

## Фактор спинового расщепления электрона в квантовой яме InAs в сильных магнитных полях

Б.Т. Абдулазизов<sup>\*1</sup>, П.Ж. Байматов<sup>2</sup>, Ш.Т. Иноятов<sup>2</sup>, А.С. Махмудов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Физико-технический институт АН РУз, ул. Ч. Айтматова 26, 100084, Ташкент, Узбекистан

<sup>2</sup>Наманганский государственный университет, ул. Уйчинская 316, 716019, Наманган, Узбекистан

Получена 21.02.2021

\* Corresponding author: e-mail: bt\_abdulazizov@mail.ru, Phone: +998 91 186 06 05

На основе модели Кейна проведен расчет циклотронной массы электрона в квантовой яме InAs. Расчеты проведены в приближении бесконечной глубины квантовой ямы с учетом уровня Ландау второй минизоны. Получен график зависимости циклотронной массы  $m_{CR}$  от величины магнитного поля для квантовой ямы InAs шириной  $L = 20$  nm. Представлен также график полевой зависимости энергии Ферми для температуры  $T = 20.5$  К и концентрации  $n_S = 3.6 \times 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>, что соответствует экспериментальным условиям. Показано, что учет циклотронного перехода электронов внутри второй минизоны удовлетворительно описывает экспериментальные данные, полученные в сильных магнитных полях в гетероструктуре InAs/In<sub>0.81</sub>Ga<sub>0.19</sub>As/In<sub>x</sub>Al<sub>1-x</sub>As.

**Ключевые слова:** уровень Ландау,  $g$ -фактор, InAs, квантовая яма, магнитные поля, циклотронная энергия, циклотронный резонанс.

The Kane model is used to calculate the cyclotron mass of an electron in an InAs quantum well. The calculations were carried out in the approximation of infinity of the depth of the quantum well, taking into account the Landau level of the second subband. A graph of the dependence of the cyclotron mass  $m_{CR}$  on the magnetic field strength for an InAs quantum well with a width  $L = 20$  nm is obtained. Also graph of the field dependence of the Fermi energy is presented for the temperature  $T = 20.5$  K and concentration  $n_S = 3.6 \times 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>, which correspond to the experimental conditions. It is shown that taking into account the cyclotron transition of electrons within the second subband satisfactorily describes the experimental data obtained in strong magnetic fields in the InAs/In<sub>0.81</sub>Ga<sub>0.19</sub>As/In<sub>x</sub>Al<sub>1-x</sub>As.

**Keywords:** Landau level,  $g$ -factor, InAs, quantum well, magnetic fields, cyclotron energy, cyclotron resonance.

### I. Введение

Гетероструктуры (ГС) на основе узкозонного полупроводника InAs перспективны для создания электронных и оптоэлектронных приборов нового поколения [1-3]. Для изучения зонной структуры и спектра носителей в квантовой яме (КЯ) ГС широко применяется эксперимент по циклотронному резонансу (ЦР). В сильных (квантующих) магнитных полях этот метод позволяет определять расстояние между

уровнями Ландау (циклотронную энергию), между которыми происходят оптические переходы, и тем самым получать циклотронную массу [4, 5]. В слабых магнитных полях можно определить значение эффективной массы носителей на уровне Ферми. С помощью ЦР можно выявлять непараболичность закона дисперсии и получать информацию об особенностях зоны новых материалов [6, 7].

В работе [7] исследована InAs КЯ на основе структуры InAs/In<sub>0.81</sub>Ga<sub>0.19</sub>As/In<sub>x</sub>Al<sub>1-x</sub>As ( $x = 0.52-0.81$ ). С помощью ЦР были измерены эффективная масса  $m_{CR}$  и  $g_{CR}$ -фактор электрона в сильных магнитных полях (вплоть до 70 Т) при разных температурах. Экспериментальные результаты интерпретированы качественно на основе двухзонной модели Кейна и в модели КЯ бесконечной глубины, однако количественные сравнения не проведены.

В сильных магнитных полях и в широких КЯ уровни Ландау различных минизон могут достаточно сближаться или перекрываться. Математическое моделирование таких процессов с использованием экспериментальных значений  $m_{CR}$  и  $g_{CR}$  дает возможность лучше понять зонную структуру, расположение уровней Ландау 1-й и 2-й минизоны и т.д.

Целью работы является расчет уровней Ландау 1-й и 2-й минизон, и на основе этих данных определение зависимости эффективного  $g_{CR}$ -фактора от магнитного поля. Расчеты будут проведены на основе модели Кейна и в модели КЯ бесконечной глубины. На основе расчетов обсуждается возможная интерпретация результатов эксперимента [7].

## II. Основные формулы

Рассмотрим движение одного электрона зоны проводимости КЯ. При наличии магнитного поля, приложенного перпендикулярно плоскости КЯ, спектр электрона можно представить в виде [4, 8-10]

$$\varepsilon = \frac{m_0}{m^*(\varepsilon)} \left[ \left( N + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_0} \right] + \frac{g^*(\varepsilon)}{g_0} \sigma \hbar\omega_0. \quad (1)$$

Здесь  $N$  – номер уровня Ландау,  $m_0$  и  $g_0$  – соответственно масса и фактор спинового расщепления свободного электрона,  $\sigma$  – спин электрона  $\pm 1/2$ ,  $\hbar\omega_0$  обозначает циклотронную энергию свободного электрона

$$\hbar\omega_0 = \hbar \frac{eB}{m_0 c} = 1.16 \times 10^{-4} B \left[ \frac{\text{eV}}{\text{T}} \right], \quad (2)$$

В зоне с непараболической дисперсией зонная эффективная масса  $m^*(\varepsilon)$  и эффективный фактор спинового расщепления  $g^*(\varepsilon)$  электрона зависят от энергии [9-12]:

$$\begin{aligned} \frac{m_0}{m^*(\varepsilon)} &= C + \frac{E_p}{3} \left( \frac{2}{\varepsilon + \varepsilon_g} + \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_g + \Delta} \right) \\ \frac{g^*(\varepsilon)}{g_0} &= C' - \frac{E_p}{3} \left( \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_g} - \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_g + \Delta} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $E_p$  – параметр Кейна,  $\varepsilon_g$  – ширина запрещенной зоны,  $\Delta$  – величина спин-орбитального расщепления валентных зон полупроводника. Параметры  $C$ ,  $C'$  характеризуют влияние удалённых зон на эффективные массу и  $g$ -фактор электрона. Значения параметров  $C$ ,  $C'$  можно определить так, чтобы на дне зоны проводимости  $\varepsilon=0$  значения  $m^*(0)=m_n$  и  $g^*(0)=g_n$  равнялись наблюдаемому значению  $m_n^{\text{exp}}$ ,  $g_n^{\text{exp}}$ .

В КЯ движение электрона в направлении  $z$  также квантуется. Например, в модели КЯ с бесконечным потенциальным барьером  $V=\infty$  и шириной  $L$  ( $L$  – значение волнового вектора  $k_z$  в формуле (1)),  $k_z = \pi n/L$ ,  $n$  – номер уровня пространственного квантования.

Когда спин-отщепленная зона достаточно удалена от других ветвей, т.е. при условии  $\Delta \gg \varepsilon_g$ , кроме того, если  $m_n \ll m_0$ , из (1) и (3) получается двухзонная модель

$$\varepsilon \left( 1 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_g} \right) = \frac{m_0}{m_n} \left[ \left( N + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_0} \right] + \frac{g_n}{g_0} \sigma \hbar\omega_0. \quad (4)$$

Здесь  $m_n$  и  $g_n$  – эффективная масса и фактор спинового расщепления на дне зоны проводимости полупроводника. Спектр (4) можно записать в виде (1), если определить

$$\begin{aligned} m^*(\varepsilon) &= \frac{m_n}{m_0} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_g} \right), \\ g^*(\varepsilon) &= \frac{g_n}{g_0} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_g} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно (1), (3) или (4), (5) спектр электрона зависит от величины магнитного поля  $B$ , номера уровня пространственного квантования  $n$ , номера уровня Ландау  $N$  и значения спина  $\sigma$ . Циклотронная масса и  $g$ -фактор определяются формулами:

$$\frac{m_0}{m_{CR}(B)} = \frac{\varepsilon(n, N+1, \sigma) - \varepsilon(n, N, \sigma)}{\hbar\omega_0}$$

$$\frac{g_{CR}(B)}{g_0} = \frac{\varepsilon(n, N, 1/2) - \varepsilon(n, N, -1/2)}{\hbar\omega_0} \quad (6)$$

Для электрона в большинстве полупроводников условия  $m_n \ll m_0$  хорошо выполняются. В полупроводнике InAs приближение  $\Delta \gg \varepsilon_g$  является грубым, так как  $\Delta = 0.38$  eV,  $\varepsilon_g = 0.42$  eV (см. таблицу).

Таблица. Зонные параметры InAs КЯ.

$E_g$ , [eV]	0.42
$\Delta$ , [eV]	0.38
$m_n$ , [ $m_0$ ]	0.023
$g_n$	22.2

На рис. 1 приведены графические сравнения моделей (3) и (5) для InAs. Видно, что несмотря на грубое приближение  $\Delta \gg \varepsilon_g$  двухзонная модель для расчета массы приемлема, однако рассчитанные  $g$ -факторы заметно отличаются.

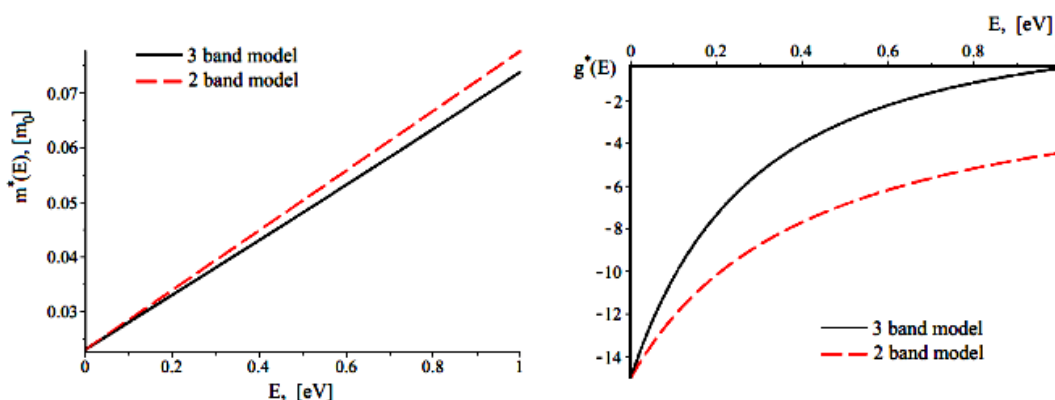


Рисунок 1. Сравнительные графики зависимостей массы и  $g$ -фактора электрона от энергии для InAs, определенные по трехзонной (3) и двухзонной (5) моделям.

Ниже исследуется полевая зависимость  $g$ -фактора электрона  $g_{CR}(B)$ , определяемая формулой (6) на основе как трехзонной, так и двухзонной моделей.

### III. Зависимость эффективного $g$ -фактора электрона от магнитного поля

Как видно из уравнения (6), для расчета зависимости  $g_{CR}(B)$  необходимо знать уровни Ландау  $\varepsilon(n, N, \sigma)$ , которые можно найти из уравнений (1) и (3) или (4) и (5). Для этого построим графики полевой зависимости уровней Ландау  $\varepsilon(n, N, \sigma)$ . И использованные в расчетах зонные параметры InAs приведены в таблице. Результаты расчета для InAs КЯ шириной  $L = 200$  Å приведены на рис. 2, полученные из уравнений (1) и (3), т.е. для трехзонной модели. Из графика видно, что основной уровень с  $n=1, N=0$  приблизительно линейно зависит магнитного поля  $B$ , а верхние линии заметно отличаются от линейного закона, которые обусловлены непараболическостью зоны проводимости. Начиная примерно с  $B \sim 30$  Т основной уровень Ландау

второй минизоны лежит ниже второго уровня Ландау первой минизоны, т.е.  $\varepsilon(2,0,\sigma) < \varepsilon(1,1,\sigma)$ . Тогда, при больших температурах и/или при больших значениях ширины уровня Ландау [13] ( $\sim \Gamma\sqrt{B}$ ) уровень  $\varepsilon(2,0,\sigma)$  может быть частично заселен.

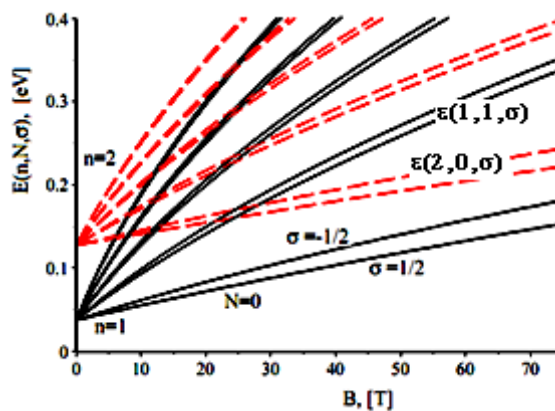
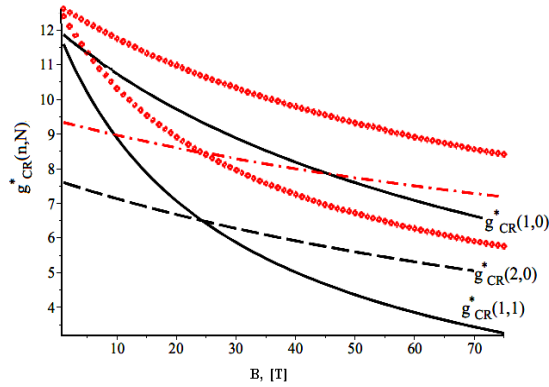


Рисунок 2. Уровни Ландау электрона в КЯ InAs с  $L=20$  нм. Сплошные линии – уровни для первой минизоны, штриховые – для второй минизоны.

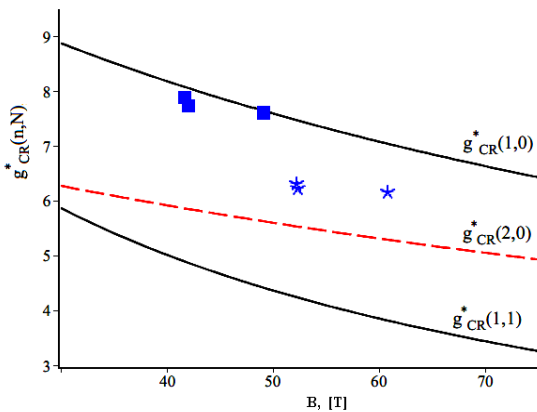
На рис. 3 приведены результаты расчета абсолютного значения эффективного  $g$ -фактора  $g_{CR}(n, N)$  согласно формуле (6) на основе трехзонной модели.



**Рисунок 3.** Зависимости  $g_{CR}(n, N)$  (абсолютного значения) от магнитного поля  $B$  для электрона в КЯ InAs с  $L=20$  nm. Сплошные и штриховые линии получены согласно трехзонной модели, точечные и штрихпунктирные линии согласно двухзонной модели.

Для сравнения приведены также линии, полученные на основе двухзонной модели. Из графика видно, что результаты, полученные на основе этих моделей, заметно отличаются, с ростом поля  $B$  это различие увеличивается.

На рис. 4 сравниваются результаты расчетов  $g_{CR}(n, N)$ , полученных из трехзонной модели, с экспериментальными данными [7].



**Рисунок 4.** Сравнение зависимостей абсолютного значения  $g_{CR}(n, N)$  от магнитного поля  $B$  с экспериментом [7] для КЯ InAs с  $L=20$  nm.

Из графика видно, что измеренные первые три точки вблизи  $B \sim 45$  Т (они обозначены квадратами) удовлетворительно согласуются с теоретической линией  $g_{CR}(1,0)$ . Экспериментальные точки [7]  $g_{CR}(n, N)$  получены при

температуре  $T=20.5$  К. Поэтому, как видно из рис. 2, уровни Ландау первой минизоны, лежащие выше уровня Ферми  $E_F$ , не могут быть частично заселены. Частично заселяется преимущественно основной уровень второй минизоны.

Экспериментальные точки в более сильных полях  $B \sim 50$  Т (они обозначены звездочками) лежат примерно между теоретическими линиями  $g_{CR}(1,0)$  и  $g_{CR}(2,0)$ . Эти точки могут быть отнесены к линии  $g_{CR}(2,0)$ . Отклонения могут быть связаны с приближением к бесконечной глубине КЯ, которая заметно переоценивает высоколежащие уровни пространственного квантования. Отметим, что расчетная линия  $g_{CR}(1,0)$ , полученная на основе двухзонной модели (это видно из рис. 3) лежит значительно выше экспериментальных точек.

#### IV. Заключение

Из-за заметного отличия зависимостей  $g$ -фактора электрона от энергии, полученных на основе двухзонной и трехзонной моделей (рис. 1), расчетные линии  $g_{CR}(n, N)$  циклотронного резонанса также сильно различаются (рис. 3). Как видно из графиков на рис. 3, в сильных магнитных полях линия  $g_{CR}(1,0)$ , полученная по трехзонной модели, лежит значительно ниже, чем в случае двухзонной модели. Кроме того, при интерпретации экспериментальных данных учет уровней Ландау второй минизоны также является важным. Правильная картина восстанавливается, когда модель объясняет концентрационные и полевые зависимости осцилляций Шубникова-де-Газа, оптические пропускания, циклотронные массы и  $g$ -факторы, измеренные в эксперименте [7]

#### Метаданные

#### Factor of spin splitting of electron in InAs quantum well in strong magnetic fields

B.T. Abdulazizov<sup>1</sup>, P.J. Baymatov<sup>2</sup>, Sh.T. Inoyatov<sup>2</sup>, A.C. Makhmudov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Physical-Technical Institute, Uzbekistan Academy of Sciences, Chingiz Aytmатов street 2B, 100084, Tashkent, Uzbekistan

<sup>2</sup>Namangan State University, Uychi str. 316, 716019, Namangan, Uzbekistan

The Kane model is used to calculate the cyclotron mass of an electron in an InAs quantum well. The calculations

were carried out in the approximation of infinity of the depth of the quantum well, taking into account the Landau level of the second subband. A graph of the dependence of the cyclotron mass  $m_{CR}$  on the magnetic field strength for an InAs quantum well with a width  $L = 20$  nm is obtained. Also graph of the field dependence of the Fermi energy is presented for the temperature  $T = 20.5$  K and concentration  $n_S = 3.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , which correspond to the experimental conditions. It is shown that taking into account the cyclotron transition of electrons within the second subband satisfactorily describes the experimental data obtained in strong magnetic fields in the  $\text{InAs}/\text{In}_{0.81}\text{Ga}_{0.19}\text{As}/\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$ .

**Keywords:** Landau level,  $g$ -factor, InAs, quantum well, magnetic fields, cyclotron energy, cyclotron resonance

### Литература (References)

- [1] B.R. Bennett, M.J. Yang, B.V. Shanabrook, J.B. Boos, D. Park. Appl. Phys. Lett. **72**, 1193-1195 (1998).
- [2] R. Magno, A.S. Bracker, B.R. Bennett. Journal of Applied Physics **89**, No.10, 5791-5793 (2001).
- [3] K. Ohtani, H. Ohno. Appl. Phys. Lett. **82**, 1003-1005 (2003).
- [4] I.M. Tsidilkovsky. Electrons and holes in semiconductors (Moskva, Nauka, 1972).
- [5] M.J. Yang, R.J. Wagner, P.J. Lin-Chung, B.V. Shanabrook, J.R. Waterman, W.J. Moore, J.L. Davis. Surface Science **305**, 271-274 (1994).
- [6] V.A. Kulbachinskii, N.A. Yuzeeva, G.B. Galiev, E.A. Klimov, I.S. Vasilevskii, R.A. Khabibullin, D.S. Ponomarev. Electron effective masses in an InGaAs quantum well with InAs and GaAs inserts. Semicond. Sci. Technol. **27**, 035021.1-5 (2012); doi:10.1088/0268-1242/27/3/035021.
- [7] Joseph Yuan, Mehdi Hatefipour, Brenden A. Magill, William Mayer, Matthieu C. Dartiailh, Kasra Sardashti, Kaushini S. Wickramasinghe, Giti A. Khodaparast, Yasuhiro H. Matsuda, Yoshimitsu Kohama, Zhu Sunil Thapa, Christopher J. Stanton and Javad Shabani. Experimental measurements of effective mass in near-surface InAs quantum wells. Physical Review B **101**, 205310 (2020).
- [8] M. Grundmann. The Physics of Semiconductors. An Introduction including devices and nanophysics (Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2006).
- [9] R. Winkler. Spin-orbit coupling effects in two-Dimensional electron and hole systems. Springer Tracts in Modern Physics **191** (Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2003).
- [10] M. Roth, B. Lax, and S. Zwerdling. Theory of optical magneto-absorption effects in semiconductors. Phys. Rev. **114**, 90 (1959).
- [11] C. Weisbuch and C. Hermann. Optical detection of conduction – electron spin resonance in GaAs,  $\text{Ga}_{1-x}\text{In}_x\text{As}$ , and  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ . Phys. Rev. B **15**, 816 (1977).
- [12] I. Vurgaftman, J.R. Meyer, and L.R. Ram-Mohan. Band parameters for III-V compound semiconductors and their alloys. J. Appl. Phys. **89**, 5815 (2001).
- [13] T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern. Electronic properties of two-dimensional systems. Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).

### InAs квант ўрасидаги электроннинг кучли магнит майдонидаги спин ажралиш фактори

Б.Т. Абдулазизов<sup>1</sup>, П.Ж. Байматов<sup>2</sup>, Ш.Т. Иноятов<sup>2</sup>, А.С. Махмудов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ЎзР ФА Физика-техника институти, Ч. Айтматов кўчаси 26, 100084, Тошкент, Ўзбекистон

<sup>2</sup>Наманган давлат университети, Уйчи кўчаси 316, 716019, Наманган, Ўзбекистон

Кейиннинг модели асосида, InAs квант ўрасидаги электроннинг циклотрон массаси ҳисобланди. Ҳисоблашлар Ландау сатҳининг иккинчи минизонасини инобатга олган ҳолда чексиз чуқур квант ўра яқинлашуви асосида амалга оширилди. Қалинлиги  $L = 20$  nm бўлган InAs квант ўра учун циклотрон масса  $m_{CR}$  нинг магнит майдони катталигига боғлиқлик графиги олинди. Тажриба шароитларига мос келувчи, ҳарорат  $T = 20.5$  K ва концентрация  $n_S = 3.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  бўлган ҳол учун Ферми энергиясини майдонга боғлиқлик графиги ҳам келтирилган. Электронларни иккинчи минизона ичида циклотрон ўтишларини ҳисобга олиш, кучли магнит майдонидаги  $\text{InAs}/\text{In}_{0.81}\text{Ga}_{0.19}\text{As}/\text{In}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$  гетеро-структурада олинган тажриба натижаларини қониқарли ифода эта олишини кўрсатилди.

**Калит сўзлар:** Ландау сатҳи,  $g$ -фактори, InAs, квант ўра, магнит майдони, циклотрон энергияси, циклотрон резонанси.