давлении, получим, что объемы этих количеств газов равны.

Объем одного моля газа при нормальных физических условиях ( $T_0 = 273,15$  К,  $p_0 = 101332$  Па)  $V_\mu = \mu\nu = 22,4146 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/моль. Подставляя эту величину в (2.9), получим

$$\mu R = \frac{p_0 V_\mu}{T_0} = 8,3143 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}), \quad (2.9a)$$

где  $\mu R$  - универсальная газовая постоянная, одинаковая для любого газа.

Отсюда уравнение состояния для одного моля идеального газа будет

$$pV_\mu = 8,3143 T. \quad (2.10)$$

Уравнение (2.10) было выведено Д.И. Менделеевым в 1874 году и называется уравнением состояния Клапейрона- Менделеева.

## § 2.5. УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Реальные газы отличаются от идеальных тем, что их молекулы имеют конечные собственные объемы и связаны между собой силами взаимодействия, имеющими электромагнитную и квантовую природу. С увеличением рас-



стояния между молекулами силы взаимодействия уменьшаются. При уменьшении расстояния между ними силы взаимодействия переходят в силы отталкивания, достигающие очень больших значений.

Таким образом, свойства реальных газов как в количественном, так и качественном отношении значительно отличаются от свойств идеальных газов. Поэтому все результаты для реальных газов, полученные на основании законов для идеальных газов, будут приближенными и справедливыми лишь при очень больших разрежениях. В связи с этим возникла необходимость в разработке уравнения состояния, которое точно описывало бы состояние реального газа. Одно из таких уравнений было получено Боголюбовым и Майером

$$p v = RT \left[ 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{i+1} \cdot \frac{B_i}{v^i} \right],$$

где  $B_i$  - вириальные коэффициенты, выражающиеся через потенциальную энергию взаимодействия данного газа и его температуру.

Однако полученное уравнение в общем виде не может быть использовано для непосредственных расчетов реальных газов ввиду сложности определения коэффициентов  $B_i$ . В отдельных частных случаях, когда известен закон изменения потенциальной энергии взаимодействия между двумя молекулами в зависимости от расстояния между ними и при наличии определенного количества экспериментальных данных, может быть получено расчетное уравнение какого-либо реального газа в достаточно широком диапазоне изменения параметров. Из-за сложности определения вириальных коэффициентов обычно ограничиваются расчетом первых двух из них. В этом случае расчетное уравнение имеет вид

$$p v = RT \left( 1 - \frac{A}{v} - \frac{B}{v^2} \right),$$

где  $A$  и  $B$  - первый и второй вириальные коэффициенты, являющиеся функцией только температуры.

В настоящее время уравнения подобного вида получили широкое распространение при расчете свойств многих реальных газов. Наиболее простым и качественно верно отображающим изменение состояния реального газа является уравнение Ван-дер-Ваальса, которое является частным случаем общего уравнения состояния Майера - Боголюбова, если пренебречь в правой части всеми членами, содержащими  $1/v$  во второй степени и выше. Уравнение Ван-дер-Ваальса было получено в 1873 г. и имеет вид

$$RT = \left( p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b),$$

где  $b$  - наименьший объем, до которого можно сжать реальный газ. Для каждого газа величина  $b$  имеет определенное числовое значение;  $a$  - коэффици-

ент пропорциональности, имеющий определенное числовое значение для каждого отдельного газа, не зависящее от параметров состояния.

Уравнение Ван-дер-Ваальса качественно верно отражает состояние реальных веществ в жидком и газообразном состоянии. Для двухфазных состояний оно неприменимо. Для одного моля газа уравнение Ван-дер-Ваальса записывается в виде

$$8,314T = \left( p + \frac{a_m}{v_m^2} \right) (v_m - b_m).$$

Если в уравнении Ван-дер-Ваальса раскрыть скобки и расположить полученные величины по убывающим степеням  $v$ , то получим уравнение третьей степени относительно удельного объема газа

$$pv^3 - (bp + RT)v^2 + av - ab = 0.$$

Из математики известно, что такое уравнение при заданных значениях  $p$  и  $T$  должно иметь три корня. При этом возможны следующие три случая:

- 1) все три корня различны и действительны;
- 2) все три корня действительны и равны между собой;
- 3) один корень действительный и два мнимых (комплексных).

В последнем случае реальное значение имеет лишь один действительный корень, так как мнимые корни не имеют физического смысла.

Если на  $pv$  - диаграмме построить изотермы, соответствующие уравнению Ван-дер-Ваальса, то они будут иметь вид кривых, изображенных на рис. 2.3. Анализ этих кривых позволяет заключить, что при сравнительно низких температурах они имеют в средней части волнообразный характер с максимумом и минимумом. При этом чем выше температура, тем короче волнообразная часть изотермы. Изобара  $AB$ , пересекающая изотерму, дает три действительных значения объема в точках  $A$ ,  $R$  и  $B$  (три различных действительных корня).

Наибольший корень, равный удельному объему в точке  $B$ , относится к парообразному (газообразному) состоянию вещества, а наименьший (в точке  $A$ ) - к жидкому состоянию. Участок кривой между точками  $A$  и  $B$  существовать не может, так как уравнение Ван-дер-Ваальса неверно описывает состояние двухфазных систем.

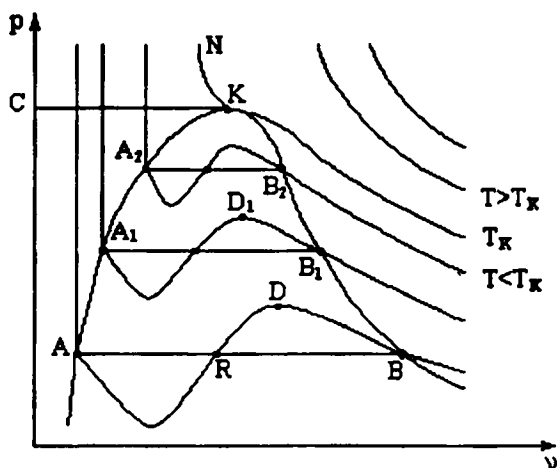


Рис.2.3.  
Изотермы, найденные по уравнению  
Ван-дер-Ваальса

Действительный процесс перехода из жидкого в газообразное состояние изображается прямой линией (изобарой)  $AB$ . При этом точка  $A$  соответствует состоянию кипящей жидкости, а точка  $B$  - состоянию сухого насыщенного пара.

При некоторой температуре, называемой критической, изотерма не будет иметь волнообразного участка. На этой изотерме есть лишь точка перегиба, касательная к которой должна быть горизонтальной. Это соответствует второму случаю решения уравнения Ван-дер-Ваальса, когда все три корня действительные и равны между собой (точка  $K$  на рис. 2.3, 2.3а).

При температурах выше критической изотермы будут иметь монотонно спадающий характер. Здесь будем иметь один действительный корень. Если соединить точки  $A, A_1, A_2$  и т.д., то получим кривую, на которой жидкость находится в состоянии кипения (пограничная кривая жидкости - кривая  $AK$ ). Кривая  $BK$  называется пограничной кривой пара. Таким образом, для реального вещества  $p-v$  - диаграмму можно разбить на три характерные области:

- 1) область жидкого состояния, расположенную левее кривой  $AK$ ;
- 2) область двухфазного состояния (влажного пара), расположенную между кривыми  $AK$  и  $BK$ ;
- 3) область перегретого пара, расположенную правее кривой  $BK$  и выше точки  $K$ .

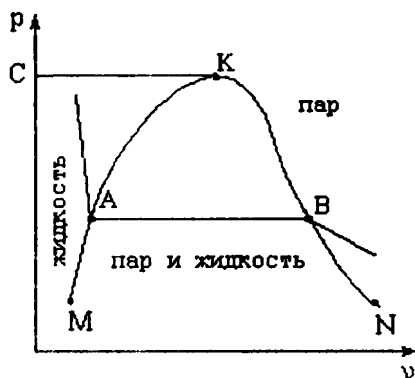


Рис. 2.3а.  
*МК* - кривая кипящей жидкости;  
*НК* - кривая сухого пара

Условно область жидкости ограничивают сверху линией *СК*, представляющей собой критическую изобару.

Критическое состояние вещества впервые было открыто Д.И.Менделеевым в 1861 г. Критическую температуру он назвал абсолютной температурой кипения, при которой поверхностное натяжение в жидкости становится равным нулю и исчезает различие между жидким и парообразным состоянием вещества. До открытия критического состояния вещества многие газы безуспешно пытались превращать в жидкость одним только увеличением давления. Однако, как это следует из рис. 2.3а, при температурах выше критических жидкое состояние вещества отсутствует. Поэтому для превращения газа в жидкость путем увеличения давления необходимо этот газ охладить до температуры ниже критической. Только после этого сжатием по изотерме любой газ можно превратить в жидкость.

При больших плотностях уравнение Ван-дер-Ваальса дает значительные ошибки, связанные с тем, что при его выводе не учитывались явления силовой ассоциации и диссоциации молекул под влиянием межмолекулярных сил взаимодействия. Кроме того, опытами было доказано, что коэффициенты *a* и *b*, входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса, описываются достаточно сложными зависимостями от температуры и давления.

Русские ученые М.П.Вукалович и И.И.Новиков в 1939 г. предложили новое универсальное уравнение состояния реального газа, учитывающее явление силовой ассоциации молекул, которое имеет вид

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \left[1 - \frac{C}{vT^{(3+2m)^2}}\right].$$

где  $a$  и  $b$  - постоянные уравнения Ван-дер-Ваальса;  $C$ ,  $m$  - постоянные, определяемые на основе опытов.

### § 2.6. ТЕРМИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ И СВЯЗЬ МЕЖДУ НИМИ

Термические коэффициенты характеризуют тепловые и упругие свойства тел. Известны коэффициент объемного расширения  $\alpha$ , термический коэффициент давления  $\beta$  и изотермический коэффициент сжимаемости  $\gamma$ .

При нагревании определенной массы вещества при постоянном внешнем давлении изменение объема на каждый градус повышения температуры выражается частной производной  $(dV/dT)_p$ . Относительное изменение объема при нагревании на один градус называется коэффициентом объемного расширения

$$\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (2.11)$$

Для идеального газа  $\alpha = 1/T$ .

Если температуру выражать в градусах шкалы Цельсия, то  $dt = dT$  и относительное изменение объема можно представить отношением производной  $\frac{dV}{dt}$  к объему  $V_0$  при  $0^\circ\text{C}$ , т.е.

$$\alpha_0 = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right)_p.$$

Если принять, что в небольшом интервале изменения температур  $\alpha_0 = \text{const}$ , то

$$\alpha_0 V_0 = \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right)_p = \text{const}.$$

Интегрируя последнее соотношение, приходим к выводу, что объем при изменении температуры изменяется по линейному закону

$$V = V_0 (1 + \alpha_0 t).$$

Для идеального газа при любом давлении

$$\alpha_0 = \frac{1}{273,15} = 0,00366 \text{ } 1/^\circ\text{C}.$$

Если нагревать данную массу вещества при постоянном объеме, то относительное изменение давления при изменении температуры характеризуется величиной термического коэффициента давления  $\beta$

$$\beta = \frac{1}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V. \quad (2.12)$$

где  $p$  - давление при температуре  $T$ . Для идеального газа  $\beta = \alpha = 1/T$ .  
Аналогично (2.12) можно записать

$$\beta_0 = \frac{1}{p_0} \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_v.$$

При малом изменении температуры можно считать  $\beta_0 = \text{const}$

$$\beta_0 p_0 = \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_v = \text{const}.$$

После интегрирования получим  $p = p_0(1 + \beta_0 t)$ .

Для идеального газа  $\beta_0 = \alpha_0$ .

При изотермическом сжатии данной массы вещества отношение изменения объема при изменении давления на одну единицу давления к объему называется изотермическим коэффициентом сжимаемости

$$\gamma = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T. \quad (2.13)$$

Знак минус означает уменьшение объема с увеличением давления.

Для идеальных газов по закону Бойля-Мариотта  $l = \text{const}/p$  (см. § 4.4).

Дифференцируя по давлению, получим

$$\left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = -\frac{\text{const}}{p^2} = -\frac{1}{p} V.$$

Сравнивая последнее соотношение с (2.13), имеем  $\gamma = 1/p$ . Следовательно, коэффициент сжимаемости есть величина, обратная давлению.

Найдем взаимосвязь между термическими коэффициентами  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  в общем случае. Полные дифференциалы давления, объема и температуры имеют вид (подробнее см. § 2.10)

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial p}{\partial V} \right)_T dV;$$

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp;$$

$$dT = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_v dp + \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_p dV.$$

Подставляя  $dp$  из первого уравнения во второе, с учетом того, что

$$\left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \left( \frac{\partial p}{\partial V} \right)_T^{-1},$$

получим

$$\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V} = -1. \quad (2.14)$$

Подставляя (2.11), (2.12), (2.13) в (2.14), будем иметь

$$\alpha = \beta \cdot \gamma \cdot p. \quad (2.15)$$

Последнее соотношение, связывающее все три термических коэффициента, позволяет найти один из них, если известны два других.

Так как для идеальных газов  $\alpha = \beta - 1/T$ , то из (2.15) следует, что  $\gamma = 1/p$ . Для жидких тел коэффициенты сжатия очень малы. Так для воды  $\alpha_0 = 0,000238$ ,  $\beta = 4,6$ . Отсюда при нормальном давлении  $\gamma_0 = 0,000052$ , тогда как для газа в этом случае  $\gamma_0 = 1$ . Следовательно, при увеличении давления на одну атмосферу (при  $t = \text{const}$ ) объем воды убывает на 0,000052 доли первоначального объема.

### § 2.7. ЭНЕРГИЯ. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ

Энергия является мерой различных форм движения материи. Увеличение или уменьшение энергии системы означает изменение в ней движения в количественном и качественном отношении.

Закон эквивалентных превращений энергии устанавливает, что если различные виды энергии взяты в таких количествах, что они вызовут одно и то же состояние данной закрытой системы, то они эквивалентны. Количественные соотношения между различными видами энергии называются эквивалентами.

Всеобщий закон сохранения и превращения энергии в термодинамике трансформируется в "первое начало" или "первый закон термодинамики". Его основные положения будут рассмотрены ниже (см. § 2.9).

Закон взаимосвязи между массой и энергией был предложен А. Эйнштейном в виде соотношения

$$E = mc^2,$$

где  $E$  - полная энергия тела, имеющего массу  $m$ ;  $c$  - скорость света ( $c = 3 \cdot 10^8$  м/с).

Масса тела, движущегося со скоростью  $w$ , определяется по формуле

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{c^2}}},$$

где  $m_0$  - масса покоя тела.

Таким образом, масса и энергия растут или уменьшаются пропорционально  $c^2$ .

В термодинамике полная энергия макросистемы равна

$$E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} + U,$$

где  $E_{\text{кин}}$  - кинетическая энергия системы;  $E_{\text{пот}}$  - потенциальная энергия системы во внешних силовых полях;  $U$  - внутренняя энергия.

Кинетическая энергия системы, имеющей массу  $m$  и скорость  $w$ , определяется по формуле

$$E_{\text{кин}} = \frac{mw^2}{2}.$$

Изменение потенциальной энергии системы равно работе, совершаемой над системой при перемещении ее из одного места силового поля в другое.

Внутренняя энергия - это энергия, заключенная в системе. Она состоит из кинетической энергии поступательного, вращательного и колебательного движения молекул, потенциальной энергии взаимодействия молекул, энергии внутриатомных и внутриядерных движений частиц и др.

Внутренняя энергия является однозначной функцией внутренних параметров состояния (температуры, давления) и состава системы. Ввиду того, что внутренняя энергия является функцией состояния, то ее изменение  $\Delta U$  не зависит от формы пути процесса, а определяется лишь ее значениями в конечном и начальном состояниях, т.е.

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

Внутренняя энергия - величина аддитивная. Это означает, что для сложной системы она определяется как сумма внутренних энергий составляющих частей этой системы, т.е.

$$U = \sum U_i.$$

## § 2.8. ТЕПЛОТА И РАБОТА

Опыты показывают, что при протекании термодинамического процесса тела, участвующие в нем, обмениваются между собой энергией. В итоге энергия одних тел возрастает, а других - уменьшается. Передача энергии от одних тел к другим может происходить двумя способами.

Первый способ передачи энергии представляет из себя передачу энергии в форме теплоты. Такая передача энергии происходит между телами, имеющими различную температуру и приведенными в соприкосновение, либо между телами, находящимися на расстоянии, посредством электромагнитных волн (тепловое излучение). При этом передача энергии происходит от более нагретых к менее нагретым телам. Количество энергии, переданное таким способом, называют количеством теплоты.



Теплота, как и любая энергия, измеряется в Джоулях. Произвольное количество принято обозначать буквой  $Q$ , а удельное (отнесенное к 1 кг) -  $q$ . Подведенная теплота считается положительной, отведенная - отрицательной.

Второй способ передачи энергии называется передачей энергии в форме работы, а количество переданной энергии называется работой. Передача энергии в этом случае происходит при перемещении всего тела или его части в пространстве. Для передачи энергии этим способом тело должно либо двигаться в силовом поле, либо изменять свой объем под действием внешнего давления.

Если тело получает энергию в форме работы, то считается, что над этим телом совершается работа. При отдаче телом энергии в форме работы - тело затрачивает работу. Затраченная телом работа считается положительной, а работа, совершенная над телом, - отрицательной. Работа, как и теплота, измеряется в Джоулях. Произвольное количество энергии, переданное в форме работы, обозначается буквой  $L$ , а удельное -  $l$ .

Таким образом, теплота и работа являются двумя качественно и количественно различными формами передачи энергии от одних тел к другим.

Работа представляет собой макрофизическую форму передачи энергии, а теплота является совокупностью микрофизических процессов. Передача энергии в виде теплоты происходит на молекулярном уровне без видимого движения тел.

### § 2.9. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

Первый закон (первое начало) термодинамики в общем виде представляет собой закон сохранения и превращения энергии. Этот закон налагает строгое условие на все процессы природы, которые при всем их разнообразии ограничены условием сохранения энергии. Дадим несколько формулировок первого закона.

1. Все виды энергии могут взаимно превращаться в строго равных друг другу количествах, т.е. энергия не возникает из ничего и не исчезает, а переходит из одного вида в другой. При переходе механической энергии в теплоту ее отношение к соответствующему количеству теплоты называется термическим эквивалентом работы, который равен  $J=L/Q=4,1868$  Дж/кал, если работа измеряется в Джоулях, а теплота в калориях. Если теплота и работа измеряются в одних единицах, то  $J=1$ . Величина, обратная термическому эквиваленту работы, называется механическим эквивалентом теплоты  $A=1/J=Q/L$ .

2. Невозможно построить такую периодически действующую машину, с помощью которой можно было бы получить полезную работу без затраты энергии извне, т.е., черпая энергию из ничего. Подобное устройство называ-

ется вечным двигателем первого рода, построение и работа которого в соответствии с законом сохранения энергии невозможно.

3. Внутренняя энергия полностью изолированной системы есть величина постоянная. Доказательство этой формулировки будет дано ниже.

Запишем уравнение первого закона термодинамики. Для этого допустим, что к телу подведено некоторое количество теплоты  $Q$ . Эта теплота будет затрачена на изменение внутренней энергии  $\Delta U$  и на совершение работы  $L$ . Тогда для  $m$  кг массы тела уравнение эквивалентности будет

$$Q = \Delta U + L, \quad (2.16)$$

где  $Q = mq$ ;  $\Delta U = m\Delta u$ ;  $L = ml$ .

Для одного кг массы ( $m=1$ ) соотношение (2.16) примет вид

$$q = \Delta u + l,$$

где  $q$ ,  $\Delta u$ ,  $l$  - удельные количества теплоты, изменения внутренней энергии и работы.

Для бесконечно малого процесса

$$dq = du + dl. \quad (2.17)$$

Соотношение (2.17) представляет из себя математическую запись уравнения первого закона термодинамики. Из этого уравнения следует, что теплота, подведенная к рабочему телу, затрачивается на изменение внутренней энергии и на совершение работы.

Применим к уравнению (2.17) условия полной изоляции, т.е.  $dq=0$  и  $dl=0$  (система не обменивается с окружающей средой ни теплотой, ни работой). Тогда получим  $du=0$  или  $u=\text{const}$ , т.к. дифференциал постоянной равен нулю. Таким образом, мы доказали, что какие бы процессы не происходили в изолированной системе, ее внутренняя энергия есть величина постоянная.

Определим правило знаков для количества теплоты  $q$ . Если она подводится к телу, то  $q > 0$ . Работа  $l > 0$ , если она совершается расширяющимся газом и  $l < 0$ , если работа затрачивается на сжатие. Изменение внутренней энергии  $\Delta u > 0$ , если внутренняя энергия тела увеличивается, и наоборот.

Найдем выражение работы через основные параметры состояния (см. рис. 2.4.).

При бесконечно малом перемещении поршня вправо работа 1 кг газа будет  $dl = pSdr$ , где  $p$  - давление в точке 3;  $S$  - площадь поперечного сечения поршня;  $r$  - перемещение поршня. Так как  $Sdr = dv$ , то

$$dl = pdv. \quad (2.18)$$

Из формулы (2.18) следует, что работа есть площадь под элементарным участком процесса 1 - 2. Работа всего процесса 1 - 2 будет равна площади под кривой этого процесса, т.е. площади  $v_1 1 3 2 v_2 v_1$ .

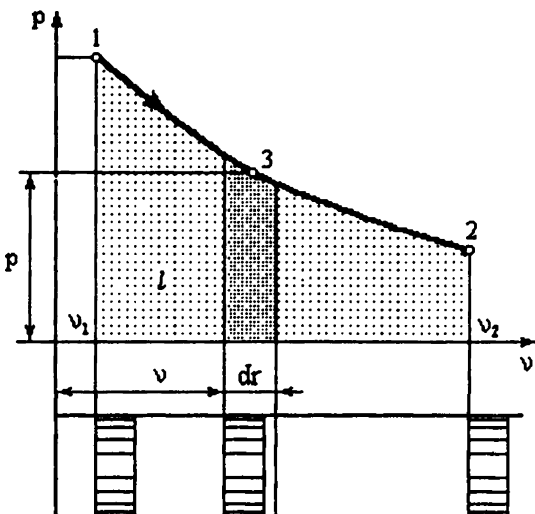


Рис. 2.4

Для того чтобы найти явное выражение для работы, следует проинтегрировать уравнение (2.18)

$$l = \int_{v_1}^{v_2} dl = \int_{v_1}^{v_2} p dv . \quad (2.19)$$

Ввиду того, что работа является функцией процесса, а не функцией состояния, то дифференциал  $dl$  от работы не является полным дифференциалом. В связи с чем некоторые авторы [13] вводят специальное обозначение для бесконечно малого приращения количества работы  $\delta l$  и количества теплоты  $\delta q$ , дифференциал которой также не является полным дифференциалом (подробнее см. § 2.10). В настоящей книге мы будем придерживаться обозначений, принятых в большинстве учебников по термодинамике.

С целью упрощения расчетов многих термодинамических процессов У.Гиббсом введена функция  $l$  (для  $m$  кг массы) и  $i$  (для 1 кг), называемая энтальпией. Эта функция вводится по формуле

$$i = u + pv . \quad (2.20)$$

Так как  $u$ ,  $p$  и  $v$  - функции состояния, то энтальпия  $i$  также будет функцией состояния.

Продифференцируем соотношение (2.20)

$$di = du + p dv + v dp. \quad (2.21)$$

Выражая из (2.21)  $du$  и подставляя в (2.17) с учетом (2.18), получим

$$dq = di - v dp, \quad (2.22)$$

где  $-v dp = dl_0$  - располагаемая работа.

Интегрируя (2.22), находим

$$q_{1-2} = i_2 - i_1 - \int_{p_1}^{p_2} v dp.$$

Для вывода формулы располагаемой работы рассмотрим процесс, изображенный на рис. 2.5.

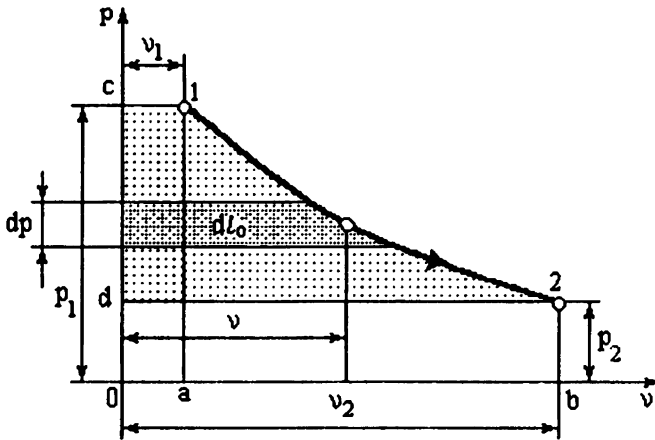


Рис. 2.5

Здесь линия  $c-1$  соответствует процессу наполнения цилиндра двигателя рабочим телом. Работа, совершаемая внешней средой над рабочим телом, будет равна  $l_1 = p_1 v_1$ , т.е. площади  $0-c-1-a$ . Эта работа положительна. Линия  $1-2$  является процессом расширения рабочего тела. Здесь совершается работа расширения

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

Линия  $2-d$  соответствует выталкиванию рабочего тела из цилиндра двигателя. Эта работа затрачивается - она отрицательна и равна  $l_2 = p_2 v_2$ .

Алгебраическая сумма всех перечисленных выше работ графически равна заштрихованной площади  $c-1-2-d$ , которая и представляет располагаемую

работу  $l_0$  с учетом работы поступления и удаления рабочего тела из машины, т.е.

$$l_0 = \text{пл. } c-1-2-d - \text{пл. } 0-c-1-a + \text{пл. } a-1-2-b - \text{пл. } 0-d-2-b = \\ = p_1 v_1 + \int_{v_1}^{v_2} p dv - p_2 v_2 = l - (p_2 v_2 - p_1 v_1).$$

Отсюда

$$l = l_0 - p_1 v_1 + p_2 v_2. \quad (2.23)$$

Подставляя (2.23) в уравнение первого закона термодинамики, записываемого для конечного процесса  $q = \Delta u + l$ , получим

$$q = u_2 - u_1 + l_0 - p_1 v_1 + p_2 v_2 = (u_2 + p_2 v_2) - (u_1 + p_1 v_1) + l_0 = i_2 - i_1 + l_0.$$

Отсюда

$$dq = di + dl_0. \quad (2.24)$$

Полученное уравнение совпадает с уравнением (2.22). Это уравнение представляет вторую математическую форму записи уравнения первого закона термодинамики.

Если в термодинамическом процессе давление остается постоянным, то уравнение (2.22) примет вид

$$dq = di.$$

Или для конечного процесса

$$q_{1-2} = i_2 - i_1.$$

Таким образом, физический смысл энтальпии состоит в том, что в изобарных процессах изменение энтальпии равно количеству теплоты, поглощенной или отданной системой.

В случае отсутствия теплообмена с окружающей средой (адиабатные процессы,  $dq = 0$ ) уравнение (2.22) будет

$$dl_0 = -di,$$

или

$$l_0 = i_1 - i_2$$

Следовательно, при  $dq = 0$  располагаемая работа равна разности энтальпий начала и конца процесса.

Ввиду того, что энтальпия является функцией независимых параметров состояния, то для ее полного дифференциала справедливы соотношения соответственно при независимых переменных  $v, p$ ;  $v, T$  и  $p, T$ .

$$di = \left( \frac{\partial i}{\partial p} \right)_v dp + \left( \frac{\partial i}{\partial v} \right)_p dv;$$

$$di = \left( \frac{\partial i}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial i}{\partial v} \right)_T dv ;$$

$$di = \left( \frac{\partial i}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial i}{\partial p} \right)_T dp .$$

Энтальпия идеального газа, также как и внутренняя энергия, является функцией только температуры и не зависит от объема и давления, т.к. отсутствуют силы взаимодействия между молекулами.

$$i = u(T) + pv = u(T) + RT .$$

## § 2.10 ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ В ТЕРМОДИНАМИКЕ

Переменные параметры состояния, входящие в уравнения термодинамики, могут быть функционально связаны друг с другом. Это приводит к необходимости использования методов теории дифференциальных уравнений. Из анализа частных производных, содержащихся в дифференциальных уравнениях термодинамики, можно установить их физический смысл, а в результате и направление физического процесса.

Уравнения первого закона термодинамики вида

$$dq = du + p dv , \quad (2.25)$$

$$dq = di - v dp \quad (2.26)$$

относятся в математике к классу так называемых функций Пфаффа от двух переменных величин. Общий вид этих функций

$$d\Phi = M(x, y)dx + N(x, y)dy \quad (2.27)$$

для двух и

$$d\Phi = X_1 dx_1 + X_2 dx_2 + X_3 dx_3 + \dots + X_n dx_n$$

для  $n$  независимых переменных. Здесь  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  - независимые переменные, а  $M(x, y), N(x, y), X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  - функции этих переменных.

Например, для случая, когда независимыми переменными являются давление  $p$  и удельный объем  $v$  известно, что энтальпия  $i$  является функцией  $p$  и  $v$  ( $i = f(p, v)$ ). Это означает, что в некоторой точке с параметрами  $p$  и  $v$  будем иметь определенное значение функции  $i$ . В то же время, например, работа не является функцией этих же независимых переменных. Т.е. для каких-то определенных значений  $p$  и  $v$  нельзя указать, чему будет равна работа.

В математике различают два вида функций Пфаффа. Первый вид -  $d\Phi$  является полным дифференциалом некоторой функции  $\Phi(x, y)$ . В этом случае выполняется равенство (условие Эйлера)

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \quad (2.28)$$

Такие функции в математике называются функциями точки, а в термодинамике - функциями состояния.

Например, температура есть функция состояния таких независимых параметров, как давление и удельный объем. Это означает, что в любом состоянии, характеризуемом параметрами  $p$  и  $v$ , температура имеет вполне определенное значение, т.е. функция  $T = f(p,v)$  существует.

Второй вид функций Пфаффа -  $d\Phi$  не является полным дифференциалом функции  $\Phi(x,y)$ . В этом случае равенство (2.28) не выполняется, т.е.

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} \neq \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \quad (2.29)$$

Функции Пфаффа второго вида в математике называются функциями линии, а в термодинамике функциями процесса.

Полный дифференциал функции  $\Phi$  записывается в виде

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy \quad (2.30)$$

Покажем, что если (2.30) полный дифференциал, то выполняется равенство (2.28).

Сравнивая (2.30) и (2.27), находим

$$M(x,y) = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad N(x,y) = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (2.31)$$

После дифференцирования первого выражения из (2.31) по  $y$ , а второго - по  $x$ , получим

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad \text{и} \quad \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial x} \quad (2.32)$$

Из (2.32) получаем (2.28). Отсюда заключаем, что условие (2.28) является необходимым для существования полного дифференциала функции  $\Phi(x,y)$ . Очевидно, что оно будет также и достаточным условием, если частные производные функции  $\Phi(x,y)$  непрерывны и в окрестности точки  $(x,y)$ .

В случае, когда  $d\Phi$  есть полный дифференциал некоторой функции  $F(x,y)$ , то значение интеграла от  $d\Phi$  не зависит от пути интегрирования и определяется только начальными и конечными значениями параметров точек процесса (не зависит от пути перехода от начальной точки к конечной)

$$\int_1^2 d\Phi = \int_1^2 dF(x,y).$$

Интегрируя, получим

$$\Phi_2 - \Phi_1 = F(x_2, y_2) - F(x_1, y_1).$$

Интеграл, взятый по замкнутому контуру от некоторой функции, дифференциал которой является полным дифференциалом, равен нулю

$$\oint d\Phi = 0.$$

Отсюда следует обратное заключение - если интеграл по замкнутому контуру равен нулю, то подинтегральная величина является полным дифференциалом некоторой функции переменных  $x$  и  $y$ .

Ввиду того, что параметры термодинамической системы  $p$ ,  $v$ ,  $T$ , ее внутренняя энергия  $u$  и энтальпия  $i$  являются функциями состояния системы, то их дифференциалы являются полными дифференциалами.

Функции Пфаффа второго вида могут быть проинтегрированы лишь в случае, если одна из независимых переменных становится функцией другой, т.е. если, например,  $y = f(x)$ . Этой зависимостью описывается переход из одного состояния в другое. Соотношение (2.27) тогда можно привести к виду

$$d\Phi = F(x)dx.$$

Результат интегрирования этого уравнения будет

$$\Phi = \int_1^2 F(x)dx \text{ для процесса и}$$

$$\Phi = \oint F(x)dx \neq 0 \text{ для цикла.}$$

Из числа уже рассмотренных выше термодинамических величин к функциям процесса относятся работа процесса  $l$ , располагаемая работа  $l_0$  и теплота процесса  $q$ . Эти величины в  $pv$  ( $l$  и  $l_0$ ) и  $Ts$  ( $q$ ) координатах определяются площадью под кривой процесса и зависят от формы пути процесса. Дифференциалы этих величин не являются полными дифференциалами. В уравнениях первого закона термодинамики, записанных в дифференциальной форме, перед  $l$ ,  $l_0$  и  $q$  сохраняется символ  $d$ , однако следует иметь в виду, что их дифференциалы не являются полными.

В уравнение (2.25) первого закона термодинамики входит теплота  $q$ . Докажем, что теплота является функцией процесса. Для этой цели уравнение (2.25) приведем сначала к виду функции Пфаффа.

Известно, что  $u$  и  $v$  являются функциями состояния. Следовательно, их дифференциалы будут полными дифференциалами. Тогда, рассматривая общий случай некоторых независимых параметров  $x$  и  $y$ , можно записать

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy, \quad (2.33)$$

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy. \quad (2.34)$$

Подставляя (2.33) и (2.34) в (2.25), получим



$$dq = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + p \left( \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right)$$

или

$$dq = M(x, y)dx + N(x, y)dy,$$

где

$$M(x, y) = \frac{\partial u}{\partial x} + p \frac{\partial v}{\partial x}; \quad (2.35)$$

$$N(x, y) = \frac{\partial u}{\partial y} + p \frac{\partial v}{\partial y}. \quad (2.36)$$

Дифференцируя (2.35) и (2.36) соответственно по  $y$  и по  $x$ , после некоторых преобразований получим

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} = D.$$

Это выражение представляет собой детерминант Якоби (якобиан)

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial p}{\partial y} \end{vmatrix}.$$

Если вместо  $x$  и  $y$  подставлять значения параметров состояния для некоторых частных случаев, то можно убедиться, что при любом выборе параметров детерминант всегда не будет равен нулю. Следовательно, условие (2.28) не соблюдается, а это значит, что  $dq$  не является полным дифференциалом, и функция  $q$  не является функцией состояния.

Однако из математики известно, что для пфаффовой формы (2.28) существует так называемый интегрирующий множитель  $\mu^=(x, y)$ . Если пфаффову форму умножить на этот множитель, то снова получим полный дифференциал некоторой функции (доказательство см. в [15]).

Так как теплота, в противоположность любому виду энергии, не является функцией состояния рабочего тела, то не следует вместо термина "теплота" применять термин "тепловая энергия". Точно так же ошибочно механическую работу называть механической энергией.

### § 2.11. ТЕПЛОЕМКОСТЬ

Теплоемкостью называется количество теплоты, которое нужно подвести к телу или отнять от него для изменения температуры тела на  $1^{\circ}\text{C}$ . Теплоемкость вычисляется по формуле

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad [\text{Дж/К}], \quad (2.37)$$

В зависимости от количественной единицы вещества, к которому подводится теплота, различают: удельную массовую теплоемкость  $c_x$  [Дж/(кг·К)]; удельную объемную теплоемкость  $c'_x$  [Дж/(м<sup>3</sup>·К)] и удельную молярную теплоемкость  $c_\mu$  [Дж/(моль·К)].

Удельная теплоемкость  $c_x$  равна отношению теплоемкости однородного тела к его массе

$$c_x = \frac{C}{m} \quad [\text{Дж/кг·К}].$$

Таким образом, удельная массовая теплоемкость - это теплоемкость единицы массы вещества (1 кг).

Объемной теплоемкостью  $c'_x$  называется отношение теплоемкости тела к его объему при нормальных физических условиях ( $p_0 = 101325$  Па,  $t_0 = 0^\circ \text{C}$ ).

$$c'_x = \frac{C}{V} = c_p$$

Таким образом, объемная теплоемкость - это теплоемкость количества вещества, занимающего при нормальных физических условиях единицу объема (1 м<sup>3</sup>).

В ряде случаев за единицу количества вещества удобно принимать такое его количество, которое равно молекулярному весу  $\mu$  этого вещества. В этом случае пользуются молярной или молярной теплоемкостью  $c_\mu$ .

$$c_\mu = \mu c_x \quad [\text{Дж/(моль·К)}],$$

где  $\mu$  - молекулярный вес.

Теплоемкость зависит от характера процесса. В термодинамике большие значения имеют теплоемкости при постоянном объеме  $c_v$  и постоянном давлении  $c_p$ , определяемые по формулам

$$c_v = \frac{dq_v}{dT}, \quad (2.38)$$

$$c_p = \frac{dq_p}{dT} \quad (2.39)$$

Эти теплоемкости находятся в виде отношения количества теплоты, переданной в процессе при постоянном объеме или давлении, к изменению температуры тела.

Из уравнения первого закона термодинамики

$$dq = du + p dv$$

следует, что при постоянном объеме ( $dv=0$ )

$$dq_v = du. \quad (2.40)$$

Подставляя (2.40) в (2.38), получим

$$c_v = \left( \frac{du}{dT} \right)_v. \quad (2.41)$$

Учитывая (2.41), (2.40) примет вид

$$dq_v = du_v = c_v dT.$$

При  $c_v = \text{const}$

$$q_{1-2,v} = u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1).$$

Изменение внутренней энергии идеального газа в процессе при постоянном объеме равно произведению теплоемкости  $c_v$  на разность температур тела в конце и начале процесса.

Массовые теплоемкости при постоянных давлении и объеме связаны между собой соотношением, которое называется уравнением Майера

$$c_p - c_v = R = \frac{8,314}{\mu} \text{ [кДж/(кг·К)]}. \quad (2.42)$$

Из уравнения первого закона термодинамики вида

$$dq = di - vdp$$

в процессе при постоянном давлении ( $dp=0$ ) получим

$$dq = di. \quad (2.43)$$

Подставляя (2.43) в (2.39), находим

$$c_p = \left( \frac{di}{dT} \right)_p.$$

В термодинамике большое значение имеет отношение теплоемкостей

$$k = \frac{c_p}{c_v}, \quad (2.44)$$

где  $k$  - показатель адиабаты;  $k \approx 1,67$  - для одноатомных,  $k \approx 1,4$  - для двухатомных,  $k \approx 1,29$  - для трехатомных газов.

Величина  $k$  зависит от температуры. Из (2.44) с учетом уравнения Майера  $c_p - c_v = R$  получим

$$k = 1 + \frac{R}{c_v}, \quad (2.45)$$

или для одного моля

$$k = 1 + \frac{8,314}{\mu c_v}.$$

Так как с увеличением температуры газа  $c_v$  увеличивается, то величина  $k$  уменьшается, приближаясь к единице, но оставаясь всегда больше ее.

Зная величину  $k$ , из (2.45) можно определить величину теплоемкости при постоянном объеме

$$c_v = \frac{R}{k-1} \text{ [кДж/(кг·К)]}.$$

Так как  $c_p = kc_v$ , то

$$c_p = \frac{k}{k-1} R.$$

Так как теплоемкость идеального газа зависит от температуры, а реально-го газа и от давления, то в технической термодинамике различают истинную и среднюю теплоемкость.

Теплоемкость, определяемая отношением элементарного количества теплоты, сообщаемой термодинамической системе к бесконечно малой разности температур, называется истинной теплоемкостью  $C = dQ/dT$ .

Истинные теплоемкости реальных газов можно выразить в виде суммы двух слагаемых

$$C = C_0 + \Delta C, \quad (2.46)$$

где  $C_0$  - теплоемкость данного газа в разреженном состоянии (при  $p \rightarrow 0$  или  $v \rightarrow \infty$ ) и зависит только от температуры.  $\Delta C$  - определяет зависимость теплоемкости от давления или удельного объема.

Температурная зависимость теплоемкости приближенно может быть представлена в виде полинома третьей степени от температуры

$$C_0 = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3,$$

где  $a_0, a_1, a_2, a_3$  - коэффициенты аппроксимации.

В практических расчетах при определении количества теплоты обычно применяют так называемые средние теплоемкости.

Средней удельной теплоемкостью  $\bar{c}$  данного процесса в интервале температур от  $t_1$  до  $t_2$  называют отношение количества теплоты  $q_{1-2}$ , переданного в процессе, к конечной разности температур  $t_2 - t_1$

$$\bar{c} = \frac{q_{1-2}}{t_2 - t_1}. \quad (2.47)$$

Количество теплоты, переданное в процессе, находится по формуле

$$q_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c dT, \quad (2.48)$$

где  $c$  - истинная удельная теплоемкость.

Формула (2.47) с учетом (2.48) примет вид

$$\bar{c} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} c dT.$$

При расчетах тепловых установок приходится иметь дело со смесями газов, а в таблицах приводятся теплоемкости только для отдельных идеальных газов, в связи с чем необходимо уметь определять теплоемкость газовой смеси. Если смесь газов задана массовыми долями, то удельная теплоемкость смеси определяется по формулам

$$c_{vсм} = \sum_{i=1}^n g_i c_{vi} ;$$

$$c_{pсм} = \sum_{i=1}^n g_i c_{pi} ,$$

где  $g_i$ , ( $i=1,2, \dots$ ) - массовые доли каждого газа, входящего в состав газовой смеси.

Если смесь задана объемными долями  $r_i$ , ( $i=1,2, \dots$ ) , то объемная теплоемкость смеси будет определяться по формулам

$$c'_{vсм} = \sum_{i=1}^n r_i c'_{vi} ;$$

$$c'_{pсм} = \sum_{i=1}^n r_i c'_{pi}$$

где  $c'_{vi}, c'_{pi}$  - объемные теплоемкости каждого газа.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется идеальным газом?
2. Что называется молекул газом?
3. Дать определение универсальной газовой постоянной и единицы ее измерения.
4. Провести исследование уравнения Ван-дер-Ваальса.
5. Дать определение термических коэффициентов.
6. При каких условиях можно превращать газы в жидкое состояние?
7. Что такое критическая точка?
8. Что положено в основу вывода уравнения состояния М.П.Вукаловича-И.И. Новикова?
9. Теплота и работа как формы передачи энергии.
10. Математические формулировки первого закона термодинамики.
11. Внутренняя энергия.
12. Что такое энтальпия?
13. Дать определение удельной теплоемкости.
14. Что такое истинная и средняя теплоемкость?
15. Практическое значение уравнения Майера.

## ЗАДАЧИ

**Задача 1.** Определить количество теплоты, которое нужно подвести к кислороду, и его массу, если он содержится в закрытом сосуде емкостью  $V_1 = 0,8 \text{ м}^3$ , при начальной температуре и давлении  $t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $p_1 = 200 \text{ кПа}$  и конечной температуре  $t_2 = 550 \text{ }^\circ\text{C}$ . ( $R_{O_2} = 260 \text{ КДж / кг} \cdot \text{К}$ ).

**Решение.** Из уравнения состояния  $pV = mRT$ : найдем

$$m = pV/RT = 200000 \cdot 0,8 / (260 \cdot 423) = 1,87 \text{ кг.}$$

Количество подведенной теплоты находится по формуле

$$Q_v = m \bar{c}_v (t_2 - t_1),$$

где  $\bar{c}_v$  - средняя удельная теплоемкость кислорода, определяемая по соотношению

$$\bar{c}_v \Big|_{t_1}^{t_2} = (\bar{c}_v \Big|_0^{t_2} \cdot t_2 - \bar{c}_v \Big|_0^{t_1} \cdot t_1) / (t_2 - t_1),$$

где значения  $\bar{c}_v \Big|_0^{t_2} = 0,7193 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$  и  $\bar{c}_v \Big|_0^{t_1} = 0,6632 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$  находятся по таблицам из [13]. Тогда

$$\bar{c}_v \Big|_{t_1}^{t_2} = (0,7193 \cdot 550 - 0,6632 \cdot 150) / 400 = 0,75 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

$$Q_v = 1,87 \cdot 0,75 \cdot 400 = 561 \text{ кДж.}$$

**Задача 2.** Избыточное давление в емкости, измеряемое пружинным манометром,  $p_n = 1000 \text{ кПа}$ . Атмосферное давление по ртутному барометру составляет  $750 \text{ мм.рт.ст.}$  при температуре  $t = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Определить абсолютное давление в емкости.

**Решение.** Так как с изменением температуры изменяется плотность ртути, то при измерении давления ртутными приборами необходимо учитывать не только их показания, но и температуру ртути. С увеличением температуры от  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  плотность ртути уменьшается, а с уменьшением - возрастает. В связи с чем показания ртутных приборов следует приводить к  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  посредством введения поправок на температуру ртути. Для этого используется формула

$$B_0 = B(1 - 0,000172 \cdot t),$$

где  $B_0$  - показание ртутного прибора, приведенное к  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $B$  - показание прибора при температуре окружающего воздуха  $t \text{ }^\circ\text{C}$ . Число  $0,000172$  - коэффициент объемного расширения ртути.

Найдем показание ртутного прибора, приведенное к  $0 \text{ }^\circ\text{C}$

$$B_0 = B(1 - 0,000172 \cdot t) = 750(1 - 0,000172 \cdot 40) = 744,84 \text{ мм.рт.ст.} = 99,3 \text{ кПа} = p_0$$

Абсолютное давление в емкости

$$p = p_n + p_0 = 99,3 + 1000 = 1099,3 \text{ кПа.}$$

**Задача 3** Найти абсолютное давление в паровом котле, если измеряемое пружинным манометром избыточное давление  $p_n=2000$  кПа. Барометрическое давление по ртутному барометру  $p_0=740$  мм.рт.ст. при температуре  $0^\circ\text{C}$ .

**Решение.** Абсолютное давление в котле определяется по формуле

$$p=p_n+p_0.$$

1 мм. рт. ст. создает давление 133,32 Па, а 740 мм. рт. ст. соответствуют 98,6 кПа. Отсюда

$$p=p_n+p_0=2000+98,6=2098,6 \text{ кПа.}$$

## Глава 3

### ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

#### 3.1. ЭНЕРГИЯ И ЭНТРОПИЯ

Тезис о неунничтожимости материи и ее движения в естествознании получил подтверждение в результате установления закона сохранения и превращения энергии.

Закон сохранения и превращения энергии, однако, лишь констатирует наличие процессов превращения видов энергии и ее сохранение. Но он не позволяет решать вопросы о возможности осуществления того или иного процесса, не указывает направление происходящих превращений энергии. Ответ на эти вопросы был найден в результате открытия второго закона термодинамики. Этот закон устанавливает, что самопроизвольные процессы возможны лишь в том случае, когда в системе нет равновесия, и что эти процессы всегда протекают в направлении, при котором система приближается к равновесному состоянию.

Таким образом, второй закон термодинамики позволяет указать направление теплового потока и устанавливает максимально возможный предел превращения теплоты в работу в тепловых машинах. Наиболее общая формулировка второго закона термодинамики дана Клаузиусом в виде следующего постулата: "Теплота не может самопроизвольно (без компенсации) переходить от менее нагретого тела к более нагретому". Что такое компенсация, а также другие формулировки второго закона термодинамики будут рассмотрены ниже (см. § 2.4).

С открытием первого закона термодинамики было осознано значение энергии в материальном мире. Замечено, что все виды энергии в конечном счете превращаются в теплоту, которая затем рассеивается в окружающей

среде. Мера этого рассеивания была названа энтропией. Чем больше рассеивается (обесценивается) энергия, тем больше увеличивается энтропия.

Энергия и энтропия являются неотъемлемыми свойствами материи, причем энергия есть мера движения материи, а энтропия - мера рассеивания (деградации) энергии.

Под энергией понимается физическая мера движения материи. Существование видов энергии обусловлено различными способами движения материи. Так, например, электрической форме движения материи соответствует электрическая энергия, химической - химическая и т.д. Энергия служит количественной мерой движения материи. Превращение видов энергии происходит при переходе движения материи из одних форм в другие.

Кроме видов энергии различают формы передачи энергии. В термодинамике приняты две формы обмена энергии: работа и теплота процесса.

Теплота, связанная с движением молекул и атомов, является микроскопической формой передачи энергии, а работа, связанная с перемещением тела или его частей, - макрофизической.

Необходимо помнить, что теплота и работа должны связываться не с каким-то «запасом» энергии, а с некоторым процессом, в результате которого происходит передача энергии. В связи с этим ошибочно считать теплоту и работу видами энергии. Любой вид энергии является однозначной функцией состояния, не зависящей от пути процесса, тогда как зависимость теплоты и работы от пути процесса есть их неотъемлемое свойство.

Следует заметить, что теплота и работа не являются равноценными формами передачи энергии. Работа непосредственно может быть преобразована в любой вид энергии. Теплота без промежуточного превращения в работу может быть направлена на увеличение запаса лишь внутренней энергии тела. Работа без каких бы то ни было ограничений может быть превращена в теплоту, а переход теплоты в работу, согласно второму закону термодинамики, без компенсации (без некоторого дополнительного процесса) невозможен.

## 3.2. РАВНОВЕСНОСТЬ И ОБРАТИМОСТЬ ПРОЦЕССОВ

Термодинамическая система будет находиться в равновесном состоянии, если во всех точках системы будет одинаковая температура и одинаковое давление.

Всякая изолированная система с течением времени приходит в равновесное состояние, которое остается неизменным до тех пор, пока система не будет выведена из него внешним воздействием.



Изменение состояния термодинамической системы при взаимодействии ее с окружающей средой происходит в результате термодинамического процесса.

Процесс, в ходе которого в системе в каждый момент времени устанавливается равновесное состояние, является равновесным. Отсюда ясно, что равновесный процесс может быть только бесконечно медленным. Однако такой процесс нельзя не только осуществить, но и дать ему непротиворечивое объяснение.

Действительно, равновесный процесс должен состоять из ряда чередующихся во времени состояний равновесия, однако переход из одного состояния в другое возможен лишь в результате нарушения этого равновесия.

Таким образом, трудность усвоения понятия равновесности связана с высокой степенью его абстракции.

Тем не менее техническая термодинамика изучает только равновесные состояния и равновесные процессы, так как отсутствие равновесия внутри термодинамической системы приводит к зависимости параметров состояния от времени. Поэтому анализ неравновесных состояний и процессов значительно усложняется.

Итак, равновесный процесс можно представить как непрерывный ряд бесконечно близких состояний и можно изобразить линиями на термодинамических диаграммах, например,  $pV$  и  $Ts$ .

Бесконечно медленное протекание процесса в случае взаимодействия термодинамической системы с окружающей средой возможно, если температура и давление в системе отличаются на бесконечно малые величины от температуры и давления окружающей среды. В связи с этим, равновесным можно назвать такой процесс, который протекает при бесконечно малой разности температур и давлений между рабочим телом и окружающей средой.

Все реальные термодинамические процессы протекают при конечной разности давлений и температур рабочего тела и окружающей среды. Следовательно, реальные процессы всегда неравновесны.

С понятием равновесности процессов связано понятие их обратимости.

Допустим, что в некоторой изолированной системе протекает процесс 1-2 (из состояния 1 система переходит в состояние 2). Тогда для обратного перехода системы из состояния 2 в состояние 1 имеем два случая:

- 1) обратный процесс возможен и протекает без каких бы то ни было изменений в окружающей среде. В этом случае процесс 1-2 принято считать обратимым;

- 2) обратный процесс, протекающий без изменений в окружающей среде, невозможен. В данном случае процесс 1-2 будет необратимым.

### 3.3. УСЛОВИЯ РАБОТЫ ТЕПЛОВЫХ МАШИН

Для того чтобы от тепловой машины можно было получить полезную работу, необходимо выполнить следующие условия.

1. Необходимо иметь рабочее тело - это тело, посредством которого осуществляется взаимное превращение теплоты и работы.

2. Необходимо наличие по меньшей мере двух источников теплоты с разными температурами - верхний (высший) источник теплоты (ВИТ) или нагреватель и нижний (низший) источник теплоты (НИТ) или холодильник.

3. Работа тепловой машины должна быть циклической, т.е. рабочее тело, совершая ряд процессов, должно возвращаться в исходное состояние.

Рассмотрим круговой цикл тепловой машины, изображенный на рис.3.1.

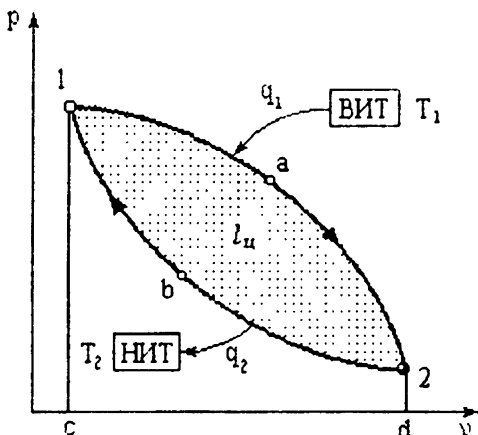


Рис. 3.1

В процессе расширения 1-а-2 от ВИТ с температурой  $T_1$  к рабочему телу подводится теплота в количестве  $q_1$ . При этом получается положительная работа  $l_1$ , численно равная площади  $c-1-a-2-d$ . (см § 2.9)

В процессе сжатия 2-б-1 от рабочего тела отводится теплота  $q_2$  к НИТ с температурой  $T_2$ . В этом процессе затрачивается работа  $l_2$  (работа отрицательная), равная площади  $c-1-b-2-d$ .

Уравнение первого закона термодинамики для процессов 1-a-2 и 2-b-1 соответственно будет иметь вид

$$q_1 = \pm \Delta u + l_1 ; \quad (3.1)$$

$$-q_2 = \mp \Delta u - l_2 . \quad (3.2)$$

Различные знаки изменения внутренней энергии  $\Delta u$  взяты потому, что внутренняя энергия за цикл не должна изменяться.

Сложив уравнения (3.1) и (3.2), получим

$$q_1 - q_2 = l_1 - l_2 = l_{ц} .$$

где  $l_{ц}$  - работа цикла 1-a-2-b-1.

Чтобы получить полезную работу, работа, затраченная на сжатие в процессе 2-b-1, должна быть меньше работы расширения в процессе 1-a-2 ( $l_2 < l_1$ ). Чтобы этого достичь, необходимо одновременно со сжатием охладить рабочее тело, отнимая у него теплоту  $q_2$ . Если при сжатии не охладить рабочее тело, то процесс сжатия пойдет по пути 2-a-1 и на сжатие будет потрачена та же самая работа  $l_1$ , которая была получена в процессе расширения. В результате полезная работа цикла будет равна нулю.

Таким образом, повторяя последовательно цикл 1-a-2-b-1 с подводом и отводом теплоты, можно получить непрерывно действующую тепловую машину.

Коэффициент полезного действия (кпд) цикла тепловой машины определяется по формуле

$$\eta = \frac{l_{ц}}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} . \quad (3.3)$$

Таким образом, коэффициентом полезного действия тепловой машины называется отношение полезной работы, полученной в цикле, ко всей затраченной теплоте. Коэффициент полезного действия тепловой машины всегда меньше 1 (или 100%), так как не вся теплота  $q_1$ , подведенная к рабочему телу, превращается в работу. Часть этой теплоты в количестве  $q_2$  отводится в окружающую среду.

Отсюда вытекает следующая формулировка второго закона термодинамики: "Стопроцентное превращение теплоты в работу посредством тепловой машины невозможно". Тепловой двигатель, который всю подведенную теплоту превращает в работу, называется вечным двигателем второго рода. Тепловая машина с кпд, равным единице, не противоречит первому закону термодинамики, который констатирует лишь взаимопревращаемость энергий. Однако такая машина противоречит второму закону термодинамики, ко-

торый обуславливает получение полезной работы некоторым компенсирующим процессом - передачей части теплоты ( $q_2$ ) к НИТ. Ниже (см. § 3.4) будет дана еще одна формулировка вечного двигателя второго рода, а также более подробно будут рассмотрены компенсирующие процессы.

### 3.4. ЦИКЛ КАРНО

Анализируя формулу (3.3), можно заметить, что  $\eta_l$  возрастает при уменьшении  $q_2$  или увеличении  $q_1$ . Отсюда можно заключить, что выбирая соответствующим образом процессы расширения и сжатия, протекающие с подводом и отводом теплоты  $q_1$ ,  $q_2$  можно изменять величину кпд. В связи с этим возникает вопрос - можно ли найти такой цикл, который обладал бы наибольшим кпд?

Такой цикл был предложен Сади Карно. Он состоит из двух обратимых изотермических и двух обратимых адиабатных процессов (см. рис.3.2, 3.3).

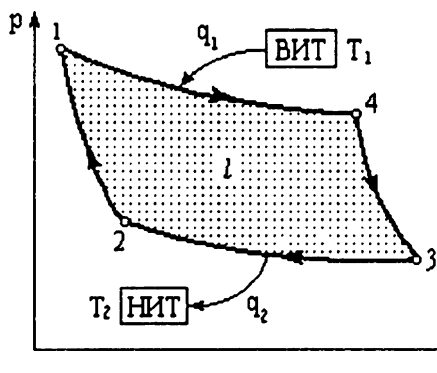


Рис. 3.2

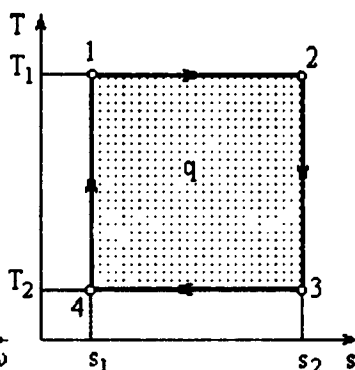


Рис. 3.3

Изотермический и адиабатный процессы являются самыми выгодными процессами в смысле получения работы, т.к. в изотермическом процессе вся теплота, подводимая к рабочему телу, превращается в работу, а адиабатный процесс протекает без теплообмена.

Рассмотрим все процессы цикла Карно. Процесс 1-2 представляет процесс изотермического расширения рабочего тела с подводом теплоты  $q_1$  от верхнего источника теплоты с температурой  $T_1$ . Количество теплоты  $q_1$  рав-

ное работе  $l_1$ , полученной в процессе 1-2, определяется по формуле (см. § 4.4 - изотермический процесс).

$$l_1 = q_1 = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{RT_1}{v} dv = RT_1 \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

Работа  $l_1$  определяется также площадью фигуры  $v_1$ -1-2- $v_2$  (см. рис.3.2.).

Процесс 2-3 является процессом адиабатического расширения. Газ совершает работу, численно равную площади фигуры  $v_2$ -2-3- $v_3$  и определяемую по формуле (см. адиабатный процесс § 4.5).

$$l_2 = \frac{R(T_1 - T_2)}{k - 1}.$$

где  $k$  - показатель адиабаты.

В процессе 3-4 происходит изотермическое сжатие рабочего тела с отводом теплоты  $q_2$  к низшему источнику теплоты с температурой  $T_2$ . На сжатие затрачивается работа  $l_3$ , численно равная площади фигуры  $v_4$ -4-3- $v_3$ , равная количеству отведенной теплоты  $q_2$  и определяемая по формуле

$$l_3 = q_2 = -RT_2 \ln \frac{v_3}{v_4}.$$

В процессе адиабатного сжатия 4-1 газ нагревается до температуры  $T_1$ . Работа, затрачиваемая на сжатие, численно равна площади фигуры  $v_1$ -1-4- $v_4$  и определяется по формуле

$$l_4 = -\frac{R(T_1 - T_2)}{k - 1}.$$

Если в процессе 3-4 сжимать газ, не охлаждая его (без отвода теплоты  $q_2$ ), то этот процесс будет адиабатным. Ввиду того, что адиабаты являются эквидистантными кривыми (не пересекаются между собой), то через одну точку (точка 3) можно провести лишь одну адиабату. Тогда в результате такого сжатия процесс пойдет не по изотерме 3-4, а по адиабате 3-2. В исходное состояние рабочее тело должно быть возвращено лишь по изотерме, так как в изотермическом процессе на сжатие затрачивается наименьшее количество работы. В итоге на сжатие в процессах 3-4 и 4-1 будет затрачено то же самое количество работы, которое было получено в процессах расширения 1-2 и 2-3. Полезная работа цикла  $l_u$  и кпд  $\eta_t$  будут равны нулю. Отсюда можно сделать вывод: для того, чтобы получить полезную работу, необходимо какую-то часть подведенной теплоты безвозвратно отдать в окружающую среду, то есть потерять.

Полезная работа  $l_u$  цикла 1-2-3-4 определяется алгебраической суммой работ, полученных или затраченных в отдельных процессах цикла. Сумми-

руа площади, выражающие работу газа в отдельных процессах цикла с учетом знаков работы получим

$$l_u = \text{пл. } 1-2-3-4-1 = \text{пл. } v_1-1-2-v_3 + \text{пл. } v_3-2-3-v_4 - \text{пл. } v_4-4-3-v_3 - \text{пл. } v_1-1-4-v_4.$$

Суммируя формулы работ для всех процессов цикла, получим

$$l_u = RT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} + \frac{R(T_1 - T_2)}{k-1} - RT_2 \ln \frac{v_3}{v_4} - \frac{R(T_1 - T_2)}{k-1}. \quad (3.4)$$

Из полученной формулы видно, что работы в адиабатных процессах 2-3 и 4-1 взаимно уничтожаются. Тогда формула (3.4) примет вид

$$l_u = R \left( T_1 \ln \frac{v_2}{v_1} - T_2 \ln \frac{v_3}{v_4} \right).$$

Коэффициент полезного действия любого цикла тепловой машины (в том числе и цикла Карно) определяется по формуле

$$\eta_i = \frac{l_u}{q_i}.$$

Отсюда

$$\eta_i = \frac{T_1 \ln \frac{v_2}{v_1} - T_2 \ln \frac{v_3}{v_4}}{T_1 \ln \frac{v_2}{v_1}}. \quad (3.5)$$

Для адиабат 2-3 и 4-1 справедливы следующие зависимости

$$T_1 v_2^{k-1} = T_2 v_3^{k-1};$$

$$T_1 v_1^{k-1} = T_2 v_4^{k-1}.$$

После деления первого уравнения на второе получим

$$\left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} = \left( \frac{v_3}{v_4} \right)^{k-1}.$$

Логарифмируя последнее соотношение, будем иметь

$$\ln \frac{v_2}{v_1} = \ln \frac{v_3}{v_4}. \quad (3.6)$$

Формула (3.5), учитывая (3.6), примет вид

$$\eta_i = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (3.7)$$

Анализируя формулу (3.7), приходим к выводу, что  $\eta_i$  может быть равен единице лишь в случаях, когда  $T_1 \rightarrow \infty$ , либо  $T_2 = 0$  К. Эти условия невозможно осуществить даже в идеальном цикле, так как температура верхнего источника теплоты  $T_1$ , равная бесконечности, практически недостижима. а

также и недостижима температура нижнего источника теплоты  $T_2$ , равная абсолютному нулю температур  $T_2=0 \text{ K} = -273,15^\circ\text{C}$ .

Из формулы (3.7) также следует, что при  $T_2=T_1$   $\eta=0$ . Это означает невозможность превращения теплоты в работу в случае равенства температур верхнего и нижнего источников теплоты. Отсюда можно дать еще одно определение вечного двигателя второго рода (первое определение было дано в § 3.3), являющееся также одной из формулировок второго закона термодинамики (формулировка Освальда): "Вечным двигателем второго рода называется тепловой двигатель, с помощью которого можно было бы получать полезную работу в случаях, когда нет разности температур". Согласно второму закону термодинамики такой тепловой двигатель невозможен.

Анализ цикла Карно позволяет сделать также следующий важный вывод - невозможно превращение теплоты в работу без компенсации. Трудность усвоения формулировок второго закона термодинамики, содержащих понятие компенсации, связана со сложностью самого этого понятия.

Необходимо учитывать, что различают компенсацию двух родов. Компенсация первого рода имеет место в случае, когда процесс превращения теплоты в работу сопровождается изменением термодинамического состояния рабочего тела. Например, при изотермическом расширении идеального газа внутренняя энергия его, как известно, остается постоянной, и вся теплота, сообщаемая газу, превращается в работу. Увеличение объема газа, представляющее компенсацию первого рода, является здесь необходимым условием превращения теплоты в работу.

В случае, когда превращение теплоты в работу влечет за собой изменение состояния не только рабочего тела, но и других тел, имеем компенсацию второго рода. В тепловых машинах такими телами обычно являются НИТ.

Что такое компенсация второго рода, наиболее просто понять из следующей формулировки второго закона термодинамики (формулировка Планка): "Невозможно построить периодически действующую тепловую машину, которая не производила бы ничего другого, кроме поднятия груза и охлаждения источника тепла".

Из этой формулировки следует, что для превращения теплоты в работу недостаточно одного только процесса передачи теплоты от ВИТ к рабочему телу. По второму закону термодинамики здесь предполагается наличие некоторого дополнительного процесса. Для теплового двигателя таким дополнительным процессом является передача теплоты к НИТ. Этот дополнительный процесс и представляет компенсацию второго рода.

В природе существуют процессы, которые могут протекать самостоятельно, без сопровождения их другими процессами (без компенсации). Такие процессы являются самопроизвольными, естественными или некомпенсированными.

Примером самопроизвольного процесса может служить процесс превращения работы в теплоту при трении, который может протекать без сопровождения его какими-либо другими процессами - без компенсации. Работа здесь полностью превращается в теплоту, тогда как процесс превращения теплоты в работу, являющийся обратным по отношению к прямому процессу превращения работы в теплоту, нельзя провести без компенсации. Такие процессы, которые не могут протекать без того, чтобы вместе с ними не протекал какой-либо дополнительный процесс, считаются несамопроизвольными.

Таким образом, процесс превращения механической работы в теплоту - процесс самопроизвольный, а процесс превращения теплоты в работу - несамопроизвольный.

В природе существует большое количество процессов, протекающих в одном направлении легко, самопроизвольно, не требуя каких-либо дополнительных процессов. Однако в обратном направлении эти же процессы не могут осуществляться самостоятельно. Например, переход теплоты от горячего тела к холодному есть процесс самопроизвольный, но обратный процесс перехода теплоты от холодного тела к горячему без каких-либо дополнительных процессов невозможен. Это связано с тем, что передача теплоты от более холодного тела к более горячему может быть выполнена лишь путем затраты работы теплового двигателя. Работа теплового двигателя возможна лишь в случае, когда есть компенсирующий процесс передачи теплоты НИТ.

Отсюда следует, что количества теплоты, которая переходит от более нагретого тела к менее нагретому в естественном процессе, будет недостаточно для возвращения системы в исходное состояние, так как часть теплоты (в количестве  $q_2$ ) будет безвозвратно передана НИТ (компенсирующий процесс). Следовательно, для возвращения системы в исходное состояние должно быть затрачено больше теплоты, чем было передано в прямом процессе. Отсюда следует вывод, что прямой теплообмен при конечной разности температур необратим.

Анализируя формулу (3.7), можно сделать еще один важный вывод - КПД цикла Карно зависит лишь от температур верхнего и нижнего источников теплоты и, следовательно, не зависит от рода рабочего тела. Это утвержде-



ние является содержанием теоремы Карно, доказательство которой можно найти в [13].

В реальных циклах тепловых двигателей (например, в двигателях внутреннего сгорания) цикл Карно неприменим. Из-за небольшого различия в наклонах изотерм и адиабат получаются большие размеры цикла по оси  $v$ . Это означает, что в реальном двигателе нужно применять очень длинный цилиндр. В результате будут велики потери на трение и теплообмен из-за необратимости процесса, а также большие габариты и вес двигателя.

### 3.5. ОБРАТНЫЙ ОБРАТНЫЙ ЦИКЛ КАРНО

Цикл Карно может протекать не только в прямом, но и в обратном направлении (см. рис. 3.4)

Машины, работающие по обратному циклу, называются холодильными машинами. Это тепловые машины, которые создают и поддерживают разность температур путем отнятия теплоты у более холодного тела и передачи ее более горячему (см. главу 12). А такой процесс, как следует из формулировки второго закона термодинамики Клаузиуса, требует затраты энергии (не может совершаться без компенсации).

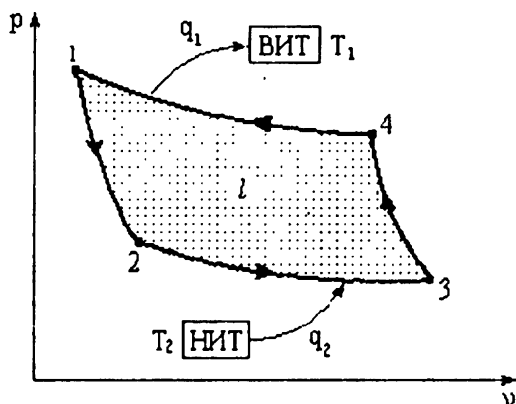


Рис. 3.4

Рассмотрим обратимый обратный цикл Карно, изображенный на рис. 3.4. В процессе 1-2 рабочее тело (холодильный агент) расширяется по адиабате с уменьшением температуры от  $T_1$  в точке 1 до  $T_2$  в точке 2. Затем газ расширяется по изотерме 2-3 с подводом теплоты  $q_2$  от источника с температурой

$T_2$ . В адиабатном процессе сжатия 3-4 происходит увеличение температуры рабочего тела от  $T_2$  до  $T_1$ . В изотермическом процессе сжатия происходит отвод от рабочего тела теплоты  $q_1$  к верхнему источнику теплоты.

На осуществление обратного цикла в холодильной машине затрачивается удельная работа  $l$ . При этом от НИТ к ВИТ переносится количество теплоты, равное  $q_2$ . Кроме того, к ВИТ передается теплота, равная затраченной работе  $l$ . Отсюда, вся теплота, получаемая ВИТ, будет  $q_1 = q_2 + l$ . Работа, затраченная на сжатие в процессах 3-4 и 4-1, больше работы расширения в процессах 1-2 и 2-3 на величину площади фигуры 1-2-3-4. Работа расширения производится сжатым газом и она будет положительной. Работа сжатия производится над газом и она будет отрицательной. Отсюда суммарная работа, затраченная на передачу теплоты от НИТ к ВИТ, будет отрицательной и она будет равна  $l = q_1 - q_2$ . Эффективность работы холодильных машин характеризуется холодильным коэффициентом, определяемым в виде отношения теплоты, взятой от НИТ и переданной ВИТ, к затраченной работе

$$\epsilon = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{q_2}{l}.$$

Холодильный коэффициент характеризует эффективность передачи теплоты от НИТ к ВИТ. Он будет тем больше, чем большее количество теплоты  $q_2$  будет взято от НИТ и передано ВИТ и чем меньше будет на это затрачено работы  $l$ .

Холодильный коэффициент обратимого обратного цикла Карно определяется по формуле

$$\epsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}.$$

Холодильный коэффициент этого цикла зависит лишь от абсолютных температур  $T_1$  и  $T_2$  и имеет наибольшее значение по сравнению с холодильными коэффициентами любых других циклов, протекающих в этих температурных пределах.

Холодильные машины, предназначенные для отопления помещений путем передачи теплоты от источника с более низкой температурой к источнику с более высокой температурой называются тепловыми насосами. Их эффективность оценивается отопительным коэффициентом  $\varphi$ , определяемым по формуле (см. § 12.5)

$$\varphi = \frac{q_1}{l}.$$

### 3.6. МЕТОД ЦИКЛОВ. ОТКРЫТИЕ ЭНТРОПИИ КАК ФУНКЦИИ СОСТОЯНИЯ

В термодинамике большое распространение получил так называемый метод циклов, разработанный Клапейроном на основе идей Карно. До введения Гиббсом в 1870 г. метода потенциалов это был единственный метод, позволявший устанавливать связи между термодинамическими характеристиками процессов, связанных с преобразованиями, в которых участвуют теплота и работа.

Сравнивая формулы для кпд обратимого цикла Карно  $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$  и  $\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1$  (см. формулу (3.3)), получим

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

По формуле (3.3) может быть найден кпд любого цикла, в том числе и цикла Карно.

Отсюда

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}. \quad (3.8)$$

Величина  $Q/T$ , отнесенная к тому или иному телу, называется приведенной теплотой. Из формулы (3.8) следует равенство приведенных теплот нагревателя и холодильника в цикле Карно.

Можно показать, что цикл Карно всегда можно разбить на два или больше циклов промежуточными адиабатами (рис. 3.5.) [15]. Такое деление цикла является обоснованным потому, что промежуточные адиабаты проводятся в противоположных направлениях, и оба процесса по такой адиабате взаимно компенсируются. Разобьем цикл Карно на два цикла с помощью адиабаты  $ab$  (см. рис. 3.5.). Тогда теплоты  $Q_1$  и  $Q_2$  разделяются на части

$$Q_1 = Q_1' + Q_1'';$$

$$Q_2 = Q_2' + Q_2''.$$

Рассмотрев каждый из образованных циклов, получим равенство приведенных теплот согласно (3.8)

$$\frac{Q_1'}{T_1} = \frac{Q_2'}{T_2}, \quad \frac{Q_1''}{T_1} = \frac{Q_2''}{T_2}.$$

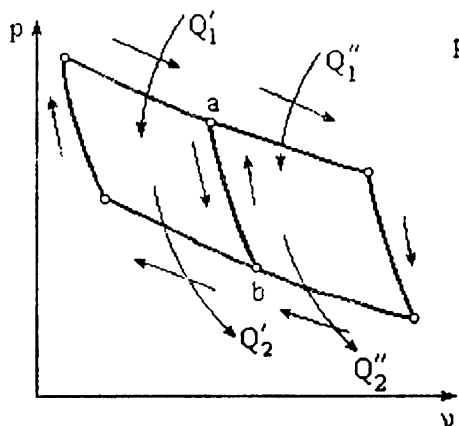


Рис. 3.5

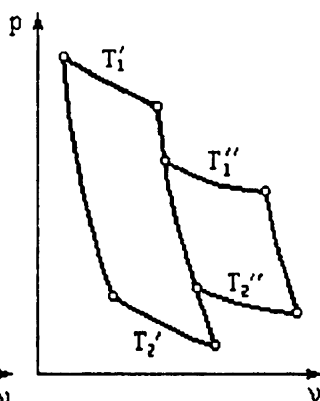


Рис. 3.6

Сложив эти равенства, находим

$$\frac{Q_1'}{T_1} + \frac{Q_1''}{T_1} = \frac{Q_2'}{T_2} + \frac{Q_2''}{T_2},$$

и вообще при разделении на несколько циклов будем иметь

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_1^{(i)}}{T_1} = \sum_{i=1}^n \frac{Q_2^{(i)}}{T_2}. \quad (3.9)$$

Допустимо также составление циклов Карно, где участвуют нагреватели и холодильники с различными температурами в разных циклах. И в этом случае составление ведется по адиабатам (рис. 3.6.). Обобщая выражение (3.9) на  $n$  циклов, получим

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_1^{(i)}}{T_1^{(i)}} = \sum_{i=1}^n \frac{Q_2^{(i)}}{T_2^{(i)}}. \quad (3.10)$$

Наряду с циклами, где происходит передача конечных количеств тепла  $Q_1$  и  $Q_2$ , можно представить элементарные циклы, в которых передаются бесконечно малые количества тепла  $dQ_1$  и  $dQ_2$  при конечной разности температур  $T_1$  и  $T_2$ . Для такого цикла

$$\frac{dQ_1}{T_1} = \frac{dQ_2}{T_2}.$$

Пользуясь возможностью разбиения циклов на части любой обратимый цикл можно разбить на большое количество узких элементарных циклов Карно, соприкасающихся по адиабатам (рис. 3.7.).

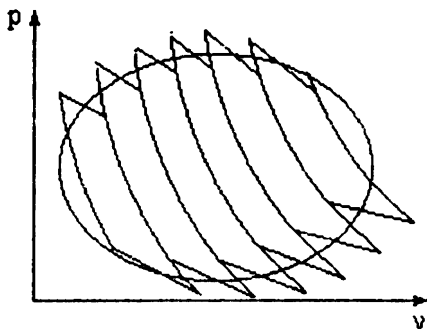


Рис. 3.7

При этом отрезки адиабат, лежащие внутри контура, взаимно компенсируются. Некоторая ошибка получается вследствие замены непрерывного контура ступенчатыми изотермами сверху и снизу, а также нескомпенсированными отрезками адиабат, прилегающих к контуру. Однако при переходе к пределу, когда  $dQ_1^{(i)}$  и  $dQ_2^{(i)}$  стремятся к нулю, эта ошибка может быть сделана сколь угодно малой. Выражение (3.10) для конечного числа элементарных циклов в пределе будет иметь вид

$$\int \frac{dQ_1}{T_1} = \int \frac{dQ_2}{T_2} . \quad (3.11)$$

Выражение (3.11) можно переписать в виде

$$\int \frac{dQ_1}{T_1} - \int \frac{dQ_2}{T_2} = 0 . \quad (3.12)$$

Выражение (3.12) можно рассматривать как алгебраическую сумму  $\frac{dQ}{T}$  при переменных  $dQ$  и  $T$ . Так как эта сумма относится ко всему контуру, то из (3.12) следует

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 . \quad (3.13)$$

Выражение (3.13) является интегралом Клаузиуса для любого обратимого цикла. Отсюда следует, что интеграл приведенных теплот для любого обратимого цикла для всех веществ равен нулю.

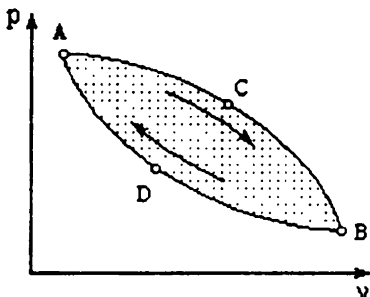


Рис. 3 8

Из соотношения (3.13) следует, что  $\oint \frac{dQ}{T}$  не зависит от формы пути. Например, при изменении состояния от точки  $A$  до точки  $B$  (рис. 3.8.) по пути  $ACB$  получим

$$\int_{ACB} \frac{dQ}{T}.$$

а при движении от  $A$  к  $B$  по пути  $A DB$  будем иметь

$$\int_{ADB} \frac{dQ}{T} = - \int_{BDA} \frac{dQ}{T}.$$

Отсюда, следуя (3.13), можно записать

$$\int_{ACB} \frac{dQ}{T} + \int_{BDA} \frac{dQ}{T} = 0 \text{ или } \int_{ACB} \frac{dQ}{T} = \int_{ADB} \frac{dQ}{T}.$$

Так как интеграл по замкнутому контуру от  $\frac{dQ}{T}$  равен нулю, а также учитывая, что изменение этой величины не зависит от формы пути, приходим к выводу, что бесконечно малая величина  $\frac{dQ}{T}$  есть полный дифференциал некоторой функции  $S$  параметров состояния

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (3.14)$$

Эта функция состояния называется энтропией. Интегрируя (3.14), получим общее выражение для энтропии

$$S = \int \frac{dQ}{T} + const, \quad (3.14a)$$

где константа (*const*) является неопределенной постоянной интегрирования. Отсюда следует новая математическая формулировка второго начала: величина  $dS = \frac{dQ}{T}$  есть полный дифференциал. Таким образом, установлено существование энтропии как функции состояния. Согласно выражению (3.14) энтропия имеет следующую единицу измерения: для 1 кг массы  $s$ , Дж/(кг·К); для любого количества вещества  $S$ , Дж/К. Абсолютное значение энтропии может быть найдено лишь в случае, если будет известна неопределенная постоянная интегрирования

### 3.7. ОБЩАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ВТОРОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ

Сравнивая кпд любого обратимого или необратимого цикла  $\eta'_i = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$

и кпд обратимого цикла Карно  $\eta_i = (T_1 - T_2)/T_1$ , можно отметить, что во всех случаях  $\eta'_i < \eta_i$  (доказательство см. [15], стр. 87).

Отсюда следует

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{или} \quad 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Проведя дальнейшие преобразования, получим

$$\frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1} \quad \text{или} \quad \frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_2}{T_2}.$$

Из последнего неравенства следует, что приведенная теплота нагревателя меньше (а не равна, как ранее) приведенной теплоты холодильника. Далее находим

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} < 0.$$

Переходя к сложению нескольких циклов Карно, можно записать

$$\sum \frac{Q_1^{(i)}}{T_1^{(i)}} - \sum \frac{Q_2^{(i)}}{T_2^{(i)}} < 0,$$

или в пределе для любого необратимого цикла

$$\int \frac{dQ_1}{T_1} - \int \frac{dQ_2}{T_2} < 0$$

Отсюда для всего контура получим

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0,$$

взамен прежнего выражения (3.13) для обратимых циклов. Объединяя (3.13) и последнее неравенство, получим

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0.$$

т.е. интеграл Клаузиуса для замкнутого контура меньше или равен нулю, но не может быть больше нуля. Это утверждение представляет собой общую математическую формулировку второго начала термодинамики.

В последнем соотношении знак равенства применяется для обратимых, а знак "меньше" - для необратимых циклов.

На основе полученных выше результатов можно сформулировать следующую теорему: "При всех обратимых процессах в изолированной системе энтропия ее остается постоянной, при всех необратимых процессах энтропия системы только возрастает", т.е.  $\Delta S_{\text{сист}} \geq 0$ . В связи с этим второй закон термодинамики по Клаузиусу можно сформулировать следующим образом - энтропия изолированной системы стремится к максимуму.

### 3.8. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ И СВОЙСТВА ЭНТРОПИИ

Физический смысл энтропии достаточно сложен и его трудно объяснить с помощью наглядных представлений. Однако понятие энтропии можно раскрыть в следующих трех аспектах.

1. Энтропия является мерой потери работоспособности системы вследствие необратимости реальных процессов.

Потеря работы от необратимости процесса прямо пропорциональна возрастанию энтропии. Влияние необратимости на потерю работы можно оценить количественно. Для этого рассмотрим следующий пример. Пусть имеем изолированную термодинамическую систему, состоящую из ВИТ с температурой  $T_1$ , рабочего тела (РТ) и НИТ с температурой  $T_2$ . Максимальная доля теплоты, переданной от ВИТ к РТ, которая может быть превращена в работу, в идеальном случае определяется кпд обратимого цикла Карно. Если передать от ВИТ теплоту  $dQ_1$ , то за цикл получим следующую работу:

$$dL = \eta_i^k dQ_1 = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) dQ_1.$$

Теплота, отданная НИТ,

$$dQ_2 = dQ_1 - dL = \left(1 - \eta_i^k\right) dQ_1 = \frac{T_2}{T_1} dQ_1.$$



Найдем суммарное изменение энтропии системы:

$$\Delta S = dS_1 + dS_2 = -\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = -\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_1}{T_2} \frac{T_2}{T_1} = 0,$$

где  $dS_1 = -\frac{dQ_1}{T_1}$  - уменьшение энтропии ВИТ вследствие отвода теплоты;

$dS_2 = \frac{dQ_2}{T_2}$  - возрастание энтропии НИТ вследствие подвода теплоты.

Как и следовало ожидать, изменение энтропии в обратимом процессе, протекающем в изолированной системе, равно нулю. Найдем изменение энтропии для необратимого процесса.

Допустим, что теплота от ВИТ передается сначала промежуточному теплоносителю с температурой  $T_1^1 < T_1$  (например, от продуктов сгорания пара).

В результате энтропия ВИТ уменьшится на величину  $dS_1 = -\frac{dQ_1}{T_1}$ . Энтропия

промежуточного теплоносителя увеличится на  $dS_1^1 = \frac{dQ_1}{T_1^1}$ . Так как из-за не-

обратимости теплообмена  $dS_1 < dS_1^1$ , то энтропия всей системы возрастает

$$\Delta S_{\text{необр}} = dS_1 + dS_1^1 = -\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_1}{T_1^1} = \left( \frac{1}{T_1^1} - \frac{1}{T_1} \right) dQ_1.$$

Полезную работу можно получить, осуществляя цикл Карно между промежуточным теплоносителем и НИТ (например, работа пара на лопатках турбины),

$$dL^1 = \eta^k dQ_1 = \left( 1 - \frac{T_2}{T_1^1} \right) dQ_1.$$

Тогда уменьшение работы в результате необратимого теплообмена будет

$$\Delta L_{\text{необр}} = dL - dL^1 = \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} - 1 + \frac{T_2}{T_1^1} \right) dQ_1.$$

Отсюда получаем

$$\Delta L_{\text{необр}} = T_2 \Delta S_{\text{необр}}.$$

Т.е. уменьшение работы пропорционально возрастанию энтропии при постоянной температуре НИТ. Это уравнение называют уравнением Гюи - Стодолы.

2. Энтропия является мерой работоспособности, технологической эффективности (ценности) теплоты.

Объединяя две известные формулы (3.3) и (3.7) для КПД цикла Карно, можно написать следующее соотношение

$$\frac{e}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}; \quad \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

или

$$\frac{e}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad (3.15)$$

где  $e=(q_1-q_2)$  - работоспособность или эксергия теплоты  $q_1$  (подробнее об эксергии см. § 3.11).

Величина эксергии из (3.15) может быть записана в виде

$$e = q_1 \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

или

$$e = q_1 - T_2 s, \quad (3.16)$$

где условно принято  $s=q_1/T_1$  - удельная энтропия.

Если температура ВИТ равна температуре НИТ, т. е.  $T_1=T_2$ , то это соответствует максимальному значению энтропии и величина полезной работы, как следует из формулы (3.16), равна нулю. Таким образом, возрастание энтропии изолированной системы связано с обесцениванием энергии, поэтому энтропию иногда называют также мерой обесценивания энергии.

3. Энтропия есть мера беспорядка, деградации и дезорганизованности системы. Если теплота отводится от системы, то энтропия ее уменьшается. Вместе с тем увеличивается упорядоченность системы вследствие уменьшения хаотичности теплового движения молекул и атомов.

В результате всех возможных необратимых изменений система перерождается или деградирует и приходит к следующему состоянию:

- а) все тела системы приняли одинаковую температуру;
- б) все количество полезной работы превращено в теплоту;
- в) концентрации и давления в системе выровнялись;
- г) произошло предельное измельчение и равномерное перемешивание вещества в системе.

В этом случае повод к дальнейшему изменению системы оказывается устраненным. Энтропия достигает своего максимального значения.

Одно из важнейших свойств энтропии состоит в том, что она есть функция некоторых параметров состояния. Аналитически это свойство может быть выражено соотношениями

$$s = f_1(v, T); \quad s = f_2(p, T); \quad s = f_3(p, v),$$

где  $p$ ,  $v$  и  $T$  - независимые параметры, определяющие состояние тела. Тогда для полного дифференциала энтропии, например, для случая  $s = f_1(v, T)$ , можно записать следующее уравнение

$$ds = \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T dv + \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_v dT.$$

Если параметры состояния даны, то принципиально энтропию можно вычислить с точностью до некоторой постоянной.

Знание точной величины абсолютного значения энтропии необходимо для процессов, протекающих с изменением массы исходных веществ и образованием из них новых (например, при химических реакциях). Эта задача может быть решена с помощью третьего закона термодинамики. Его содержание раскрывает так называемая тепловая теорема Нернста, одним из следствий которой является вывод об отсутствии изменения энтропии при абсолютном нуле температуры

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 0, \quad \text{при } T = 0.$$

Этот вывод позволил Планку высказать мысль, что константа энтропии для всех систем при абсолютном нуле температуры равна нулю (см. § 13.21)

$$S_0 = 0 \quad \text{при } T = 0.$$

Данное положение является постулатом Планка. Доказательство этого результата может быть получено, если воспользоваться законом Больцмана о связи энтропии с вероятностью состояния (доказательство приводится в [15], см. также § 3.9)

Важное практическое применение постулата Планка состоит в возможности вычисления абсолютного значения энтропии.

В отдельных задачах энтропию можно рассматривать не как функцию состояния, а как независимый параметр состояния, подобно тому, как давление, температура и удельный объем могут быть и функциями состояния, и независимыми параметрами состояния. Это свойство дает возможность строить диаграммы, где одним из параметров является энтропия. В технике наибольшее распространение получили так называемые  $Ts$  и  $is$  - диаграммы.

### 3.9. СТАТИСТИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ВТОРОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ

В основе молекулярно-кинетической теории лежат статистические представления, относящиеся к большому числу частиц. Хаотичность молекулярного движения приводит к тому, что в макромасштабе проявляются новые,

статистические закономерности, которые отличны от так называемых динамических закономерностей механики, присущих отдельным молекулам. Следовательно, молекулярно-кинетическая теория не является механической теорией, хотя каждая молекула строго подчиняется законам механики. В макромасштабе происходит усреднение всех характеристик молекулы: энергии, скорости и т.д. Понятие температуры относится к огромному количеству молекул макроскопического тела и неприменимо к отдельной молекуле; также давление газа является усредненной силой действия большого числа молекул на единицу площади. Однако если характеристики состояния газа являются статистически усредненными, то каждое термодинамическое состояние его является не безусловно обязательным, а существует с той или иной вероятностью. Последняя тем выше, чем большим числом комбинаций в пространственном расположении молекул и в скоростях молекул оно осуществляется.

Наименее вероятно состояние газа, когда скорости молекул совершенно одинаковы, так как такое состояние реализуется всего одной комбинацией (если говорить для простоты только о характеристике в отношении скорости). Условно можно определить вероятность такого состояния величиной  $w_0$ . Тогда вероятность состояния  $w$  с разными скоростями во много раз выше, чем  $w_0$ , так как для разных скоростей можно осуществить большое число комбинаций. Отношение  $W=w/w_0$  носит название термодинамической вероятности или статистического веса состояния, причем очевидно, что  $W \gg 1$ . В статистической физике доказывается в самом общем случае (а не только для газа), что энтропия тем выше, чем большим числом комбинаций осуществляется данное состояние. Следовательно, существует соотношение между энтропией  $S$  и термодинамической вероятностью  $W$  состояния

Это соотношение было получено Больцманом, который на основании статистических соображений показал, что энтропия прямо пропорциональна логарифму вероятности, т.е.

$$S = k \ln W$$

Здесь  $k$  есть отношение постоянной Клапейрона к постоянной Авагадро, т.е.  $k=R/N_0=1.38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К. Эта постоянная  $k$  называется константой Больцмана.

Таким образом, энтропия тем выше, чем больше вероятность состояния, а максимуму энтропии отвечает самое вероятное состояние. Ввиду того, что энтропия связана с вероятностью состояния, то второй закон термодинамики, строго говоря, нельзя считать точным законом. Его следует формулировать в виде утверждения: весьма вероятно, что энтропия изолированной системы

возрастает. Следовательно, возможны отступления от такого утверждения. Для макросистем (для большого числа молекул) эти отступления крайне маловероятны. Однако для небольшого числа молекул они могут быть существенными. Такие отступления были названы флуктуациями, которые были экспериментально обнаружены при изучении броуновского движения.

### 3.10. ОБОБЩЕННЫЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ ЦИКЛ КАРНО. РЕГЕНЕРАЦИЯ ТЕПЛОТЫ

В заданном интервале температур нельзя получить более высокий кпд, чем у обратимого цикла Карно. Однако есть циклы, по своей конфигурации отличные от цикла Карно, но при некоторых дополнительных условиях имеющие термический кпд, равный кпд цикла Карно.

На рис. 3.9 изображен цикл 1-2-3-4, состоящий из двух изотерм 1-2 и 3-4 и двух любых произвольных обратимых процессов 2-3 и 4-1, эквидистантных в горизонтальном направлении. Эквидистантными в термодинамике называют семейство линий, имеющих при одинаковых температурах равный угловой коэффициент.

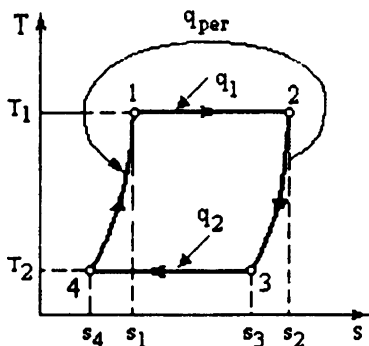


Рис.3.9

В процессе 1-2 от нагревателя с температурой  $T_1$  к рабочему телу подводится удельное количество теплоты  $q_1 = T_1(s_2 - s_1)$ . В процессе 2-3 рабочее тело отдает количество теплоты  $q_{2,3}$ , численно равное площади  $s_3-3-2-s_2$ . Для осуществления обратимого перехода рабочего тела от состояния в точке 2 с температурой  $T_1$  к состоянию в точке 3 с температурой  $T_2$  необходимо иметь бесконечно большое количество промежуточных источников теплоты

(теплоприемников), температура которых отличается друг от друга на бесконечно малую величину. В процессе 3-4 рабочее тело изотермически сжимается, отдавая в холодильник при температуре  $T_2$  количество теплоты  $q_2 = T_2(s_3 - s_4)$ . В процессе 4-1 рабочее тело поглощает количество теплоты  $q_{4-1}$ , измеряемое площадью фигуры  $s_4-4-1-s_1$ . В качестве промежуточных теплодатчиков при осуществлении процесса 4-1 используются те же самые источники теплоты, которые применялись в процессе 2-3 в качестве теплоприемников.

Ввиду эквидистантности процессов 2-3 и 4-1 площади  $s_3-3-2-s_2$  и  $s_4-4-1-s_1$  равны между собой и, следовательно, удельные теплоты  $q_{2-3}$  и  $q_{4-1}$  одинаковы по абсолютной величине, т.е. сколько теплоты рабочее тело отдает в процессе 2-3, столько же оно принимает в процессе 4-1. В данном случае производится перенос теплоты с одних участков цикла на другие. Такой процесс называется регенерацией теплоты.

Работа цикла 1-2-3-4 будет равна  $l = q_1 - q_{2-3} - q_2 + q_{4-1}$ , или  $l = q_1 - q_2$

Термический кпд находится по формуле

$$\eta_r = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{T_1(s_2 - s_1) - T_2(s_3 - s_4)}{T_1(s_2 - s_1)}$$

Так как кривые 2-3 и 4-1 эквидистантны, то  $s_1 - s_4 = s_2 - s_3$  и  $s_2 - s_1 = s_3 - s_4$ . Отсюда

$$\eta_r = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Таким образом, рассмотренный обратимый цикл, состоящий из двух изотерм и двух эквидистантных кривых, имеет кпд, равный кпд обратимого цикла Карно. Цикл, в котором применяется регенерация теплоты, называется регенеративным циклом. Регенеративный обратимый цикл, состоящий из двух изотерм и двух любых произвольных эквидистантных кривых, называется обобщенным (регенеративным) циклом Карно. Ввиду их высокого кпд такие циклы получили широкое распространение в теплоэнергетических установках.

### 3.11. ЭКСЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

В настоящее время в термодинамике применяются два подхода к исследованию энергетических превращений в технических системах.

Первый подход основан на методах анализа прямых и обратных циклов. Эти методы на основе первого и второго законов термодинамики позволяют

найти связи между количествами тепла и работы и параметрами системы. Путем составления энергетического баланса системы можно найти коэффициенты, характеризующие исследуемый цикл (термодинамический КПД, холодильный коэффициент и проч.), и сравнить их с коэффициентами соответствующих идеальных циклов.

В этом случае имеется возможность определить в данной системе суммарную потерю работы вследствие необратимости процессов. Эти потери могут быть разделены на две части. Первая часть, связанная с несовершенством процессов цикла, относится к внутренним потерям. Вторая часть потерь связана с условиями взаимодействия системы с внешними источниками и приемниками энергии и относится к внешним потерям.

Анализ циклов при необходимости может быть дополнен определением возрастания энтропии в отдельных частях процесса, а затем по формуле Гюи-Стодола величины потерь работы от необратимости процесса (энтропийный метод).

Второй подход основан на применении термодинамических потенциалов с целью анализа процессов превращения энергии в различных системах (см. § 5.1)

Термодинамические потенциалы позволяют непосредственно найти величину любого вида работы в тех или иных условиях. С их помощью можно оценить работоспособность потоков энергии или вещества в любой точке рассматриваемой системы, независимо от ее структуры и сложности.

Важнейшее преимущество методов анализа, основанных на использовании термодинамических потенциалов, является их максимальная универсальность. Она связана с тем, что методы решения задачи независимы от характера процессов в анализируемой системе (круговые или разомкнутые) и от форм энергии. По мере усложнения объектов преимущества методов, использующих термодинамические потенциалы, возрастают.

Однако для решения задачи использования потенциалов применительно к анализу технических систем необходимо иметь термодинамические функции, однозначно характеризующие работоспособность потоков вещества и энергии при определенных внешних условиях.

Эти функции должны отличаться от характеристических функций, используемых в химической термодинамике, которые не учитывают взаимодействия потоков энергии и рабочего тела с окружающей средой (взаимодействия вне границ системы).

Таким образом, для оценки работоспособности потока вещества или энергии важны не только параметры процессов внутри системы, но и их

связь с окружающей средой. В связи с чем, определение потенциалов для потоков вещества или энергии должно производиться по отношению к равновесной части окружающей среды, в которой отсутствуют какие-либо потенциалы и любое воздействие системы не может изменить ее параметров.

Отсюда следует, что термодинамические функции, используемые для проведения анализа в указанных выше условиях, только тогда смогут выполнять роль потенциалов, с помощью которых можно определить работоспособность вещества или энергии в данных условиях окружающей среды, когда они наряду с параметрами системы будут включать еще и параметры окружающей среды.

Мера энергетических ресурсов системы, определяющая работоспособность вещества или энергии, была названа эксергией. Функции, определяющие величину эксергии, называются эксергетическими функциями.

Эксергия, в отличие от энергии, связанной с фундаментальными свойствами материи, является частным понятием, характеризующим пригодность энергии при заданных условиях окружающей среды.

Эксергетическим методом называется метод исследований, основанный на анализе потерь работоспособности в термодинамических процессах. Эксергетический метод анализа получил широкое распространение благодаря своей универсальности. Он позволяет сравнивать между собой любые виды энергии и на этой основе определять эффективность различных процессов ее превращения. Эксергетические показатели непосредственно связаны с технико-экономическими характеристиками оборудования, что позволяет находить экономически наиболее выгодные параметры и размеры проектируемого теплоэнергетического оборудования.

В настоящее время понятие «эксергия» приобрело широкий смысл как максимально возможная полезная работа термодинамической системы при совершении ею любых полностью обратимых процессов от заданного состояния до полного термодинамического равновесия с окружающей средой.

Различают следующие виды эксергии:

1. Эксергию рабочего тела - для систем, включающих рабочее тело и окружающую среду. В этих системах используется внутренняя и внешняя энергия рабочего тела. Различают эксергию покоящегося рабочего тела и его потока.

2. Эксергию потока энергии, включающую эксергию теплоты (для систем, состоящих из источника теплоты, рабочего тела и окружающей среды).



### 3.12. ЭКСЕРГИЯ РАБОЧЕГО ТЕЛА

Под эксергией рабочего тела следует понимать максимальную работу, которую можно получить от системы, состоящей из рабочего тела и окружающей среды, имеющей бесконечную теплоемкость. Причем рабочее тело может быть как неподвижным, так и находящимся в потоке (см. § 3.11).

Рассмотрим обратимый переход неподвижного рабочего тела из неравновесного состояния в равновесное. В этом случае, как известно, может быть получено максимальное количество работы. Выведем формулу этой работы, для того чтобы рабочее тело находилось в состоянии равновесия с окружающей средой, необходимо изменить его внутреннюю энергию. По первому закону термодинамики  $dU = dQ - dL$ , изменить внутреннюю энергию рабочего тела можно либо за счет подвода или отвода теплоты  $dQ$ , либо за счет совершения работы  $dL$ . Если процесс обратим, то рабочее тело будет получать или отдавать теплоту при постоянной температуре, равной температуре окружающей среды. Тогда, согласно второму закону термодинамики,

$$dQ = T_0 dS$$

Объединяя уравнения первого и второго законов термодинамики, получим

$$dL = T_0 dS - dU.$$

По этой формуле находится работа, которую совершит термодинамическая система при обратимом переходе из неравновесного состояния в состояние равновесия с окружающей средой без учета работы, затраченной системой на преодоление сил давления окружающей среды (работа вытеснения окружающей среды), определяемой по формуле  $p_0 dV$ , где  $p_0$  - давление окружающей среды;  $dV$  - изменение объема рабочего тела.

Формула для максимальной работы, совершаемой системой, будет

$$L_{\max} = T_0 \Delta S - \Delta U - p_0 \Delta V.$$

После интегрирования получим

$$L_{\max} = (U_1 - U_2) - p_0 (V_2 - V_1) - T_0 (S_1 - S_{02}), \quad (3.17)$$

где индексы «1» и «2» характеризуют состояние рабочего тела (системы) до и после приведения его в состояние равновесия с окружающей средой;  $(U_1 - U_2) - p_0 (V_2 - V_1)$  - работа обратимого адиабатного процесса приведения рабочего тела в состояние равновесия с окружающей средой;  $T_0 (S_1 - S_{02})$  - работа, затрачиваемая на приращение энтропии среды;  $S_{01}, S_{02}$  - энтропия окружающей среды соответственно до и после протекания процесса ( $S_{02} > S_{01}$ ).

При обратимом изменении состояния расширенной системы (рабочее тело - окружающая среда) суммарное изменение энтропии равно нулю

$$\Delta S_{\text{обр}} = (S_{02} - S_{01}) + (S_2 - S_1) = 0,$$

где  $S_2 - S_1$  - изменение энтропии рабочего тела.

Из последнего соотношения следует, что  $\Delta S_{\text{обр}} = S_{02} - S_{01} = S_1 - S_2$ . Отсюда формула для максимальной работы будет

$$L_{\text{max}} = (U_1 - U_2) - p_0(V_2 - V_1) - T_0(S_1 - S_2).$$

Из этой формулы следует, что максимальная работа (эксергия), которую можно получить от рассматриваемой системы (рабочего тела), полностью определяется состоянием рабочего тела в начале и конце процесса и не будет зависеть от пути процесса. Следовательно, эксергия неподвижного рабочего тела является функцией состояния параметров рабочего тела и окружающей среды.

В случае, когда в системе имеют место необратимые изменения состояния, будем иметь

$$(S_{02} - S_{01}) + (S_2 - S_1) > 0,$$

или

$$\Delta S_{\text{необр}} = (S_{02} - S_{01}) - (S_1 - S_2),$$

где  $\Delta S_{\text{необр}}$  - увеличение энтропии системы вследствие необратимости протекающих в ней процессов.

Полезная работа в этом случае будет равна

$$L = L_{\text{max}} - T_0 \Delta S_{\text{необр}},$$

где  $T_0 \Delta S_{\text{необр}}$  - потеря работоспособности системы, а уравнение

$$\Delta L = T_0 \Delta S_{\text{необр}}$$

называется, как уже указывалось (см. § 3.8), уравнением Гюи-Стодолы.

### 3.13. ЭКСЕРГИЯ ПОТОКА РАБОЧЕГО ТЕЛА

Допустим, что единица массы установившегося потока рабочего тела на входе в канал имеет параметры  $u_1, v_1, s_1, T_1, p_1$ , а на выходе -  $u_2, v_2, s_2, T_2, p_2$ .

Параметры окружающей среды -  $u_0, v_0, s_0, T_0, p_0$ .

Работа потока, потраченная на преодоление давления окружающей среды (работа проталкивания в окружающую среду), при отсутствии равновесия с ней будет

$$p_1 v_1 - p_0 v_1 = v_1 (p_1 - p_0).$$

Кроме того, поток рабочего тела обладает кинетической энергией в количестве  $w_1^2/2$ , которая в состоянии равновесия с окружающей средой принимает нулевое значение.

Учитывая работу проталкивания и кинетическую энергию потока рабочего тела, формула (3.17) применительно к работе единицы массы установившегося потока после обратимого перехода из состояния 1 в состояние равновесия с окружающей средой будет

$$l_{\max} = (u_1 - u_0) - p_0(v_0 - v_1) - T_0(s_1 - s_0) + v_1(p_1 - p_0) + w_1^2/2 = \\ = i_1 - i_0 + w_1^2/2 - T_0(s_1 - s_0). \quad (3.18)$$

Из формулы (3.18) видно, что максимальная работа является однозначной функцией состояния системы, зависящей от начальных параметров и параметров окружающей среды.

Снижение работоспособности потока между состояниями 1 и 2 его пути определяется по формуле

$$\Delta l_{1-2} = (i_1 - T_0 s_1 + w_1^2/2) - (i_0 - T_0 s_2 + w_2^2/2). \quad (3.19)$$

В случаях, когда можно пренебречь изменением скорости, формула (3.19) для величины потери эксергии будет

$$\Delta l_{1-2} = -\Delta e_{1-2} = i_1 - i_2 - T_0(s_1 - s_2).$$

Для определения величины потерь эксергии потока разработаны диаграммы состояния в координатах  $i-s$ .

### 3.14. ЭКСЕРГИЯ ТЕПЛОТЫ

При термодинамическом анализе теплоэнергетических установок во многих случаях приходится оценивать работоспособность той теплоты, которая преобразуется в работу в циклах. Максимальное количество полезной работы, которую можно получить в цикле при заданных температурах источников теплоты, называется работоспособностью (эксергией теплоты).

Максимальную работу, как известно, можно получить в тепловом двигателе, работающем по циклу Карно. Термический КПД такого цикла записывается в виде

$$\eta_i = \frac{L_{\max}}{Q} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

где  $Q$  - количество теплоты, подведенное к рабочему телу;  $T_1$  и  $T_2$  - температуры высшего и низшего источников теплоты;  $L_{\max}$  - максимальное количество работы, которое можно получить в обратимом цикле.

Выражая  $L_{\max}$  из последней формулы, получим

$$L_{\max} = E_{\max} = Q_1 \left( 1 - T_2 / T_1 \right),$$

где  $\left( 1 - T_2 / T_1 \right)$  - коэффициент качества теплоты (эксергетической ценности теплоты).

$$E_{\max} = q_1 - T_2 \frac{q_1}{T_1}. \quad (3.20)$$

Величина  $E_{\max}$  указывает на максимальную работу, которую можно получить в некотором идеальном обратимом цикле. Из формулы (3.20) видно, что для получения полезной работы используется лишь часть некоторого количества теплоты  $q_1$ . Другая его часть, равная величине  $q = T_2(q_1/T_1)$ , отдается НИТ (рассеивается в окружающей среде).

Таким образом, работа, получаемая при использовании теплоты  $q_1$ , не может превысить величину  $E_{\max}$  даже в идеальном обратимом цикле. В реальном же процессе добавляются еще потери, возникающие вследствие его необратимости, равные  $T_2 \Delta s_{\text{необр}}$ . В результате действительная работа в реальном процессе всегда меньше  $E_{\max}$ , т.е.

$$E_{\text{необр}} = \left[ q_1 - T_2 (q_1 / T_1) - T_2 \Delta s_{\text{необр}} \right] < E_{\max}. \quad (3.21)$$

Часть теплоты  $q_1$ , не превращающаяся в работу и равная величине  $\left[ -T_2 (q_1 / T_1) - T_2 \Delta s_{\text{необр}} \right]$ , была названа анергией. Анергия - это потеря эксергии, равная произведению температуры НИТ на сумму приращений энтропии всех тел, участвующих в процессе.

Из первого закона термодинамики следует, что сумма эксергии и анергии в любом процессе остается постоянной. Согласно второму закону термодинамики эксергия остается постоянной лишь в обратимых процессах. В необратимых процессах она уменьшается, превращаясь в анергию. Если энергия бесполезно рассеивается в окружающей среде, то вся эксергия превращается в анергию.

Как видно из формул (3.20) и (3.21), эксергия зависит от температур ВИТ (энергоносителя) и НИТ (окружающей среды).

Эксергия будет тем больше, чем менее необратим процесс. Тем больше в этом случае будет получено полезной работы. Все это позволяет ввести понятие так называемой эксергетической эффективности процесса или эксергетического кпд. Он определяется отношением использованной эксергии к подведенной. Например, для теплообменников это будет отношение эксергии теплоносителя на выходе  $E''$  к его эксергии на входе  $E'$ .

$$\eta_e = \frac{E''}{E'}$$

Эксергетический кпд позволяет учесть потери только из-за необратимости процессов, так как лишь в необратимых процессах происходит потеря эксергии. Поэтому для анализа всех обратимых циклов (теоретически обратимые циклы, цикл Карно) он неприменим - во всех этих случаях  $\eta_e=1$ . Тем не менее эксергетический метод анализа необратимых тепловых процессов получил в последнее время широкое распространение. Особое значение он приобрел при оценке эффективности технологических процессов.

Обычно тепловые потери выявляют путем составления теплового баланса установок, т.е. исследуют статьи расхода теплоты. Однако такой баланс дает лишь количественную картину распределения потерь. Более того, он искажает действительную картину потерь теплоты и особенно в тех случаях, когда, например, пар поступает не на технологические нужды, а для совершения работы. В таких случаях наиболее целесообразно составлять эксергетический баланс.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Описать обратимый цикл Карно.
2. Что называется круговым процессом или циклом?
3. Можно ли в круговом процессе всю теплоту превратить в работу?
4. Обратный цикл Карно.
5. Обобщенный (регенеративный) цикл Карно.
6. Что такое эксергия?
7. При каких условиях термический кпд цикла может быть равен 1?
8. Основные формулировки второго закона термодинамики.
9. Как определяется максимальная полезная работа?
10. Статистический характер второго закона термодинамики.
11. Эксергетический метод исследования.
12. Эксергия теплоты и рабочего тела.

## ЗАДАЧИ

**Задача 1.** Найти величину энтропии 2 кг кислорода при давлении 4 бар и температуре 100 °С.

**Решение.** Энтропия определяется по формуле

$$S = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0},$$

где  $T_0 = 273 \text{ К} = 0^\circ\text{С}$ ;  $p_0 = 760 \text{ мм рт.ст.} = 1,013 \text{ бар}$ ;  $R = c_p - c_v$ ;  $c_p = 0,9232 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$ ;  $c_v = 0,6632 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$ .  $c_p$  и  $c_v$  находятся из таблиц [13], с.455.

Подставляя все исходные данные в формулу для энтропии, получим

$$s = 0,9232 \ln \frac{373}{273} - (0,9232 - 0,6632) \ln \frac{4}{1,03} = -0,0646 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}.$$

**Задача 2.** Один кг азота при температуре 40 °С находится в баллоне емкостью 0,4 м<sup>3</sup>. Найти энтропию газа.

**Решение.** Формула для определения энтропии имеет вид

$$s = c_v \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{V}{V_0},$$

где  $T_0 = 273 \text{ К} = 0^\circ\text{С}$ ;  $V_0 = 0,8 \text{ м}^3$ ;  $R = c_p - c_v$ ;  $c_p = 1,0309 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$ ;  $c_v = 0,7357 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$ .

С учетом исходных данных получаем

$$s = 0,7357 \ln \frac{313}{273} + (1,0309 - 0,7357) \ln \frac{0,4}{0,8} = 0,305 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}.$$

**Задача 3.** Некоторое количество воздуха, имеющего при нормальных физических условиях объем 7 м<sup>3</sup>, расширяется с понижением температуры от 50 до 20 °С. Начальное давление равно 40 ат. Определить показатель политропы  $n$ , работу расширения  $L$  и изменение энтропии газа  $\Delta S$ , если от него отведено в процессе  $Q = -300 \text{ кДж}$  теплоты.

**Решение.** Количество отведенной теплоты  $Q$  определяется по формуле

$$Q = mc_v \frac{k-n}{1-n} (T_2 - T_1),$$

где  $m = V \rho_0 = 7 \cdot 1,293 = 9,051 \text{ кг}$ ;  $\rho_0 = 1,293 \text{ кг/м}^3$  - плотность воздуха при нормальных условиях;  $k = 1,4$  - показатель адиабаты;  $c_v = 0,716 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$ .

Из формулы для  $Q$  можно найти показатель политропы  $n$ , т.к. величина  $Q$  задана по условию задачи. Отсюда  $n = 1,157$ . Работа расширения будет

$$L = \frac{mR}{n-1} (T_1 - T_2) = \frac{9,051 \cdot 0,287}{1,157 - 1} (323 - 293) = 496,4 \text{ кДж},$$

где  $R = 0,287 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$ .

### Изменение энтропии

$$\Delta S = m c_v \frac{k - n}{n - 1} \ln \left( \frac{T_1}{T_2} \right) = 9,051 \cdot 0,716 \frac{1,4 - 1,157}{1,157 - 1} \ln \left( \frac{323}{293} \right) = 0,978 \text{ кДж/К.}$$

**Задача 4.** Как изменится кпд цикла Карно, если при постоянной температуре верхнего источника теплоты  $t_1=2500^\circ\text{C}$ , температура нижнего источника  $t_2$  понизится с 200 до  $100^\circ\text{C}$ ?

**Решение.** При  $T_2=t_2+273=200+273=473\text{K}$  кпд цикла Карно будет

$$\eta_i = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{473}{2773} = 0,829.$$

При  $T_2=100+273=373\text{K}$

$$\eta_i = 1 - \frac{373}{2773} = 0,865.$$

Повышение кпд будет равно

$$\Delta \eta_i = \frac{0,865 - 0,829}{0,865} \cdot 100\% = 4,16\%.$$

**Задача 5.** В котельной установке при температуре окружающей среды  $t_0=25^\circ\text{C}$  вырабатывается пар с температурой  $t_2=550^\circ\text{C}$ . Температура продуктов сгорания в топке  $t_1=1727^\circ\text{C}$ , (теплотворная способность топлива  $Q_p^H=42000 \text{ кДж/кг}$ ). Найти эксергию теплоты топочных газов, получаемого пара и эксергетический кпд.

**Решение.** Эксергия теплоты топочных газов будет

$$e_1 = Q \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right) = 42000 \left( 1 - \frac{298}{2000} \right) = 35742 \text{ кДж/кг.}$$

Эксергия теплоты полученного пара

$$e_2 = Q \left( 1 - \frac{T_0}{T_2} \right) = 42000 \left( 1 - \frac{298}{823} \right) = 26792 \text{ кДж/кг.}$$

Потеря эксергии на 1 кг израсходованного топлива составит

$$\Delta e = e_1 - e_2 = 8950 \text{ кДж/кг.}$$

Потеря эксергии по уравнению Гюн - Стодолы

$$\Delta e = T_0 \Delta S = T_0 \left( \frac{Q}{T_2} - \frac{Q}{T_1} \right) = 8950 \text{ кДж/кг.}$$

Эксергетический кпд котельной установки без тепловых потерь будет

$$\eta_e = \frac{e_2}{e_1} = \frac{26792}{35742} = 0.75.$$

С учетом эффективного кпд котельной установки  $\eta_t=0,9$  для эксергии теплоты, полученной паром, будем иметь

$$e_2' = \eta_t \cdot e_2 = 0,9 \cdot 26792 = 24113 \text{ кДж/кг.}$$

Отсюда эксергетический кпд с учетом тепловых потерь составит

$$\eta_e = \frac{24113}{42000} = 0,574.$$

## Глава 4

### ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ИЗМЕНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

#### § 4.1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ

Большое значение для теоретических исследований и для прикладных работ имеют следующие процессы: изохорный, протекающий при постоянном объеме, изобарный - при постоянном давлении, изотермический - при постоянной температуре, адиабатный - без теплообмена с окружающей средой. Кроме того, существуют еще политропные процессы, которые при определенных условиях могут переходить во все вышеперечисленные процессы.

Для всех процессов устанавливается следующий общий метод исследования.

1. Выводится уравнение кривой процесса в  $p\nu$  и  $Ts$  координатах.
2. Устанавливается соотношение между основными параметрами состояния рабочего тела в начале и в конце процесса.
3. Определяется изменение внутренней энергии по формуле

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{t_1}^{t_2} c_v dt = \bar{c}_v \Big|_0^{t_2} t_2 - \bar{c}_v \Big|_0^{t_1} t_1 \quad (4.1)$$

или при постоянной теплоемкости

$$u_2 - u_1 = c_v (t_2 - t_1). \quad (4.2)$$

4. Определяется работа изменения объема газа



$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv. \quad (4.3)$$

5. Находится удельное количество теплоты, участвующее в процессе

$$q_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c_x dt = \bar{c}_x \Big|_0^{t_2} - \bar{c}_x \Big|_0^{t_1}.$$

6. Находится изменение удельной энтропии по формулам

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1};$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

Рассматриваемые процессы считаются обратимыми.

### § 4.2. ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС

Изохорным называется процесс, проходящий при постоянном объеме. Кривая процесса называется изохорой (рис. 4.1, 4.2).

1. Уравнение процесса  $v = \text{const}$  или  $dv = 0$ .

2. Соотношение параметров. Для процесса 1-2 запишем уравнение состояния газа в точках 1 и 2

$$p_1 v_{1,2} = RT_1, \quad p_2 v_{1,2} = RT_2.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим известный закон Шарля

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

т.е. при изохорном процессе изменение абсолютных давлений прямо пропорционально изменению абсолютных температур.

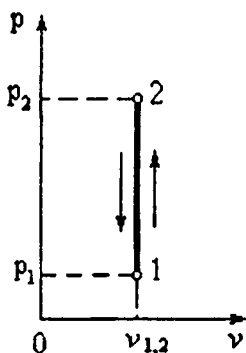


Рис. 4.1

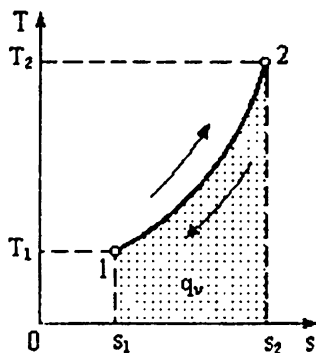


Рис. 4.2

3. Изменение внутренней энергии. Для процесса 1-2 запишем уравнение первого закона термодинамики

$$dq_v = du_v + p dv.$$

Так как  $dv = 0$ , то  $du_v = dq_v = c_v dT$ .

Интегрируя последнее уравнение, получим

$$q_v = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT = c_v (T_2 - T_1) = u_2 - u_1. \quad (4.4)$$

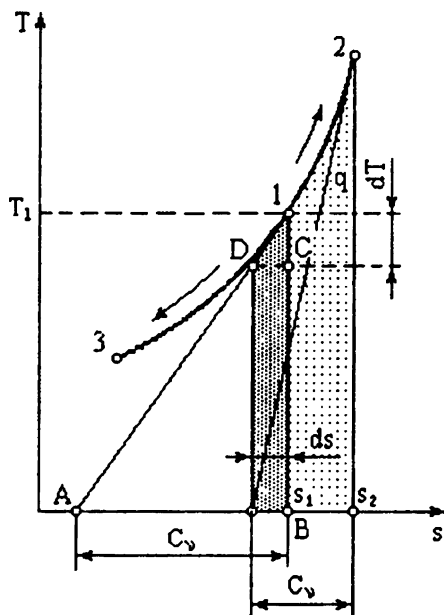


Рис. 4.3

Если  $T_2 > T_1$ , то теплота  $q_v$  в процессе 1-2 имеет положительный знак, т.е. она подводится. Если  $T_2 < T_1$ , то теплота отрицательна и она в процессе отводится. Количество подведенной (или отведенной) удельной теплоты  $q_v$  графически определяется площадью под кривой процесса 1-2. Из рис. 4.3 видно, что произведение  $ds \cdot T = dq_v$  равно площади элементарного прямоугольника. Если просуммировать все элементарные площади, то получим количество теплоты  $q_v$ , подведенное в изохорном процессе 1-2 или отведенное в процессе 1-3.

4. Работа изменения объема газа. Ввиду того, что  $dv=0$ , работа  $dl=pdv=0$ . То есть работа в изохорном процессе равна нулю, и вся теплота, подводимая (отводимая) к рабочему телу, идет на изменение внутренней энергии. Удельная располагаемая работа  $l_0$  определяется по формуле

$$l_0 = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = -v(p_2 - p_1).$$

5. Удельное количество теплоты определяется по формуле (4.4).

6. Изменение удельной энтропии найдем из уравнений первого и второго законов термодинамики. Запишем уравнение первого начала в виде

$$dq = c_v dT + p dv.$$

Разделив обе части этого уравнения на  $T$ , получим

$$\frac{dq}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv. \quad (4.5)$$

Из уравнения состояния идеального газа  $p v = RT$  следует, что

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v}. \quad (4.6)$$

Подставляя (4.6) в (4.5), найдем  $\frac{dq}{T} = \frac{c_v dT}{T} + \frac{R dv}{v}$ .

Так как  $ds = \frac{dq}{T}$ , то  $ds = \frac{c_v dT}{T} + \frac{R dv}{v}$ .

Интегрируя последнее соотношение, будем иметь

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (4.7)$$

Так как в изохорном процессе  $v_1 = v_2$ , то  $\ln \frac{v_2}{v_1} = 0$ . Тогда

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Изображение термодинамического процесса в  $Ts$  координатах имеет ряд удобств. Как уже указывалось выше, площадью под кривой процесса определяется количество теплоты. Кроме того, используя кривую изохорного процесса в  $Ts$  координатах, можно определить значение истинной теплоемкости  $c_v$ . Докажем данное утверждение. Если к точке 1 изохорного процесса (рис. 4.3) провести касательную 1-А, то подкасательная А-В в определенном масштабе представляет собой истинную теплоемкость  $c_v$  этого процесса. В самом деле, из подобия треугольников D-1-С и А-1-В можно записать

$$\frac{AB}{DC} = \frac{1B}{1C}.$$

Учитывая, что  $1B=T$ ;  $1C=dT$ ;  $DC=ds$ , получим  $ABdT=Tds=dq$ . Так как  $dq = c_v dT$ , то  $ABdT = c_v dT$ . Отсюда  $c_v = AB$ , что и требовалось доказать.

Изохоры при различных объемах являются эквидистантными кривыми, имеющими при одной и той же температуре одинаковые угловые коэффициенты.

### § 4.3. ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС

Изобарными называются процессы, протекающие при постоянном давлении. Кривые процессов называются изобарами (рис. 4.4, 4.5).

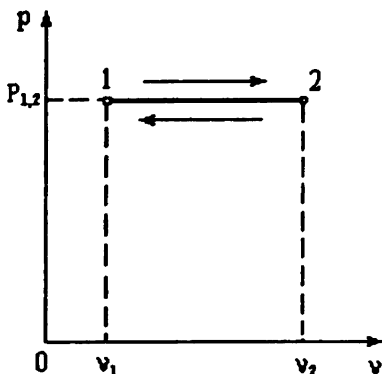


Рис. 4.4

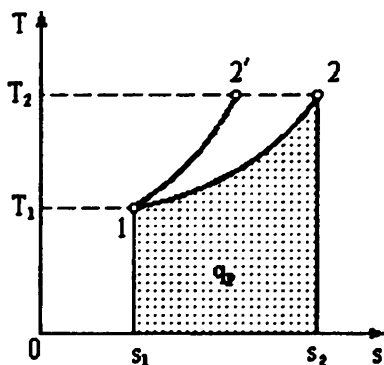


Рис. 4.5

1. Уравнение процесса  $p = \text{const}$  или  $dp = 0$ .
2. Соотношение параметров. Для процесса 1-2 запишем уравнение состояния в точках 1 и 2

$$p_{1,2}v_1 = RT_1; \quad p_{1,2}v_2 = RT_2.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим известный закон Гей-Люссака

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

3. Изменение внутренней энергии. Уравнение первого закона термодинамики для изобарного процесса имеет вид

$$dq_p = du + p dv. \quad (4.8)$$

Таким образом, в изобарном процессе часть теплоты, подведенной к рабочему телу, расходуется на изменение внутренней энергии, а оставшаяся часть идет на совершение внешней работы. Для определения долей теплоты,

затрачиваемой на изменение внутренней энергии и на совершение работы, разделим уравнение (4.8) на  $dq_p$ .

$$1 = \frac{du}{dq_p} + \frac{dl}{dq_p}.$$

Отсюда

$$\frac{dl}{dq_p} = 1 - \frac{du}{dq_p} = 1 - \frac{c_v dT}{c_p dT} = 1 - \frac{c_v}{c_p} = 1 - \frac{1}{k}.$$

Если принять  $k=1,4$ , что соответствует двухатомным газам, то

$$\frac{dl}{dq_p} = 0,285, \text{ а } \frac{du}{dq_p} = 0,715.$$

Следовательно, 28,5% всей подведенной к рабочему телу теплоты в изобарном процессе для двухатомного газа расходуется на совершение внешней работы, а 71,5% - на изменение внутренней энергии.

Запишем уравнение первого закона термодинамики через энтальпию

$$dq = di - vdp.$$

Так как  $dp=0$ , то

$$dq = di = c_p dT. \quad (4.9)$$

Или  $q = i_2 - i_1 = c_p(T_2 - T_1)$  при  $c_p = \text{const}$ . Следовательно, в изобарном процессе теплота, подведенная к рабочему телу, идет на увеличение энтальпии. Количество теплоты, подведенное к рабочему телу в изобарном процессе, измеряется площадью под кривой процесса (рис. 4.5).

4. Работа в изобарном процессе будет  $dl = p dv$ , или

$$l = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1).$$

Располагаемая работа  $l_0 = -vdp = 0$ , т.к.  $dp=0$ .

5. Удельное количество теплоты определяется по уравнениям (4.8), (4.9).

6. Изменение удельной энтропии найдем из формулы (4.7), используя соотношение параметров изобарного процесса  $v_2 / v_1 = T_2 / T_1$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{T_2}{T_1} = (c_v + R) \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Так как по уравнению Майера  $c_p = c_v + R$ , то  $s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$ .

Подкасательная к кривой 1-2 (рис. 4.6) в любой ее точке (для точки 2 - линия АВ) в соответствующем масштабе численно равна истинной теплоемкости  $c_p$ .

Все изобары являются эквидистантными кривыми, имеющими при одной и той же температуре одинаковые угловые коэффициенты.

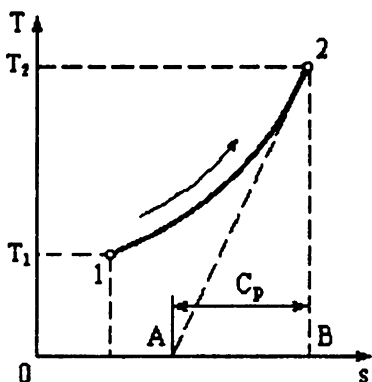


Рис. 4.6

Из уравнения Майера  $R = c_p - c_v$ , следует, что  $c_p > c_v$ . Поэтому изменение энтропии при изобарном процессе будет больше, чем при изохорном

$$(s_2 - s_1)_p > (s_2 - s_1)_v.$$

Из сопоставления рис. (4.3) и (4.6) следует, что изобара 1-2 (рис. 4.5) при одинаковых температурах  $T_1$  и  $T_2$ , более пологая кривая, чем изохора 1-2'.

#### § 4.4. ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

Изотермическим называется процесс, протекающий при постоянной температуре. Кривая процесса называется изотермой (рис. 4.7, 4.8).

1. Уравнение процесса  $T = const$  или  $dT = 0$ .

2. Соотношение параметров. Уравнение состояния идеального газа в точках 1 и 2 изотермического процесса будет

$$p_1 v_1 = RT_{1,2}; \quad p_2 v_2 = RT_{1,2}.$$

Поделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = 1,$$

или

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (4.10)$$

Отсюда получаем еще одно уравнение изотермического процесса

$$pv = const.$$

Из соотношения (4.10) следует, что объем газа изменяется обратно пропорционально его давлению (закон Бойля - Мариотта).

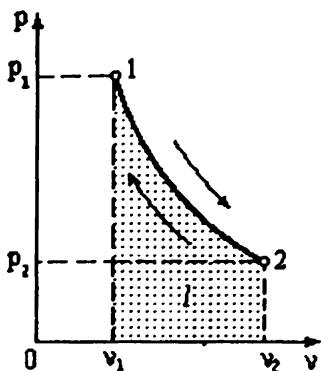


Рис. 4.7

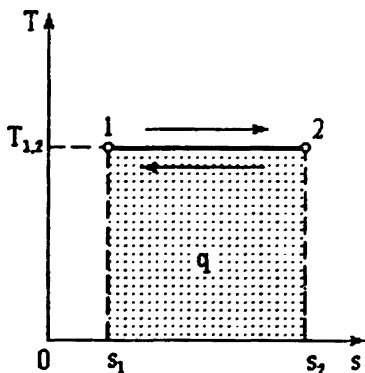


Рис. 4.8

3. Изменение внутренней энергии. Запишем уравнение первого закона термодинамики в виде  $dq = c_v dT + p dv$ .

Так как  $dT=0$ , то

$$dq = p dv = dl. \quad (4.11)$$

Отсюда следует, что вся теплота, подведенная к рабочему телу в изотермическом процессе, идет на совершение работы. Изменение внутренней энергии

$$du = c_v dT = 0.$$

4. Работа в изотермическом процессе находится по формуле (4.11). Интегрируя это соотношение, получим

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

Так как из уравнения состояния идеального газа  $p=RT/v$ , то

$$l = RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = RT(\ln v_2 - \ln v_1) = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

или

$$l = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_2 v_2 \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

Удельная располагаемая работа находится по формуле

$$l_0 = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = \int_{p_2}^{p_1} \frac{p v_1}{p} dp = p_1 v_1 \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Таким образом, в изотермическом процессе идеального газа работа изменения объема  $l$ , располагаемая работа  $l_0$  и удельное количество теплоты равны между собой

$$l = l_0 = q.$$

Теплоемкость в изотермическом процессе  $c_T = \frac{dq}{dT} \rightarrow \pm\infty$ , т.к.  $dT = 0$ . Отсюда следует, что теплоемкость в изотермическом процессе не может быть определена.

5. Удельное количество теплоты, участвующее в изотермическом процессе, будет  $dq = Tds$ . Интегрируя, получим  $q = T(s_2 - s_1)$ .

6. Изменение удельной энтропии в изотермическом процессе определяется отношением  $ds = \frac{dq}{T}$ . Отсюда  $dq = Tds = pdv$ ,  $ds = \frac{1}{T} pdv$ . Интегрируя, получим

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{T} \int_{v_1}^{v_2} pdv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{R}{v} dv = R \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

#### § 4.5. АДИАБАТНЫЙ ПРОЦЕСС

Адиабатным называется процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой. Кривая этого процесса называется адиабатой (рис. 4.9, 4.10).

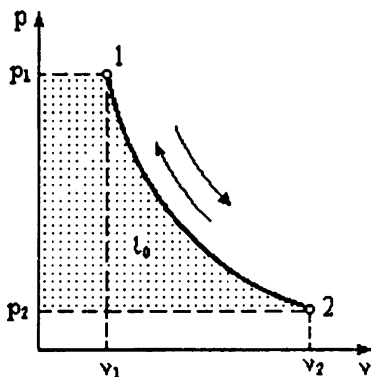


Рис. 4.9

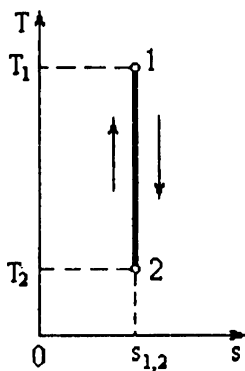


Рис. 4.10

1 Уравнение адиабатного процесса  $dq=0$  и, следовательно,



$$ds = \frac{dq}{T} = 0.$$

2. Соотношение параметров. Из уравнений первого закона термодинамики при  $dq=0$  имеем  $c_p dT - v dp = 0$  и  $c_v dT + p dv = 0$ .

Разделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{c_p dT}{c_v dT} = - \frac{v dp}{p dv},$$

или

$$\frac{k dv}{v} = - \frac{dp}{p}. \quad (4.12)$$

Интегрируя последнее уравнение при  $k=\text{const}$ ,  $c_p=\text{const}$  и  $c_v=\text{const}$ , будем иметь

$$k \ln v + \ln p = \text{const}.$$

Отсюда

$$pv^k = \text{const}.$$

Последнее соотношение является еще одним уравнением адиабатного процесса.

3. Изменение внутренней энергии и работа в адиабатном процессе определяются из уравнения первого закона термодинамики при  $dq=0$

$$du = -dl = c_v dT.$$

Интегрируя, получим

$$u_1 - u_2 = l = c_v (T_1 - T_2).$$

Таким образом, в адиабатном процессе работа совершается за счет убыли внутренней энергии.

Работа в адиабатном процессе может также определяться по следующей формуле (см. § 3.4)

$$l = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2),$$

где

$$\frac{R}{k-1} = c_v.$$

Так как из уравнения состояния  $T_1 = \frac{p_1 v_1}{R}$ ,  $T_2 = \frac{p_2 v_2}{R}$ , то формула для работы примет вид

$$l = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Вынося  $p_1 v_1$  за скобки, получим

$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right).$$

Учитывая, что  $\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$  и  $\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$ , получим

$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right];$$

$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right].$$

Располагаемая работа находится по формуле

$$l_0 = - \int_{p_2}^{p_1} v dp.$$

При обратимом адиабатном процессе располагаемая работа будет в  $k$  раз больше удельной работы расширения газа и противоположна ей по знаку. Для доказательства преобразуем соотношение (4.12) к виду

$$-v dp = k p dv.$$

Отсюда  $dl_0 = k dl$  или

$$l_0 = k l. \quad (4.12a)$$

4. Изменение энтропии в адиабатном процессе  $ds=0$ . Отсюда  $s_1=s_2=\text{const}$ . То есть, обратимый адиабатный процесс одновременно является изэнтропным (при постоянной энтропии).

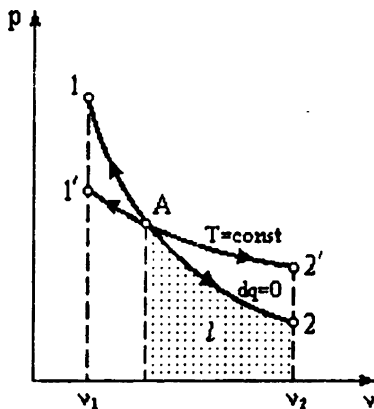


Рис 4.11

Ввиду того, что  $k > 1$ , то на  $p$ - $v$  диаграмме адиабата идет круче, чем изотерма (рис. 4.11). Таким образом, при адиабатном расширении (линия А-2) давление газа падает быстрее, чем при изотермическом (линия А-2'). Это объясняется тем, что адиабатный процесс осуществляется без подвода теплоты, и расширение газа происходит только за счет падения его внутренней энергии. В изотермическом процессе расширение газа происходит за счет подведенной теплоты.

Если от точки А (рис. 4.11) газ сжать, то адиабата А-1 будет располагаться круче изотермы А-1', так как при адиабатном процессе теплота не отводится и температура газа с увеличением давления возрастает больше, чем в изотермическом.

#### § 4.6. ПОЛИТРОПНЫЙ ПРОЦЕСС

Политропным называется процесс, в котором удельная теплоемкость остается постоянной величиной, а линию процесса называют политропой. Политропы - это кривые, описывающие газовые процессы, в которых происходит изменение всех термодинамических параметров.

1. Уравнение политропного процесса. Удельное количество теплоты, участвующее в политропном процессе, определяется по формуле

$$q = c(T_2 - T_1) \text{ и } dq = cdT, \quad (4.13)$$

где  $c$  - теплоемкость политропного процесса.

Подставляя (4.13) в уравнения первого закона термодинамики (2.17) и (2.22), получим

$$dq = cdT = c_v dT + p dv,$$

$$dq = cdT = c_p dT - v dp.$$

Разделим второе уравнение на первое

$$\frac{c - c_p}{c - c_v} = - \frac{v dp}{p dv}.$$

Обозначая  $\frac{c - c_p}{c - c_v} = n$ , получим  $\frac{ndv}{v} = - \frac{dp}{p}$ .

После интегрирования найдем  $n \ln v + \ln p = \text{const}$ , или

$$pv^n = \text{const}. \quad (4.14)$$

Полученное уравнение является уравнением политропного процесса, где  $n$  показатель политропы.

Показатель политропы  $n$  изменяется в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ . В частных случаях, когда  $n$  принимает определенные значения, политропный процесс может переходить в любой из рассмотренных выше процессов. Например, при  $n = \pm \infty$  из уравнения (4.14), записанного в виде  $p^{1/n} v = \text{const}$ , следует, что

$v = \text{const.}$  т.е. получаем изохорный процесс. При  $n=0$  согласно (4.14) получим изобарный процесс;  $n=1$  - изотермический и при  $n=k$  - адиабатный.

Таким образом, политропный процесс является обобщающим для всех рассмотренных выше процессов.

2. Соотношение параметров. Так как уравнение политропы аналогично уравнению адиабаты, то, заменив показатель адиабаты на показатель политропы, можно записать следующие уравнения, связывающие основные термодинамические параметры

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^n;$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}};$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1}.$$

3. Работа в политропном процессе. По аналогии с выражениями для работы в адиабатном процессе, заменяя  $k$  на  $n$ , получим следующие выражения для определения работы в политропном процессе

$$l = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2);$$

$$l = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2);$$

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right];$$

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right].$$

Аналогично, располагаемая работа будет

$$l_0 = n l. \quad (4.14a)$$

Таким образом, располагаемая работа в политропном процессе в  $n$  раз больше работы расширения.

Теплоемкость в политропном процессе определяется по формуле

$$c = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (4.15)$$

С помощью формулы (4.15) можно проследить за изменением теплоемкости рабочего тела в политропном процессе в зависимости от показателя политропы (см. рис. 4.12). Анализ графика показывает, что в диапазоне изме-

нения показателя политропы  $1 < n < k$  теплоемкость оказывается отрицательной. Это связано с тем, что при подводе теплоты к рабочему телу температура его понижается, а при отводе теплоты - повышается.

Если в формулу (4.15) подставить значения  $n$ , соответствующие частным термодинамическим процессам, то будем получать значения теплоемкостей этих процессов (см. рис. 4.12). Например, при  $n = 0$  (изобарный процесс)  $c = kc_v$ , или  $c = c_p$ , так как  $k = c_p / c_v$ . При  $n = 1$  (изотермический процесс)  $c \rightarrow \infty$ . При  $n = \pm\infty$  (изохорный процесс)  $c = c_v$ .

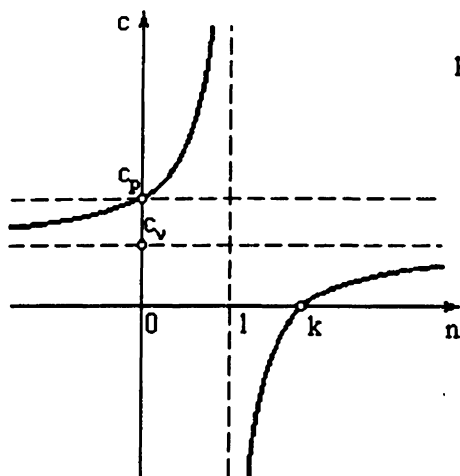


Рис. 4.12

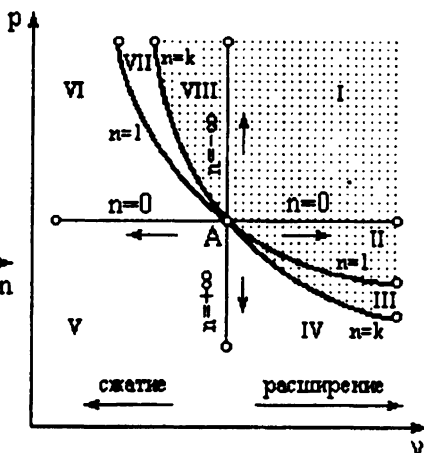


Рис. 4.13

Значение показателя политропы определяет расположение и характер протекания политропного процесса на  $p-v$  диаграмме (рис. 4.13).

Если выбрать произвольную точку  $A$  и провести из нее рассмотренные выше частные случаи термодинамических процессов как в сторону расширения, так и в сторону сжатия, то диаграмма разделится на восемь областей, в пределах которых все термодинамические процессы отличаются общностью определенных свойств. Так, все процессы, начинающиеся в точке  $A$  и расположенные в областях I-IV, сопровождаются расширением рабочего тела и поэтому имеют положительную работу. Все процессы, располагающиеся левее изоchoры  $n = \pm\infty$ , имеют отрицательную работу, так как рабочее тело здесь подлежит сжатию.

Процессы, протекающие в областях I-III, VIII (заштрихованы), протекают с подводом теплоты извне, а в областях IV-VII - с отводом теплоты. Изотерма  $n=1$  делит все поле координатной области, в пределах которых процессы

протекают с повышением температуры рабочего тела (области VII, VIII, I и II) и с понижением температуры (остальные области). В области между изотермой и адиабатой (область III) при подводе теплоты происходит падение температуры рабочего тела, а при отводе теплоты (область VII) - повышение.

4. Изменение энтропии в политропном процессе определяется по формулам

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1};$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1};$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

Подставляя значение теплоемкости из (4.15) в соотношение

$$ds = \frac{dq}{T} = c \frac{dT}{T},$$

получим

$$ds = c_v \frac{n-k}{n-1} \frac{dT}{T}.$$

После интегрирования находим

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Учитывая уравнение (4.14) и соотношение  $n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$ , получим

$$s_2 - s_1 = c_v (n-k) \ln \frac{v_1}{v_2},$$

или

$$s_2 - s_1 = c_p \frac{n-k}{n} \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

При расчетах политропных процессов требуется знание показателя политропы. Рассмотрим способы его определения.

Способ 1. Даны параметры двух различных состояний одного политропного процесса (рис. 4.14). Тогда в соответствии с уравнением политропного процесса (4.14)

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$$

Логарифмируя, получим

$$\lg p_1 + n \lg v_1 = \lg p_2 + n \lg v_2.$$

Отсюда

$$n = \frac{\lg \frac{p_1}{p_2}}{\lg \frac{v_2}{v_1}}$$

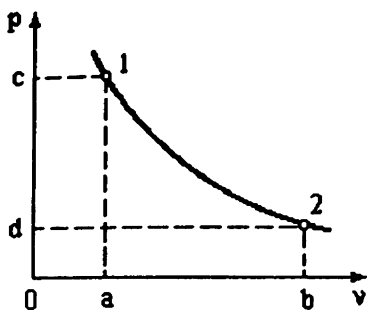


Рис. 4.14

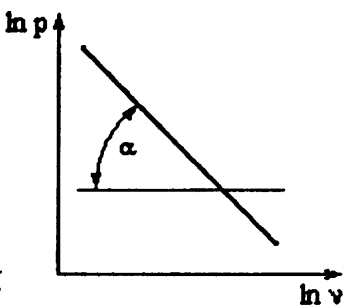


Рис. 4.15

**Способ 2.** Работа  $l$  политропного процесса характеризуется площадью  $a-1-2-b$  (рис. 4.14). Располагаемая работа  $l_0$  численно равна площади  $c-1-2-d$ . Так как  $l_0 = nl$ , то

$$n = \frac{l_0}{l} = \frac{m \cdot c-1-2-d}{m \cdot a-1-2-b}$$

**Способ 3.** Прологарифмируем уравнение  $pv^n = const$ .

$$\lg p + n \lg v = const$$

Полученное уравнение показывает, что в логарифмических координатах политропа является наклонной прямой (рис. 4.15), определяемой уравнением  $\lg p = const - n \lg v$ .

Отсюда  $n = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  - угол наклона политропы в логарифмических координатах. В частном случае для изотермы  $\alpha = 45^\circ$ , для адиабаты (при  $k=1,4$ )  $\alpha = 54^\circ 28'$ .

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Написать уравнения основных газовых процессов.
2. Доказать, что в изобарном процессе количество теплоты равно изменению энтальпии.
3. Почему в адиабатном процессе расширения тела температура убывает, а при сжатии увеличивается?
4. Взаимное расположение изотермы и адиабаты на  $p-v$  диаграмме.
5. Взаимное расположение изохоры и изобары в  $Ts$ - координатах.

6. Способы определения показателя политропы.
7. При каких условиях политропные процессы переходят в изохорный, изобарный, изотермический и адиабатный?
8. В каких политропных процессах внутренняя энергия уменьшается, а в каких увеличивается?
9. По каким уравнениям вычисляется изменение энтропии в основных газовых процессах?

#### ЗАДАЧИ

**Задача 1.** В процессе расширения газа 40% подведенной теплоты превращается в работу, 60% идет на увеличение внутренней энергии. Чему равен показатель политропы?

**Решение.**  $\varphi = \Delta u / q = 0,6$ ;

$$n = \frac{\varphi k - 1}{\varphi - 1} = \frac{0,6 \cdot 1,4 - 1}{0,6 - 1} = 0,4.$$

**Задача 2.** Определить показатель политропы и дать характеристику процесса, в котором газ отдает 300 кДж теплоты. 100 кДж взято из внутренней энергии

**Решение.**  $Q = -300$  кДж;  $\Delta U = -100$  кДж;  $L = -200$  кДж;  $\varphi = 0,333$ ;  $n = 0,8$ . В процессе, расположенном между изобарой и изотермой, происходит сжатие газа.  $\Delta T < 0$ , так как теплота, полученная от сжатия, вместе с теплотой, взятой из внутренней энергии, отводится в окружающую среду.

**Задача 3.** Определить изменение давления и температуры газа и что происходит с газом в политропном процессе, если показатель политропы равен 3, а объем увеличивается в 2 раза?

**Решение.**  $v_2 = 2v_1$ ;  $p_1/p_2 = 8$ ;  $T_1/T_2 = 4$ . Таким образом, давление уменьшится в 8 раз, а температура - в 4 раза. Работа расширения положительна, часть теплоты от газа отводится в окружающую среду.

**Задача 4.** На  $pV$ -диаграмме показать области с отрицательной теплоемкостью, с подводом и отводом теплоты, а также с увеличением и уменьшением внутренней энергии.

**Решение.** Процессы с отрицательной теплоемкостью расположены между изотермой и адиабатой. Процессы с подводом теплоты находятся справа и выше адиабаты, а с отводом теплоты - слева и ниже адиабаты. Процессы, сопровождающиеся увеличением внутренней энергии, находятся справа и выше изотермы, а уменьшением - слева и ниже изотермы.



**Задача 5.** Воздух в количестве 6 кг сжимается по политропе с показателем  $n=3$  от 1 до 8 ат, начальная температура равна  $-23^\circ\text{C}$ . Определить работу сжатия, конечную температуру газа, начальный и конечный объемы, изменение внутренней энергии и энтальпии и количество внешней теплоты.

**Решение.**  $T_2=1000\text{ K}$ ;  $V_1=4,388\text{ м}^3$ ;  $V_2=2,194\text{ м}^3$ ;  $L=-645,8\text{ кДж}$ ;

$$\Delta U = 6 \frac{1,005}{1,4} (1000 - 250) = 3230,4\text{ кДж},$$

$$Q = 3230,4 - 645,8 = 2584,6\text{ кДж},$$

$$\Delta I = 4522,5\text{ кДж}.$$

Теплота, подведенная к воздуху в количестве 2584,6 кДж и полученная от работы сжатия в количестве  $L=-645,8\text{ кДж}$ , затрачивается на увеличение внутренней энергии.

**Задача 6.** Найти массу, изменение энтропии и конечную температуру кислорода, содержащегося в сосуде емкостью  $V_1=300\text{ л}$  при абсолютном давлении  $p_1=900\text{ кПа}$  и температуре  $t_1=47^\circ\text{C}$ . Определить также количество теплоты, которое нужно подвести, чтобы повысить давление (при  $v=\text{const}$ ) до  $p_2=3000\text{ кПа}$ . Удельная теплоемкость зависит от температуры.

**Решение.** Масса кислорода

$$m = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{900\,000 \cdot 0,2}{259,8 \cdot 320} = 2,165\text{ кг}.$$

Температура в конце процесса

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}; \quad T_2 = \frac{T_1 p_2}{p_1} = \frac{320 \cdot 3000000}{900\,000} = 1067\text{ K}$$

Количество теплоты, сообщенной на изменение внутренней энергии, находится по формуле

$$Q_v = \Delta U = m(\bar{c}_v|_0^{1/2} t_2 - \bar{c}_v|_0^{1/2} t_1) = 2,165(0,7557 \cdot 794 - 0,66 \cdot 47) = 1232\text{ кДж},$$

где  $\bar{c}_v$  взяты из приложений таблицы VI (см. [13], с.456).

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 2,165 \cdot 0,707 \cdot 2,3 \ln\left(\frac{1067}{320}\right) = 4,24\text{ кДж/К}$$

## ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ

### § 5.1. СВОЙСТВА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

В термодинамике существуют два метода исследования макросистем: метод циклов и метод характеристических (термодинамических) функций. Первый метод основан на введении искусственных обратимых циклов при анализе какого-либо вопроса. Типичным примером является построение абсолютной шкалы температур, где искусственно вводится ряд последовательных связанных циклов Карно. Хотя он во всех случаях приводит к правильному решению задачи, его нельзя считать совершенным. Метод циклов требует чисто искусственных построений и обходных путей при решении конкретных задач. Естественно, что с развитием термодинамики он уступил место второму методу, основанному на применении термодинамических функций, дающему гораздо больше возможностей и широко распространенному в настоящее время.

Среди термодинамических функций, число которых достаточно велико, выделяют так называемые характеристические функции, которые обладают тем свойством, что при выбранных параметрах состояния частные производные характеристической функции по параметрам равны тому или иному параметру состояния. Благодаря этому такие производные получают наиболее простое выражение и ясный физический смысл.

Характеристическими функциями состояния называются функции, с помощью которых и посредством их производных разных порядков могут быть явно выражены все термодинамические свойства, в том числе уравнения состояния, уравнения для определения теплоемкостей  $c_p$  и  $c_v$ .

Характеристические функции, полностью определяющие все термодинамические свойства системы, называются также термодинамическими потенциалами.

К характеристическим функциям относят: внутреннюю энергию  $U(p, S)$ , энтальпию  $I(p, S)$ , изохорно-изотермический потенциал  $F(T, V)$  (свободная энергия), изобарно-изотермический потенциал  $Z(p, T)$  (свободная энтальпия).

Если эти функции выражены в аналитической форме через независимые параметры системы, то можно в явной форме получить все основные термодинамические величины, характеризующие систему. Характеристические функции аддитивны - значение их для сложной системы равно сумме значе-

ний этих функций для отдельных частей. Дифференциалы характеристических функций являются полными дифференциалами.

Рассмотрим объединенные уравнения первого и второго законов термодинамики, записанные в виде

$$TdS = dU + p dV; \quad (5.1)$$

$$TdS = dI - V dp. \quad (5.2)$$

Уравнения (5.1) и (5.2) связывают между собой пять переменных величин:  $T, S, U, p, V$ , определяющих состояние системы. Из этих пяти параметров можно составить десять различных парных комбинаций:  $U-T, U-S, U-p, U-V, T-S, T-p, T-V, S-p, S-V, p-V$ .

Из этих комбинаций для термодинамических исследований большое значение имеют четыре:

$U = U(S, V)$  - внутренняя энергия;

$I = I(S, p)$  - энтальпия.

$F = F(T, V)$  - изохорно-изотермический потенциал (свободная энергия);

$Z = Z(T, p)$  - изобарно-изотермический потенциал или изобарный потенциал.

Внутренняя энергия является характеристической функцией при независимых переменных  $S$  и  $V$ . Запишем уравнение (5.1) в виде

$$dU = TdS - p dV. \quad (5.3)$$

В зависимости от выбранных независимых параметров уравнение (5.3) принимает различный вид. Для вывода этих уравнений в уравнение (5.3) подставляются значения полного дифференциала внутренней энергии при соответствующих независимых параметрах. Полный дифференциал внутренней энергии при независимых параметрах  $V$  и  $S$  имеет вид

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right) dS + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right) dV.$$

Подставляя последнее уравнение в (5.3), получим

$$\left( \frac{\partial U}{\partial S} \right) dS + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right) dV = TdS - p dV.$$

При  $V = \text{const}$  будем иметь

$$TdS = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_V dS.$$

Отсюда

$$T = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_V. \quad (5.4)$$

Аналогично при  $S = \text{const}$  получим

$$p = - \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_s. \quad (5.5)$$

Подставляя (5.5) в формулу для энтальпии  $I = U + pV$ , получим

$$I = U + pV = U - V \left( \frac{dU}{dV} \right)_s.$$

Возьмем производную от (5.4) по  $S$  и определим калорические коэффициенты

$$\left( \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \right)_v = \left( \frac{\partial T}{\partial S} \right)_v = T \left( \frac{\partial T}{T \partial S} \right)_v = T \left( \frac{\partial T}{\partial Q} \right)_v = \frac{T}{C_v}.$$

Отсюда

$$C_v = \frac{T}{\left( \frac{\partial^2 U}{\partial S^2} \right)_v}. \quad (5.6)$$

Возьмем производную от (5.5) по  $V$

$$\left( \frac{\partial^2 U}{\partial V^2} \right)_s = - \left( \frac{dp}{dV} \right)_s.$$

Из уравнений (5.4) и (5.5) путем перекрестного дифференцирования получим

$$\frac{\partial^2 U}{\partial S \partial V} = \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_s \text{ и } \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S} = - \left( \frac{\partial p}{\partial S} \right)_v.$$

Отсюда

$$\left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_s = - \left( \frac{\partial p}{\partial S} \right)_v \quad (5.7)$$

или

$$\left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_v = - \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_s \quad (5.8)$$

Соотношение (5.8) называется первым соотношением Максвелла.

Таким образом, внутренняя энергия  $U$  в переменных  $S$  и  $V$  является характеристической функцией, с помощью которой можно определить все термодинамические свойства системы. Первые производные определяют термические свойства системы а вторые - калорические.

В термодинамике величины, измеряемые единицами теплоты, принято называть калорическими (внутренняя энергия, энтальпия, энтропия, теплоемкость). К термическим величинам относятся температура, абсолютное давление, удельный объем. Термические величины, в отличие от калориче-

ских, могут быть получены непосредственным измерением с помощью приборов.

Следует отметить, что внутренняя энергия является характеристической функцией только в переменных  $S$  и  $V$  (см. уравнение (5.3)), т.е.  $U = f(S, V)$ . Если внутренняя энергия определяется через любую другую пару параметров, то ее свойства характеристичности утрачиваются, так как в любом другом случае посредством частных производных от внутренней энергии нельзя выразить ни термических, ни калорических свойств веществ.

Энтальпия является характеристической функцией при независимых переменных  $S$  и  $p$ . Из уравнения (5.2) получим

$$dl = TdS + Vdp. \quad (5.9)$$

Полный дифференциал энтальпии имеет вид

$$dl = \left( \frac{\partial l}{\partial S} \right) dS + \left( \frac{\partial l}{\partial p} \right) dp.$$

Подставляя последнее соотношение в (5.9), найдем

$$\left( \frac{\partial l}{\partial S} \right) dS + \left( \frac{\partial l}{\partial p} \right) dp = TdS + Vdp.$$

При  $p = \text{const}$  и  $S = \text{const}$  соответственно получим

$$T = \left( \frac{\partial l}{\partial S} \right)_p; \quad V = \left( \frac{\partial l}{\partial p} \right)_s. \quad (5.10)$$

Тогда из формулы  $l = U + pV$  будем иметь

$$U = l - pV = l - p \left( \frac{\partial l}{\partial p} \right)_s. \quad (5.11)$$

Продифференцируем (5.10) первое по  $p$ , второе по  $S$

$$\left( \frac{\partial^2 l}{\partial S \partial p} \right)_p = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s; \quad \left( \frac{\partial^2 l}{\partial p \partial S} \right)_s = \left( \frac{\partial V}{\partial S} \right)_p$$

или

$$\left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s = \left( \frac{\partial V}{\partial S} \right)_p; \quad \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_s = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_p \quad (5.12)$$

Соотношение (5.12) является вторым соотношением Максвелла.

Продифференцируем первую формулу (5.10) по  $S$

$$\left( \frac{\partial^2 l}{\partial S^2} \right)_p = \left( \frac{\partial T}{\partial S} \right)_p.$$

Известно, что

$$dQ = C_p dT = TdS.$$

Подставляя в это соотношение выражение для полного дифференциала температуры при независимых переменных  $S$  и  $p$

$$dT = \left( \frac{\partial T}{\partial S} \right) dS + \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right) dp,$$

получим

$$C_p \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial S} \right) dS + \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right) dp \right] = T dS.$$

При  $p = \text{const}$  найдем

$$\left( \frac{\partial T}{\partial S} \right)_p = \frac{T}{C_p}$$

или

$$C_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p. \quad (5.13)$$

Откуда

$$\left( \frac{\partial^2 I}{\partial S^2} \right)_p = \frac{T}{C_p}, \quad C_p = \frac{T}{\left( \frac{\partial^2 I}{\partial S^2} \right)_p}.$$

Вычислив вторую производную от второго соотношения (5.10), получим

$$\left( \frac{\partial^2 I}{\partial p^2} \right)_S = \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_S = \frac{V}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_S$$

С учетом формулы (2.13) для коэффициента адиабатной сжимаемости  $\gamma_S$  будем иметь

$$\gamma_S = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_S.$$

Отсюда

$$\frac{\partial^2 I}{\partial p^2} = -V \gamma_S. \quad (5.13a)$$

Таким образом, первые частные производные от энтальпии определяют термические параметры - температуру и объем (см. формулы (5.10)), а вторые производные определяют калорические параметры - теплоемкость при постоянном давлении (5.13) и коэффициент адиабатной сжимаемости  $\gamma_S$ .

Из уравнения (5.9) следует, что энтальпия является характеристической функцией при условии, если в качестве аргументов выбраны  $p$  и  $S$ . При других параметрах энтальпия утрачивает свои характеристические свойства, так

как посредством ее частных производных нельзя выразить термические и calorические свойства веществ.

Если независимыми переменными являются  $T$  и  $V$ , то характеристической функцией будет изохорно-изотермический потенциал  $F$ . Найдем термические и calorические параметры с помощью этой характеристической функции.

Вычитая из уравнения (5.3)  $d(TS)$ , получим

$$dU - d(TS) = TdS - pdV - d(TS); \quad (5.14)$$

$$d(U - TS) = -pdV - SdT;$$

$$dF = d(U - TS) = -pdV - SdT; \quad (5.15)$$

$$dF = d(U - TS), \text{ или } F = U - TS. \quad (5.16)$$

Величину  $U - TS$ , являющуюся функцией состояния, называют связанной энергией.

Полный дифференциал изохорно-изотермического потенциала при независимых параметрах  $V$  и  $T$  имеет вид

$$dF = \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right) dV + \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right) dT.$$

Подставляя это соотношение в (5.15), получим

$$\left( \frac{\partial F}{\partial V} \right) dV + \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right) dT = -pdV - SdT.$$

При  $V = \text{const}$  и  $T = \text{const}$  соответственно будем иметь

$$S = - \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_V, \quad (5.17)$$

$$p = - \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_T; \quad (5.17a)$$

$$U = F + TS = F - T \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_V; \quad (5.18)$$

$$I = U + pV = F + TS + pV = F - T \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_V - V \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_T \quad (5.19)$$

Исходя из (5.17), (5.17a) составим смешанные вторые производные от  $F$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial T \partial V} = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T; \quad \frac{\partial^2 F}{\partial V \partial T} = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$$

Отсюда

$$\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T. \quad (5.20)$$

Соотношение (5.20) называется третьим соотношением Максвелла.

Изохорно-изотермический потенциал особенно удобен тем, что независимые переменные  $V$  и  $T$  легко доступны для измерения.

Из (5.17)

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V = -\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V. \quad (5.21)$$

Подставляя в соотношение  $dQ = C_V dT = T dS$ , выражение для полного дифференциала температуры при независимых параметрах  $S$  и  $p$ , получим

$$C_V \left[ \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right) dS + \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right) dp \right] = T dS.$$

При  $p = \text{const}$  найдем

$$\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{C_V}{T}.$$

Учитывая (5.21), будем иметь

$$\frac{C_V}{T} = -\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V$$

или

$$C_V = -T \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V.$$

Вычислим вторую производную от (5.17а) по  $V$

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial V^2}\right)_T = -\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = -\frac{1}{V \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T} = \frac{1}{V \gamma_T},$$

где

$$\gamma_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

коэффициент изотермической сжимаемости (см. формулу (2.13)).

Таким образом, первые производные от свободной энергии определяют давление  $p$  и энтропию  $S$  (формулы (5.17), (5.17а)), а вторые производные - теплоемкость при постоянном объеме  $C_V$  и коэффициент изотермической сжимаемости  $\gamma_T$

Из уравнения (5.15) следует, что свободная энергия является характеристической функцией только в случае, когда она функция независимых параметров  $V$  и  $T$ , т.е.  $F = f(V, T)$ .



Если независимыми параметрами являются  $T$  и  $p$ , то характеристической функцией будет изобарный потенциал  $Z(T, p)$ . Найдем термические и calorические параметры, определяемые через эту характеристическую функцию.

Прибавляя к левой и правой части соотношения (5.15)  $d(pV)$ , получим

$$dF + d(pV) = -SdT - pdV + d(pV). \quad (5.22)$$

Обозначим  $dZ = d(F + pV)$ . Так как  $F = U - TS$ , то

$$dZ = d(F + pV) = d(U - TS + pV).$$

С учетом (5.22) получим

$$dZ = (U - TS + pV) = -SdT - pdV + pdV + Vdp = -SdT + Vdp = d(I - TS). \quad (5.23)$$

Интегрируя, будем иметь

$$Z = U - TS + pV = I - TS. \quad (5.24)$$

Подставляя в (5.23) значение полного дифференциала функции  $Z$  при  $T = \text{const}$  и  $p = \text{const}$ , находим значения других параметров

$$V = \left( \frac{\partial Z}{\partial p} \right)_T; \quad S = - \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p. \quad (5.25)$$

Выразим  $U$  из (5.24)

$$U = Z + TS - pV. \quad (5.26)$$

Подставляя (5.25) в (5.26), найдем

$$U = Z - T \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p - p \left( \frac{\partial Z}{\partial p} \right)_T.$$

Выразим энтальпию из (5.24)

$$I = Z + TS \quad (5.27)$$

Подставим (5.25) в (5.27)

$$I = Z - T \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p.$$

Аналогично

$$F = Z - pV = Z - p \left( \frac{\partial Z}{\partial p} \right)_T.$$

Таким образом, для изобарного потенциала имеем следующие три важнейших формулы

$$Z = U - TS + pV;$$

$$Z = I - TS;$$

$$Z = F + pV.$$

Вычислим вторые производные от (5.25)

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial p \partial T} = \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p ; \quad \frac{\partial^2 Z}{\partial T \partial p} = - \left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_T$$

Отсюда

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = - \left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_T \quad (5.28)$$

Соотношение (5.28) представляет собой четвертое соотношение Максвелла.

Вычислим производную от  $S$  по  $T$  в (5.25)

$$\frac{\partial S}{\partial T} = - \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial T^2} \right)_p = \frac{C_p}{T}$$

Из последнего соотношения можно найти теплоемкость  $C_p$

$$C_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p$$

Таким образом, получена формула для  $C_p$ , аналогичная формуле (5.13).

Возьмем вторую производную по  $p$  от первого соотношения (5.25)

$$\left( \frac{\partial^2 Z}{\partial p^2} \right)_T = \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{V}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = -V\gamma_T$$

Таким образом, первые производные от изобарного потенциала определяют энтропию  $S$  и объем  $V$ , а вторые - теплоемкость  $C_p$  и коэффициент изотермической сжимаемости  $\gamma$ .

Уравнение (5.23) свидетельствует о том, что изобарный потенциал обладает характеристическими свойствами лишь в том случае, если независимыми параметрами являются давление  $p$  и температура  $T$ , т.е.  $Z = f(p, T)$ .

Ввиду того, что свободная энергия и изобарный потенциал определяются через легко измеряемые величины (свободная энергия через  $V, T$  и изобарный потенциал через  $p, T$ ), они получили наибольшее применение по сравнению с внутренней энергией и энтальпией, в которые входит не измеряемая опытным путем энтропия.

Уравнения Максвелла имеют большое значение в термодинамике. К тому же они допускают обобщение на случай, когда тело подвергается не механическому, а электрическому, магнитному или какому-либо другому воздействию. В данном случае для обобщения уравнений величины  $V$  и  $p$  заменяются на обобщенную силу  $X$  и обобщенную координату  $y$ . Уравнения Максвелла (5.8), (5.12), (5.20), (5.28) принимают соответственно вид

$$\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_T = -\left(\frac{\partial X}{\partial T}\right)_y; \quad \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_S = \left(\frac{\partial X}{\partial S}\right)_y;$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)_T = \left(\frac{\partial y}{\partial T}\right)_X; \quad \left(\frac{\partial T}{\partial X}\right)_S = -\left(\frac{\partial y}{\partial S}\right)_X.$$

Уравнения Максвелла, в основе которых лежат первый и второй законы термодинамики, являются наиболее общими выражениями, определяющими изменения термодинамических свойств веществ в различных процессах.

## § 5.2 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ

Дифференциальные уравнения термодинамики устанавливают количественные характеристики между различными физическими свойствами вещества, вытекающими из основных законов термодинамики. В случае, когда часть параметров оказывается известной, остальные параметры могут быть определены путем интегрирования соответствующих дифференциальных уравнений.

Особенно важным является нахождение частных производных от внутренней энергии ввиду того, что все дальнейшие уравнения и формулы получаются как прямые следствия частных производных внутренней энергии.

Дифференциальное уравнение первого закона термодинамики при независимых переменных  $V$  и  $T$  имеет вид

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV. \quad (5.29)$$

Это уравнение получено после подстановки в уравнение 1-го закона термодинамики

$$dQ = dU + pdV$$

полного дифференциала внутренней энергии

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV.$$

При независимых параметрах  $p$  и  $V$  полный дифференциал внутренней энергии имеет вид

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_V dp + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_p dV. \quad (5.30)$$

Отсюда дифференциальное уравнение первого закона термодинамики при независимых переменных  $p$  и  $V$  будет

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_V dp + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_p + p\right] dV. \quad (5.31)$$

При независимых параметрах  $p$  и  $T$  полные дифференциалы внутренней энергии и объема соответственно имеют вид

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_T dp,$$

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp + \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT.$$

Подставляя эти выражения в уравнение первого закона термодинамики, получим

$$dQ = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_T dp + p \left[ \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \right],$$

или

$$dQ = \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_p + p \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right] dT + \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_T + p \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right] dp. \quad (5.32)$$

Теплоемкости при постоянных давлении и объеме будут определяться из следующих соотношений (см. формулу (5.13))

$$C_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p; \quad (5.33)$$

$$C_v = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_v. \quad (5.34)$$

Найдем частную производную от внутренней энергии по объему. Подставляя в уравнение второго закона термодинамики

$$dS = dQ/T \quad (5.35)$$

величину  $dQ$  из уравнения (5.29), получим

$$dS = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_v dT + \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] dV.$$

Сравнивая последнее уравнение с уравнением для полного дифференциала энтропии (при независимых переменных  $V$  и  $T$ )

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV,$$

найдем

$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_v = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_v; \quad (5.36)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{T} \left[ \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p \right]. \quad (5.37)$$

Вычислим вторые производные от полученных соотношений (от первого соотношения по  $V$  при  $T=const$ , а от второго - по  $T$  при  $V=const$ )

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V};$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \right] - \frac{1}{T^2} \left[ \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p \right].$$

Приравняв правые части, будем иметь

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \right] - \frac{1}{T^2} \left[ \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p \right].$$

Отсюда получим

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{T} \left[ \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p \right];$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p. \quad (5.38)$$

Последнее соотношение представляет частную производную от внутренней энергии по объему. Найдем частную производную от внутренней энергии по температуре. Дифференциальное уравнение первого закона термодинамики (5.32) в изобарном процессе при независимых переменных  $p$  и  $T$  имеет вид

$$dQ_p = \left[ \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \right] dT_p,$$

или

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p = C_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

Отсюда частная производная от внутренней энергии по температуре будет

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p = C_p - p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \quad (5.39)$$

Найдем частную производную от внутренней энергии по давлению. Подставим  $dQ$  из (5.32) в уравнение (5.35)

$$dS = \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_p + p \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right] dT + \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_T + p \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right] dp.$$

Из последнего уравнения с учетом уравнения для полного дифференциала энтропии, а также, исходя из свойств коэффициентов полного дифференциала, находим

$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_p + p \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right]; \quad (5.39a)$$

$$\left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_T + p \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right]. \quad (5.40)$$

В первом уравнении возьмем производную по  $p$  при  $T = \text{const}$ , а во втором по  $T$  при  $p = \text{const}$  и приравняем правые части полученного соотношения

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial p \partial T} + \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p + p \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial T} \right] = \\ = -\frac{1}{T^2} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_T + p \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right] + \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial p} + p \frac{\partial^2 V}{\partial T \partial p} \right]. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_T = - \left[ T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p + p \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right]. \quad (5.41)$$

Соотношение (5.41) представляет частную производную от внутренней энергии по давлению.

Найдем дифференциальное уравнение теплоты при независимых  $p$  и  $T$ . Подставляя (5.39), (5.41), в (5.32), получим

$$dQ = \left[ C_p - p \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p + p \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right] dT + \left[ p \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - p \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right] dp.$$

Отсюда

$$dQ = C_p dT - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dp.$$

Найдем дифференциальное уравнение энтальпии и энтропии при независимых  $p$  и  $T$ . Сравнивая уравнения

$$TdS = dl - Vdp$$

и

$$dI = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T dp.$$

при независимых переменных  $p$  и  $T$ , получим

$$dS = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_p \frac{dT}{T} + \frac{1}{T} \left[ \left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T - V \right] dp. \quad (5.42)$$

Сравнивая (5.42) с уравнением для полного дифференциала энтропии в-  
да

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p dT, \quad (5.43)$$

находим

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_p; \quad (5.44)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \frac{1}{T} \left[ \left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T - V \right]. \quad (5.45)$$

Взяв вторые производные по  $p$  при  $T = \text{const}$  в первом уравнении и по  $T$   
при  $p = \text{const}$  во втором, будет иметь

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial p} = \frac{1}{T} \frac{\partial^2 I}{\partial T \partial p};$$
$$\frac{\partial^2 S}{\partial p \partial T} = \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial^2 I}{\partial p \partial T} - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \right] - \frac{1}{T^2} \left[ \left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T - V \right].$$

Приравнивая правые части, находим

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = -\frac{1}{T} \left[ \left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T - V \right]. \quad (5.46)$$

Из (5.46) получим

$$\left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \quad (5.47)$$

Уравнение (5.47) применяют для анализа изотермических процессов.

Если в уравнение для энтальпии

$$dI = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T dp,$$

подставить  $\left(\frac{\partial l}{\partial p}\right)_T$  из уравнения (5.47) и  $\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_p$  из уравнения

$$C_p = \left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_p,$$

то получим

$$dl = C_p dT - \left[ T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V \right] dp. \quad (5.48)$$

Если в уравнение для энтропии

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p dT$$

подставить  $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p$  из уравнения (5.33) и  $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T$  из четвертого соотношения

Максвелла

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T, \quad (5.49)$$

то будем иметь

$$dS = \left(\frac{C_p}{T}\right) dT - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp. \quad (5.50)$$

Уравнения (5.48), (5.50) являются дифференциальными уравнениями энтальпии и энтропии при независимых переменных  $p$  и  $T$ .

Таким образом, уравнения

$$\begin{aligned} TdS &= dU + pdV, \\ TdS &= dl - Vdp, \end{aligned}$$

объединяющие первый и второй законы термодинамики, позволяют найти следующие важные частные производные

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V &= T; & \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U &= \frac{p}{T}; & \left(\frac{\partial l}{\partial S}\right)_p &= T; \\ \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T &= -\frac{V}{T}; & \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S &= -p; & \left(\frac{\partial l}{\partial p}\right)_S &= V. \end{aligned}$$

Найдем зависимость теплоемкости  $C_p$  от давления и  $C_V$  от объема при  $T=const$ . В уравнении (5.33) возьмем вторую производную по  $p$  при  $T=const$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial p} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_p}{\partial p}\right)_T. \quad (5.51)$$



В уравнении (5.49) вычислим вторую производную по  $T$  при  $p=const$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial p \partial T} = - \left( \frac{\partial^2 V}{\partial T^2} \right)_p. \quad (5.52)$$

Приравнявая (5.51), (5.52), получим

$$\left( \frac{\partial C_p}{\partial p} \right)_T = -T \left( \frac{\partial^2 V}{\partial T^2} \right)_p. \quad (5.53)$$

Дифференциальные уравнения для теплоемкостей имеют важное значение в термодинамике и, в частности, уравнение (5.53) используется для получения уравнения состояния реального газа, если из опыта известна зависимость  $C_p$  от параметров.

Точно также можно получить и уравнение для  $C_v$ . Возьмем вторую производную по  $V$  при  $T=const$  в уравнении (5.34)

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial C_v}{\partial V} \right)_T. \quad (5.54)$$

Применяя повторное дифференцирование по  $T$  при  $V=const$  в третьем соотношении Максвелла

$$\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T,$$

получим

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \left( \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_V. \quad (5.55)$$

Сравнивая (5.54) и (5.55), находим

$$\left( \frac{\partial C_v}{\partial V} \right)_T = T \left( \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_V.$$

Из уравнения (5.33) следует

$$C_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_p \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p.$$

Применяя второе соотношение Максвелла

$$\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_s = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_p,$$

находим

$$C_p = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_s \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p.$$

Точно также, преобразуя (5.34), получим

$$C_V = T \left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_V \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V.$$

Применяя первое соотношение Максвелла

$$\left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_V = - \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_S,$$

будем иметь

$$C_V = -T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_S \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V.$$

Полученные выше дифференциальные уравнения термодинамики связывают величины, которые характеризуют термические и калорические свойства веществ.

По параметрам, определяемым экспериментально, путем интегрирования дифференциальных уравнений можно получить неизвестные термодинамические параметры.

## Глава 6

### ВОДЯНОЙ ПАР И ЕГО СВОЙСТВА

#### § 6.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Парообразованием называется процесс превращения вещества из жидкого состояния в газообразное.

Испарением называется парообразование, которое происходит только с поверхности жидкости. С увеличением температуры интенсивность испарения возрастает.

Кипением называется такой процесс превращения жидкости в пар, который происходит не только с поверхности жидкости, но и внутри нее, т.е. это процесс парообразования во всей массе жидкости. Кипение происходит при определенной температуре, зависящей от рода жидкости и от ее давления. Процесс кипения осуществляется при подводе к жидкости теплоты при неизменном давлении.

Под конденсацией понимается процесс перехода вещества из газообразного состояния в жидкое. Процесс конденсации происходит при отводе от пара теплоты при неизменном давлении. Конденсация, так же как и процесс кипения, происходит при постоянной температуре.

Сублимацией (возгонкой) называется процесс перехода вещества из твердого состояния в газообразное. Обратный процесс перехода газа в твердое состояние называется десублимацией.

При парообразовании в неограниченном пространстве вся жидкость может превратиться в пар. Если процесс парообразования происходит в закрытой емкости, то между процессами парообразования и обратного перехода пара в жидкость может наступить равновесие. Пар в таком состоянии принимает максимальную плотность при данной температуре и давлении и называется насыщенным. Следовательно, насыщенный пар это пар, находящийся в равновесном состоянии с жидкостью, из которой он получается. При изменении температуры жидкости равновесие нарушается, что приводит к соответствующему изменению плотности и давления насыщенного пара.

При испарении всей жидкости получается сухой насыщенный пар, который не содержит частиц жидкой фазы. Температура и объем сухого насыщенного пара являются функциями давления, поэтому его состояние определяется лишь одним параметром - давлением или температурой.

Насыщенный пар, который содержит мельчайшие капельки жидкости, называется влажным насыщенным паром.

Отношение массы сухого насыщенного пара  $m_c$ , содержащегося во влажном паре, к общей массе (пар + жидкость) влажного насыщенного пара  $m_c + m_{ж}$  называется степенью сухости пара (паросодержанием)  $x$ , т.е.

$$x = \frac{m_c}{m_c + m_{ж}} = \frac{m_c}{m_{в}}$$

где  $m_{в} = m_c + m_{ж}$  - масса влажного пара;  $m_{ж}$  - масса жидкости во влажном паре.

Таким образом, степень сухости определяет долю сухого насыщенного пара во влажном паре.

Массовая доля жидкости во влажном паре называется степенью влажности пара и обозначается  $(1-x)$ .

Степень сухости  $x$  может меняться в пределах от нуля до единицы. Например, для кипящей жидкости при температуре насыщения (температуре кипения при данном давлении)  $x=0$ , а для сухого насыщенного пара  $x=1$ .

Если к сухому насыщенному пару подводить теплоту, то температура его будет возрастать и пар становится перегретым. Разность между температурой  $t_n$  перегретого пара и температурой  $t_s$  сухого насыщенного пара называется степенью перегрева. Перегретый пар является ненасыщенным. При данном давлении его плотность меньше плотности сухого насыщенного пара, а удельный объем больше. Чем выше степень перегрева, тем больше по своим свойствам перегретый пар приближается к газу.

§ 6.2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ФАЗОВАЯ  $pT$ - ДИАГРАММА.  
УРАВНЕНИЕ КЛАПЕЙРОНА - КЛАУЗИУСА

Вещество в зависимости от температуры и давления может находиться в твердой, жидкой и газообразной фазе.

Фазовым переходом называется процесс, сопровождающийся затратой теплоты и изменением объема, в котором происходит изменение агрегатного состояния вещества. Переход из одного агрегатного состояния в другое удобно рассматривать на  $pT$ - диаграмме (рис. 6.1).

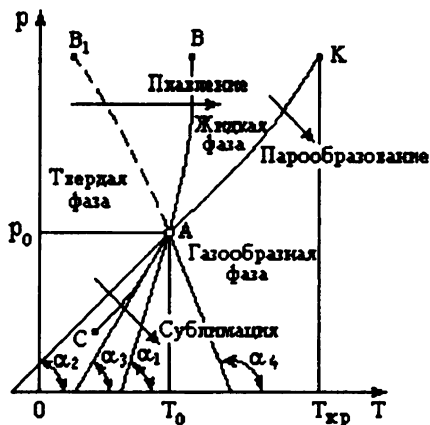


Рис. 6.1

Если в качестве независимого параметра взять температуру, то на  $pT$ - диаграмме будут иметь место три характерные линии

$$p = f_1(T); \quad p = f_2(T); \quad p = f_3(T).$$

Эти линии представляют собой геометрическое место точек, в которых находится в равновесном состоянии любая пара из трех агрегатных состояний вещества.

Линия  $p = f_1(T)$  (линия  $AK$  на рис.6.1.) соответствует равновесному состоянию жидкой и газообразной (парообразной) фаз. Эту линию еще называют линией испарения (или по обратному процессу - линией конденсации). Линия  $p = f_2(T)$  (линия  $AC$ ) соответствует равновесному состоянию твердой и газообразной фаз. Это линия сублимации (или по обратному процессу - десублимации). На линии  $p = f_3(T)$  (линия  $AB$ ) находятся в равновесии твердая и жидкая фазы. Эта линия называется линией плавления (или по обратному процессу - затвердевания).

Переход из одного агрегатного состояния в другое при данной температуре будет происходить при строго определенных давлениях или при данном давлении при строго определенных температурах. Если, например, какое-либо вещество превращается из жидкого состояния в парообразное при определенном давлении, то его температура будет неизменной до тех пор, пока вся жидкость не превратится в пар. Аналогичные процессы будут происходить и на линиях плавления и сублимации.

Температура, при которой происходит переход вещества из твердого состояния в жидкое, называется температурой плавления (затвердевания). Количество теплоты, отбираемое в этом процессе, называется теплотой плавления (при затвердевании эта же теплота будет выделяться).

Температура перехода вещества из жидкого состояния в газообразное называется температурой кипения (при данном давлении) или - температурой конденсации в обратном процессе. Количество теплоты, поглощаемое в этом процессе, называется теплотой парообразования (при конденсации это же количество теплоты будет выделяться).

Температура перехода вещества из твердого состояния в газообразное называется температурой сублимации, а количество теплоты, подведенной в этом процессе, называется теплотой сублимации. Обратный переход - десублимация будет сопровождаться выделением этого же количества теплоты.

Кривая, на которой в зависимости от температуры и давления происходит переход из жидкого состояния в газообразное, заканчивается в точке  $K$ , называемой критической точкой. В этой точке исчезает физическое различие между жидким и газообразным состоянием вещества. Обоснование наличия критической точки наиболее наглядно можно проследить на  $pV$ - диаграмме водяного пара (рис.6.2.).

Увеличение давления приводит к увеличению температуры кипения. При этом объем  $V''$  газообразной фазы уменьшается, а объем жидкой фазы  $V'$  возрастает. При некотором давлении ( $p = p_{кр} = 22.12$  МПа - для воды) эти два объема оказываются одинаковыми, что и наблюдается в критической точке, которой соответствует определенная для каждого вещества критическая температура (для воды  $t_{кр} = 374.16$  °С, см § 6.3 ). Следовательно, в критической точке сухой пар имеет такую же плотность, что и кипящая вода и, таким образом, исчезает различие между жидкой и паровой фазами.

Все три кривые равновесного состояния различных фаз вещества пересекаются в некоторой определенной для каждого вещества точке, называемой тройной точкой (точка  $A$  на рис.6.1 ). В этой точке в термодинамическом равновесии находятся три различные фазы вещества - твердая, жидкая и газообразная, т.е. пропадает различие между этими тремя фазами.

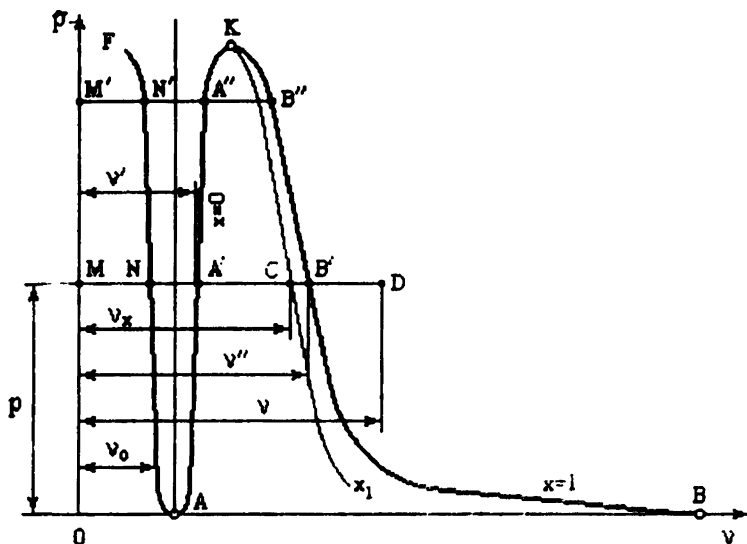


Рис. 6.2

Отметим некоторые особенности фазовых переходов.

Теплоемкость  $c_p$  в процессе фазового перехода равна бесконечности

$$c_p = \frac{dq}{dT} = \infty,$$

так как  $dq \neq 0$ ,  $dT = 0$ .

Коэффициенты изобарного (объемного) расширения  $\alpha$  (2.12) и изотермического сжатия  $\gamma$  равны бесконечности

$$\alpha = \frac{1}{v_0} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \infty; \quad \gamma = -\frac{1}{v_0} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_T = \infty.$$

так как  $dv \neq 0$ ;  $dT = 0$ ;  $dp = 0$ .

Значительный интерес представляет уравнение Клапейрона-Клаузиуса, связывающее термические величины (температура, давление, удельный объем) с калорическими (теплота фазового перехода). Это уравнение имеет вид (вывод см. в [13])

$$q = T(v'' - v') \frac{dp}{dT},$$

где  $q$  - теплота фазового перехода;  $v'$  - удельный объем жидкости или твердого тела;  $v''$  - удельный объем пара;  $dp/dT$  - производная от давления по температуре, взятая на кривой фазового перехода.

Уравнение Клайперона - Клаузиуса может быть применено ко всем изменениям агрегатного состояния веществ. В общем виде оно характеризует изменение давления фаз, находящихся в равновесии, от температуры. Но физический смысл входящих в это уравнение величин в каждом отдельном случае различен.

В случае плавления твердого тела (кривая  $AB$  на рис. 6.1) величины из уравнения Клайперона-Клаузиуса будут иметь следующий физический смысл:  $q$  - удельная теплота плавления;  $v'$  - удельный объем твердого тела;  $v''$  - удельный объем жидкости. В случае газообразования (кривая  $AK$ ):  $q$  - удельная теплота парообразования;  $v'$  - удельный объем кипящей жидкости;  $v''$  - удельный объем сухого насыщенного пара. При сублимации (кривая  $AC$ ):  $q$  - удельная теплота сублимации;  $v'$  - удельный объем твердого тела;  $v''$  - удельный объем сухого насыщенного пара.

С помощью уравнения Клапейрона - Клаузиуса можно установить наклон линий плавления, испарения и сублимации в тройной точке. Запишем это уравнение в виде

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q}{T(v'' - v')}$$

Так как величины  $q$ ,  $T$ ,  $(v'' - v')$  для всех веществ всегда положительны (за исключением воды ввиду ее аномальности), то

$$\frac{dp}{dT} = \text{tg} \alpha > 0.$$

Отсюда следует, что углы наклона  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  касательных кривых  $AB$ ,  $AK$  и  $AC$  в точке  $A$  к оси  $T$  будут меньше  $90^\circ$  (рис.6.1).

Для воды вследствие ее аномальности объем воды в момент фазового перехода меньше объема льда  $v'' - v' < 0$ . Поэтому величина  $dp/dT$  из уравнения Клайперона - Клаузиуса будет отрицательной и следовательно угол наклона  $\alpha_4$  кривой плавления льда (кривая  $AB_1$ ) будет больше  $90^\circ$ .

Таким образом, для всех нормальных жидкостей  $(v'' - v') > 0$  и все линии фазовых превращений отклоняются вправо. Для воды кривая  $AB_1$  равновесного состояния твердой и жидкой фаз с повышением давления отклоняется в сторону меньших температур (влево).

### § 6.3. $pV$ - ДИАГРАММА ВОДЯНОГО ПАРА

На рис. 6.2. представлена фазовая  $pV$  - диаграмма, которая представляет собой график зависимости удельного объема воды и водяного пара от давления (см. § 2.5).

Кривая  $AF$  представляет зависимость удельного объема воды от давления при температуре  $t = 0^\circ \text{C}$ , т.е. это есть изотерма воды при нулевой температуре. Область, заключенная между этой изотермой и осью ординат, является

областью равновесного сосуществования жидкой и твердой фаз. Кривая  $AF$  почти параллельна оси ординат, так как вода практически несжимаемая жидкость. Поэтому удельный объем  $v_0$  воды в процессе сжатия изменяется незначительно.

При нагреве воды при некотором постоянном давлении  $p$  удельный объем будет увеличиваться и при достижении температуры кипения в точке  $A'$  удельный объем  $v'$  жидкости становится максимальным. С увеличением давления температура кипения возрастает и удельный объем  $v'$  в точке  $A''$  будет больше, чем в точке  $A'$ .

Зависимость удельного объема  $v'$  от давления на  $p$ - $v$ - диаграмме изображается кривой  $AK$ , называемой пограничной кривой жидкости. Встуду на этой кривой степень сухости  $x=0$ .

Дальнейший подвод к жидкости теплоты при неизменном давлении приводит к процессу парообразования (линия  $A' B'$ ), который заканчивается в точке  $B'$ . Пар в этой точке будет сухим насыщенным с удельным объемом  $v''$ . Процесс  $A' B'$  является одновременно изобарным и изотермическим.

Зависимость удельного объема  $v''$  от давления представлена кривой  $KB$ , которая называется пограничной кривой пара. На этой кривой степень сухости  $x=1$ .

Если в состоянии, характеризуемом точкой  $B'$  (или  $B''$  при большем давлении), к пару подводить теплоту, то его температура и удельный объем будут увеличиваться. Линия  $B' D$  представляет процесс перегрева пара.

Таким образом, кривые  $AK$  и  $KB$  делят область диаграммы на три части. Левее кривой  $AK$  расположена область жидкости. Между кривыми  $AK$  и  $KB$  расположена область двухфазной системы, включающей пар и жидкость (пароводяная смесь). Правее кривой  $KB$  и выше точки  $K$  расположена область перегретого пара.

Точка  $K$  называется критической точкой (см. §2.5 и §6.2). Параметры критической точки для воды:  $t_k = 374,16^\circ\text{C}$ ;  $p_k = 22,12 \text{ МПа}$ ;  $v_k = 0,0032 \text{ м}^3/\text{кг}$ ;  $i_k = 2095,2 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ .

Точка  $A$  характеризует состояние кипящей жидкости в тройной точке (см. § 6.2). Температура кипения воды в этой точке  $t_0 = 0,001^\circ\text{C} \approx 0^\circ\text{C}$ . Если в состоянии, характеризуемом тройной точкой, к жидкости подводить теплоту, то процесс кипения будет происходить по изобаре являющейся одновременно нулевой изотермой, которая при выбранном масштабе изображения кривых практически совпадает с осью абсцисс.

Между кривыми  $x=0$  и  $x=1$  расположены кривые промежуточных степеней сухости. Все они исходят из точки  $K$ . Одна из таких кривых со степенью сухости  $x=x_1$  приведена на рис. 6.2.



Удельное количество работы  $l = \int p dv$ , полученной в процессе или цикле на  $p v$ -диаграмме изображается соответствующей площадью под кривой процесса или внутри цикла (см. рис. 6, 7а, 6, 8а, 6, 9а).

#### § 6.4. $T_s$ - ДИАГРАММА ВОДЯНОГО ПАРА

Процесс нагрева воды от  $0,01^\circ\text{C} = 273,16\text{ K}$  до температуры кипения при давлении  $p_1 = \text{const}$  характеризуется линией  $AaA_1$ . Линия  $A_1B_1$  является процессом парообразования и линия  $B_1D_1$  - процессом перегрева пара (рис. 6.3.). Если нанести на  $T_s$ - диаграмме ряд таких изобарных процессов и соединить точки, в которых начинается и заканчивается процесс кипения, то получим две пограничные кривые  $AK$  - кривая начала кипения ( $x=0$ ) и  $KB$  - кривая окончания кипения (кривая сухого пара  $x=1$ ), которые сходятся в критической точке  $K$ .

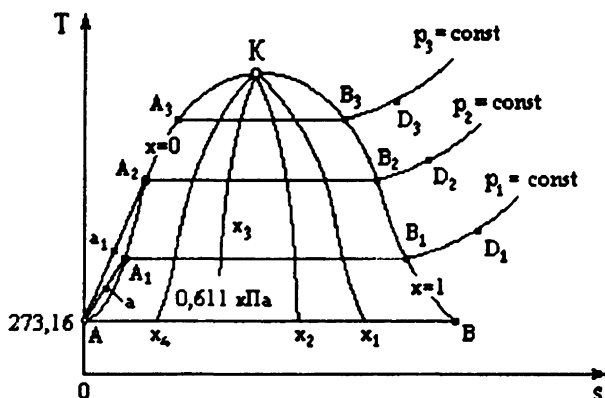


Рис. 6.3

Точка  $A$  здесь является тройной точкой (см. § 6.2, 6.3) которой соответствует изобара  $P_0 = 0,611 \text{ кПа}$  и изотерма  $t_0 = 0,01^\circ\text{C} = 273,16\text{ K}$ .

Пограничные кривые  $AK$  и  $KB$  делят область диаграммы на три части. Левее кривой  $AK$  расположена область жидкости. Между кривыми  $AK$  и  $BK$  - область влажного пара (пароводяной смеси). Правее кривой  $KB$  и выше точки  $K$  находится область перегретого пара. Кривая  $AK$  берет свое начало в тройной точке  $A$ , расположенной на оси ординат, т.е. считается, что удельная энтропия при температуре  $273,16^\circ\text{C}$  близка к нулю. Изобары нагрева воды  $AaA_1, Aa_1A_2$  до температуры кипения соответственно при давлениях  $p_1$  и  $p_2$  даны как для нормальной жидкости, т.е. без учета аномальности воды, имеющей максимальную плотность при температуре  $t = 4^\circ\text{C}$ . Это допущение

незначительно влияет на точность при расчетах. Давлению в тройной точке  $p = 0,611$  кПа соответствует изобара  $AB$ .

Между кривыми  $AK$  и  $KB$  нанесены кривые промежуточных степеней сухости  $x_1, x_2, x_3, x_4$ . Все эти кривые сходятся в критической точке  $K$ , где исчезает различие между жидкой и паровой фазами, т.е. сухой пар и кипящая вода имеют одинаковую плотность.

Удельное количество теплоты  $q = \int T ds$ , сообщаемое рабочему телу, на  $Ts$ - диаграмме изображается площадью под кривой процесса (см. рис. 6.6б, 6.7б, 6.8б). Удельная работа обратимого цикла  $l = q_1 - q_2$  также может быть найдена в виде площади цикла. Таким образом, с помощью  $Ts$ - диаграммы достаточно просто можно найти термический кпд  $\eta_t = (q_1 - q_2) / q_1$  обратимого цикла.

Удобство  $Ts$ - диаграммы в том, что она позволяет проследить изменение температуры рабочего тела и находить количество теплоты, участвующее в процессе. К неудобствам диаграммы следует отнести необходимость измерения соответствующих площадей.  $Ts$ - диаграмма широко применяется при исследовании паросиловых и холодильных установок, обеспечивая наиболее наглядное изображение процессов.

### § 6.5. $is$ - ДИАГРАММА ВОДЯНОГО ПАРА

$is$ - диаграмма является наиболее удобной для расчетных целей. Это связано с тем, что удельные количества теплоты и работы изображаются не площадями, как это имеет место в  $Ts$ - и  $p\nu$ - диаграммах, а отрезками линий (рис. 6.4).

За начало координат в  $is$ - диаграмме принято состояние воды в тройной точке, где  $s_0 = 0$  (допущение)  $i_0 = 0$ . По оси абсцисс откладывается удельная энтропия, а по оси ординат - удельная энтальпия. На основе данных таблиц водяного пара на диаграмму наносятся пограничные кривые жидкости ( $AK$ ) и пара ( $KB$ ) (соответственно нулевой  $x=0$  и единичной  $x=1$  степени сухости), сходящиеся в критической точке  $K$ . Пограничная кривая жидкости выходит из начала координат.

Изобары ( $p = const$ ) в области влажного пара являются прямыми наклонными линиями, берущими начало на пограничной кривой нулевой степени сухости, к которой они касательны. В этой области изобары и изотермы совпадают, т.е. они имеют одинаковый коэффициент наклона к оси абсцисс. Для любой изобары - изотермы

$$tg \varphi = \left( \frac{di}{ds} \right)_p = \left( \frac{dq}{ds} \right)_p = \left( \frac{T_s ds}{ds} \right)_p = T_s.$$

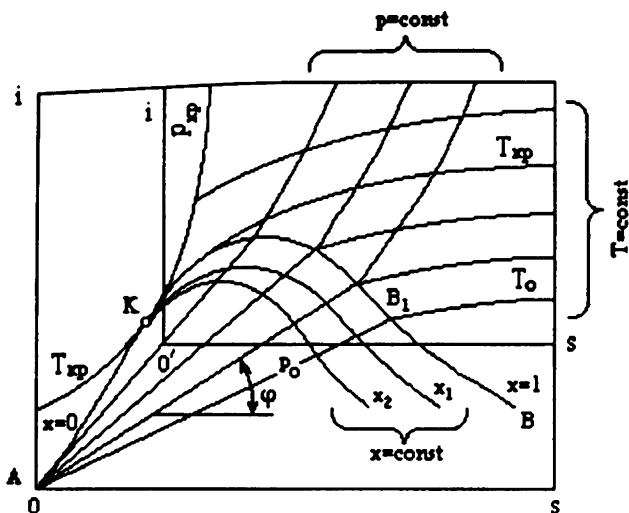


Рис. 6.4

где  $\varphi$  - угол наклона изобар к оси  $s$ ,  $T_s$  - температура насыщения, неизменная для данного давления всюду между пограничными кривыми  $AK$  и  $KB$ .

В области перегретого пара (правее и выше кривой  $x=1$ ) изобары имеют вид кривых отклоняющихся вверх с выпуклостью, направленной вниз. Изотермы в этой области отклоняются вправо и их выпуклость направлена вверх. Изобара  $AB_1$  соответствует давлению в тройной точке  $p_0=0,000611$  МПа. Область диаграммы, расположенная ниже тройной точки, характеризует различные состояния смеси пара и льда.

Между кривыми  $AK$  и  $KB$  наносится сетка линий постоянной степени сухости ( $x=const$ ) пара, сходящихся в критической точке  $K$ .

Кроме того, на диаграмму наносится сетка изохор, имеющих вид кривых, поднимающихся вверх (как в области влажного, так и в области перегретого пара) более круто, чем изобары. На  $is$ -диаграмме рис. 6.3. изохоры не приведены.

В практических расчетах обычно используется лишь область диаграммы, расположенная в правом верхнем углу. В связи с чем, начало координат переносится из точки  $0$  в точку  $O'$ , что дает возможность изображать диаграмму в большем масштабе.

Диаграмма  $is$  широко применяется для расчета процессов с водяным паром. Общий метод состоит в следующем.

1. По заданным начальным параметрам, характеристике процесса и заданному конечному параметру в  $is$ -диаграмме находится график процесса.

2. По начальной и конечной точкам процесса находятся все основные параметры пара в этих точках.

3. Определяется изменение внутренней энергии по формуле

$$\Delta u = (u_2 - u_1) = (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1).$$

4. Определяется теплота процесса по формулам:

а) процесс  $v = \text{const}$   $q = u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - v(p_2 - p_1)$ ;

б) процесс  $p = \text{const}$   $q = i_2 - i_1$ ;

в) процесс  $T = \text{const}$   $q = T(s_2 - s_1)$ ;

г) процесс  $s = \text{const}$   $q = 0$ .

5. Определяется удельная работа по формуле

$$l = q - \Delta u.$$

Все рассмотренные выше диаграммы в  $p$ - $v$ -,  $T$ - $s$ - и  $i$ - $s$  - координатах в соответствующих масштабах строятся на основе таблиц параметров, полученных из опытных и теоретических данных. Наиболее точные таблицы для водяного пара разработаны в Московском энергетическом институте под руководством проф. М.П.Вукаловича [9, 16].

## § 6.6. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВОДЫ И ВОДЯНОГО ПАРА

Ввиду практической несжимаемости воды можно допустить, что удельный объем воды при  $^{\circ}\text{C}$  не зависит от давления и равен  $v'_0 = 0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$ . При температуре  $^{\circ}\text{C}$  и соответствующем давлении насыщения  $p = 0,000611 \text{ МПа}$  внутренняя энергия, энтальпия и энтропия условно принимаются равными нулю.

$$u'_0 = 0, \quad i'_0 = 0, \quad s'_0 = 0.$$

Количество теплоты, которое требуется для нагрева воды от  $0^{\circ}\text{C}$  до температуры кипения при постоянном давлении определяется по формуле

$$q' = c_p(t_s - t_0) \quad (6.1)$$

или при  $t_0 = 0$

$$q' = c_p t_s,$$

где  $c_p$  - средняя теплоемкость воды в интервале температур от  $0^{\circ}\text{C}$  до температуры кипения  $t_s$  при данном давлении ( $c_p = 4,1865 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ ).

Первый закон термодинамики для изобарного процесса подогрева воды имеет вид

$$q' = u' - u'_0 + l', \quad (6.2)$$

где  $u'$  - внутренняя энергия воды при температуре кипения;  $u'_0 = 0$ ;  $l'$  - работа расширения воды при ее нагреве, определяемая по формуле

$$l' = p(v' - v'_0),$$

где  $v'_0$  - удельный объем воды при температуре  $0^\circ \text{C}$ ;  $v'$  - удельный объем при температуре кипения. Так как удельный объем воды при ее нагреве изменяется незначительно (см. рис.6.2), то можно принять  $l' \approx 0$ . Тогда из (6.2.) получим

$$q' \approx u'.$$

Количество теплоты, необходимое для нагрева воды до температуры кипения, может быть найдено также по формуле

$$q' = i' - i'_0,$$

пкти, так как  $i'_0 = 0$

$$q' = i'$$

где  $i'$  - удельная энтальпия воды при температуре кипения. На графике рис. 6.5  $i'$  определяется площадью под кривой процесса 1-2.

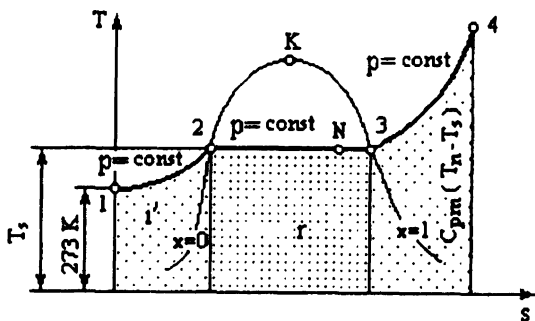


Рис. 6.5

Увеличение энтропии жидкости при ее нагреве от  $0^\circ \text{C}$  до температуры кипения находится по формуле

$$\Delta s = s' - s'_0 = s', \quad (6.3)$$

где  $s'_0 = 0$ ;  $s'$  - энтропия воды при температуре кипения.

Согласно второму закону термодинамики для обратимых процессов

$$ds = \frac{dq}{T}.$$

Так как  $dq = c_p dT$ , то

$$ds = c_p \frac{dT}{T}, \quad (6.4)$$

где  $c_p = 4,1865 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ .

Учитывая (6.4), формула (6.3) будет

$$s' = \int_{273,16}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} = c_p \ln \frac{T_2}{273,16} = 4,1865 \frac{T_2}{273,16}.$$

Количество теплоты, затрачиваемое на превращение в пар 1 кг воды, нагретой до температуры кипения, называется удельной теплотой парообразования и обозначается  $r$ . Теплота парообразования зависит от температуры и давления и с их возрастанием он уменьшается, обращаясь в ноль в критической точке.

По первому закону термодинамики

$$r = u'' - u' + l'',$$

где  $u''$  - внутренняя энергия сухого насыщенного пара,  $l'' = p(v'' - v')$  - работа расширения в процессе парообразования (работа против внешних сил).

Разность энергий  $u'' - u'$  называется внутренней теплотой парообразования. Таким образом, теплота парообразования затрачивается на работу против внутренних и внешних сил.

Так как процесс парообразования идет при постоянном давлении, то

$$r = i'' - i',$$

где  $i''$  - энтальпия сухого насыщенного пара.

Теплота парообразования  $r$  в  $Ts$ - координатах определяется площадью под линией процесса 2-3 (рис.6.5).

Удельная энтропия сухого насыщенного пара определяется по формуле

$$s'' - s' = \frac{r}{T_s},$$

или

$$s'' = s' + \frac{r}{T_s}.$$

Если при парообразовании получается влажный пар со степенью сухости  $x$ , например в точке V (рис.6.5), его энтропия  $s_x$  будет

$$s_x - s' = \frac{rx}{T_s}.$$

или

$$s_x = s' + \frac{rx}{T_s}.$$

Степень сухости влажного пара при данном давлении будет

$$x = \frac{s_x - s'}{s'' - s'}.$$

Связь между удельными объемами жидкости и пара на линии насыщения (линия АК, рис.6.2)  $v'$  и  $v''$ , давлением насыщенного пара  $p_s$ , температурой насыщения  $T_s$  и скрытой удельной теплотой парообразования  $r$ , устанавливается уравнением Клапейрона - Клаузиуса (см § 6.2)

$$\frac{dp_s}{dT_s} = \frac{r}{T_s(v'' - v')}.$$

Удельный объем влажного насыщенного пара при известной степени сухости находится по формуле

$$v_x = (1-x)v' + xv'' . \quad (6.5)$$

Так как удельный объем воды  $v'$  мал по сравнению с удельным объемом пара  $v''$ , то при достаточно больших степенях сухости ( $x = 0,9$  и более) и невысоких давлениях первым членом в формуле (6.5) можно пренебречь. Тогда

$$v_x = xv'' .$$

Удельная энтальпия влажного насыщенного пара ( $x < 1$ ) находится по формуле

$$i_x = (1-x)i' + xi'' = i' + x(i'' - i') .$$

Учитывая, что  $r = i'' - i'$ , последняя формула будет

$$i_x = i' + rx ,$$

где  $rx$  - теплота, расходуемая на превращение кипящей воды во влажный насыщенный пар со степенью сухости  $x$  ( $p = const$ ).

Для перегретого пара характерно то, что его температура выше температуры насыщения  $T_s$  (при  $p_s = const$ ) и удельный объем его больше удельного объема сухого насыщенного пара.

Количество теплоты, затрачиваемое для перевода сухого насыщенного пара ( $p_s = const$ ) в перегретый с температурой  $T_n$ , называется теплотой перегрева, определяемой по формуле

$$q_n = \int_{T_s}^{T_n} c_p dT ,$$

или

$$q_n = c_{pm}(T_n - T_s) ,$$

где  $c_{pm}$  - средняя массовая изобарная теплоемкость перегретого пара. Величина  $q_n$  в  $Ts$ -диаграмме определяется площадью под кривой 3-4 (рис. 6.5).

Формула для энтальпии перегретого пара будет

$$i_n = i'' + q_n = i' + r + c_{pm}(T_n - T_s) .$$

Эта величина называется полной теплотой перегретого пара.

Теплоту перегрева  $q_n$  можно также найти по первому закону термодинамики

$$q_n = u_n - u'' + l ,$$

где  $u_n - u''$  - изменение внутренней энергии в процессе перегрева;  $l = p(v_n - v'')$  - работа расширения в изобарном процессе расширения пара. Изменение энтропии в процессе перегрева пара будет

$$s_n - s'' = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dq_n}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p dT}{T} = c_{pm} \ln \frac{T_n}{T_1}.$$

Отсюда, учитывая, что

$$s'' = s' + \frac{r}{T_1} = 4,1865 \ln \frac{T_1}{273,16} + \frac{r}{T_1},$$

получим

$$s_n = 4,1865 \ln \frac{T_n}{273,16} + \frac{r}{T_1} + c_{pm} \ln \frac{T_n}{T_1}.$$

Все рассмотренные выше параметры влажного, сухого насыщенного и перегретого паров в зависимости от температуры и давления приводятся в специальных таблицах водяного пара [9, 16].

### § 6.7. ПРОЦЕССЫ ИЗМЕНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ВОДЯНОГО ПАРА В $pv$ -, $Ts$ - И $is$ - ДИАГРАММАХ

Для анализа работы паросиловых установок важное значение имеют изохорный, изобарный, изотермический и адиабатный процессы.

Изохорный процесс ( $v = const$ ) в  $pv$ -,  $Ts$ - и  $is$ - диаграммах представлен на рис. 6.6.

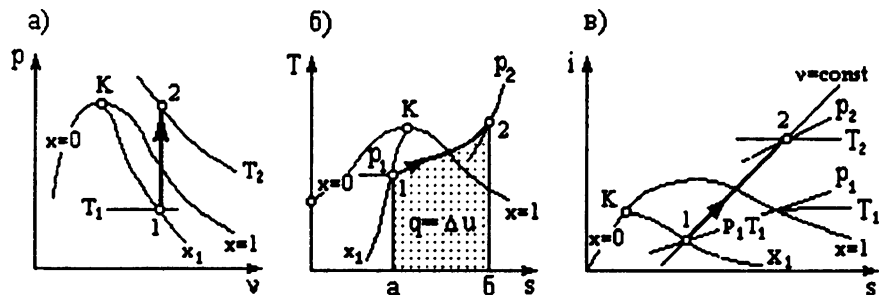


Рис. 6.6

На  $pv$ - диаграмме изохорный процесс изображается отрезком прямой, параллельной оси ординат (рис. 6.6а). На  $Ts$ - диаграмме процесс изображается кривой линией, которая направлена выпуклостью вверх в области влажного пара и вниз - в области перегретого пара (рис. 6.6б). В  $is$ - диаграмме изохора является кривой линией с выпуклостью вниз (рис. 6.6в).



В изохорном процессе внешняя работа равна нулю, и вся теплота, подведенная к рабочему телу, расходуется на изменение внутренней энергии, т.е.

$$dq = du,$$

или

$$q = \int_1^2 du = u_2 - u_1.$$

Так как  $i = u + pv$ , то

$$q = i_2 - i_1 - v(p_2 - p_1). \quad (6.6)$$

Все необходимые параметры для расчета количества теплоты по формуле (6.6) могут быть найдены с помощью  $is$ -диаграммы (рис. 6.6в). Для этого следует найти лишь положения начальной и конечной точек процесса (точки 1 и 2) и определить все величины, входящие в формулу (6.6).

Количество теплоты, переданное рабочему телу в изохорном процессе, определяется площадью под кривой процесса в  $Ts$ -диаграмме (рис. 6.6б).

Изобарный процесс ( $p = \text{const}$ ) в  $pv$ -,  $Ts$ -, и  $is$ -диаграммах представлен на рис. 6.7.

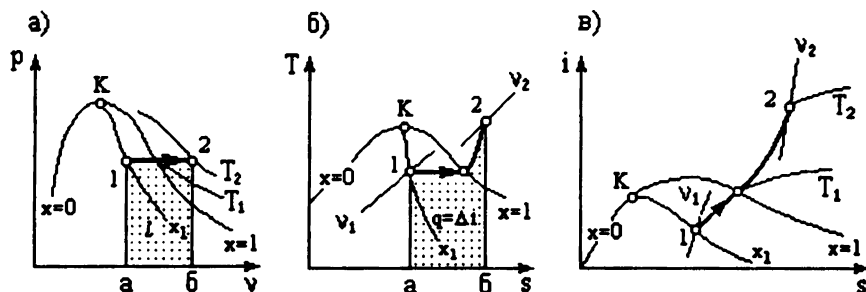


Рис. 6.7

В  $pv$ -диаграмме он изображается линией, параллельной оси абсцисс (рис. 6.7а), в  $Ts$ -диаграмме - горизонтальной прямой в области влажного пара и кривой, имеющей выпуклость вниз, - в области перегретого пара (рис. 6.7б). В  $is$ -диаграмме изобарный процесс представляется прямой линией в области насыщенного пара и кривой с выпуклостью вниз - в области перегретого пара.

Работа в изобарном процессе определяется по формуле

$$l = p(v_2 - v_1) = q - \Delta u$$

и численно равна площади под линией процесса в  $pv$ -диаграмме (рис. 6.7а).

Подведенное удельное количество теплоты определяется по формуле

$$q = i_2 - i_1$$

и численно равно площади под кривой изобарного процесса в  $Ts$ -диаграмме (рис. 6.7б).

Изменение внутренней энергии в изобарном процессе находится в виде

$$\Delta u = u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - p(v_2 - v_1).$$

Изотермический процесс ( $T = \text{const}$ ) в  $pv$ -,  $Ts$ -, и  $is$ -диаграммах представлен на рис. 6.8. В  $pv$ -диаграмме изотерма в области влажного пара идет параллельно оси абсцисс (совпадая с изобарой), а в области перегретого пара она изображается кривой с выпуклостью вниз (рис. 6.8а). В  $Ts$ -диаграмме изотерма представляется линией, параллельной оси абсцисс (рис. 6.8б). В  $is$ -диаграмме в области влажного пара изотерма имеет вид прямой линии, совпадающей с изобарой и пересекающей кривые постоянных степеней сухости  $x$ , а в области перегретого пара она изображается кривой с выпуклостью, направленной вверх.

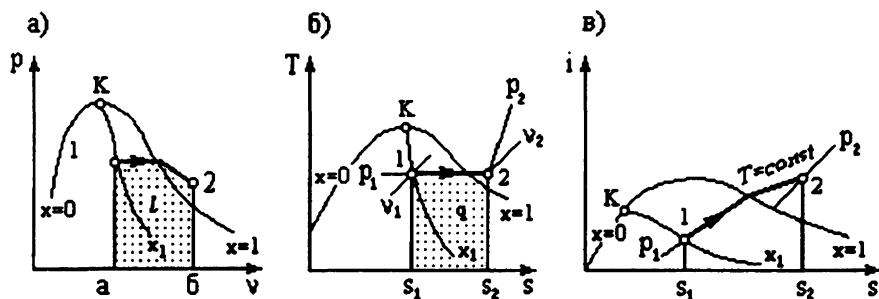


Рис. 6.8

Работа в изотермическом процессе определяется по формуле

$$l = q - \Delta u$$

и численно равна площади под кривой процесса в  $pv$ -диаграмме (рис. 6.8а).

Подведенное в процессе удельное количество теплоты

$$q = T(s_2 - s_1)$$

определяется площадью под кривой процесса в  $Ts$ -диаграмме (рис. 6.8б).

Изменение внутренней энергии будет

$$\Delta u = u_2 - u_1 = (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1),$$

где все необходимые параметры могут быть найдены на  $pv$ -,  $Ts$ -, и  $is$ -диаграммах.

Адиабатный процесс ( $dq = 0$ ) в  $pv$ -,  $Ts$ -, и  $is$ -диаграммах представлен на рис. 6.9. В  $pv$ -диаграмме он имеет вид кривой линии с выпуклостью, на-

правленной вниз (рис. 6.9а). В  $Ts$ - и  $is$ - диаграммах адиабатный процесс изображается линией, параллельной оси ординат (рис. 6.9б, 6.9в).

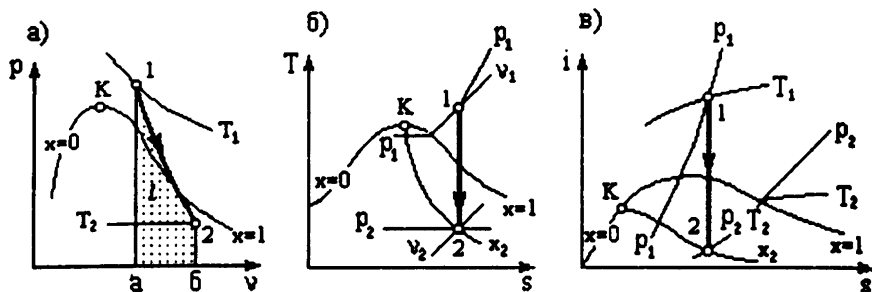


Рис. 6.9

Удельная работа и изменение внутренней энергии в адиабатном процессе находятся по соотношениям

$$l = u_1 - u_2 = (i_1 - p_1 v_1) - (i_2 - p_2 v_2);$$

$$\Delta u = (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1).$$

### § 6.8. ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ. АБСОЛЮТНАЯ ВЛАЖНОСТЬ, ВЛАГОСОДЕРЖАНИЕ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЛАЖНОСТЬ ВОЗДУХА

В атмосферном воздухе всегда есть влага в виде водяного пара. Смесь сухого воздуха с водяным паром называется влажным воздухом. Водяной пар в воздухе может быть в насыщенном или перегретом состоянии. Соответственно этому влажный воздух бывает:

1. Насыщенным влажным воздухом - смесь сухого воздуха с насыщенным водяным паром.
2. Ненасыщенным влажным воздухом - смесь сухого воздуха с перегретым водяным паром.

Температура, до которой нужно охладить ненасыщенный влажный воздух, чтобы он стал насыщенным, называется температурой точки росы. При дальнейшем охлаждении влажного воздуха происходит конденсация пара.

Расчет процессов с влажным воздухом проводится при условии, что количество сухого воздуха не изменяется и равно  $M_s = \text{const} = 1 \text{ кг}$ . Переменной величиной является лишь количество содержащегося в смеси пара. Поэтому все характеризующие влажный воздух удельные величины относятся к 1 кг сухого воздуха, а не к 1 кг смеси.

Давление влажного воздуха определяется в виде суммы парциальных давлений воздуха и водяного пара

$$p = p_s + p_n.$$

Абсолютной влажностью называется масса пара, содержащегося в 1 м<sup>3</sup> влажного воздуха. Так как влажный воздух представляет из себя газовую смесь, то объем пара в смеси равен объему всей смеси. Следовательно, абсолютная влажность может быть выражена через плотность пара  $\rho_n$  в смеси при своем парциальном давлении  $p_n$

$$\rho_n = \frac{M_n}{V_n} = \frac{M_n}{V_{см}},$$

где  $M_n$  - масса пара.

Для нахождения состояния влажного воздуха в части его насыщенности влагой пользуются понятием влагосодержания. Под влагосодержанием  $d$  понимается величина отношения массы пара, содержащегося во влажном воздухе, к массе сухого воздуха

$$d = \frac{M_n}{M_s} = \frac{\rho_n}{\rho_s}, \text{ [кг/кг] или [г/кг].}$$

Выведем формулу для определения влагосодержания через парциальное давление пара  $p_n$  и давление влажного воздуха  $p$ . Для этого воспользуемся уравнениями состояния для сухого воздуха и водяного пара, содержащихся в 1 м<sup>3</sup> влажного воздуха.

$$p_s V = M_s R_s T,$$

$$p_n V = M_n R_n T.$$

Разделив почленно первое уравнение на второе, получим

$$\frac{p_s}{p_n} = \frac{M_s R_s}{M_n R_n} = \frac{287,04 M_s}{461,6 M_n} = \frac{0,622}{d}.$$

Учитывая, что  $p_s = p - p_n$ , находим

$$d = 0,622 \frac{p_n}{p - p_n}. \quad (a)$$

Если парциальное давление водяного пара равно давлению насыщения  $p_n = p'_n$ , то

$$d' = 0,622 \frac{p'_n}{p - p'_n},$$

где  $d'$  - максимальное влагосодержание, т.е. максимальное количество пара, которое может находиться в 1 кг сухого воздуха.

Кроме абсолютной влажности пользуются еще понятием относительной влажности. Под относительной влажностью  $\phi$  понимают отношение действи-

тельной абсолютной влажности ненасыщенного воздуха к максимально возможной абсолютной влажности воздуха при той же температуре

$$\varphi = \frac{\rho_n}{\rho_{\max}}$$

Относительная влажность изменяется в пределах от  $\varphi = 0$  (сухой воздух) до  $\varphi = 1$  (воздух, насыщенный влагой).

Из уравнения Клапейрона  $p_n = R_n \rho_n T$ ,  $p_{\max} = R_n \rho_{\max} T$  следует, что

$$\varphi = \frac{p_n}{p_{\max}} \quad (b)$$

Таким образом, если влажный воздух считать идеальным газом, то относительная влажность равна отношению парциального давления водяного пара в нем к максимально возможному давлению водяного пара при одинаковой температуре смеси.

Из уравнений (a) и (b) следует

$$\varphi = \frac{d}{0,622 + d} \cdot \frac{p}{p_{\max}}$$

Отсюда можно заключить, что при  $p = p_{\max}$  относительная влажность зависит только от влагосодержания  $d$ .

Относительная влажность и влагосодержание влажного воздуха могут быть определены с помощью прибора, называемого психрометром. Он состоит из двух термометров - сухого и мокрого. Шарик ртути мокрого термометра покрыт слоем ткани, непрерывно смачиваемой водой. Если влажный воздух, окружающий термометры, будет ненасыщенным, то с поверхности материи мокрого термометра будет испаряться вода, и он покажет более низкую температуру, чем сухой термометр. Дело в том, что мокрый термометр показывает температуру  $t_m$  испаряющейся воды, а сухой - температуру влажного воздуха  $t_c$ . Зная разность  $t_c - t_m$ , по специальным психрометрическим таблицам или по  $i - d$  - диаграмме влажного воздуха, которая будет рассмотрена ниже, можно определить ряд характеристик влажного воздуха (относительную влажность, влагосодержание, точку росы и др.).

### § 6.9. ТЕПЛОЕМКОСТЬ И ЭНТАЛЬПИЯ ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА

Изобарную теплоемкость  $c_p$  обычно относят к 1 кг сухого воздуха или к  $(1+d)$  кг влажного воздуха. Она равна сумме теплоемкостей 1 кг сухого воздуха и  $d$  кг пара

$$c_p = c_{pv} + c_{pn}d,$$

где  $c_{pв}$  - удельная изобарная теплоемкость сухого воздуха;  $c_{pн}$  - удельная изобарная теплоемкость водяного пара.

Можно принять  $c_{pв} \approx 1$  кДж/(кг·К) = const;  $c_{pн} = 1,96$  кДж/(кг·К). Тогда

$$c_p = 1 + 1,96d.$$

Энтальпия влажного воздуха определяется как энтальпия газовой смеси, состоящей из 1 кг сухого воздуха и  $d$  кг водяного пара

$$I = i_s + i_n d,$$

где  $i_s = c_{pв} t \approx t$  - энтальпия сухого воздуха;  $i_n = c_{pвн} t_n + r + c_{pн}(t - t_n)$  - энтальпия водяного пара, находящегося во влажном воздухе в перегретом состоянии;  $t$  - температура влажного воздуха;  $r$  - скрытая теплота парообразования;  $c_{pвн} = 4,19$  кДж/(кг·К) - удельная изобарная теплоемкость воды;  $t_n$  - температура насыщения при парциальном давлении пара в смеси;  $t$  - температура влажного воздуха.

Учитывая, что для  $0 \leq t_n \leq 100^\circ\text{C}$   $r \approx 2500 - 2,3t_n$  кДж/(кг·К);

$$i_n = 4,19t_n + 2500 - 2,3t_n + 1,96(t - t_n) = 2500 + 1,96t, \text{ получим}$$

$$I = t + (2500 + 1,96t)d.$$

### § 6.10. $id$ - ДИАГРАММА ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА

Параметры влажного воздуха можно определить графически, пользуясь  $id$  - диаграммой влажного воздуха, предложенной Л.К.Рамзиным в 1918 г. (рис. 6.10).

На этой диаграмме вертикальные линии - линии влагосодержания  $d$  (г/кг); линии, наклоненные к вертикальным линиям под углом  $45^\circ$ , являются линиями постоянных энтальпий. Кроме того, на диаграмме имеются линии постоянных температур влажного воздуха, кривые относительной влажности  $\varphi$  воздуха, кривая парциальных давлений  $p_n = f(d)$ . Диаграмма обычно строится для какого-либо среднего барометрического давления.

По  $id$  - диаграмме, зная температуру  $t$  и относительную влажность  $\varphi$ , можно определить энтальпию  $i$ , влагосодержание  $d$  и парциальное давление  $p_n$ . По температурам сухого и мокрого термометров можно определить температуру точки росы, т.е. температуру, при которой воздух насыщен водяным паром ( $\varphi = 100\%$ ).

Процесс нагрева влажного воздуха на  $id$  - диаграмме изображается вертикальной прямой линией (линия  $AB$ ) при  $d = \text{const}$ . Процесс охлаждения также протекает при  $d = \text{const}$  и изображается вертикальной прямой (линия  $MO$ ). Этот процесс справедлив только до состояния полного насыщения

( $\varphi = 100\%$ ). При дальнейшем охлаждении воздух будет пересыщен влагой, и она будет выпадать в виде росы.  
 Процесс конденсации условно можно считать проходящим по линии  $\varphi = 100\%$ . Например, при конденсации от точки  $O$  до точки  $S$  количество образовавшейся воды будет равно  $d_1 - d_2$ .

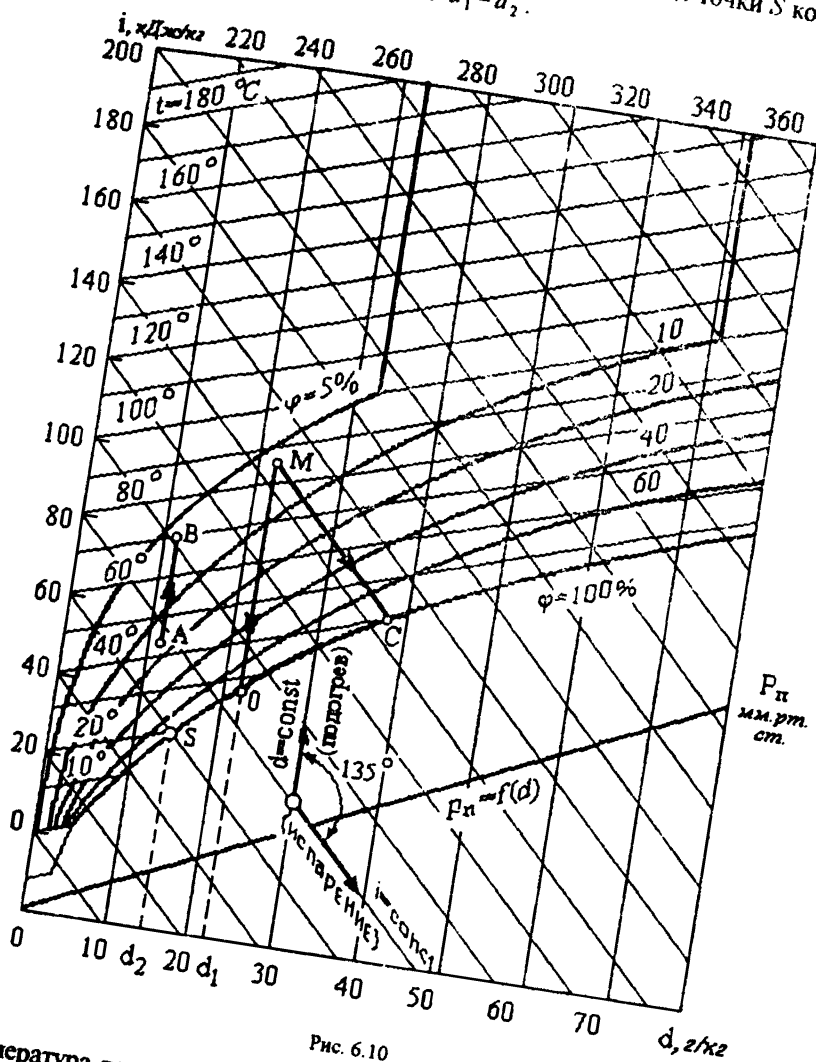


Рис. 6.10

Температура точки росы с помощью  $id$ -диаграммы находится следующим образом. Из точки, характеризующей данное состояние влажного воз-

духа, проводится вертикаль до пересечения с линией  $\varphi = 100\%$ . Изотерма, проходящая через эту точку пересечения, и будет определять температуру точки росы.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как выглядит  $p$ - $v$ -диаграмма водяного пара?
2. Что называется насыщенным паром?
3. Что называется влажным паром?
4. Что называется перегретым паром и степенью перегрева?
5. Что такое нижняя и верхняя пограничные кривые?
6. Что называется степенью сухости и степенью влажности влажного пара?
7. Что такое критическая точка? Каковы параметры пара в критической точке для водяного пара?
8. Как связана энтальпия перегретого пара с энтальпией воды, находящейся при температуре кипения, скрытой теплотой парообразования и теплотой перегрева?
9. По какой формуле определяется энтальпия влажного пара?
10. Как выглядит тепловая диаграмма  $T$ - $s$  для водяного пара?
11. Как выглядит тепловая диаграмма  $i$ - $s$  для водяного пара?
12. В чем заключается графический метод расчета процессов с водяным паром с помощью диаграммы  $i$ - $s$ ?

### ЗАДАЧИ

**Задача 1.** Определить параметры влажного насыщенного водяного пара при давлении 2,0 МПа и степени сухости  $x=0,8$ .

**Решение.** По таблицам водяного пара или по  $i$ - $s$ -диаграмме находим параметры кипящей воды и сухого насыщенного пара при 2,0 МПа:

$t_n=212,37$  °С;  $r=1890,7$  кДж/кг;  $v'=0,0011768$  м<sup>3</sup>/кг;  $v''=0,09961$  м<sup>3</sup>/кг;  
 $i'=908,6$  кДж/кг;  $i''=2799,2$  кДж/кг;  $s'=2,4471$  кДж/(кг·К);  $s''=6,3411$  кДж/(кг·К).

По этим данным определяем параметры влажного пара:

$$v_x = v'(1-x) + v''x = 0,0011768 \cdot 0,1 + 0,09961 \cdot 0,8 = 0,0798 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$i_x = i' + rx = 908,6 + 1890,7 \cdot 0,8 = 2421,2 \text{ кДж/кг};$$

$$\rho_x = \frac{1}{v_x} = \frac{1}{0,0798} = 12,53 \text{ кг/м}^3;$$

$$s_x = s' + \frac{rx}{T_n} = 2,4471 + \left( \frac{1890,7 \cdot 0,8}{485,52} \right) = 5,562 \text{ кДж/(кг·К)}.$$



**Задача 2.** Определить состояние пара, если дано:  
 1)  $p=2,0$  МПа и  $v=0,08$  м<sup>3</sup>/кг; 2)  $p=1,0$  МПа и  $t=220$  °С.

**Решение.** 1. При  $p=2,0$  МПа объем сухого пара равен  $v''=0,09961$  м<sup>3</sup>/кг, поэтому пар с удельным объемом  $v=0,15$  м<sup>3</sup>/кг будет влажным со степенью сухости

$$x \approx \frac{v}{v''} = \frac{0,08}{0,09961} = 0,803.$$

2. При  $p=1,0$  МПа температура насыщенного пара равна  $t_n=179,88$  °С. Так как температура пара при  $t=220$  °С выше температуры насыщения, то, очевидно, пар будет перегретым.

**Задача 3.** Определить состояние водяного пара при давлении 1,3 МПа, если на его получение из воды с температурой 0 °С было затрачено 2000 кДж/кг теплоты.

**Решение.** Так как энтальпия сухого пара при давлении 1,4 МПа равна  $i''=2789,7$  кДж/кг (считая, что при 0 °С  $i_0=0$ ), энтальпию полученного пара считаем равной  $i=2000$  кДж/кг. Этот пар влажный, так как  $i''>2000$  кДж/кг.

Степень сухости определяем из уравнения  $i_x = i' + rx$ , используя таблицу 11 приложения (см. [13], стр. 453):

$$x = \frac{i_x - i'}{r} = \frac{2000 - 830}{1959,7} = 0,597.$$

**Задача 4.** Определить массу и энтальпию 0,6 м<sup>3</sup> влажного пара со степенью влажности 15 % и давлением 2,0 МПа.

**Решение.** Удельный объем пара  $v_x \approx v''x = 0,09961(1-0,15)=0,0847$  м<sup>3</sup>/кг.

Масса пара

$$m = \frac{V}{v_x} = \frac{0,6}{0,0847} = 7,08 \text{ кг.}$$

Энтальпия пара

$$I_x = m(i' + rx) = 7,08(908,6 + 1890,7 \cdot 0,85) = 17811 \text{ кДж.}$$

**Задача 5.** Определить расход количества теплоты в пароперегревателе на 1 кг пара, если параметры при входе:  $p_1=6,0$  МПа и  $x_1=0,8$ ; при выходе:  $p_2=6,0$  МПа и  $t=400$  °С.

**Решение.** Удельная энтальпия влажного пара

$$i_x = i' + rx = 1213,9 + 1570,5 \cdot 0,8 = 2470,3 \text{ кДж/кг.}$$

Расход удельного количества теплоты в пароперегревателе

$$q = i - i_x = 3178,6 - 2470,3 = 708,3 \text{ кДж/кг.}$$

Удельный объем влажного пара

$$v_x \approx v''x = 0,03243 \cdot 0,8 = 0,0259 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

## ТЕРМОДИНАМИКА ГАЗОВОГО ПОТОКА

## § 7.1. УРАВНЕНИЕ ЭНЕРГИИ ГАЗОВОГО ПОТОКА

Процессы движения газа, происходящие в различных теплотехнических установках, связаны с преобразованием энергии в газовом потоке. Расчеты рабочих процессов этих установок строятся на общих положениях теории газового потока. Эта теория базируется на основных положениях термодинамики и на ряде допущений, к числу которых относятся следующие:

1. Течение газа установившееся, т.е. в каждом выделенном сечении параметры газа во всех его точках остаются постоянными.

2. От сечения к сечению происходят бесконечно малые изменения параметров газа по сравнению со значениями самих параметров. Течение газа стационарное.

При таких допущениях газ при движении будет проходить ряд последовательных равновесных состояний.

Стационарное течение газа описывается системой уравнений, включающей уравнение неразрывности потока, уравнение состояния и уравнение энергии (уравнение 1-го закона термодинамики применительно к газовому потоку).

Уравнение неразрывности характеризует неизменность массового расхода газа в любом сечении канала при установившемся течении. Это уравнение имеет вид

$$Gv = Fw,$$

или

$$G = \rho Fw = \rho_1 F_1 w_1 = \rho_2 F_2 w_2 = const.$$

где  $G$  - массовый секундный расход газа;  $F_1, F_2$  - площади поперечных сечений канала;  $w_1, w_2$  - скорости в соответствующих сечениях;  $\rho_1, \rho_2$  - плотности газа для тех же сечений потока ( $\rho = 1/\nu$ ).

Для одномерного газового потока в соответствии со вторым законом Ньютона (сила равна массе, умноженной на ускорение) можно записать следующее соотношение [11]

$$\frac{dp}{dx} dV = -w \frac{dw}{dx} \rho dV,$$

где

$\frac{dp}{dx}$  - изменение давления по координате  $x$ ;

$\frac{dw}{dx}$  - изменение скорости по координате  $x$ ;

$\frac{dp}{dx} dV = \frac{dp}{dx} dx F$  - сила, действующая на выделенный элементарный объем  $dV$ ;

$w \frac{dw}{dx}$  - ускорение элементарной массы газа  $\rho dV$ .

Последнее соотношение можно переписать в виде

$$-dp = \rho w dw = \rho d \frac{w^2}{2}.$$

Учитывая, что  $\rho = 1/v$ , получим

$$-v dp = d \frac{w^2}{2}. \quad (7.1)$$

Полученное соотношение показывает, что приращения давления  $dp$  и скорости  $dw$  имеют разные знаки. Следовательно, скорость одномерного потока возрастает с уменьшением давления.

Величина  $-vdp$  совпадает с формулой для располагаемой работы  $dl$  в уравнении первого закона термодинамики вида

$$dq = di - v dp.$$

Отсюда уравнение первого закона термодинамики для газового потока при отсутствии сил тяжести и сил трения в газе примет вид

$$dq = di + d \frac{w^2}{2}, \quad (7.2)$$

где  $d \frac{w^2}{2}$  - приращение кинетической энергии газа на выделенном участке.

Так как  $i = u + pv$ , то

$$dq = d(u + pv) + d \frac{w^2}{2} = du + d(pv) + d \frac{w^2}{2}, \quad (7.3)$$

где  $d(pv) = pdv + vdp$  - элементарная работа проталкивания.

Последнее уравнение показывает, что теплота, сообщаемая газу, затрачивается на изменение внутренней энергии, на работу проталкивания и на изменение внешней кинетической энергии газа.

Уравнения (7.2), (7.3) являются основными для потоков газа и пара, причем они справедливы как для обратимых (не сопровождающихся действием сил трения), так и для необратимых течений (при наличии сил трения). При наличии сил трения должна затрачиваться работа трения  $l_{тр}$ , которая полно-

стью переходит в теплоту  $q_{тр}$ . Вследствие равенства  $l_{тр} = q_{тр}$  обе эти величины, имеющие противоположные знаки, взаимно сокращаются.

Уравнение (7.3) с учетом гравитационных сил принимает вид

$$dq = du + d(\rho v) + d \frac{w^2}{2} + q dz,$$

где  $g dz$  - элементарная работа против сил тяжести. Этой составляющей в газах ввиду ее малости обычно пренебрегают.

При адиабатном течении газа ( $dq=0$ ) уравнение (7.2) принимает вид

$$di + d \frac{w^2}{2} = 0. \quad (7.4)$$

После интегрирования получим

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2}. \quad (7.5)$$

Таким образом, при адиабатном течении газа сумма удельных энтальпии и кинетической энергии остается неизменной.

Отметим, что уравнения (7.2), (7.3), (7.4) справедливы в случае, когда газ при своем движении совершает лишь работу расширения и не производит полезной технической работы (например, работа на лопатках турбины и проч.). При совершении технической работы уравнение первого закона термодинамики (7.3) для потока газа примет вид

$$dq = du + d(pv) + dl_{tex} + d \frac{w^2}{2}. \quad (7.6)$$

где  $dl_{tex}$  - элементарная техническая работа.

Сравнивая уравнение (7.5) с уравнением первого закона термодинамики (2.17) для расширяющегося, но не перемещающегося газа, получим

$$dl_{tex} = dl - d(pv) - d \frac{w^2}{2}.$$

Таким образом, техническая работа равна работе расширения газа за вычетом работы проталкивания и работы, затрачиваемой на приращение кинетической энергии газа.

## § 7.2. РАСПОЛАГАЕМАЯ РАБОТА ГАЗОВОГО ПОТОКА

Соотношение (7.1) устанавливает равенство располагаемой работы  $dl_0 = -v dp$  приращению кинетической энергии  $dw^2/2$  (при  $l_{tex} = 0$ ). Это соотношение устанавливает основные особенности течения газа в каналах различного профиля. Так, например, в конфузоре (сужающийся канал) происходит уменьшение давления ( $dp < 0$ ) и увеличение скорости. Такие каналы называются соплами. В диффузорах (расширяющийся канал) течение газа сопровождается его сжатием с увеличением давления ( $dp > 0$ ) и уменьшением

скорости ( $dw < 0$ ). Если сечение канала остается неизменным, то давление и скорость газа будут постоянными ( $dp=0$ ,  $dw=0$ ) и располагаемая работа  $dl_0=0$ .

Формулы для определения располагаемой работы в адиабатном и политропном процессах приведены соответственно в § 4.5, § 4.6

При адиабатном течении газа формула (7.4), учитывая (7.1), примет вид  $dl_0 = -di$

После интегрирования получим

$$l_0 = - \int_1^2 di = (i_1 - i_2) . \quad (7.7)$$

Таким образом, при адиабатном течении располагаемая работа газа равна разности энтальпий в начальном и конечном состояниях.

### § 7.3. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ СОПЛОВОГО И ДИФфуЗОРНОГО АДИАБАТНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА

Соплами называются каналы, в которых происходит снижение давления газа ( $dp < 0$ ), а диффузорами - каналы, в которых происходит повышение давления газа ( $dp > 0$ ).

Из уравнения (7.1) следует, что знаки  $dp$  и  $dw$  противоположны. Поэтому всякий раз, когда давление в потоке понижается, скорость возрастает, а когда давление повышается - скорость убывает. Таким образом, в соплах происходит разгон, а в диффузорах торможение потока. При конструировании проточных частей энергетических устройств (турбин, компрессоров, реактивных двигателей и т. п.) практически важным является вопрос о том, какой профиль должен иметь канал, чтобы обеспечить сопловое или диффузорное течение газа (т. е. разогнать или затормозить поток).

Некоторые качественные заключения могут быть сделаны на основе анализа уравнения постоянства массового расхода  $G$  при стационарном течении газа

$$G = \frac{Fw}{v} = const ,$$

где  $F$  - сечение канала.

Прологарифмировав это уравнение, а затем продифференцировав, будем иметь

$$\frac{dF}{F} + \frac{dw}{w} - \frac{dv}{v} = 0 . \quad (7.8)$$

Добавим к этому уравнению уравнение (7.1) и уравнение адиабаты в дифференциальной форме

$$\frac{dp}{p} + k \frac{dv}{v} = 0 . \quad (7.9)$$

Это уравнение получается из уравнения  $pv^k = \text{const}$ , если последнее продифференцировать, предварительно прологарифмировав.

Выразив из (7.1)

$$\frac{dw}{w} = - \frac{vdp}{w^2}$$

и из (7.9)

$$\frac{dv}{v} = - \frac{1}{k} \frac{dp}{p}$$

и подставив в (7.8), получим

$$\frac{dF}{F} = \frac{a^2 - w^2}{kw^2} \frac{dp}{p} , \quad (7.10)$$

где  $a = \sqrt{k p v}$  - местная адиабатная скорость звука в газе, т.е. скорость распространения малых упругих деформаций.

Если необходимо обеспечить сопловое течение (разгон потока) при скорости течения газа  $w$  меньше местной скорости звука  $a$  (с учетом того, что в соплах  $dp < 0$ ) из (7.10) имеем  $dF < 0$ , т.е. канал должен быть суживающимся. Если же  $w > a$  (течение газа сверхзвуковое), из (7.10) получим  $dF > 0$ , и для разгона потока сопло должно быть расширяющимся.

Для обеспечения диффузорного течения (торможения потока) при  $w < a$  (дозвуковое течение газа) из (7.10) с учетом того, что  $dp > 0$ , получим  $dF > 0$ , т.е. канал должен быть расширяющимся. Если же  $w > a$  (течение газа сверхзвуковое) из (7.10) получим  $dF < 0$ , и для торможения потока канал должен быть суживающимся. В случае течения несжимаемой жидкости  $v = \text{const}$  из уравнения  $G = \frac{Fw}{v} = \text{const}$  получаем  $Fw = \text{const}$ . Поэтому для несжимаемой жидкости увеличение сечения всегда ведет к торможению потока, а уменьшение сечения - к его разгону.

#### § 7.4. ИСТЕЧЕНИЕ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА ИЗ СУЖИВАЮЩИХСЯ СОПЕЛ

Допустим, что параметры газа на входе в сопло и выходе из него соответственно равны  $p_1, v_1$  и  $p_2, v_2$ , а площадь выходного сечения  $F_2$  (рис. 7.1). Скорость истечения газа из сопла может быть найдена путем интегрирования соотношения (7.1), записанного в виде

$$dl_0 = -vdp .$$

Интегрируя, получим

$$I_0 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2},$$

где  $w_1$  и  $w_2$  - скорости газа на входе и на выходе из сопла.

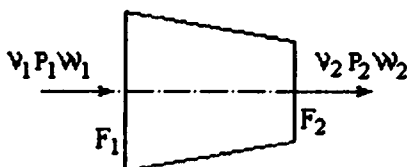


Рис. 7.1

В случае, когда  $w_2 \gg w_1$ , величиной  $w_1$  можно пренебречь. Тогда скорость на выходе из сопла  $w_2 = w$  будет

$$w = \sqrt{2I_0}.$$

Подставляя в эту формулу значение располагаемой работы при обратном адиабатном расширении газа (см. § 4.5), получим

$$w = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (7.11)$$

Используя формулу (7.7), находим еще одну формулу для  $w$

$$w = \sqrt{2(i_1 - i_2)}.$$

Расход газа находится по уравнению неразрывности

$$G = \frac{F_2 w}{v_2}. \quad (7.12)$$

Выразим удельный объем  $v_2$  в выходном сечении сопла из уравнения адиабаты  $p_2 v_2^k = p_1 v_1^k$

$$v_2 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}}. \quad (7.13)$$

Подставляя (7.11), (7.13) в (7.12), получим

$$G = F_2 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}. \quad (7.14)$$

Если зафиксировать давление  $p_1$  и понижать давление за соплом  $p_2$ , то скорость потока  $w_2$  и расход газа  $G$  будут увеличиваться. При достижении скорости  $w_2$  значения, равного значению местной скорости звука  $a$ , дальнейший разгон потока в суживающемся канале, как было показано в § 7.3, невозможен, поэтому после достижения давления  $p_2$  в устье сопла, равного давлению, при котором  $w_2=a$ , расход газа  $G$  по мере понижения давления  $p_2$  будет оставаться неизменным и равным максимальному  $G_{\max}$ . Давление  $p_2$ , соответствующее достижению максимума расхода, называется критическим  $p_{2\text{кр}}$ , отношение давлений  $p_{2\text{кр}}/p_1$  также называется критическим.

Скорость истечения  $w_2$ , равная местной скорости звука, называется критической скоростью и обозначается  $w_{2\text{кр}}$ .

Для получения максимального расхода при истечении газа из сопла необходимо взять первую производную по  $p_2$  от соотношения (7.14) и приравнять ее к нулю, т.е.

$$\frac{d}{dp} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^2 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{k-1} \right] = \frac{2}{k} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{2-k} - \frac{k-1}{k} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^1 = 0.$$

Отсюда

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (7.15)$$

Это отношение давлений, обеспечивающее максимальный расход, называется критическим и обозначается через  $\beta_{\text{кр}}$

$$\beta_{\text{кр}} = \frac{p_{2\text{кр}}}{p_1} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Критическое отношение давлений зависит только от свойств газов (от показателя адиабаты  $k$ ). Например, для двухатомных газов  $k=1,4$  и  $\beta_{\text{кр}}=0,528$ .

Подставляя в формулу (7.14) величину  $\beta_{\text{кр}}$ , получим значение максимального расхода

$$G_{\max} = F_2 \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \frac{p_1}{v_1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}. \quad (7.16)$$

Подставляя величину  $\beta_{\text{кр}}$  в формулу (7.11), получим формулу для критической скорости

$$w_{\text{кр}} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} p_1 v_1} \quad (7.17)$$

Критическая скорость истечения представляет собой максимальную скорость истечения газа из суживающегося сопла. Так как согласно приведен-



ным выше рассуждениям максимальная скорость на выходе из сопла не может превысить местную скорость звука  $a$ , то, следовательно,  $w_{xp} = a$ .

Из (7.13) и (7.15) следует

$$p_1 = p_2 \left( \frac{k+1}{k} \right)^k,$$

$$v_1 = v_2 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} = v_2 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Подставляя  $p_1$  и  $v_1$  в (7.17), получим

$$w_{xp} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} p_2 v_2 \left[ \left( \frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k}{k-1}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \right]} = a.$$

Скорость распространения звука определяется по формуле Лапласа

$$a = \sqrt{k \frac{p}{\rho}} = \sqrt{k p v},$$

где  $p$  - давление среды;  $\rho$  - плотность;  $v$  - удельный объем.

Для идеального газа учитывая, что  $p v = RT$ , получим  $a = \sqrt{kRT}$ .

#### § 7.5 ИСТЕЧЕНИЕ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА ИЗ КОМБИНИРОВАННОГО СОПЛА ЛАВАЛЯ

Анализ, проведенный в предыдущих параграфах, показал, что скорость, большая скорости звука, может быть получена в комбинированных соплах, состоящих из суживающихся и расширяющихся частей (сопла Лавалья) (рис. 7.2)

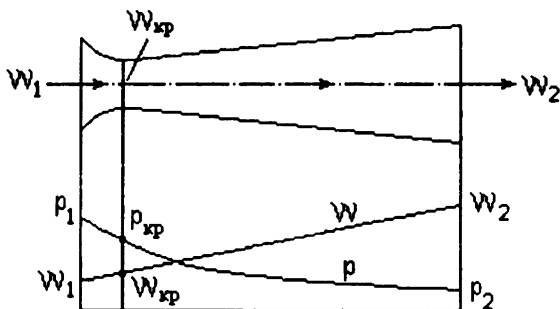


Рис. 7.2

В суживающейся части поток движется с дозвуковой скоростью, в узком сечении скорость равна скорости звука и в расширяющейся части она становится сверхзвуковой.

Сопла Лавала включает короткий суживающийся участок и конический расширяющийся насадок. Угол конусности насадка должен составлять  $8-12^\circ$

Критическое давление и критическая скорость в узком сечении устанавливается в том случае, если давление окружающей среды на выходе из сопла меньше критического.

Скорость истечения и массовый расход идеального газа при заданной площади минимального сечения определяется по формулам (7.11), (7.14).

В случае, когда задан расход, площадь минимального сечения сопла определяется по формуле (7.16), где  $F_2 = F_{\text{мин}}$ , а площадь выходного сечения сопла - по формуле (7.14).

Длина суживающейся части сопла обычно принимается равной диаметру минимального сечения. Длина расширяющейся части определяется по формуле

$$l = \frac{D-d}{2 \operatorname{tg}(\Omega/2)},$$

где  $D$  - диаметр выходного отверстия сопла;  $d$  - диаметр в минимальном сечении;  $\Omega$  - угол конусности насадка сопла.

### § 7.6. РАСЧЕТ ИСТЕЧЕНИЯ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ И ПАРОВ

В этом случае для расчета преимущественно используется  $is$ -диаграмма (см. § 6.5). Из уравнения энергии газового потока для адиабатного истечения ( $dq=0$ ) при  $dl_r=0$  получаем уравнение (7.4), после интегрирования которого находим

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = i_1 - i_2$$

При  $w_1 \cong 0$

$$w_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)}$$

По этой формуле рассчитывается скорость истечения реального газа с помощью  $is$ -диаграммы.

Расход газа определяется по формулам.

Если  $\beta = \frac{p_2}{p_1} > \beta_{\text{кр}} = \frac{p_2^{\text{кр}}}{p_1}$ , то

$$G = \frac{F_2 w_2}{v_2}$$

Если  $\beta < \beta_{\text{кр}}$ ,

$$G = G_{\max} = \frac{F_2 w_{2 \text{кр}}}{v_{2 \text{кр}}}$$

Критическая скорость

$$w_{2 \text{кр}} = \sqrt{2(i_1 - i_{2 \text{кр}})}$$

может быть приближенно найдена по формуле для идеального газа, т.е. приняв

$$\beta_{\text{кр}} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

( $k=1,3$  для перегретого пара,  $k=1,035+0,1x$  для влажного пара со степенью сухости  $x$ ).

При необратимом истечении действительная скорость  $w$  будет меньше теоретической  $w_T$ , т.к. в этом случае имеют место потери кинетической энергии на трение газа как внутри потока, так и на стенках канала.

Потеря кинетической энергии будет

$$\Delta E = E_T - E = \frac{w_T^2 - w^2}{2} = \frac{(w_T^2 - \varphi w_T^2)}{2} = (1 - \varphi) \frac{w_T^2}{2} = \xi \frac{w_T^2}{2},$$

где  $\xi = 1 - \varphi^2$  - коэффициент потерь энергии;  $\varphi = w / w_T$  - коэффициент скорости.

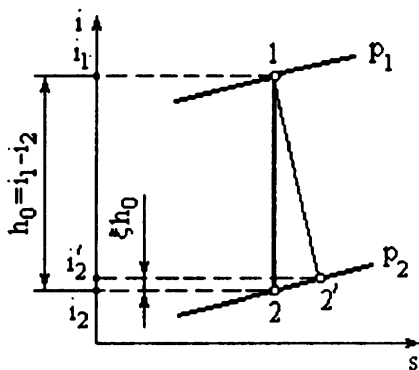


Рис. 7.3

Отсюда  $w = w_T \sqrt{1 - \xi}$  или  $w = \varphi w_T$ , где  $\varphi = \sqrt{1 - \xi}$ .

На рис. 7.3 процесс 1-2 является теоретическим процессом адиабатного обратимого истечения пара или газа от давления  $p_1$  до давления  $p_2$ ; 1-2' - действительный необратимый процесс истечения. Значение  $i_2'$  находится по формуле

$$i_2' = i_2 + \xi h_0, \quad h_0 = i_1 - i_2.$$

Эта формула позволяет по значению  $\xi$  находить конечную точку 2' действительного процесса истечения. Определив  $i_2$ , по этой формуле находим  $i_2'$ . Проведя изохентальпу  $i_2' = \text{const}$  до пересечения с изобарой  $p_2$ , находим конечное состояние процесса истечения - точку 2'.

### 7.7 АДИАБАТНОЕ ДРОССЕЛИРОВАНИЕ

Адиабатным дросселированием (или мятием) называется необратимый переход рабочего тела от высокого давления  $p_1$  к низкому давлению  $p_2$  без теплообмена. Дросселирование, близкое к адиабатному, имеет место на практике при прохождении жидкости или газа через вентили, задвижки и измерительные диафрагмы (рис. 7.4).

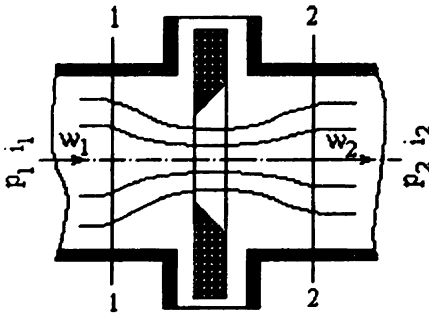


Рис. 7.4

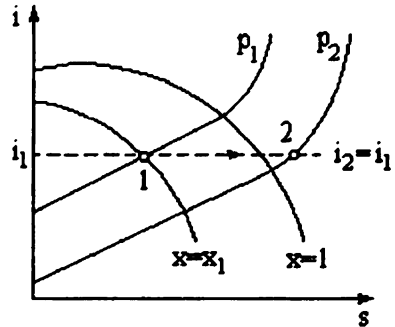


Рис. 7.5

Из уравнения энергии газового потока для адиабатного дросселирования ( $dq=0$ ) при условии  $dl_T = 0$  после интегрирования получаем соотношение (7.5). Если сечения канала до (сечение 1-1) и после (сечение 2-2) расширения одинаковы, то

$$\frac{w_1^2}{2} = \frac{w_2^2}{2}.$$

Тогда

$$i_1 = i_2$$

и, следовательно, энтальпия газа в результате дросселирования не изменяется. Последнее уравнение является уравнением процесса дросселирования. Оно позволяет с помощью  $i-s$  диаграммы по состоянию рабочего тела до дросселирования находить его состояние после дросселирования так, как это показано на рис. 7.5.

### § 7.8. ДРОССЕЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ (ЭФФЕКТ ДЖОУЛЯ-ТОМСОНА)

Дроссельный эффект был обнаружен Джоулем и Томсоном опытным путем в 1852 г. Опытами было установлено, что в результате дросселирования изменяется температура рабочего тела. Это явление было названо эффектом Джоуля-Томсона. Изменение температуры при дросселировании связано с тем, что в каждом реальном газе действуют силы притяжения и отталкивания между молекулами. При дросселировании происходит расширение газа, сопровождающееся увеличением расстояния между ними. Все это приводит к уменьшению внутренней энергии рабочего тела, связанному с затратой работы, что, в свою очередь, приводит к изменению температуры.

Температура идеального газа в результате дросселирования не изменяется, и эффект Джоуля-Томсона в данном случае равен нулю. Таким образом, изменение температуры реального газа при дросселировании определяется величиной отклонения свойств реального газа от идеального, что связано с действием межмолекулярных сил.

Различают дифференциальный и интегральный температурные дроссель-эффекты. При дифференциальном эффекте Джоуля-Томсона температура изменяется на бесконечно малую величину, а при интегральном - на конечную величину. Если давление газа уменьшается на бесконечно малую величину  $dp$ , то происходит бесконечно малое изменение температуры, т.е.  $dT_1 = \alpha dp$ , или

$$\alpha_1 = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_1. \quad (7.18)$$

Величина  $\alpha_1$  называется дифференциальным температурным эффектом Джоуля-Томсона. Значение  $\alpha_1$  можно определить из уравнения (см § 5.48)

$$d_i = c_p dT - \left[ T(\alpha v / \partial T)_p - v \right] dp.$$

Учитывая, что при дросселировании нет изменения энтальпии ( $d_i = 0$ ), получим

$$c_p dT = \left[ T(\alpha v / \partial T)_p - v \right] dp.$$

Отсюда

$$\alpha_1 = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_1 = \left[ T(\alpha v / \partial T)_p - v \right] c_p^{-1}. \quad (7.19)$$

Дроссельный эффект может быть положительным, отрицательным и равным нулю. Положительный дроссель-эффект имеет место в случае, когда при дросселировании температура газа понижается. Отрицательный - когда повышается. В случае неизменности температуры при дросселировании наблюдается нулевой эффект Джоуля-Томсона. Состояние реального газа при

дросселировании, когда дроссельный эффект равен нулю, называется точкой инверсии. В этой точке происходит смена знака температурного эффекта. Если температура газа перед дросселированием меньше температуры инверсии, то газ при дросселировании охлаждается, если больше - то нагревается.

Для нахождения условий, при которых происходит изменение температуры газа или она остается неизменной, необходимо проанализировать уравнение (7.19), записанное в виде

$$dT = \left\{ \left[ T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] / c_p \right\} dp. \quad (7.20)$$

При дросселировании  $dp < 0$ , так как давление газа всегда уменьшается. Теплоемкость  $c_p$  - величина положительная. Отсюда следует, что знак  $dT$  зависит от знака выражения  $T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v$  и всегда ему противоположен.

Тогда при  $T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v > 0$   $dT < 0$ , при  $T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v < 0$   $dT > 0$ ,

при  $T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v = 0$   $dT = 0$ . Случай, когда  $dT = 0$  можно использовать для получения температуры инверсии  $T_{\text{ин}}$ .

$$T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v = 0, \quad T_{\text{ин}} = v \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p.$$

Последнее выражение называется уравнением кривой инверсии (кривой, на которой дроссельный эффект равен нулю)

Интегральный эффект Джоуля-Томсона определяется в результате интегрирования уравнения (7.20)

$$T_2 - T_1 = \int_{p_2}^{p_1} \frac{T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v}{c_p} dp.$$

## § 7.9. ГАЗОВЫЕ СМЕСИ

В технике довольно часто приходится иметь дело с газообразными веществами, представляющими механическую смесь отдельных газов, по своим свойствам приближающуюся к идеальным газам.

Например, атмосферный воздух представляет газовую смесь, включающую азот, кислород, углекислый газ, водяные пары и ряд других газов. Определение параметров необходимо для решения многих практических задач.

Газовой смесью называется смесь отдельных газов, химически не реагирующих между собой, т.е. каждый газ в смеси полностью сохраняет все свои свойства и занимает весь объем смеси. Давление, которое создают молекулы каждого отдельного газа смеси, при условии, что этот газ находится один в том же количестве в том же объеме и при той же температуре, что и в смеси, называется парциальным (частичным) давлением

Будем считать, что каждый отдельный газ смеси подчиняется уравнению (2.7), т.е. является идеальным газом. Поэтому параметры газовой смеси так же могут быть вычислены по уравнению Клапейрона

$$pV = mRT,$$

где все величины в этом уравнении относятся к смеси газов.

Согласно закону Дальтона общее давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений газов, входящих в смесь

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i,$$

где  $p$  - давление смеси;  $p_1, p_2, \dots, p_n$  - парциальные давления отдельных газов смеси.

Газовая смесь может быть задана массовыми, объемными и молярными долями.

Массовая доля - отношение массы каждого отдельного газа к суммарной массе смеси

$$g_1 = \frac{m_1}{m}; \quad g_2 = \frac{m_2}{m}; \quad \dots; \quad g_n = \frac{m_n}{m},$$

где  $g_1, g_2, \dots, g_n$  - массовые доли отдельных газов;  $m$  - суммарная масса всей смеси

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum_{i=1}^n m_i.$$

Сумма массовых долей равна единице

$$g_1 + g_2 + \dots + g_n = \sum_{i=1}^n g_i = 1.$$

Объемная доля - отношение парциального (приведенного) объема каждого газа к общему объему смеси

$$r_1 = \frac{V_1}{V}; \quad r_2 = \frac{V_2}{V}; \quad \dots; \quad r_n = \frac{V_n}{V},$$

где  $r_1, r_2, \dots, r_n$  - объемные доли;  $V_1, V_2, \dots, V_n$  - парциальные объемы каждого газа;  $V$  - объем смеси газов.

Парциальный объем - это объем, который занимал бы газ, если бы его давление и температура равнялись параметрам смеси газов.

Парциальный объем каждого газа при постоянной температуре находится по закону Бойля-Мариотта

$$V_1 = \frac{p_1 V}{p}; \quad V_2 = \frac{p_2 V}{p}; \quad \dots; \quad V_n = \frac{p_n V}{p}.$$

Сложив эти уравнения почленно, получим, что сумма парциальных объемов равна объему смеси (закон Амага)

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = \sum_{i=1}^n V_i = V$$

Если сложить объемные доли, то получим

$$r_1 + r_2 + \dots + r_n = \sum_{i=1}^n r_i = 1.$$

Из закона Бойля-Мариотта (при постоянной температуре) следует  $p_i / p = V_i / V$ . Отсюда

$$p_i V = p V_i,$$

или

$$p_i = p V_i / V = r_i p.$$

Последняя формула позволяет определять парциальные давления компонентов смеси, если известен ее объемный состав.

Задание смеси молярными долями заключается в следующем. Сначала находим количество молей каждого компонента смеси по соотношениям

$$M_1 = \frac{m_1}{\mu_1}; \quad M_2 = \frac{m_2}{\mu_2}; \quad \dots; \quad M_n = \frac{m_n}{\mu_n},$$

где  $M_1, M_2, \dots, M_n$  - количество молей каждого компонента;  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$  - молекулярные веса соответствующих компонентов смеси.

Отсюда вся газовая смесь будет содержать  $M$  молей

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i.$$

Молярные доли  $y_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) находятся в виде отношений

$$y_1 = \frac{M_1}{M}, \quad y_2 = \frac{M_2}{M}, \quad \dots; \quad y_n = \frac{M_n}{M}.$$

Очевидно, что

$$y_1 + y_2 + \dots + y_n = \sum_{i=1}^n y_i = 1$$

Так как  $M = m/\mu$ , то молекулярный вес смеси  $\mu$  будет определяться по формуле

$$\mu = \frac{m}{M} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{i=1}^n M_i}.$$

Полученное значение называется средним кажущимся значением молекулярного веса смеси. Знание молекулярного веса позволяет по формуле (2.9а)  $R=8,3143/\mu$  находить газовую постоянную смеси  $R$  (ниже будет приведена формула для определения  $\mu$  по известной  $R$ ).



По закону Авогадро молярные объемы различных газов при одинаковых давлениях и температурах равны (в равных объемах различных газов содержится одинаковое количество молекул). Отсюда для  $i$ -го газа смеси справедливо соотношение

$$V_i = V_{\mu} M_i,$$

где  $V_{\mu}$  - объем, занимаемый одним молем газа.

Для всей смеси получим

$$V = V_{\mu} M.$$

Отсюда

$$\frac{V_i}{V} = \frac{M_i}{M}$$

или

$$y_i = r_i.$$

Следовательно, молярные и объемные доли численно равны между собой.

Выведем формулу для определения молекулярного веса смеси по ее объемному составу. Из предыдущего для  $i$ -го компонента можно записать

$$m_i = \mu_i M_i,$$

или для всей смеси

$$m = \mu M.$$

Отсюда следует

$$\mu M = \sum_{i=1}^n \mu_i M_i,$$

или

$$\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i \frac{M_i}{M}.$$

Учитывая, что  $M_i/M = r_i$ , получим

$$\mu = \sum_{i=1}^n r_i \mu_i.$$

Заменяя в последнем уравнении молекулярные веса их плотностью (на основании закона Авогадро), получим

$$\rho = \sum_{i=1}^n r_i \rho_i.$$

так как

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu_1}{\rho_1} = \dots = \frac{\mu_n}{\rho_n}.$$

В случае, когда газовая смесь задана массовым составом, то из уравнения состояния

$$p_i V = m_i R_i T.$$

Отсюда

$$p_i = m_i R_i \frac{T}{V}.$$

Для давления всей смеси получим формулу

$$p = \sum_{i=1}^n m_i R_i \frac{T}{V}.$$

Или

$$\frac{pV}{T} = \sum_{i=1}^n m_i R_i.$$

Учитывая, что  $pV = mRT$ , получим

$$R = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{m} R_i.$$

По известной газовой постоянной смеси, используя формулу (2.9а), можно найти молекулярный вес смеси.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как вывести уравнение энергии газового потока? Что такое работа проталкивания?
2. Что такое располагаемая работа и как она изображается на диаграмме  $pv$ ?
3. Какие каналы называются соплами?
4. Какие каналы называются диффузорами?
5. Какую форму должен иметь канал, чтобы обеспечить сопловое или диффузорное течение газа при дозвуковых и при сверхзвуковых скоростях?
6. Что называется критическим отношением давлений и критической скоростью?
7. Какой физический смысл критической скорости?
8. По каким формулам находятся критическое отношение давлений и критическая скорость?
9. Что такое комбинированное сопло Лаваля и для чего оно применяется?
10. Как с помощью диаграммы  $is$  ведется расчет истечения реальных газов и паров?
11. Как рассчитывается действительный процесс истечения газа с помощью диаграммы  $is$ ?
12. Что называется адиабатным дросселированием жидкости или газа и в каких случаях на практике оно имеет место?

13. Как выводится уравнение процесса дросселирования и что оно позволяет определить?
14. Что называется дроссельным эффектом и для чего он используется на практике?
15. Какие способы задания газовой смеси Вы знаете?
16. По каким формулам рассчитываются газовые смеси?
17. Какие существуют основные способы смешения газов?

### ЗАДАЧИ

**Задача 1.** Определить площади минимального и выходного сечений комбинированного сопла газовой турбины при следующих исходных данных: давление газов на выходе из сопла  $p_2 = 1,1 \cdot 10^5$  Па; температура газов на входе в сопло  $T_1 = 1300$  К; давление газов на входе в сопло  $p_1 = 9,0 \cdot 10^5$  Па. Массовый расход газов  $G = 0,6$  кг/с. Истечение считать адиабатным при  $k = 1,35$ . Трение в канале и входная скорость не учитываются. Продукты сгорания имеют свойства воздуха [13].

**Решение.** Скорость газов в критическом сечении сопла будет

$$w_k = \sqrt{2 \left( \frac{k}{k+1} p_1 v_1 \right)} = \sqrt{2 \left( \frac{k}{k+1} R T_1 \right)} = \sqrt{2 \left( \frac{1,35}{1,35+1} 287 \cdot 1300 \right)} = 654,7 \text{ м/с.}$$

Площадь критического сечения сопла (минимальное) находится по формуле

$$a_{\min} = G v_k / w_k = 0,6 \cdot 1,02 / 654,7 = 0,000605 \text{ м}^2 = 605 \text{ мм}^2,$$

где

$$v_k = \frac{v_1}{\beta^{\frac{1}{k}}} = \frac{0,414}{0,537^{1,35}} = 0,66 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$v_1 = \frac{R T_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 1300}{9,0 \cdot 10^5} = 0,414 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Диаметр критического сечения сопла

$$d_k = \sqrt{\frac{a_{\min}}{0,785}} = \sqrt{\frac{605}{0,785}} = 27,8 \text{ мм.}$$

Длину суживающейся части сопла примем равной диаметру критического сечения (из конструктивных соображений)  $l_1 = 28$  мм.

Скорость газов в выходном сечении сопла

$$w_b = \sqrt{2 \left( \frac{k}{k-1} \right) p_1 v_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}} = \sqrt{2 \left( \frac{k}{k-1} \right) RT_1 \left( 1 - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right)} = 1100 \text{ м/с.}$$

Площадь выходного сечения сопла будет

$$a_b = \frac{G v_2}{w_b} = \frac{0,6 \cdot 1,97}{1100} = 0,00107 \text{ м}^2 = 1070 \text{ мм}^2,$$

где

$$v_2 = \frac{v_1}{\beta^{\frac{1}{k}}} = \frac{0,414}{0,122^{\frac{1}{1,35}}} = 1,97 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

Диаметр выходного сечения сопла

$$D = \sqrt{\frac{a_b}{0,785}} = \sqrt{\frac{1070}{0,785}} = 36,9 \text{ мм.}$$

Длина расширяющейся части сопла находится по уравнению

$$l_2 = \frac{D - d_k}{2 \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2}}.$$

Если угол конусности насадки  $\Omega$  принять равным  $10^\circ$ , то

$$l_2 = \frac{36,9 - 27,8}{0,17498} = 52 \text{ мм.}$$

## ЦИКЛЫ КОМПРЕССОРНЫХ МАШИН

Компрессоры предназначены для сжатия и перемещения газов. Они нашли широкое применение в технике, являясь одним из основных агрегатов в газотурбинных, а также в некоторых поршневых двигателях.

По способу сжатия газа компрессоры подразделяются на две группы. К первой группе относятся объемные компрессоры (поршневые, ротационные и др.), а ко второй - центробежные (турбинные). Несмотря на конструктивные различия термодинамика процессов, протекающих в обеих группах компрессоров, одинакова. Поэтому для анализа процессов, протекающих в машинах для сжатия газов, ниже будет рассмотрена работа поршневого компрессора, как наиболее простого по конструкции.

Компрессор состоит (рис. 8.1) из цилиндра 1, поршня 2, всасывающего клапана 3 и нагнетательного клапана 4. Рабочий процесс совершается за два хода поршня или за один оборот коленчатого вала. При движении поршня вправо через открытый всасывающий клапан газ поступает в цилиндр. При обратном движении поршня (влево) всасывающий клапан закрывается и происходит сжатие газа до определенного давления, при котором открывается нагнетательный клапан и производится нагнетание газа в резервуар.

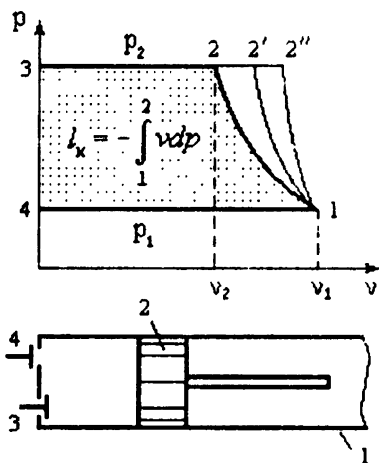


Рис 8.1

Компрессор называется идеальным, если сжатый в цилиндре газ полностью, без остатка, выталкивается поршнем: отсутствуют потери энергии в клапанах; отсутствуют утечки и перетечки газа через неплотности; отсутствуют силы трения поршня о цилиндр.

Теоретическая индикаторная диаграмма идеального поршневого компрессора показана на рис. 8.1. На диаграмме линия 4-1 - называется линией всасывания; 1-2 - процесс сжатия по изотерме; 1-2'' - процесс сжатия по адиабате; 1-2' - политропный процесс сжатия; 2-3 - линия нагнетания. 3-4 - условная линия, замыкающая цикл. Следует отметить, что линии всасывания 4-1 и нагнетания 2-3 не изображают термодинамические процессы, т.к. состояние рабочего тела здесь не меняется, а меняется лишь его количество.

Термодинамический расчет компрессора выполняется с целью определения работы, затрачиваемой на сжатие, что, в свою очередь, дает возможность определить мощность приводного двигателя.

Удельная работа  $l_k$ , затрачиваемая на получение сжатого газа при условии обратимости всех процессов и отсутствии приращения кинетической энергии газа, определяется по следующей формуле

$$l_k = p_1 v_1 - p_2 v_2 + \int_1^2 p dv,$$

где  $p_1 v_1$  - работа всасывания (затрачивается внешней средой при заполнении цилиндра);  $p_2 v_2$  - работа нагнетания (затрачивается на вытеснение газа из цилиндра);  $\int_1^2 p dv$  - работа, затраченная на сжатие газа.

Так как

$$p_1 v_1 - p_2 v_2 = \int_2^1 p dv = \int_1^2 (-p dv - v dp),$$

то

$$l_k = \int_1^2 (-p dv - v dp + p dv) = - \int_1^2 v dp.$$

Ввиду того, что работа  $l_k$  на получение сжатого газа затрачивается, она имеет отрицательный знак. Эта работа называется технической работой компрессора. Работа компрессора  $l_k$  на диаграмме в  $p v$ -координатах изображается площадью 12341 (работа изотермического сжатия)

Работа, затраченная на привод идеального компрессора при изотермическом сжатии, определяется по формуле (см. § 4.4)

$$l_{\text{из}}^k = -RT_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (8.1)$$

При адиабатном сжатии работа на привод компрессора будет (см. § 4.5)

$$l_{\text{ад}}^k = -\frac{k}{k-1} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \quad (8.2)$$

Эта работа численно равна площади 12'341. Работа на привод компрессора при адиабатном сжатии может быть также записана в виде формулы

$$l_{\text{ад}}^k = -(p_2 v_2 - p_1 v_1) - (u_2 - u_1) = -(u_2 + p_2 v_2) + (u_1 + p_1 v_1) = i_1 - i_2,$$

где

$$u_2 - u_1 = l_{\text{ад}}$$

работа адиабатного сжатия.

В случае сжатия по политропе формула для определения работы на привод идеального компрессора будет (см. § 4.6)

$$l_n^k = -\frac{n}{n-1} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \quad (8.3)$$

Работа на привод компрессора при политропном сжатии численно равна площади 12'341.

Таким образом, сжатие по изотерме дает наименьшую площадь и, следовательно, наименьшую затрату работы. Наибольшая затрата работы получается при адиабатном сжатии.

Для того чтобы процесс сжатия газа приблизить к изотермическому, необходимо от него в процессе сжатия отводить теплоту. С этой целью в стенках цилиндра компрессора делаются полости, через которые прокачивается охлаждающая жидкость.

Действительная индикаторная диаграмма одноступенчатого компрессора представлена на рис. 8.2.

На этой диаграмме процесс всасывания изображается линией 4-1, сжатие - 1-2, нагнетание - 2-3. Линия 3-4 характеризует процесс расширения газа, оставшегося во вредном пространстве. Вредным пространством называется некоторый свободный объем  $V_0$  между поршнем и крышкой цилиндра в момент нахождения поршня в крайнем верхнем положении. Его объем составляет 4-10 % от рабочего объема  $V_h$  цилиндра. После нагнетания газ, оставшийся во вредном пространстве, имеет давление нагнетания  $p_2$ . При обратном движении поршня происходит расширение газа, оставшегося во вредном пространстве. Всасывание новой порции газа начинается лишь тогда, когда давление расширяющегося в цилиндре газа станет меньше давления всасывания  $p_1$  (окружающей среды). При этом всасывание начинается только в точке 4 и в цилиндр поступит новая порция газа  $V = V_h - V_0$ , объем которой меньше рабочего объема  $V_h$ .

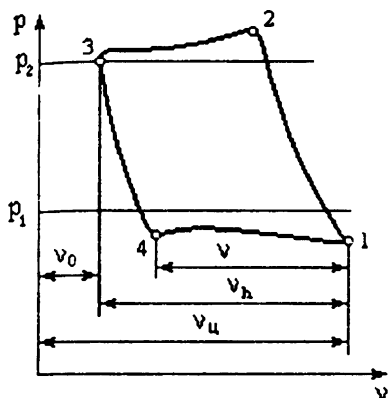


Рис. 8.2

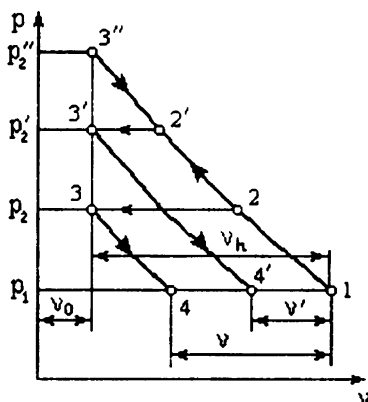


Рис. 8.3

Таким образом, отличие действительной индикаторной диаграммы одноступенчатого компрессора от теоретической (рис. 8.1) заключается в наличии вредного пространства в реальном компрессоре, а также наличии потерь на дросселирование во всасывающем и нагнетательном клапанах. Вследствие этого всасывание новой порции газа в цилиндр происходит при давлении, меньшем  $p_1$ , а нагнетание - при давлении, большем  $p_2$  в нагнетательном трубопроводе.

Вредное пространство уменьшает количество всасываемого газа и, следовательно, уменьшает производительность компрессора. Степень использования рабочего объема цилиндра оценивается объемным кпд компрессора

$$\lambda_v = \frac{V'}{V_h}$$

Объемный кпд уменьшается с увеличением объема вредного пространства, т.к. в этом случае уменьшается объем всасываемого в цилиндр газа и при некоторой величине  $V'$   $\lambda_v$  может стать равным нулю.

Объемный кпд уменьшается также и с повышением давления сжатия. На графике рис. 8.3 дана диаграмма сжатия газа в одноступенчатом компрессоре для трех разных давлений  $p_2, p_2', p_2''$ . В этой диаграмме процесс 1-2 - адиабатный процесс сжатия до давления  $p_2$ , 2-3 - линия нагнетания газа в резервуар при давлении  $p_2$ ; 3-4 - адиабатный процесс расширения газа, оставшегося во вредном пространстве; 4-1 - линия всасывания газа. Объем газа, поступающего в цилиндр, в этом случае будет равен  $V'$

Если давление сжатия повысить до давления  $p_2''$ , то в этом случае будем иметь следующие процессы: 1-2' - процесс сжатия; 2'-3' - нагнетание газа в резервуар; 3'-4' - расширение газа, оставшегося во вредном пространстве;



4' - 1 - всасывание новой порции газа в цилиндр компрессора. Можно заметить, что с увеличением давления сжатия объем газа, поступающего в цилиндр, уменьшается ( $V' < V$ ). Это связано с тем, что газ, оставшийся в цилиндре при большем давлении, при расширении занимает больший объем. В результате рабочий объем цилиндра уменьшается.

И в пределе, когда линия сжатия 1-3'' пересекает линию вредного пространства (линия 3-3''), компрессор будет сжимать и расширять одну и ту же порцию газа, так как будет отсутствовать процесс всасывания. Это связано с тем, что газ, оставшийся во вредном пространстве при давлении  $p_2'$ , в результате расширения (процесс 3''-1) занимает весь объем цилиндра и всасывания новой порции газа не происходит. Объемный кпд в этом случае равен нулю, производительность компрессора также равна нулю.

С увеличением давления увеличивается температура сжатого газа, в том числе и температура газа, оставшегося во вредном пространстве. Повышается также и температура стенок цилиндра. При всасывании новой порции газа происходит его нагрев от стенок цилиндра и от перемешивания с нагретым газом, оставшимся во вредном пространстве. Этот нагрев сопровождается увеличением удельного объема газа, всасываемого в цилиндр, что сопровождается уменьшением массы поступающего в цилиндр газа. Это уменьшение массы оценивается отношением  $T_1'/T_1$ , где  $T_1'$  - температура всасываемого газа;  $T_1$  - температура газа, нагретого в цилиндре в результате всасывания.

Суммарное уменьшение производительности компрессора из-за нагрева газа и влияния вредного пространства оценивается коэффициентом наполнения

$$\eta_{\text{нап}} = \lambda_{\text{Г}} \left( \frac{T_1'}{T_1} \right)$$

Теоретическая работа, затраченная на привод компрессора с учетом влияния вредного пространства, численно равна площади 12341 (при сжатии до давления  $p_1$ , см. рис. 8.3).

Уменьшение объемного кпд  $\lambda_{\text{Г}}$  с ростом  $p_2/p_1$  и ухудшение при этом условий смазки из-за роста температуры газа делают одноступенчатый (одноцилиндровый) компрессор непригодным для получения газа высокого давления.

Обычно одноступенчатый компрессор применяется при степенях повышения давления не выше 10 - 12. Для получения газа высокого давления применяется многоступенчатое сжатие в трех, четырех и т.д. цилиндрах, последовательно соединенных между собой. При переходе газа из одного цилиндра в следующий применяется промежуточное охлаждение газа, что позволяет улучшить условия смазки компрессора и получить экономично

электроэнергии за счет приближения процесса сжатия к изотермическому, при котором работа компрессора  $l_k$  оказывается наименьшей (см. § 8.2).

### § 8.1. МОЩНОСТЬ ПРИВОДА И КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ КОМПРЕССОРА

В энергетике под кпд обычно понимают отношение полезно используемой энергии ко всей затраченной. И чем выше процент полезно используемой энергии из всего ее затраченного количества, тем выше кпд. В случае компрессорных машин такое определение кпд оказывается неприемлемым.

Поэтому для оценки степени совершенства реальных компрессорных машин их сравнивают с идеальными. При этом для охлаждаемых компрессоров вводится изотермический кпд

$$\eta_{из} = \frac{l_{из}}{l_d} = \frac{N_{из}}{N_d},$$

где  $l_{из}$  - работа на привод идеального компрессора при изотермическом сжатии,  $l_d$  - действительная работа на привод реального охлаждаемого компрессора;  $N_{из} = ml_{из}$ ,  $N_d$  - соответствующие мощности приводных двигателей;  $m$  - массовая производительность компрессора.

При расходе газа  $G$  кг/с затраченная работа определяется по формуле

$$l_{из} = Gl_{из} = GRT_1 \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

Отсюда мощность приводного двигателя в ваттах (Вт) будет

$$N_{из} = l_{из} = GRT_1 \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Для неохлаждаемых машин вводится адиабатический кпд.

$$\eta_{ад} = \frac{l_{ад}}{l_d} = \frac{N_{ад}}{N_d}$$

где  $l_{ад}$  - работа на привод идеального компрессора при адиабатическом сжатии.

Значения  $\eta_{из}$  и  $\eta_{ад}$  для различных типов компрессоров определяются из заводских испытаний и указываются в справочниках.

Мощность двигателя для привода компрессора при изотермическом сжатии будет определяться по формуле

$$N_d = \frac{N_{из}}{\eta_{из}} = \frac{ml_{из}}{\eta_{из}}$$

Адиабатный и изотермический процессы сжатия могут рассматриваться лишь как теоретические. В реальном компрессоре процесс сжатия происходит по политропе. Формула для определения эффективной мощности в по-

литроном процессе сжатия с учетом потерь на трение, влияния вредного пространства, а также уменьшения подачи из-за нагрева газа имеет вид

$$N_e = \frac{m l_n}{\eta_n \eta_m \eta_{\text{нап}}},$$

где  $l_n$  - работа на привод компрессора при политропном сжатии;  $\eta_n$  - кпд компрессора при политропном сжатии;  $\eta_m$  - механический кпд, учитывающий потери на трение.

Работа  $l_n$  определяется по формуле (8.3), где показатель политропы  $n$  находится, как правило, по параметрам газа в начале и конце процесса сжатия.

## § 8.2. МНОГОСТУПЕНЧАТЫЙ КОМПРЕССОР

Для получения газов высокого давления применяют многоступенчатые компрессоры. В них сжатие газа осуществляется политропно в нескольких последовательно соединенных цилиндрах с промежуточным охлаждением газа после сжатия в каждом цилиндре.

Принципиальная схема многоступенчатого компрессора, состоящего из трех ступеней, представлена на рис. 8.4.

Здесь: 1 - цилиндр; 2 - поршень; 3 - шатун; 4 - коленчатый вал; 5 - подшипник; 6 - всасывающий клапан; 7 - нагнетательный клапан; 8, 9 - промежуточные охладители. В направлении стрелок 10, 11 осуществляется вход и выход охлаждающей воды.

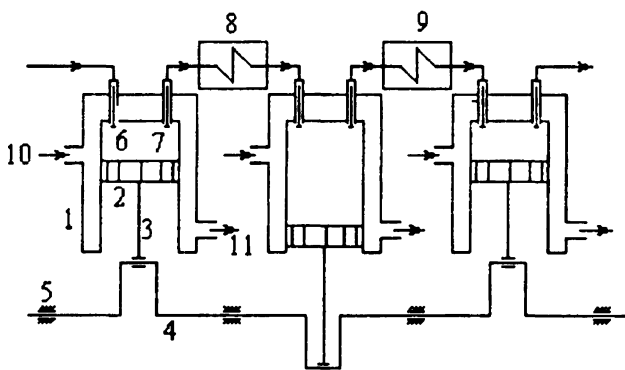


Рис. 8.4

Принцип работы многоступенчатого компрессора состоит в следующем. Через клапан 6 первой ступени происходит всасывание газа. После сжатия газ через охладитель 8 направляется во вторую ступень компрессора. При этом всасывание газа во второй ступени происходит при давлении сжатия в

первой ступени. Всасывание газа в третьей ступени выполняется через промежуточный охладитель 9 при давлении сжатия во второй ступени. Через нагнетательный клапан третьей ступени осуществляется нагнетание газа в резервуар.

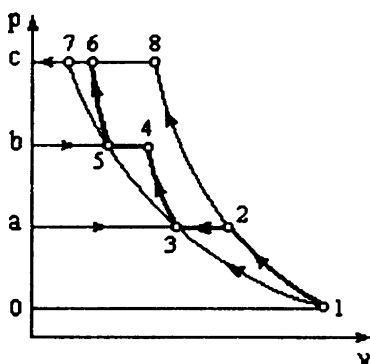


Рис. 8 5

Диаграмма процессов сжатия в трехступенчатом компрессоре в  $p-v$ - координатах представлена на рис. 8.5. Рассмотрим процессы цикла: 0-1 - линия всасывания газа в первой ступени компрессора (не является термодинамическим процессом, т.к. происходит лишь перемещение газа без изменения его термодинамических параметров); 1-2 - политропный процесс сжатия в первой ступени; 2-а - линия нагнетания газа в промежуточный охладитель 8; а-3 - линия всасывания во второй ступени компрессора; 3-4 - политропный процесс сжатия во второй ступени; 4-б - линия нагнетания в промежуточный охладитель 9; б-5 - линия всасывания в третьей ступени компрессора; 5-6 - политропный процесс сжатия в третьей ступени; 6-с - линия нагнетания газа в резервуар.

Отрезки 2-3 и 4-5 изображают уменьшение объема газа в процессе при постоянном давлении от охлаждения в охладителях 8 и 9. Охлаждение производится до одной температуры, равной температуре всасывания газа в первой ступени  $T_1$ . Поэтому температуры в точках 1, 3, 5 будут одинаковыми, и через них можно провести изотерму 1-7.

Отношение давлений для каждой ступени обычно принимается одинаковым и равным некоторой величине  $x$ .

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} = \frac{P_6}{P_5} = x.$$

В случае равенства начальных температур и показателей политропы конечные температуры также будут равны, т.е.  $T_2=T_4=T_6$ . Отсюда следует, что

$$\frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_4}{p_3} \cdot \frac{p_6}{p_5} = x^3.$$

Так как  $p_2 = p_3$  и  $p_4 = p_5$ , то

$$x = \sqrt[3]{\frac{p_6}{p_1}}$$

При  $z$ -ступенях компрессора для величины  $x$  получим следующую формулу

$$x = \sqrt[3]{\frac{p_2 \cdot z}{p_1}}$$

Ступенчатое сжатие с промежуточным охлаждением приближает рабочий процесс компрессора к наиболее экономичному изотермическому сжатию и чем больше число ступеней сжатия, тем больше процесс сжатия будет приближаться к изотермическому процессу. При равенстве температур газа на входе в каждую ступень и равенстве отношений давлений затраты работы на сжатие во всех ступенях будут одинаковыми

$$l_1 = l_2 = l_3,$$

где

$$l_1 = -\frac{n}{n-1} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right];$$

$$l_2 = -\frac{n}{n-1} RT_3 \left[ \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right];$$

$$l_3 = -\frac{n}{n-1} RT_5 \left[ \left( \frac{p_6}{p_5} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$

Отсюда  $l_k = z l_1$ . Или при  $z$ -ступенях  $l_k = z l_1$

Работа на привод трехступенчатого компрессора при политропном сжатии во всех ступенях в  $pV$ -координатах может быть определена площадью фигуры 0-1-2-3-4-5-6-с-0

Если процесс политропного сжатия до давления  $p_6$  производить в одноступенчатом компрессоре, то затраченная на это работа будет равна площади фигуры 0-1-8-с-0. Отсюда экономия работы будет численно равна площади 2-3-4-5-6-8-2.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое идеальный поршневой компрессор, какова его индикаторная диаграмма и как рассчитывается его работа?

2. Как выглядит действительная индикаторная диаграмма компрессора? Что такое вредное пространство и почему оно "вредное"?
3. Как с помощью диаграммы  $pV$  показать, что с ростом повышения давления в компрессоре при наличии вредного пространства производительность его уменьшается?
4. Почему одноступенчатый компрессор оказывается непригодным для получения газа очень высоких давлений?
5. Каковы основные причины необходимости применения многоступенчатого сжатия?
6. Как выглядит принципиальная схема и индикаторная диаграмма многоступенчатого компрессора в  $pV$  - координатах?
7. Какие  $\eta$  вводятся для оценки эффективности работы компрессоров и по каким формулам подбирается мощность привода к компрессорам?

## Глава 9

# ЦИКЛЫ ПОРШНЕВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

### § 9.1. КРАТКИЕ ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Первым, кто указал на возможность создания двигателей внутреннего сгорания, является Сади Карно. Идеи, высказанные им в работе «Размышления о движущей силе огня», в дальнейшем были полностью реализованы.

В 1860 г. Француз Лемуар построил двигатель внутреннего сгорания (ДВС), работавший на газе. Однако он не получил широкого распространения ввиду того, что имел низкий  $\eta$  (не выше, чем  $\eta$  паровых машин). В 1862 г. французский инженер Бо-де-Роша предложил (запатентовал) двигатель, принципы создания которого совпадали с идеями Карно. Эти принципы были осуществлены немецким инженером Отто в созданном им в 1877 г. бензиновом двигателе.

В 1897 г. немецким инженером Дизелем был разработан двигатель высокого сжатия, который работал на керосине. Распыление керосина осуществлялось воздухом высокого давления, получаемого от компрессора.

В 1904 г. русский инженер Г. В. Тринклер построил бескомпрессорный двигатель со смешанным сгоранием топлива - сначала при постоянном объеме, а затем при постоянном давлении. Такой двигатель получил в настоящее время широкое распространение.

## § 9.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ДВС

Все современные двигатели внутреннего сгорания подразделяются на три основные группы:

1. Двигатели, в которых используется цикл с подводом тепла при постоянном объеме  $v=const$  (цикл Отто).
2. Двигатели, в которых используется цикл с подводом тепла при постоянном давлении  $p=const$  (цикл Дизеля).
3. Двигатели, в которых используется смешанный цикл с подводом тепла как при  $v=const$ , так и при  $p=const$  (цикл Тринклера).

При исследовании идеальных термодинамических циклов поршневых двигателей внутреннего сгорания к числу определяемых величин относятся: количество подведенной и отведенной теплоты, основные параметры состояния в характерных точках цикла, термический КПД цикла.

### § 9.3. ЦИКЛЫ ДВС С ПОДВОДОМ ТЕПЛОТЫ ПРИ ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ

Исследование работы реального поршневого двигателя целесообразно производить по так называемой индикаторной диаграмме (снятой с помощью специального прибора - индикатора). Индикаторная диаграмма двигателя, работающего со сгоранием топлива при постоянном объеме, представлена на рис. 9.1.

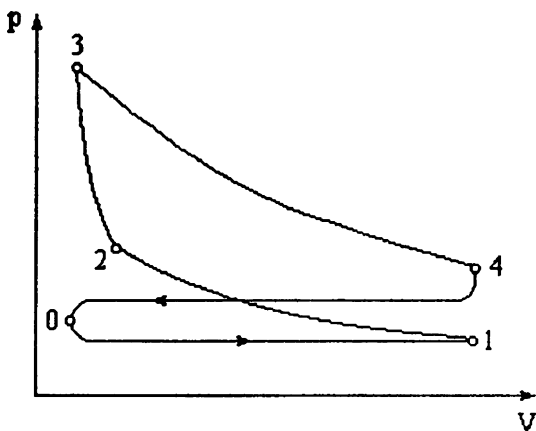


Рис. 9.1

При движении поршня от верхней мертвой точки к нижней происходит всасывание горючей смеси (линия 0-1). Эта линия не является термодинами-

ческим процессом, так как основные параметры при всасывании не изменяются, а изменяются только масса и объем смеси в цилиндре. Кривой 1-2 (линия сжатия) изображается процесс сжатия (поршень движется от нижней мертвой точки к верхней). В точке 2 от электрической искры происходит мгновенное воспламенение горючей смеси (при постоянном объеме). Этот процесс изображается кривой 2-3. В ходе этого процесса температура и давление резко возрастают. Процесс расширения продуктов сгорания на индикаторной диаграмме изображается кривой 3-4, называемой линией расширения. В точке 4 происходит открытие выхлопного клапана, и давление в цилиндре уменьшается до наружного давления. При дальнейшем движении поршня (от нижней мертвой точки к верхней) через выхлопной клапан происходит удаление продуктов сгорания из цилиндра при давлении несколько большем давления окружающей среды. Этот процесс на диаграмме изображается кривой 4-0 и называется линией выхлопа.

В данном случае рабочий процесс совершается за четыре хода поршня (такта). Коленчатый вал делает за это время два оборота. В связи с чем рассмотренные двигатели называются четырехтактными.

Из анализа работы реального двигателя видно, что рабочий процесс не является замкнутым и в нем присутствуют все признаки необратимых процессов: трение, теплообмен при конечной разности температур, конечные скорости поршня и проч.

Так как в термодинамике исследуются лишь идеальные обратимые циклы, то для исследования цикла ДВС примем следующие допущения: рабочее тело - идеальный газ с постоянной теплоемкостью; количество рабочего тела постоянно; между рабочим телом и источниками теплоты имеет место бесконечно малая разность температур; подвод теплоты к рабочему телу производится не за счет сжигания топлива, а от внешних источников теплоты. То же самое справедливо и для отвода теплоты.

Принятые допущения приводят к изучению идеальных термодинамических циклов ДВС, что позволяет производить сравнение различных двигателей и определять факторы, влияющие на их кпд. Диаграмма, построенная с учетом указанных выше допущений, будет уже не индикаторной диаграммой двигателя, а  $pV$ -диаграммой его цикла.

Рассмотрим идеальный термодинамический цикл ДВС с изохорным подводом теплоты. Цикл в  $pV$ -координатах представлен на рис. 9.2.

Идеальный газ с начальными параметрами  $p_1, v_1, T_1$  сжимается по адиабате 1-2. В изохорном процессе 2-3 рабочему телу от внешнего источника теплоты передается количество теплоты  $q_1$ . В адиабатном процессе 3-4 рабочее тело расширяется до первоначального объема  $v_4 = v_1$ . В изохорном процессе 4-1 рабочее тело возвращается в исходное состояние с отводом от него теплоты  $q_2$  в теплоприемник.



Характеристиками цикла являются:  $\varepsilon = v_1 / v_2$  - степень сжатия;  $\lambda = p_3 / p_2$  - степень повышения давления.

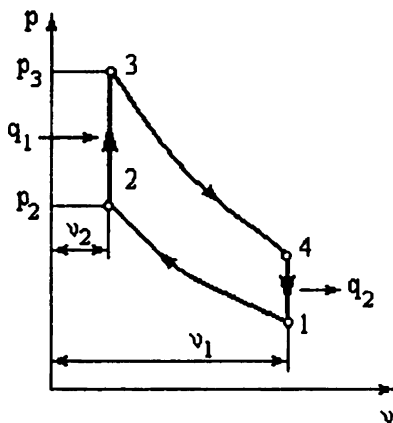


Рис. 9.2

Количество подведенной и отведенной теплот определяется по формулам

$$q_1 = c_v(T_3 - T_2);$$

$$q_2 = c_v(T_4 - T_1).$$

Подставляя эти значения теплот в формулу для термического кпд, получим

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Найдем параметры рабочего тела во всех характерных точках цикла.

Точка 2.

$$v_2 = v_1 \varepsilon;$$

$$p_2 = p_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k = p_1 \varepsilon^k;$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}.$$

Отсюда

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}.$$

Точка 3.

$$v_3 = v_2;$$

$$p_3 = p_2 \lambda = p_1 \varepsilon^k \lambda;$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda.$$

Отсюда

$$T_3 = T_2 \lambda = T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda.$$

Точка 4.

$$v_4 = v_1;$$

$$p_4 = p_3 \left( \frac{v_3}{v_4} \right)^k = p_3 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^k = \frac{p_3}{\varepsilon^k} = p_1 \lambda;$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{v_3}{v_4} \right)^{k-1} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} = \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}.$$

Отсюда

$$T_4 = T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \right) = T_1 \lambda.$$

С учетом найденных значений температур формула для кпд примет вид

$$\eta_{iv} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \quad (9.1)$$

Из последнего соотношения следует, что термический кпд увеличивается с возрастанием степени сжатия  $\varepsilon$  и показателя адиабаты  $k$ .

Однако повышение степени сжатия в двигателях данного типа ограничивается возможностью преждевременного самовоспламенения горючей смеси. В связи с чем рассматриваемые типы двигателей имеют относительно низкие кпд. В зависимости от рода топлива степень сжатия в таких двигателях изменяется от 4 до 9.

Работа цикла определяется по формуле

$$l_u = q_1 \eta_{iv} = c_v (T_3 - T_2) \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \right)$$

Циклы с подводом теплоты при постоянном объеме применяются в карбюраторных типах двигателей с использованием принудительного воспламенения от электрической искры.

#### § 9.4. ЦИКЛЫ ДВС С ПОДВОДОМ ТЕПЛОТЫ ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ

Двигатели, в основу работы которых положен цикл с подводом теплоты при постоянном давлении (с постепенным сгоранием), имеют ряд преимуществ по сравнению с двигателями, работающими по циклу с подводом теплоты при постоянном объеме. Они связаны с тем, что в двигателях с постепенным сгоранием осуществляется раздельное сжатие топлива и воздуха. Поэтому здесь можно достигать значительно более высоких степеней сжатия.

Воздух при высоких давлениях имеет настолько высокую температуру, что подаваемое в цилиндр топливо самовоспламеняется без всяких специальных запальных приспособлений. Кроме того, раздельное сжатие воздуха и топлива позволяет использовать любое жидкое дешевое топливо - нефть, мазут, смолы и проч.

В двигателях с постепенным сгоранием топлива воздух сжимается в цилиндре, а жидкое топливо распыляется сжатым воздухом от компрессора. Раздельное сжатие позволяет применять высокие степени сжатия (до  $\epsilon = 20$ ), исключая преждевременное самовоспламенение топлива. Постоянство давления при горении топлива обеспечивается соответствующей регулировкой топливной форсунки. Конструкция такого двигателя впервые была разработана немецким инженером Дизелем.

Рассмотрим идеальный цикл двигателя с подводом теплоты при постоянном давлении в  $pV$ - диаграмме (рис. 9.3).

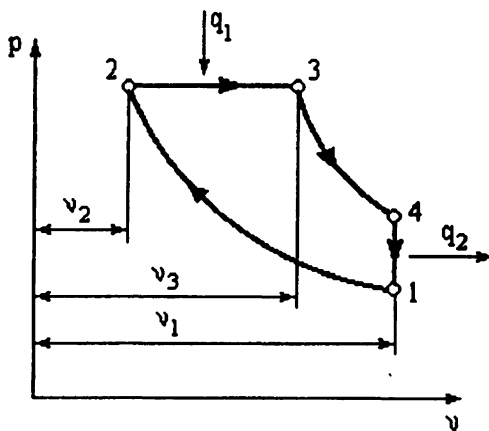


Рис. 9.3

Этот цикл осуществляется следующим образом. Газообразное рабочее тело с начальными параметрами  $p_1$ ,  $v_1$ ,  $T_1$  сжимается по адиабате 1-2. В изобарном процессе 2-3 телу сообщается некоторое количество теплоты  $q_1$ . В адиабатном процессе 3-4 происходит расширение рабочего тела до первоначального объема. В изохорном процессе 4-1 рабочее тело возвращается в первоначальное состояние с отводом в теплоприемник теплоты  $q_2$ . Характеристиками цикла являются :

$$\epsilon = \frac{v_1}{v_2}$$

- степень сжатия;

$$\rho = \frac{v_3}{v_2}$$

- степень предварительного расширения.

Количество подведенной и отведенной теплот определяются по формулам

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2);$$

$$q_2 = c_v(T_4 - T_1).$$

Термический КПД цикла в предположении постоянства теплоемкостей  $c_p$  и  $c_v$  и их отношения  $k=c_p/c_v$  будет

$$\eta_{iv} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{k(T_3 - T_2)}.$$

Параметры рабочего тела в характерных точках цикла будут.

Точка 2.

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon};$$

$$p_2 = p_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k = p_1 \varepsilon^k;$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}.$$

Отсюда

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}.$$

Точка 3.

$$v_3 = v_2 \rho = \frac{v_1 \rho}{\varepsilon};$$

$$p_3 = p_2 = p_1 \varepsilon^k;$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2} = \rho.$$

Отсюда

$$T_3 = T_2 \rho = T_1 \rho \varepsilon^{k-1}.$$

Точка 4.

$$v_4 = v_1;$$

$$p_4 = p_3 \left( \frac{v_3}{v_4} \right)^k = p_1 \varepsilon^k \left( \frac{v_2 \rho}{v_1} \right)^k = p_1 \rho^k;$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k-1} = \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^{k-1}$$

Так как

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{\rho}{\varepsilon},$$

то

$$T_4 = T_3 \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)^{k-1} = T_1 \rho \varepsilon^{k-1} \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)^{k-1} = T_1 \rho^k.$$

Подставляя полученные значения температур в формулу для кпд, получим

$$\eta_{iv} = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon^{k-1} (\rho - 1)}. \quad (9.2)$$

Отсюда следует, что с увеличением  $\varepsilon$  и  $k$  кпд увеличивается, а с увеличением  $\rho$  - уменьшается.

Работа цикла определяется по формуле

$$l_u = q_1 \eta_i = c_p (T_3 - T_2) \left[ 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon^{k-1} (\rho - 1)} \right].$$

Сравнения кпд циклов ДВС с подводом теплоты при  $p = const$  и  $v = const$  при одинаковых давлениях и температурах, но при различных  $\varepsilon$  показывают, что

$$\eta_{ip} > \eta_{iv}.$$

При этом степень сжатия  $\varepsilon$  в цикле с подводом теплоты при  $p = const$  больше, чем в цикле с подводом теплоты при  $v = const$  (доказательство см. в [5,13]).

Величина  $\varepsilon$  в цикле с подводом теплоты при постоянном давлении выбирается таким образом, чтобы обеспечивались условия самовоспламенения топлива. Таким условиям в компрессорных дизелях соответствует  $\varepsilon = 14 - 18$ . Подробнее о методах сравнения кпд циклов различных тепловых двигателей см. § 10.8.

### § 9.5. ЦИКЛЫ ДВС СО СМЕШАННЫМ ПОДВОДОМ ТЕПЛОТЫ

Одним из недостатков двигателей, в которых применяется цикл с подводом теплоты при постоянном давлении, является необходимость использования компрессора, применяемого для подачи топлива. Наличие компрессора усложняет конструкцию и уменьшает экономичность двигателя, т.к. на его работу затрачивается 6-10 % от общей мощности двигателя.

С целью упрощения конструкции и увеличения экономичности двигателя русский инженер Г.В.Тринклер разработал проект бескомпрессорного двигателя высокого сжатия. Этот двигатель лишен недостатков рассмотренных выше двух типов двигателей. Основное его отличие в том, что жидкое топливо с помощью топливного насоса подается через форсунку в головку цилиндра, где оно воспламеняется и горит вначале при постоянном объеме, а потом при постоянном давлении. На рис. 9.4 представлен идеальный цикл двигателя со смешанным подводом теплоты в  $p-v$  - координатах.

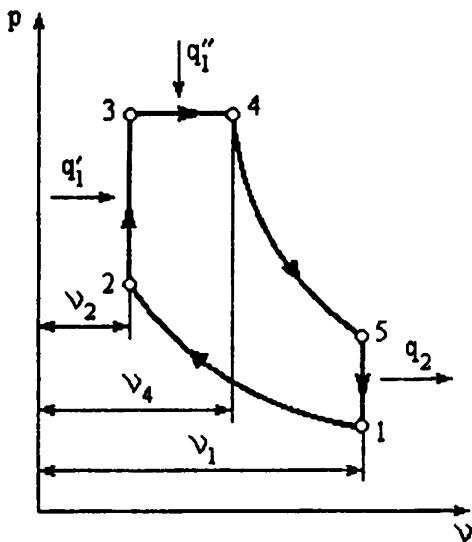


Рис.9.4

В адиабатном процессе 1-2 рабочее тело сжимается до параметров в точке 2. В изохорном процессе 2-3 к нему подводится первая доля теплоты  $q_1'$ , а в изобарном процессе 3-4 - вторая -  $q_1''$ . В процессе 4-5 происходит адиабатное расширение рабочего тела и по изохоре 5-1 оно возвращается в исходное состояние с отводом теплоты  $q_2$  в теплоприемник.

Характеристиками цикла являются :

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}$$

- степень сжатия;

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2}$$

- степень повышения давления.

$$\rho = \frac{v_4}{v_3}$$

- степень предварительного расширения.

Количества подведенной  $q_1 = q_1' + q_1''$  и отведенной  $q_2$  теплот определяются по формулам.

$$q_1' = c_v(T_3 - T_2);$$

$$q_1'' = c_p(T_4 - T_3);$$

$$q_2 = c_v(T_5 - T_1).$$

Термический КПД цикла будет

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1' + q_1''} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{(T_3 - T_2) + k(T_4 - T_3)}.$$

Найдем параметры рабочего тела в характерных точках цикла.

Точка 2.

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon};$$

$$p_2 = p_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k = p_1 \varepsilon^k;$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}.$$

Отсюда

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}.$$

Точка 3.

$$v_3 = v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon};$$

$$p_3 = p_2 \lambda = p_1 \lambda \varepsilon^k;$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda;$$

$$T_3 = T_2 \lambda = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1}.$$

Точка 4.

$$v_4 = v_3 \rho = v_1 \frac{\rho}{\varepsilon};$$

$$p_4 = p_3 = p_1 \varepsilon^k \lambda;$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{v_4}{v_3} = \rho;$$

$$T_4 = T_3 \rho = T_1 \rho \lambda \varepsilon^{k-1}.$$

Точка 5.

$$v_5 = v_1 ;$$

$$p_5 = p_4 \left( \frac{v_4}{v_5} \right)^k = p_1 \lambda \varepsilon^k \left( \frac{v_1 \rho}{v_1 \varepsilon} \right)^k = p_1 \lambda \rho^k ;$$

$$\frac{T_5}{T_4} = \left( \frac{v_4}{v_5} \right)^{k-1} = \left( \frac{v_1}{v_1} \right)^{k-1} ;$$

$$\frac{\rho}{\varepsilon} = \left( \frac{v_4}{v_3} \right) : \left( \frac{v_1}{v_2} \right) = \frac{v_4}{v_1} ;$$

$$\frac{T_5}{T_4} = \left( \frac{\rho}{\varepsilon} \right)^{k-1} ;$$

$$T_5 = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho \lambda \frac{\rho^{k-1}}{\varepsilon^{k-1}} = T_1 \lambda \rho^k .$$

Подставив найденные значения температур в формулу для кпд. будем иметь

$$\eta_i = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1} [(\lambda - 1) + k \lambda (\rho - 1)]} . \quad (9.3)$$

Отсюда следует, что с увеличением  $k$ ,  $\varepsilon$  и  $\lambda$  кпд цикла возрастает, а с увеличением  $\rho$  уменьшается.

Цикл со смешанным подводом теплоты обобщает циклы с изобарным и изохорным подводом теплоты. Если положить  $\lambda = 1$  (что означает отсутствие подвода теплоты при постоянном объеме ( $p_2 = p_3$ )), то формула (9.3) приводится к формуле (9.2), т.е. к формуле для кпд цикла ДВС с изобарным подводом теплоты. Если принять  $\rho = 1$  (что означает отсутствие подвода теплоты при постоянном давлении ( $v_3 = v_4$ )), то формула (9.3) приводится к формуле (9.1) для кпд цикла с изохорным подводом теплоты.

Цикл со смешанным подводом теплоты лежит в основе работы большинства современных дизелей.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какова термодинамическая классификация двигателей внутреннего сгорания?
2. Как осуществляется и выглядит в  $p v$  - диаграмме действительный цикл ДВС с подводом тепла при постоянном объеме ( $v = const$ )?
3. Как выглядит идеализированный цикл ДВС с подводом тепла при  $v = const$  в  $p v$ - и  $T s$  - диаграммах? Как выводится формула для термического кпд этого цикла?



4. Почему термический кпд цикла ДВС с подводом тепла при  $v = const$  увеличивается с ростом степени сжатия  $\epsilon$ ? Чем ограничивается повышение степени сжатия в двигателях этого типа?
5. Как осуществляется действительный, и выглядит в  $pV$ - и  $Ts$ - диаграммах идеальный цикл ДВС с подводом тепла при постоянном давлении ( $p = const$ )? Каково выражение для термического кпд этого цикла?
6. Как изображается цикл со смешанным подводом тепла в  $pV$ - и  $Ts$ - диаграммах? Каково выражение для термического кпд этого цикла?

## Глава 10

### ЦИКЛЫ ГАЗОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК И РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Газотурбинные установки (ГТУ) имеют многие важные преимущества по сравнению с поршневыми двигателями. Газовые турбины имеют относительно небольшие габариты и малую массу, в них нет деталей с возвратно-поступательным движением, они могут выполняться с достаточно большими единичными мощностями. В газовых турбинах отсутствует основной недостаток поршневых двигателей - невозможность расширения рабочего тела в цилиндре двигателя до атмосферного давления.

Практическое применение нашли ГТУ со сгоранием топлива при постоянном давлении и постоянном объеме. Им соответствуют идеальные циклы с подводом теплоты в процессе при постоянном давлении и постоянном объеме.

#### § 10.1. ЦИКЛЫ ГТУ С ПОДВОДОМ ТЕПЛОТЫ ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ

Принципиальная схема ГТУ с подводом теплоты при постоянном давлении приведена на рис. 10.1. Рассмотрим принцип действия установки.

В камеру сгорания (КС) через форсунки поступают воздух из осевого компрессора (ОК) и топливо из топливного насоса (ТН). Из камеры сгорания горячие газы через комбинированные сопла направляются на лопатки газовой турбины (ГТ), а затем выбрасываются в атмосферу. ЭГ - электрогенератор.

Идеальный цикл ГТУ с подводом теплоты при постоянном объеме в  $pV$ - и  $Ts$ - диаграммах представлен на рис. 10.2 и 10.3.

В адиабатном процессе 1-2 происходит сжатие рабочего тела от параметров точки 1 до параметров точки 2. В изобарном процессе 2-3 к рабочему те-

лу подводится некоторое количество теплоты  $q_1$  от верхнего источника теплоты. По адиабате 3-4 рабочее тело расширяется до первоначального давления  $p_4 = p_1$  и по изобаре 4-1 приводится к параметрам точки 1 с отводом теплоты  $q_2$  к нижнему источнику теплоты.

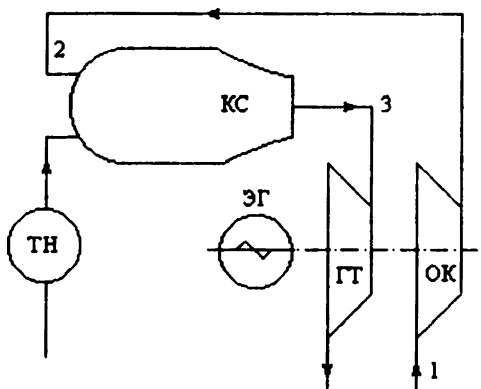


Рис.10.1

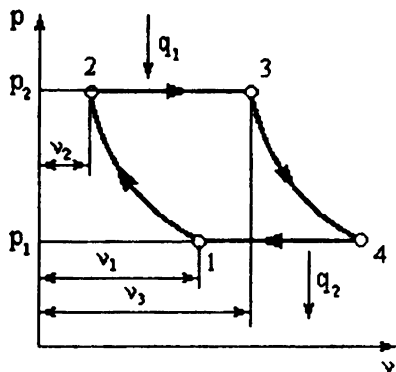


Рис. 10.2

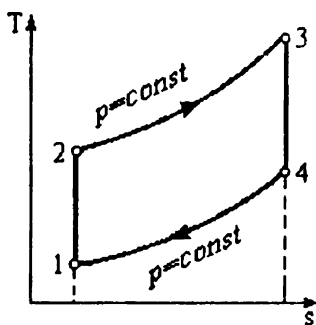


Рис 10.3

Характеристики цикла:

$\beta = \frac{p_2}{p_1}$  - степень повышения давления в компрессоре;

$\rho = \frac{v_3}{v_2}$  - степень изобарного расширения.

Количества подводимой и отводимой теплоты определяются по формулам

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2) ;$$

$$q_2 = c_p(T_4 - T_1) .$$

С учетом последних соотношений формула для термического КПД будет

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} .$$

Найдем выражения температур  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$  через начальную температуру  $T_1$  рабочего тела. Для адиабатного процесса 1-2 справедливо следующее соотношение

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \beta^{\frac{k-1}{k}} .$$

Отсюда

$$T_2 = T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}} .$$

В изобарном процессе 2-3

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2} = \rho .$$

Отсюда

$$T_3 = T_2 \rho = T_1 \rho \beta^{\frac{k-1}{k}} .$$

В адиабатном процессе 3-4

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{p_1}{p_1 \beta} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}} .$$

Отсюда

$$T_4 = T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}} \rho \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}} = T_1 \rho .$$

Подставляя найденные значения температур в формулу для КПД, получим

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1 \rho - T_1}{T_1 \rho \beta^{\frac{k-1}{k}} - T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}}} = 1 - \frac{\rho - 1}{(\rho - 1) \beta^{\frac{k-1}{k}}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}} .$$

Отсюда следует, что с увеличением степени повышения давления  $\beta$  и показателя адиабаты  $k$ , КПД ГТУ с подводом теплоты в процессе при постоянном давлении возрастает.

Однако термический КПД еще не может служить мерой экономичности установок. Эту роль выполняет эффективный КПД ГТУ

$$\eta_e = \frac{l_e}{q_1} ,$$

где  $l_e$  - эффективная работа (полезная работа на валу двигателя с учетом внутренних и механических потерь в установке). Эффективная работа определяется как разность действительных работ расширения и сжатия

$$l_e = (i_3 - i_4)\eta_t \eta_m - (i_2 - i_1)\eta_m^k,$$

где  $\eta_t = 0,8 - 0,9$  - внутренний относительный кпд газовой турбины;  $\eta_m^k = 0,8 - 0,85$  - адиабатный кпд турбокомпрессора;  $\eta_m$  - механический кпд.

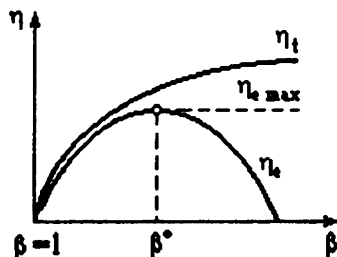


Рис. 10.4

Кривые зависимости  $\eta_t$  и  $\eta_e$  от  $\beta = p_2/p_1$  имеют следующий вид (рис. 10.4). Как видно, по мере увеличения  $\beta$   $\eta_e$  сначала растет, а потом уменьшается и может упасть до нуля. Поэтому стараются так выбирать  $\beta$ , чтобы  $\beta \leq \beta^*$ .

### § 10.2. ЦИКЛЫ ГТУ С ПОДВОДОМ ТЕПЛОТЫ ПРИ ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ

В отличие от ГТУ со сгоранием топлива при постоянном давлении, где процесс горения осуществляется непрерывно, в ГТУ со сгоранием топлива при постоянном объеме процесс горения является периодическим (пульсирующим). Через воздушный клапан 7 в камеру сгорания 1 поступает воздух, сжатый в компрессоре 6 (рис. 10.5). Сюда же топливным насосом 5 через топливный клапан 8 подается жидкое топливо. Процесс горения производится при закрытых воздушном клапане 7 и сопловом клапане 2. Воспламенение происходит от электрической искры. После сгорания топлива в результате повышения давления в камере 1 открывается сопловой клапан 2. Продукты сгорания, проходя через сопловые аппараты 3, поступают на лопатки газовой турбины 4.

Идеальный цикл газотурбинной установки с подводом теплоты при постоянном объеме в  $p$ - $v$ - и  $T$ - $s$ -диаграммах представлен на рис. 10.6.

В адиабатном процессе 1-2 рабочее тело с параметрами  $p_1, v_1, T_1$  в точке 1 сжимается до параметров  $p_2, v_2, T_2$  в точке 2.

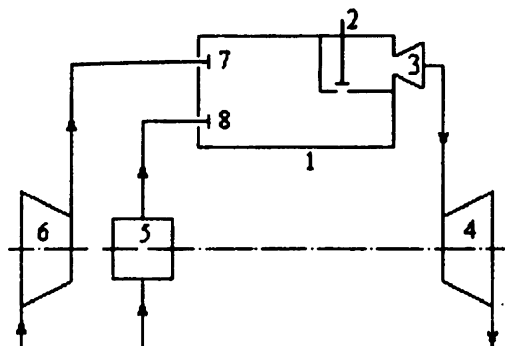


Рис. 10.5

В изохорном процессе 2-3 к рабочему телу подводится некоторое количество теплоты  $q_1$ . Затем рабочее тело расширяется в адиабатном процессе 3-4 до начального давления  $p_4=p_1$  и по изобаре 4-1 возвращается в первоначальное состояние, характеризуемое параметрами точки 1. Характеристики цикла:

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} \text{ - степень повышения давления в компрессоре;}$$

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2} \text{ - степень добавочного повышения давления.}$$

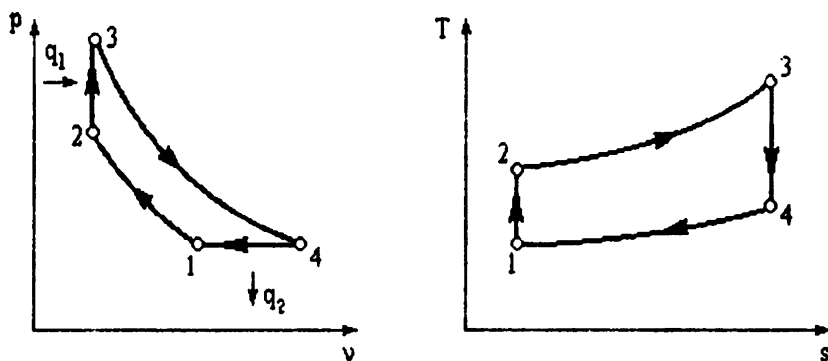


Рис. 10.6

Удельное количество подводимой и отводимой теплот определяется по формулам

$$q_1 = c_v(T_3 - T_2) ;$$

$$q_2 = c_p(T_4 - T_1).$$

Подставляя эти величины в формулу для термического кпд, получим

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{k(T_4 - T_1)}{T_3 - T_2}.$$

Найдем выражения для температур  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$  через начальную температуру  $T_1$ . В адиабатном процессе 1-2 имеем

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \beta^{\frac{k-1}{k}}.$$

Отсюда

$$T_2 = T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}}.$$

В изохорном процессе 2-3

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda.$$

Отсюда

$$T_3 = T_2 \lambda = T_1 \lambda \beta^{\frac{k-1}{k}}.$$

В адиабатном процессе 3-4

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_1}{p_1 \beta \lambda}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{1}{(\beta \lambda)^{\frac{k-1}{k}}}.$$

Отсюда

$$T_4 = T_3 \frac{1}{(\beta \lambda)^{\frac{k-1}{k}}} = T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}} \lambda \left(\frac{1}{\beta \lambda}\right)^{\frac{k-1}{k}} = T_1 \lambda^{\frac{1}{k}}.$$

Подставляя найденные значения температур в выражение для термического кпд, получим

$$\eta_t = 1 - \frac{k \left( \lambda^{\frac{1}{k}} - 1 \right)}{(\lambda - 1) \beta^{\frac{k-1}{k}}}.$$

Отсюда видно, что термический кпд возрастает с возрастанием величин  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $k$ .

### § 10.3. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТЕРМИЧЕСКОГО КПД ГТУ

Для повышения КПД ГТУ применяют следующие методы:

1. Регенерация теплоты.
2. Многоступенчатое сжатие воздуха с промежуточным охлаждением.
3. Многоступенчатое сгорание топлива.

Все эти мероприятия приближают цикл ГТУ к обобщенному термодинамическому циклу Карно, состоящему из двух изотерм и двух эквидистант, имеющему наивысший КПД в заданном интервале температур, равный КПД обычного цикла Карно (см. § 3.10). В частности, применение многоступенчатого сжатия и многоступенчатого сгорания позволяет приблизить эти процессы к изотермическим (вместо адиабатных). Причем, степень приближения процессов сжатия и сгорания к изотермическим будет тем выше, чем большее число ступеней будет применено (см. рис. 10.13, 10.14).

Принципиальная схема ГТУ с подводом теплоты при постоянном давлении и цикл с регенерацией в  $Ts$ -диаграмме приведены на рис 10.7, 10.8.

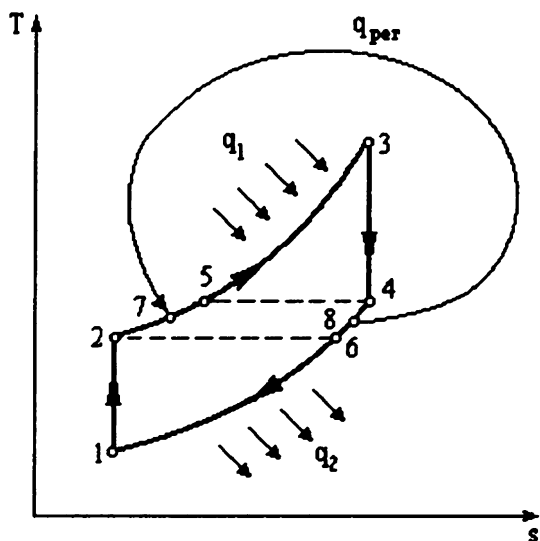


Рис. 10.7

Рассмотрим процессы цикла: 1-2 - адиабатное сжатие воздуха в осевом компрессоре ОК; 2-5 - изобарный подогрев воздуха в регенераторе Р (рис. 10.8); 5-3 - изобарный подвод теплоты в камере сгорания КС; 3-4 - адиабатное расширение в сопловых аппаратах и на лопатках газовой турбины ГТ; 4-6 - изобарный отвод теплоты от газов к воздуху в регенераторе Р;

6-1 - изобарное охлаждение газов в атмосфере. На рис. 10.8 ТН - топливный насос, Р - регенератор. Остальные обозначения те же, что и на рис. 10.1.

Для характеристики регенерации вводится величина  $\sigma$ , называемая степенью регенерации. Она определяется отношением фактически регенерированной теплоты  $q_{\text{рег}} = c_p(T_7 - T_2)$  к предельно возможной (полной)

$$q'_{\text{рег}} = c_p(T_5 - T_2)$$

$$\sigma = \frac{q_{\text{рег}}}{q'_{\text{рег}}} = \frac{T_7 - T_2}{T_5 - T_2} = \frac{T_8 - T_6}{T_4 - T_6} \quad (10.1)$$

Если  $T_7 = T_5$  ( $T_8 = T_4$ ), то регенерация полная и  $\sigma = 1$ . Это означает, что поступающий в камеру сгорания сжатый воздух нагревается до температуры уходящих газов, т.е.  $T_5 = T_4$ . Полная регенерация может быть достигнута лишь теоретически. Во всех практических случаях  $T_7 < T_5$  и  $T_8 < T_4$ .

Степень регенерации увеличивается с увеличением поверхности нагрева регенератора Р. Однако это приводит к увеличению габаритов, веса и стоимости установки. Оптимальная величина  $\sigma$  определяется технико-экономическими расчетами.

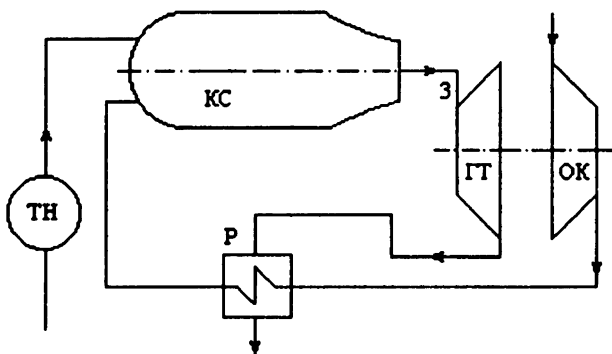


Рис. 10.8

Таким образом, при полной регенерации теплота с участка 4-6 обратным путем передается на участок 2-5 (рис. 10.7). В результате теплота  $q_1$  от внешнего теплоисточника подводится рабочему телу при более высокой средней температуре подвода теплоты, а теплота  $q_2$  отводится к внешнему теплоисточнику при более низкой средней температуре отвода теплоты. Известно, что всякое повышение средней температуры подвода теплоты и всякое понижение температуры отвода теплоты приводят к повышению термического кпд (см. формулу для кпд цикла Карно).



Термический кпд цикла ГТУ при полной регенерации будет

$$\eta_i^{\text{пер}} = 1 - \frac{q_2}{q_1}, \quad (10.2)$$

где

$$q_1 = c_p(T_3 - T_5) = c_p(T_3 - T_4);$$

$$q_2 = c_p(T_6 - T_1) = c_p(T_2 - T_1).$$

Подставляя  $q_1$  и  $q_2$  в (10.2), получим

$$\eta_i^{\text{пер}} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4}. \quad (10.3)$$

Выразим температуры в основных точках цикла через температуру  $T_1$  (см. § 10.1)

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{\frac{k-1}{k}}; \quad T_3 = T_1 \rho \beta^{\frac{k-1}{k}}; \quad T_4 = T_1 \rho. \quad (10.4)$$

Подставляя  $T_2, T_3, T_4$  в (10.3), найдем

$$\eta_i^{\text{пер}} = 1 - \frac{1}{\rho} = 1 - \frac{T_1}{T_4}.$$

Следовательно, термический кпд цикла ГТУ с подводом теплоты при постоянном давлении в случае полной регенерации зависит от начальной температуры воздуха  $T_1$  и от температуры в конце адиабатного расширения  $T_4$ .

Найдем термический кпд цикла с подводом теплоты при постоянном давлении при неполной регенерации.

Подводимое  $q_1$  и отводимое  $q_2$  количества теплоты в данном случае будут

$$q_1 = c_p(T_3 - T_7) = c_p(T_3 - T_2) - c_p(T_7 - T_2);$$

$$q_2 = c_p(T_4 - T_1) = c_p(T_8 - T_6)$$

Учитывая формулу (10.1), найдем

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2) = c_p \sigma(T_3 - T_2);$$

$$q_2 = c_p(T_4 - T_1) = c_p \sigma(T_5 - T_2).$$

Подставляя формулы для  $q_1$  и  $q_2$  в (10.2), получим

$$\eta_i^{\text{пер}} = 1 - \frac{T_4 - T_1 - \sigma(T_3 - T_2)}{T_3 - T_2 - \sigma(T_3 - T_2)}. \quad (10.5)$$

Подставляя (10.4) в (10.5) и учитывая, что  $T_5 = T_4$ , найдем

$$\eta_i^{\text{пер}} = 1 - \frac{\rho - 1 - \sigma \left( \rho - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right)}{(\rho - 1) \beta^{\frac{k-1}{k}} - \sigma \left( \rho - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right)} \quad (10.6)$$

При  $\sigma = 0$  формула (10.6) приводится к виду

$$\eta_i = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}},$$

т.е. приходим к формуле для кпд цикла ГТУ с подводом теплоты при постоянном давлении при отсутствии регенерации (см. § 10.1).

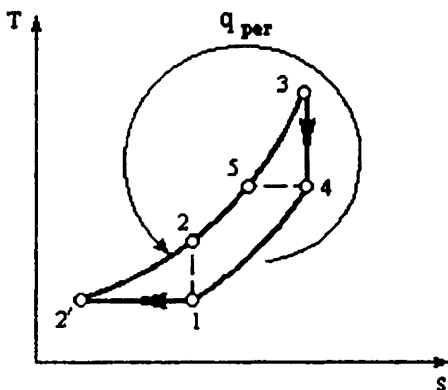


Рис. 10.9

Рассмотрим применение многоступенчатого сжатия и многоступенчатого сгорания с целью увеличения кпд ГТУ. Максимальный кпд может быть получен, если совместно с регенерацией теплоты сжатие воздуха производить не по адиабате 1-2, а по изотерме 1-2'. Аналогично следует выполнять расширение по изотерме 5-4 взамен адиабаты 3-4 (рис. 10.9). В этом случае цикл будет состоять из двух изотерм 1-2' и 5-4 и двух эквидистант (изобар) 2'-5 и 4-1, т.е. имеем обобщенный термодинамический цикл Карно. Однако такой цикл является идеальным и практически он невыполним. Но к нему можно приблизиться, если применить многоступенчатое сжатие с отводом теплоты к промежуточным охладителям и многоступенчатое сгорание. Увеличивая число ступеней сжатия и сгорания, можно в пределе как угодно близко прийти к обобщенному циклу Карно. Однако в этом случае значительно усложняется конструкция ГТУ, ее габариты и стоимость. Как показы-

вают технико-экономические расчеты, одной из наиболее целесообразных является схема с трехступенчатым сжатием и двухступенчатым сгоранием с регенерацией.

Цикл в  $Ts$ - и  $pV$ - диаграммах и принципиальная схема для этого случая представлены на рис. 10.10, 10.11, 10.12.

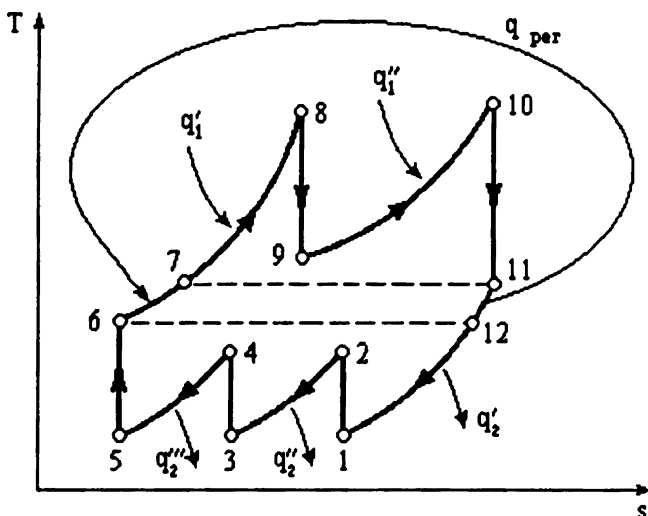


Рис. 10.10

Рассмотрим работу ГТУ, принципиальная схема которой представлена на рис. 10.12. В осевом трехступенчатом компрессоре (ОК-I, ОК-II, ОК-III) с двумя промежуточными охладителями (ОХЛ-I, ОХЛ-II) происходит сжатие воздуха, который затем направляется в регенератор Р, где с помощью газов, выходящих из второй ступени газовой турбины (ГТ-II), подогревается до определенной температуры. Нагретый воздух поступает в камеру сгорания первой ступени (КС-1). Сюда же поступает и топливо, которое сгорает после перемешивания с воздухом.

Горячий газ направляется на лопатки первой ступени турбины (ГТ-I). Затем он поступает во вторую ступень камеры сгорания (КС-2), в которой за счет сжигания дополнительной порции топлива его температура повышается. Полученный горячий газ после совершения работы на лопатках второй ступени турбины (ГТ-II) направляется в регенератор Р.

Цифры на принципиальной схеме проставлены в соответствии с нумерацией процессов цикла ГТУ в  $Ts$ - и  $pV$ - диаграммах на рис. 10.10, 10.11.

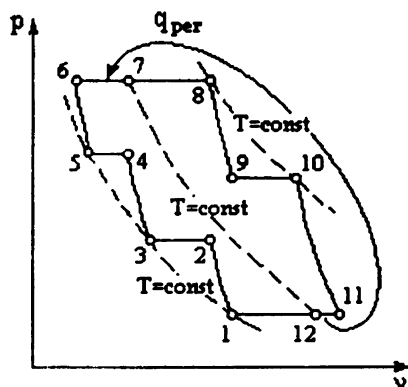


Рис. 10.11

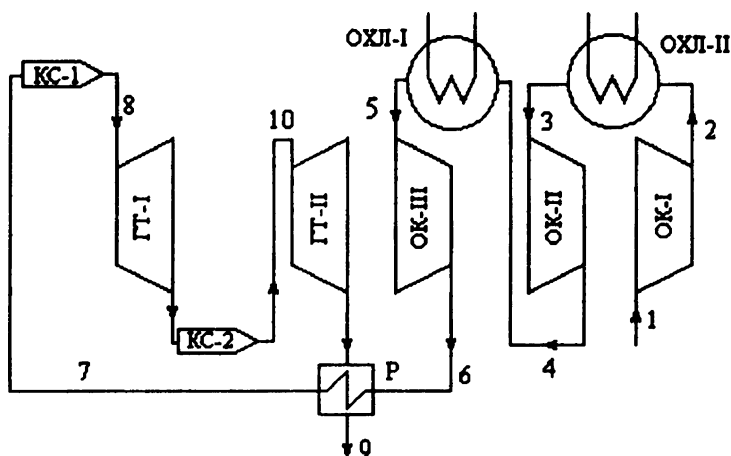


Рис. 10.12

Рассмотрим процессы цикла, представленного на рис. 10.10, 10.11:  
 1-2 - адиабатное сжатие воздуха в первой ступени компрессора (ОК-I); 2-3 - изобарный отвод теплоты ( $p = \text{const}$ ) в первом промежуточном охладителе (ОХЛ-I); 3-4 - адиабатное сжатие воздуха во второй ступени компрессора (ОК-II); 4-5 - изобарный отвод теплоты во втором промежуточном охладителе (ОХЛ-II); 5-6 - адиабатное сжатие воздуха в третьей ступени компрессора (ОК-III); 6-7 - подогрев воздуха в регенераторе P; 7-8 - изобарный подвод теплоты в первой ступени камеры сгорания (КС-I); 8-9 - адиабатный процесс расширения газа в первой ступени турбины (ГТ-I); 9-10 - изобарный подвод

теплоты во второй ступени камеры сгорания (КС-2); 10-11 - адиабатный процесс расширения газа во второй ступени турбины (ТГ-II); 11-12 - изобарный отвод теплоты от газа в регенераторе Р; 12-1 - охлаждение газа в атмосфере.

Отвод теплоты в промежуточных охладителях производится таким образом, чтобы температуры в конце процесса охлаждения (точки 1,3,5) были одинаковы, т.е. точки 1, 3, 5 лежат на одной изотерме. Аналогично температуры в КС-1 и КС-2 в конце процесса сгорания (точки 8, 10) также одинаковы и, следовательно, точки 8, 10 лежат на одной изотерме.

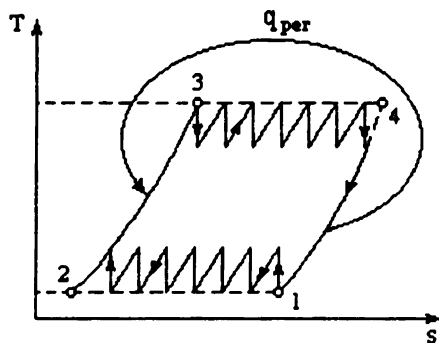


Рис. 10.13

Чем больше число ступеней сжатия и охлаждения, тем выше термический кпд цикла. Действительно, если предположить, что в процессе 2-3 (см. рис. 10.13, 10.14) к рабочему телу теплота  $q_{per}$  подводится только за счет охлаждения его в процессе 4-1, то вследствие эквидистантности этих процессов теплота  $q_{per}$  не должна учитываться при определении термического кпд цикла. Для определения кпд цикла ГТУ с большим числом ступеней сжатия и сгорания представим приближенно теплоты  $q_1$  (теплота, подведенная к рабочему телу в процессе 3-4) и  $q_2$  (теплота, отведенная от рабочего тела в процессе 1-2) в виде

$$q_1 = T_3 \Delta s_{3-4}; \quad q_2 = T_1 \Delta s_{1-2},$$

где  $\Delta s_{3-4}$  и  $\Delta s_{1-2}$  - изменение энтропии в соответствующих процессах.

Термический кпд цикла будет

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_1 \Delta s_{1-2}}{T_3 \Delta s_{3-4}}.$$

Ввиду эквидистантности кривых 2-3 и 4-1  $\Delta s_{1-2} = \Delta s_{3-4}$ . Отсюда

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

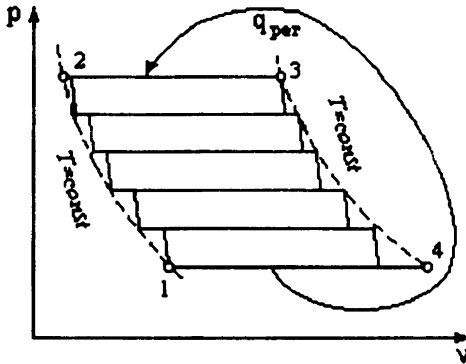


Рис. 10.14

Таким образом, термический кпд цикла, изображенного на рис. 10.13, 10.14 при бесконечно большом числе ступеней сжатия и сгорания равен кпд цикла Карно.

#### § 10.4. ЦИКЛЫ РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ. ЖИДКОСТНЫЕ РЕАКТИВНЫЕ ДВИГАТЕЛИ

В реактивных двигателях теплота, полученная в результате сгорания топлива, преобразуется в кинетическую энергию газообразных продуктов сгорания и используется непосредственно для получения тяги. Поэтому реактивные двигатели называются еще двигателями прямой реакции.

По способу осуществления горения топлива реактивные двигатели бывают:

1. Двигатели, в которых для горения используется жидкое топливо, запасенное на борту летательного аппарата, - жидкостные реактивные двигатели (ЖРД).
2. Двигатели, в которых для горения используется атмосферный воздух, - воздушные реактивные двигатели (ВРД).

Топливом для ЖРД служат водород, его соединения с углеродом и др. В качестве окислителя применяются жидкий кислород, перекись водорода, азотная кислота и др.

Принципиальная схема ЖРД и диаграмма в  $p-v$ -координатах представлены на рис. 10.15, 10.16. Принципиальная схема включает: 1, 2 - емкости для

жидкого топлива и окислителя; 3,4 - питательные насосы; 5 - камера сгорания, 6 - сопло.

Цикл в  $p-v$  координатах содержит следующие процессы: 1'-2' - изохорный процесс сжатия топлива в питательных насосах; 2'-3 - изобарный подвод теплоты в камере сгорания; 3-4 - адиабатное расширение газов в сопловом аппарате; 4-1' - линия, условно замыкающая цикл и соответствующая охлаждению газов в атмосфере.

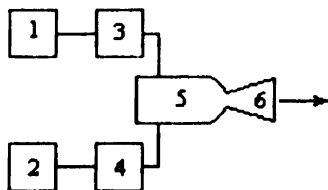


Рис. 10.15

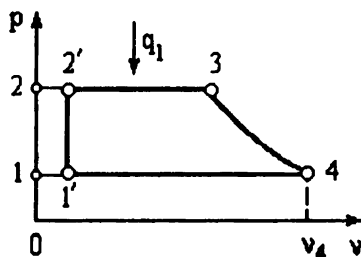


Рис. 10.16

Ввиду значительно меньшего объема жидкости по сравнению с объемом продуктов сгорания и практической несжимаемости жидкости процесс сжатия 1'-2' можно считать изохорическим, совпадающим с осью ординат, т.е. с линией 1-2.

Линия 4-1 соответствует случаю, когда давление газов на срезе сопла совпадает с давлением окружающей среды.

Полезная работа цикла определяется по формуле

$$l_n = (i_3 - i_4) - (p_2 - p_1)v_1,$$

где  $i_3 - i_4$  - работа адиабатического расширения продуктов сгорания;  $(p_2 - p_1)v_1$  - работа, затрачиваемая на привод питательных насосов 3,4. Если процесс в насосах считать адиабатическим, то

$$(p_2 - p_1)v = i_2 - i_4.$$

Подведенная в цикле теплота, равная теплоте сгорания топлива, будет

$$q_1 = i_3 - i_2 = (i_3 - i_1) - (i_2 - i_1) = i_3 - i_1 - (p_2 - p_1)v_1.$$

Коэффициент полезного действия цикла определяется по формуле

$$\eta_1 = \frac{l_n}{q_1} = \frac{i_3 - i_4 - (p_2 - p_1)v_1}{i_3 - i_1 - (p_2 - p_1)v_1}.$$

Ввиду малого удельного объема жидкости работой, затрачиваемой на привод питательных насосов (площадь 122'1'), можно пренебречь. Тогда

$$\eta_1 = \frac{i_3 - i_4}{i_3 - i_1}$$

Преимущества ЖРД: 1) независимость работы от состояния окружающей среды; 2) возможность полетов в безвоздушном пространстве; 3) полная независимость тяги от скорости полета и, следовательно, возрастание мощности с увеличением скорости; 4) простота конструкции и малая удельная масса (масса установки на 1 кг тяги).

Недостатки ЖРД: 1) сравнительно низкий кпд; 2) необходимость иметь запасы не только топлива, но и окислителя.

### § 10.5. ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫЕ ДВИГАТЕЛИ

В воздушно-реактивных двигателях (ВРД) для сжигания жидкого топлива используется атмосферный воздух. Бывают бескомпрессорные (со сжатием воздуха только за счет скоростного напора воздушного потока) и компрессорные ВРД.

Бескомпрессорные ВРД делятся на прямоточные (сгорание топлива при  $p = const$ ) и пульсирующие (сгорание топлива при  $v = const$ ). Летательные аппараты, имеющие бескомпрессорные двигатели, нуждаются в принудительном запуске, так как эти двигатели работают лишь в набегающем потоке воздуха.

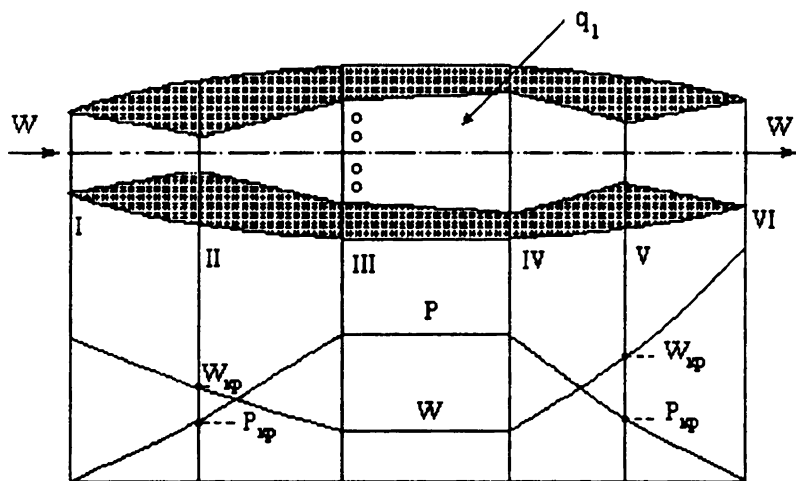


Рис. 10.17



В зависимости от скорости движения летательного аппарата бывают две схемы ВРД - для сверхзвуковых и дозвуковых скоростей полета. На рис. 10.17 приведена схема воздушно-реактивного двигателя для сверхзвуковых скоростей полета, а также характер изменения скорости и давления газового потока внутри аппарата. Рассмотрим характер изменения скоростей  $w$  и давлений  $p$  в различных сечениях двигателя.

В сечении I воздух поступает в канал со сверхзвуковой скоростью. Для осуществления его сжатия канал на участке I-II суживается, а на участке II-III расширяется. Вследствие этого давление на участке I-III возрастает, а скорость уменьшается до величины, меньшей скорости звука. На участке III-IV расположена камера сгорания, где происходит сгорание топлива с выделением теплоты  $q_1$  при постоянном давлении. Скорость на этом участке остается постоянной.

Скорость на выходе из камеры сгорания оказывается меньшей скорости звука. Для ее увеличения канал двигателя сначала суживается (участок IV-V), а затем расширяется (участок V-VI). В сечении V газ имеет скорость, равную скорости звука. На участке V-VI происходит дальнейшее увеличение скорости до сверхзвуковой и падение давления от критического значения до давления окружающей среды.

На рис. 10.18 приведена схема ВРД для дозвуковых скоростей полета, а также характер изменения давления и скорости потока. В данном случае отсутствует сужающийся участок на входе в канал, так как скорость газа дозвуковая. На участке III-IV происходит возрастание скорости, однако она не достигает звуковой.

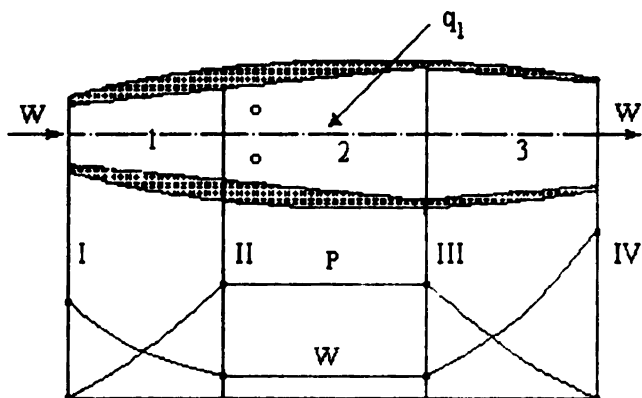


Рис. 10.18.

1 - диффузор, 2 - камера сгорания, 3 - сопло.

На рис. 10.19 представлен теоретический цикл прямого ВРД в  $p\nu$ -координатах. Рассмотрим процессы цикла: 1-2 - сжатие в диффузоре потока воздуха; 2-3 - изобарный процесс подвода теплоты  $q_1$  в камере сгорания; 3-4 - адиабатическое расширение газов в сопловом аппарате; 4-1 - охлаждение газов в атмосфере.

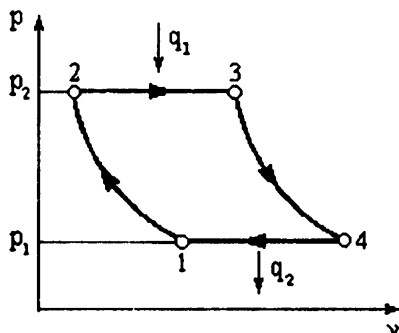


Рис. 10.19

Анализируя цикл, изображенный на рис. 10.19, можно заметить, что по конфигурации он совпадает с циклом газотурбинного двигателя со сгоранием топлива при  $p = const$ .

Поэтому КПД цикла ВРД будет

$$\eta_i = 1 - \frac{1}{\beta^k},$$

где  $\beta = p_2 / p_1$  - степень увеличения давления воздуха в диффузоре.

Преимущества воздушно-реактивных двигателей состоят в простоте конструкции (малая масса) и возможности достижения высоких скоростей полета, в 2-3 раза превышающих скорость звука.

#### § 10.6. ПУЛЬСИРУЮЩИЙ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ

Подвод теплоты в камере сгорания пульсирующего ВРД осуществляется при постоянном объеме ( $\nu = const$ ). Для этого необходимо иметь распределительное клапанное устройство, с помощью которого в требуемый момент времени камеру сгорания можно разобщить с диффузором и выпускным соплом.

На рис. 10.20 изображен цикл пульсирующего ВРД в  $p\nu$ -координатах. Рассмотрим процессы цикла: 1-2 - сжатие воздуха в диффузоре; 2-3 - изо-

хорный процесс подвода теплоты в камере сгорания; 3-4 - адиабатическое расширение газов в сопловом аппарате; 4-1 - охлаждение газов в атмосфере.

Цикл пульсирующего ВРД с подводом теплоты при  $v = const$  не отличается от цикла газотурбинного двигателя с изохорным подводом теплоты. Поэтому их термический кпд определяется по одной формуле (см. § 10.2)

$$\eta_t = 1 - \frac{k \left( \lambda^{\frac{1}{k}} - 1 \right)}{(\lambda - 1) \beta^{\frac{k-1}{k}}}$$

где  $\beta = p_2 / p_1$  - степень повышения давления в диффузоре;  $\lambda = p_3 / p_2$  - степень добавочного повышения давления в камере сгорания.

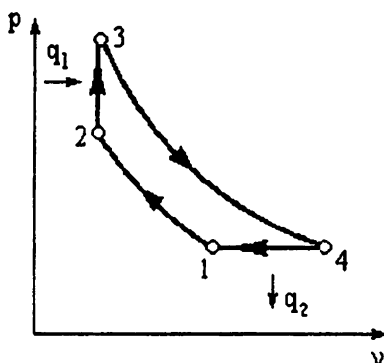


Рис. 10 20

Пульсирующий ВРД по сравнению с прямоточным имеет более высокий кпд за счет большей величины давления в конце процесса горения. Однако в связи с усложнением конструкции его вес оказывается большим, чем у прямоточных ВРД. Поэтому пульсирующий ВРД применяется при меньших скоростях полета.

### § 10.7. КОМПРЕССОРНЫЕ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫЕ ДВИГАТЕЛИ

Среди компрессорных ВРД наибольшее распространение получил турбореактивный двигатель, в котором сжатие воздуха осуществляется как за счет скоростного напора, так и с помощью осевого компрессора, находящегося на одном валу с газовой турбиной.

Принципиальная схема компрессорного ВРД, а также характер изменения давления и скорости потока, приведены на рис. 10.21. Цикл такого двигателя

в  $p-v$  - координатах представлен на рис. 10.22. Принципиальная схема установки включает: 1 - диффузор; 2 - осевой компрессор; 3 - камеру сгорания; 4 - турбину; 5 - сопло.

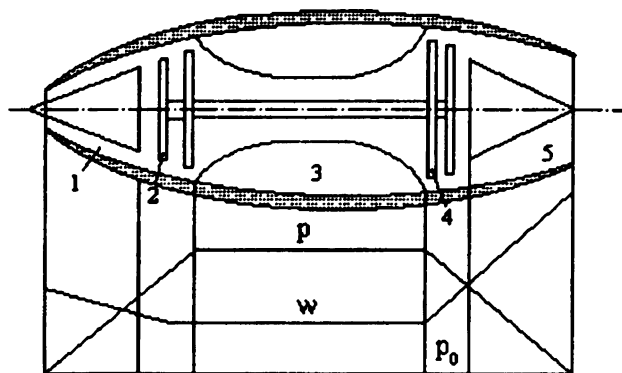


Рис. 10.21

Давление набегающего потока воздуха первоначально повышается в диффузоре, а затем в компрессоре. Газовая турбина предназначена для привода компрессора.

Рассмотрим процессы цикла, изображенного на рис. 10.22: 1-2 - адиабатное сжатие воздуха в диффузоре; 2-3 - адиабатное сжатие воздуха в компрессоре; 3-4 - изобарный подвод теплоты в камере сгорания; 4-5 - адиабатическое расширение газов на лопатках турбины; 5-6 - адиабатическое расширение газов в сопловом аппарате; 6-1 - охлаждение газов в атмосфере.

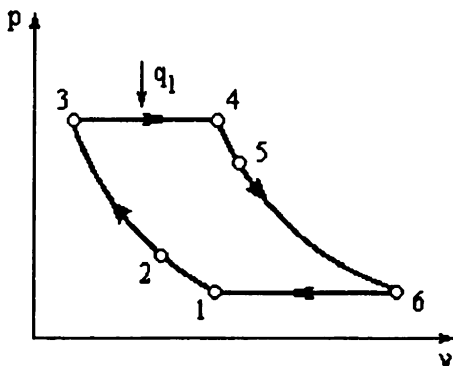


Рис. 10.22

Термический кпд турбореактивного двигателя определяется по той же формуле, что и кпд ВРД со сгоранием топлива при постоянном давлении (см. § 10.5).

Благодаря наличию компрессора турбореактивный двигатель имеет более высокую степень сжатия и, следовательно, более высокий термический кпд. Этот тип двигателя позволяет летательному аппарату уже на старте развивать необходимую силу тяги, в связи с чем он стал одним из основных двигателей для скоростных самолетов.

#### § 10.8. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СРАВНЕНИЯ ЦИКЛОВ ТЕПЛОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Применяются два метода сравнения циклов тепловых двигателей:

1. Метод сравнения площадей в диаграмме  $Ts$ .
2. Метод сравнения среднеинтегральных температур в процессах подвода и отвода тепла.

В первом методе для двух циклов сравниваются площади, изображающие в  $Ts$ -диаграмме подведенные  $q_1'$  и  $q_1''$  и отведенные  $q_2'$  и  $q_2''$  теплоты. Окончательный вывод о термическом кпд делается на основании формулы

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1}$$

Сравнение этим методом проводится либо при одинаковых  $q_1$  для различных циклов ( $q_1' = q_1''$ ), либо при одинаковых  $q_2$  ( $q_2' = q_2''$ ).

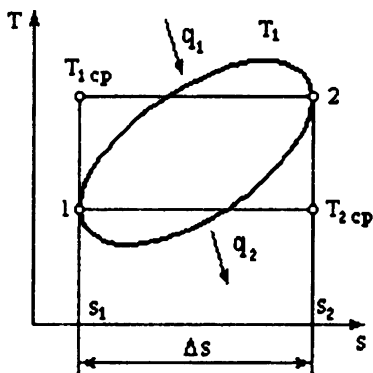


Рис. 10.23

Во втором методе находят среднеинтегральные температуры подвода и отвода тепла в произвольном обратимом цикле (рис. 10.23).

$$T_{1\text{cp}} = \frac{\int T_1 ds}{s_2 - s_1} = \frac{q_1}{\Delta s},$$

$$T_{2\text{cp}} = \frac{\int T_2 ds}{s_2 - s_1} = \frac{q_2}{\Delta s},$$

откуда

$$q_1 = T_{1\text{cp}} \Delta s, \quad q_2 = T_{2\text{cp}} \Delta s, \quad \eta_i = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_{2\text{cp}}}{T_{1\text{cp}}},$$

т.е. термический кпд любого обратимого цикла равен термическому кпд цикла Карно, вычисленному при соответствующих среднеинтегральных температурах. Второй метод более универсален, т.к. в этом случае не требуется выдерживать равенства подведенных или отведенных теплот.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как выглядит принципиальная схема и цикл в  $p$ - $v$ - и  $T$ - $s$ - диаграммах газотурбинной установки с подводом тепла при постоянном давлении ( $p = \text{const}$ )?
2. Как зависит от степени сжатия или от степени повышения давления термический кпд цикла газотурбинной установки с подводом тепла при  $p = \text{const}$ ?
3. Каков характер зависимости термического и эффективного кпд ГТУ с подводом тепла при  $p = \text{const}$  в зависимости от степени повышения давления  $\beta = p_2 / p_1$ ?
4. Каковы методы повышения термического кпд ГТУ?
5. Как выглядят принципиальная схема и цикл (в  $T$ - $s$ - диаграмме) ГТУ с подводом тепла при  $p = \text{const}$  и с регенерацией тепла?
6. Как выглядят принципиальные схемы прямоточных воздушно-реактивных двигателей для дозвуковых и для сверхзвуковых скоростей полета?
7. Какова принципиальная схема турбокомпрессорного воздушно-реактивного двигателя?
8. Каковы два основных метода сравнения циклов тепловых двигателей?

### ЗАДАЧИ

**Задача 1.** Газотурбинная установка, работающая по идеальному циклу с подводом теплоты при  $p = \text{const}$ , имеет следующие параметры:  $t_1 = 25^\circ\text{C}$ ;  $\beta = 8$ ;  $t_3 = 800^\circ\text{C}$ ;  $k = 1,4$ . Определить термический кпд идеального и действительного циклов (с учетом необратимости процессов в турбине и компрессоре)

ре), если внутренние относительные кпд турбины и компрессора  $\eta_{\text{турб}} = 0,88$  и  $\eta_{\text{комп}} = 0,85$ .

**Решение.** Определяем температуры во всех точках цикла:

$$T_2 = T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}} = 298 \cdot 8^{0,286} = 540 \text{ K}; \quad T_4 = \frac{T_3 T_1}{T_2} = \frac{1073 \cdot 298}{540} = 592 \text{ K}$$

Температура в точке 5 будет

$$T_5 = \frac{T_2 - T_1}{\eta_{\text{комп}}} + T_1 = \frac{540 - 298}{0,85} + 298 = 583 \text{ K}.$$

Температура в точке 6 определяется по формуле

$$T_6 = T_3 - \eta_{\text{турб}}(T_3 - T_4) = 1073 - 0,88(1073 - 592) = 650 \text{ K}.$$

Термический кпд идеального цикла:

$$\eta_{\text{ид}}^{\text{ГТУ}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{592 - 298}{1073 - 540} = 0,55.$$

Термический кпд действительного цикла:

$$\eta_{\text{ид}}^{\text{ГТУ}} = 1 - \frac{T_6 - T_1}{T_3 - T_5} = 1 - \frac{650 - 298}{1073 - 583} = 0,28.$$

## Глава 11

### ЦИКЛЫ ПАРСИЛОВЫХ УСТАНОВОК МГД-ГЕНЕРАТОР

#### § 11.1. ЦИКЛ КАРНО ВО ВЛАЖНОМ ПАРЕ И ЕГО НЕДОСТАТКИ

Паросиловые установки (ПСУ) отличаются от газотурбинных двигателей и двигателей внутреннего сгорания тем, что рабочим телом служит пар какой-либо жидкости (обычно водяной пар), а продукты сгорания топлива являются лишь промежуточным теплоносителем.

Наиболее совершенным идеальным циклом, как известно, является цикл Карно. Паротурбинная установка, работающая по циклу Карно, должна состоять из парового котла, парового двигателя, конденсатора и компрессора. Цикл Карно, где в качестве рабочего тела используется влажный насыщенный пар, в  $Ts$ - и  $p\nu$ - координатах представлен на рис. 11.1, 11.2. Рассмотрим

процессы цикла: 1-2 - адиабатный процесс расширения пара в цилиндре двигателя; 2-3 - конденсация пара в конденсаторе; 3-4 - сжатие пара в компрессоре; 4-1 - парообразование (кипение) в котле.

Термический кпд цикла Карно с насыщенным паром в качестве рабочего тела определяется по формуле

$$\eta_t = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{(i_1 - i_4) - (i_2 - i_3)}{i_1 - i_4}$$

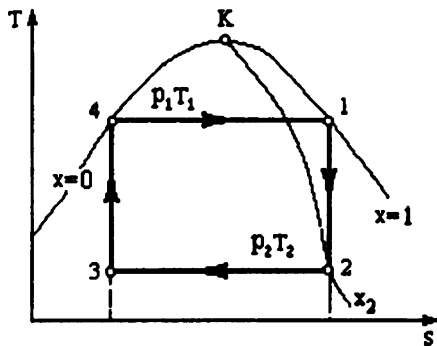


Рис. 11.1

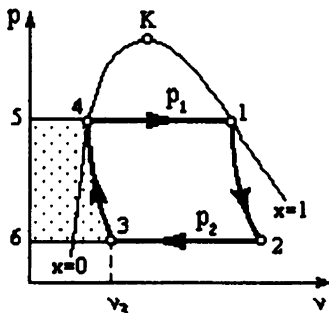


Рис. 11.2

Паросиловые установки, работающие по циклу Карно, имеют столь существенные недостатки, что делает нецелесообразным их применение. Главные из этих недостатков следующие. Процесс конденсации пара 2-3 осуществляется не полностью. В связи с чем сжатие в компрессоре будет подлежать влажный пар, имеющий большой объем  $v_3$ . Это приводит к необходимости использования цилиндра компрессора больших размеров. Размеры цилиндра возрастают также с увеличением давления пара в котле и с уменьшением в конденсаторе, т.е. при переходе к режимам с большими разностями температур  $T_1 - T_2$ , которые приводят к наиболее высокому кпд. Кроме того, влажность пара  $x_2$  в конце процесса адиабатного расширения 1-2 оказывается достаточно высокой, что не позволяет применять паровые турбины вследствие эрозии турбинных лопаток.

Таким образом, главный недостаток цикла Карно во влажном паре заключается в необходимости использования громоздкого компрессора и больших затратах работы на сжатие пара в процессе 3-4, которые равны площади 54365.



## § 11.2. ОСНОВНОЙ ЦИКЛ ПСУ - ЦИКЛ РЕНКИНА

Ввиду перечисленных выше недостатков парового цикла Карно за идеальный цикл паросиловой установки принят другой специальный цикл, называемый циклом Ренкина. Этот цикл может быть осуществлен в паросиловой установке, приведенной на рис. 11.3.

В паровом котле ПК за счет теплоты сжигаемого топлива происходит процесс превращения воды в пар. В пароперегревателе ПП он доводится до необходимых начальных параметров  $p_1, T_1$ . На лопатках паровой турбины ПТ происходит преобразование теплоты в работу и затем в электрическую энергию в электрогенераторе ЭГ. Отработавший пар в конденсаторе К конденсируется с передачей теплоты охлаждающей воде О.В. Полученный конденсат конденсатным (питательным) насосом ПН подается в водяной экономайзер ВЭ, служащий для подогрева воды, а затем в котел. Цифрами обозначены характерные точки процессов цикла Ренкина, представленного на диаграммах в  $pv$ -,  $Ts$ - и  $is$ - координатах.

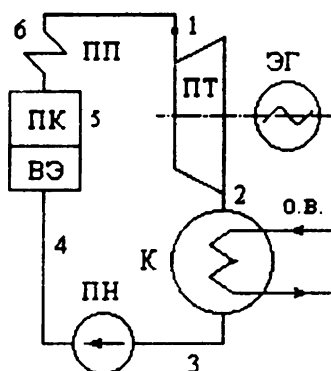


Рис. 11.3

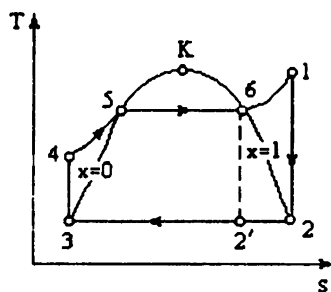


Рис. 11.4

На рис. 11.4, 11.5, 11.6 цикл Ренкина изображен на  $Ts$ -,  $pv$ - и  $is$ - диаграммах. Рассмотрим процессы цикла: 1-2 - адиабатное расширение пара на лопатках паровой турбины; 2-3 - конденсация пара в конденсаторе; 3-4 - сжатие воды в конденсатном насосе; 4-5 - подогрев воды до температуры кипения в водяном экономайзере и котле; 5-6 - парообразование в котле; 6-1 - перегрев пара в пароперегревателе.

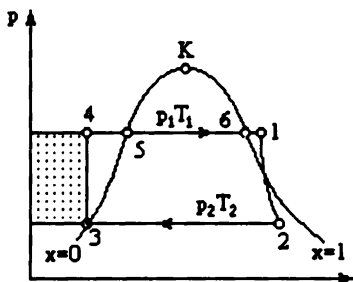


Рис. 11.5

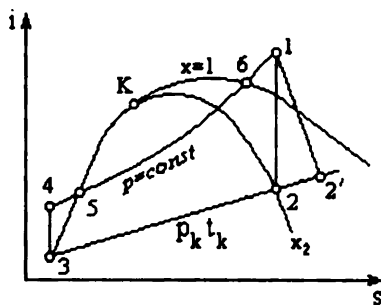


Рис. 11.6

### § 11.3. ПОЛЕЗНАЯ РАБОТА ЦИКЛА РЕНКИНА. РАБОТА ПИТАТЕЛЬНОГО НАСОСА

Из уравнения энергии газового потока

$$dq = di + d\left(\frac{w^2}{2}\right) + g dz + dl_t$$

в предположении адиабатного процесса ( $dq=0$ ), и при пренебрежении изменением внешней энергии ( $d\left(\frac{w^2}{2}\right) = 0$  и  $g dz = 0$ ), получим  $0 = di + dl_t$ . Тогда для работы питательного насоса  $l_n = -l_t$  найдем  $dl_n = di$  и

$$l_n = i_4 - i_3 = (p_1 - p_2)v_3.$$

Аналогично для работы турбины  $l_{\text{турб}} = l_t$  найдем

$$l_{\text{турб}} = i_1 - i_2.$$

Теоретическая работа цикла при этом будет

$$l_{\text{ц}} = l_{\text{турб}} - l_n = i_1 - i_2 - (p_1 - p_2)v_3.$$

Полезная работа  $l_{\text{ц}}$  цикла Ренкина на  $p$ - $v$ - и  $T$ - $s$ -диаграммах (рис. 11.4, 11.5) численно равна площади внутри циклов, т.е. площади 1234561. Это будет полезная работа, совершаемая 1 кг пара.

### § 11.4. ТЕРМИЧЕСКИЙ КПД ЦИКЛА РЕНКИНА

Термический КПД цикла Ренкина определяется в виде отношения полезной работы цикла  $l_{\text{ц}}$  ко всей затраченной в цикле теплоте  $q_1$

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ц}}}{q_1}$$

Подведенная в цикле теплота определяется по формуле

$$q_1 = i_1 - i_4 = i_1 - i_3 - (i_4 - i_3) = i_1 - i_3 - l_n = i_1 - i_3 - (p_1 - p_2)v_3.$$

С учетом выражений для  $l_u$  и  $q_1$  формула для термического КПД примет вид

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2 - (p_1 - p_2)v_3}{i_1 - i_3 - (p_1 - p_2)v_3}.$$

При невысоких давлениях работой питательного насоса  $l_n = (p_1 - p_2)v_3$  можно пренебречь, тогда

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_3}.$$

Кроме работы цикла  $l_u$  и термического КПД  $\eta_t$  к показателям, характеризующим экономичность цикла Ренкина, относят также удельные расходы пара  $d_0$  и теплоты  $q_0$ . Удельный расход определяется в виде отношения часового расхода пара  $D_0$  к выработанной электроэнергии  $N$ . Так как электроэнергия - это стопроцентная эксергия (полностью превращается в полезную работу), то один кг пара в теоретическом цикле совершает полезную работу

$$N = l_u = i_1 - i_2 \text{ кДж/кг.}$$

Учитывая, что  $1 \text{ кВт}\cdot\text{ч} = 3600 \text{ кДж}$ , запишем уравнение теплового баланса установки

$$D_0(i_1 - i_2) = 3600N$$

или

$$D_0 = \frac{3600N}{i_1 - i_2}.$$

Отсюда теоретический удельный расход пара будет

$$d_0 = \frac{D_0}{N} = \frac{3600}{i_1 - i_2} \text{ [кг/кВт}\cdot\text{ч]},$$

где  $i_1, i_2$  - энтальпия, кДж/кг.

Теоретический удельный расход пара в килограммах на 1 МДж работы составляет

$$d_0 = \frac{1000}{i_1 - i_2}.$$

Удельный расход теплоты в кДж/МДж находится по формуле

$$q_0 = d_0(i_1 - i_3).$$

Учитывая формулы для  $d_0$  и  $\eta_t$ , получим

$$q_0 = \frac{1000}{\eta_t}.$$

Так как теплоемкость воды  $4,1868 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$ , а  $t_2 = t_3 = t_k$ ,  $t_k$  - температура конденсата, то

$$i_3 = 4,1868 t_k.$$

Тогда формулы для  $\eta_t$  и  $q_0$  примут вид

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - 4,1868 t_k}; \quad d_0 = \frac{1000}{i_1 - 4,1868 t_k}; \quad q_0 = d_0 (i_1 - 4,1868 t_k).$$

Отсюда следует, что для нахождения четырех основных параметров цикла Ренкина  $i_u, \eta_t, d_0, q_0$  достаточно провести на  $i_s$  - диаграмме лишь один процесс расширения пара в турбине (процесс 1-2, рис. 11.16).

Для учета потерь от необратимости процесса расширения пара в турбине вводится относительный внутренний кпд турбины

$$\eta_{oi} = \frac{i_1 - i_2'}{i_1 - i_2},$$

где  $i_2' > i_2$  - энтальпия в конце действительного процесса расширения пара в турбине (точка 2' на рис. 11.6).

Потери от необратимости уменьшают полезную работу  $((i_1 - i_2') < (i_1 - i_2))$  и увеличивают удельный расход пара

$$d_0' = \frac{1000}{i_1 - i_2'}.$$

#### § 11.5. ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПАРА НА ТЕРМИЧЕСКИЙ КПД ЦИКЛА РЕНКИНА

Увеличение начального давления пара  $p_1$  при неизменной начальной температуре  $T_1$  позволяет значительно увеличить кпд цикла Ренкина. Это связано с тем, что при повышении начального давления с  $p_1$  до  $p_1'$  возрастает средняя температура подвода теплоты в котле ( $T_1 < T_1'$ ), так как с увеличением давления увеличивается температура кипения воды и, следовательно, уменьшаются потери теплоты от необратимого теплообмена при конечной разности температур (рис. 11.7).

Однако повышение начального давления приводит к уменьшению степени сухости пара на выходе из турбины ( $x_2 < x_1$ ), что неблагоприятно сказывается на работе последних ступеней лопаток турбины, вызывая их эрозию от работы во влажном паре.

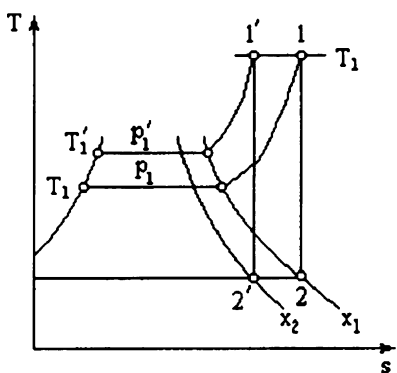


Рис 11.7

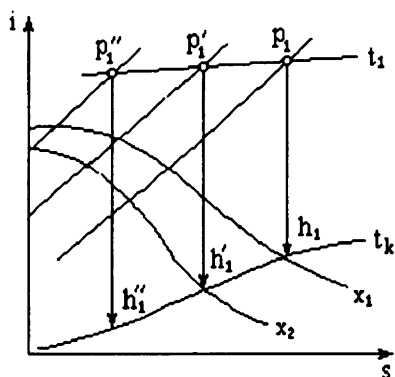


Рис 11.8

Из *i-s*- диаграммы (рис. 11.8) можно установить, что увеличение начального давления ( $p < p'_1 < p''_1$ ) приводит также к увеличению адиабатного теплоперепада  $h$  ( $h_1 < h'_1 < h''_1$ ).

При увеличении начальной температуры пара при неизменном давлении также происходит увеличение кпд. Это связано с увеличением среднеинтегральной температуры подвода теплоты и с увеличением адиабатного теплоперепада в процессе на лопатках турбины ( $h_1 < h'_1$ ) (рис. 11.9).

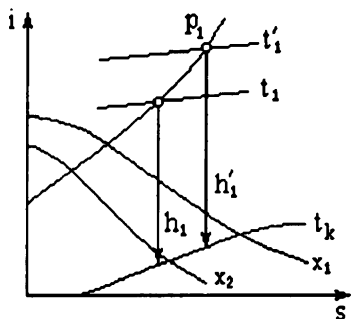


Рис 11.9

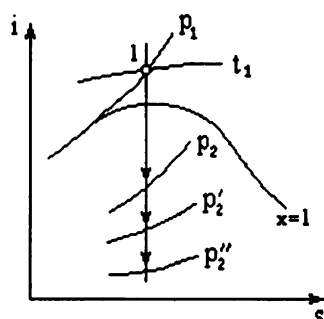


Рис 11.10

Кроме того, увеличение начальной температуры приводит к возрастанию степени сухости пара на выходе из турбины. В связи с чем повышение начального давления, приводящее к уменьшению степени сухости, целесообразно проводить совместно с повышением начальной температуры.

Большое влияние на термический КПД цикла Ренкина оказывает конечное давление  $p_2$  в конденсаторе. Из  $is$ -диаграммы (рис. 11.10) видно, что с понижением конечного давления значительно увеличивается адиабатный теплотерепад и уменьшается среднеинтегральная температура отвода теплоты, что приводит к уменьшению потери работоспособности от необратимого теплообмена в конденсаторе.

### § 11.6. ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ ПЕРЕГРЕВ ПАРА

Промежуточный перегрев пара является одним из способов повышения степени его сухости. Принципиальная схема цикла Ренкина с промежуточным перегревом пара дана на рис. 11.11. В этой схеме предусмотрены две ступени турбины ПТ-I, ПТ-II и две ступени пароперегревателя ПП-I, ПП-II. Пар после первой ступени пароперегревателя ПП-I направляется в первую ступень турбины ПТ-I. Отработавший на лопатках первой ступени турбины пар направляется во вторую ступень пароперегревателя ПП-II, где его температура повышается до начальной температуры  $T_1$ . Затем пар поступает на лопатки второй ступени турбины ПТ-II.

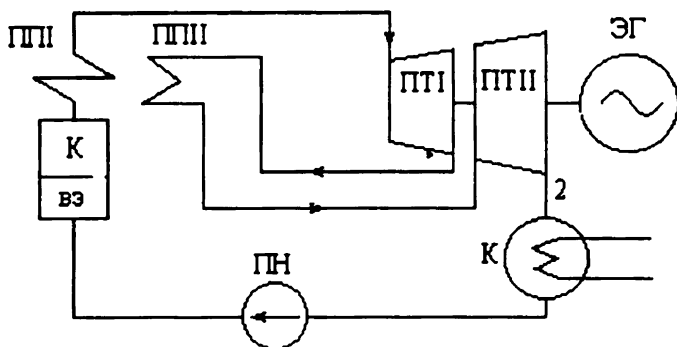


Рис. 11.11

Цикл Ренкина с промежуточным перегревом пара в  $Ts$ -координатах представлен на рис. 11.12. Рассмотрим процессы цикла: 1-а - адиабатное расширение пара на лопатках первой ступени турбины; а-б - промежуточный перегрев пара во второй ступени пароперегревателя; б-2 - адиабатное расширение пара на лопатках второй ступени турбины; 2-3 - конденсация пара в конденсаторе; 3-4 - сжатие воды в конденсатном насосе; 4-5 - подогрев воды до температуры кипения; 5-6 - превращение воды в пар; 6-1 - перегрев пара в пароперегревателе первой ступени.

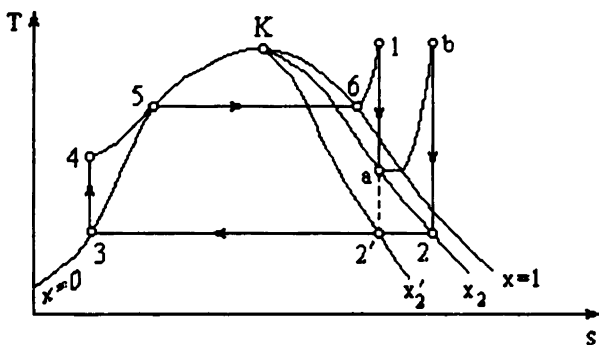


Рис 11.12

Если бы не было промежуточного перегрева пара, то процесс адиабатного расширения заканчивался бы в точке  $2'$ . Из диаграммы видно, что промежуточный перегрев позволяет значительно увеличить сухость пара на выходе из турбины ( $x_2' < x_2$ ).

Термический кпд цикла определяется по формуле

$$\eta_t = \frac{(i_1 - i_a) + (i_b - i_2)}{(i_1 - i_3) + (i_b - i_a)},$$

где  $(i_1 - i_a)$  и  $(i_b - i_2)$  - адиабатные теплопадения в первой и второй ступенях турбины;  $(i_1 - i_3)$  - количество теплоты, подведенной в котле и в первой ступени пароперегревателя;  $(i_b - i_a)$  - количество теплоты, подведенной во второй ступени пароперегревателя.

Кроме того, применение промежуточного перегрева может повысить кпд, если средняя температура подвода теплоты в дополнительном цикле  $b22'av$  будет выше, чем средняя температура подвода теплоты в цикле с однократным перегревом.

### § 11.7. РЕГЕНЕРАТИВНЫЙ ЦИКЛ ПАРОСИЛОВОЙ УСТАНОВКИ

Регенерация тепла в ПСУ позволяет уменьшить необратимость процессов теплообмена в цикле на участке подогрева питательной воды.

При наличии двух источников тепла с температурами  $T_1$  и  $T_2$  в цикле Ренкина, осуществляемом во влажном паре, на участке подогрева питательной воды 3-4 (рис. 11.13) будет иметь место необратимый переход тепла при конечной разности температур  $\Delta T = T_1 - T$  от верхнего источника с температурой  $T_1$  к рабочему телу с температурой  $T$ .

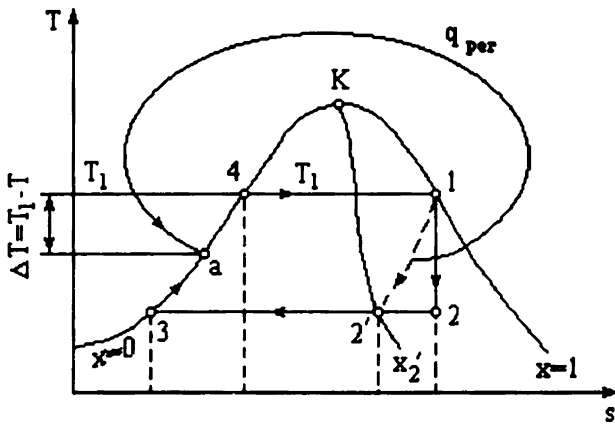


Рис. 11.13

Если процесс расширения пара вести не по адиабате 1-2, а по политропе 1-2', эквивидистантной кривой 3-4 с отводом тепла, то, осуществляя при этом регенерацию тепла, то есть обратимый переход тепла с участка 1-2' на участок 3-4, получим обратимый обобщенный цикл Карно, кпд которого равен кпд наилучшего обратимого цикла Карно.

Подобный регенеративный цикл можно было бы приблизительно осуществить по схеме, представленной на рис. 11.14, которая включает три ступени турбины ПТ-I, ПТ-II, ПТ-III и две ступени регенератора Р-I и Р-II.

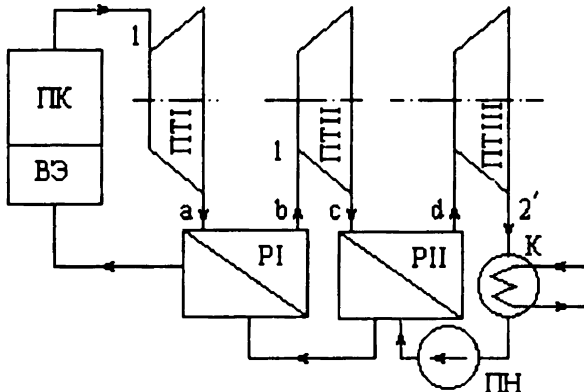


Рис. 11.14

Пар после первой ступени ПТ-I турбины поступает на первую ступень регенератора Р-I, отдавая часть теплоты питательной воде, направляемой в во-



дной экономайзер. После регенератора первой ступени пар поступает во вторую ступень турбины ПТ-II. Отработав на лопатках второй ступени турбины, пар направляется во вторую ступень регенератора Р-II, где отдает питательной воде еще одну часть теплоты. Затем пар поступает в третью ступень турбины и после нее - в конденсатор К.

Соответствующий этой схеме регенеративный цикл изображен на рис. 11.15. Рассмотрим процессы цикла:  $1-a$  - адиабатное расширение пара на лопатках первой ступени турбины;  $a-b$  - изотермический отвод теплоты от пара к питательной воде в регенераторе первой ступени;  $b-c$  - адиабатное расширение пара на лопатках второй ступени турбины;  $c-d$  - изотермический отвод теплоты от пара во второй ступени регенератора;  $d-2'$  - адиабатное расширение пара на лопатках третьей ступени турбины;  $2'-3$  - конденсация пара в конденсаторе;  $3-4$  - подогрев питательной воды в регенераторах, водяном экономайзере и котле;  $4-1$  - превращение воды в пар в котле ПК.

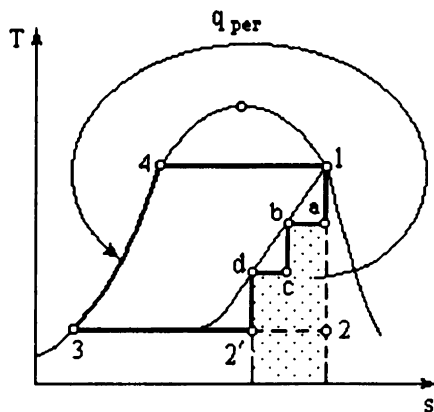


Рис. 11.15

С увеличением числа ступеней турбины и регенератора ломаная линия  $1abcd2'$  будет приближаться к прямой линии, эквидистантной линии  $3-4$ , а в целом цикл будет приближаться к обобщенному термодинамическому циклу Карно. Однако на практике из-за конструктивных и эксплуатационных трудностей подобная схема регенерации не применяется. В частности, влажность пара  $(1-x_2)$  в точке  $2'$  при такой схеме оказалась бы недопустимо высокой.

Регенеративный цикл, широко применяемый в ПСУ, осуществляется путем последовательного отвода из турбины части пара для регенеративного подогрева питательной воды. При таком способе состояние оставшегося основного потока пара в турбине остается таким же, как и в цикле без регенерации.

Различают две основные схемы регенеративного подогрева:

- 1 Смешивающая (содержит в качестве регенераторов подогреватели смешивающего типа).
2. Каскадная (содержит поверхностные подогреватели).

Простейшая смешивающая схема регенеративного подогрева питательной воды с двумя отборами пара из турбины и соответствующий ей цикл в  $i$ -диаграмме выглядят следующим образом (рис. 11.16, 11.17). Участок  $m-n-2$  изображен условно, т.к. здесь расширяется не весь поступивший в турбину пар

Работа цикла  $l$  равна работе 1 кг пара при полном его расширении за минусом недовыработанной работы  $g_1$  и  $g_2$  кг пара, ушедшего в отборы:

$$l'_u = (i_1 - i_2) - g_1(i_I - i_2) - g_2(i_{II} - i_2).$$

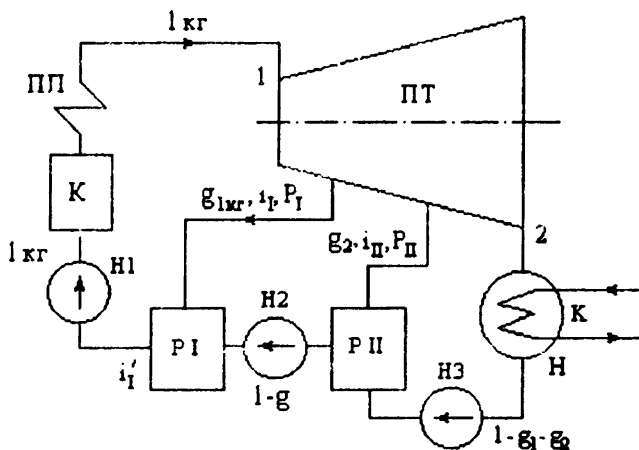


Рис 11 16

Количество подведенного в цикл тепла  $q'_1 = i_1 - i'_1$ , где  $i'_1$  - энтальпия, соответствующая температуре конца регенеративного подогрева  $t_{per}$ .

Термический кпд регенеративного цикла

$$\eta_r = \frac{l'_u}{q'_1} = \frac{(i_1 - i_2) - g_1(i_I - i_2) - g_2(i_{II} - i_2)}{i_1 - i'_1}.$$

Удельный расход пара (кг) на 1 МДж (одну техническую единицу работы)

$$d_0 = \frac{1000}{(i_1 - i_2) - g_1(i_I - i_2) - g_2(i_{II} - i_2)}$$

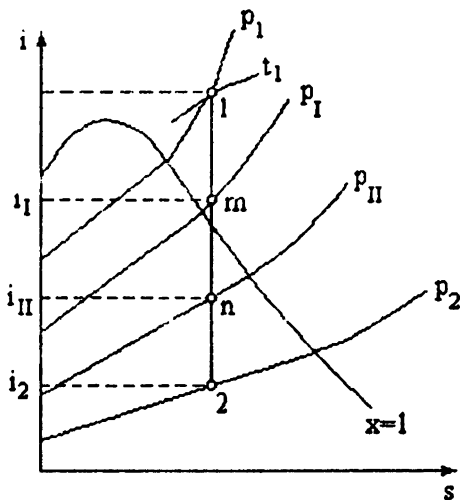


Рис. 11.17

Сравнение этого выражения с выражением для удельного расхода пара в цикле Ренкина без регенерации

$$d_0 = \frac{1000}{i_1 - i_2}$$

показывает, что удельный расход пара в регенеративном цикле выше, чем в цикле Ренкина.

В то же время удельный расход теплоты на выработку 1 кг пара (кДж/кг)

$$q'_1 = i_1 - 4,1868t'_1$$

в регенеративном цикле оказывается меньшим, чем в цикле Ренкина без регенерации

$$q_1 = i_1 - 4,1868t_2,$$

где  $t'_1$  - температура питательной воды после ее подогрева в регенераторах.

Термический кпд цикла Ренкина с регенерацией определяется по формуле

$$\eta'_i = \frac{l'_u}{q'_1},$$

где  $l'_u$  - полезная работа цикла с регенерацией.

Ввиду того, что часть пара, проходящего через турбину, направляется на подогрев питательной воды и не участвует в выработке полезной работы на лопатках турбины, полезная работа в цикле Ренкина с регенерацией будет меньше полезной работы обычного цикла Ренкина (при одинаковых начальных и конечных параметрах)

$$l'_u < l_u.$$

Однако расчеты показывают, что уменьшение расхода теплоты оказывается большим, чем уменьшение полезной работы и поэтому

$$\eta_i' > \eta_i.$$

Увеличение кпд цикла Ренкина с регенерацией происходит за счет увеличения средней температуры подвода теплоты при одинаковой конечной температуре отвода теплоты.

Таким образом, применение регенеративного подогрева питательной воды приводит к следующему:

1. Увеличивается кпд ПСУ на 10-12 % и тем в большей степени, чем выше давление пара.
2. Уменьшается количество пара, проходящего через последние ступени турбины, а, следовательно, уменьшаются и их габариты.
3. Уменьшается поверхность нагрева водяных экономайзеров. При этом, чтобы не снизить кпд котельной установки, теплоту уходящих газов стремятся максимально использовать для подогрева воздуха, поступающего в парогенератор, в воздушных подогревателях.

В заключение следует отметить, что введение регенерации может быть выгодным лишь до определенной температуры подогреваемой в регенераторах питательной воды, превышение которой приводит к необходимости отбирать для этих целей из турбины пар более высоких параметров. В этом случае может возникнуть ситуация, когда уменьшение полезной работы на лопатках турбины окажется большим, чем уменьшение количества теплоты, затрачиваемой на выработку 1 кг пара, а удельный расход теплоты на единицу работы из-за увеличения удельного расхода пара будет возрастать. В связи с чем выгода, получаемая от применения регенерации, будет уменьшаться и при определенных условиях может оказаться равной нулю. Поэтому для каждой тепловой электрической станции существует определенная температура питательной воды, подогреваемой в регенераторах, которая дает максимальную прибавку кпд.

Термический кпд цикла Ренкина составляет 30-40%. Это означает, что 70-60% теплоты, затрачиваемой на получение пара, отдается холодному источнику теплоты (теплота  $q_2$ ).

Кроме чисто термодинамических потерь в паросиловой установке имеются потери, связанные с работой оборудования (котлоагрегат, трубопроводы, турбогенератор и проч.). Его кпд составляет 90-98%.

Низкий кпд паросиловой установки объясняется малой экономичностью основного процесса преобразования теплоты в работу в цикле Ренкина. Это связано в первую очередь с тем, что в парогенераторе теплообмен протекает при большой конечной разности температур между горячими газами и рабочим телом (пар). Именно здесь в результате необратимого теплообмена происходит наибольшие потери работоспособности (эксергии) теплоты.

### § 11.8. БИНАРНЫЕ (ДВОЙНЫЕ) ЦИКЛЫ

В бинарных циклах в качестве рабочих используются два тела вместо одного. Применение двух рабочих тел обосновывается тем, что пар воды как рабочее тело вместе с положительными имеет и отрицательные свойства, которые наиболее проявляются в области высоких температур.

Для выяснения причин плохого использования верхнего температурного предела в паросиловых установках рассмотрим цикл Ренкина 123451 в  $Ts$ -координатах (рис. 11.18), который протекает в интервале температур  $T_1 - T_2$ . Работа  $l_{\text{ц}}$  1 кг пара в цикле численно равна площади 123451. В цикле Карно 1234'1 для того же перепада температур работа  $l_{\text{ц}}^{\text{к}}$  определяется площадью 1234'1, которая значительно больше, чем площадь 123451. Степень приближения цикла Ренкина к циклу Карно характеризуется коэффициентом заполнения

$$k_3 = \frac{l_{\text{ц}}}{l_{\text{ц}}^{\text{к}}} = \frac{\text{пл} 123451}{\text{пл} 1234'1}.$$

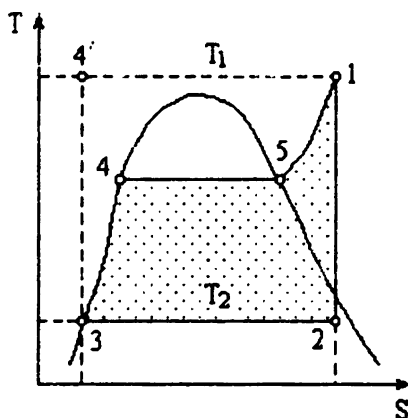


Рис. 11.18

Чем больше  $k_3$ , тем выше термодинамическое совершенство цикла. Применение бинарных циклов позволяет существенно увеличить  $k_3$ .

Недостатки водяного пара как рабочего тела заключаются в том, что вода при сравнительно невысокой критической температуре ( $t_{\text{к}} = 374,15^\circ\text{C}$ ) имеет высокое критическое давление (22,115 МПа). В связи с чем для повышения кпд цикла Ренкина приходится повышать начальную температуру пара, которая в сочетании с высоким давлением неблагоприятно влияет на материал оборудования тепловой станции.

Если бы удалось найти рабочее тело с более высокой критической температурой, чем у воды, при достаточно низком критическом давлении, то КПД цикла Ренкина можно было бы повысить. В то же время это рабочее тело должно иметь низкую температуру насыщения при низких давлениях, близкую к температуре охлаждающей воды. Кроме того, жидкость должна иметь малую теплоемкость, а перегретый пар жидкости - большую теплоемкость.

В природе до сих пор не найдено рабочего тела с такими свойствами. Например, вода удовлетворяет лишь одному из этих свойств - температура насыщения при малых давлениях (при давлениях вакуума в конденсаторе) достаточно мала и незначительно отличается от температуры охлаждающей воды. В связи с чем теплообмен в конденсаторе протекает при небольшой разности температур между паром и охлаждающей водой.

Для того чтобы приблизиться к тем условиям протекания процессов в ПСУ, которые должны выполняться при использовании рабочего тела с перечисленными выше положительными свойствами, был создан цикл с двумя рабочими телами. В таком цикле одно из рабочих тел имеет высокую критическую температуру при достаточно низком давлении насыщения. Оно используется в цикле, реализуемом в области высоких температур. Второе рабочее тело должно иметь низкую температуру насыщения, сопоставимую с температурой окружающей среды при давлениях вакуума (давление в конденсаторе).

В качестве первого рабочего тела используется ртуть. В области низких температур в качестве рабочего тела используется вода.

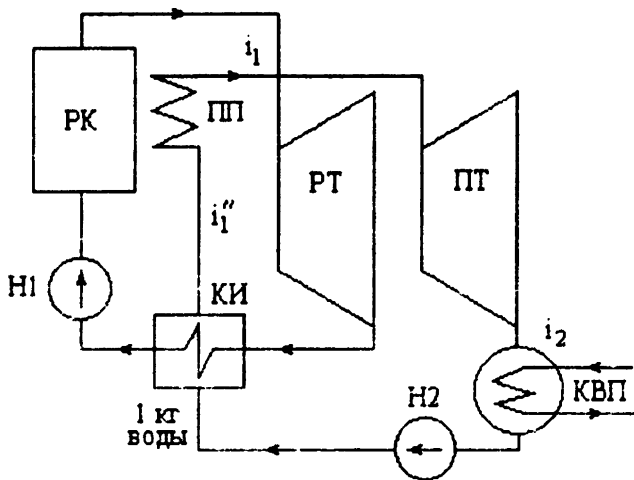


Рис. 11.19

Принципиальная схема ртутно-водяной бинарной установки представлена на рис. 11.19. На рисунке введены следующие обозначения: РК - ртутный котел; ПП - пароперегреватель водяного пара; РТ - ртутная турбина; КИ - конденсатор-испаритель; ПТ - паровая турбина; КВП - конденсатор водяного пара; Н1, Н2 - насосы ртутный и водяной соответственно.

Цикл бинарной установки в  $Ts$ -координатах представлена на рис. 11.20.

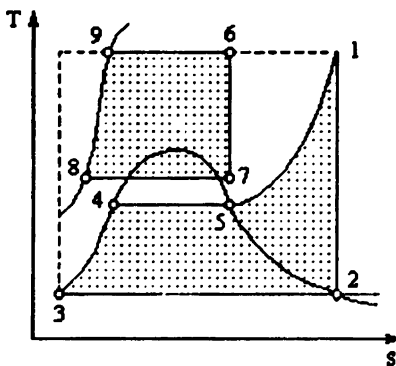


Рис. 11.20

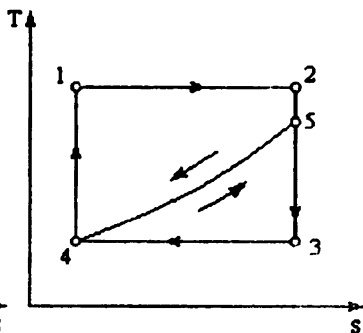


Рис. 11.21

Рассмотрим процессы цикла: 1-2 - адиабатный процесс расширения водяного пара на лопатках паровой турбины; 2-3 - конденсация пара в конденсаторе водяного пара; 3-4 - процесс сжатия воды в насосе Н2 и подогрев воды до температуры кипения в конденсаторе ртутного пара; 4-5 - кипение воды в конденсаторе-испарителе; 5-1 - перегрев водяного пара в пароперегревателе ПП от теплоты уходящих из ртутного котла газов.

Выше был рассмотрен пароводяной цикл. Рассмотрим ртутный цикл 6789. Процесс 6-7 - адиабатное расширение ртутного пара на лопатках ртутной турбины; 7-8 - конденсация пара в конденсаторе-испарителе; 8-9 - сжатие жидкой ртути в насосе Н1 и подогрев ее до температуры кипения в ртутном котле; 9-6 - парообразование в ртутном котле.

Так как энтальпия ртутного пара значительно меньше энтальпии водяного пара, то за одинаковые отрезки времени через конденсатор-испаритель должно пройти водяного пара в 10-12 раз меньше, чем ртутного. В связи с чем, на  $Ts$ -диаграмме цикл 123451 выполнен для 1 кг водяного пара, а цикл 6789 для  $M$  кг ртутного пара.

Вводится понятие кратности циркуляции ртути  $m$ , которая равна отношению массы ртути к массе воды в цикле. Она может быть найдена также из теплового баланса конденсатора-испарителя

$$m = \frac{i_3 - i_2}{i_7 - i_8}$$

Термический кпд бинарного цикла находится по формуле

$$\eta_t = \frac{L}{Q_1} = \frac{L_p + l_s}{Q_1} = \frac{m(i_6 - i_7) + (i_1 - i_2)}{m(i_6 - i_8) + (i_1 - i_3)}$$

где  $L_p$  - работа  $M$  кг ртутного пара;  $l_s$  - работа 1 кг водяного пара;  $Q_1$  - количество теплоты, подведенной в ртутном котле.

Термический кпд бинарного цикла достигает 0,8-0,85 от значения кпд цикла Карно, работающего в тех же температурных пределах.

Для повышения кпд бинарной установки можно применять регенеративный подогрев питательной воды. Термический кпд бинарного цикла при  $t_6 = 500^\circ \text{C}$  и  $t_2 = 30^\circ \text{C}$  составляет  $\eta_t = 0,57$ .

### § 11.9. ЦИКЛЫ ПАРОГАЗОВЫХ УСТАНОВОК

В парогазовых установках используют два рабочих тела - горячий газ (продукты сгорания топлива) в газотурбинных двигателях и водяной пар в паровых турбинах. Эти установки являются типичными бинарными установками с коэффициентом заполнения, приближающимся к единице. Под коэффициентом заполнения в данном случае понимается отношение площади данного цикла в  $Ts$ - диаграмме к площади цикла Карно, выполняемого в том же интервале температур.

Применение парогазовых циклов позволяет значительно повысить кпд установки и снизить капитальные затраты на ее содержание. Важнейшим фактором повышения кпд является использование продуктов сгорания топлива как рабочего тела в области высоких температур (в газовой турбине) и водяного пара в области низких температур (в паровой турбине).

Идеальный парогазовый цикл, в котором температуры рабочих тел при подводе и отводе теплоты постоянны и равны температурам соответствующих теплоисточников изображен на рис. 11.21.

Этот цикл соответствует обратному циклу Карно. Здесь площадь 1-2-5-4-1 изображает количество полезной теплоты, используемой в газовой части цикла, а площадь 3-4-5 - количество теплоты паровой части. В процессе 4-5 происходит передача теплоты от газовой части к паровой. Например, при температурах  $t_1 = 800^\circ \text{C}$  и  $t_2 = 10^\circ \text{C}$  термический кпд цикла Карно  $\eta_t = 0,74$ . Однако в реальных условиях цикл Карно неосуществим и можно создать установки лишь в той или иной степени приближающиеся к этому циклу.

Существуют две основных схемы парогазовых установок. В первом типе установок газообразные продукты сгорания и водяные пары смешиваются друг с другом и затем поступают в турбину.



Во втором типе рабочие тела, каждое в отдельности, направляются соответственно в газовую и паровую части установки.

Схема парогазовой установки с отдельными потоками продуктов сгорания и водяного пара представлена на рис. 11.22. На этом рисунке: 1-парогенератор; 2-пароперегреватель; 3-паровая турбина; 4-электрический генератор, соединенный с паровой турбиной; 5-конденсатор; 6-питательный насос; 7-газоводяной подогреватель; 8-компрессор для подачи сжатого воздуха в парогенератор; 9-газовая турбина; 10-электрогенератор, соединенный с газовой турбиной.

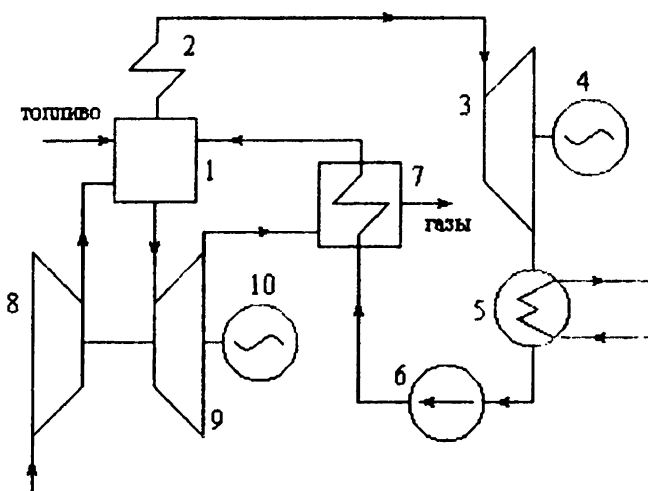


Рис. 11.22

В этой установке воздух после сжатия в компрессоре подается в высоконапорный парогенератор, работающий на газовом или жидком топливе при постоянном давлении. Теплота продуктов сгорания частично расходуется на парообразование и перегрев пара в парогенераторе. Продукты сгорания с пониженной температурой направляются в газовую турбину и после нее в газовойодяной подогреватель для подогрева питательной воды, направляемой в парогенератор.

Цикл такой установки в  $Ts$ -диаграмме изображен на рис. 11.23.

Здесь 1-2-3-4-5-6-1 - пароводяной цикл и 1'-2'-3'-4' - газовый. Количество теплоты, подведенное в парогенераторе, изображается площадью  $a-4'-5'-e-a$ . Из этого количества теплоты в паровой части подводится теплота, численно равная площади  $c-1'-5'-e-c$ , и в газовой части -  $a-4'-1'-c-a$ . В процессе 4-5 происходит передача теплоты от газов к питательной воде в газовойодяном подогревателе (регенеративный подогрев).

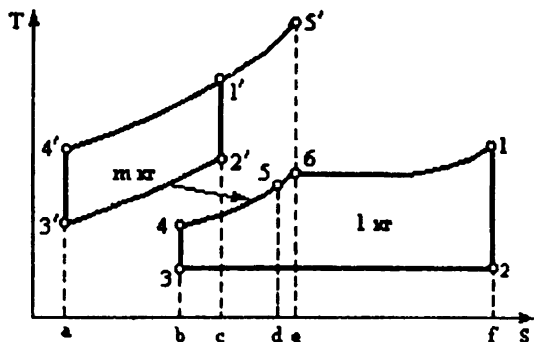


Рис. 11.23

Удельная полезная работа пароводяного цикла

$$l'_B = (i_1 - i_2)\eta_{ПТ} - \frac{(i_4 - i_3)}{\eta_H}$$

И газового цикла

$$l'_T = m(i'_1 - i'_2)\eta_{ГТ} - \frac{(i'_4 - i'_3)}{\eta_K}$$

где  $\eta_{ПТ}$ ,  $\eta_{ГТ}$ ,  $\eta_H$ ,  $\eta_K$  - соответственно относительные внутренние кпд паровой турбины, газовой турбины, насоса и компрессора.

Удельное количество теплоты, полученное обоими рабочими телами в теоретическом цикле

$$q_1 = m(i'_1 - i'_4) + (i_1 - i_3)$$

Отсюда термический кпд парогазового цикла будет

$$\eta_i = \frac{(i_1 - i_2) + m(i'_1 - i'_2) - (i_4 - i_3) - (i'_4 - i'_3)}{(i_1 - i_3) + m(i'_1 - i'_4)}$$

Эффективными парогазовыми установками являются установки со сбросом уходящих газов газовых турбин в парогенераторы. Применение в этом случае паровой и газовой регенерации значительно повышает кпд всей установки, который может достигать значений 0,4 - 0,45

### § 11.10. ЦИКЛЫ АТОМНЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Основное отличие атомных электростанций от тепловых заключается в том, что для получения теплоты используется не парогенератор, а ядерный реактор, в котором энергия выделяется при расщеплении ядер тяжелых металлов (изотопов урана и плутония). Отвод теплоты от ядерного реактора осуществляется с помощью циркулирующей жидкости или газа. Существует

несколько схем отвода теплоты. Ниже будут рассмотрены двух-, и трехконтурные схемы атомных установок.

Схема двухконтурной атомной электростанции приведена на рис. 11.24, а трехконтурной - на рис. 11.25. На этих схемах обозначено: 1-ядерный реактор; 2-парогенератор для двухконтурной, и теплообменник для трехконтурной схемы; 3-насос; 4-паровая турбина; 5-электрогенератор; 6-конденсатор; 7-конденсатный насос; 8-биологическая защита; 9-парогенератор для трехконтурной схемы; 10-насос.

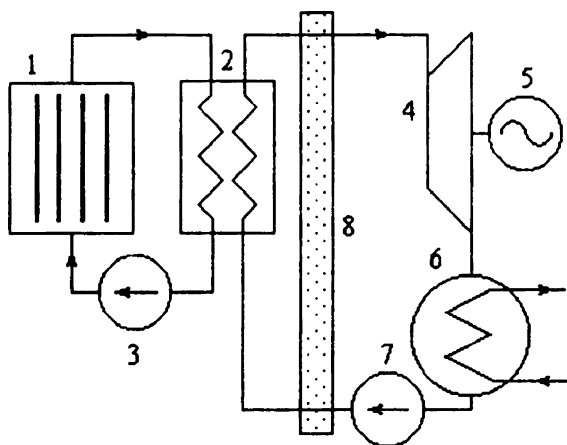


Рис. 11.24

В приведенных выше схемах теплоноситель цикла Ренкина не смешивается с радиоактивным теплоносителем 1-го контура. Передача теплоты от первого контура ко второму осуществляется в теплообменнике (парогенераторе) 2.

Основными теплоносителями в циклах атомных электростанций служат вода под давлением, кипящая вода, газы, жидкие металлы. Соответственно этому ядерные реакторы называются водо-водяными, кипящими водяными энергетическими реакторами, газоохлаждаемыми, жидкометаллическими и т.п.

Недостаток воды как теплоносителя первого контура заключается в невозможности получать высокие параметры водяного пара во втором контуре, т.к. вода имеет низкую температуру кипения при малых давлениях. В итоге существенно снижается термический КПД цикла Ренкина. Для получения более высоких параметров водяного пара необходимо применять теплоноситель, имеющий значительно более высокую температуру кипения при малых

давлениях. Таким требованиям в полной мере удовлетворяют жидкие металлы.

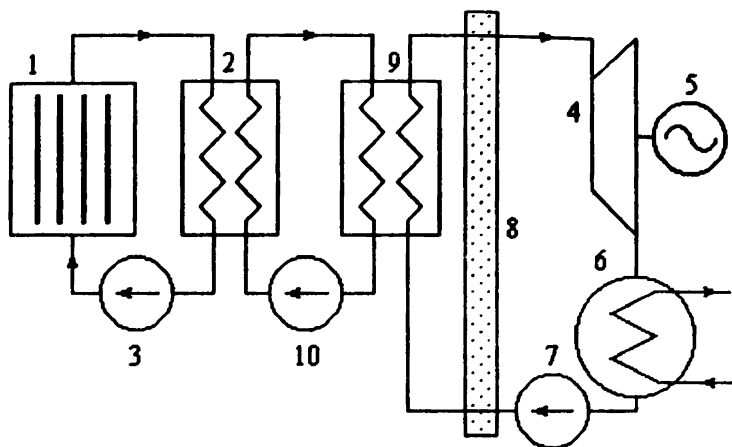


Рис. 11.25

На рис.11.26 приведен цикл паросиловой установки, работающей на сухом насыщенном паре. Здесь: 1-2 - адиабатное расширение пара на лопатках паровой турбины; 2-3 - конденсация пара в конденсаторе; 3-4 - сжатие воды в конденсатном насосе 7; 4-5 - изобарный подогрев воды в парогенераторе 2; 5-1 - парообразование в парогенераторе.

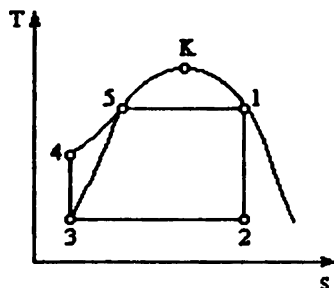


Рис. 11.26

Термический КПД этого цикла и удельный расход пара определяются соответственно по формулам

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_3} ;$$

$$d = \frac{1000}{i_1 - i_2}$$

При выводе формулы для КПД приняты допущения: при адиабатном сжатии воды в насосе 7 не учитывается повышение ее температуры (точки 3 и 4 практически совмещаются); полагается, что изобара 4-5 совмещается с пограничной кривой жидкости  $x = 0$ , т.к. удельный объем воды весьма мал по сравнению с удельным объемом пара; работой насоса 7 пренебрегается.

Недостатки цикла, изображенного на рис. 11.26, заключаются в том, что лопатки паровой турбины работают во влажном паре. В связи с чем существенно снижается ресурс лопаток турбины по причине их эрозии. Для увеличения степени сухости пар необходимо перегреть.

### § 11.11. ЦИКЛЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ С МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИМИ ГЕНЕРАТОРАМИ

Действие магнитогидродинамического (МГД) генератора основано на принципе возникновения электродвижущей силы в ионизированном потоке газа, движущегося между полюсами сильного электромагнита. Этот принцип хорошо известен - в проводнике, пересекающем силовые линии магнитного поля, возникает электродвижущая сила. Роль движущегося проводника в МГД-генераторе выполняет поток ионизированного газа, являющегося низкотемпературной плазмой, содержащей нейтральные атомы, отрицательно заряженные электроны и положительно заряженные ионы. В результате в целом нейтральная плазма является проводником электрического тока.

Плазма может быть получена путем нагрева газа до высоких температур электрической дугой, применением тока высокой частоты, электрическим высоковольтным разрядом и другими способами.

Таким образом, в МГД-генераторе рабочим телом служит ионизированный газ, движущийся в магнитном поле и являющийся одновременно проводником электрического тока. Такая конструкция является значительно более простой, чем паросиловая установка. К тому же необходимость применения более высоких температур (для получения плазмы) и отсутствие движущихся деталей в МГД-генераторе увеличивают эффективный КПД. Увеличению КПД способствует также тот факт, что в МГД-генераторах теплота преобразуется в электрическую энергию, минуя промежуточную стадию превращения теплоты в работу. Следовательно, они являются устройствами для безмашинного превращения теплоты в электрическую энергию.

Одной из важных проблем, которую необходимо решать при создании МГД-генераторов, является повышение электропроводности плазмы. Дело в том, что ионизированные газы - плохие проводники. Электропроводность газов можно увеличить путем добавления незначительного количества паров

веществ, повышающих степень ионизации. К числу таких веществ относятся, например, пары цезия.

Другой важной проблемой является необходимость создания мощного магнитного поля. Это связано с тем, что газ имеет относительно малую электропроводность (в  $10^5$  меньшую, чем у меди) и невысокие скорости движения по каналу МГД-генератора.

Следующей важной проблемой является обеспечение сохранности канала МГД-генератора и электродов для съема электрического тока при высоких (до  $2700^\circ\text{C}$ ) температурах газа. В связи с чем, приходится применять дорогостоящие тугоплавкие материалы, что приводит к значительному увеличению стоимости установки.

Применение МГД-генераторов наиболее целесообразно в качестве головного звена паросиловой установки. Это связано с тем, что температура на выходе из канала МГД-генератора превышает  $2000^\circ\text{C}$ . Такие параметры газа вполне достаточны для превращения воды в пар и его перегрева в обычной паросиловой установке.

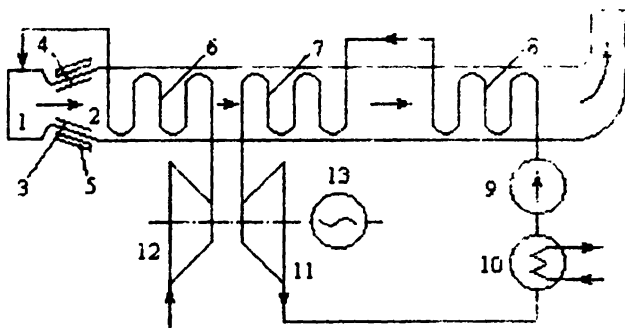


Рис. 11.27

Принципиальная схема паросиловой установки с МГД-генератором представлена на рис. 11.27. На схеме обозначено: 1- камера сгорания; 2- канал МГД-генератора; 3,4- электроды (анод, катод); 5- электромагнит; 6- воздухоподогреватель (регенератор); 7- пароперегреватель; 8- парогенератор; 9- питательный насос; 10- конденсатор; 11- паровая турбина; 12 - компрессор; 13- электрогенератор.

Рассмотрим процессы циклов МГД-генератора (верхний цикл) и паросиловой установки (нижний цикл), изображенных на рис. 11.28. 1-2 - адиабатный процесс расширения газов в канале МГД-генератора; 2-6 - охлаждение газов в регенераторе 6; 6-3 - охлаждение газов в пароперегревателе 7, парогенераторе 8 и в атмосфере; 3-4 - сжатие воздуха в компрессоре 12; 4-5 - по-

догрев воздуха в регенераторе 6; 5-1 - подвод теплоты в камере сгорания 1; 1'-2' - адиабатный процесс расширения пара в паровой турбине 11; 2'-3' - конденсация пара в конденсаторе; 3'-4' - сжатие питательной воды в конденсатном насосе 9 и подогрев до температуры кипения в парогенераторе 8; 4'-5 - парообразование (кипение) в парогенераторе 8; 5'-1' - перегрев пара в пароперегревателе 7.

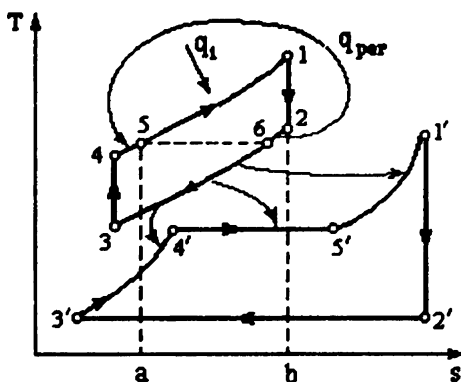


Рис. 11.28

В идеальном МГД-генераторе количество теплоты, затраченное на получение электрической энергии, эквивалентно площади 12341. Количество теплоты, выделяющейся при сгорании топлива, эквивалентно площади  $ab15a$ . Отсюда КПД МГД-генератора будет

$$\eta_{\text{МГД}} = \text{пл. } 12341 / \text{пл. } ab15a .$$

Описанный выше цикл МГД-генератора представляет собой разновидность рассмотренной выше бинарной установки (§ 11.8). Также как и в бинарном цикле, цикл МГД-генератора и цикл Ренкина построены для разных количеств рабочих тел. Цикл Ренкина построен для 1 кг пара, а МГД-цикл - для  $m$  кг газа, т.е. на 1 кг пара приходится  $m$  кг продуктов сгорания.

Полезная внешняя работа МГД-генератора, затраченная на получение электрической энергии без учета паросилового цикла, определяется по формуле

$$l_{\text{МГД}} = m(i_1 - i_2) .$$

Полезная работа цикла Ренкина будет

$$l_{\text{п}} = i_1' - i_2' .$$

Вся затраченная в цикле теплота определяется по формуле

$$q_1 = m(i_1 - i_3).$$

Отсюда термический кпд всей установки будет

$$\eta_t = \frac{I_{\text{МГД}} + I_{\text{а}}}{q_1} = \frac{m(i_1 - i_2) + (i'_1 - i'_2)}{m(i_1 - i_3)},$$

где  $i'_1, i'_2$  - энтальпии водяного пара в точках 1' и 2'. Кпд всей установки может достигать величин, примерно в 1,5 раза превышающих кпд обычных паросиловых установок (до 50-55 % и более).

Более высокий кпд по сравнению с циклом Ренкина объясняется весьма высокой максимальной температурой рабочего тела МГД-генератора, равной температуре горячего источника, а также использованием значительного температурного перепада без потери от необратимого теплообмена между горячим источником и рабочим телом. Кроме того, повышению кпд способствует высокая средняя температура подвода теплоты в цикле (линия 5-1), что увеличивает работоспособность подводимой теплоты.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как изображается цикл Карно в области влажного пара в  $Ts$ - и  $pv$ -диаграммах?
2. Почему цикл Карно во влажном паре в паросиловых установках не применяется?
3. Как называется цикл, применяемый в паросиловых установках? Как он изображается в диаграммах  $Ts$  и  $pv$ ?
4. Как вычисляется полезная работа и термический кпд цикла Ренкина?
5. Как влияют параметры пара  $p_1$ ,  $p_2$  и  $T_1$  на термический кпд цикла Ренкина? Проанализируйте это влияние с помощью диаграммы  $Ts$  водяного пара.
6. С какой целью вводится промежуточный перегрев пара? Каковы цикл и схема ПСУ с промежуточным перегревом пара?
7. Как вычисляется термический кпд цикла с промежуточным перегревом пара?
8. Как осуществляется регенерация тепла применительно к циклу ПСУ? Каковы основные схемы регенеративного подогрева питательной воды?
9. Как изображается простейшая смешивающая схема регенеративного подогрева питательной воды с двумя отборами пара? Как вычисляются в этом случае работа цикла  $I$ , подведенная теплота  $q_1$ , термический кпд и удельный расход пар :?'



10. К чему приводит регенеративный подогрев питательной воды в циклах ПСУ?
11. Почему применяются бинарные циклы?
12. Что такое коэффициент заполнения цикла  $K_c$ ?
13. Каковы принципиальная схема и тепловая диаграмма  $t/s$  ртутно-водяной бинарной установки?
14. Каких значений достигает коэффициент заполнения цикла  $K_c$  и термический кпд  $\eta_t$  для ртутно-водяной бинарной установки?

### ЗАДАЧИ

**Задача 1.** В идеальном цикле Ренкина начальная температура пара и конечное давление соответственно равны  $t_1=600^\circ\text{C}$ ,  $p_2=0,02$  МПа. Определить термический кпд для случаев, когда: 1) начальное давление  $p_1=3,0$  МПа; 2)  $p_1=6,0$  МПа; 3)  $p_1=12,0$  МПа.

**Решение.** Термический кпд идеального цикла Ренкина

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_2'}$$

По таблицам водяного пара находим:

1.  $i_1 = 3681,5$  кДж/кг;  $i_2 = 2476$  кДж/кг;  $i_2' = 251,46$  кДж/кг;  
 $\eta_t = (3681,5 - 2476)/(3681,5 - 251,46) = 0,35$
2.  $i_1 = 3657,2$  кДж/кг;  $i_2 = 2364$  кДж/кг  
 $\eta_t = (3657,2 - 2364)/(3657,2 - 251,46) = 0,38,$
3.  $i_1 = 3607,0$  кДж/кг;  $i_2 = 2240$  кДж/кг.  
 $\eta_t = (3607 - 2240)/(3607,0 - 251,46) = 0,407$

Увеличение начального давления приводит к возрастанию термического кпд цикла Ренкина.

**Задача 2.** Найти термический кпд цикла Ренкина при следующих начальных параметрах:  $p_1 = 6,0$  МПа,  $t_1 = 400^\circ\text{C}$ . Рассмотреть случай, когда конечное давление  $p_2 = 0,1$  МПа;  $p_2 = 0,02$  МПа,  $p_2 = 0,003$  МПа

**Решение.** Термический кпд цикла Ренкина

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_2'}$$

1.  $i_1 = 3178,6$  кДж/кг;  $i_2 = 2370$  кДж/кг;  $i_2' = 417,51$  кДж/кг;  
 $\eta_t = (3178,6 - 2370)/(3178,6 - 417,51) = 0,29$
2.  $i_1 = 3178,6$  кДж/кг;  $i_2 = 2158$  кДж/кг;  $i_2' = 251,46$  кДж/кг;  
 $\eta_t = (3178,6 - 2158)/(3178,6 - 251,46) = 0,349$
3.  $i_1 = 3178,6$  кДж/кг;  $i_2 = 1942$  кДж/кг;  $i_2' = 101,0$  кДж/кг;  
 $\eta_t = (3178,6 - 1942)/(3178,6 - 101,0) = 0,4.$

Уменьшение конечного давления при одинаковых начальных параметрах приводит к увеличению термического кпд цикла Ренкина

Задача 3. Паротурбинная установка работает по циклу Ренкина с перегретым паром при начальных параметрах  $p_1 = 3,0$  МПа,  $t_1 = 500^\circ\text{C}$  и конечном давлении  $p_2 = 0,004$  МПа. Определить термический кпд цикла и удельный расход пара.

Решение По  $is$ - диаграмме находим:

$$i_1 = 3456,4 \text{ кДж/кг}; \quad i_2 = 2178 \text{ кДж/кг}; \quad x_2 = 0,845; \quad i_2' = 121,4 \text{ кДж/кг}.$$

Термический кпд цикла Ренкина

$$\eta_t = (3456,4 - 2178)/(3456,4 - 121,4) = 0,38.$$

Удельный расход пара

$$d = 1000/(i_1 - i_2) = 0,78 \text{ кг/МДж}.$$

Если двигатель работает на сухом насыщенном паре, то

$$i_1 = 2802 \text{ кДж/кг}; \quad i_2 = 1868 \text{ кДж/кг}; \quad i_2' = 121,4 \text{ кДж/кг}.$$

Термический кпд цикла

$$\eta_t = (2802 - 1868)/(2802 - 121,4) = 0,348.$$

Удельный расход пара

$$d = 1000/(i_1 - i_2) = 1,07 \text{ кг/МДж}.$$

## Глава 12

### ЦИКЛЫ ХОЛОДИЛЬНЫХ МАШИН

Холодильными машинами или термокомпрессорами называются машины, непрерывно поддерживающие температуры тел ниже температуры окружающей среды.

Холодильные машины подразделяются на воздушные (газовые), паровые, парожеткорные, абсорбционные, а также машины, принцип действия которых основан на эффектах Пельтье и Ранка-Хильша.

В воздушной холодильной машине в качестве холодильного агента используется атмосферный воздух. Эти установки не получили широкого распространения ввиду малого холодильного коэффициента и сложности конструкции.

В паровых (парокомпрессорных) холодильных установках рабочим телом являются пары различных веществ - аммиака  $\text{NH}_3$ , углекислоты  $\text{CO}_2$ , сернистого ангидрида  $\text{SO}_2$ , фреонов (фторохлорпроизводных углеводородов). Ввиду простоты конструкции (по сравнению с воздушными), высокой холодопроизводительности и большой надежности работы, эти установки получили самое широкое распространение в технике.

В парожеткорных и абсорбционных холодильных установках для получения низких температур затрачивается не механическая работа (как в паро-

вых или газовых), а теплота какого либо рабочего тела с высокой температурой. В парожеторной установке для сжатия холодильного агента используется кинетическая энергия струи пара некоторого вещества. Эти установки отличаются невысоким холодильным эффектом и в промышленности применяются редко. Более широкое распространение получили абсорбционные холодильные машины, в которых для получения низких температур используется (как и в парожеторных) энергия в виде теплоты. Термодинамически эти установки менее совершенны, чем паровые, однако они значительно проще по конструкции (ввиду отсутствия компрессора), дешевле, более надежны в работе и поэтому получили достаточно широкое распространение.

Холодильные установки, принцип действия которых основан на использовании эффектов Пельтье и Ранка-Хильша, максимально просты по конструкции - не имеют движущихся деталей. Однако они пока не получили широкого распространения из-за низких значений холодильного коэффициента.

Холодильные машины работают по обратному циклу, то есть циклу, изображенному в тепловых диаграммах ( $p$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $s$ ,  $i$ ) в направлении против направления часовой стрелки. Наиболее выгодным циклом холодильной машины, осуществляемым между двумя источниками тепла с температурами  $T_1$  и  $T_2$ , будет обратимый обратный цикл Карно, состоящий из двух изотерм и двух адиабат (рис. 12.1).

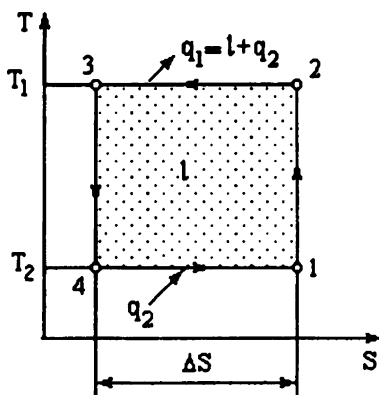


Рис. 12.1

Рассмотрим процессы цикла: 1-2 - адиабатное сжатие рабочего тела (хладоагента); 2-3 - изотермическое сжатие с отводом теплоты  $q_1$  в окружающую среду; 3-4 - адиабатное расширение; 4-1 - изотермическое расширение с подводом теплоты  $q_2$  к хладоагенту от охлаждаемого в холодильнике тела.

В качестве характеристики термодинамической эффективности холодильного цикла принята величина

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l},$$

где  $l$  - затрачиваемая механическая работа, равная площади 12341.

Величина  $\varepsilon$  называется холодильным коэффициентом или коэффициентом холодопроизводительности.

Для обратного цикла Карно

$$\varepsilon_{\kappa} = \frac{q_2}{l} = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{T_2 \Delta s}{T_1 \Delta s - T_2 \Delta s} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \quad (12.1)$$

Холодильный коэффициент обратного цикла Карно имеет наибольшее значение по сравнению с другими циклами холодильных машин, осуществляемыми в том же интервале температур теплоисточников.

Из формулы для  $\varepsilon_{\kappa}$  видно, что с увеличением температуры  $T_1$  и с уменьшением температуры  $T_2$  коэффициент холодопроизводительности уменьшается и при  $T_2 \rightarrow 0$   $\varepsilon_{\kappa} \rightarrow 0$ . Работа  $L$  и мощность  $N$ , необходимые для осуществления обратного цикла, определяются по формулам

$$L = \frac{Q}{\varepsilon}; \quad N = \frac{L}{1000},$$

где  $Q$  - холодопроизводительность (количество теплоты, которое отводится от охлаждаемого тела в единицу времени).

### § 12.1. ЦИКЛ ВОЗДУШНОЙ ХОЛОДИЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема воздушной холодильной установки представлена на рис. 12.2.

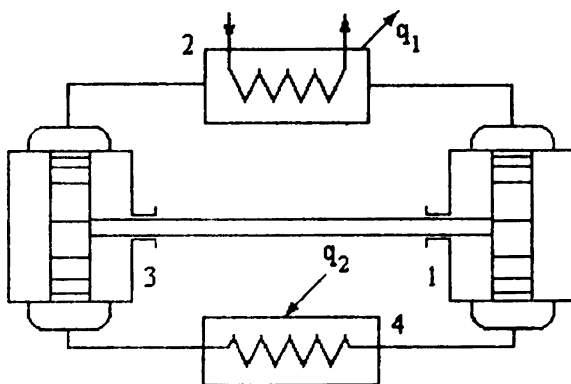


Рис. 12.2

Принцип ее действия заключается в следующем. В компрессоре 1 воздух сжимается до давления  $p_2$  и нагнетается в теплообменник (охладитель) 2, где от него отводится часть теплоты в количестве  $q_1$ , полученной в результате сжатия. Затем сжатый воздух поступает в расширительный цилиндр или детандер 3, где расширяется до начального давления. При расширении температура воздуха понижается до  $(-60-70)^\circ\text{C}$ . Холодный воздух направляется в теплообменник (охлаждаемое помещение) 4, где к нему подводится теплота в количестве  $q_2$ .

На рис. 12.3 и 12.4 представлены диаграммы идеального цикла воздушной холодильной установки в  $Ts$ - и  $pV$ - координатах. Рассмотрим процессы цикла.

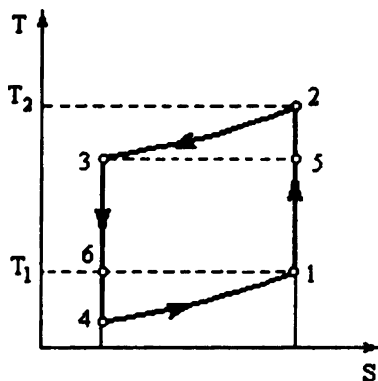


Рис. 12.3

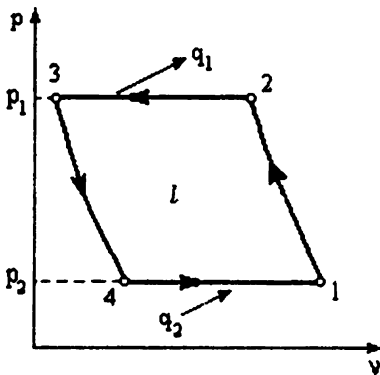


Рис. 12.4

1-2 - адиабатное сжатие воздуха в компрессоре 1 от давления  $p_1$  до давления  $p_2$ ; 2-3 - изобарный процесс отвода теплоты  $q_1$  внешнему источнику, сопровождающийся понижением температуры рабочего тела от  $T_2$  до  $T_3$ ; 3-4 - адиабатное расширение рабочего тела в детандере 3 с понижением температуры от  $T_3$  до  $T_4$ ; 4-1 - изобарный подвод теплоты к рабочему телу в теплообменнике 4 с возрастанием его температуры от  $T_4$  до  $T_1$ .

Работа, затраченная в цикле, будет

$$l = q_1 - q_2 = c_p(T_2 - T_3 - T_1 + T_4).$$

Отсюда

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l} = \frac{T_1 - T_4}{(T_2 - T_3) - (T_1 - T_4)} = \frac{1}{\left[\frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4}\right] - 1}.$$

Для адиабатных процессов 1-2 и 3-4 можно записать

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \text{и} \quad \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Так как  $p_2 = p_3$ ,  $p_1 = p_4$ , то

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}.$$

Отсюда

$$\frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}.$$

Формула для холодильного коэффициента в окончательном виде будет

$$\varepsilon = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}.$$

Таким образом, холодильный коэффициент зависит только от отношения давлений  $p_2 / p_1$ .

Цикл, изображенный на рис. 12.3 и 12.4, называется циклом Лоренца. Сравним его холодильный коэффициент с коэффициентом эквивалентного обратного обратимого цикла Карно, определяемым по формуле (12.1). Эта формула применительно к циклу Карно 1-5-3-6, изображенному на рис. 12.1, примет вид

$$\varepsilon_{\kappa} = \frac{q_2}{l} = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{T_1}{T_3 - T_1}.$$

Так как  $T_3 < T_2$ , то  $\varepsilon_{\kappa} > \varepsilon$ . Более низкий холодильный коэффициент цикла воздушной холодильной установки объясняется необратимостью теплообмена в изобарных процессах отвода (2-3) и подвода (4-1) теплоты к рабочему телу, т.к. эти процессы протекают при конечной разности температур.

## § 12.2. ЦИКЛ ПАРОВОЙ КОМПРЕССОРНОЙ ХОЛОДИЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

В парокomppressorных холодильных установках в качестве рабочего тела используются низкокипящие жидкости. Благодаря этому рабочий цикл можно расположить в двухфазной области состояния, в которой изобарные процессы подвода и отвода теплоты можно заменить на изотермические и тем самым уменьшить потери, связанные с необратимостью процессов

Принципиальная схема установки представлена на рис. 12.5, а диаграмма цикла в  $Ts$ -координатах - на рис. 12.6

Установка работает следующим образом. В компрессоре 1 происходит адиабатное сжатие пара (процесс 1-2). В конденсаторе 2 холодильный агент

вначале охлаждается (процесс 2-2') при постоянном давлении и затем конденсируется (процесс 2'-3) с отдачей в окружающую среду теплоты  $q_1$ . В дроссельном вентиле 3 происходит процесс дросселирования (процесс 3-5) с превращением жидкости во влажный пар. В испарителе 4 влажный пар принимает теплоту  $q_2$ , и содержащаяся в нем жидкость испаряется (процесс 5-1).

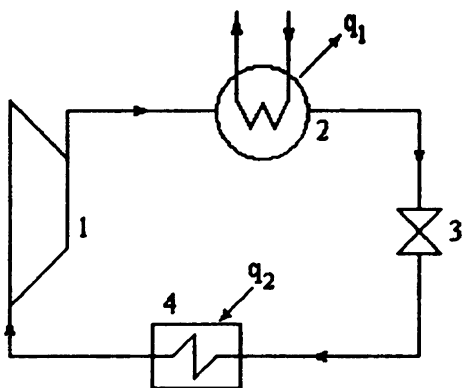


Рис. 12.5

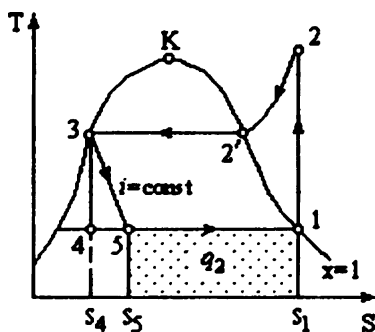


Рис. 12.6

Процесс дросселирования в дроссельном вентиле является существенно необратимым процессом и на диаграмме он изображается условной кривой 3-5. Если вместо дроссельного вентиля применять детандер (расширительный цилиндр), то процесс протекал бы по линии 3-4. Таким образом, замена расширительного цилиндра дроссельным вентилем вызывает некоторую потерю холодопроизводительности, измеряемую площадью фигуры  $s_4, 4, 5, s_5$  и вызванную возрастанием энтропии рабочего тела. Следовательно-

но. применение дроссельного вентиля приводит к уменьшению количества теплоты  $q_2$ , получаемой от охлаждаемых тел. Положительными сторонами применения дроссельного вентиля является возможность легко регулировать давление пара, а также максимальная простота конструкции.

Холодильный коэффициент этой установки определяется по формуле:

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l_u},$$

где  $l_u = i_2 - i_1$  - удельная работа, затраченная при адиабатном сжатии пара в компрессоре;  $q_2 = i_1 - i_3 = i_1 - i_4$  - удельное количество теплоты, воспринимаемое паром в испарителе.

Отсюда

$$\varepsilon = \frac{i_1 - i_4}{i_2 - i_1}.$$

Величина холодильного коэффициента, определяемого по этой формуле, на 15 - 20 % ниже  $\varepsilon_k$  и значительно выше, чем у воздушных холодильных машин.

### § 12.3. ЦИКЛ ХОЛОДИЛЬНОЙ УСТАНОВКИ АБСОРБИЦИОННОГО ТИПА

Абсорбционные холодильные установки существенно отличаются от всех других простотой конструкции. Холодильный эффект в них получается не за счет затраты энергии в форме механической работы, а за счет энергии в форме теплоты. Для абсорбционной установки подбираются две жидкости, которые полностью растворяются друг в друге и имеют разные температуры кипения. Процесс поглощения всей массы одного тела другим называется абсорбцией. При этом легкокипящая жидкость используется как холодильный агент, а жидкость с более высокой температурой кипения - как абсорбент.

Принципиальная схема установки представлена на рис. 12.7.

Рассмотрим ее работу. В парогенераторе 1 в результате подвода теплоты  $q_1$  холодильный агент выпаривается из абсорбента в виде почти сухого насыщенного пара. В конденсаторе 2 он полностью конденсируется, отдавая теплоту парообразования охлаждающей воде. В дроссельном вентиле 3 холодильный агент дросселируется, что сопровождается уменьшением давления и температуры и увеличением объема. В теплообменнике 4 происходит передача холодильному агенту теплоты  $q_2$  от охлаждаемых тел. В абсорбере 5 происходит соединение холодильного агента с абсорбентом, поступающим через дросселирующий вентиль 7. Полученная смесь насосом 6 направляется в парогенератор 1.



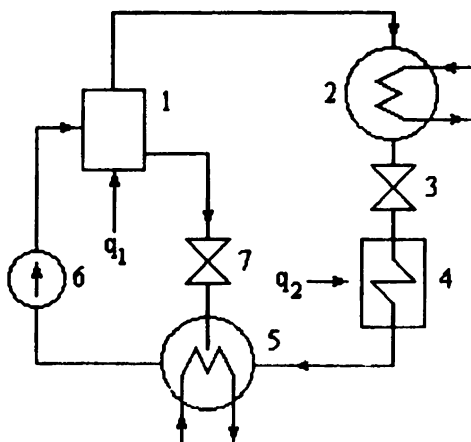


Рис. 12.7

Холодильный коэффициент абсорбционной установки определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{q_2}{q_1}.$$

Абсорбционные холодильные установки получили широкое распространение ввиду того, что они просты, надежны и дешевы в изготовлении. Следует однако отметить, что термодинамически они менее совершенны, чем паровые.

#### § 12.4. ЦИКЛ ПАРЭЖЕКТОРНОЙ ХОЛОДИЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Принципиальная схема парэжекторной холодильной установки представлена на рис. 12.8. Из испарителя 1 пар холодильного агента поступает в камеру смешения эжектора 2. Сюда же одновременно подается пар из котла 6. Полученная в камере смешения смесь пара сжимается в диффузоре эжектора. Поступая в конденсатор 3, пар конденсируется с отдачей теплоты парообразования. После конденсатора часть жидкости дросселируется в дроссельном вентиле 4, где происходит падение давления и температуры. Другая ее часть с помощью питательного насоса 5 направляется в котел 6, где она вновь с помощью подведенной извне теплоты  $q_1$  превращается в пар.

Холодильный коэффициент в данном случае определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{q_2}{q_1},$$

где  $q_2$  - удельное количество теплоты, подведенное к рабочему телу в испарителе;  $q_1$  - удельное количество теплоты, подводимое к рабочему телу в котле

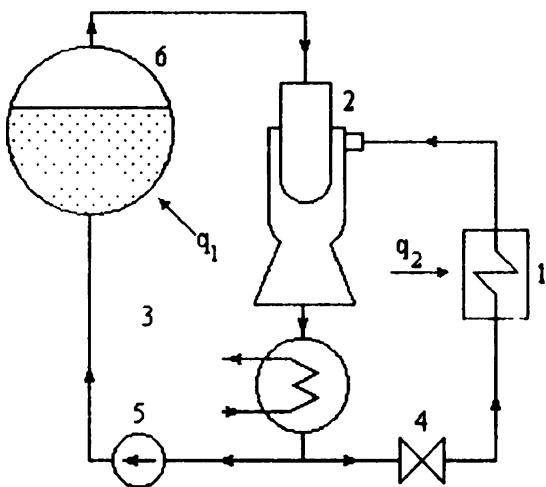


Рис. 12.8

Пароэжекторные холодильные установки отличаются простотой конструкции, надежностью в работе и малыми габаритами. Однако они имеют низкую тепловую экономичность и термодинамически менее совершенны, чем парокомпрессорные холодильные установки.

### § 12.5. ТЕПЛОВОЙ НАСОС

Тепловыми насосами называются устройства, с помощью которых теплота, забираемая от источника с низкой температурой посредством затраченной извне работы, отдается потребителю при более высокой температуре. Работа теплового насоса в принципе не отличается от работы холодильной установки.

Принципиальная схема теплового насоса представлена на рис. 12.9. Его работа происходит следующим образом. В компрессоре 1 происходит сжатие холодильного агента с повышением его температуры. В конденсаторе 2 происходит конденсация парообразного рабочего тела. Выделяющаяся при этом теплота  $q_1$  передается жидкости, циркулирующей в отопительной системе. В дроссельном вентиле 3 конденсат рабочего тела дросселируется с пониже-

ем его давления и температуры. В испарителе 4 температура хладагента повышается за счет подвода удельного количества теплоты  $q_2$

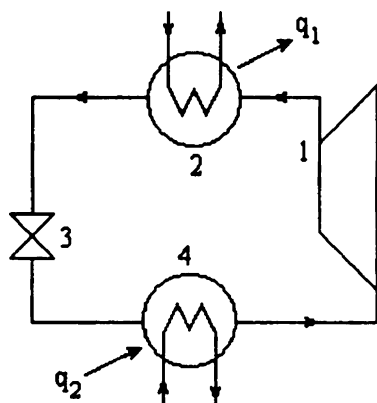


Рис. 12.9

Эффективность работы теплового насоса характеризуется отопительным коэффициентом  $\varepsilon$ , который определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{q_1}{l} = \frac{q_2 + l}{l},$$

где  $q_1$  - удельное количество теплоты, отданное рабочим телом потребителю в конденсаторе 2;  $q_2$  - удельное количество теплоты, принятой рабочим телом в испарителе 4;  $l$  - удельное количество работы, затраченной на привод компрессора.

При использовании в качестве холодильного агента паров жидкости, кипящей при низких температурах (аммиак, углекислота, фреоны и др.), цикл теплового насоса не отличается от цикла парокомпрессионной холодильной установки, изображенного на рис. 12.5. Из рассмотрения этого цикла следует, что

$$q_1 = i_2 - i_4 = i_2 - i_5, \quad q_2 = i_1 - i_5$$

Так как энтальпия рабочего тела в результате дросселирования не изменяется, то

$$i_4 = i_5.$$

Тогда

$$l = q_1 - q_2 = (i_2 - i_5) - (i_1 - i_5) = i_2 - i_1.$$

Отсюда

$$\varepsilon = \frac{q_1}{l} = \frac{i_2 - i_5}{i_2 - i_1}.$$

Холодильный коэффициент в случае, если бы тепловой насос работал по обратному обратимому циклу Карно, был бы равен

$$\varepsilon = \frac{T_1}{T_1 - T_2}.$$

Например, при отоплении здания зимой при температуре низшего источника (речная вода)  $T_2 = 280$  К и температуре рабочего тела в отопительной системе  $T_1 = 360$  К  $\varepsilon = 360 / (360 - 280) = 4,5$ . Следовательно, тепловой насос передает в отопительную систему количество теплоты в 4,5 раза большее, чем количество затрачиваемой в компрессоре работы. Таким образом, при указанных значениях  $T_1$  и  $T_2$  тепловой насос теоретически мог бы передать потребителю количество теплоты в 4,5 раза большее, чем при обычном электрообогреве при той же затраченной электроэнергии.

### § 12.6. ВИХРЕВАЯ ТРУБА

В 1931 г. французским инженером Ж. Ранком был открыт вихревой эффект энергетического разделения газов. В 1946 г. немецкий физик Р. Хильш экспериментально исследовал этот эффект в устройстве, называемом вихревой трубой. Р. Хильшем был дан ряд рекомендаций для конструирования, эксплуатации и определения температурной эффективности вихревой трубы.

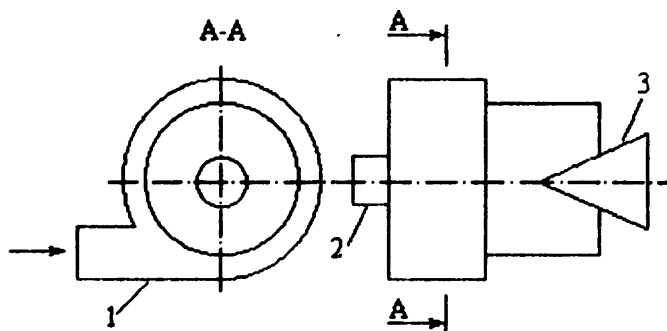


Рис. 12.10

Принципиальная схема вихревой трубы представлена на рис. 12.10. Эффект Ранка проявляется в закрученном потоке вязкой сжимаемой жидкости. Установка работает следующим образом. При поступлении газа через тангенциальное сопло 1 в трубе образуется интенсивный вихревой поток. При этом осевые слои газа заметно охлаждаются и отводятся через отверстие диафрагмы 2 в виде холодного потока. Периферийные слои газа подогреваются и выводятся через вентиль 3 в виде горячего потока. Изменяя положение вентиля, можно изменять расходы и температуры холодного и горячего

потоков. Для понижения температуры  $t_x$  необходимо уменьшить расход холодного потока (вентиль 3 открывается). Для повышения температуры горячего потока следует уменьшить его расход (вентиль 3 закрывается).

Суммарное количество энергии холодного и горячего потоков, отводимых из трубы, по закону сохранения энергии будет равно количеству энергии поступающего сжатого газа (если труба изолирована). В результате происходящих внутри вихревой трубы сложных газодинамических процессов происходит перераспределение энергии. По разности температур поступающего газа  $t_c$  и получаемого холодного потока  $t_x$  можно определить понижение температуры  $\Delta t_x$

$$\Delta t_x = t_c - t_x.$$

Повышение температуры горячего потока будет

$$\Delta t_r = t_r - t_c.$$

где  $t_r$  - температура горячего газа.

При постоянных температуре  $t_c$  и давлениях перед трубой и за ней разности температур  $\Delta t_x$  и  $\Delta t_r$  будут изменяться в зависимости от величин масс потоков холодного  $G_x$  и горячего  $G_r$  газов. Доля холодного воздуха

$$\mu = \frac{G_x}{G_c},$$

(где  $G_c$  - масса газа, поступающего в трубу) регулируется изменением количества  $G_r$  с помощью вентиля 3.

Энергетический баланс вихревой трубы при отсутствии теплообмена ее с окружающей средой будет

$$G_c i_c = G_r i_r + G_x i_x,$$

где  $G_c i_c$  - энергия подведенного к трубе потока;  $G_r i_r$  и  $G_x i_x$  - энергия горячего и холодного потоков соответственно. Это уравнение можно переписать в виде

$$(G_r + G_x) i_c = G_r i_r + G_x i_x,$$

или

$$G_r (t_r - i_c) = G_x (i_c - i_x).$$

Так как  $\Delta t = c_p \Delta t$ , то

$$G_r c_p (t_r - t_c) = G_x c_p (t_c - t_x).$$

Отсюда

$$G_r \Delta t_r = G_x \Delta t_x$$

Разделив обе части полученного уравнения на  $G_c$ , после некоторых преобразований получим

$$\Delta t_x = \frac{1 - \mu}{\mu} \Delta t_r.$$

Это уравнение позволяет найти любую из величин  $\Delta t_x$  и  $\Delta t_r$  при известной одной из них, а также при известном  $\mu$ .

Главным преимуществом рассмотренной холодильной установки является предельная простота ее конструкции ввиду отсутствия движущихся деталей. Основным недостатком является низкий кпд., что связано с большой затратой энергии на получение сжатого газа.

### § 12.7. ТЕРМОТРАНСФОРМАТОРЫ

Исходя из положений второго закона термодинамики, можно заключить, что применяемый на практике способ получения теплоты путем сжигания топлива и передачи полученной теплоты теплоносителю является весьма нерациональным.

В самом деле, температура горячих газов обычно равна  $1000^{\circ}\text{C}$  и выше. Тогда как температура теплоносителя, применяемого, например, для целей отопления, составляет около  $100^{\circ}\text{C}$ . При переходе теплоты от источника с температурой  $1000^{\circ}\text{C}$  к рабочему телу с температурой  $100^{\circ}\text{C}$  происходит большая потеря работоспособности теплоты, что связано с необратимым теплообменом при конечной разности температур. Причем потеря работоспособности нежелательна не только при получении работы, но и при непосредственном использовании теплоты, например, для нужд отопления.

С использованием устройств, называемых термотрансформаторами, принципиально возможно, имея некоторое количество теплоты при высокой температуре, без затраты работы получить большее количество теплоты при более низкой температуре с работоспособностью, равной работоспособности первоначального количества теплоты.

Работоспособность теплоты  $q$ , взятой от источника с температурой  $T_1$ , определяется по формуле

$$w_1 = q_1 \eta_k = q_1 \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right),$$

где  $T_0$  - температура окружающей среды,  $w_1$  - полезная работа, которую можно получить при использовании теплоты  $q_1$  в прямом обратимом цикле Карно, выполняемом между источником теплоты высокой температуры и окружающей средой. Затратив эту работу в обратном обратимом цикле Карно (тепловой насос), осуществляемом между источниками с температурами  $T_0$  и  $T_2$ , получим

$$w_1 = q_2 \eta_n = q_2 \left( 1 - \frac{T_0}{T_2} \right).$$

Отсюда

$$q_1 \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right) = q_2 \left( 1 - \frac{T_0}{T_2} \right),$$

или

$$q_2 = \psi q_1,$$

где  $\psi = \frac{T_2(T_1 - T_0)}{T_1(T_2 - T_0)}$  - теоретический коэффициент преобразования теплоты от температуры  $T_1$  к температуре  $T_2$ .

Последнее соотношение показывает, что  $q_1$  Дж теплоты при температуре  $T_1$  эквивалентны  $q_2$  Дж при температуре  $T_2$ . Так как  $T_2 < T_1$ , то  $\psi > 1$ .

Порядок величины  $\psi$  покажем на примере решения конкретной задачи при следующих исходных данных:  $t_1 = 1000^\circ\text{C}$ ;  $t_2 = 50^\circ\text{C}$ ;  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Коэффициент  $\psi$  при таких условиях равен примерно 5. Таким образом, для того, чтобы получить 5 Дж теплоты при температуре  $50^\circ\text{C}$ , следует затратить лишь 1 Дж при  $t_1 = 1000^\circ\text{C}$ . Тогда как в обычной отопительной установке 1 Дж теплоты при высокой температуре переходит в такое же количество теплоты при низкой температуре. Следовательно, с термодинамической точки зрения отопительная установка, необратимо передающая теплоту от источника с температурой  $t_1 = 1000^\circ\text{C}$  к источнику с температурой  $t_2 = 50^\circ\text{C}$ , в 5 раз менее экономична, чем обратимая теплопреобразующая установка.

Если термотрансформатор предназначен для получения теплоты при более низкой температуре, чем исходная, то он будет понижющим. Повышающий термотрансформатор позволяет получить теплоту при более высокой температуре, чем исходная.

В общем случае цикл всякого термотрансформатора представляет из себя сочетание прямого и обратного циклов. В рассмотренной выше схеме в установку входило тепловой двигатель, производящий работу, и тепловой насос, потребляющий ее. Рассмотрим последовательность работы установки, в которой в качестве термотрансформатора используется абсорбционная холодильная машина. В этой установке (работой насосов пренебрегаем) за один цикл в парогенераторе (котле) при температуре  $t_n$  затрачивается теплота  $q_n$ . В испарителе при температуре  $t_1$  поглощается теплота  $q$ . В конденсаторе и абсорбере при температуре  $t_2$  выделяется теплота  $q_k + q_a$ . Если температура испарителя равна температуре окружающей среды, а отвод теплоты в конденсаторе и абсорбере происходит при температуре  $t_2 < t_n$ , то абсорбционная машина будет представлять понижающий термотрансформатор, который преобразует некоторое количество теплоты  $q_n$  с температурой  $t_n$  в большее количество теплоты  $q_k + q_a$  с более низкой температурой.

Коэффициент преобразования такого трансформатора будет

$$\psi = \frac{q_k + q_a}{q_n}$$

Этот коэффициент будет меньше теоретического ввиду того, что процессы в абсорбционной установке отклоняются от идеальных. Отметим, что обратная абсорбционная установка может быть использована и как повышающий термотрансформатор.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется холодильными машинами или термокомпрессорами?
2. Как осуществляется обратный цикл Карно?
3. Какая величина принята для характеристики термодинамической эффективности работы холодильной машины?
4. По какой формуле рассчитывается холодильный коэффициент обратного цикла Карно?
5. Как выглядит принципиальная схема и цикл воздушной холодильной установки?
6. Как выглядит принципиальная схема и циклы идеальной и реальной паровых компрессорных холодильных установок?
7. Что такое тепловой насос?
8. Что такое термотрансформатор?
9. Каким образом абсорбционную холодильную установку можно использовать в качестве термотрансформатора?
10. Объясните принцип получения низких температур с помощью вихревой трубы.
11. В каких случаях тепловой насос целесообразно использовать для отопления зданий?

### ЗАДАЧИ

**Задача 1.** В воздушной холодильной установке воздух в холодильной камере имеет давление  $p = 0,2$  МПа и температуру  $t_1 = -20$  °С. После адиабатного сжатия в компрессоре до давления  $p_1 = 0,5$  МПа воздух направляется в охладитель, где его температура понижается до  $t_3 = +15$  °С. В турбодетандере происходит адиабатное расширение воздуха до начального давления. В холодильной камере воздух нагревается до температуры  $t_1 = -20$  °С и затем вновь поступает в компрессор (см. рис. 12.3 и 12.4).

Найти температуру воздуха, поступающего в холодильную камеру, холодопроизводительность, холодильный коэффициент и теоретическую работу, затрачиваемую в цикле. Определить также холодильный коэффициент для установки, работающей по обратному циклу Карно в том же интервале температур [13].



**Решение.** Температуру воздуха, поступающего в холодильную камеру, определяем из адиабатного процесса 3-4

$$T_4 = T_3 \left( \frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_3 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 288 \left( \frac{0,2}{0,5} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 221,7 \text{ К.}$$

Температуру воздуха, выходящего из компрессора, определяем из адиабатного процесса 1-2;

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 253 \cdot 2,5^{0,286} = 328,7 \text{ К.}$$

Удельная работа, затраченная в компрессоре, будет

$$l_{\kappa} = i_2 - i_1 = \bar{c}_p (T_2 - T_1) = 1,012(328,7 - 253) = 76,6 \text{ кДж/кг.}$$

Удельная работа в турбодетандере

$$l_{\text{тд}} = i_3 - i_4 = \bar{c}_p (T_3 - T_4) = 1,012(288 - 221,7) = 67,1 \text{ кДж/кг.}$$

Работа цикла

$$l_0 = l_{\kappa} - l_{\text{тд}} = 76,6 - 67,1 = 9,5 \text{ кДж/кг.}$$

Удельную холодопроизводительность воздуха определяем по формуле

$$q_2 = i_1 - i_4 = \bar{c}_p (T_1 - T_4) = 1,012(253 - 221,7) = 31,3 \text{ кДж/кг.}$$

Холодильный коэффициент установки

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l_0} = \frac{31,3}{9,5} = 3,29.$$

Холодильный коэффициент установки, работающей по циклу Карно, для того же интервала температур

$$\varepsilon_{\kappa} = \frac{T_1}{T_3 - T_1} = \frac{253}{288 - 253} = 7,23.$$

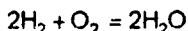
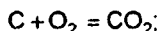
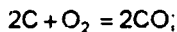
## ЭЛЕМЕНТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

Химической называется та часть термодинамики, в которой изучаются превращения энергии в химических реакциях и исследуются возникающие при этом тепловые явления. Для химического процесса характерно разрушение старых и возникновение новых связей между атомами. Выделение или поглощение энергии происходит в результате действия сил связей. Отличительным признаком химической реакции является изменение состава системы в результате перераспределения массы между реагирующими веществами. Энергия, проявляющаяся только в результате химической реакции, называется химической энергией. Она является частью внутренней энергии системы, рассматриваемой в процессе химического превращения.

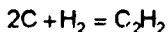
## § 13.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

Химические реакции обычно протекают с выделением или поглощением теплоты. Реакции, сопровождающиеся выделением теплоты, называются экзотермическими, а реакции, идущие с поглощением теплоты - эндотермическими.

В качестве примера экзотермической реакции можно привести процессы горения углерода и водорода

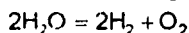
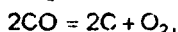
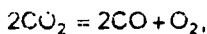


Примером эндотермической реакции может служить реакция образования ацетилена



В зависимости от внешних условий, в которых осуществляются реакции, различают изохорные - протекающие при постоянном объеме и изобарные - при постоянном давлении. Если в процессе таких реакций температура остается постоянной, то они соответственно будут называться изохорно-изотермическими и изобарно-изотермическими.

Если при реакции молекула какого-либо вещества превращается в несколько молекул других веществ, то такие реакции называются мономолекулярными или реакциями первого порядка. К таким реакциям относятся следующие реакции разложения



Общая формула таких реакций записывается в виде

$$A = B + C$$

Реакцию разложения называют также диссоциацией. Диссоциация вещества или мономолекулярная реакция обычно происходит при высоких температурах.

Реакции, в которых две молекулы различных веществ превращаются в одну или несколько молекул других веществ, называются бимолекулярными или реакциями второго порядка. Общие формулы таких реакций имеют вид

$$A + B = C;$$

$$A + B = C + D.$$

### § 13.2. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ В ПРИМЕНЕНИИ К ХИМИЧЕСКИМ РЕАКЦИЯМ

Как известно из раздела 2, количество теплоты, подведенной к рабочему телу, затрачивается на изменение внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил, т.е.

$$dQ = dU + dL.$$

В данном случае считалось, что в рабочем теле не происходят химические превращения и изменяются лишь его параметры  $p, v, T$ . Протекание химических реакций связано с изменением состояния атомов в молекулах реагирующих веществ. При этом происходит изменение внутренней энергии, которое может проявляться в виде теплоты или работы.

При написании уравнения первого закона термодинамики применительно к химическим реакциям следует учесть следующие особенности.

Все уравнения, как правило, записываются не для 1 кг, а для 1 моля вещества. В величину работы реакции  $A$  наряду с работой расширения или сжатия входит также работа против электрических, световых, магнитных и других сил, проявляющихся в ходе химической реакции.

С учетом принятых особенностей уравнение первого закона термодинамики в применении к химическим реакциям будет

$$U_1 - U_2 = \Delta U = Q + A, \quad (13.1)$$

где  $\Delta U$  - убыль внутренней энергии системы;  $Q$  - теплота реакции;  $A$  - работа реакции.

В химической термодинамике принято считать уменьшение внутренней энергии и выделившуюся при этом теплоту экзотермической реакции поло-

жательными, а увеличение внутренней энергии и поглощение теплоты (эндотермическая реакция) - отрицательными.

В соответствии с принятыми допущениями уравнение первого закона термодинамики примет вид

$$U_1 - U_2 = Q + A, \quad (13.2)$$

или

$$dQ = dU + dA. \quad (13.3)$$

Работа реакции равна

$$A = L + A_x, \quad (13.4)$$

где  $L$  - работа расширения или сжатия

$$L = \int_1^2 pdV;$$

$A_x$  - работа против электрических, световых, магнитных и других сил.

Отсюда

$$A = \int_1^2 pdV + A_x.$$

### § 13.3. ТЕПЛОВОЙ ЭФФЕКТ РЕАКЦИИ

Если в химической реакции кроме работы расширения или сжатия не совершаются другие виды работ ( $A_x=0$ ), то уравнение (13.2) примет вид

$$U_1 - U_2 = Q + L. \quad (13.5)$$

Уменьшение внутренней энергии  $U_1 - U_2$  называется тепловым эффектом химической реакции, который складывается из теплоты реакции и внешней работы. Тепловой эффект, как и изменение внутренней энергии системы, не зависит от пути реакции и определяется лишь начальным и конечным ее состояниями.

Если внешняя работа в реакции не совершается, то тепловой эффект будет равен теплоте реакции  $Q$ . Как известно, максимальная работа совершается в обратимых процессах. Такие реакции сопровождаются выделением минимального количества теплоты, и уравнение (13.5) для них будет

$$U_1 - U_2 = Q_{\min} + L_{\max}.$$

В случае необратимых реакций, когда кроме работы расширения (сжатия) не производится никакой другой работы, будем иметь минимальную работу и максимальную теплоту, т.е.

$$U_1 - U_2 = Q_{\max} + L_{\min}.$$

### § 13.4. ТЕПЛОТЫ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

В химических реакциях изменение состояния системы может характеризоваться не двумя (как в технической термодинамике), а тремя или более параметрами. При этом постоянными могут оставаться два параметра. Например, при постоянных объеме и температуре  $(V, T) = \text{const}$  будем иметь изохорно-изотермическую реакцию, а при постоянных давлении и температуре - изобарно-изотермическую. Для изохорно-изотермических реакций

$$L = L_{\text{тин}} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = 0;$$

$$\Delta U = -(U_2 - U_1) = Q_{V, \text{тин}}, \quad (13.6)$$

где  $Q_{V, \text{тин}}$  - теплота изохорно-изотермической реакции, которая равна изменению внутренней энергии.

Для реакции при  $(p, T) = \text{const}$   $dp=0$  и

$$L_{\text{тин}} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1);$$

$$\Delta U = Q_{p, \text{тин}} + p(V_2 - V_1), \quad (13.7)$$

где  $Q_{p, \text{тин}}$  - теплота реакции при постоянном давлении. Теплота реакции при  $p = \text{const}$  и при отсутствии всех видов работ, кроме работы расширения (сжатия), называется тепловым эффектом реакции.

Тепловой эффект реакции при  $p = \text{const}$  будет

$$Q_{p, \text{тин}} = \Delta U - p(V_2 - V_1) = U_1 - U_2 - pV_2 + pV_1 = I_1 - I_2, \quad (13.8)$$

где  $I_1 = U_1 + pV_1$ ;  $I_2 = U_2 + pV_2$  - начальная и конечная энтальпии системы ( $p_1 = p_2 = p$ ).

Подставляя значение  $\Delta U = Q_{V, \text{тин}}$  в формулу (13.8), получим

$$Q_{V, \text{тин}} = Q_{p, \text{тин}} + p(V_2 - V_1). \quad (13.9)$$

С учетом уравнения состояния идеального газа получим

$$p(V_2 - V_1) = (n_2 - n_1)R_{\mu}T = \Delta n R_{\mu}T, \quad (13.10)$$

где  $\Delta n$  - изменение числа молей газа в реакции;  $R_{\mu} = 8,3143$  кДж/(моль·К) - универсальная газовая постоянная.

Подставляя (13.10) в (13.9), находим

$$Q_{V, \text{тин}} = Q_{p, \text{тин}} + 8,3143 \Delta n T \quad (13.11)$$

Последнее уравнение устанавливает зависимость между изохорно-изотермической и изобарно-изотермической теплотами реакций. Если число молей в реакции остается постоянным ( $\Delta n = 0$ ), то

$$Q_{V, \text{тин}} = Q_{p, \text{тин}}. \quad (13.12)$$

### § 13.5. ЗАКОН ГЕССА

Закон Гесса устанавливает постоянство тепловых сумм, т.е. теплота реакции не зависит от ее пути, а определяется лишь начальным и конечным состоянием реагирующих веществ. Этот закон выполняется лишь для изохорно-изотермических и изобарно-изотермических процессов, так как в этих случаях  $Q_{V, \max} = -\Delta U$  и  $Q_{p, \max} = -\Delta I$ , где  $U$  и  $I$  - функции состояния и их изменения поэтому не зависят от пути процесса.

Закон Гесса позволяет вычислить теплоты большого числа реакций, если известны теплоты образования исходных веществ. К тому же этот закон позволяет вычислить теплоты таких реакций, для которых они не могут быть измерены непосредственно.

### § 13.6. ЗАКОН КИРХГОФА

Температурная зависимость теплоты реакции определяется уравнением Кирхгофа. Для получения этой зависимости в случае изохорно-изотермической реакции продифференцируем по температуре выражение  $Q_{\max}$ , определяемое первым законом термодинамики

$$\left(\frac{\partial Q_{\max}}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial U_1}{\partial T}\right)_V - \left(\frac{\partial U_2}{\partial T}\right)_V = C_{V1} - C_{V2},$$

где  $C_{V1}$  и  $C_{V2}$  - суммарные изохорные теплоемкости исходных и полученных веществ.

Аналогично для изобарно-изотермических процессов получим

$$\left(\frac{\partial Q_{\max}}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial I_1}{\partial T}\right)_p - \left(\frac{\partial I_2}{\partial T}\right)_p = C_{p1} - C_{p2},$$

где  $C_{p1}$  и  $C_{p2}$  - суммарные изобарные теплоемкости исходных и полученных веществ.

В обобщенном виде уравнение Кирхгофа имеет вид

$$\frac{dQ}{dT} = C_1 - C_2. \quad (13.13)$$

Суммарные теплоемкости до и после реакции находятся по формулам

$$C_1 = \sum_{i=1}^{m_1} n_{1i} c_{1i}; \quad C_2 = \sum_{i=1}^{m_2} n_{2i} c_{2i}, \quad (13.14)$$

где  $n_1, c_1$  - числа молей и теплоемкости исходных веществ;  $n_2, c_2$  - числа молей и теплоемкости полученных веществ;  $m_1, m_2$  - число компонентов исходных и полученных веществ.

С учетом (13.14) (13.13) примет вид

$$\frac{dQ}{dT} = C_1 - C_2 = \sum_{i=1}^{m_1} n_{1i} c_{1i} - \sum_{i=1}^{m_2} n_{2i} c_{2i}. \quad (13.15)$$

Последнее соотношение является математическим выражением закона Кирхгофа, где производная  $dQ/dT$  называется температурным коэффициентом теплоты реакции.

Из уравнения (13.15) можно определить теплоту реакции в случае, если будет известна ее зависимость  $Q = f(T)$  от температуры.

### § 13.7. ПРИМЕНЕНИЕ ВТОРОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ К ХИМИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ

Аналитическое выражение второго закона термодинамики для изолированной системы выше записывалось в виде

$$dS \geq \frac{dQ}{T},$$

где знаки равенства и неравенства характеризуют соответственно обратимые и необратимые процессы. Для адиабатической системы  $dQ = 0$ , и поэтому неравенство принимает вид  $dS \geq 0$ . Отсюда следует, что энтропия изолированной системы остается постоянной при протекании в ней обратимых процессов и возрастает в случае необратимых процессов.

При протекании в системе неравновесных необратимых процессов после того, как она приходит в состояние равновесия, энтропия системы принимает максимальное значение  $S = S_{\max}$ . Отсюда  $dS = 0$  и  $d^2S < 0$ . Таким образом, энтропия является функцией, на основе которой можно находить направление процессов и условия их равновесия.

Однако для многих практических процессов оказалось более удобным вместо энтропии пользоваться другими величинами, также характеризующими необратимость процессов и равновесие системы. К числу таких величин относятся рассматриваемые ниже изохорно-изотермический  $F$  и изобарно-изотермический  $Z$  потенциалы (см. также § 5.1, 5.2).

### § 13.8. ИЗОХОРНО-ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ И ИЗОБАРНО-ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛЫ

В химической термодинамике считается, что убыль внутренней энергии положительна, а теплота, сообщенная системе, отрицательна. Уравнения первого и второго законов термодинамики с учетом принятых знаков будут иметь вид

$$-dU = dQ + dA;$$

$$dS \geq -\frac{dQ}{T}.$$

Объединяя эти уравнения, получим

$$TdS \geq dU + dA. \quad (13.16)$$

Если учитывать только работу изменения объема, то  $A = L = \int pdV$ . Тогда соотношение (13.16) примет вид

$$TdS \geq dU + pdV. \quad (13.17)$$

Или в записи через энтальпию

$$TdS \geq dI - Vdp. \quad (13.18)$$

Преобразуем уравнение (13.17) следующим образом

$$\begin{aligned} dU - TdS - SdT &\leq -pdV - SdT; \\ dU - d(TS) &\leq -pdV - SdT; \\ d(U - TS) &\leq -pdV - SdT, \end{aligned} \quad (13.19)$$

где  $U - TS = F$  является некоторой функцией состояния, которая была названа выше (см. § 5.1) изохорно-изотермическим потенциалом.

Соотношение (13.19) перепишем в виде

$$dF + pdV + SdT \leq 0. \quad (13.20)$$

В изохорно-изотермических процессах  $V = const, T = const$ . Следовательно,  $dV = 0, dT = 0$ . Тогда (13.20) примет вид

$$dF \leq 0.$$

Отсюда следует, что в изолированных системах, находящихся при постоянной температуре и объеме, самопроизвольно могут протекать только те процессы, которые сопровождаются уменьшением изохорно-изотермического потенциала  $F$ . Причем минимум  $F = F_{\min}$  наблюдается в состоянии равновесия. При этом

$$dF = 0; d^2F > 0.$$

Если рассматривать функцию  $F$  как функцию независимых параметров  $T$  и  $V$ , то ее полный дифференциал будет

$$dF = \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_T dV.$$

Сопоставляя это соотношение с соотношением (13.20), получим

$$\left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = -S; \quad \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_T = -p. \quad (13.21)$$

Из этих равенств следует, что изменение  $F$  по температуре при постоянном объеме определяется величиной энтропии, а изменение  $F$  по объему при постоянной температуре - величиной давления. Таким образом,  $F$  является характеристической функцией, так как ее частные производные позволяют определить термодинамические свойства системы (см. § 5.1).

Подставляя величину энтропии из (13.21) в формулу  $F = U - TS$ , получим аналитическое выражение уравнения, связывающего изохорно-изотермический потенциал с внутренней энергией



$$F = U + T \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_V. \quad (13.22)$$

Если к обеим частям уравнения (13.17) прибавить соотношение  $F = U - TS$ , то после некоторых преобразований получим

$$d(U - TS + pV) \leq Vdp - SdT. \quad (13.23)$$

Обозначим

$$U - TS + pV = Z. \quad (13.24)$$

Отсюда  $Z = F + pV$  или  $Z = I - TS$ , так как  $I = U + pV$ .

Величина  $Z$  из уравнения (13.24) выше (см. § 5.1) была названа изобарно-изотермическим потенциалом и является некоторой функцией состояния. Из (13.23) следует

$$dZ + SdT - Vdp \leq 0$$

Так как в изобарно-изотермических процессах  $dT=0$ ,  $dp=0$ , то  $dZ \leq 0$ .

Отсюда следует, что в изобарно-изотермических процессах в изолированной системе самопроизвольно могут протекать только такие процессы, которые сопровождаются уменьшением  $Z$  и в пределе (в состоянии равновесия) достигается некоторое минимальное значение этой величины, т.е.

$$Z = Z_{\min}; \quad dZ = 0; \quad d^2Z > 0.$$

Как следует из (13.24), функция  $Z$  является характеристической функцией при независимых параметрах  $p$  и  $T$ . Ее полный дифференциал будет

$$dZ = \left( \frac{\partial Z}{\partial p} \right)_T dp + \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p dT.$$

Сравнивая это уравнение с равенством (13.24), получим

$$\left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p = -S; \quad \left( \frac{\partial Z}{\partial p} \right)_T = V.$$

Подставляя найденное значение энтропии в формулу  $Z = I - TS$ , получим уравнение, связывающее изобарно-изотермический потенциал с энтальпией

$$Z = I + T \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p. \quad (13.25)$$

Таким образом, в некоторых частных случаях в качестве критерия равновесия системы можно использовать изохорно- и изобарно-изотермический потенциалы. Условием равновесия процессов при  $(V, T) = const$  и  $(p, T) = const$  является минимум этих потенциалов. Функции  $F$  и  $Z$  характеризуют ту часть внутренней энергии или энтальпии, которая может переходить в полезную работу.

### §13.9. МАКСИМАЛЬНАЯ РАБОТА РЕАКЦИИ

Работа, которую можно получить в химической реакции в предположении, что все идущие в ней процессы обратимы, называется максимальной работой реакции  $A_{\max}$ . Эта работа является суммой работы расширения  $dL = pdV$  и работы против электрических, магнитных, световых и прочих сил ( $dA = dA_x$ ). Это имеет место в том случае, если в реакции выделяется минимальное количество тепла, не превращенного в работу, т.е.

$$\Delta U = Q_{\min} + A_{\max}.$$

Для реакции при  $V = \text{const}$  и  $T = \text{const}$

$$dL = pdV = 0;$$

$$dA = dA_x = dA_v.$$

Из соотношения (13.16) следует

$$dA_v \leq TdS - dU.$$

Интегрируя это уравнение применительно к изохорно-изотермической реакции, будем иметь

$$A_v \leq T(S_2 - S_1) - (U_2 - U_1).$$

Учитывая, что  $F = U - TS$ , получим

$$A_{v\max} = F_1 - F_2;$$

$$A_v < F_1 - F_2.$$

Таким образом, в изотермической системе при  $V = \text{const}$  в обратимых процессах максимальная работа определяется разностью изохорно-изотермических потенциалов. Работа, получаемая в необратимых процессах, для одной и той же системы меньше работы в обратимых процессах, а затрачиваемая работа будет большей.

Для реакций, осуществляемых при постоянных температуре и давлении,

$$dA_p = dA_x = dA - dL.$$

Из соотношения (13.16) следует

$$dA_p \leq TdS - dU - dL.$$

Интегрируя последнее соотношение при  $p = \text{const}$  и  $T = \text{const}$ , получим

$$A_p \leq T(S_2 - S_1) - (U_2 - U_1) - p(V_2 - V_1),$$

или

$$A_p \leq (U_1 + pV_1 - TS_1) - (U_2 + pV_2 - TS_2).$$

Так как  $U + pV = I$ , получим

$$A_p \leq (I_1 - TS_1) - (I_2 - TS_2)$$

С учетом формулы для изобарно-изотермического потенциала  $Z = I - TS$ , будем иметь

$$A_{p \max} = Z_1 - Z_2;$$

$$A_p \leq Z_1 - Z_2.$$

Отсюда следует, что при постоянных температуре и давлении максимальная работа в обратимых процессах равна разности изобарно-изотермических потенциалов. В необратимых процессах получаемая работа меньше разности  $Z_1 - Z_2$ . Максимальная работа в данном случае находится как разность общей работы системы и работы расширения при постоянном давлении.

### § 13.10. УРАВНЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОЙ РАБОТЫ (УРАВНЕНИЯ ГИББСА-ГЕЛЬМГОЛЬЦА)

Записывая уравнение (13.22) для начального и конечного состояний, получим

$$F_1 = U_1 + T \left( \frac{\partial F_1}{\partial T} \right)_V; \quad F_2 = U_2 + T \left( \frac{\partial F_2}{\partial T} \right)_V.$$

Так как  $A_{V \max} = F_1 - F_2$ , то

$$A_{V \max} = U_1 - U_2 + T \left[ \frac{\partial (F_1 - F_2)}{\partial T} \right]_V.$$

Учитывая, что  $Q_{V \max} = U_1 - U_2$ , будем иметь

$$A_{V \max} = Q_{V \max} + T \left( \frac{\partial A_{V \max}}{\partial T} \right)_V. \quad (13.26)$$

Аналогично, записывая уравнение (13.25) для начального и конечного состояния, получим

$$Z_1 = I_1 + T \left( \frac{\partial Z_1}{\partial T} \right)_p, \quad Z_2 = I_2 + T \left( \frac{\partial Z_2}{\partial T} \right)_p.$$

Так как  $A_{p \max} = Z_1 - Z_2$ , то

$$A_{p \max} = I_1 - I_2 + T \left[ \frac{\partial (Z_1 - Z_2)}{\partial T} \right]_p.$$

Учитывая, что  $Q_{p \max} = I_1 - I_2$ , будем иметь

$$A_{p \max} = Q_{p \max} + T \left( \frac{\partial A_{p \max}}{\partial T} \right)_p. \quad (13.27)$$

Уравнения (13.26), (13.27) называются уравнениями максимальной работы или уравнениями Гиббса-Гельмгольца. Общий вид этих уравнений будет

$$A_{\max} - Q_{\max} + T \frac{\partial A_{\max}}{\partial T}$$

### § 13.11. ХИМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

В химических реакциях, в отличие от термодинамических процессов, массы отдельных компонентов изменяются. В этом случае любое из свойств системы может быть представлено как функция количества вещества  $m$  и любых двух переменных  $p, V, T, U, S, F$  и других. Дифференцируя выражение

$$U = mu,$$

где  $u$  - внутренняя энергия количественной единицы вещества, получим

$$dU = mdU + udm. \quad (13.28)$$

Известно, что  $du = Tds - pdv$ . Отсюда (13.28) примет вид

$$dU = m(Tds - pdv) + udm.$$

Так как

$$mds = d(ms) - sdm = dS - sdm;$$

$$mdv = dV - vdm,$$

то

$$dU = TdS - pdV + (u - sT + pv)dm. \quad (13.29)$$

Величина  $\varphi = u - sT + pv = i - sT$  называется химическим потенциалом.

Уравнение (13.29) принимает вид

$$dU = TdS - pdV + \varphi dm.$$

По аналогии можно записать

$$dI = TdS + Vdp + \varphi dm;$$

$$dF = -SdT - pdV + \varphi dm;$$

$$dZ = -SdT + Vdp + \varphi dm.$$

Вычислив соответствующие производные, получим

$$\varphi = \left( \frac{\partial U}{\partial m} \right)_{V,S} = \left( \frac{\partial I}{\partial m} \right)_{p,S} = \left( \frac{\partial F}{\partial m} \right)_{V,T} = \left( \frac{\partial Z}{\partial m} \right)_{T,p}. \quad (13.30)$$

Таким образом, химический потенциал является частной производной одной из термодинамических функций по массе при постоянных значениях соответствующих независимых переменных.

Так как все рассмотренные выше термодинамические функции ( $U, I, S, F, Z$ ) имеют размерность энергии, то, как это следует из формулы (13.30), химический потенциал характеризует изменение энергии при изменении массы данного вещества на единицу. Химический потенциал имеет важное значение в термодинамике фазовых превращений и в химической термодинамике.

Это связано с тем, что здесь рассматриваются процессы, протекающие с перераспределением массы системы.

### § 13.12. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ В ИЗОЛИРОВАННЫХ ОДНОРОДНЫХ (ГОМОГЕННЫХ) СИСТЕМАХ

Рассмотрим изолированную однородную систему, состоящую из двух подсистем 1 и 2, и условия, при которых между ними будет равновесное состояние. Как известно из второго закона термодинамики, критерием равновесия является отсутствие изменения энтропии системы, т.е.  $dS_{\text{сист}} = 0$ . Ввиду аддитивности энтропии можно записать

$$dS_{\text{сист}} = dS_1 + dS_2 = 0. \quad (13.31)$$

Термодинамическое тождество

$$TdS = dU + pdV$$

можно переписать в виде

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{p}{T}dV \quad (13.32)$$

Уравнение (13.32) для первой и второй подсистем можно записать соответственно в виде

$$dS_1 = \frac{1}{T_1}dU_1 + \frac{p_1}{T_1}dV_1;$$

$$dS_2 = \frac{1}{T_2}dU_2 + \frac{p_2}{T_2}dV_2.$$

Подставляя  $dS_1$  и  $dS_2$  в (13.31), получим

$$\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)dU_1 + \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right)dV_1 = 0. \quad (13.33)$$

Если внутренняя энергия

$$U_{\text{сист}} = U_1 + U_2 = \text{const}$$

и объем

$$V_{\text{сист}} = V_1 + V_2 = \text{const}$$

независимы друг от друга, то, следовательно, дифференциалы  $dU_1$ ,  $dV_1$ ,  $dU_2$ ,  $dV_2$  также независимы. Тогда для выполнения соотношения (13.33) достаточно потребовать равенства нулю выражений, находящихся внутри скобок, т.е.

$$\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = 0; \quad \frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} = 0.$$

Последние соотношения выполняются в случае, если  $T_1 = T_2$  и  $p_1 = p_2$ . Отсюда следует, что в состоянии равновесия в изолированной системе температура и давление во всех ее частях одинаковы.

**§ 13.13. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ В ИЗОЛИРОВАННЫХ  
НЕОДНОРОДНЫХ (ГЕТЕРОГЕННЫХ)  
СИСТЕМАХ И ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЯХ**

Допустим, что в изолированной термодинамической системе, состоящей из двух подсистем, вещество находится в двух различных фазах. причем количество вещества в подсистемах изменяется при неизменном общем количестве вещества в системе, т.е.

$$m = m_1 + m_2 = \text{const} \quad (13.34)$$

При постоянных температуре  $T_1 = T_2 = T$  и давлении  $p_1 = p_2 = p$  изобарно-изотермический потенциал в условиях равновесия должен иметь минимум, т.е.

$$dZ = 0. \quad (13.35)$$

Ввиду аддитивности изобарно-изотермического потенциала

$$dZ_{\text{сист}} = dZ_1 + dZ_2. \quad (13.36)$$

На основе соотношения (13.30) для 1-ой и 2-ой подсистем справедливы следующие равенства

$$dZ_1 = \varphi_1 dm_1; \quad dZ_2 = \varphi_2 dm_2. \quad (13.37)$$

Подставляя (13.37) в (13.36) и учитывая, что в состоянии равновесия  $dZ_{\text{сист}} = 0$ , получим

$$\varphi_1 dm_1 + \varphi_2 dm_2 = 0.$$

С учетом (13.34)  $dm_1 = -dm_2$ . Отсюда

$$\varphi_1 = \varphi_2.$$

Таким образом, условия равновесия гетерогенной системы будут выполнены, если кроме равенства температур и давлений будет также выполнено условие равенства химических потенциалов фаз. А это означает, что в условиях равновесия удельные энергии в фазах равны.

Если число фаз больше двух, то в условиях равновесия при  $(p, T) = \text{const}$

$$\varphi_1 dm_1 + \varphi_2 dm_2 + \varphi_3 dm_3 + \dots = 0$$

или

$$\sum \varphi_i dm_i = 0. \quad (13.38)$$

При равновесии в химических реакциях введение некоторого количества  $dn_i$  молей  $i$ -го компонента при сохранении постоянного количества молей всех других компонентов будет изменять значение изобарно-изотермического потенциала на величину

$$\frac{\partial Z}{\partial n_i} dn_i = \varphi dn_i.$$

Отсюда уравнение

$$dZ = -SdT + Vdp + \varphi dm$$

можно переписать в виде

$$dZ = -SdT + Vdp + \varphi_1 dn_1 + \varphi_2 dn_2 + \dots + \varphi_k dn_k$$

или

$$dZ = -SdT + Vdp + \sum_{i=1}^k \varphi_i dn_i.$$

В условиях равновесия для химически реагирующих газов при  $(p, T) = \text{const}$

$$dZ = \sum_{i=1}^k \varphi_i dn_i = 0. \quad (13.39)$$

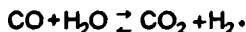
Формула химического потенциала  $i$ -го компонента при условии, что он является идеальным газом, записывается в виде

$$\varphi_i = \frac{Z_i}{m_i} = \varphi_{i0} + RT \ln p_i, \quad (13.40)$$

где  $Z_i$  - парциальное значение изобарно-изотермического потенциала  $i$ -го компонента в смеси;  $\varphi_{i0}$  - значение химического потенциала  $i$ -го компонента, не изменяющегося при постоянной температуре;  $p_i$  - парциальное давление  $i$ -го компонента.

### § 13.14. РАВНОВЕСИЕ В ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЯХ

Всякая химическая реакция обратима и может идти в двух направлениях - прямом и обратном, что обычно в химических уравнениях обозначается стрелками, т.е.



Если в реакции количество реагирующих между собой молекул CO и H<sub>2</sub>O больше количества реагирующих молекул CO<sub>2</sub> и H<sub>2</sub>, то реакция идет слева направо, т.е. в сторону образования продуктов реакции. В случае большего количества реагирующих молекул CO<sub>2</sub> и H<sub>2</sub> реакция идет справа налево - в сторону образования исходных веществ.

Таким образом, направление реакции зависит от концентрации исходных веществ. Концентрацию вещества оценивают количеством молей в 1 м<sup>3</sup>, т.е.

$$C_i = \frac{n_i}{V},$$

где  $C_i$  - концентрация  $i$ -го вещества;  $n_i$  - число молей  $i$ -го вещества;  $V$  - объем.

В ходе реакции концентрация исходных веществ уменьшается, и скорость реакции можно определить по уменьшению концентрации того или иного

исходного вещества в единицу времени. Скорость реакции определяется количеством молей вещества, прореагировавших в  $1 \text{ м}^3$  за 1 сек, т.е.

$$W = \frac{dC}{dt}$$

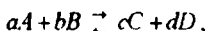
Концентрация газообразных продуктов реакции выражается через их парциальные давления. Из уравнения состояния идеального газа следует

$$C_i = \frac{P_i}{RT} \quad (13.41)$$

Химические реакции протекают до определенного состояния, называемого химическим равновесием, когда наряду с прямой реакцией образования ее продуктов идет обратная реакция образования исходных веществ. Важной практической задачей является определение параметров химического равновесия, что позволяет определить, в какую сторону оно сдвинуто, каков будет состав продуктов реакции и проч.

### § 13.15. ЗАКОН ДЕЙСТВУЮЩИХ МАСС. КОНСТАНТЫ РАВНОВЕСИЯ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

Соотношения (13.22), (13.25), (13.39), выведенные на основе второго закона термодинамики, позволяют установить условия химического равновесия. Рассмотрим газовую химическую реакцию для гомогенной системы



где  $a, b, c, d$  - числа молей (стехиометрические коэффициенты) соответственно веществ  $A, B, C, D$ . Соотношение (13.39) можно записать в виде

$$dZ = \sum_{i=1}^k \varphi_i dn_i = c\varphi_C + d\varphi_D - a\varphi_A - b\varphi_B = 0, \quad (13.42)$$

где  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C, \varphi_D$  - химические потенциалы веществ  $A, B, C, D$  при равновесии.

В случае идеальных газов значение химического потенциала компонентов определяется по формуле (13.40). На основе этой формулы можно записать

$$(c\varphi_{0C} + d\varphi_{0D} - a\varphi_{0A} - b\varphi_{0B}) + RT(c \ln p_C + d \ln p_D - a \ln p_A - b \ln p_B) = 0$$

Отсюда

$$\ln \frac{p_A^a p_B^b}{p_C^c p_D^d} = \frac{1}{RT} (c\varphi_{0C} + d\varphi_{0D} - a\varphi_{0A} - b\varphi_{0B}). \quad (13.43)$$

Ввиду постоянства правой части при определенной температуре левая часть также должна быть постоянной. Тогда, обозначая левую часть через  $\ln K_p$ , получим

$$K_p = \frac{p_A^a p_B^b}{p_C^c p_D^d} \quad (13.44)$$



где  $K_p$  - константа равновесия химической реакции по парциальным давлениям.

Соотношение (13.44) является математическим выражением закона действующих масс. Подставляя (13.41) в (13.44), получим выражение константы химической реакции по концентрациям

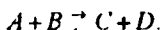
$$\frac{C_A^a C_B^b}{C_C^c C_D^d} (RT)^{-(c+d-a-b)} = K_p$$

или

$$K_c = \frac{C_A^a C_B^b}{C_C^c C_D^d} = K_p (RT)^{\Delta n}, \quad (13.45)$$

где  $\Delta n = c + d - a - b$

Для реакций, в которых не происходит изменение числа молей,  $K_c = K_p$ , так как  $\Delta n = 0$ . Рассмотрим химическую реакцию вида

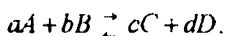


Выше было показано, что при определенных условиях скорость химической реакции определяется концентрациями реагирующих веществ. Скорости прямой и обратной реакций будут

$$W_1 = k_1 C_A C_B; \quad W_2 = k_2 C_C C_D,$$

где  $k_1$  и  $k_2$  - константы скорости прямой и обратной реакций,  $C_A, C_B, C_C, C_D$  - концентрации веществ в данный момент времени.

Рассмотрим более сложную реакцию, в которую входит равное количество молей веществ

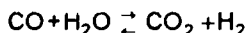


Скорости прямой и обратной реакции будут

$$W_1 = k_1 \underbrace{C_A C_A C_A \dots C_A}_{a \text{ раз}} \underbrace{C_B C_B C_B \dots C_B}_{b \text{ раз}} = k_1 C_A^a C_B^b;$$

$$W_2 = k_2 C_C^c C_D^d.$$

Например, для реакции вида



можно записать

$$W_1 = k_1 C_{\text{CO}} C_{\text{H}_2\text{O}}, \quad W_2 = k_2 C_{\text{CO}_2} C_{\text{H}_2}.$$

В процессе реакции скорость прямой реакции вследствие уменьшения концентрации исходных веществ будет уменьшаться, а скорость обратной - возрастать. В какой-то момент скорости будут равны  $W_1 = W_2$ , и наступает химическое равновесие, являющееся динамическим, так как и прямая, и обратная реакции продолжают идти, но с равными скоростями

Приравнивая значения скоростей реакций получим

$$k_1 C_A^a C_B^b = k_2 C_C^c C_D^d.$$

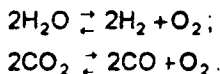
Отсюда

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{C_A^a C_B^b}{C_C^c C_D^d} = k_c.$$

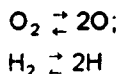
Закон действующих масс (см. уравнения (13.44), (13.45)), полученный для смеси идеальных газов, применим и к процессам диссоциации (разложения сложных веществ на более простые).

### § 13.16. ТЕРМИЧЕСКАЯ ДИССОЦИАЦИЯ. СТЕПЕНЬ ДИССОЦИАЦИИ

Термической диссоциацией называется разложение сложных веществ на более простые. Приведем примеры диссоциации водяного пара и углекислоты

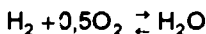


При температурах 2500 °С и более двухатомные газы разлагаются на одноатомные, например,



Диссоциация - это эндотермическая реакция, т.е. для ее осуществления необходимы затраты энергии извне.

Доля моля конечного вещества реакции, превратившегося к моменту равновесия в исходные продукты, называется степенью диссоциации  $\alpha$ . Например, при горении водорода



при полном сгорании одного моля водорода с участием половины моля кислорода получается один моль водяного пара. Однако в результате диссоциации к моменту равновесия в смеси будет не 1 моль водяного пара, а  $(1-\alpha)$  молей. В смеси будут присутствовать продукты диссоциации (водород и кислород), причем молей водорода будет вдвое больше, чем кислорода, ввиду того, что при разложении водяного пара образуется одна молекула водорода и половина молекулы кислорода

Степень диссоциации позволяет определить состав смеси реагирующих веществ в момент равновесия. Ввиду того, что константы равновесия также позволяют определить этот состав, то они должны быть связаны между собой зависимостями вида

$$k_2 = f_1(\alpha) \quad \text{и} \quad k_c = f_2(\alpha)$$

### § 13.17. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ КОНСТАНТОЙ РАВНОВЕСИЯ И СТЕПЕНЬЮ ДИССОЦИИАЦИИ

Рассмотрим реакцию горения водорода, сопровождающуюся уменьшением числа молей



Состав продуктов сгорания к моменту равновесия будет следующий:  $2\alpha$  молей водорода,  $\alpha$  молей кислорода и  $2(1-\alpha)$  молей водяного пара. Используя известные формулы газовых смесей, находим парциальные давления компонентов

$$p_{\text{H}_2} = p \frac{2\alpha}{2+\alpha}, \quad p_{\text{O}_2} = p \frac{\alpha}{2+\alpha}; \quad p_{\text{H}_2\text{O}} = p \frac{2(1-\alpha)}{2+\alpha}.$$

Отсюда по формуле (13.44) находим

$$k_p = \frac{p_{\text{H}_2}^2 p_{\text{O}_2}}{p_{\text{H}_2\text{O}}^2} = p \frac{\alpha^3}{(2+\alpha)(1-\alpha)^2}.$$

Из последней формулы следует, что степень диссоциации определяется давлением, при котором происходит диссоциация. Анализ формул зависимостей константы равновесия и степени диссоциации позволяет заключить, что константа равновесия представляет более удобную расчетную величину, чем степень диссоциации. Поэтому при расчетах состава продуктов сгорания обычно используют константу равновесия и для нее приводятся зависимости от температуры для различных реакций.

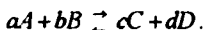
### § 13.18. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ КОНСТАНТОЙ РАВНОВЕСИЯ И МАКСИМАЛЬНОЙ РАБОТОЙ. УРАВНЕНИЕ ИЗОТЕРМЫ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ

Скорость и полнота химической реакции определяются химическим сродством реагирующих веществ. Степень химического сродства зависит от величины максимальной работы, которая для изохорно-изотермической реакции определяется разностью изохорных потенциалов  $(F_1 - F_2)$ , а для изобарно-изотермической - разностью изобарных потенциалов  $(Z_1 - Z_2)$ . Чем большее значение имеет максимальная работа реакции, тем больше химическое сродство реагентов. Тем полнее в этом случае проходит реакция и тем меньше остается к моменту равновесия исходных веществ и тем больше продуктов реакции.

Из анализа формулы (13.44) можно заключить, что константа равновесия с увеличением полноты реакции уменьшается. Отсюда следует, что константа равновесия связана с максимальной работой определенной зависимостью.

Уравнение, связывающее две эти величины, называется уравнением изотермы химической реакции.

Для вывода этого уравнения рассмотрим обратимую реакцию вида



В состоянии равновесия парциальные давления являются равновесными и равными  $p_A, p_B, p_C, p_D$ . Изменение изобарно-изотермического потенциала находится по формуле (13.42). Подставляя в эту формулу значения химических потенциалов, определяемых уравнением (13.40), получим

$$\Delta Z = (c\varphi_{0C} + d\varphi_{0D} - a\varphi_{0A} - b\varphi_{0B}) + RT(c \ln p_C + d \ln p_D - a \ln p_A - b \ln p_B).$$

Учитывая (13.43), найдем

$$\Delta Z = RT(c \ln p_C + d \ln p_D - a \ln p_A - b \ln p_B) + RT \ln k_p.$$

Так как  $A_{\max} = \Delta Z = Z_1 - Z_2$ , то

$$A_{\max} = RT \left[ \ln \frac{p_A^a p_B^b}{p_C^c p_D^d} - \ln k_p \right]. \quad (13.46)$$

Полученное уравнение называется уравнением изотермы химической реакции. Его вывод как для изобарно-изотермических, так и для изохорно-изотермических реакций одинаков. Анализ этого уравнения позволяет сделать следующие выводы:

1. Если  $A_{\max} = 0$ , то система находится в равновесии.
2. Если  $A_{\max} > 0$ , то  $\ln(p_A^a p_B^b / p_C^c p_D^d) > \ln k_p$ . Реакция в данном случае может идти только слева направо, т.е. с образованием веществ  $C$  и  $D$ .
3. Если  $A_{\max} < 0$ , то реакция может идти только справа налево, т.е. с образованием веществ  $A$  и  $B$ .

Уравнению изотермы химической реакции можно придать более простой вид, если отношение парциальных давлений принять равным единице, т.е.

$$\frac{p_A^a p_B^b}{p_C^c p_D^d} = 1.$$

Тогда из (13.46) следует

$$A_{\max} = -RT \ln k_p. \quad (13.47)$$

Или, учитывая, что  $R = 8,3143$  кДж/(моль·К) и переходя к десятичным логарифмам, получим

$$A_{\max} = -19,15T \lg k_p. \quad (13.48)$$

**§ 13.19. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕАКЦИИ  
НА ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ.  
ПРИНЦИП ЛЕ-ШАТЕЛЬЕ**

Для определения влияния температуры реакции на положение химического равновесия воспользуемся уравнением максимальной работы

$$A_{\max} = Q_{\max} + T \frac{dA_{\max}}{dT} \quad (13.49)$$

и уравнением (13.46). В уравнении (13.46) найдем производную

$$\frac{dA_{\max}}{dT} = R \left[ \ln \frac{p_A^a p_B^b}{p_C^c p_D^d} - \ln k_p \right] - RT \frac{d \ln k_p}{dT}.$$

Подставляя полученное соотношение в (13.49), найдем

$$A_{\max} = Q_{\max} + RT \left[ \ln \frac{p_A^a p_B^b}{p_C^c p_D^d} - \ln k_p \right] - RT^2 \frac{d \ln k_p}{dT},$$

или

$$A_{\max} = Q_{\max} + A_{\max} - RT^2 \frac{d \ln k_p}{dT}.$$

Отсюда

$$\frac{d \ln k_p}{dT} = \frac{Q_{\max}}{RT^2}. \quad (13.50)$$

Уравнение (13.50) одинаково для изохорной и изобарной реакции. Оно позволяет проследить влияние температуры на химическое равновесие. В частности, для более полного протекания экзотермической реакции необходимы более низкие температуры. И наоборот, для более полного протекания эндотермической реакции необходимо повышение температуры.

Все это находится в полном соответствии с принципом Ле-Шателье, согласно которому изменение внешних условий, определяющих равновесие химической системы, приводит к такой прямой или обратной реакции, развитие которой уменьшает влияние произведенного воздействия.

**§ 13.20. ТЕПЛОВАЯ ТЕОРЕМА НЕРНСТА.  
ТРЕТЬЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ**

Интегрируя соотношение (13.50), получим

$$\ln k = \int \frac{Q_{\max}}{RT^2} dT + C, \quad (13.51)$$

где  $C$  - константа интегрирования. Ее значение можно определить в случае, если для какой-либо температуры экспериментально найдены величины  $k$  и  $Q_{\max}$ . После подстановки найденного значения  $C$  в формулу (13.51) она может быть использована для определения константы равновесия  $k$  при любой температуре.

Другой метод определения  $k$  основан на тепловой теореме Нерста, лежащей в основе третьего закона термодинамики. Используя экспериментальные данные о состоянии конденсированных (твердых и жидких) веществ, Нерст обнаружил, что разность  $A_{\max} - Q_{\max}$  является малой величиной и с приближением температуры к абсолютному нулю уменьшается быстрее, чем по линейному закону. Тогда из уравнения

$$A_{\max} = Q_{\max} + T \frac{dA_{\max}}{dT}$$

следует, что при  $T \rightarrow 0$   $A_{\max} \rightarrow Q_{\max}$ . Следовательно,

$$A_{\max} - Q_{\max} = T \frac{dA_{\max}}{dT} \rightarrow 0.$$

Отсюда

$$\lim_{T \rightarrow 0} \left( \frac{dQ_{\max}}{dT} \right) \rightarrow \lim_{T \rightarrow 0} \left( \frac{dA_{\max}}{dT} \right) \rightarrow 0. \quad (13.52)$$

Соотношения (13.52) являются математическим выражением тепловой теоремы Нерста. Эти соотношения позволяют исключить константу интегрирования  $C$  и получить зависимость  $A_{\max} = f(T)$  аналитическим путем.

На основе этой теоремы можно заключить, что в уравнении Кирхгофа

$$\frac{dQ}{dT} = C_1 - C_2$$

при  $T \rightarrow 0$   $K$  разность теплоемкостей в правой части стремится к нулю. Отсюда следует, что и сами теплоемкости также стремятся к нулю

### § 13.21. ТРЕТЬЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ В ФОРМУЛИРОВКЕ ПЛАНКА (ПОСТУЛАТ ПЛАНКА)

Ранее было получено, что  $A_{\max} < Z_1 - Z_2$  (§ 13.9). Отсюда следует

$$\frac{dA_{\max}}{dT} = \frac{d(\Delta Z)}{dT}.$$

Известно, что (§ 13.8)

$$\left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p = -S.$$

Тогда

$$\left[ \frac{\partial(\Delta Z)}{\partial T} \right] = -\Delta S; \quad \frac{dA_{\max}}{dT} = -\Delta S \rightarrow 0. \quad (13.53)$$

Из (13.53) следует, что с приближением температуры к  $0$   $K$  все реакции протекают без изменения энтропии, а при  $T = 0$   $K$  энтропия конденсированных систем равна нулю, т.е.

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0.$$

Это происходит потому, что при приближении к абсолютному нулю температур образуется периодическая пространственная решетка, в которой каждая молекула неподвижна. Т.е. происходит упорядочение взаимного расположения молекул и уменьшение термодинамической вероятности  $w$ . И при абсолютном нуле температур  $w=1$ . Отсюда по формуле Больцмана

$$S = k \ln w,$$

где  $k=1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/(моль·К) - константа Больцмана, получаем, что при  $T=0, S=0$ . Это положение представляет собой третье начало термодинамики в формулировке Планка.

Третье начало термодинамики позволяет определить значение константы интегрирования в формуле (13.51) и, следовательно, абсолютное значение энтропии. При использовании дифференциальных уравнений термодинамики можно также определить абсолютные значения основных термодинамических функций  $F, Z$  и др.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется химическим потенциалом? Каков физический смысл этой величины?
2. Что называется тепловым эффектом реакции?
3. Что такое изохорный и изобарный тепловые эффекты и какова связь между ними?
4. Как формулируется закон Гесса и в каких случаях он вполне строго выполняется и почему?
5. Каковы основные следствия из закона Гесса и как они используются?
6. Как формулируется закон Кирхгофа для производной от теплового эффекта по температуре?
7. Как записываются уравнения Гиббса-Гельмгольца?
8. Как записывается уравнение максимальной полезной работы?
9. Как формулируется закон действующих масс? Каков его физический смысл?
10. Что такое константы равновесия  $K_p$  и  $K_c$  и какова связь между ними?
11. Как выводится и записывается уравнение изотермы химической реакции?
12. Что такое химическое сродство и мера химического сродства?
13. Что показывает анализ уравнения изотермы химической реакции?
14. Как выводятся и записываются уравнения изобары и изохоры химической реакции?
15. Как с помощью уравнений изобары и изохоры химической реакции проанализировать влияние температуры на химическое равновесие?

16. Как формулируется принцип смещения равновесия Ле-Шателье?
17. Как выводится и записывается уравнение вида  $K = f(T)$ ?
18. Как формулируется теорема Нернста - третье начало термодинамики?
19. Какие следствия вытекают из теоремы Нернста?
20. Как формулируется постулат Планка?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев Г.Н. Общая теплотехника: Учебное пособие.-М.: Высшая школа, 1980.- 552с.
2. Андриющенко А.И. Основы технической термодинамики реальных процессов. Учеб. пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1975. - 264 с.
3. Андриющенко А.И. Термодинамические расчеты оптимальных параметров тепловых электростанций. -М.: Высшая школа, 1963. -230с.
4. Болгарский А.В., Голдобеев В.И., Идиатуллин Н.С., Толкачева Д.Ф. Сборник задач по термодинамике и теплопередаче / Учебное пособие для авиационных ВУЗов. -М.: Высшая школа, 1972. - 304 с.
5. Болгарский А.В., Мухачев Г.А., Шукин В.К. Термодинамика и теплопередача. - М.: Высшая школа, 1975. -495 с.
6. Бродянский В.М. Эксергетический метод термодинамического анализа. - М.: Энергия, 1973. - 296 с.
7. Бэр Г.Д. Техническая термодинамика. М.: Мир. 1977.
8. Вукалович М.П., Новиков И.И. Термодинамика. - М.: Машиностроение. 1972. - 670 с.
9. Вукалович М.П., Ривкин С.Л., Александров А.А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. Издательство стандартов. 1969.
10. Гохштейн Д.П. Современные методы термодинамического анализа энергетических установок. -М.: Энергия, 1969. - 368 с.
11. Дрьжаков Е.В. и др. Техническая термодинамика / Под ред. В.И.Крутова: Учебник для ВТУЗов. -М.: Высшая школа, 1971. - 472 с.
12. Мартынов А.В., Бродянский В.М. Что такое вихревая труба. - М.: Энергия. 1976.- 670 с.
13. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача. - М.: Высшая школа, 1980. - 469 с.
14. Путилов К.А. Термодинамика. - М.: Наука, 1971 -375 с
15. Радушкевич Л.В. Курс термодинамики. Уч. пособие. - М.: Просвещение, 1971. - 288 с.
16. Ривкин С.Л., Александров А.А. Термодинамические свойства воды и водяного пара. М.: 1975.
17. Сборник задач по технической термодинамике /Учебное пособие для ВУЗов: Т.Н.Андрианова и др. 3-е изд. - М.: Энергоиздат, 1981. - 240 с.
18. Теплотехника: Учеб. пособие / Хазен М.М., Матвеев Г.А., Грицевский М.Е., Казакевич Ф.П.; Под ред. Г.А.Матвеева. - М Высшая школа, 1981. - 480 с.



19. **Техническая термодинамика: Методические указания.** Самарский государственный технический университет, Составит. А.В.Темников, А.Б.Девяткин. Самара, 1992. - 48 с.
20. **Ястржембский А. С. Техническая термодинамика.** -М.: Госэнергоиздат, 1960. - 495 с.

## Оглавление

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Глава 1. Введение</b> .....   | <b>3</b>  |
| § 1.1. История развития энергетики и современное ее состояние .....                                | 3         |
| § 1.2. Техническая термодинамика как теоретическая основа<br>теплоэнергетики .....                 | 4         |
| § 1.3. Краткий исторический очерк развития термодинамики.....                                      | 5         |
| Контрольные вопросы .....  | 6         |
| <b>Глава 2. Первый закон термодинамики. Основные<br/>понятия и определения</b> .....               | <b>7</b>  |
| § 2.1. Термодинамическая система и окружающая среда .....  | 7         |
| § 2.2. Основные термодинамические параметры состояния .....  | 7         |
| § 2.3. Термодинамический процесс .....   | 12        |
| § 2.4. Уравнение состояния .....   | 14        |
| § 2.5. Уравнения состояния реальных газов .....  | 15        |
| § 2.6. Термические коэффициенты и связь между ними .....   | 20        |
| § 2.7. Энергия. Внутренняя энергия .....   | 22        |
| § 2.8. Теплота и работа .....  | 23        |
| § 2.9. Первый закон термодинамики .....  | 24        |
| § 2.10. Применение дифференциального исчисления функций<br>многих переменных в термодинамике ..... | 29        |
| § 2.11. Теплоемкость.....  | 32        |
| Контрольные вопросы .....  | 36        |
| Задачи.....  | 37        |
| <b>Глава 3. Второй закон термодинамики</b> .....   | <b>38</b> |
| § 3.1. Энергия и энтропия.....   | 38        |
| § 3.2. Равновесность и обратимость процессов.....  | 39        |
| § 3.3. Условия работы тепловых машин .....   | 41        |
| § 3.4. Цикл Карно .....  | 43        |
| § 3.5. Обратный обратимый цикл Карно.....  | 48        |
| § 3.6. Метод циклов. Открытие энтропии как функции<br>состояния .....                              | 50        |
| § 3.7. Общая математическая формулировка второго закона<br>термодинамики.....                      | 54        |
| § 3.8. Физический смысл и свойства энтропии .....  | 55        |
| § 3.9. Статистический смысл второго закона термодинамики.....                                      | 58        |
| § 3.10. Обобщенный термодинамический цикл Карно.<br>Регенерация теплоты .....                      | 60        |
| § 3.11. Эксергетический метод исследования.....  | 61        |
| § 3.12. Эксергия рабочего тела .....   | 64        |
| § 3.13. Эксергия потока рабочего тела .....  | 65        |
| § 3.14. Эксергия теплоты.....  | 66        |

|   |            |
|---|------------|
| Контрольные вопросы .....   | 68         |
| Задачи .....  | 69         |
| <b>Глава 4. Термодинамические процессы изменения состояния идеального газа .....</b>                                      | <b>71</b>  |
| § 4.1. Общие вопросы исследования процессов .....   | 71         |
| § 4.2. Изохорный процесс .....  | 72         |
| § 4.3. Изобарный процесс .....  | 75         |
| § 4.4. Изотермический процесс .....   | 77         |
| § 4.5. Адиабатный процесс .....   | 79         |
| § 4.6. Политропный процесс .....  | 82         |
| Контрольные вопросы .....   | 86         |
| Задачи .....  | 87         |
| <b>Глава 5. Характеристические функции и термодинамические потенциалы. Дифференциальные уравнения термодинамики .....</b> | <b>89</b>  |
| § 5.1. Свойства характеристических функций .....  | 89         |
| § 5.2. Дифференциальные уравнения термодинамики .....   | 98         |
| <b>Глава 6. Водяной пар и его свойства .....</b>  | <b>105</b> |
| § 6.1. Основные понятия и определения .....   | 105        |
| § 6.2. Термодинамическая фазовая $pT$ - диаграмма. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса .....                                   | 107        |
| § 6.3. $pV$ -диаграмма водяного пара .....  | 110        |
| § 6.4. $Ts$ -диаграмма водяного пара .....  | 112        |
| § 6.5. $is$ -диаграмма водяного пара .....  | 113        |
| § 6.6. Основные параметры воды и водяного пара .....  | 115        |
| § 6.7. Процессы изменения состояния водяного пара в $pv$ -, $Ts$ - и $is$ - диаграммах .....                              | 119        |
| § 6.8. Влажный воздух. Абсолютная влажность, влагосодержание и относительная влажность воздуха .....                      | 122        |
| § 6.9. Теплоемкость и энтальпия влажного воздуха .....  | 124        |
| § 6.10. $id$ - диаграмма влажного воздуха .....   | 125        |
| Контрольные вопросы .....   | 127        |
| Задачи .....  | 127        |
| <b>Глава 7. Термодинамика газового потока .....</b>   | <b>129</b> |
| § 7.1. Уравнение энергии газового потока .....  | 129        |
| § 7.2. Располагаемая работа газового потока .....   | 131        |
| § 7.3. Основные закономерности соплового и диффузорного адиабатного течения газа .....                                    | 132        |
| § 7.4. Истечение идеального газа из суживающихся сопел .....  | 133        |
| § 7.5. Истечение идеального газа из комбинированного сопла Лавала .....   | 136        |
| § 7.6. Расчет истечения реальных газов и паров .....  | 137        |
| § 7.7. Адиабатное дросселирование .....   | 139        |

|         |  |            |
|---------|--|------------|
| § 7.8.  | Дроссельный эффект (эффект Джоуля-Томсона).....                              | 140        |
| § 7.9.  | Газовые смеси.....   | 141        |
|         | Контрольные вопросы .....  | 145        |
|         | Задачи.....  | 146        |
|         | <b>Глава 8. Циклы компрессорных машин .....</b>                              | <b>148</b> |
| § 8.1.  | Мощность привода и коэффициенты полезного действия компрессора.....          | 153        |
| § 8.2.  | Многоступенчатый компрессор.....   | 154        |
|         | Контрольные вопросы .....  | 156        |
|         | <b>Глава 9. Циклы поршневых двигателей внутреннего сгорания .....</b>        | <b>157</b> |
| § 9.1.  | Краткие исторические сведения .....  | 157        |
| § 9.2.  | Классификация ДВС .....  | 158        |
| § 9.3.  | Циклы ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме .....                     | 158        |
| § 9.4.  | Циклы ДВС с подводом теплоты при постоянном давлении.....                    | 161        |
| § 9.5.  | Циклы ДВС со смешанным подводом теплоты .....                                | 164        |
|         | Контрольные вопросы .....  | 167        |
|         | <b>Глава 10. Циклы газотурбинных установок и реактивных двигателей .....</b> | <b>168</b> |
| § 10.1. | Циклы ГТУ с подводом теплоты при постоянном давлении .....                   | 168        |
| § 10.2. | Циклы ГТУ с подводом теплоты при постоянном объеме.....                      | 171        |
| § 10.3. | Методы повышения термического кпд ГТУ.....                                   | 174        |
| § 10.4. | Циклы реактивных двигателей. Жидкостные реактивные двигатели .....           | 181        |
| § 10.5. | Воздушно-реактивные двигатели .....  | 183        |
| § 10.6. | Пульсирующий воздушно-реактивный двигатель.....                              | 185        |
| § 10.7. | Компрессорные воздушно-реактивные двигатели .....                            | 186        |
| § 10.8. | Термодинамические методы сравнения циклов тепловых двигателей.....           | 188        |
|         | Контрольные вопросы .....  | 189        |
|         | Задачи.....  | 189        |
|         | <b>Глава 11. Циклы паросиловых установок. МГД-генератор.....</b>             | <b>190</b> |
| § 11.1. | Цикл Карно во влажном паре и его недостатки .....                            | 190        |
| § 11.2. | Основной цикл ПСУ - цикл Ренкина.....  | 192        |
| § 11.3. | Полезная работа цикла Ренкина. Работа питательного насоса .....              | 193        |
| § 11.4. | Термический к.п.д. цикла Ренкина .....                                       | 193        |
| § 11.5. | Влияние параметров пара на термический кпд цикла Ренкина .....               | 195        |
| § 11.6. | Промежуточный перегрев пара.....   | 197        |
| § 11.7. | Регенеративный цикл паросиловой установки .....                              | 198        |

|   |            |
|---|------------|
| § 11.8. Бинарные (двойные) циклы.....   | 204        |
| § 11.9. Циклы парогазовых установок.....  | 207        |
| § 11.10. Циклы атомных электростанций.....  | 209        |
| § 11.11. Циклы электрических станций с магнитогидродинамическими генераторами.....                          | 212        |
| Контрольные вопросы .....   | 215        |
| Задачи.....   | 216        |
| <b>Глава 12. Циклы холодильных машин.....</b>   | <b>217</b> |
| § 12.1. Цикл воздушной холодильной установки.....   | 219        |
| § 12.2. Цикл паровой компрессорной холодильной установки.....   | 221        |
| § 12.3. Цикл холодильной установки абсорбционного типа .....  | 223        |
| § 12.4. Цикл парозежекторной холодильной установки.....   | 224        |
| § 12.5. Тепловой насос.....   | 225        |
| § 12.6. Вихревая труба.....   | 227        |
| § 12.7. Термотрансформаторы.....  | 229        |
| Контрольные вопросы .....   | 231        |
| Задачи.....   | 231        |
| <b>Глава 13. Элементы химической термодинамики .....</b>  | <b>233</b> |
| § 13.1. Классификация химических реакций.....   | 233        |
| § 13.2. Первый закон термодинамики в применении к химическим реакциям .....                                 | 234        |
| § 13.3. Тепловой эффект реакции .....   | 235        |
| § 13.4. Теплоты химических реакций.....   | 236        |
| § 13.5. Закон Гесса .....   | 237        |
| § 13.6. Закон Кирхгофа.....   | 237        |
| § 13.7. Применение второго закона термодинамики к химическим процессам.....                                 | 238        |
| § 13.8. Изохорно-изотермический и изобарно-изотермический потенциалы .....                                  | 238        |
| § 13.9. Максимальная работа реакции.....  | 241        |
| § 13.10. Уравнения максимальной работы (уравнения Гиббса-Гельмгольца) .....                                 | 242        |
| § 13.11. Химический потенциал.....  | 243        |
| § 13.12. Условия равновесия в изолированных однородных (гомогенных) системах .....                          | 244        |
| § 13.13. Условия равновесия в изолированных неоднородных (гетерогенных) системах и химических реакциях..... | 245        |
| § 13.14. Равновесие в химических реакциях.....  | 246        |
| § 13.15. Закон действующих масс. Константы равновесия химических реакций .....                              | 247        |
| § 13.16. Термическая диссоциация. Степень диссоциации .....   | 249        |

|  |     |
|--|-----|
| § 13.17. Зависимость между константой равновесия и степенью диссоциации .....  | 250 |
| § 13.18. Зависимость между константой равновесия и максимальной работой. Уравнение изотермы химической реакции ..... | 250 |
| § 13.19. Влияние температуры реакции на химическое равновесие. Принцип Ле-Шателье.....                               | 252 |
| § 13.20. Тепловая теорема Нернста. Третье начало термодинамики.....  | 252 |
| § 13.21. Третье начало термодинамики в формулировке Планка (постулат Планка) .....                                   | 253 |
| Контрольные вопросы .....  | 254 |
| Список литературы .....  | 255 |

*Учебное издание*

**Кудинов Василий Александрович**  
**Карташов Эдуард Михайлович**

## **ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА**

Редактор *В. А. Козлов*  
Художник *В. Ю. Соколова*  
Художественный редактор *Ю. Я. Иванова*  
Корректор *О. А. Шебашова*

ЛР № 010146 от 25.12.96. Изд. № ОТМ-34 Сдано в набор 31.08.99. Подп. в печать 02.09.99. Формат 60x88/16. Бум. газетная. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Объем 16,17 усл. печ. л., 16,42 усл. кр.-отг., 14,37 уч.-изд. л. Тираж 7 000 экз. **Заказ №497**

ГУП издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.  
Отпечатано в ОАО «Оригинал», 101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7.



---

*Выпускает базовые учебники, справочники, учебные и методические пособия, научные издания для студентов вузов, техникумов, учащихся колледжей, лицеев, школ, абитуриентов, а также для широкого круга читателей.*

*Любая форма расчетов — гибкая система скидок, официальным партнерам — гарантированные скидки*

*Резервирование литературы — по предварительным заказам, при условии гарантированной оплаты*

*Доставка — самовывоз, пересылка «книга-почтой», через фирму «Цитотранс», бесплатная перевозка по Москве при покупке литературы на сумму свыше 10 тыс руб*

*Заказать и приобрести книги Вы можете непосредственно в издательстве, библиотечных коллекторах, обьектах, магазинах и книготоргующих организациях, расположенных в крупных городах России и СНГ.*



# Издательство «ВЫСШАЯ ШКОЛА»

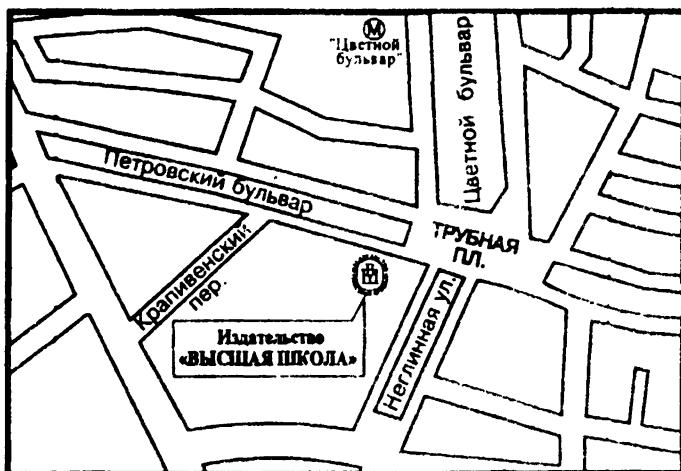
**Адрес издательства:** 101430, г Москва, ул Неглинная, 29/14  
тел 200-04-56 /справочный/

**Отдел маркетинга:** (095) 200-59 39, 200 07 69,  
факс (095) 200 03 04  
E-mail: 9341 g23@g23.rcicom.ru

**Отдел рекламы:** (095) 200-33-70, факс (095) 200-06-87

**Телефон магазина:** (095) 200-30-14

## Схема проезда



### Проезд:

м Пушкинская, далее троттлейбус  
№ 15 или № 31 до остановки  
«Трубная площадь» и ил  
м «Цветной бульвар»

**МЫ БУДЕМ РАДЫ ВИДЕТЬ ВАС!**