ISSN:2181-0427 ISSN:2181-1458

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ИЛМИЙ АХБОРОТНОМАСИ

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК НАМАНГАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2021 йил 8-сон

МУНДАРИЖА

01.00.00 ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

02.00.00 КИМЁ ФАНЛАРИ
ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ
CHEMICAL SCIENCES

ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ АВТОРЕГРЕССИИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ОДНИМ ПАРАМЕТРОМ

Мирзаев Тохиржон Салохетдинович
Наманганский государственный университет

Аннотация: *В этой статье предложена новая идея для построения оценок параметров для модели пространственной авторегрессии. Предлагаемые оценки имеют более простое предельное распределение, чем традиционные оценки методом наименьших квадратов.*

Ключевые слова: *пространственная авторегрессия первого порядка, оценка параметров, нестандартный подход, предельные распределения, ковариационная матрица, стандартное нормальное распределение.*

БИРИНЧИ ТАРТИБЛИ БИР ПАРАМЕТРЛИ ФАЗОВИЙ АВТОРЕГРЕССИЯ МОДЕЛИ УЧУН ЛИМИТ ТЕОРЕМА

Мирзаев Тохиржон Салохетдинович
Наманган давлат университети

Аннотация: *Ушбу ишда, фазовий авторегрессия модели учун параметрларни баҳолашнинг янги гоялари таклиф этилган. Таклиф этилган баҳолашлар, одатдаги анъанавий энг кичик квадратлар усулида олинган баҳолашларга қараганда оддийрок лимит тақсимотга эга.*

Калит сўзлар: *биринчи тартибли фазовий авторегрессия, параметрларни бахолаш, ностандарт оқим, лимит тақсимотлар, ковариацион матрица, стандарт нормал тақсимот.*

LIMIT THEOREM FOR A FIRST-ORDER SPATIAL AUTOREGRESSION MODEL WITH ONE PARAMETER

Mirzaev Tohirjon Salohetdinovich
Namangan State University

Abstract: *In this paper offered the new idea for parameter estimates for the spatial autoregressive models. The offered estimates have a simpler limiting distribution than the traditional the least squares estimates.*

Key word*: first-order spatial autoregression, parameter estimation, non-standard approach, limiting distributions, covariance matrix, standard normal distribution.*

В данной работе рассматривается следующая модель авторегрессии на целочисленной решетке плоскости Z^2

$$X_{k,l} = \begin{cases} \alpha\left(X_{k-1,l} + X_{k,l-1}\right) + \varepsilon_{k,l}, & \text{если} \quad k,l \ge 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \tag{1}$$

где $\left\{\varepsilon_{k,l} : (k,l) \in Z^2, k,l \ge 1\right\}$ независимые случайные величины (н.с.в) с $E\left(\varepsilon_{k,l}\right) = 0$, $E\left(\varepsilon_{k,l}^2\right) = 1$.

Эти модели начали интенсивно исследоваться сравнительно недавно и еще не вошли в монографическую и учебную литературу. Некоторый обзор результатов мы дадим следуя работе [1].

Анализ пространственных моделей представляет интерес во многих областях, таких как география, геология, биология и сельское хозяйство. Дискуссию по этому поводу см. в работе [2]. Эти авторы рассматривали случай, так называемой, односторонней модели AR(p), имеющей форму

$$X_{k,l} = \sum_{i=0}^{p_1} \sum_{j=0}^{p_2} \alpha_{i,j} X_{k-i,l-j} + \varepsilon_{k,l}, \quad \alpha_{0,0} = 0.$$

В работе [1] рассматривается особый случай этой модели, а именно, когда $p_1 = p_2 = 1, \ \alpha_{0,1} = \alpha_{1,0} =: \alpha$, $\alpha_{1,1} = 0$, и получены специфические результаты об асимптотическом поведении оценки α в неустойчивом случае. В литературе очень немного результатов этого типа для пространственных моделей. С общей точки зрения, желательно иметь дело с моделями, где $X_{k,l}$ является линейной комбинацией всех соседей по решетки. В частности, было бы интересно рассмотреть обобщение модели [1], когда $X_{k-1,l}$ и $X_{k,l-1}$ имеют различные веса α и β. Но даже в данной модели с $\alpha = \beta$ возникают сложные математические проблемы с достаточно нестандартными результатами (см. [1], Теорема 1).

Первой пространственной авторегрессионной моделью, которая исследуется сравнительно просто, была модель двойного геометрического авторегрессионного процесса $X_{k,l} = \alpha X_{k-1,l} + \beta X_{k,l-1} - \alpha\beta X_{k-1,l-1} + \varepsilon_{k,l}$, введенного Мартином (см. [3]). Это, фактически, самая простая пространственная модель, потому что структура его характеристического полинома $\varphi(x,y) = x^2 - \alpha x - \beta y + \alpha\beta = (x-\alpha)(y-\beta)$ позволяет рассматривать её как некоторую комбинацию двух авторегрессионных процессов на прямой, и некоторые её свойства могут быть получены по аналогии с одномерным авторегрессионным процессом. Эта модель использовалась [4] при обработке изображений; [5] в сельскохозяйственных испытаниях; и [6] в цифровой фильтрации.

В устойчивом (асимптотически стационарном) случае, когда $|\alpha| < 1$ и $|\beta| < 1$, асимптотическая нормальность некоторых оценок Юла-Уолкера $(\hat{\alpha}_{m,n}; \hat{\beta}_{m,n})$ параметра $(\alpha;\beta)$, основанных на наблюдениях $\{X_{k,l} : 1 \le k \le m \ and \ 1 \le l \le n\}$, была доказана в ряде работ (см., например, [2]). А именно, было показано, что

$$\sqrt{mn}\begin{pmatrix} \hat{\alpha}_{m,n} - \alpha \\ \hat{\beta}_{m,n} \quad \beta \end{pmatrix} \xrightarrow{D} N\left(0, \ \Sigma_{\alpha,\beta}\right)$$

при $m,n \to \infty$, $m/n \to const > 0$ с некоторой матрицей ковариаций $\Sigma_{\alpha,\beta}$.

В неустойчивом случае, когда $\alpha = \beta = 1$, рассматривались оценки Гаусса-Ньютона $(\breve{\alpha}_{n,n}; \breve{\beta}_{n,n})$ и была доказана их асимптотическая нормальность (см. [7]):

$$n^{3/2}\begin{pmatrix} \ddot{\alpha}_{n,n}-\alpha \\ \hat{\beta}_{n,n} \quad \beta \end{pmatrix} \xrightarrow{D} N(0,\ \Sigma\ ),$$

где $\sum-$некоторая ковариационная матрица.

В неустойчивом случае, когда $\alpha = 1$, а $|\beta| < 1,$ оценка также асимптотически нормальна (см. [7]).

В работе [1] изучались асимптотические свойства оценки наименьших квадратов в пространственной модели с одним параметром, которая не сводится так или иначе к авторегрессионным моделям на прямой, и результаты в критическом случае существенно отличаются от соответствующих результатов в геометрической модели.

Рассматриваемый пространственный авторегрессионный процесс $\{X_{k,l} : k,l \in Z_+\}$ определяется следующим образом

$$X_{k,l} = \begin{cases} \alpha\left(X_{k-1,l} + X_{k,l-1}\right) + \varepsilon_{k,l}, & \textit{если } k,l \geq 1, \\ 0, & \textit{в осталных случаях.} \end{cases} \tag{1}$$

Эта модель устойчива (асимптотически стационарна), если $|\alpha| < 1/2$ и неустойчива, если $|\alpha| = 1/2$.

Пусть для простоты $m = n.$ Оценку будем строить основываясь на наблюдениях, расположенных вдоль диагонали квадрата $R_{n,n} = \{X_{k,l} : 1 \leq k \leq n, 1 \leq l \leq n\}.$ В соответствии с (1) эти наблюдения удовлетворяют следующему рекуррентному соотношению

$$X_{k,k} = \begin{cases} \alpha(X_{k-1,k} + X_{k,k-1}) + \varepsilon_{k,k}, & \textit{если } k \geq 1, \\ 0, & \textit{в остальных случаях.} \end{cases} \tag{2}$$

Суммируя (2) по k от 1 до n, получим уравнение оценивания

$$\sum_{k=1}^{n} X_{k,k} = \alpha \sum_{k=1}^{n}\left(X_{k-1,k} + X_{k,k-1}\right) + \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_{k,k}.$$

Разделив обе части полученного уравнения на коэффициент при α, получим

$$\alpha^{*}_{n,n} - \alpha = \frac{Z_{n,n}}{Y_{n,n}}, \tag{3}$$

где $Z_{n,n} = \sum\limits_{k=1}^{n} \varepsilon_{k,k},$ $Y_{n,n} = \sum\limits_{k=1}^{n}\left(X_{k-1,k} + X_{k,k-1}\right),$ $\alpha^{*}_{n,n} = \dfrac{X_{n,n}}{Y_{n,n}} -$ предлагаемая оценка параметра α, а $\mathrm{X}_{n,n} = \sum\limits_{k=1}^{n} X_{k,k}.$

Для построенной оценки имеет место следующее утверждение.

Теорема. Если $\{\varepsilon_{i,j} :\ i,j \geq 1\} -$ независимые одинаково распределенные случайные величины с $E(\varepsilon_{i,j}) = 0$ и $E(\varepsilon_{i,j})^2 = 1,$ то при $n \to \infty$ в критическом случае $(\alpha = \pm 1/2)$

$$2\sigma^{-1}n^{3/4}\left(\alpha_{n,n}^{*}-\alpha\right)\Rightarrow\frac{\xi_1}{\xi_2}sign\alpha,$$

где $\sigma^2=\frac{16}{15\sqrt{\pi}}\left(7+8\sqrt{2}\right)$, а ξ_1 и ξ_2 – независимые случайные величины, имеющие стандартное нормальное распределение.

Литература

1. Baran. S., Pap. G., Martien C.A. Van Zuijlen. Asymptotic inference for an unstable spatial AR model // Statistics, 2004. -V.38(6). -Pp. 465-482.
2. Basu. S., Reinsel. G. C. Properties of the spatial unilateral first-order ARMA model // Adv. Appl. Probab, 1993. -V. 25. -Pp. 631-648.
3. Martin R.J. A subclass of lattice processes applied to a problem in planar sampling // Biometrika, 1979. -V.66. -Pp. 209-217.
4. Jain A.K. Advances in mathematical models for image processing // Proc. IEEE, 1981. -V.69. -Pp. 502-528.
5. Basu. S., Reinsel. G. C. Regression models with spatially correlated errors // J. Amer. Statist, 1994. -Assoc. 89. -Pp. 88-99.
6. Tjostheim D. Autoregressive modeling and spectral analysis of array data in the plane // IEEE Trans. on Geosciences and Remote Sensing, 1981. -V.19. -Pp. 15-24.
7. Bhattacharyya B.B., Khalil T.M., Richardson G.D. Gauss-Newton estimation of parameters for a spatial autoregression model // Statist. Probab. Lett, 1996. -№28. -Pp. 173-179.

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА КОЭФФИЦИЕНТ ВЯЗКОСТИ ВОДЫ

[1]Мардонов Умиджон
[1]Базовый докторант, Ташкентский Государственный Технический Университет, Узбекистан, e-mail: umid.mardonov@tdtu.uz

Аннотация: *В статье анализируется литература по одной из важнейших проблем машиностроения. Очевидно, что процесс резания имеет огромное влияние на точность обработки детали, а улучшение условий процесса резания помогает повысить точность обработки деталей. Кроме того, авторы обобщили результаты своего исследования влияния магнитного поля на текущие жидкости. Они экспериментировали с обычной водопроводной водой. В ходе исследования основное внимание уделялось влиянию магнитного поля при различной индукции на коэффициент вязкости воды. Результаты исследования и выводы авторов представлены в статье.*

Ключевые слова: *Резания, вода, магнитное поле, вязкость, магнит.*

STUDY OF THE INFLUENCE OF THE MAGNETIC FIELD ON THE VISCOSITY COEFFICIENT OF WATER

[1]Mardonov Umidjon
[1]Ph.D. student at Tashkent State Technical University, Uzbekistan, e-mail: umid.mardonov@tdtu.uz