

Д. В. СИВУХИН

УМУМИЙ ФИЗИКА КУРСИ

ТЕРМОДИНАМИКА ВА МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКА

РУСЧА ИККИНЧИ, ТУЗАТИЛГАН НАШРИДАН ТАРЖИМА

*СССР Олий ва махсус ўрта таълим вазирлиги
олий ўқув юрталарининг физика мутахассислиги
бўйича ўқувчи студентлари учун ўқув қўлланма
сифатида рухсат этган*

ТОШКЕНТ «ЎҚИТУВЧИ» 1984

Китобда умумий физика курсининг молекуляр физика ва термодинамика қисми систематик баён этилган. Ушбу ўқув қўлланма олий ўқув юртрларининг физика мутахассислиги бўйича ўқувчи студентлари учун мулжалланган, шунингдек, ундан физикани ўрганаётган ва ўқитаётган барча кишилар ҳам фойдаланишлари мумкин.

© Главная редакция физико-математической литературы, „Наука“, 1975
© „Ўқитувчи“ нашриёти, русчадан таржима, Т., 1984

С $\frac{1704010000-308}{353(04) - 84}$ 154-84

СЎЗ БОШИ

Тавсия қилинаётган физика курсининг иккинчи томи, унинг биринчи томи сингари, авторнинг Москва физика-техника институти биринчи курс студентларига кўп йиллар давомида (1957 йилнинг баҳорги семестридан бошлаб) ўқиган лекциялари асосида ёзилган. Шунинг учун биринчи томнинг сўз бошида айtilган барча фикрлар бу томга ҳам тегишлидир. Лекция курсига қараганда китоб масалаларнинг кенгроқ доирасини ўз ичига олади, албатта. Автор материални ва уни баён қилиш методини танлашда баён қилинаётган барча нарсаларнинг биринчи курс студенти ўзлаштириши мумкин бўлган имконият чегарасидан чиқиб кетмаслигига ҳаракат қилди. Бироқ, автор, унинг китоблари юқорироқ курсларнинг студентлари, шунингдек физикани ўрганаётган ва ўқитаётган барча кишилар учун ҳам фойдали бўлади, деб умид қилади. Молекуляр физиканинг баъзи масалалари, айниқса, қаттиқ жисм физикасига тегишли масалалар китобга киритилмади, чунки биринчи курс студентлари уларни ўрганиш учун ҳали тайёр эмаслар. Бу масалаларни курснинг келгуси томларида баён қилиш кўзда тутилган.

Материални танлашда автор баён қилишнинг энциклопедик характерда бўлишига (ҳамма нарсани қамраб олишга — *тарж.*) интилмади. Физика ўқитишнинг мақсади ўқувчига «ҳамма нарсани» бериш эмас, балки уни асосий вазифа — физик масалаларни мустақил равишда қўйиш ва уларни ҳал этиш малакасини ҳосил қилишга ўргатишдан иборатдир. Шу мақсадга мувофиқ ҳолда курсга киритилган ҳар бир масала унинг барча принципиал ва асосий томонлари студент эътиборидан четда қолмайдиган қилиб муфассал ўрганилади.

Термодинамика ва молекуляр физикага оид лекцияларда кўрсатиладиган демонстрациялар лекция ассистентлари Л. Д. Кудряшева, В. А. Кузнецова, М. И. Маклаков ва Г. Н. Фрейберг томонидан амалга оширилган. Курсга киритилган кўпчилик масалалар Москва физика-техника институти физика ўқитувчиларининг берган ғоялари асосида тузилган. Уларнинг ҳаммасини санаб ўтиш мушкул.

Бу курснинг иккинчи томи 1972—1978 йилларда Москва физика-техника институтининг ротапринтида икки қисмдан иборат ҳолда

нашр қилинган эди. Ротапринт нашрини уюштиришда Н. И. Петеримованинг хизмати катта бўлди. Ротапринт нашрига нисбатан бу нашрда бирмунча тузатишлар киритилди ҳамда эритмалар, кристалларнинг симметрияси ва тузилиши ҳақидаги боблар билан тўлдирилди.

Иккинчи томнинг қўлёзмаси қисман академиклар В. Л. Гинзбург ва М. А. Леонтович, профессорлар Э. И. Рашба ва Ю. И. Шиманский ва доцент И. Ф. Классен томонидан кўриб чиқилди. Қўлёзманинг тақризи профессор И. А. Яковлев томонидан холис бажарилди. Қўлёзма, шунингдек Киев Давлат университетининг И. С. Горбань раҳбарлик қилаётган экспериментал физика кафедраси томонидан диққат билан тақриз қилинди. Бу кишиларнинг ҳаммасига, шунингдек қўлёзмани тақриз қилишда И. С. Горбанга маслаҳатлар берган профессорлар А. З. Голик ва А. М. Федорченкога ҳам автор чуқур миннатдорчилик билдиради. Уларнинг танқидий муоҳазалари қўлёзманинг яхшиланишига кўп ёрдам берди.

Д. В. Сивухин

К И Р И Ш

1. Курснинг ушбу томи бағишланган *термодинамика* ва *молекуляр физика* айти бир доирадаги ҳодисаларни, хусусан, жисмлардаги *макроскопик* процессларни, яъни жисмлар таркибидаги улкан миқдордаги атомлар ва молекулалар билан боғлиқ бўлган ҳодисаларни ўрганади. Бироқ физиканинг бу бўлимлари бир-бирини ўзаро тўлдирган ҳолда ўрганилаётган ҳодисаларга турлича ёндошиши билан фарқ қилади.

Термодинамика ёки иссиқликнинг умумий назарияси *аксиоматик* фандир. У модданинг тузилиши ва иссиқликнинг физик табиати тўғрисида ҳеч қандай махсус гипотезалар ва конкрет тасаввурлар киритмайди. Унинг хулосалари тажриба далилларини умумлаштирувчи умумий *принциплар* ва *қонунларга* асосланган. У иссиқликни бирор ички ҳаракат тури деб қарайди, бироқ бу қандай ҳаракат эканини конкретлаштиришга уринмайди.

Молекуляр физика, аксинча, модданинг *атом-молекуляр* тузилиши ҳақидаги тасаввурлардан келиб чиқади ва иссиқликни атом ва молекулаларнинг тартибсиз ҳаракати деб қарайди. Кенг маънода молекуляр физика фақат макроскопик ҳодисаларнигина ўрганиб қолмасдан, балки у айрим атом ва молекулаларнинг тузилиши ва хоссаларини ҳам ўрганади. Бироқ биз бу ерда бу масалалар тўғрисида гапирмаймиз. Улар бошқа бўлимда — атом физикаси бўлимида кўриб чиқилади. Молекуляр физикани кўпинча модда тузилишининг *молекуляр-кинетик* назарияси деб ҳам юритилади.

Атом ва молекулаларнинг мавжуд эканлигига ҳали шубҳа билан қараладиган 19- асда молекуляр-кинетик назариянинг гипотетик методлари ҳар қандай гипотезаларга ва уларга асосланган назарияларга салбий муносабатда бўлган физиклар орасида қўллаб-қувватланмади. Бундай шароитларда термодинамика билан молекуляр-кинетик назария орасида қатъий фарқланишнинг бўлиши табиий эди; гарчи гипотезалар юксак даражада ҳақиқат кўринишида бўлса-да, ишончли далилларни гипотезалардан фарқ қилиш керак эди. Бироқ йигирманчи асрга келиб, атомлар ва молекулалар реаллигининг рад қилиб бўлмайдиган узил-кесил исботлари келтирилди. Молекуляр-кинетик назария асосан ўз тараққиётининг бошланғич давридаги ўзига хос бўлган гипотетик характе-

рини йўқотди. Молекуляр-кинетик назарияда гипотетик элемент фақат унинг реал жисмларнинг хоссаларини тўлиқ эмас, фақат қисмангина бера оладиган соддалаштирилган, идеаллашган молекуляр моделлардан фойдаланиш борасидагина сақланиб қолди. Бундай моделлардан фойдаланиш зарурияти ёки жисмларнинг молекуляр структураси ҳақидаги билимларимизнинг етишмаслигидан ёки ҳодисаларни схемалаштириш ва соддалаштиришдан келиб чиқади, бундай схемалаштириш ва соддалаштиришларсиз эса бу ҳодисаларни назарий ўрганиш умуман мумкин бўлмас эди. Шунинг учун термодинамика билан молекуляр-кинетик назария орасидаги физиканинг бу бўлимлари тараққиётининг бошлангич босқичида назарда тутилган кескин фарқланишни сақлашга ҳожат қолмади. Биз курсимизни аксиоматик термодинамикадан бошлаймиз, бироқ уни баён қилишда энг бошиданоқ молекуляр тасаввурларни ҳам жалб қилаверамиз.

Термодинамика физиканинг муҳим қисмларидан биридир. Унинг хулосалари термодинамика асосида ётган аксиомалар қай даражада инобатли бўлса, шу даражада аниқдир. Бу хулосалардан макроскопик физиканинг барча бўлимларида — гидродинамикада, эластиклик назариясида, аэродинамикада, электр ва магнит ҳодисалар ҳақидаги таълимотларда, оптикада ва бошқа бўлимларида фойдаланилади. Физик химия ва химиявий физика сингари чегаравий фанлар асосан термодинамиканинг химиявий ҳодисаларга татбиқи билан шуғулланади.

2. Термодинамика 19-асрнинг биринчи ярмида ўша вақтда ривожлана бошлаган теплотехниканинг назарий асоси сифатида вужудга келди. Унинг дастлабки вазифаси иссиқлик двигателларида иссиқликнинг механик ишга айланиш қонуниятларини ўрганиш ва бундай айланишлар энг оптимал бўладиган шароитларни аниқлашдан иборат эди. Франциялик инженер ва физик Сади Карнонинг (1796—1832) биринчи марта термодинамиканинг куртақларига асос солинган «Оловнинг ҳаракатлантирувчи кучи ҳақида ва бу кучни юзага келтирувчи машиналар ҳақида» асарида (1824 й.) худди шу мақсад илгари сурилган эди, лекин бу асарда иссиқликни яратилиши ва йўқ қилиниши мумкин бўлмаган қандайдир вазнсиз модда деб қаровчи эски хато тасаввурлар сақланган эди. Келгусида термодинамика бу кўрсатилган техник масала доирасидан анча чиқиб кетди. Унда физик масалаларни ўрганиш марказий масала бўлиб қолди. Ҳозирги замон *физик термодинамикасининг* асосий мазмуни *материя ҳаракатининг иссиқлик формаси* қонуниятларини ва у билан боғлиқ бўлган физик ҳодисаларни ўрганишдан иборат. Термодинамиканинг иссиқлик двигателлари, совитгич қурилмалар ва теплотехниканинг бошқа масалаларига татбиқлари *техник термодинамика* деб аталувчи мустақил бўлим бўлиб ажралиб чиқди. Бизнинг курсда техник термодинамика масалалари фақат умумий физик қонуларни иллюстрация қилиш учунгина жалб қилинади.

3. Материя ҳаракатининг иссиқлик формаси — макроскопик жисмлар атомлари ва молекулаларининг *хаотик ҳаракатидир*. Унинг ўзига хослиги ҳар қандай макроскопик жисмдаги молекулалар ва атомлар сонининг ҳаддан ташқари улканлигидадир. Маса-

лан, нормал шароитда бир куб сантиметрдаги ҳавода $2,7 \times 10^{16}$ молекула бўлади. Иссиқлик ҳаракатида молекулалар ўзаро ва система қамалган идишининг деворлари билан тўқнашади. Тўқнашишларда молекулалар ҳаракат тезлигининг катталиги ва йўналиши кескин ўзгаради. Натижада молекулалар тезликларининг барча йўналишлари тенг эҳтимолликка эга бўлган ва тезликларнинг ўзлари эса жуда кичик қийматдан тортиб, жуда катта қийматгача бўлган кенг чегарада ўзгарадиган тўла маънодаги тартибсиз ҳаракат юзага келади.

Газ молекулалари ҳаракатининг характери тўғрисида дастлабки тасаввур ҳосил қилиш учун газлар кинетик назариясининг баъзи натижаларини келтирамиз.

Газ молекулалари иссиқлик ҳаракатининг ўртача тезлиги ниҳоятда катта. Ҳаво молекулалари учун бу тезлик хона температура-сида 500 м/с га яқин бўлиб, температура ортган сари ортиб боради. Газ молекулалари ҳаддан ташқари кўп тўқнашади. Масалан, ҳаво молекуласи нормал зичликда бир тўқнашувдан иккинчи тўқнашувгача бор-йўғи 10^{-5} см гина масофа ўта олади. Молекуланинг ўртача тезлигини билган ҳолда нормал температура ва зичликда ҳавонинг молекуласи бир секундда 5000 миллион марта тўқнашишини ҳисоблаб чиқиш қийин эмас, бунинг устига газнинг температураси ва зичлиги ортган сари тўқнашишлар сони ҳам ортиб боради. Суюқликлар ичида молекулалар янада кўпроқ тўқнашади, чунки улар фазода газ молекулаларига нисбатан анчагина зич жойлашган. Илгариланма ҳаракатдан ташқари молекулаларнинг тартибсиз айланма ҳаракати, шунингдек, молекулаларни ташкил қилган атомларнинг ички тебраниш ҳаракатлари ҳам бўлади. Бунинг ҳаммаси фавқулодда хаотик ҳолат манзарасини ташкил қилади, бундай хаотик ҳолатда газлар, шунингдек, суюқ ва қаттиқ жисмларнинг ниҳоятда кўп сондаги молекулалари қатнашади. Модда тузилишининг молекуляр-кинетик назарияси нуқтан-назаридан иссиқликнинг табиати ана шундай.

Ўрганилаётган физик система фақат *макроскопик* бўлгандагина иссиқлик ҳаракати тўғрисида гапириш мумкин. Система бир ёки бир неча атомлардан иборат бўлганда иссиқлик ҳаракати тўғрисида гапиришнинг маъноси бўлмайди.

4. Термодинамика фақат жисмларнинг *термодинамик мувозанат ҳолатини* ва бири-биридан кейин узлуксиз давом этадиган, амалда мувозанат ҳолатлари деб қаралиш мумкин бўлган *секин процессларни* ўрганади.* (Термодинамик мувозанат тушунчаси 1-§ да берилади.) Термодинамика системаларнинг термодинамик мувозанат ҳолатига *ўтишининг умумий қонуниятларини* ҳам ўрганади. Молекуляр-кинетик назария масалалари доираси анчагина кенг. У жисмларнинг термодинамик мувозанат ҳолатларинигина эмас, балки жисмларда *чекли тезликлар* билан ўтадиган *процессларни* ҳам ўрганади. Молекуляр-кинетик назариянинг модданинг

* 30-йиллардан бошлаб *мувозанатсиз процесслар термодинамикаси* вужудга келди ва ривожлана бошлади. Бироқ физиканинг бу бўлимини биз бу ерда кўриб ўтирмаймиз.

мувозанат ҳолатидаги хоссаларини ўрганадиган қисми *статистик термодинамика* ёки *статистик механика* деб аталади. Унинг чекли тезликлар билан ҳаракатланаётган жисмларда ўтадиган процессларни ўрганадиган қисми эса *физик кинетика* деб аталади. Аксиоматик термодинамика, шунингдек, *феноменологик* ёки *формал* термодинамика деб ҳам аталади. Термодинамиканинг афзаллиги унинг хулосаларининг катта умумийлик билан характерланишидандир, чунки бу хулосалар содалаштирувчи моделлар қўлланмаган ҳолда олинади, ҳолбуки молекуляр-кинетик назария бундай моделларсиз ишлай олмайди. Бироқ молекуляр-кинетик назария, ҳеч бўлмаганда принцип жиҳатидан, назарий ўрганилиши фақат биргина аксиоматик термодинамика методларини қўллаш билан ечилмайдиган масалаларни ҳам ечишга имкон беради. Бундай масалаларга, масалан, модда ҳолатининг термик ва калорик тенгламаларини келтириб чиқариш масалалари мисол бўла олади. Термодинамиканинг умумий хулосаларига тугал конкрет характер бериш учун бундай тенгламаларини билиш зарур. Аксиоматик термодинамика бундай тенгламаларни тажрибадан келтириб чиқаради. Бундан ташқари, молекуляр физиканинг турли проблемаларига боғлиқ ҳолда қўйилган тажрибалар шуни кўрсатдики, аксиоматик термодинамиканинг принциплари унинг асосчилари ҳисоблаганларидек мустаҳкам ва универсал эмас экан. Физиканинг кўплаб бошқа қонунлари сингари бу принципларнинг ҳам қўлланиш соҳалари чекли экан. Масалан, аксиоматик термодинамика термодинамик мувозанат ҳолатининг ўз-ўзидан бузилишларини ёки *флуктуацияларни* тушунтириб бера олмайди, бундай флуктуациялар системанинг ўлчамлари қанчалик кичик бўлса, шунчалик равшанроқ намоён бўлади. Статистик термодинамика бу ҳодисалар доирасини ҳам қамраб олади ва бу билан формал термодинамиканинг қўлланиш чегарасини белгилаб беради.

5. Биз молекуляр физикани классик механикадан кейин ўрганамиз. Бунда маълум илмий-педагогик қийинчилик мавжуддир. Молекуляр физика атом ва молекулалар бўйсунадиган қонунларга асосланиши керак. Бу қонунлар эса квант механикаси қонунлари бўлиб, биз уларни кейинроқ ўрганамиз. Бу қонунларни билмаган ҳолда ҳозирги замон физикасини тўла ва қатъий баён этиш мумкин эмас. Шунга қарамасдан, биз молекуляр физикани классик механикадан кейин баён қиламиз. Бунинг сабаби бор. Макроскопик ҳодисаларнинг кенг доираси атомлар тузилишининг деталлари ва уларни бошқарувчи қонунлар билан эмас, балки макроскопик системалардаги атомларнинг ўзларининг *ҳаддан ташқари кўп сонли* эканлиги билан характерланади. Бундай тур ҳодисаларни ўрганишда квант механикасини билиш ҳамма вақт ҳам шарт эмас. Тўғри, классик механика асосида қурилган молекуляр физика экспериментал далилларнинг бутун диапазонини қамраб олмайди. Атом ва молекулаларнинг квант табиати эртами-кечми намоён бўлади, масалан, жисмларнинг иссиқлик сиғими масалаларида ёки абсолют ноль температура яқинидаги ҳодисаларда шундай бўлади. Бироқ бу ҳолларда, ҳеч бўлмаганда, энг асосий ва муҳим жиҳатларни тушуниб олиш учун квант физикасидан олдиндан берила-

диган кичик маълумотлар етарлидир, уларни эса баён қилиш давомида келтириш мумкин. Квант механикасини, гарчи элементар шаклда бўлса-да, системали равишда бевосита классик механикадан кейин баён қилиш педагогик жиҳатдан ўринли эмас. Ўрганишни бошлаётган одам даставвал классик тасаввурларнинг етарли эмаслигини ва квант тасаввурларни киритиш зарур бўлганлигини аниқ кўрсатиб берувчи экспериментал далилларнинг кенг доираси билан танишиши керак.

6. Феноменалогик термодинамикани баён қилишдан аввал шундай мулоҳазани айтиб ўтиш керак бўлади. 18- аср физиклари ва қисман 19- аср биринчи ярмининг физиклари иссиқликни жисмларда бўладиган махсус вазнсиз модда деб қарар эдилар. Иссиқлик яратилиши ҳам, йўқотилиши ҳам мумкин эмас. Бу гипотетик модда *теплород* деб аталган эди. Жисмларнинг исиши улар ичидаги теплороднинг ортиши билан, жисмларнинг совиши эса унинг камайиши билан тушунтирилар эди. Теплород назарияси ассессиздир. Бу назария энг оддий ҳодисаларни, масалан, жисмларнинг ишқаланишдан исишини тушунтира олмайди. Бу назарияни қараб чиқишнинг ҳожати йўқ. Бизнинг бу назарияни эслатиб ўтишимизнинг боиси шундаки, иссиқлик ҳақидаги таълимотда ишлатиладиган терминология тарихий жиҳатдан теплород назарияси таъсирида шаклланган. Теплород назариясининг асссий тушунчаси *иссиқлик миқдори* эди. Бу назария нуқтан-назаридан иссиқлик миқдори тушунчаси ўз-ўзидан тушунарли, уни таърифлашнинг кераги йўқ. Гарчи бу тушунча ноўрин, унинг билан иссиқликнинг физик табиати ҳақидаги нотўғри тасаввурлар боғланган бўлса-да, бу тушунчадан ҳозир ҳам фойдаланилади. Терминология ҳамма вақт ҳам бир-бири билан ўрин алмашинувчи физик тасаввурларга нисбатан яшовчанроқ бўлади. Физикларга кўпинча унчалик рационал бўлмаган, тарихий ўрнашиб қолган терминлар билан ишкўришга тўғри келади. Бунинг унчалик қусури йўқ, фақат бунда ҳар бир терминни унга берилган аниқ таъриф маъносида тушуниш ва уни ана шу таърифдан келиб чиқмайдиган ҳеч қандай тасаввурлар билан боғламаслик керак. Иссиқлик ҳақидаги таълимотда иссиқлик миқдорини таърифи талаб қилинмайдиган бирламчи тушунчалар қаторига қўшиб қўйишдан хавфлироқ нарса йўқ. «Иссиқлик миқдори» тушунчасидан унга теплород назарияси тасаввурлари билан боғламайдиган аниқ ва равшан таъриф бериш шarti билангина фойдаланиш мумкин. Бу айтилганлар фанга теплород назариясидан мерос бўлиб қолган *иссиқлик сифими*, *яширин иссиқлик* ва шунга ўхшаш бошқа тушунчалар учун ҳам тааллуқлидир.

1 БОБ

ТЕМПЕРАТУРА

1-§. Температура ва термодинамик мувозанат

1. *Температура* тушунчаси *жисмларнинг* турли даражада *қизиганлигини* характерлаш учун киритилади. Температура ҳақидаги тасаввур, худди куч ҳақидаги тасаввур сингари, фанга бизнинг ҳиссий қабуллашимиз орқали кириб келган. Бизнинг сезгиларимиз қизиганликнинг сифат даражаларини фарқ қилишга имкон беради: *совуқ, илқ, иссиқ* ва ҳ. к. Бирок қизиганликнинг миқдорий меърига фанга керакли бўлган аниқликда ҳиссий қабулчанлик воситасида эришиб бўлмайди. Сезгилар субъективдир. Қўлнинг ҳолатига боғлиқ равишда айни бир жисмнинг ўзини ушлаб кўриб, ёки иссиқ, ёки совуқ ҳис қилиш мумкин. Масалан, бир қўлимизни иссиқ, иккинчи қўлимизни совуқ сувга ботириб, унда бир неча муддат тутиб турайлик. Сўнгра иккала қўлимизни хона температурасидаги сувга туширайлик. Бунда биринчи қўлимиз совуқни, иккинчи қўлимиз эса иссиқни сезади. Чўмилиш вақтида совуқ сувга секин тушишда ёқимсиз совуқлик ҳиссини ҳамма сезади, бундай сезги чўмилаётган кишининг танаси бутунлай сувга ботиб, бир оз совиганидан кейин дарҳол йўқолиб, тетиклик ва ёқимлилик сезгиси билан алмашинади. Температурани ҳиссий баҳолаш жисмнинг *иссиқлик ўтказувчанлигига* кучли боғлиқ бўлади. Масалан, ушлаб кўриб баҳолаганда хонадаги металл буюмлар ёғоч буюмлардан совуқроқ туюлади. Агар уларни қўлнинг температурасидан юқори бўлган бирдай температурагача қиздирилса, у ҳолда сезгилар муносабати аксинча бўлади. Температурани ҳиссий баҳолаш жуда қисқа температура интервалидагина қўлланиши мумкин. Жуда иссиқ ва жуда совуқ жисмларнинг температураларини бундай баҳолаш мумкин эмас. Эриган металлнинг ёки суюқ ҳавонинг қизиганлик даражасини қўл тегизиб аниқлашга уриниш маънога эга эмас.

2. Температурани миқдорий аниқлаш ва аниқ температура шкаласини тузишга субъектив ҳиссий қабулчанликдан ҳоли бўлган объектив физик ҳодисалар ва далиллар асос бўлмоғи керак. Температура тушунчасига турли нуқтаи-назардан ёндошиш мумкин. Иссиқлик ҳақидаги феноменологик таълимотда температура *иссиқлик ёки термик мувозанат* тушунчаси орқали киритилади. *Термодинамик мувозанат* тушунчаси анча умумий тушунчадир. Униси ҳам, буниси ҳам мантиқий жиҳатдан қийин таърифланади. Буту-

шунчалар конкрет мисолларни кўриб чиқиш натижасида ва кейинги умумлаштиришлардан келтириб чиқарилади.

Агар температуралари сезги органларимиз ёрдамида аниқлаб баҳолашда бир-бириндан кучли фарқ қилувчи икки жисмни (масалан, эриб чўлганган металл билан совуқ сувни) бир-бирига теккизилса, бир жисм қизийди, иккинчиси эса совийди, системада ҳар қандай макроскопик ўзгаришлар тамом бўлмагунча шундай давом этади. (Биз, тегишаётган жисмлар бир-бири билан химиявий реакцияга киришмайди, деб фараз қиламиз.) У ҳолда механикада ишлатилган терминологиядан фойдаланиб, бу икки жисм бир-бири билан *термодинамик мувозанатда* бўлади ва *бирдай температурага* эга, деб гапирилади. Тажриба шуни кўрсатадики, термодинамик мувозанат фақат иккитагина жисм бир-бирига тегиб турганидагина эмас, балки қанча кўп жисмлар бир-бирига тегиб турганида ҳам қарор топади. Агар тегиб турган жисмлар бир-бири билан химиявий реакцияга киришса, у ҳолда химиявий реакция натижасида қўшимча исиш ёки совиш рўй беради. Бироқ химиявий реакциялар тўхтагандан кейин ниҳоят термодинамик мувозанат қарор топади, бунда энди ҳеч қандай макроскопик процесслар рўй бермайди.

3. Келтирилган далиллар шундай умумлаштиришга имкон беради. Атрофдаги жисмлар билан энергия алмашмайдиган жисмлар системаси *изоляцияланган ёки берк система* деб аталади. Бундай система идеаллаштириш бўлиб, амалда бундай система мавжуд бўлмайди. Ҳатто ёнида ҳеч қандай жисмлар бўлмагани ҳолда бир бирига тегиб турган икки жисм ҳам ёпиқ системани ташкил қилмайди, чунки улар узлуксиз нур энергия чиқариб ёки узоқдаги жисмлар чиқараётган нур энергияни ютиб туради. Бироқ сунъий йўллар билан шундай шароит яратиш мумкинки, бунда системанинг бошқа жисмлар билан энергия алмашиши ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлади. Бунга системани қаттиқ *иссиқлик ўтказмайдиган ёки адиабатик қобиққа*, яъни ичига жойлаштирилган системанинг ҳолати унинг ташқарисидаги жисмларнинг исиши ёки совишида ўзгармайдиган қобиққа жойлаш йўли билан эришиш мумкин (13- § га қ.). Адиабатик қобиқ физик абстракциядир. Бундай қобиқлар ҳақиқатда йўқ, бироқ ўзларининг хоссаларига кўра адиабатик қобиқларга яқин келувчи қобиқларни ҳосил қилиш мумкин. Ҳозирги замон физикаси ва техникасида энг мукаммал адиабатик қобиқлар сифатида *Дьюар идишлари* ёки *термосларнинг* деворларини кўрсатиш мумкин. Бу идишларнинг деворлари қўшалоқ деворли шиша ёки металл баллонлар бўлиб, бу деворлар орасида юқори вакуум ҳосил қилинган. Улар ичига жойлаштирилган жисмларни ташқи жисмларнинг температуралари таъсирдан яхши сақлайди. Шундай асбобларни идеаллаштириш йўли билан биз ниҳоят идеал адиабатик қобиқ тасаввурига келамиз. Қаттиқ деворли адиабатик қобиқ орасига жойлаштирилган жисм ташқи куч майдонлари ўзгармас сақланган шароитда ташқи таъсирлардан тўла ҳимояланган, яъни изоляцияланган система бўлади.

Юқоридики биз айтиб ўтган умумлаштириш қўйидагидан иборат бўлади. *Изоляцияланган системадаги жисмларнинг бошланғич ҳолати қандай бўлишидан қатъи назар, пировардида системада барча*

макроскопик процесслар тўхтайдиган термодинамик мувозанат қарор топади. Бу ҳолида термодинамикада муҳим роль ўйнайди ва постулат сифатида қабул қилиниб, баъзида *термодинамиканинг умумий қонуни* деб юритилади.

4. Термодинамик мувозанатнинг қарор топишига онд яна бир неча мисоллар келтирамиз. Қаттиқ иссиқлик ўтказмайдиган қобиқ яна иссиқлик ўтказмайдиган тўсиқ билан икки қисмга бўлинган деб фараз қилайлик. Бу қисмларнинг бирида суюқлик жойлашган, иккинчисида эса вакуум ҳосил қилинган деб фараз қилайлик. Тўсиқни дарҳол оламиз. Суюқлик қайнай бошлайди. Қобиқ билан чегараланган фазода суюқлик ва унинг буғининг мураккаб ҳаракати вужудга келади. Бироқ ниҳоят бу ҳаракат, шунингдек суюқликнинг кейинги буғланиши тўхтайдди. Фақат буғнинг ўзигина қолади (агар дастлаб суюқлик оз бўлса) ёки суюқлик ва тўйинган буғдан иборат система ҳосил бўлади. Ҳар иккала ҳолда ҳам охириги ҳолат термодинамик жиҳатдан мувозанатда бўлади. Бу мустасносиз ҳамма процесслар тўхтаб қоладиган абсолют тинчлик ҳолати эмас. Агар бу ҳолатни молекуляр нуқтаи назардан қаралса, у суюқлик ва буғ орасида тўхтовсиз ва интенсиф молекулалар алмашинуви билан характерланади. Бу деган сўз, узлуксиз равишда суюқликнинг буғланиши ва унинг тескари процесси — буғнинг суюқликка конденсацияланиши амалга ошади демакдир. Бироқ термодинамик мувозанат ҳолатида бу икки процесс гўё бир-бирини мувозанатлайди: буғланаётган молекулаларнинг ўртача сони буғдан суюқликка қайтаётган молекулаларнинг ўртача сонига тенг. Термодинамик мувозанат, шундай қилиб, молекуляр масштабдаги процесслар интенсиф амалга ошаётган, бироқ барча макроскопик процесслар тўхтаган *динамик мувозанат* каби характерланиши мумкин экан. Бу фақат биз мисол тариқасида кўрган термодинамик мувозанатга эмас, балки ҳар қандай термодинамик мувозанатга тегишлидир.

Агар стакандаги сувга бир чақмоқ қанд ташланса, у ҳолда системанинг бошланғич ҳолати термодинамик жиҳатдан мувозанатсиз ҳолатда бўлади — суюқликда қанд эрий бошлайди. Бироқ бирмунча вақт ўтганидан кейин эриш процесси тугагач, термодинамик мувозанат ҳолати юзага келади, бу ҳолатда ёки бир жинсли эритма ҳосил бўлади, ёки қанд бўлаги ва уни ўраб турган тўйинган эритмадан иборат бир жинсли бўлмаган система вужудга келади. Бундай ножинс система вужудга келган ҳолда мувозанат ҳолатининг динамик характери шунда намён бўладики, қанднинг эриш процесси уни молекуляр нуқтаи назардан қараганда ҳеч вақт тўхтамайди. Бироқ мувозанат ҳолатида бундай эриш эритмадан қанднинг кристалланиши билан компенсацияланади.

5. Системанинг термодинамик мувозанат ҳолатига ўз-ўзидан ўтиш процесси *релаксация* деб, бундай ўтишга сарфланган вақт эса *релаксация вақти* деб аталади. Релаксация вақти тушунчаси аниқ таърифланмаган тушунчалар қаторига киради. Уни ўлчашда ҳеч қачон тўлиқ термодинамик мувозанат бошланадиган пайт кутилмайди. Бунинг ўрнига системанинг талаб қилинаётган аниқликда мувозанат ҳолати деб қараш мумкин бўлган бирор мувозанат-

сиз ҳолатга ўтиш вақти ўлчанади. Ана шу вақт релаксация вақти учун қабул қилинади. Шундай қилиб, барча ҳолларда ҳам релаксация вақти аниқ ўлчанмайди, балки у тахминий равишда баҳоланади.

6. Термодинамик мувозанат ўзаро контактлашаётган жисмлар бир-бири билан *механик* ва *химиявий* мувозанатда бўлишини тақозо қилади. Бу, хусусан, ҳар иккала жисмда босим бирдай бўлишини ва контактлашганда жисмлар химиявий реакцияга киришмаслигини билдиради. Агар бундай бўлмаса, жисмларни бир-биридан иссиқлик ўтказадиган абсолют қаттиқ, қаралаётган жисмларнинг ҳеч бири билан химиявий реакцияга киришмайдиган қобиқ билан ажратиш мумкин. Химиявий нейтрал металлдан қилинган юпқа фольга бундай иссиқлик ўтказувчан қобиқ бўлиб хизмат қилиши мумкин. Бу қобиқ контактланувчи жисмларнинг ўзаро энергия алмашишиларига тўсқинлик қилмайди. Шунинг учун жисмлар уларни ажратиб турган иссиқлик ўтказувчан қаттиқ тўсиқ орқали контактлашганида ниҳоят мувозанат қарор топиши ва жисмлар орасида энергия алмашиши тўхташи керак. Бунда тўсиқ бўлмаганида жисмлар орасида механик ва химиявий мувозанат бўлмаслиги ҳам мумкин. Бу ҳолда жисмлар ўзаро *иссиқлик ёки термик мувозанатда* бўлади ва уларнинг *температураси бирдай* бўлади деб гапирилади.

Шундай қилиб, қуйидагича таъриф бериш мумкин: агар икки жисмни абсолют қаттиқ иссиқлик ўтказувчан тўсиқ орқали иссиқлик контактига келтирганда мувозанат бузилмаса, бу икки жисм иссиқлик мувозанатида бўлади ва бирдай температурага эга бўлади. (Агар жисмлар бир-бири билан химиявий ва механик мувозанатда бўлса, қобиқнинг кераги бўлмайди.) Агар икки жисм контактлашганда иссиқлик мувозанати юзага келмаса ва унга эришиш учун бирмунча вақт керак бўлса, жисмларнинг температуралари контакtgача турлича бўлган деб гапирилади. Бу таъриф температура тушунчасини бу тушунчани бизнинг сезгиларимиз орқали киритганимизда йўл қўйиладиган субъективизмдан озод қилади. Температуранинг фақат *жисмнинг ички ҳолатига* боғлиқ бўлган катталикларга киришини қайд қилиб ўтамиз.

Келгуси барча баёнимизда, агар контактлашаётган жисмлар бир-бири билан химиявий реакция қиладиган жисмлар бўлса, улар бундай реакцияга тўсқинлик қилувчи юпқа иссиқлик ўтказувчан қобиқлар ичида жойлаштирилган деб фараз қилинади.

7. Температура жисм ҳолатининг *макроскопик характеристикаларидан* биридир. Бу тушунча бир ёки кам сондаги атомлар ва молекулалардан иборат системалар учун маънога эга бўлмайди. Бу тушунча, гарчи аниқ фақат термодинамик мувозанатда бўлган системалар учун қўлланилса-да, бироқ ундан ҳали тўла равишда термодинамик мувозанат қарор топмаган системаларда ҳам фойдаланилади. Масалан, турли нуқталари турли температурага эга бўлган нөтекис қиздирилган жисмлар ҳақида гапирилади. Релаксация вақтининг системанинг ўлчамлари кичиклашганида камайгани учун бу тўғрида гапириш мумкин. Мувозанатсиз системани фикран етарлича кичик макроскопик қисмларга бўламиз. Бундай қисмлар-

нинг релаксация вақти кичик бўлгани туфайли уларнинг ҳар бири амалда тез термодинамик мувозанатга келади. Бу деган сўз, агар бундай кичик қисмни оний равишда қаттиқ адиабатик қобиққа киритсак, у ҳолда унинг ҳолати амалда мувозанатга келади ва вақт ўтиши билан ўзгармайди. Шунинг учун ҳам бундай кичик қисмларнинг температураси ҳақида гапириш мумкин. Система бунда бутунча термодинамик мувозанатда бўлмайди — унинг турли қисмлари температураларининг аста-секин тенглашиш процесси рўй беради. Бироқ шундай кучли мувозанатсиз ҳолатлар ҳам бўладик, уларни амалда мувозанатда бўлган кичик макроскопик қисмларга бўлиш мумкин эмас. Бундай ҳолатлар учун температура тушунчасини қўллаш мумкин эмас.

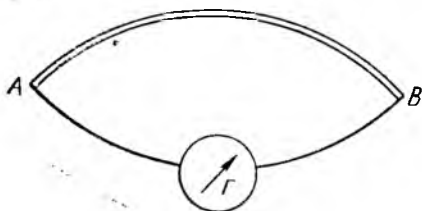
2-§. Термоскоп ва температура нуқталари

1. Иккита A ва B жисмнинг температуралари бирдайлиги ёки фарқлилиги тўғрисида фикр юритиш учун уларни албатта бири-бири билан иссиқлик контактига олиб келиш шарт эмас. Бунинг учун A ва B жисмлар билан кетма-кет контактлашадиган учинчи C жисмдан фойдаланиш ҳам мумкин. Бу усулнинг афзаллиги шундаки, A ва B жисмлар ўзаро химиявий реакцияланадиган ҳамда иссиқлик ўтказувчи тўсиқлардан фойдаланмаган ҳолда ҳам ҳар икки жисмнинг температурасини таққослашга имкон беради. Бу қуйидаги тажриба далилига асосланган.

Агар C жисм A ва B жисмлар билан иссиқлик мувозанатида бўлса, у ҳолда бири-бири билан контактда бўлган A ва B жисмлар ҳам иссиқлик мувозанатида бўлади. Бошқача айтганда, агар C жисмнинг температураси A ва B жисмларнинг температурасига тенг бўлса, у ҳолда A ва B жисмлар ҳам таърифга мувофиқ C жисмнинг температураси билан айна бир хил температурага эга бўлади.

Энди C жисм шунчалик кичикки, унинг ўзининг температураси анча ўзгарганида ҳам A ва B жисмлар билан контактлашганда уларнинг температураларини сезиларли ўзгартира олмайди, деб фараз қиламиз. Бундай C жисм A ва B жисмлар температураларининг бирдайлигини ёки уларнинг фарқлилигини аниқлашга ёрдам берадиган «синовчи жисм» бўлиб хизмат қилиши мумкин. C жисмни A жисмга тегизамиз ва улар орасида иссиқлик мувозанати қарор топгунча кутамиз. C жисмнинг температураси A жисмнинг температурасига етади, ҳолбуки бунда A жисмнинг температураси амалда ўзгаришсиз қолади. Сўнгра C жисмни B жисмга тегизамиз. Агар бунда C жисмнинг температураси ўзгармаса, у ҳолда A ва B жисмлар айна бирдай температурага эга бўлади, акс ҳолда уларнинг температураси турлича бўлади.

Икки ёки бир неча жисмларнинг температуралари бирдайлигини ёки турлича эканини

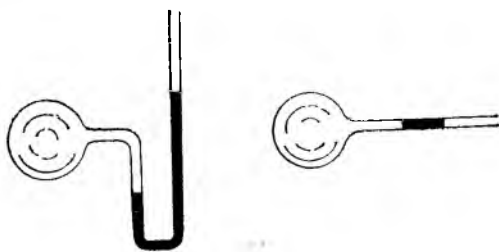


1- расм.

қайд қилишга имкон берадиган етарлича кичик *C* жисм *термоскоп* деб аталади. *C* жисмнинг кичик бўлиши муҳимдир. Агар бу жисм катта бўлса, у ҳолда термоскоп температураси аниқланаётган жисмнинг температурасини ўзгартириб юборар эди.

2. Термоскоп температурасининг доимийлиги ёки ўзгариши тўғрисида унинг физик хоссаларини характерловчи турли катталикларнинг ўзгаришидан билиш мумкин. Температура ўзгарганида деярли барча жисмларнинг ҳамма хоссалари ўзгаришини тажриба кўрсатади. Масалан, қиздирганда кўпчилик жисмлар кенгайди, яъни уларнинг ҳажмлари ортади. Температура ортганида металлларнинг электр қаршилиги ортади, ярим ўтказгичларники эса камаяди. Агар турли жинсли металллардан қилинган икки симнинг учларини кавшарлаб, 1-расмда кўрсатилгандек гальванометрга уланса, у ҳолда турли жинсли металллар уланган барча жойларнинг температураси айна бирдай бўлганида бу асбоб электр токи борлигини кўрсатмайди. Агар кавшарланган учларнинг бири қиздирилса ёки совитилса, у ҳолда занжирда ток юзага келади, бу ток *термоэлектр токи* деб аталади. Юқорида айтганимиздек, кавшарланган турли жинсли симлар тўплами *термоэлектр жуфтини* ҳосил қилади ва қисқача *термопара* деб аталади.

Шунга ўхшаш барча ҳодисалардан термоскоп ясаш учун фойдаланиш мумкин. 2-расмда икки хил вариантда кўрсатилган ҳаво термоскопи бунга мисол бўла олади. Термоскопнинг шарчаси тадқиқ қилинаётган жисмга текканида унинг ичидаги ҳавонинг ҳажми ўзгаради. Ҳаво ҳажмининг ўзгариши суюқлик манометри ёрдамида ёки шарчага бириктирилган найчадаги суюқликнинг силжишига қараб қайд қилинади.



2-расм.

3. Термоскоп ёрдамида бир қатор ўзгармас *температура нуқталарини*, яъни ўзгармайдиган, яхши қайта тикланувчан температураларни аниқлаш мумкин. Улардан *температура шкалаларини* ясашда фойдаланилади. Бу нуқталардан энг муҳимларини қайд қилиб ўтайлик.

Агар айна бир моддадан иборат қаттиқ жисм ва суюқлик контактда турса, у ҳолда температурага боғлиқ ҳолда ё қаттиқ жисм эрийди, ё аксинча, суюқлик қотади. Бунда системада босим доимий сақланади, деб фараз қилинади. Тажрибанинг кўрсатишича, фақат муайян бир температурадагина бу икки процесс — эриш ва қотиш бир-бирини компенсациялар экан. Бу ҳолда суюқ ва қаттиқ фазалар массалари ўзгаришсиз қолади. Ана шундай вақтда қаттиқ жисм ва суюқлик биргаликда *фазавий мувозанатда* мавжуддир, деб гапирилади. Нормал атмосфера босимида (101325 Н/м^2) айна бир модданинг қаттиқ ва суюқ фазалари биргаликда фазавий

мувозанатда мавжуд бўлган температура кўрилатган модданинг эриш нормал нуқтаси (қисқача ЭНН) деб аталади.

Қайнаш ва *ҳайдаш* процесслари учун ҳам шунга ўхшаш таърифлар киритилади (қаттиқ фазанинг оралиқ суюқ фазани четлаб бевосита газсимон фазага ўтиши ҳайдаш деб аталади). Нормал атмосфера босимида суюқлик ўз буғи билан бирга фазавий мувозанатда мавжуд бўладиган температура *қайнаш нормал нуқтаси* (қисқача ҚНН) деб юритилади. *Ҳайдаш нормал нуқтаси* (қисқача ХНН) ҳам шунга ўхшаб аниқланади. Нормал босимда суюлмасдан, балки бевосита ҳайдаладиган моддага мисол тариқасида қаттиқ карбон кислотасини кўрсатиш мумкин (104- § нинг 4 пунктига қ.).

Ниҳоят, фазавий мувозанатда айна бир модданинг уч фазаси — қаттиқ, суюқ ва газсимон фазаси биргаликда мавжуд бўлиши мумкин. Бироқ бунинг учун фақат муайян температурагина эмас, муайян босим ҳам талаб қилинади. Сув учун, масалан, босим 4,58 мм сим. уст. бўлиши керак. Айна бир модданинг қаттиқ, суюқ ва газсимон фазалари биргаликда фазавий мувозанатда бўладиган температура шу модданинг *учланма нуқтаси* (қисқача УН) деб аталади.

3-§. Температуранинг эмпирик шкаллари

1. Биз икки жисм температураларининг тенглиги ёки фарқлилигини аниқлашга имкон берувчи усулнигина баён қилдик. Бироқ биз ҳали температуранинг *миқдорий* аниқлаганимиз йўқ. Бу масалани ҳал қилиш *температура шкаласини* белгилашга, яъни ҳар қандай температуранинг аниқ сон билан характерлаш мумкин бўлган қоидалар системасини қабул қилишга олиб келади. Биз ҳозирча температуранинг миқдорий таърифига эга эмасмиз, бу қоидалар ниҳоятда ихтиёрий равишда танланади. Бунда фақат температуралар билан сонларнинг мувофиқлиги ўзаро бир қийматли бўлса етарлидир.

Температура шкаласи исталган термоскоп ёрдамида аниқлашни мумкин. Муайян қоидага мувофиқ даражаланган термоскоп *термометрга*, яъни температураларни ўлчайдиган асбобга айланади. Термометрнинг *сезгирлиги*, *ўлчашининг аниқлиги* ва уларнинг *қайта тикланувчанлиги* термометрларга қўйиладиган муҳим талаблардир. Термометрнинг яна бошқа фойдали хоссаси унинг температураси ўлчанаётган жисм билан иссиқлик мувозанати ҳолатига *ўтishi тезлигидир*.

Кўпчилик термометрларда температураси ўлчаниши керак бўлган жисм билан иссиқлик контактига келтириладиган *термометрик жисм* унинг асосий қисми бўлиб ҳисобланади. Температура индикатори бўлиб хизмат қиладиган физик катталиқ *термометрик катталиқ* деб аталади. Масалан, суюқликли термометрларда термометрик жисм термометрнинг резервуаридаги суюқлик (масалан, симоб), термометрик катталиқ эса унинг ҳажми бўлади. Қаршилик термометрларида эса термометрик жисмлар — металллар ёки ярим ўтказгичлар, термометрик катталиқлар эса уларнинг электр қаршиликларидир. Термопара термометрларида термометрик

жисм — термопара, термометрик катталик эса термопаранинг кавшарлари орасида температуралар фарқи бўлганида юзага келади-ган электр юритувчи кучдир.

2. Ихтиёрий бир термометр олайлик ва унинг термометрик катталиги (суюқлик ҳажми, электр қаршилиги, электр юритувчи кучи ва ҳ. к.) ни a ҳарфи билан белгилайлик. Иситилганда a катталик *монотон* ўзгариши керак. Акс ҳолда a билан T температура орасида ўзаро бир қийматли мослик бўлмайди. Масалан, муайян массали сувнинг ҳажмидан термометрик катталик сифатида фойдаланиб бўлмайди, чунки сув иситилганда ҳажм ўзининг минимуми (4°C га яқин) орқали ўтади. a катталикнинг маъносининг ўзиданоқ у билан T температура орасида қуйидаги функционал боғланишнинг мавжудлиги келиб чиқади:

$$T \approx f(a).$$

Бироқ бирор аниқ температура шкаласини танламасдан, туриб $f(a)$ функциянинг кўринишини аниқлаб бўлмайди. Бунинг устига, температура шкаласини киритишнинг ўзи принцип жиҳатидан муайян $f(a)$ функцияни танлаш масаласига келтирилади. $f(a)$ сифатида a катталикнинг қандайдир ихтиёрий *монотон функциясини* олишга шартлашиб олиш керак. Шундай қилиб, айти бир термометр ёрдамида бир-биридан $f(a)$ функциянинг танланиши билан фарқ қиладиган чексиз кўп температуралар шкалаларини яшаш мумкин. Агар соддалик (функциянинг содда бўлиши) талаблари ҳисобга олинмаса, бу шкалаларнинг бирортасини бошқалари олдида афзал кўришга мажбур қиладиган ҳеч қандай принципиал мулоҳаза йўқ. Энг содда усул шундан иборатки, $f(a)$ сифатида *чиқиқли бир жинсли функцияни* олиш, яъни

$$T = Aa \quad (3.1)$$

деб танлаш керак.

A доимийни ихтиёрий танлаш мумкин. Бу доимийни танлаш билан температура бирлиги — *градус* ҳам бир қийматли аниқланади. Бироқ амалда бошқача иш тутилади. Чунончи, A доимийни бирор температура нуқтаси учун аниқ температурани қабул қилиш ёки икки температура нуқтасига температураларнинг аниқ фарқини қабул қилиш йўли билан ҳисобланади. Бундай температура нуқталари *репер* нуқталар деб аталади. 1954 йилга қадар температура шкаласи *икки репер нуқта* — сувнинг нормал қайнаш нуқтаси T_K ва музнинг нормал эриш нуқтаси T_3 бўйича ясалар эди. (Музнинг эриш нуқтаси сифатида соф муз ва ҳаво билан тўйинтирилган сувнинг мувозанат температураси олинади). Таърифга мувофиқ, бу нуқталарнинг температуралари орасидаги $T_K - T_3$ фарқ 100° га тенг деб қабул қилинар эди. Шундан сўнг A доимий қуйидаги формуладан ҳисобланар эди:

$$A = \frac{T_K - T_3}{a_K - a_3} = \frac{100}{a_K - a_3}, \quad (3.2)$$

бу ерда a_k ва a_s — термометрик катталиқ a нинг тегишли репер нуқталардаги қийматлари.

Экспериментал тадқиқотлар шуни кўрсатдики, сувнинг учланма нуқтаси ($T_{уч}$) нинг қайта тикланиши сувнинг нормал қайнаш нуқтаси ва музнинг нормал эриш нуқтасидан кўра яхшироқ экан. Шунинг учун температура шкаласини *битта репер нуқта* — сувнинг учланма нуқтаси бўйича ясаш тўғрисида халқаро битимга келинди. *Температураларнинг абсолют термодинамик шкаласида* ёки *Кельвин шкаласида* таърифга мувофиқ бу нуқтанинг температураси 273,16 градусга тенг. Температура шкаласини бундай ясашда A доимий қуйидаги формуладан ҳисоблаб топилиши керак:

$$A = \frac{T_{уч}}{a_{уч}} = \frac{273,16}{a_{уч}} \quad (3.3)$$

Сувнинг учланма нуқтаси температураси сон қийматининг бундай танланишига сабаб шуки, идеал газли газ термометрларидан фойдаланганда музнинг эриш ва сувнинг қайнаш нормал нуқталари орасидаги оралиқ максимал даражада аниқлик билан 100 градусга тўғри келиши керак. Ана шундай йўл билан Кельвин шкаласи ва аввал қўлланиладиган икки репер нуқтали шкала ўртасида ворислик ҳам ўрнатилди. Ўлчашларнинг кўрсатишича, музнинг эриш ва сувнинг қайнаш нормал нуқталарининг температуралари биз баён қилган шкалада тахминан 273,15 ва 373,15 градусга тенг бўлар экан.

3. Температура шкаласи ясашнинг бу усули, шунингдек, температуранинг T қиймати ҳам температура индикатори сифатида қандай a катталиқ олинганига боғлиқ бўлади. Бирор термометрдан ҳисоблаб чиқариладиган T температура *эмпирик температура* деб, температураларнинг тегишли шкаласи эса *эмпирик температура шкаласи* деб аталади. Шундай қилиб a термометрик катталиқни танлашга боғлиқ ҳолда чексиз кўп сонли эмпирик температуралар шкаласини ясаш мумкин. Бу шкалаларнинг барчаси ўзаро фақат температура шкаласини ясашда қабул қилинган асосий репер нуқталарда (яъни шкала битта репер нуқтага кўра ясалганда сувнинг учланма нуқтасида, шкала икки репер нуқтага кўра ясалганда музнинг эриш ва сувнинг қайнаш нормал нуқталарида) мос келади. Бошқа барча нуқталарда, одатда, шкалалар мос келмайди. Бу турли термометрлар, масалан, симобли ва спиртли термометр ёки темир ва мис симли қаршилик термометрлари аини бир жисмнинг температурасини ўлчаганда турлича кўрсатишини билдиради. Юзага келадиган бир қийматлиликнинг бузилишини бартараф қилиш учун қандайдир бир аниқ термометрни асосий термометр деб қабул қилиш ва унга қараб бошқа термометрларни даражалаш мумкин эди. Бироқ қайси термометрни асосий термометр деб қабул қилиш керак?

4-§. Температураларнинг идеал газ шкаласи

1. Қўйилган масалани ечишнинг дастлабки босқичида шу ҳолдан фойдаланиш мумкинки, етарлича сийракланган, *идеал газлар* деб аталувчи газлар катта аниқликда Бойль—Мариотт қонунига бўй-

сунади: берилган газ массаси V ҳажмининг унинг P босимига кўпайтмаси фақат температурага боғлиқ бўлади. Бу кўпайтмани a термометрик катталиқ деб, газнинг ўзини эса термометрик жисм деб қабул қилиш мумкин. Шундай йўл билан *температураларнинг идеал газ шкаласига* келинади. Идеал газ температура — бу кучли равишда сийракланган газ билан тўлдирилган термометр ёрдамида ҳисобланган температурадир. Температураларнинг идеал газ шкаласида аниқланган температура катта T ҳарфи билан белгиланади. Бунда (3.1) формула

$$pV = CT \quad (4.1)$$

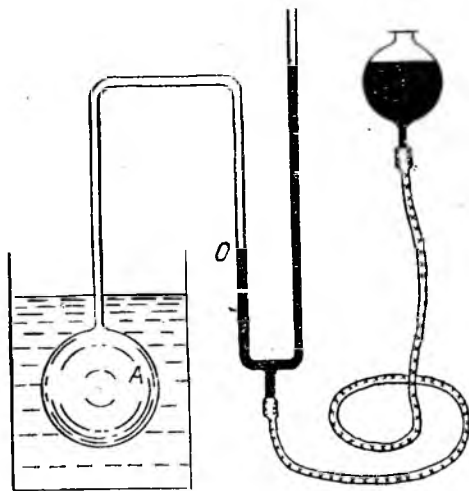
формулага ўтади, бу ерда C — газнинг фақат массаси ва химиявий табиатига боғлиқ бўлган доимий.

Температураларнинг идеал газ шкаласининг бошқа барча эмпирик температуралар шкалаларидан афзаллиги шундаки, тажрибаларнинг кўрсатишича (4.1) формула билан аниқланган T температура газ термометри резервуари тўлдирилган газнинг химиявий табиатига жуда заиф боғлиқ бўлади. Айни бир жисмнинг температурасини ўлчашда турли газ термометрларининг кўрсатишлари бири-биридан жуда кам фарқ қилади. Шунинг учун биз янада мукамалроқ таъриф бергунимизга қадар (31- §) T температура деганда идеал газ термометри ёрдамида ўлчанган катталиқни тушунамиз.

Амалда газ термометрини икки усул билан яшаш мумкин. Бир усулда газнинг V ҳажми доимий сақлаб турилади ва температура индикатори бўлиб P босим хизмат қилади. Иккинчи усулда газнинг босими доимий сақлаб турилади, температурани ўлчаш V ҳажми ўлчашга келтирилади. Принцип жиҳатидан ҳар иккала усул ҳам тенг ҳуқуқли. Бироқ биринчи усул қулайроқ, шунинг учун амалда шу усул қўлланилади.

2. Газ термометрининг тузилишини 3-схематик расмдан тушуниб олиш мумкин. Манометрнинг чап тирсагидаги симоб сатҳи ўлчашларда доимий O белгига келтирилади ва шу билан A баллондаги газнинг ҳажми доимий сақланади. Аслида газ термометри анчагина мураккаб қурилма, бу термометр ёрдамида температурани ўлчаш эса катта диққат талаб қиладиган анча қийин экспериментал процедурадир. Бу масалаларга тўхталмасдан, шу нарсани таъкидлаш билан чекланамизки, газ термометри ўзгармас ҳажмли шиша, кварц ёки металл баллон бўлиб, унга реал газ тўлдирилган ва капилляр ёрдамида манометрга уланган бўлади. Термометр газ сифатида аввал водород қўлланилар эди. Ҳозирги вақтда гелий ва азот ишлатилади (одатда азот юқори температураларда, гелий баллоннинг девори орқали ўтиб кетадиган ҳолларда ишлатилади). Газнинг босими стандарт температурада турган манометр билан ўлчанади. Газнинг босими бўйича ўлчанадиган температура баллон ҳажмининг ўзгаришига, газнинг ноидеаллигига доир тузатмаларни эътиборга олган ҳолда ҳисоблаб топилади.

3. $T = 0$ бўлганида (4.1) тенглама $pV = 0$ ни беради. Шу асосда бундай температурада $P = 0$ деб олинади, чунки V нолга айланиши мумкин эмас. Сўнгра бу температура мумкин бўлган барча температураларнинг энг пасти бўлиб, *температуранинг*



3- расм.

абсолют ноли деб юритилди. Бундай хулоса гарчи тўғри бўлса ҳам, бироқ келтирилган далил экстрополяцияга асосланган ва тасдиқловчи кучга эга эмас. Абсолют нолга яқинлашган сари идеал газ қонунларидан четга чиқиш тобора сезиларли бўла боради. Барча газлар ҳали абсолют нолга етмасданоқ конденсациялана бошлайди. Абсолют ноль температура мавжудлигининг қатъий тасдиғи *термодинамиканинг иккинчи қонунида* асосланган (31- § га қ.).

Классик физика абсолют ноль температурада атом-молекуляр ҳаракат тўхтайдди,

деб фараз қилар эди. Аслида эса бундай эмас. Атом ва молекулаларнинг тўла тинчликда бўлиши *Гейзенбергининг ноаниқлик принципи*га зид келади. Абсолют нолда жисм таркиб топган зарраларнинг ҳали анча интенсив ҳаракати сақланиб қолади. Абсолют нолга минимал энергия мувофиқ келади, агар ҳажм ва жисмнинг ҳолатини аниқловчи бошқа ташиқ параметрлар доимий қолса, бу энергияни энди жисмдан олиб бўлмайди. Бироқ бу ҳаракат энди иссиқлик ҳаракати ҳам бўлмайди. Унга мувофиқ келадиган энергия *ноль энергия* деб аталади. Кўп ҳодисалар ноль энергиянинг мавжудлиги билан тушунтирилади. Масалан, гелийнинг ноль энергияси шунчалик каттаки (буғланиш иссиқлигига қараганда уч марта катта), ўзининг хусусий тўйинган буғлари босими остида бўлган гелий кристали беқарор бўлиб қолади ва суяқ ҳолатга ўтади. Гелий фақат ортиқча босим остидагина қолиши мумкин. Босим таъсири остида гелий атомлари яқинлашади ва молекуляр тортишиш кучлари ортади. Ана шу нарса гелийнинг қаттиқ ҳолатга ўтишига имкон беради.

Шундай қилиб, *абсолют ноль жисмда иссиқлик ҳаракати тўхтаган ва зарраларнинг ноль энергия билан боғланган ҳаракатига мавжуд бўлган температура* деб таърифланиши мумкин. Абсолют ноль мумкин бўлган барча температуралар орасида энг паст ва «совуқ» температурадир. Абсолют нолдан ҳисобланадиган температура *абсолют температура* деб аталади. Яқин вақтларга қадар идеаль газ абсолют шкаласида температуранинг бирлиги шу шкалага айнан ўхшаш бўлган термодинамик шкалани таклиф қилган инглиз физиги Лорд Кельвин (1824—1907) шарафига *Кельвин градуси* деб аталар эди. Кейинги вақтларда қисқартириш мақсадида бу бирликни оддийгина қилиб *кельвин* (қисқача К) деб атала бошланди. Бу бирликнинг бир қийматли аниқланиши сувнинг учланма нуқтасининг температураси 273,16 К га тенг бўлишидан келиб чиқади.

4. Биз ҳали «совуқроқ» ва «иссиқроқ» деган тушунчаларнинг аниқ таърифини берганимиз йўқ. Юқориде айтилган сабабларга кўра, бундай тасаввурларга келишда ҳиссий сезгиларга таяниш мумкин эмас. Аниқ таъриф бериш учун энергия тушунчасидан фойдаланилади. Агар A жисми B жисм билан иссиқлик контактига келтирилганда энергия A жисмдан B жисмга ўтса, у ҳолда A жисм B жисмга нисбатан *иссиқроқ* ёки *қизиганроқ* деб юритилади; бу ҳолда B жисм *совуқроқ* ёки *камроқ қизиган* деб гапирилади.

5. P ва V катталикларнинг ҳар иккаласи ҳам идеал газлар учун манфий бўла олмайди, шунинг учун (4.1) муносабат билан аниқланадиган T абсолют температура ёки фақат мусбат, ёки фақат манфий бўлиши мумкин. Бу C ўзгармас катталикнинг биринчи галда мусбат ва иккинчи галда манфий ишорада олинганлиги билан боғлиқ. Сувнинг учланма нуқтаси температурасини мусбат деб ҳисоблашга шартлашганимиз учун бундай келишувда иккинчи ҳол бўлмайди. (Аксинча ҳам қилиниши мумкин эди, у ҳолда барча абсолют температуралар манфий бўлар эди.) Шундай қилиб, идеал газ термометри билан аниқланадиган температуралар *фақат мусбат* бўлади. Қизиганроқ жисмларга юқорироқ температура, совиганроқ жисмларга пастроқ температура мос келади.

6. Жисмларни совитишнинг охириги температураси бўлган абсолют ноль температуранинг мавжуд эканлиги, албатта, ҳеч қандай таърифга боғлиқ эмас. Бироқ бундай температурага ноль градус қийматининг берилиши бор-йўғи ихтиёрий келишувдир, холос. Температурани шундай ҳам таърифлаш мумкин эдики, бунда абсолют нолга аввалдан танланган ихтиёрий градуслар сони ҳам мос келиши мумкин эди. Ҳақиқатан ҳам, температура деб (4.1) муносабат билан аниқланадиган T катталикни танлаш шарт эмас эди, масалан, бу катталикнинг ихтиёрий функциясини танлаш ҳам мумкин эди. Масалан, T нинг логарифмининг температураси деб олиш мумкин эди. У ҳолда абсолют нолнинг температураси $-\infty$ сони билан ифодаланар, температура шкаласи эса $-\infty$ дан $+\infty$ гача бўлган бутун чексиз интервални ташкил қилар эди. Бироқ қабул қилинган таърифдан воз кечиш учун ҳеч қандай асос йўқ.

7. Физикада абсолют температура шкаласи билан бир қаторда *Цельсий шкаласи* (1701—1744) ҳам ишлатилади. Бу шкала маълум бўлган усул билан икки асосий репер нуқта — музнинг нормал эриш нуқтаси ва сувнинг нормал қайнаш нуқтаси бўйича ясалади. Цельсий шкаласи абсолют шкаладан нолнинг ўрни билан фарқ қилади. Агар t — Цельсий градусларидаги температура, T — кельвинлардаги абсолют температура бўлса, у ҳолда тахминан

$$t = T - 273,15^\circ\text{C} \quad (4.2)$$

бўлади. Бу ифодадан фойдаланиб, Бойль—Мариотт қонунини ифодаловчи (4.1) тенгламани шундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$PV = P_0V_0 (1 + \alpha t), \quad (4.3)$$

бу ерда P_0 ва V_0 — газнинг $t = 0^\circ\text{C}$ температурадаги босими ва ҳажми, α — доимий коэффициент бўлиб, унинг сон қиймати тахминан

$$\alpha = \frac{1}{273,15} \text{ град}^{-1}$$

га тенг. Бу коэффициентнинг физик маъносини икки ёқлама талқин қилиш мумкин. Агар газнинг босими доимий сақланиб турилса, у ҳолда (4.3) формула $V = V_0(1 + \alpha t)$ формулага ўтади ва α газнинг ҳажмий кенгайиш коэффициенти эканлигини кўрсатади. Аксинча, агар газнинг ҳажми доимий сақланса, у ҳолда $P = P_0(1 + \alpha t)$ бўлади. Бундан кўришиб турибдики, $P - P_0$ катталик бошланғич температура $t_0 = 0^\circ\text{C}$ бўлганда температуранинг $t - t_0$ ортиш бирлигига тўғри келган газ босимининг ортиши экан. Бундай аниқланадиган катталик газ босимининг термик коэффициенти деб аталади. Идеал газлар учун ҳажмий кенгайиш коэффициенти билан босимнинг термик коэффициенти бирдай бўлади. PV кўпайтма билан температура орасидаги чиқиқли боғланишни белгиловчи (4.3) ва (4.1) формулалар бирор физик қонунни ифодаламайди, балки улар температура шкаласи яшаш учун танлаб олинган усулнинг натижасидир, холос. Обьектив физик қонун шундан иборатки, барча идеал газлар учун α коэффициент айни бирдир. Бу қонун Гей-Люссак қонунини (1778—1850) деб аталади. Ана шундай қонуннинг мавжудлиги туфайли температураларнинг идеал газ шкаласи юқорида айтиб ўтганимиздек, бошқа эмпирик температура шкалаларидан кўра афзалроқ ҳисобланади.

8. Идеал газ температуралар шкаласи ҳам ҳар ҳолда тўлиқ қониқтирадиган шкала деб бўлмайди. Қатъий қилиб айтганда, идеал газлар йўқ. Реал газларнинг табиатида эса Бойль—Мариотт ва Гей-Люссак қонунларидан четга чиқиш кузатилади, шу билан бирга бундай четлашишлар ҳар хил газлар учун турличадир. Шунинг учун турли газлар билан тўлдирилган газ термометрлари бири-бирига яқин бўлса-да, ҳар ҳолда фарқ қилувчи маълумотлар беради. Тўғри, бундай фарқ газларнинг сийракланиш даражаси ортгани сари нолга яқинлашиб боради. Бироқ барча температураларда ҳам бундай бўлавермайди. Минг ёки бир неча минг градуслардаги температураларда кўп атомли газлар диссоциациялана бошлайди, яъни уларнинг молекулалари атомларга ажрала бошлайди. Яна ҳам юқорироқ температураларда атомлар ионлаша бошлайди, яъни электронларга ва мусбат зарядланган ионларга ажралади. Шу туфайли газлар, гарчи уларнинг сийраклик даражаси ниҳоятда юқори бўлса-да, Бойль—Мариотт қонунига бўйсунмай кўяди. Бу газ термометрининг жуда юқори температуралар соҳасида температура шкаласини белгилаш учун яроқсиз эканлигини кўрсатади. Газ термометрлари, шунингдек жуда паст температураларни ўлчаш учун ҳам яроқсиздир — температура пасайганида барча реал газлар пировардида конденсацияланиб кетади. Агар термометр паст босимдаги гелий билан тўлдирилган бўлса, газ термометри билан ўлчаш мумкин бўлган энг паст температура тахминан 1 К бўлади.

Рационал температура шкаласи термометрик модданинг индивидуал хоссаларига боғлиқ бўлмаслиги керак. Бу шкала шундай ясалган бўлиши керакки, принцип жиҳатидан у ҳар қандай юқори ёки

паст температурани ўлчай олсин. *Термодинамиканинг иккинчи қонунига* асосланиб ясалган *температураларнинг абсолют термодинамик шкаласи* бу талабни қаноатлантиради. Бу шкала *Кельвин шкаласи* деб ҳам юритилади. Кельвин бу шкалани 1848 йилда биринчи марта таклиф қилган эди. Биз бу шкала билан 31- § да танишамиз.

Абсолют термодинамик шкала физикада *асосий температура шкаласи* бўлиб ҳисобланади. Газ термометри яроқли бўлган соҳаларда бу шкала деярли температураларнинг идеал газ шкаласидан фарқ қилмайди. Шунинг учун 4 К дан 1338 К гача (олтиннинг қотиш температураси нуқтаси) бўлган интервалда абсолют термодинамик шкала газ термометри ёрдамида амалга оширилади.

МАСАЛА

Ўзгармас ҳажмли газ термометри ҳолат тенгламасининг кўриниши $P + \pi(V) = \varphi(V) T$ бўлган идеал бўлмаган газ билан тўлдирилган, бу ерда $\pi(V)$ ва $\varphi(V)$ —ҳажмининг ихтиёрий функциялари, T — идеал газ термометри шкаласи бўйича температура. Термометр икки репер нуқта бўйича оддий усул билан даражаланади. Агар репер нуқталарнинг температуралари ҳар иккала ҳолда ҳам бирдай танланган бўлса, бу термометрнинг кўрсатишлари идеал газ билан тўлдирилган худди шундай термометрнинг кўрсатишлари билан бирдай бўлишини кўрсатинг.

5-§. Термометрларнинг турлари

1. Турли термометрлар орасида ўзининг сезгирлиги, ўлчашларининг аниқлиги ва қайта тикланувчанлиги жиҳатидан *газ термометри* ҳар қандай рақобатдан четда туради, бу термометрда температура индикатори термометр резервуарининг ҳажми ўзгармас бўлгандаги *газ босимидир*. Газ термометрининг шкаласи Кельвиннинг абсолют термодинамик шкаласи билан деярли аниқ мос келадики, бу термометрнинг катта афзаллиги ҳисобланади. Бироқ газ термометрининг тузилиши ва уни ишлатиш анча мураккаб — термометрларнинг ўлчамлари катта ва қўпол бўлиб, иссиқлик, мувозанати ҳолатига жуда секинлик билан келади. Шу сабабли техник мақсадларда газ термометрлари жуда кам ишлатилади. Улардан физик тадқиқотларда ҳам кам фойдаланилади, уларнинг ёрдамида паст температуралар ўлчанади. Газ термометрлари уларга қараб бошқа термометрларни даражалаш учун ишлатилади. Шу туфайли газ термометрлари *бирламчи* термометрлар, амалий ўлчашларда ишлатиладиган ва уларга қараб даражаланган бошқа термометрлар — *иккиламчи* термометрлар деб аталади. Ҳар бир иккиламчи термометрнинг албатта газ термометрига қараб даражаланиши шарт эмас. Газ термометрлари асосан стандартлар бюроси, метрология институтлари ва баъзи тадқиқот лабораторияларида иккиламчи термометрларни даражалаш учун ишлатилади. Одатда эса термометрларни даражалаш учун газ термометрларига қараб даражаланган етарлича аниқ иккиламчи термометрлардан фойдаланилади.

Иккиламчи термометрлардан энг аҳамиятлилари *суюқликли* (асосан симобли) *термометрлар*, *қаршилик термометрлари* ва *термоэлементлардир*.

2. Суюқликли термометрларнинг тузилиши ҳаммага маълум ва бу масала устида батафсил тўхташнинг ҳожати йўқ. Суюқликли термометрларнинг аниқлиги юқори бўлмайди. Шу сабабли ва бир қатор бошқа сабабларга кўра улар физик тадқиқотларда ҳамма вақт ҳам ишлатилавермайди. Уларнинг қўлланиш соҳалари паст температура томонидан суюқликларнинг хоссалари билан, юқори температуралар томонидан эса шишанинг хоссалари билан чеклангандир: температура пасайганида барча суюқликлар музлаб қолади, юқори температураларда шиша юмшоқланади. Шунга қарамай суюқликли термометрлар етарлича кенг температуралар соҳасида — тахминан -200°C дан $+600^{\circ}\text{C}$ гача қўлланиши мумкин. Суюқликли термометрларда ишлатиладиган суюқликларга қуйидагиларни киритиш мумкин: 1) пентан (температураларнинг -200 дан $+20^{\circ}\text{C}$ гача соҳаси), 2) этил спирти (-110 дан $+50^{\circ}\text{C}$ гача), 3) толуол (-70 дан 100°C гача), 4) симоб ($-38,86$ дан 600°C гача). Энг кенг тарқалгани симобли термометрлардир. Симобнинг қайнаш температураси нормал атмосфера босимида 357°C га тенг. Босим ортганида бу температура ҳам ортади (4 атм босимда қайнаш температураси 450°C га, 30 атм босимда эса 500°C гача кўтарилади). Шунинг учун 357°C дан юқори температураларни ўлчаш учун термометр капилляридаги симоб атмосфера босимидан юқори босим остида бўлиши керак. Шу мақсадда капилляр газ билан тўлдирилади. Газнинг босими 70 атм гача етиши мумкин. Бундай босимга чидаш учун капиллярнинг деворлари қалин бўлиши керак. Шкала эса капилляр деворининг ўзига ўйиб чизилади. Термометрларда ишлатиладиган бошқа суюқликлар симобдан аввало шу билан фарқ қиладики, улар капилляр деворини ҳўллайди. Бундай термометрларда суюқлик устунининг узилиб қолмаслиги учун капилляр фақат юқори температураларни ўлчаш учунгина эмас, балки ҳамма вақт газ билан тўлдирилиши керак.

3. *Қаршилик термометрларида* термометрик жисм соф металл, баъзида эса қотишмадан иборат сим бўлади; термометрик катталиқ сифатида эса электр қаршилик олинади. Металлларнинг электр қаршилиги температура ортгани сари ортиб боради. Температура бир градусга ортганида қаршилик ортишининг 0°C даги қаршиликка нисбати *қаршиликнинг температура коэффиценти* деб аталади. Кўпчилик соф металллар учун (хона температураси яқинида) бу коэффицент тахминан 0,4% га тенг. Металлар қаршилигининг температурага чизикли боғланиши фақат тақрибан сақланади. Бундай чизикли боғланишдан четлашиш айниқса паст температураларда аниқ намоён бўлади. Шунинг учун қаршилик термометрларининг шкаласи чизикли бўлмайди ва уларни газ термометрига қараб даражалаш керак бўлади.

Қаршилик термометрлари учун энг кўп қўлланиладиган металллар соф платина ва мисдир. *Платина термометр* температураларининг тахминан 10 дан 1100°C гача инвервалида, *мис термометр* эса суюқ водород температурасидан тахминан 120°C гача темпера-

тура интервалида қўлланилади. Қаршилик термометрларининг аниқлиги турли температуралар интервалида турлича бўлади. Платина термометр учун (температураларнинг 20 дан 70 К гача интервалида) бу аниқлик 0,01 К га, температураларнинг кичик фарқларини ўлчашда эса 0,001 К га тенг. Температураларни мис термометрлар билан ўлчаш аниқлиги тахминан бир тартибга камроқ бўлади. Қаршилик термометрларида бошқа материаллар ҳам қўлланилади, масалан, никель (Кюри нуқтасидан, яъни 376°С дан пастда), шунингдек, темирнинг никель билан (70 % га яқин никель ва 30 % га яқин темир) қотишмаси 0° дан 600°С гача паст температураларда қўлланилади. Паст температураларни ўлчаш учун (3,4 дан 273 К гача) соф индий ишлатилган қаршилик термометрларидан фойдаланиш мумкин.

Қаршилик термометрининг ясалиши унинг вазифасига кўра ниҳоятда турли-туман бўлиши мумкин. Платина термометр одатда жуда ингичка (диаметри 0,05—0,1 мм ва хона температурасидаги қаршилиги 10—100 Ом) платина симдан, бу симни изоляцияланган слюда, чинни ёки кварцдан қилинган каркасга маҳкамлаш йўли билан ясалади. Симнинг учлари мис симлар воситасида қаршиликни ўлчаш схемаси, масалан, Уитстон кўприкчаси (1802 — 1875) билан уланади.

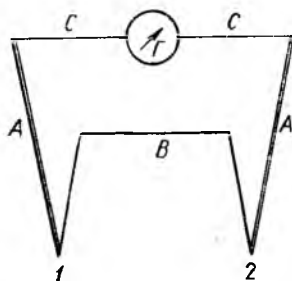
4. Қаршилик термометрларининг алоҳида тури *ярим ўтказгичли термометрлар* бўлиб, улар шунингдек, *термоқаршиликлар* ёки *термисторлар* деб ҳам аталади. Уларда термометрик жисм бўлиб ярим ўтказгич, масалан, кўмир ёки германий кристаллчаси хизмат қилади. Кўмир ва германийли қаршилик термометрлари 20 К дан паст температураларда қўлланилади. Ярим ўтказгичларнинг қаршиликлари температура ортиши билан камаяди. Уларнинг солиштирма қаршиликлари металларниқидан ўнлаб ва юзлаб марта катта. Қаршиликнинг температура коэффициентлари ҳам 10 марта катта. Шу туфайли ярим ўтказгичли қаршилик термометрлари қатта сезгирликка эга бўлгани ҳолда уларнинг ўлчамлари ниҳоятда кичик бўлиши мумкин. Бундай термометрлар билан градуснинг мингдан бир улушларигача бўлган температура ўзгаришларини ҳам аниқ ўлчаш мумкин.

5. Кўпчилик металл ва қотишмалар абсолют нолга яқин температураларда *нормал* ҳолатдан *ўта ўтказувчанлик* ҳолатига ўгади, бунда уларнинг электр қаршиликлари нолга айланади. Бироқ бундай ўтиш шунчалик кескин рўй берадики, тегишли материаллардан қаршилик термометрлари яшаш учун фойдаланишга имкон бермай қўяди. Паст температуралар термометриясида аралашма сифатида таркибида юздан бир неча процент қўрғошини бўлган фосфорли бронзадан ясалган қаршилик термометрлари бирмунча кенг тарқалган. Уларда нормал ҳолатдан ўта ўтказувчан ҳолатга ўтиш кучли чўзилган бўлади. 7 дан 1 К гача температура интервалида қаршилик деярли чизиқли камаяди.

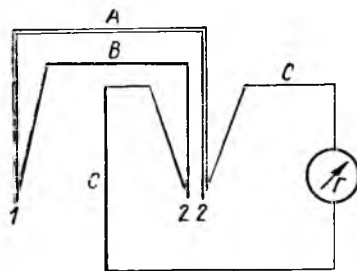
6. Термопарали термометрларнинг тузилиш принципи тўғрисида юқорида гапириб ўтган эдик. Термопарали термометр турли жинсли материаллардан қилинган ва учлари бирга пайвандланган икки *A* ва *B* симлардан иборат (1-расмга қ.). Агар кавшарланган

учларининг температуралари турлича бўлса, у ҳолда термопара занжирида электр токи пайдо бўлади. Кавшарлардан бирини таққослаш кавшари деб аталиб, унинг температураси доимий сақланади, масалан, эриётган музга ботириб қўйилади. Бу температура таянч температураси деб аталади. Ўлчаи кавшари деб аталадиган иккинчи кавшар температураси ўлчаниши керак бўлган жисм билан иссиқлик контактига келтирилади. Термопаранинг занжирига ҳосил бўлган электр юритувчи кучни ўлчаш учун милливольтметр уланади. Э. ю. к. нинг катталигига қараб ўрганилаётган жисмнинг температураси ҳақида фикрга келинади. Бундай термометрлар, масалан, газ термометри ёрдамида даражаланади. Температуралар фарқи кичик бўлганида кавшарлар орасида ҳосил бўладиган термо-э. ю. к. бу фарққа пропорционал бўлади.

Термопарани улашнинг принципиал схемаси 4-расмда кўрсатилган. Термопаранинг турли жинсли A ва B симлари қуюқ ва қўшалоқ чизиқлар билан, милливольтметрга келадиган C мис симлар ингичка чизиқ билан тасвирланган. Ҳар иккала 1 ва 2 кав-



4-расм.



5-расм.

шардан биттаси таққослаш ёки ўлчаш кавшари деб олиниши мумкин. A ва B симларнинг C симга уланган жойлари, шунингдек, C симнинг милливольтметрга уланган учлари бирдай температурага эга бўлиши керак, акс ҳолда қўшимча термоэлектр токи пайдо бўлиб, асбобнинг кўрсатишларини бузади. 5-расмда термопарали термометрни улашнинг янада мукамалроқ схемаси келтирилган. Таққослаш кавшари 2,2 аслида икки кавшардан иборат: A металлнинг мис билан ва B металлнинг мис билан кавшари. Бу икки кавшар исталган ўзгармас температурада сақланиши мумкин.

Термопаралар қимматбаҳо металллардан ҳам, қимматбаҳо бўлмаган металллардан ҳам ясалаверади. Қимматбаҳо бўлмаган металллардан ясалган термопараларга қуйидагиларни кўрсатиш мумкин:

1) мис-константан термопара (тахминан -200 дан $+350^{\circ}\text{C}$ гача қўлланилади);

2) темир-константан термопара (0 дан тахминан 750°C гача);

3) хромель-алюмель термопара (-200 дан 1100°C гача);

4) хромель-константан термопара (20 К дан 1000°C гача). (Хромель қотишмаси 90% Ni ва 10% Cr; алюмель қотишмаси эса 94% Ni, 3% Mn, 2% Al ва 1% Si дан иборат.)

Қимматбаҳо металллардан ясалган термопараларга қуйидагиларни кўрсатиш мумкин:

- 1) платина-родий термопара (1400—1600°С гача);
- 2) платина-иридий термопара (1500°С гача);
- 3) иридий-родий термопара (2200°С гача).

Платина-родий термопаранинг аҳамияти ниҳоятда каттадир. Бу термопарада ўтказгичлардан бири соф платинадан, иккинчиси эса 90% платина ва 10% родийдан қилинади. Бундай қотишмалардан ҳар иккала ўтказгичи тайёрланган термопаралар ҳам бўлади, бироқ унда ҳар иккала ўтказгичда платина ва родийнинг миқдори турлича бўлади. Жуда юқори температураларни ўлчаш учун (2600°С—3000°С) вольфрам-рений термопаралар ишлатилади.

Термопаранинг материали тегишлича танланганида термопаралар жуда кенг диапазондаги температураларни (тахминан 4 дан деярли 3000 К гача) юқори аниқлик билан (баъзи ҳолларда $\pm 0,01^\circ\text{C}$ гача аниқликда), катта сезгирлик билан (металл термопаралар учун $100 \text{ мкВ}/^\circ\text{C}$ гача ва ярим ўтказгичли термопаралар учун бир неча $\text{мкВ}/^\circ\text{C}$) ўлчаш мумкин. Бу термопаралар температураларнинг нисбатан кичик фарқларини баъзи ҳолларда $\pm 0,001^\circ\text{C}$ гача аниқликда ўлчашга имкон берадиган идеал асбоблардир. Термопаранинг бошқа афзалликлари орасида термопарани ясаш осон эканлиги, унинг иссиқлик сифимининг кичик бўлиши ва иссиқлик мувозанати қарор топиши учун оз вақт кетишини алоҳида таъкидлаб ўтиш лозим. Термопаранинг камчилиги паст температураларда термоэлектр юритувчи кучнинг кичик бўлишидир. Температура пасайиши билан термо-э. ю. к. камаяди, абсолют нолда нолга тенг бўлади. Бунда термопарали термометрнинг сезгирлиги ҳам пасаяди. Масалан, кўпинча паст температуралар соҳасида ишлатиладиган мис-константан термопаранинг сезгилиги хона температурасида кельвинга 40 микровольт, 90 К да кельвинга 17 га яқин, 20 К да эса кельвинга бор-йўғи 5 микровольтдир.

7. Жуда юқори температуралар — минг градус ва ундан юқори температураларни ўлчашда бундай температураларга чидаш берувчи ўтга чидамли термометрларнинг йўқлиги қийинчилик туғдиради. Етарлича юқори температураларда барча жисмлар эриб кетади. Бундай ҳолларда жисмларнинг температуралари ҳақида уларнинг нурлашларига қараб хулоса чиқарилади. Термометрик жисм родини нурлаётган жисмнинг ўзи, термометрик катталиқ родини эса *бу жисм нурлашининг интенсивлиги ўйнайди*. Бу принцип асосида ишлайдиган асбоблар *пирометрлар* деб аталади. Уларнинг ясалиши қизиган жисмларнинг *нур чиқариш қонунларига* асосланган бўлади. Бу қонунларни курсимизнинг оптика қисмида баён қиламиз.

8. Жуда паст (1 К дан паст) температураларни ўлчашда ҳам катта қийинчиликларга дуч келинади. Бу ҳолларда термометрнинг совитилаётган жисм билан иссиқлик контактига келтирилиши узоқ вақтгача иссиқлик мувозанатига олиб келавермайди. Бундан ташқари, одатдаги температураларни ўлчашда ишлатиладиган кўплаб

термометрик катталиклар жуда паст температуралар соҳасида яроқсиз бўлиб қолади: газнинг босими ўлчаб бўлмастик даражада камайиб кетади, қашилик температурага боғлиқ бўлмай қолади ва ҳ. к. Шунинг учун бунда совиятган жисмнинг температураси ҳақида жисмнинг физик хоссаларининг, масалан, магнит хоссаларининг ўзгаришидан бирор хулосага келинади. Бироқ бу йўлда жиддий ва ҳали батамом бартараф қилинмаган қийинчиликлар мавжуд бўлиб, бу қийинчилик бундай усул билан ўлчанган температурани температураларнинг термодинамик шкаласига мувофиқлаштириш билан боғлиқдир.

6-§. Халқаро амалий температура шкаласи

Абсолют термодинамик шкала бўйича температурани ўлчашнинг экспериментал қийинчиликлари *Халқаро амалий температура шкаласини* киритиш заруриятини келтириб чиқарди (МПТШ). Бундан кутилган мақсад шундай температура шкаласини яратиш эдики, бу шкаладан илмий ва техник асбобларни калибрлашда осон ва тез фойдаланиш мумкин бўлсин ва айти вақтда бу шкала ҳозирги замон ўлчашлар техникаси йўл қўйиши мумкин бўлган энг катта аниқликда термодинамик шкалани бера олсин. Бу шкалада санок боши қаерда олинишига қараб унинг бирликлари сифатида Кельвин ёки Цельсий градусини олиш мумкин. Шкала бир неча марта аниқлаштирилди. Охирги марта бундай аниқлаштириш 1968 йилда амалга оширилди.

1968 йил Халқаро амалий температура шкаласи (МПТШ-68) муайян температура қийматлари берилган ўн битта яхши қайд қилиниши мумкин бўлган температура нуқталарига (*бирламчи репер нуқталар*) асосланган. Бирламчи репер нуқталарнинг температуралари 1-жадвалда келтирилган. Бирламчи репер нуқталар орасида температура шкаласи *интерполяцион формулалар* ёрдамида белгиланади, бу формулалар температура ва бу нуқталар бўйича даражаланган стандарт термометрларнинг (платина термометр, платина-родий термопара, оптик пирометр) кўрсатишлари орасидаги муносабатни беради. Халқаро амалий температура шкаласи-68 қамраб оладиган бутун температуралар соҳаси қатор интервалларга бўлинади, бу интервалларнинг ҳар бирида температураларни қайд қилишнинг ўз методлари ва ўз интерполяцион формулалари тавсия қилинади.

13,81 К дан (водороднинг учланма нуқтаси) 630,74 °С гача (сурьманинг қотиш нуқтаси) платинали қаршилик термометри стандарт асбоб ҳисобланади. Бутун бу интервал бешта кичикроқ интервалга бўлинади, уларнинг ҳар бирида платинали термометр учун ўз интерполяцион формулалари ишлатилади. (Бу формулалар анча катта жой эгаллагани учун уларни келтириб ўтирмаймиз.)

630,74 °С дан олтиннинг қотиш температурасигача (1064 °С) Халқаро амалий температура шкаласи платина-родий (Pt 10Rh/Pt) термопара ёрдамида белгиланади. Агар термопаранинг бир кавшари 0 °С температурада турган бўлса, у ҳолда иккинчи кавша-

Таянч нуқта	Репер нуқталар МПТШ-68	Температура	
		К	°С
	H ₂ O нинг учланма нуқтаси	273,16	0,01
Бирламчи	H ₂ [*] нинг учланма нуқтаси	13,81	—259,34
	H ₂ [*] нинг қайнаш нуқтаси 25/76 атм да	17,042	—256,108
	H ₂ [*] қайнаш нуқтаси	20,28	—252,87
	O ₂ нинг учланма нуқтаси	54,361	—218,789
	O ₂ нинг қайнаш нуқтаси	90,188	—182,962
	H ₂ O нинг қайнаш нуқтаси	373,15	100
	Қотиш нуқталари:		
	Sn	505,1181	231,9681
	Zn	692,73	419,58
	Ag	1235,08	961,93
Au	1337,58	1064,43	
Иккиламчи	⁴ He нинг қайнаш нуқтаси	4,215	—268,935
	N ₂ нинг учланма нуқтаси	63,148	—210,002
	N ₂ нинг қайнаш нуқтаси	77,348	—195,802
	CO ₂ нинг сублимация нуқтаси	194,674	—78,476
	Hg нинг қотиш нуқтаси	234,288	—38,862
	H ₂ O нинг музлаш нуқтаси	273,15	0
	Феноксibenзиннинг учланма нуқтаси	300,02	26,87
	Қотиш нуқталари:		
	In	429,784	156,634
	Bi	544,592	271,442
	Cd	594,258	321,108
	Pb	600,652	327,502
	Қайнаш нуқталари:		
	Hg	629,81	356,66
	S	717,824	444,674
	Эвтектика қотиш нуқтаси:		
	Cu — Al	821,38	548,23
	Sb	903,89	630,74
	Al	933,52	660,37
	Cu	1357,6	1084,5
	Ni	1728	1455
	Co	1767	1494
	Pd	1827	1554
Pt	2045	1772	
Rh	2236	1963	
Ir	2720	2447	
W	3660	3387	

* орто- ва параводороднинг мувозанатли аралашмаси.

Эслатма. Учланма нуқталар температуралари ва 17,042 К температурадан ташқари бу жаadwalда келтирилган қийматлар бир стандарт атмосфера босимга тегишлидир.

рининг t температураси термопаранинг электр юритувчи кучи \mathcal{E} билан қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$\mathcal{E} = a + bt + ct^2,$$

бу ерда a , b , c , доимийлар сурьманинг, кумушнинг ва олтиннинг қотиш нуқталаридаги э. ю. к. ларни ўлчашдан ҳисобланади.

Репер нуқталарда Халқаро амалий температура шкаласи термодинамик шкалага жуда мос келади. Репер нуқталар оралиғида бу шкаланинг термодинамик шкаладан фарқланиши жуда кам бўлиб, кўпчилик амалий ҳолларда бу фарқни назарга олмаслик мумкин.

Олтиннинг қотиш температурасидан юқори температураларда жисмларнинг иссиқлик нуруланиши қонунларига асосан даражаланган оптик пирометр ишлатилади.

0,8 — 5 К диапазонда температура шкаласини аниқлаш учун, одатда, гелий тўйинган буғларининг босимини ўлчашдан фойдаланилади. 0,8 К дан пастда температура одатда ёки нодир³ Не изотопи буғлари босимини (0,4 К гача) ёки баъзи парамагнит тузларнинг магнит қабулчанлигини (10^{-3} К гача) ўлчаш йўли билан аниқланади.

7-§. Идеал газ қонунлари

1. *Бойль—Мариотт ва Гей-Люссак қонунларига қатъий бўйсунадиган газлар идеал газлар деб аталади.* Бу қонунлар (4.1) ва (4.3) тенгламалар билан ифодаланади, бунда фақат α доимий барча идеал газлар учун бирдай деган қўшимча шарт киритилади. Қолган барча газлар *реал* газлар деб аталади.

Идеал газнинг иссиқлик мувозанати ҳолатидаги температураси, босими ва ҳажмини характерловчи (4.1) тенглама *ҳолат тенгламаси* деб аталади. Бу тенгламага кирувчи S доимий массага пропорционал ва газнинг химиявий табиатига боғлиқ бўлади. Модда миқдорини ўлчаш учун янги бирлик — *моль* бирлигини киритамиз, унинг массаси турли моддалар учун турлича бўлади. Бирор модданинг моли деб шу модданинг S^{12} карбон изотопининг 12 г да қанча атом бўлса, шунча молекулага эга бўладиган миқдорига айтилади. Минг моль бир *киломоль* деб аталади. Шундай қилиб, таърифга кўра турли моддаларнинг бир молида айна бир хил сондаги молекулалар бўлади. Газларнинг кинетик назариясида идеал газлар учун *Авогадро қонуни* ўринли бўлишини кўрсатамиз. Бу қонунга муюефиқ *идеал газларнинг бирдай ҳажмларида бирдай температура еа бирдай босимда айна бир хил сондаги молекулалар мавжуд бўлади.* Бундан айна бир температурада турли идеал газларнинг бир моли учун PV кўпайтма бирдай қийматга эга бўлиши келиб чиқади. Молнинг граммларда ҳисобланган абсолют катталигини, шунингдек, газларнинг молекуляр массаларини ўлчаш шунга асосланган. Кислороднинг моли тахминан 32 г, азотнинг моли 28 г, водороднинг моли 2,016 г ва ҳ. к. эканлиги топилган. Бу сонлар айна вақтда тегишли моддаларнинг *молекуляр массалари* қийматларини ҳам беради.

1961 йилгача моль ва молекуляр массаларни аниқлаш *кислород шкаласига* асосланар эди. Икки кислород шкаласи — *физик* кислород шкаласи ва *химиявий* кислород шкаласи мавжуд эди. Физик шкалада кислороднинг асосий изотопи O^{16} га аниқ 16 атом массаси берилар эди. Химиявий шкалада кислород изотоплари табиий аралашмасининг ўртача атом массаси аниқ 16 га тенг деб олинар эди. Бироқ масс-спектрометрик ўлчашларда *углерод шкаласи* қулайроқ, чунки углерод кислородга қараганда анча кўпроқ барикматар беради. Шунинг учун 1961 йилда соф ва амалий химия Халқаро иттифоқи углерод шкаласини қабул қилди. Бу шкалада углерод C^{12} изотопининг атом массаси аниқ 12 га тенг деб олинган. Углерод шкаласи физик кислород шкаласидан жуда кам фарқ қилади.

Идеал газнинг бир моли ёки киломоли учун ҳолат тенгламаси

$$PV = RT \quad (7.1)$$

кўринишда ёзилади, бу ерда R доимий Авогадро қонунига мувофиқ барча газлар учун аynи бир қийматга эга. Шундай эканлигини Д. И. Менделеев (1834—1907) кўрсатган эди. (7.1) тенглама одатда *Клапейрон* (1799—1864) ёки *Менделеев — Клапейрон тенгламаси* деб аталади, R доимий эса *универсал газ доимийси* деб аталади. Унинг сон қийматини идеал газ молининг V ҳажмини нормаль босим ($P = 1,01325 \cdot 10^6$ дина/см²) ва 0°C ($T = 273,15$ К) температурада ўлчаб топиш мумкин. Ҳозирги маълумотларга кўра $V = (22413,6 \pm \pm 0,9)$ см³/моль. Бу қийматдан фойдаланиб, $R = (8,31434 \pm \pm 0,00035) \cdot 10^7$ эрг/(К · моль) = $(8,31434 \pm 0,00035)$ Ж/(К · моль) = $0,0821$ л · атм/(К · моль) эканлигини топиш қийин эмас.

Агар газнинг миқдори ν моль бўлса, у ҳолда Клапейрон тенгламаси қуйидаги кўринишга келади:

$$PV = \nu RT. \quad (7.2)$$

2. Энди идеал газлар аралашмаси учун ҳолат тенгламасини топамиз. Бунинг учун эмпирик равишда аниқланган *Дальтон* (1766—1844) *қонунидан* фойдаланамиз. Айтилик бирдай V ҳажмли турли идишларда аynи бир T температурада сақланаётган турли идеал газлар бўлсин. Бу газларнинг босимларини мос равишда P_1, P_2, P_3, \dots билан белгилаймиз. Агар барча газларни шу ҳажмда аралаштириб, аралашманинг аввалги T температураси сақланса, қандай P босим қарор топади? Дальтон қонунига кўра

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \quad (7.3)$$

P_1, P_2, \dots босимлар аралашмага кирувчи газларнинг *парциал босимлари* деб аталади. Шундай қилиб, Дальтон қонунига кўра *идеал газлар аралашмасининг босими бу газлар парциал босимларининг* йиғиндисига тенг. Айтилик, ν_i катталиқ i -газнинг моллари сони бўлсин. У ҳолда $P_i V = \nu_i RT$. Шунинг учун (7.3) муносабатнинг ҳар иккала қисмини V га кўпайтириб, қуйидаги ифодани оламиз:

$$PV = \nu RT,$$

бу ерда ν — аралашмадаги умумий моллар сони, яъни $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots$ катталиқ. Шундай қилиб, идеал газлар аралашмасининг ҳолат тенгламаси химиявий жиҳатдан бир жинсли бўлган идеал газнинг ҳолат тенгламаси сингари бўлар экан. Шунинг учун

идеал газнинг ҳолат тенгламаси асосида биз химиявий жиҳатдан бир жинсли газ билан иш кўраётимизми ёки бундай газларнинг механик аралашмаси билан иш кўраётимизми, айтиб бўлмас экан.

8-§. Ҳолат тенгламаси ва чексиз кичик процесслар учун ундан келиб чиқадиган натижалар

1. Тажриба шуни кўрсатадики, термодинамик мувозанат ҳолатида ҳажм V , босим P ва температура T фақат идеал газлар учунгина эмас, балки реал газлар учун ҳам, шунингдек, ҳар қандай физик жиҳатдан бир жинсли бўлган ва изотроп жисмлар учун ҳам функционал боғланишда бўлар экан. Бу функционал боғланишни

$$f(P, V, T) = 0 \quad (8)$$

тенглама билан ифодалаш мумкин. $f(P, V, T)$ функциянинг кўриниши турли жисмлар учун турличадир. (8.1) муносабат *жисмнинг ҳолат тенгламаси* деб аталади. Идеал газлар учун ҳолат тенгламаси бўлиб (7.1) Клапейрон тенгламаси хизмат қилади. Реал газлар фақат тахминий равишда Клапейрон тенгламасига бўйсунди. Бу ҳолда унга тузатмалар киритиш керак бўлади, биз буни VIII бобда кўрамиз.

Ҳолат тенгламаси физик бир жинсли жисмлар макроскопик хоссаларининг энг муҳим характеристикалари қаторига киради. Қириш сўзида айтилганидек, ҳолат тенгламасини назарий равишда термодинамиканинг умумий принципларидан келтириб чиқариш мумкин эмас. Термодинамика ҳолат тенгламасини ёки тажрибадан, ёки уни назарий келтириб чиқариш мумкин бўлган статистик физикадан олиб фойдаланади.

2. Ҳолат тенгламаси бўлгани учун P , V , T катталикларнинг термодинамик мувозанатдаги ўзгаришлари мустақил эмас, балки маълум муносабат билан боғланган. Агар ҳолат ўзгаришлари чексиз кичик бўлса, у ҳолда $f(P, V, T)$ функциянинг конкрет кўринишини билмаган ҳолда ҳам бу муносабатни аниқлаш мумкин. Бу мақсадда (8.1) тенгламани ўзгарувчилардан бирига, масалан, V га нисбатан ечамиз, яъни V ҳажмни қолган икки ўзгарувчи P ва T нинг функцияси сифатида ифодалаймиз: $V = V(P, T)$. Агар температурани ўзгармас сақлаб, босимни чексиз кичик dP катталикка ўзгартирсак, у ҳолда V ҳажм ҳам қуйидаги ифода билан аниқландиган чексиз кичик орттирмага эга бўлади:

$$d_1V = \left(\frac{dV}{dP}\right)_T dP.$$

$\left(\frac{dV}{dP}\right)_T$ ҳосиладаги T белгиси V ни P бўйича дифференциаллаганда T температура ўзгармас қолишини билдиради. Икки ёки бир неча аргументли бирор функцияни бу аргументлардан бири бўйича қолган барча аргументлар ўзгармас қолади деган фараз билан дифференциаллаганда олинadиган ҳосилалар математикада *хусусий ҳосилалар* деб аталади. Шундай қилиб, $\left(\frac{dV}{dP}\right)_T$ катталиқ ҳажм-

нинг босим бўйича ўзгармас температурада олинган хусусий ҳосиласидир. Энди P босим ўзгармайди, T температура эса чексиз кичик dT орттирмага эга бўлади, дейлик. У вақтда бунга мос ҳолда V ҳажмнинг орттирмаси шундай ифодаланади:

$$d_2V = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT.$$

Агар, ниҳоят, P босим ҳам, T температура ҳам ўзгарса, у ҳолда ҳажм орттирмаси юқори тартибли чексиз кичик сонларгача аниқликда $dV = d_1V + d_2V$ йиғинди билан ёки қуйидаги

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT \quad (8.2)$$

ифода билан аниқланади. Ана шу муносабат юқорида қўйилган масалани ечиб беради.

(8.2) муносабат dP ва dT нинг ҳар қандай чексиз кичик орттирмаларида ўринлидир. Шунинг учун dP ва dT орттирмалар мустақил ўзгарувчилар деб қаралиши мумкин. Бироқ P ва T нинг ўзгаришларига қандайдир чеклашлар қўйилган ҳолда ҳам (8.2) формула ўз кучида қолаверади. Фараз қилайлик, жисм шундай процесда иштирок этмоқдаки, бу процесда P босим T температуранинг муайян функцияси бўлсин. У ҳолда dP ва dT катталиклар мустақил бўлмай қоладилар. Масалан, доимий ҳажмдаги процес учун $dV=0$, (8.2) муносабат қуйидаги кўринишга ўтади:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT = 0.$$

Агар бу тенгламани $\left(\frac{dP}{dT}\right)$ га нисбатан ечилса, у ҳолда бундай йўл билан олинган катталик $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ хусусий ҳосилани беради, чунки dP ва dT ҳажм ўзгармас бўлгандаги босим ва температура орттирмаларини билдиради. Шундай қилиб,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T}.$$

Қуйидаги

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}$$

муносабат мавжудлигидан охирги айният шундай кўринишда ёзилиши мумкин:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_P, \quad (8.3)$$

буни яна шундай кўринишда ёзиш ҳам мумкин:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1. \quad (8.4)$$

3. Бу ерда ўқувчини (8. 4) нинг чап қисмидаги ифодани ∂P , ∂V ва ∂T га қисқартириб юбориш иштиёқидан қайтариб қўйишимиз керак. Бундай «қисқартириш» натижасида —1 чиқиши керак бўлган тўғри натижа ўрнига +1 натижа чиқиб қолган бўлар эди. Бундай қисқартиришнинг мумкин эмаслигининг сабаби шундаки, бу ердаги суратдаги ∂P , ∂V ва ∂T катталиклар махраждаги шундай катталиклардан бошқача маънога эга. Масалан, махраждаги ∂V температура T ўзгармас бўлганида босимнинг ∂P га ортишида ҳажм орттирмасини беради. Суратдаги ∂V катталик эса худди шу ҳажмнинг босим ўзгармас қолган шароитда температуранинг ∂T га кўтарилганидаги орттирмасидир. Шундай қилиб, гап ҳажмнинг мутлақо турли орттирмалари ҳақида бормоқда, шунинг учун ҳам ∂V га қисқартириш мумкин эмас. Бироқ (8. 4) формула кўрсатадики, расмий жиҳатдан бундай «қисқартириш» мумкин, бунда биз кўраётган ифоданинг ишораси ҳам ўзгартирилиши керак. Бу (8. 4) айнайтни эсда сақлаш учун қулай қондани беради.

(8.3) муносабат функциянинг функциясини дифференциаллаш қондасини эсга солади. Бу муносабат бу қондандан ўнг томонидаги минус ишорасининг бўлиши билан фарқ қилади. Бу яна ∂V катталикнинг (8.3) муносабатнинг сурат ва махражида, юқорида айтганимиздек турли маънога эга эканлиги билан тушунтирилади.

4. (8.3) ёки (8.4) айнайт физик бир жинсли изотроп модданинг иссиқликдан кенгайиш коэффициентини, босимнинг термик коэффициенти ва ҳар томонлама сиқилиш модули орасидаги боғлиқлиқни билдиради.

Иссиқликдан кенгайиш коэффициенти α деб, P босим ўзгармас сақланган ҳолда жисм 1°C қиздирилганда унинг ҳажм орттирмасининг 0°C даги V_0 ҳажмига нисбатига айтилади.

Шундай қилиб, таърифга мувофиқ, шундай ёзиш мумкин:

$$\alpha = \frac{V_{T+1} - V_T}{V_0} \quad (P = \text{const}).$$

Одатда ҳажм температура ўзгариши билан нисбатан секін ўзгаради. Шунинг учун келтирилган таъриф назарий жиҳатдан янада мукамалроқ бўлган

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (8. 5)$$

таърифдан деярли фарқ қилмайди.

Босимнинг термик коэффициенти β деб, ҳажм ўзгартирилмаган шароитда жисм 1°C қиздирилганда унинг босим орттирмасининг 0°C даги P_0 босимга нисбатига айтилади. Қайтадан чекли орттирмалардан ҳосилавий орттирмаларга ўтиб, шундай ёзишимиз мумкин:

$$\beta = \frac{1}{P_0} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \quad (8. 6)$$

Ниҳоят, модданинг ҳар томонлама сиқилиш модули (аниқроғи, изотермик модули) K деб, ўзгармас температурада чексиз кичик

босим орттирмасининг ушбу орттирма туфайли моддада юзага келган нисбий сиқилишга бўлган нисбатига айтилади:

$$K = \partial P : \left(-\frac{\partial V}{V} \right)_T = -V \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \quad (8.7)$$

(8.4) айният мавжудлигидан, α , β ва K катталиклар орасида қуйидаги муносабат бўлиши керак:

$$\frac{V_0}{P_0 V} \cdot \frac{\alpha K}{\beta} = 1. \quad (8.8)$$

Тажриба ҳақиқатан ҳам шундай муносабатнинг ўринли эканини ва шу туфайли P , V ва T катталиклар орасида функционал боғланиш мавжудлигини тасдиқлайди.

Мисол учун 0°C ва атмосфера босимидаги симобни олайлик. Кенгайиш коэффициентини

$$\alpha = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

га тенг, ҳар томонлама сиқилиш изотермик модули

$$K = 2,56 \cdot 10 \text{ атм.}$$

Бинобарин,

$$\beta = \frac{\alpha K}{P_0} = 46^\circ\text{C}^{-1}.$$

Бундан шу нарса келиб чиқадики, симобни 0 дан 1°C гача қиздирганда ҳажми ўзгармасдан қолиши учун босимни тахминан 46 атмосфера орттириш керак экан.

5. (8.3) ва (8.4) айниятларнинг тўғри бўлиши учун P , V ва T катталикларнинг физик маъноси қандай бўлиши аҳамиятга эга эмас. Улар P , V ва T катталиклар орасидаги функционал боғланишни фақат дифференциал шаклда ифодаловчи соф математик айниятлардир. $f(x, y, z) = 0$ функционал боғланиш билан боғланган x , y , z катталиклар қандай бўлмасин, уларнинг хусусий ҳосилалари орасида қуйидаги муносабат мавжуддир:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = - \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x \quad (8.9)$$

ёки

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1. \quad (8.10)$$

Бу математик айниятлар термодинамикада кенг қўлланилади.

9-§. Макроскопик параметрлар

1. Классик механикада механик системанинг оний ҳолати шу системани ташкил қилган зарраларнинг *координаталари* ва *тезликлари* билан аниқланади. Молекуляр физикада физик системалар ҳолатларини тавсифлашнинг бу методини тўғридан-тўғри қўллаш жисмни ташкил қилган барча молекулалар ва атомларнинг, шунингдек, электронлар, атом ядролари ва бошқа зарраларнинг вақт-

нинг ҳар бир пайтидаги координаталари ва тезликларини аниқлашга келтирилар эди. Бунчалик батафсил тавсифланадиган ҳолат *динамик ҳолат* ёки *микроскопик ҳолат* деб аталади. Квант механикаси микроҳолатларни тавсифлашнинг бошқа усулини беради, бироқ биз бу тўғрида тўхталмаймиз. Бироқ шу нарсани қайд қилиш муҳимки, макроскопик системаларнинг ҳолатларини бундай батафсил тавсифлаб ўтириш бу системалардаги зарралар сони улканлигидан, на фақат амалга ошириш мумкин бўлмай, балки шу билан бирга ҳеч қандай маънога ҳам эга эмас. Классик ёки квант механикаси нуқтаи назаридан микроҳолат тушунчаси фақат шу жиҳатдан фойдалики, бу тушунча *модданинг макроскопик хоссалари* билан боғланган ва бу ҳолатни аниқлашга хизмат қилади. Термодинамикада макроскопик системаларнинг мувозанат ҳолатлари анча қўпол — унча кўп бўлмаган сондаги турли *макроскопик параметрлар* ёрдамида тавсифланади. Бу параметрларга, масалан, системанинг босими, зичлиги, температураси, концентрацияси, җажми, электр ва магнит майдонларнинг кучланганлиги ва шунга ўхшашлар киради. Макроскопик параметрлар воситасида тавсифланадиган ҳолат *макроскопик ҳолат* ёки *макроҳолат* деб аталади. Термодинамикада ҳолат тушунчаси худди шу маънода қўлланилади. Газнинг мувозанат ҳолати термодинамик равишда, масалан, ташқи куч майдонлари бўлмаганда унинг массаси, химиявий табиати, босими ва температураси билан тўлиқ белгиланади. Газ қамалган V ҳажм мустақил параметр бўла олмайди, балки ҳолат тенгламасидан ҳисоблаб топилиши мумкин.

2. Молекуляр нуқтаи назардан макроскопик параметрларнинг маъносини аниқлаш учун мисол тариқасида газсимон, суюқ ёки қаттиқ жисмнинг зичлигини кўрайлик. Фазода фикран кичик V ҳажмдаги ўзгармас соҳани ажратиб оламиз. Бу ҳажмдаги модданинг массаси M бўлсин. V ҳажм ичидаги модданинг зичлиги деб $\rho = M/V$ нисбатга айтилади. Иссиқлик ҳаракати туфайли V ҳажмдаги молекулалар ва атомларнинг сони, улар билан бирга M масса ҳам вақт ўгиши билан узлуксиз ва тартибсиз ўзгариб туради. Бу ρ зичликнинг ҳам тартибсиз ўзгаришига олиб келади. Зичликнинг ва бошқа физик катталикларнинг бундай тартибсиз ўзгаришлари *флуктуациялар* деб аталади. ρ катталикнинг вақтнинг бир-биридан тенг оралиқдаги t_1, t_2, \dots, t_n пайтларидаги қийматларини $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ орқали белгилаймиз. Уларнинг ўртача арифметик қийматлари таърифга кўра $\frac{1}{n} (\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_n)$ га тенг бўлади. Таърибанинг кўрсатишича, ўзгармас ташқи шароитларда бу катталик n сони ва шунингдек, умумий кузатиш вақти $t_n - t_1$ [етарлича катта бўладиган муайян $\bar{\rho}$ лимитга интилади. $\bar{\rho}$ катталик] макроскопик тафсилотда жисмнинг зичлиги деб қабул қилинади. Агар V ҳажмда битта ёки унча катта бўлмаган сондаги молекулалар бўлса, у ҳолда ρ катталик оний қийматларининг унинг $\bar{\rho}$ ўртача қийматидан четлашишлари жуда катта бўлади — улар ρ зичликнинг ўзи билан таққосланарли бўлади. V ҳажмни катталаштирган сари

четлашишлар тобора камайиб боради. Молекулалар сони кўп бўлган катта ҳажмларда зичликнинг флукуациялари кам сезилади. Феноменологик термодинамика флукуацияларни назарга олмайди.

Газнинг бошқа макроскопик параметрлари, масалан, унинг босими ҳам ўзини худди зичлик сингари тутати. Газнинг идиш деворига бўлган босими иссиқлик тезликларида тартибсиз ҳаракатланаётган молекулаларнинг деворга берадиган зарбаларининг натижасидир. Девордан юзи S бўлган кичик участка ажратамиз. Айтайлик, F шу участкага келиб урилаётган молекулалар кучининг оний қиймати бўлсин. Сирт бирлигига нисбатан олинган куч $P = F/S$ га тенг. P катталиқ ҳам, худди зичлик сингари, вақт давомида тартибсиз ўзгариб туради. Термодинамикада P катталиқнинг оний қийматлари билан эмас, балки катта вақт оралиғидаги — битта зарбанинг давомийлигига, иккита кетма-кет бўлган зарбалар оралиғидаги вақт давомийлигига ёки бошқа характерли вақтларга қараганда жуда катта бўлган вақт оралиғидаги ўртача қийматлари билан иш кўрилади. Ана шу \bar{P} ўртача катталиқ макроскопик қарашда газнинг босими деб қабул қилинади. Газнинг босими бизнинг қўпол ўлчов асбобларимиз томонидан вақт жиҳатидан узлуксиз бўлган ва ўзи таъсир қилаётган сирт бўйлаб узлуксиз тақсимланган куч сифатида қайд қилиниши бу сиртни бомбардимон қилаётган молекулалар сонининг улканлиги, шунингдек, бундай зарраларнинг ниҳоятда кичиклиги билан тушунтирилади. Асбобларнинг сезгирлиги оширилганда босимнинг ўз-ўзидан тартибсиз тебранишлари — иссиқлик флукуациялари ҳам қайд қилиниши мумкин.

Бу мисоллардан кўриниб турибдики, макроскопик термодинамик параметрлар системанинг динамик ҳолатини характерловчи қандайдир функцияларнинг жуда катта вақт ораллиқларидаги *ўртача қийматлари* маъносини билдиради экан. Феноменологик термодинамика фақат шундай ўртача катталиқлар билангина иш кўради. Биз уларни ρ , P , V , . . . , деб белгилаймиз, яъни уларнинг устидаги чизиқчаларини ёки бошқа ўртача қийматларини билдирувчи белгиларини ташлаб юборамиз.

3. Системанинг ҳолатини ва унинг бошқа атрофдаги жисмларга муносабатини белгилувчи макроскопик параметрлар *ички* ва *ташқи параметрларга* бўлинади. Ички параметрлар *системанинг ички ҳолатини* белгилайди. Ташқи параметрлар билан системага таъсир қилаётган *ташқи жисмлар* ва *куч майдонлари* характерланади. Ички ва ташқи параметрларга мисоллар келтираемиз.

Газ қаттиқ деворли идишга қамалган дейлик. Идишнинг ҳажми ташқи жисмларнинг — деворларнинг вазияти билан аниқланади. Бу ташқи параметрдир. Газнинг идиш деворига босими унинг молекулаларининг иссиқлик ҳаракати тезликларига боғлиқ бўлади. Бу ички параметрдир. Агар газ икки ёки кўп атомли бўлса, у ҳолда уни қиздирганда газнинг молекулалари диссоциланади, яъни атомларга ёки атомлар группаларига ажралади. Янада қиздиришда газнинг атомлари ионлашади — зарядланган ионларга ёки электронларга парчаланиб кетади. Диссоциланган молекулалар сонининг уларнинг умумий сонига нисбати газ молекулаларининг

диссоциланиш даражаси деб аталади. Газнинг ионланиш даражаси ҳам худди шунга ўхшаб — ионлашган атомлар сонининг умумий атомлар сонига нисбати билан аниқланади. Газларнинг диссоциланиш ва ионланиш даражалари — ички параметрлардир. Газ электр майдонда қутбланади, магнит майдонда эса магнитланиб, газнинг электр ва магнит моментлари пайдо бўлади. Бу катталиклар ички параметрлардир. Газ қўйилган ташқи электр ва магнит майдонларнинг кучланганликлари эса ташқи параметрлардир.

Энди газ цилиндрда эркин силжиши мумкин бўлган поршень остида жойлаштирилган деб фараз қилайлик. Поршенда Q оғирликдаги юк турибди. Агар поршеннинг юзи S бўлса, у ҳолда Q юк поршень юзининг ҳар бирлигига $P = Q/S$ босим беради. Бу маънода P босим ташқи параметр бўлади, чунки у ташқи жисмнинг — Q юкнинг оғирлиги билан аниқланади. V газ ҳажми идишнинг қўзғалувчан девори — поршеннинг ҳолати билан аниқланади. Бироқ энди V ҳажм ички параметр бўлиб қолади, чунки юкли поршеннинг ҳолати газнинг поршенга кўрсатаётган ички босимига боғлиқ бўлади.

Термодинамик мувозанат ҳолатида ички параметр система ташқи параметрларининг ва система температурасининг бир қийматли функцияси бўлади. Бу тажриба далилларини умумлаштиришдан келиб чиққан қондадир. Бунга ҳолат тенгламаси мисол бўла олади. Ички параметр — газнинг P босими бу ерда газнинг температураси ва ташқи параметр — газ қамалган идишнинг V ҳажми билан бир қийматли аниқланади. Таърифланган умумий қонда аксиоматик термодинамиканинг муҳим постулатларидан бири ҳисобланади. Термодинамик мувозанат ҳолатида системанинг ички ва ташқи параметрлари орасидаги функционал боғланишни ифодаловчи тенглама система ҳолатининг *умумлашган тенгламаси* деб аталади.

II БОБ ТЕРМОДИНАМИҚАНИНГ БИРИНЧИ ҚОНУНИ

* *

10-§. Кириш

Термодинамиканинг биринчи қонуни шундай макроскопик ҳодисалар учун энергиянинг сақланиш қонунидирки, бу ҳодисаларда жисмларнинг ҳолатини аниқловчи муҳим параметрлардан бири температурадир. Бу қонун 19-асрнинг қирқинчи йилларида иссиқлик модда эмас, балки *жисмнинг қандайдир ички ҳаракати* эканлиги аниқланган вақтларда кашф қилинди.

Механикада энергия макроскопик ҳаракатнинг кинетик энергияси ва макроскопик жисмларнинг ташқи куч майдонларидаги потенциал энергиясидан ташкил топган бўлади. Механикада изоляцияланган система учун тўлиқ механик энергиянинг сақланиши, яъни унинг миқдори ўзгармаслиги исботланади. Бироқ, бу ҳамма вақт ҳам ўринли бўлмай, балки системада таъсирлашаётган барча кучлар *консерватив* бўлган ҳолдагина ўринлидир. Диссипатив кучлар — ишқаланиш кучлари бўлганида берк системанинг механик энергияси камаяди. Бироқ тажрибаларнинг кўрсатишича, диссипатив кучлар иш бажарганида ҳамма вақт иссиқлик ажралар экан. Маълум бўлишича, энергиянинг сақланиш принципи диссипатив кучлар бўлганида ҳам ўринли бўлар экан, фақат бунинг учун энергия тушунчасини унинг янги формасини, хусусан, *ички энергия* тушунчасини (унча тўғри бўлмаса-да, бу энергия *иссиқлик энергияси* деб ҳам аталади) киритиш билан кенгайтириш лозим. Бу иш Р. Майер (1814—1878), Жоуль (1818—1889), Гельмгольц (1821—1894) ва бошқа олимлар томонидан амалга оширилиб, энергиянинг сақланиш принципи унинг умумий физик маъносида шу олимларнинг номлари билан чамбарчас боғлангандир.

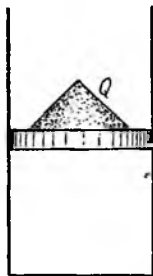
Атомистик нуқтаи назардан энергиянинг механик сақланиш қонунининг бузилиши макроскопик механиканинг барча ҳаракатлар ва куч ўзаро таъсирларини назарга олмаслиги билан тушунтирилади. Унинг диққат-эътиборидан *атомлар ва молекулаларнинг ички ҳаракатлари*, шунингдек, улар орасидаги ўзаро таъсир кучлари четда қолади. Диссипатив кучлар фақат макроскопик ҳаракатларни тавсифлаш учунгина ярайди. Атомлар ва молекулалар оламида ҳеч қандай диссипатив кучлар мавжуд эмас, барча кучлар консерватив ва гироскопикдир. Атомистик нуқтаи назардан ҳар қандай жисм улкан сондаги зарралар — атомлар ва молекулалар-

нинг консерватив системасидир. Бундай система учун энергиянинг механик сақланиш қонуни ўринли, бироқ бунинг учун бир шарт албатта бажарилиши керак, яъни макроскопик ҳаракат энергиясига *тартибсиз атом-молекуляр ҳаракат энергияси* қўшилиши лозим. Мана шу тартибсиз атом-молекуляр ҳаракат иссиқликдир. Бироқ изчил феноменологик термодинамика механик энергиянинг кенгайтирилган тушунчасини атомистик тасаввурларга мурожаат қилмасдан, фақат тажриба маълумотларини умумлаштиришдан иборат бўлган умумий принципларга таянган ҳолдагина киритиши керак. Ана шу тушунчани киритиш бизнинг асосий мақсадимиздир.

11-§. Квазистатик процесслар

1. Термодинамиканинг назарий методларида *квазистатик* ёки *квазимувозанат* процесслар деб аталувчи процесслар, яъни узлуксиз кетма-кет келувчи мувозанат ҳолатларидан иборат идеаллаштирилган процесслар кенг қўлланилади.

Мисол тариқасида поршенли цилиндрни олайлик, цилиндр ичида поршень ишқаланишсиз эркин ҳаракатлана оладиган бўлсин.



6-расм.

Цилиндрга газ қамалган бўлиб, поршень унинг устида ётган Q юк билан мувозанат ҳолатида ушлаб турилади (6-расм). Агар юкнинг бир қисмини олсак ёки янги юк қўшсак, у ҳолда мувозанат бузилади. Газнинг анчагина мураккаб бўлган ҳаракати ва юкли поршеннинг тебранишлари юзага келади. Лекин пировардида бу ҳаракатларнинг ҳаммаси сўнади ва биз кўраётган система қайтадан мувозанат ҳолатига келади. Бундай мувозанатсиз процесслар жуда мураккабдир. Квазистатик процесслар эса ниҳоят даражада содда. Газни цилиндрда квазистатик равишда кенгайтиш ёки сиқилишга мажбур қилиш учун, айтилик, поршеннинг устига юк қўйиш

ёки унинг юкини олиш чексиз кичик порциялар билан амалга оширилади. Аёнийлик учун поршень устига майда қум тўкилган деб фараз қилайлик. Бир қум заррасини олайлик ёки қўшайлик. Бунда мувозанатнинг бузилиши чексиз кичик бўлади. Мувозанат тиклангандан кейин иккинчи қум заррасини оламыз ёки қўшамиз. Бу ишни кўп марта такрорлаб, ниҳоят бутун юкни олиб ташлаш ва ёки уни ихтиёрий чекли катталиқка ўзгартириш мумкин. Юк билан бирга газнинг ҳажми ҳам чекли катталиқка ўзгаради. Бу процесс ҳар бири мувозанат ҳолатини ниҳоятда кам бузадиган чексиз кичик процессларнинг кетма-кетлигидан иборат. Ҳар бир қум заррасининг массаси нолга, қумларнинг сони чексизга интиладиган лимитда мувозанат ҳолатлар кетма-кетлигидан иборат бўлган чексиз секин процесс амалга ошади. Бундай лимит процесс *мувозанатли процесс* дейилади. Мантиқий жиҳатдан мувозанат процессини квазимувозанат ёки квазистатик процесстан фарқ қилиш керак. Бироқ шу нарсани назарда тутиш керакки, табиатда қатъий мувозанат процесси ҳеч вақт рўй бермайди. Шунинг учун кўплаб мулоҳазаларда квазимувозанат процессни «квази» олд

қўшимчасини қўшмаган ҳолда мувозанат процесс деб қўя қолинади. Биз ҳам ана шундай қисқартириш зарар қилмайдиган ҳолларда шундай қиламиз.

2. Квазистатик процессларнинг аҳамияти шундаки, улар термодинамик тадқиқотларни ниҳоятда осонлаштиради. Бу квазистатик процесс юз бераётган системанинг ҳолатини оний равишда тавсифлаш учун *мувозанат ҳолатни тавсифлашда қанча параметр керак бўлган бўлса, худди шунча параметр керак бўлиши билан тушунтирилади*. Газ бўлган ҳолда бундай параметрлар иккита — ҳажм ва температура. Мураккаброқ системалар учун параметрлар сони бошқача бўлиши мумкин, бироқ агар процесс квазистатик бўлса, параметрлар сони одатда кам бўлади. Аксинча, бирор мураккаб ноквазистатик процесс, масалан, суyoқлик ёки газнинг турбулент ҳаракати рўй бераётган системанинг ҳолатини тавсифлаш учун *чексиз кўп параметрлар* керак бўлади.

Квазистатик процесслар, агар бу сўзни асл маъносида тушуниладиган бўлса, ҳеч вақт табиатда рўй бермайди. Улар абстракциялардир. Бироқ уларга исталганча яқинлашиш мумкин. Чекли тезлик билан амалга ошадиган кўпгина реал процессларни тахминан квазистатик процесслар деб ҳисоблаш мумкин. Масалан, иссиқлик двигателлари ёки компрессорларнинг цилиндрларида газларнинг кенгайиш процессларини шундай ҳисоблаш мумкин. Товуш тўлқинидаги ҳавонинг сийракланиш ёки қуyoқлашиш (зичланиш) ларини ҳам тахминан квазистатик процесс деб қараш мумкин.

3. Термодинамикада кўпинча қуйидаги квазистатик процесслар учрайди: 1) *изохорик процесс* — ўзгармас ҳажмда рўй берадиган процесс ($V = \text{const}$); 2) *изобарик процесс* — бу процессда босим ўзгармас сақланади ($P = \text{const}$); 3) *изотермик процесс* — ўзгармас температурада амалга ошадиган процесс ($T = \text{const}$). Барча квазистатик процесслар сингари бу процессларни ҳам график равишда узлуксиз эгри чизиқлар билан тасвирлаш мумкин (келгуси параграфга қаранг). Тегишли графиклар *изохора* ($V = \text{const}$), *изобара* ($P = \text{const}$) ва *изотерма* ($T = \text{const}$) деб аталади.

12-§. Макроскопик иш

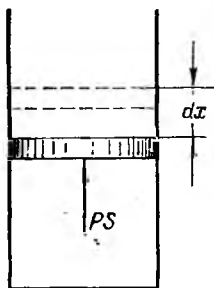
1. Яна поршенли цилиндрга қамалган газга қайтайлик (7-расм). Газнинг чексиз кичик квазистатик кенгайишда бажарган чексиз кичик ёки δA элементар ишини ҳисоблаймиз, бунда газнинг ҳажми dV га ортади. Газнинг поршенга босим кучи $F = PS$ га тенг бўлади, бунда S — поршеннинг юзи. Агар поршень dx масофага силжиса, у ҳолда газ $\delta A = Fdx = PSdx$ ёки

$$\delta A = PdV \quad (12.1)$$

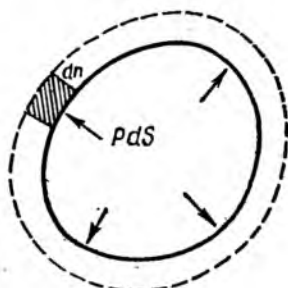
иш бажаради, чунки ҳажмнинг ортиши $dV = Sdx$ га тенг.

(12.1) ифода ўзгармас ташқи босим остида бўлган ҳар қандай жисм ҳажмининг квазистатик ўзгаришидан иборат умумий ҳолда ҳам ўринлидир. Айтайлик, газ юмшоқ эластик қобиққа қамалган бўлиб, бу қобиқ квазистатик кенгайсин (8-расм). Газнинг қобиқнинг dS юз элементи нормал бўйлаб dn масофага силжиганида ба-

жарган иши $Pd; dn$ ёки PdV га тенг, бу ерда $dV = dSdn$ — элементар ҳажм, 8- расмда бу ҳажм штрихлаб кўрсатилган. Қобиқнинг барча элементлари силжиганда бажарилган δA элементар ишни топиш учун PdV ифодани қобиқнинг иккита кетма-кет эгаллаган чексиз яқин вазияти орасидаги қатлам ҳажми бўйича интеграллаш керак. Бутун қобиқ бўйлаб P босим бирдай бўлганидан, уни интеграл остидан ташқарига чиқариш мумкин. Шундай йўл билан



7- расм.



8- расм.

$\delta A = PfdV = P\Delta V$ ҳосил бўлади, бу ерда ΔV — биз юқорида айтган қатламнинг ҳажми бўлиб, кўрилатган процессда газ ҳажмининг ортишига тенгдир. Унинг учун аввалги dV белгилашни қўлласак, биз яна (12.1) формулага келамиз. Бу формуладан фойдаланиш учун қобиқ ичига газ тўлдирилган бўлиши шарт эмас. Формула ўзгармас босим остида бўлган ҳар қандай модда учун ҳам ўринлидир. Шунингдек, қобиқнинг бўлишини ҳам аҳамияти йўқ. Жисмнинг сирти ҳам қобиқ ролини ўйнаши мумкин.

Квазистатик процесслар бўлган ҳолда газнинг P ички босими лимитда ҳамма вақт поршенга бўладиган P_T ташқи босимга тенг бўлади. Фақат шундагина газнинг ички ҳолати P ва V дан иборат икки параметр билан характерланиши мумкин ва фақат шундагина процесс мувозанатли бўлиши ҳамда чексиз секин амалга ошиши мумкин. Акс ҳолда поршеннинг тезланишли макроскопик ҳаракати ва газ қисмларининг чекли тезликдаги ҳаракати юзага келиб, энди газнинг ички ҳолатини тавсифлаш учун чексиз кўп параметрлар керак бўлади. Агар процесс ноквазистатик, бироқ ташқи босим системанинг бутун сирти бўйлаб бирдай бўлса, у ҳолда ташқи кучларнинг бажарган иши

$$\delta A_T = -P_T dV \quad (12.2)$$

ифода билан берилади. Квазистатик процесслар учун $P_T = P$, шунинг учун $\delta A_T = -\delta A$. Тезланиш билан амалга ошадиган мувозанатсиз процесслар учун, умуман айтганда, бу нарса ўринли эмас ва системанинг иши учун ҳеч қандай содда ифода ёзиб бўлмайди. Шундай қилиб, (12.1) формула фақат квазистатик процессларга тааллуқлидир. Бу параграфда барча процесслар квазистатик процесслар деб фараз қилинади.

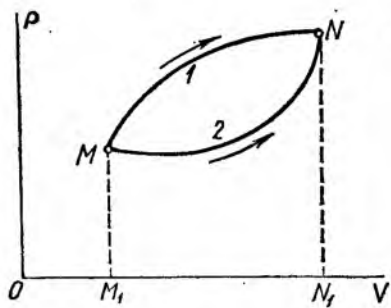
2. δA элементар ишдан чекли процессдаги ишга ўтиш учун қуйидаги интегрални ҳисоблаш керак:

$$A = \int P \, dV. \quad (12.3)$$

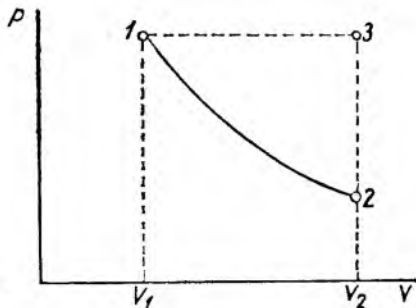
Бироқ фақат босим V ҳажмнинг муайян функцияси бўлган ҳолатдагина бундай ҳисоблашни бажариш мумкин. Бунинг устига, ҳолат тенгламасига мувофиқ, P фақат V ҳажмгагина эмас, балки T температурага ҳам боғлиқ. Процесс давомида системанинг температурасини турли йўллар билан ўзгартириб, системани бошланғич ҳолатдан охириги ҳолатга чексиз кўп усуллар билан ўтказиш мумкин. Бу усулларнинг ҳар бирига ўзининг $P = P(V)$ функцияси ва (12.3) формуладаги интегралнинг ўз қиймати тўғри келади. Шундай қилиб, A иш системанинг бошланғич ва охириги ҳолатлари билан аниқланмайди. Унинг катталлиги системанинг бошланғич ҳолатдан охириги ҳолатга ўтиш усулларига ёки «йўлига» ҳам боғлиқ бўлади. Бундай тур катталликлар ҳолат функциялари бўлмайди, деб гапирилади. Аксинча, системанинг ҳар бир ҳолатида ягона аниқ қийматларга эга бўлган катталликлар ҳолат функциялари деб аталади. Термодинамик мувозанат ҳолатида системанинг температураси шундай катталикдир.

3. Масаланинг моҳиятини график метод ёрдамида таҳлил қилиш ҳаммадан осон ҳисобланади. Бу метод физик бир жинсли ва изотроп бўлган жисмнинг мувозанат ҳолати икки параметр, масалан, V ва P билан тўла аниқланишига асосланган. Температура T бу параметрлар бўйича $T = T(V, P)$ ҳолат тенгламасидан топилиши мумкин. Жисмнинг ҳолати координаталар текислигидаги нуқта билан бериледи, бунда горизонтал ўқ бўйлаб V ҳажм, вертикал ўқ бўйлаб P босим қўйилади. Бундай текислик қисқача VP текислиги деб аталади. Системада квазистатик процесс юз бераётганида унинг ҳолатини ифодалайдиган нуқта VP текислигида узлуксиз эгри чизиқни чизади. Шундай қилиб, квазистатик процесслар узлуксиз эгри чизиқлар билан ифодаланади. V, P ўзгарувчилар ўрнига T, V ёки T, P ўзгарувчилардан фойдаланиш мумкин. Бироқ ишни график тасвирлаш учун энг қулайи V, P ўзгарувчилардир. Мувозанатсиз ҳолатлар ва мувозанатсиз процессларни текисликдаги нуқталар ва эгри чизиқлар билан тасвирлаш мумкин эмас, чунки мувозанатсиз ҳолатларни тавсифлаш учун иккита параметр етарли эмас. Мувозанатсиз ҳолатлар, умуман айтганда, чексиз кўп параметрлар билан характерланади.

Система M ҳолатдан N ҳолатга MIN эгри чизиқ бўйлаб квазистатик ўтсин (9-расм). Бу эгри чизиқ P босимни V ҳажмнинг етарлича аниқ функцияси сифатида аниқлайди. Бундан кейин системанинг A иши бир қийматли аниқланади. Бу иш сон жиҳатидан $M_1MINN_1M_1$ «эгри чизиқли трапециянинг» юзига тенг. Агар системани ўша бошланғич ҳолатдан ўша охириги ҳолатга бошқа $M2N$ эгри чизиқ бўйлаб ўтишга мажбур қилинса, бу ўтишга мос бўлган A_1 иш бошқа $M_1M2NN_1M_1$ юз билан тасвирланади. Умуман айтганда, $A_1 \neq A$.



9- расм.



10- расм.

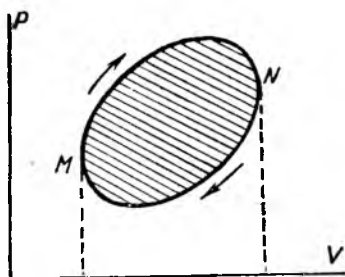
Масалан, бир моль идеал газнинг изотермик кенгайишда (яъни газнинг температураси ўзгармас сақланган ҳолда кенгайишида) бажарган ишини ҳисоблайлик. Аёнийлик учун поршени устига юк қўйилган цилиндр ичидаги газни кўз олдимизга келтирайлик. Поршенга бўлган юкни секин ва узлуксиз камайтириб борамиз ва айна вақтда кенгайиш вақтида унинг температураси ўзгармасдан қолиши учун газни қиздирамиз. Газнинг кенгайиш процесси график тарзда VP текислигида $PV = RT = \text{const}$ гипербола билан тасвирланади (10- расм). Газнинг бажарган иши

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (12. 4)$$

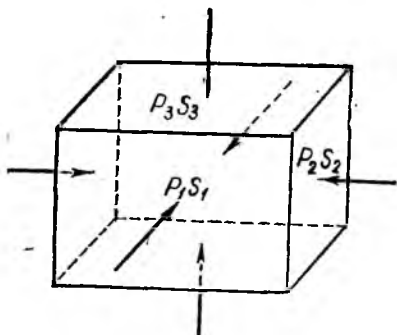
га тенг бўлади.

Газни 1 бошланғич ҳолатдан 2 охирги ҳолатга бошқа чексиз кўп усуллар билан ўтказиш мумкин. Масалан, газнинг босимини ўзгармас сақлаган ҳолда (поршенга бўлган юкни ўзгартирмаган ҳолда) газни қиздириш ва бунда унинг ҳажмини $V = V_2$ қийматгача етказиш мумкин. Бу процесс 10- расмда 1—3 горизонтал тўғри чизиқ билан тасвирланган; бунда газ $A_1 = P_1(V_2 - V_1)$ иш бажаради. Сўнгра поршени қўзғалмас маҳкамлаб ва газни совитиб, унинг босимини P_2 қийматгача келтириш мумкин. Бу процессда иш бажарилмайди; 10- расмда бу процесс 3—2 тўғри чизиқ билан тасвирланган. Бунинг натижасида система $A_1 = P_1(V_2 - V_1) > A$ иш бажариб, худди ўша 2 ҳолатга ўтади. Бу мисол шунни кўрсатадики, бажарилган иш фақат бошланғич ва охирги ҳолатларгагина эмас, балки системанинг бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтиш усулига (ёки йўлига) ҳам боғлиқ бўлар экан. Демак, иш ҳолат функцияси бўлмайди.

4. Агар ўзгаришлар натижасида система ўзининг бошланғич ҳолатига қайтган бўлса, у ҳолда система доиравий процесс ёки цикл бажарди, деб гапирилади. Бундай процесс, агар у квазистатик бўлса, VP диаграммада берк эгри чизиқ билан тасвирланади (11- расм). Системанинг доиравий процессда бажарган иши сон жиҳатидан 11- расмда штрихланган цикл юзига тенг. Бунда агар системанинг



11- расм.



12- расм.

ҳолатини тасвирловчи нуқта циклни соат стрелкаси йўналишида тавсифласа, системанинг иши мусбат бўлади. Агар цикл соат стрелкасига қарама-қарши йўналишда ўтса, у ҳолда бажарилган иш манфий бўлади.

5. Биз элементар ишнинг ифодасини топдик ва ташқи ўзгармас босим остида турган газ ёки изотроп бир жинсли жисм мисолида бу катталиқнинг хоссаларини аниқладик. Бундай системаларнинг ички ҳолати иккита параметр, масалан, P ва V билан аниқланади. Шунинг учун уларни *содда системалар* ёки *икки эркинлик даражали системалар* деб аташ мумкин. Эркинлик даражалари кўп бўлган системалар ҳам бўлиши мумкин, уларнинг ички ҳолатлари T температура ва қандайдир $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ташқи параметрлар билан аниқланади. Бу ҳолда ҳам иш аввалгидек системанинг бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтиш йўлига боғлиқ бўлади, бироқ (12.1) формуланинг ўрнига энди

$$\delta A = A_1 da_1 + A_2 da_2 + \dots + A_n da_n \quad (12.5)$$

формулани ёзиш керак бўлади, бу ерда A_1, A_2, \dots, A_n — a_1, a_2, \dots параметрларнинг ва T температуранинг функцияси бўлиб, *умумлашган кучлар* деб аталади. Масалан, бир жинсли изотоп моддадан қилинган тўғри бурчакли параллелепипедни кўрайлик (12- расм). Агар унинг ёқларига P_1, P_2, P_3 нормал босимлар таъсир қилаётган бўлса, у ҳолда система бажараётган элементар иш

$$\delta A = P_1 S_1 dx_1 + P_2 S_2 dx_2 + P_3 S_3 dx_3$$

га тенг бўлади, бу ерда dx_1, dx_2, dx_3 — параллелепипед қирраларининг узайишлари, S_1, S_2, S_3 — тегишли ёқларнинг юзлари. Умумлашган кучлар $A_1 = P_1 S_1, A_2 = P_2 S_2, A_3 = P_3 S_3$ ифодалар билан аниқланади.

13-§. Адиабатик қобикдаги системалар учун термодинамиканинг биринчи қонуни

1. Термодинамик система уни бошқа жисмлардан ажратиб турган, қандайдир қобикқа ўралган деб фараз қилайлик. Қобикнинг турли қисмлари силжий олади. Мисол тариқасида ичига газ

қамалган поршенли цилиндрни кўрсатиш мумкин. Қобиқнинг ичида системанинг ҳолатини турли усуллар билан ўзгартириш мумкин. Бундай йўллардан бири қобиқ қисмларини механик равишда силжитиш ёки умуман, температура билан биргаликда системанинг ички ҳолатини аниқлайдиган ташқи параметрларни ўзгартиришдан иборат. Бу усул, одатда, механик иш бажариш билан амалга оширилади. Ташқи кучларнинг қобиқни силжитиш ёки ташқи параметрларни ўзгартириш билан боғлиқ бўлган иши система устида бажарилган макроскопик иш деб аталади. Системанинг ўзи бажарадиган ва A билан белгиланадиган ишдан фарқ қилиб бу ишни A_T билан белгилаймиз. Олдинги параграфда квазистатик процессларда A ёки A_T ишни ҳисоблаш формулаларини келтирган эдик. Бу ҳолда ҳамма вақт $A = -A_T$ бўлади. Энди процесс квазистатик бўлиши шарт бўлмаган янада умумийроқ ҳолни кўрамиз, бунда умуман айтганда, $A \neq A_T$ бўлади. Ишнинг бажарилиши албатта система ҳажмининг ўзгариши билан боғлиқ, деб ўйламаслик керак. Масалан, Жоулнинг ҳаммага маълум бўлган иссиқликнинг механик эквивалентини аниқлашга доир тажрибаларида аралаштиргичнинг парраклари система, масалан, сув турган қобиқнинг таркибий қисмлари бўлади. Аралаштиргични айлантирганда система устида механик иш бажарилади. Бу иш калориметрдаги сувнинг исишида намоён бўлади.

Система устида механик иш бажарилганда системанинг ички ҳолати ўзгаришига доир бошқа мисол келтирамиз. Плексигласдан қилинган қалин деворли найни оламиз, бу найга зич қилиб поршен киритилади. Поршеннинг пастки қисмига пироксилинли пахтанинг кичик парчасини ёпиштириб қўямиз. Поршени тез силжитганимизда найдаги ҳаво шунчалик қаттиқ қизийдики, пироксилин алангаланиб кетади (пневматик ёки ҳаво ёрдамида ўт олдириш).

Бироқ қобиқдаги жисмларнинг ҳолатини қобиқ деворларини механик силжитишсиз ҳам ўзгартириш мумкин. Масалан, Жоул калориметридаги сувни ёки олдинги тажрибадаги найдаги ҳавони газ горелкасида уларнинг аввал қобиқ деворларини механик силжитиш йўли билан қиздирилган температураларигача қиздириш мумкин. Натижада бу жисмлар худди ўша охириги ҳолатларига келади. Қобиқдаги жисмларнинг ҳолатини, шунингдек, уларга ташқаридан турли куч майдонлари, масалан, электр ёки магнит майдонлар билан таъсир қилиб ҳам ўзгартириш мумкин. Умуман, қобиқдаги системанинг ҳолатини уни ўраб турган жисмларнинг ташқи параметрлари ва температурасини ўзгартириш йўли билан ўзгартириш мумкин.

2. 1- § да хусусий ҳоллар учун адиабатик қобиқ тушунчаси киритилган ва тахминан адиабатик бўлган қобиқларга мисоллар келтирилган эди. Энди адиабатик қобиқнинг умумий тарифини берайлик. Агар ташқи параметрларнинг қийматлари ўзгармас сақланган ҳолда қобиқдаги системани ўраб турган жисмлар температурасининг ҳар қандай ўзгаришида шу системанинг ҳолати ўзгаришсиз қолса, бундай қобиқ *адиабатик қобиқ* деб аталади. Шундай қилиб, адиабатик қобиқдаги системанинг ҳолатини фақат ташқи параметрларни ўзгартириш билангина ўзгартириш мумкин. Адиабатик

қобиқ ичида бўлган система *адиабатик изоляцияланган система* деб аталади.

3. Термодинамикада энергия тушунчасини кенгайтиришга имкон берувчи асосий қоида қуйидагидан иборат. *Агар жисмлар системаси адиабатик изоляцияланган бўлса, у ҳолда бу система устида ташқи кучлар бажарган иш фақат системанинг бошланғич ва охириги ҳолатларига боғлиқ бўлади, бироқ системанинг бошланғич ҳолатдан охириги ҳолатга қандай йўл ёки усул билан ўтишига мутлақо боғлиқ бўлмайди.* Бу қоида 12- § да келтирилган ишнинг ўтиш йўлига боғлиқ бўлиши ҳақидаги хулосамизга зид келмайди. Гап шундаки, ҳозир биз мумкин бўлган барча ўтиш йўлларини эмас, балки системанинг адиабатик изоляцияси сақланадиган йўлларнигина кўряпмиз.

Бу келтирилган қоидани термодинамиканинг биринчи қонунини ифодаловчи постулат деб қабул қиламиз. Бу қоиданинг тўғрилиги тажрибада тасдиқланади. Бу постулатни тасдиқловчи *севосита тажриба сифатида Жоулнинг иссиқликнинг механик эквивалентини аниқлашга доир классик тажрибаларини келтириш мумкин.* Бу тажрибалар ҳаммага маълум ва уларни такрорлаб ўтиришга ҳожат йўқ. Бироқ бу тажрибалар исбот қиладиган нарсаларни аниқ таърифлаб ўтиш керак. Жоуль тажрибаларида калориметрнинг деворларини анча аниқ яқинлаштириш билан сув ёки бошқа суюқлик солинган адиабатик қобиқ деб қабул қилиш мумкин. Агар калориметрдаги суюқлик тинч турган бўлса, унинг ҳолати икки параметр, масалан, босим ва температура билан аниқланади. Жоуль тажрибаларида босим ўзгармас сақланган эди. Тинч турган суюқликнинг ҳолатини тўла аниқловчи ягона ўзгарувчан параметр температурадир. Калориметрдаги суюқликнинг ҳолатини турли усуллар билан ўзгартириш мумкин. Калориметрдаги аралаштиригич ва тўсиқни турли шаклларда танлаш, уларни турли материаллардан тайёрлаш, уларнинг сонини ва жойлаштиришни ўзгартириб туриш, қисқаси, калориметрнинг тузилишини хоҳлаганча ўзгартириш мумкин. Аралаштиригични секин ва тез, текис ва нотекис айлантириш мумкин. Суюқлик оралиқ ҳолатларда тинч ламинар ҳаракат қилиши ёки унинг ҳаракати жўшқин ва турбулент бўлиши мумкин. Буларнинг ҳаммаси процесснинг ўтиши ва тезлигида ўз аксини топади. Бироқ Жоуль тажрибалари системани бир аниқ белгиланган ҳолатдан иккинчи худди шундай аниқ белгиланган ҳолатга ўтказиш учун зарур бўлган механик иш системани бошланғич ҳолатдан охириги ҳолатга ўтказиш усулига боғлиқ эмаслигини кўрсатди. Жоуль тажрибаларининг натижалари ҳам энг аввало шунга келтирилади. Жоуль тажрибаларининг иккинчи натижаси иссиқлик механик эквивалентининг сон қийматини аниқлашдан иборат.

Бироқ термодинамика биринчи қонуни постулатининг тўғрилиги фақат Жоуль тажрибаларига ўхшаш бевосита тажрибаларда исботланиш билан чекланмайди. Постулат ҳодисаларнинг механизмига батафсил берилмай, кўплаб натижалар ва миқдорий муносабатлар олишга имкон беради. Унинг билишдаги улкан аҳамияти ҳам ана шундадир. Тажрибада тасдиқланадиган бундай натижалар ва

миқдорий муносабатлар постулатнинг ҳар қандай бевосита тажрибага қараганда анча аниқроқ ва ишончлироқ исботини беради.

4. Яна бир муҳим фикрни айтиб ўтамиз, биз кейинги параграфда ана шу фикрга таяниб иш кўрамиз. Аралаштиргични айлантирганда Жоулнинг адиабатик деворли калориметрида сув ҳамма вақт исийди, бироқ ҳеч вақт совимайди. Шунинг учун аралаштиргични айлантириш билан сувни унинг охириги ҳолатидан дастлабки ҳолатига адиабатик қайтариб бўлмайди. Келгусида термодинамиканинг иккинчи қонуни асосида ҳеч қандай усул билан ҳам бундай қайтаришнинг мумкин эмаслиги кўрсатиб ўтилади, фақат бу ерда шарт шуки, сув адиабатик изоляцияланган бўлиши керак. Бу айтилган фикр ҳар қандай термодинамик система учун ҳам тегишлидир. Агар адиабатик изоляцияланган система 1 ҳолатдан 2 ҳолатга ўтса, у ҳолда 1 ҳолатга тескари адиабатик ўтиш имкони бўлмаслиги мумкин. Шундай қилиб, системани қандайдир бир ҳолатдан бошқа ихтиёрий берилган ҳолатга адиабатик ўтказиш ҳамма вақт мумкин бўлавермайди. Бироқ 1 ва 2 ҳолатлар қандай бўлмасин, тажриба икки адиабатик ўтишдан биттаси: ёки 1 ҳолатдан 2 ҳолатга ўтиш, ёки 2 ҳолатдан 1 ҳолатга тескари ўтиш ҳамма вақт мумкин эканлигини кўрсатади*. Бироқ бундай ўтишларни амалга ошириш учун фақат квазистатик процессларнинг ўзи етарли эмас, бунинг учун мувозанатсиз адиабатик процесслар ҳам керак бўлади. Мисол учун Жоуль калориметридаги сувнинг икки ҳолатини кўрайлик: 1 ҳолат 20°C температурадаги ва 2 ҳолат 30°C температурадаги ҳолатлари бўлсин. Калориметрдаги босим ўзгармас сақлангани учун сувнинг ҳолати температуранинг берилган катталиги билан тўла белгиланади. Сувни исиганроқ 2 ҳолатдан совуқроқ 1 ҳолатга адиабатик ўтказиш мумкин эмас. Бироқ 1 ҳолатдан 2 ҳолатга тескари адиабатик ўтиш мумкин ва бундай ўтиш деярли Жоуль тажрибаларида амалга оширилади.

14-§. Ички энергия

1. Ички энергия тушунчаси термодинамик системаларнинг фақат мувозанат ҳолатларигагина тегишлидир. Шунинг учун биз бу ерда системанинг бошланғич ва охириги ҳолатлари мувозанат ҳолатлар, деб фараз қиламиз. Бироқ системани бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ва бинобарин, оралиқ ҳолатларга ўтказувчи процесслар, умуман олганда, мувозанатсиз бўлиши ҳам мумкин.

Системанинг U ички энергияси деб шундай ҳолат функциясига айтиладики, системанинг адиабатик қобиқда амалга ошираётган ҳар қандай процессида бу функциянинг орттирмаси системанинг бошланғич ҳолатдан охириги ҳолатга ўтишида ташқи кучларнинг система устида бажарган ишига тенгдир. Бундай ҳолат

* Аввалдан бўлса ҳам айтиб ўтайлик, термодинамиканинг иккинчи қонуни системанинг ҳолат функцияси—энтропияни киритади, бу функция ёрдамида у ёки бу процесс мумкин ёки мумкин эмаслигининг умумий критерийсини аниқлаш мумкин. Бу критерийга мувофиқ, адиабатик изоляцияланган системада фақат энтропия ортадиган ёки энтропия ўзгаришсиз қоладиган процессларгина мумкиндир.

функциясини киритиш имконияти адиабатик қобиқда система устида бажарилган ишнинг фақат система бошланғич ва охириги ҳолатига боғлиқ бўлиб, ўтиш усулларига боғлиқ эмаслигига асосланади. Системанинг бошланғич ҳолатини 1 индекси билан, охириги ҳолатини 2 индекси билан белгилаймиз. Шундай қилиб, агар система адиабатик қобиққа жойлаштирилган бўлса, у ҳолда

$$U_2 - U_1 = A_{12}^{\text{ташқи}} \quad (14. 1)$$

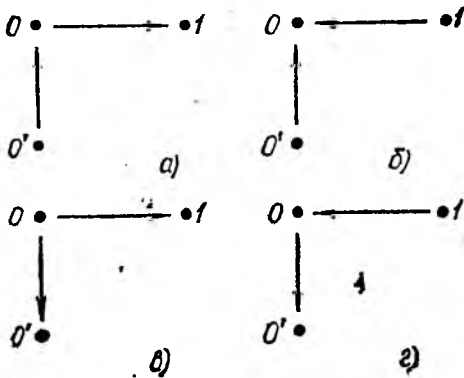
бўлади, бу ерда U_1 ва U_2 — системанинг 1 ва 2 ҳолатлардаги ички энергиялари, $A_{12}^{\text{ташқи}}$ — ташқи кучларнинг система 1 ҳолатдан 2 ҳолатга *ихтиёрий йўл билан* ўтганида унинг устида бажарган иши. Маълумки, «орттирма» сўзи арифметик маънода эмас, алгебраик маънода тушунилиши керак. Системанинг ички энергияси ортиши ҳам, камайиши ҳам мумкин, $A_{12}^{\text{ташқи}}$ иш эса мусбат ҳам, манфий ҳам бўлиши мумкин.

Система 1 ҳолатдан 2 ҳолатга адиабатик ўта олмаслиги ҳам мумкин. У ҳолда (14.1) таърифнинг маъноси йўқолади. Бироқ бундай ҳолларда, аввалги параграфда қайд қилиб ўтганимиздек, 2 ҳолатдан 1 ҳолатга тескари адиабатик ўтиш амалга ошириши мумкин. Ички энергиянинг ўзгаришини аниқлаш учун бундай ўтишдан фойдаланиш ҳам керак, яъни (14.1) формула ўрнига

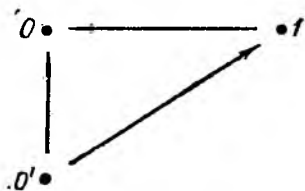
$$U_1 - U_2 = A_{21}^{\text{ташқи}} \quad (14. 2)$$

деб ёзиш мумкин. Шундай қилиб, ёки $1 \rightarrow 2$ адиабатик ўтишдан, ёки $2 \rightarrow 1$ тескари адиабатик ўтишдан фойдаланиб, ихтиёрий 1 ва 2 ҳолатлардаги ички энергия фарқини ҳамавақт аниқлаш мумкин.

2. Барча энергиялар сингари, ички энергия ҳам бир қийматли эмас, балки ихтиёрий *аддитив доимий* аниқлигида топилган. Бундай бир қийматлимаслик физик хулосаларнинг реал мазмунига таъсир қилмайди. Энергиянинг ўзи эмас, балки турли ҳолатлардаги энергиялар фарқи реал маънога эгадир, бу айирманинг қийматлари ихтиёрий доимийнинг танланишга боғлиқ бўлмайди. Ҳолатлардан бирини (қайси бири эканлиги фарқсиз) нолинчи ҳолат деб, системанинг бу ҳолатдаги ички энергиясини нолга тенг деб олиш мумкин. Бу ҳолда ихтиёрий бошқа ҳолатдаги ички энергия бир қийматли аниқланади. Шундай қилиб, ички энергиянинг шундай таърифни бериш мумкин. *Системанинг қандайдир бирор (мувоозанат) ҳолатидаги ички энергияси деб, системани нолинчи ҳолатдан кўриляётган ҳолатга мумкин бўлган ихтиёрий адиабатик йўл билан ўтказиш учун ташқи кучлар бажариши керак бўлган ишга айтилади.* Агар адиабатик процесс бу йўналишда мумкин бўлмаса, у ҳолда тескари процесдан фойдаланиш ва келтирилган таърифни қуйидаги таъриф билан алмаштириш керак. *Системанинг бирор (мувоозанат) ҳолатидаги ички энергияси деб, ташқи кучлар системани кўриляётган ҳолатдан нолинчи ҳолатга ихтиёрий адиабатик йўл билан ўтказиш учун бажарган ишнинг тескари шора билан олинганига айтилади.*



13- расм



14- расм.

3. Агар нолинчи ҳолат деб бошқа ҳолат олинса, у ҳолда қолган барча ҳолатларда ички энергиянинг қиймати аини бир доимийга ўзгаради. Ҳақиқатан ҳам, 0 , $0'$ ва 1 — термодинамик системанинг учта ихтиёрий ҳолатлари, булардан 0 ва $0'$ нолинчи ҳолатлари бўлсин. Системанинг 1 ҳолатдаги ички энергиясини 0 ва $0'$ нолинчи ҳолатларга нисбатан мос равишда U_1 ва U'_1 билан белгилаймиз. Бир ихтиёрий ҳолатдан иккинчи ихтиёрий ҳолатга ҳамма вақт ҳам ёки у, ёки бу йўналишда адиабатик ўтиш мумкин бўлганидан, 13- расмда тасвирланган фақат тўртта ҳол бўлиши мумкин. Стрелкалар адиабатик ўтиш мумкин бўлган йўналишларни кўрсатади. *a* ҳолда U'_1 энергияни аниқлаш учун $0'$ ҳолатдан 1 ҳолатга 0 оралиқ ҳолат орқали адиабатик ўтишни, яъни $0'01$ ўтишни танлаймиз. Ички энергиянинг таърифига мувофиқ,

$$U'_1 = A_{0'o} + A_{o1},$$

$$U_1 = A_{o1}, \quad U_{0o'} = A_{o'o}$$

Шунинг учун

$$U'_1 - U_1 = U_{0o'}. \quad (14.3)$$

Қолган барча ҳолларда ҳам ушбу муносабат ўринлидир. Ҳақиқатан ҳам, *б* ҳолда биз юқорида қилган мулоҳазамизни қўллаш мумкин, бироқ бунда тескари $100'$ адиабатик ўтиш бўлади. *б* ҳолда $0' \rightarrow 1$ ёки $1 \rightarrow 0'$ адиабатик ўтишнинг қайси бири амалга ошишига қараб икки имконият бўлиши мумкин. Бу имкониятлардан бирининг, масалан, биринчисининг ўзини кўриб чиқиш етарлидир (14- расм). $0'$ дан 0 га оралиқ 1 ҳолат орқали адиабатик ўтиб, шундай ёзиш мумкин:

$$U_{0o'} = A_{o'o} + A_{o1} = U'_1 - U_1,$$

яъни (14.3) муносабатга қайтиб келамиз. У $U'_1 - U_1$ айирма 1 ҳолатнинг танланишига боғлиқ бўлмай, фақат 0 ва $0'$ ҳолатларга.

тина боғлиқ эканлигини кўрсатади. Шундай қилиб, бизнинг юқорида айтган фикримиз исботланди. *в* ҳол худди *б* ҳолга ўхшашдир.

4. Квазистатик процесслар учун $A_{\text{ташқи}} = -A$. Бу ҳолда (14. 1) ўрнига

$$U_1 - U_2 = A \quad (14. 4)$$

деб ёзиш мумкин, яъни адиабатик процессларда системанинг бажарган иши унинг ички энергиясининг камайиши ҳисобиға бўлар экан.

5. Ички энергия тушунчасини киритиш тафсилотида дуч келинадиган бир қийинчиликни кўрсатиб ўтайлик. Жуда юқори температураларда барча моддалар тўла ёки қисман ионланган газ ҳолатға ўтади. Моддаларнинг бундай ҳолати плазма деб аталади. Моддани худди шу ҳолатида сақлаб қолиш учун ҳеч қандай материалдан қилинган қобиқ ҳам ёрдам бера олмайди.*

Шундай қилиб, ҳамма вақт ҳам, ҳатто тақрибан бўлса-да, системани адиабатик изоляциялаб бўлмайди. Бундай ҳолларда адиабатик қобиқ тушунчаси реал мазмунға эға бўлмаган абстракцияға айланиб қолади. Адиабатик қобиқ ёрдамида ички энергияға берилган таъриф ҳам мазмунға эға бўлмай қолади. Бу қийинчилиكنи бартараф қилишнинг ягона йўли мавжуддир. Бу йўл молекуляр-кинетик назария тасавурлари асосида берилади. Бу ҳолда жисмнинг ички энергияси уни ташкил қилган зарралар (молекулалар, атомлар, электронлар ва ҳ. к.) ининг ички ҳаракатлари кинетик энергияси ва бу зарралар орасидаги ўзаро таъсирлашуени таъминлаётган куч майдонларининг потенциал энергиялари йиғиндиси билан аниқланади. Бироқ, агар температура жуда юқори бўлмаса, ички энергияни бемалол адиабатик қобиқ тасавуридан фойдаланиб аниқлаш мумкин ва бу аксиоматик термодинамика руҳиға кўпроқ мувофиқ келади.

6. Шу нарсани қайд қилиш керакки, ички энергия тўғрисида гапирилганда системанинг макроскопик ҳаракатлари ва унға ташқи куч майдонларининг таъсири назарға олинмайди. Ички энергия фақат жисмнинг ички ҳолатини характерловчи параметрларға боғлиқ бўлади, бироқ жисмнинг макроскопик ҳаракатиға ҳамда жисмға таъсир қилувчи ташқи кучларға очиқ боғлиқ бўла олмайди. Қатъий айтганда, ички энергия тушунчаси термодинамик мувозанат ҳолатида бўлган жисмларға тааллуққидир. Бу тушунча мувозанатсиз ҳолатларға фақат жисмларнинг кўриляётган системаси етарлича кичик макроскопик қисмларға бўлиниши ва бу қисмларнинг ҳар бири вақтнинг кўриляётган пайтида амалда мувозанат ҳолатида деб қаралиши мумкин бўлган ҳоллардағина қўлланиши мумкин. Бундай системада турли кичик макроскопик қисмлар турли тезликларда ҳаракатланиши, турли босимлар остида бўлиши ва турли температураларға эға бўлиши мумкин. Бундай ҳолларда

* Плазма ҳолатини фақат куч майдонлари воситасидағина ушлаб туриш мумкин. Юлдузларда бу ҳолат тортишиш майдонлари воситасида сақланиб туради. Ер шароитида қайноқ плазмани ушлаб туриш муаммоси бошқариладиган термоядро реакциясини амалға оширишға бўлган уринишлар туфайли юзаға келди. Плазмани уни ташкил қилган зарядланган зарраларға таъсир қилувчи кучли магнит майдонлари воситасида ушлаб туришға уриниш кўрилди. Бироқ бундай йўл билан системани тўлиқ адиабатик изоляция қилиш мумкин эмас, чунки бунда ниҳоятда юқори температураларға ҳиздирилган плазма жуда бўлмаганда электромагнит нурланишға интенсив энергия йўқотади. Бундан ташқари, плазмани ушлаб турган куч майдонлари плазманинг ҳолатиға таъсир кўрсатади, бинобарин, ундағи энергия запасини ўзгартиради.

системанинг тўла энергияси: 1) унинг макроскопик қисмлари ҳаракатининг кинетик энергияси, 2) системанинг ташқи кучлар майдонидаги потенциал энергияси ва 3) ички энергиядан иборат бўлади.

Ички энергия эса ўз навбатида бутун системани фикран бўлиш мумкин бўлган макроскопик системачалар ички энергияларининг йиғиндиси ҳамда бу системачаларнинг ўзаро таъсир энергиясидан иборат бўлади. Системачалар срасидаги ўзаро таъсир 10^{-8} — 10^{-7} см тартибдаги кичик массфаларда таъсир қилувчи *молекуляр кучлар* воситасида амалга ошади. Шунинг учун макроскопик системачаларнинг ўзаро таъсир энергияси уларнинг ўзаро тегишиб турган сиртлари юзасига пропорционал бўлади. Шунинг учун бу энергия *сирт энергияси* деб аталади. Кўпчилик ҳолларда сирт энергияси назарга олинмайди, чунки бундай энергияга фақат юпқа чегара қатламдаги молекулаларгина эга бўлиб, бу чегара қатламнинг ҳажми системачаларнинг ўзларининг ҳажмларига қағанда назарга олмаслик даражада кичикдир. Бундай яқинлашишда ички энергия *аддитивлик* хоссасига эга бўлади, яъни системанинг ички энергияси бу системани ташкил қилган системачаларнинг ички энергиялари йиғиндисига тенг бўлади. Сирт энергиясини назарга олмаслик ҳамма вақт ҳам мумкин бўлавермайди. Масалан, *сирт таранглик* ҳодисаларини кўришда бу энергияни назарга олмаслик мумкин эмас, чунки бу ҳодисаларнинг ўзи худди шу сирт энергияси туфайли юзага келган.

Агар системани ўраб олган адиабатик қсбиқ қаттиқ бўлса, у ҳолда барча процессларда системанинг иши нолга тенг бўлади. Ташқи куч майдонлари бўлмаганда бундай система изоляцияланган ёки берк бўлади. Унинг ички энергияси ҳар қандай ўзгаришларда ҳам ўзгармас сақланади.

7. Ички энергиянинг биз юқорида келтирган термодинамик таърифи бу катталиқни ўлчашнинг принципиал усулини кўрсатиб беради. Бунинг учун жисмни адиабатик изоляция қилиш ва жисм нолинчи ҳолатдан кўриляётган ҳолатга ёки аксинча ихтиёрий йўл билан ўтганида унинг устида ташқи кучлар бажарган ишни ўлчаш керак. Бу йўл билан жисмнинг ички энергиясини унинг ҳолатини характерловчи макроскопик параметрларнинг функцияси сифатида топиш мумкин.

Бунинг натижасида жисм «энергия жиҳатидан даражаланган» бўлади, яъни унинг ҳар бир ҳолатига ички энергиянинг аниқ қиймати мос келади. Бундай жисмдан бошқа жисмларнинг ички энергиясини ўлчашда калориметр сифатида фойдаланиш мумкин. Ҳар қандай калориметр моҳияти жиҳатидан қаттиқ адиабатик қобиққа жойлаштирилган ва ички энергия бўйича даражаланган жисмдан иборатдир. Бундай жисм *калориметрик жисм* деб аталади. Худди шу қобиққа ички энергияси ўлчаниши керак бўлган бошқа жисмларни ҳам жойлаштириш мумкин. Калориметрик жисм сифатида, масалан, сувнинг маълум массасини ёки бошқа суюқлик массасини олиш мумкин. Суюқликнинг ички энергияси амалда фақат унинг температурасига боғлиқ бўлади, чунки одатда босим ўзгармас сақланади ёки кам ўзгаради. Босимнинг кичик ўзгаришлари эса унинг кам сиқилувчанлиги туфайли амалда унинг ички энергиясига таъсир

кўрсатмайди. Калориметрдаги жисмнинг ички энергиясини: ўлчаши қулайроқ ишга — температурани ўлчашига келтирилади. Агар калориметрга ботирилган жисмнинг температураси калориметрнинг температурасидан фарқли бўлса, у ҳолда температураларнинг тенглашиши рўй беради. Системада умумий температура қарор топмагунигача қадар жисм ва калориметрнинг ички энергиялари ўзгариб туради. Жисмнинг йўқотган ички энергияси калориметр олган ички энергияга тенг бўлади, чунки жисм билан калориметр берк системани ташкил қилиб, бу системанинг энергияси ўзгариши мумкин эмас. Шундай қилиб калориметр ички энергиясининг ўзгаришига қараб қаралаётган жисм ички энергиясининг ўзгариши ҳақида фикр юратиш мумкин. Баён қилинган нуқтаи назарга кўра Жоулниг иссиқликнинг механик эквивалентини аниқлашга доир классик ишлари сувли калориметрни энергиянинг механик бирликларида даражалашга келтирилади.

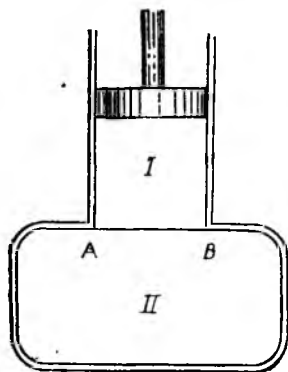
15-§. Иссиқлик миқдори. Термодинамика биринчи қонунининг математик ифодаланиши

1. Агар система адиабатик қобиққа жойлаштирилган бўлса, у ҳолда унинг ички энергиясини ўзгартиришнинг ягона усули унинг устида макроскопик иш бажаришдан иборат, бунга эса унинг ташқи параметрларини ўзгартириш йўли билан эришилади. Бироқ, агар адиабатик изоляция бўлмаса, у ҳолда макроскопик иш бажармасдан ҳам ички энергияни ўзгартириш мумкин. Масалан, иссиқ ва совуқ жисмларни теккизганда ички энергия иссиқ жисмдан совуқ жисмга ўтади, ҳолбуки бунда ҳеч қандай макроскопик иш бажарилмайди.

Бир-бирига тегиб турган жисмларнинг макроскопик иш бажарилмаган ҳолда ички энергия алмашиш процесси иссиқлик алмашиши деб аталади. Иссиқлик алмашиши натижасида атроф-муҳитдан жисмга берилган энергия бундай процессда жисм олган иссиқлик миқдори ёки оддийгина иссиқлик деб аталади.

Жисм ички энергиясининг иссиқлик алмашиши вақтида ўзгариши аслида қандайдир ташқи кучлар бажарган иш билан ҳам боғлиқдир. Бироқ бу ташқи макроскопик параметрларнинг ўзгариши билан боғлиқ бўлган макроскопик иш эмас. Бу иш *микроскопик* иш ҳисобланади, яъни бу жисм молекула ва атомларига атроф-муҳит молекула ва атомлари томонидан таъсир қилувчи молекуляр кучлар бажарган ишларнинг йиғиндисига тенгдир. Масалан, жисмни иссиқ газ билан контактга келтирганда энергия газдан жисмга газ молекулаларининг жисм молекулалари билан бевосита тўқнашишлари туфайли берилади.

2. Иссиқлик алмашишини назарда тутган ҳолда термодинамиканинг биринчи қонунини математик ифодалаймиз. Бизни қизиқтираётган *I* термодинамик система бирор бошқа *II* система билан иссиқлик контактида бўлсин (15-расм). Бутун *I + II* система адиабатик қобиққа жойлаштирилган, бирсқ системалар орасидаги *AB* чегара иссиқлик ўтказувчандир. Бу шароитларда *I + II* система атроф-муҳит билан иссиқлик алмашина олмайди, бироқ *I* ва *II* системалар орасида иссиқлик алмашиши рўй бериши мумкин. Сўнгра, *II* система жойлаштирилган қобиқ қаттиқ ва шунинг



15- расм.

учун *II* система ҳеч қандай иш бажара олмайди, деб фараз қиламиз. *I* система, аксинча, ташқи муҳит устида иш бажариши мумкин. 15- схематик расмда *I* система иссиқлик ўтказмайдиган поршенли цилиндр кўринишида тасвирланган. Цилиндрнинг деворлари — адиабатик, *AB* туби эса иссиқлик ўтказади. Адиабатик деворлар расмда қўшалок чизик билан, иссиқлик ўтказувчан *AB* тўсиқ эса — туташ чизик билан тасвирланган.

Айтайлик, *I + II* система ихтиёрий *I* ҳолатдан бошқа *2* ҳолатга ўтсин, бунинг натижасида ташқи жисмлар устида A_{12} иш бажарилади. Бу ишни фақат *I* система бажаради, холос. Мураккаб *I + II* система адиабатик изоляцияланган бўлганидан, қуйидагича ёзиш мумкин:

$$A_{12} = (U_1 + U'_1) - (U_2 + U'_2),$$

бу ерда U — *I* системанинг ички энергияси, U' — *II* системанинг ички энергияси. Бизни фақат *I* системанинг хатти-ҳаракати қизиқтиргани учун бу муносабатни шундай қайта ёзамиз:

$$A_{12} = U_1 - U_2 + (U'_1 - U'_2).$$

II система ички энергиясининг камайиши, таърифга мувофиқ, кўрилайётган процессда *I* системанинг олган иссиқлик миқдорига тенг. Бу катталикини Q билан белгилаймиз. U ҳолда таърифга кўра

$$Q = U'_1 - U'_2 = -\Delta U' \quad (15.1)$$

ва аввалги муносабат шундай кўринишга келади:

$$Q = U_2 - U_1 + A_{12}. \quad (15.2)$$

Бу тенглама термодинамика биринчи қонунининг математик ифодасини беради. Бу муносабат система олган Q иссиқлик унинг ички энергиясининг ортиши $\Delta U = U_2 - U_1$ га ва ташқи иш бажаришга кетади деб тасдиқлайди.

3. Иссиқлик миқдори тушунчасини аниқлаштириш учун қуйидаги нарсага аҳамият бериш фойдалидир. Q катталиқ тўғрисида, таърифга мувофиқ, *I* система ҳолатининг ўзгаришига қараб эмас, балки u билан иссиқлик алмашаётган *II* система ҳолатининг ўзгаришига қараб фикр юритиш керак. Акс ҳолда (15.2) муносабат физик қонун эмас, балки Q иссиқлик тушунчасининг оддий таърифи бўлиб қолар эди. Агар таърифга мувофиқ, Q катталиқ *II* система ички энергиясининг ўзгариши бўйича топилса, u ҳолда (15.2) муносабат экспериментал текшириш мумкин бўлган физик даъво бўлиб қолади. Ҳақиқатан ҳам, (15.2) муносабатга кирувчи учала $U_2 - U_1$, A_{12} ва Q катталикини мустақил равишда ўлчаш мумкин, шунинг учун улар (15.2) муносабатни қаноатлантириши ёки қа-

ноатлантирмаслигини экспериментал текшириш мумкин. Тарихий жиҳатдан иссиқликнинг миқдорий катталиги эканлиги ҳақидаги тушунча калориметрик ўлчашлардан келиб чиқди. Бу ўлчашларда жисмга берилган иссиқлик миқдори ҳақида бу жисм иссиқлик алмашинаётган калориметр температурасининг ўзгаришига қараб ҳукм чиқарилади. Буларнинг ҳаммаси (15.1) муносабат орқали бериладиган Q катталигининг таърифига мувофиқ келади: II система калориметр ролини ўйнайди.

4. (15.2) муносабат умумий ҳолда ҳам, яъни I система ҳолатининг ихтиёрий ўзгаришларида ҳам ўринли бўлиб қолади. Бироқ (15.1) муносабатни умумлаштириш керак бўлади. Масалан, $I + II$ мураккаб система адиабатик қобиққа жойлаштирилган, бироқ II системани ўраб олган қобиқ қаттиқ эмас, дейлик. Бу шароитларда II система иш бажариши мумкин. Агар $A_{\text{тўла}}$ — мураккаб $I + II$ системанинг тўла иши бўлса, у ҳолда

$$A_{\text{тўла}} = U_1 - U_2 + (U'_1 - U'_2).$$

Тўла иш I системанинг иши A_{12} ва II системанинг иши A'_{12} дан ташкил топади: $A_{\text{тўла}} = A_{12} + A'_{12}$. Шунинг учун ҳозирги муносабатни аввалгидек (15.2) кўринишда ёзиш мумкин, бунинг учун Q катталиқни қуйидаги

$$Q = U'_1 - U'_2 - A'_{12} \quad (15.3)$$

ифода билан белгилаш керак.

5. Чексиз кичик ва элементар квазистатик процесс учун (15.2) тенглама шундай кўринишга келади:

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (15.4)$$

ёки

$$\delta Q = dU + PdV. \quad (15.5)$$

Агар процесс доиравий, яъни унинг натижасида система дастлабки ҳолатига қайтса, у ҳолда $U_2 = U_1$ ва бинобарин, $Q = A$ бўлади. Доиравий процессда система олган барча иссиқлик ташқи ишни бажаришга кетади.

Агар $U_1 = U_2$ ва $Q = 0$ бўлса, у ҳолда $A = 0$ бўлади. Бу деган сўз, *бошқа жисмларда ҳеч қандай ўзгариш бўлмаган ҳолда яққоюягона натижаси иш бажариш бўлган процесснинг бўлиши мумкин эмас, демакдир*. Бундай процесс амалга ошадиган механизм *перпетуум мобиле (абадий двигателъ)* деб аталади. Шундай қилиб, термодинамиканинг биринчи қонунидан перпетуум мобиленинг мумкин эмаслиги келиб чиқади. Бундай двигателни қуришга бўлган охири йўқ уринишлар ўтган асрларда жуда кўп бўлган эди, бундай уринишлар ҳозир ҳам учраб туради (албатта физикадан маълумоти йўқ кишилар орасида), бироқ уларнинг ҳаммаси шубҳасиз муваффақиятсизликка учраган. Бу шунга олиб келдики, перпетуум мобиленинг мумкин эмаслиги, ўз мазмуни билан энергиянинг сақланиш қонунига эквивалент бўлган принципга айланиб қолди.

6. Равшанки, иш ва энергия бирликлари, шунингдек, иссиқлик миқдорининг бирлиги бўлиб ҳам хизмат қилиши мумкин (гарчи

тарихий жиҳатдан бундай бўлмаса-да). Иссиқликнинг кинетик табиати қарор топмагунча бу катталиклар учун турли бирликлар ишлатилар эди. Айни бир бирликларни ишлатиш фақат назарий тадқиқотлардагина эмас, балки амалда ҳам қулайдир, чунки барча муносабатларда иссиқлик миқдорининг иссиқлик бирликларидан механик бирликларига ва аксинча ўтказиш коэффициентлари бўлган сон кўпайтувчиларига ўрин қолмайди. СИ бирликлар системасида иссиқлик миқдорининг бирлиги — *жоуль*, СГС бирликлар системасида — *эрг* дир. Бироқ теплород тушунчаси ҳукмрон бўлган даврларда иссиқлик миқдори ўлчаш учун махсус бирлик — *калория* киритилган эди. *Кичик калория ёки грамм-калория бир грамм тоза сувнинг температурасини бир Цельсий градуcига кўтариш учун керак бўлган иссиқлик миқдоридир*. Минг грамм-калория *катта калорияни ёки килокалорияни* ташкил қилади. Юқори аниқлик учун нолинчи калория, 15-градус калорияси, 20-градус калорияси ва бошқа калориялар бир-биридан фарқ қилинган эди. Масалан, 20-градус калорияси 1 г соф сувни 19,5 дан 20,5°С гача иситиш учун керак бўлган иссиқлик миқдори деб аниқланар эди. Ҳозирги вақтда иссиқлик миқдори алоҳида бирликларда ўлчаш зарурати йўқолди. Калория СИ ёки СГС бирликлар системаси бирликлари қаторига кирмайди. *У системадан ташқари бирликдир*. Бироқ бу бирликка ўрганиб қолингани ёки унинг аёнийлиги туфайли баъзан ундан фойдаланиш мумкин. Ҳозирги вақтда *халқаро килокалория* қўлланилади, таърифга мувофиқ у 4,1868 киложоулга тенг. Бу бирликнинг мингдан бир улушини биз оддий *калория* деб атаймиз. Универсал газ доимийси *R* ни калорияларда ифодаланганда

$$R = 1,9858 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \approx 2 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль})$$

эканлигини таъкидлаб ўтиш фойдадан ҳоли эмас.

16-§. Жисмда бўлган иссиқлик миқдори ҳақидаги тасаввурдан қарда фойдаланиш мумкин

1. *Жисмнинг олган иссиқлик миқдори ҳолат функцияси эмас*. Бу (15.3) тенгламадан бевосита кўриниб турибди. Ҳақиқатан ҳам, $U_2 - U_1$ айрма фақат системанинг бошланғич ва охири ҳолатларига боғлиқдир, ҳолбуки $A_{1,2}$ иш яна ўтиш йўлига ҳам боғлиқ бўлади. Шунинг учун $Q = U_2 - U_1 + A_{1,2}$ иссиқлик миқдори ҳам ўтиш йўлига, яъни системанинг кўрилаётган ҳолатга қандай ўтказилганига боғлиқдир. Бу ҳол Q катталик системанинг ҳолат функцияси эмаслигини билдиради. Системани кўрилаётган ҳолатга чексиз кўп усуллар билан ўтказиш мумкин. Бу барча усулларда системага айни бирдай ички энергия берилади, бироқ бу ички энергиянинг ишга ва берилган иссиқликка бўлиниши турли усулларда турлича бўлади. Агар системанинг ҳолати берилган бўлса-ю, бироқ бу ҳолатга эришилган процесс кўрсатилмаган бўлса, у ҳолда системанинг кўрилаётган ҳолатга ўтишида запас қилиб олган энергияси ҳақида ҳеч нарса деб бўлмайди. Бу маънода жисмда бўлган ёки запас иссиқлик миқдори ҳақида ҳеч нарса деб

бўлмайди. Бироқ ҳамма вақт ички энергия запаси ҳақида гапириш мумкин, чунки у системанинг кўрилаётган ҳолатга келтириш усулига боғлиқ бўлмайди. Системанинг кўрилаётган ҳолатга ўтиш процесси кўрсатилгандагина жисмга берилган иссиқлик миқдори ҳақида гапириш маънога эга бўлади.

Қуйидагича ўхшатиш масаланинг моҳиятини тушунтириб беради. Айтайлик, кўлни ёмғир суви ҳамда дарёдан оқиб кираётган сув биргаликда тўлдиради. Бир сутка давомида қўлга дарёдан оқиб кираётган сув ёки худди шу вақт ичида қўлга ёмғир тарзида тушган сув тўғрисида гапириш маънога эга бўлади. Бироқ унинг қандай тўлдирилиш процессига аҳамият бермаган ҳолда қўлда шунча куб метр ёмғир суви ва бунча куб метр дарё суви бор деб даъво қилиш маъносиз бўлади. Қўлда ягона сув бор ва бу сув қўлга турли усуллар билан йиғилиши мумкин. Худди шунингдек, жисмдаги ички энергия ҳақида ҳам унинг қанча бирлик ишдан ва қанча бирлик иссиқликдан иборатлиги ҳақида гапириш маъносиздир. Жисмнинг ички энергия олган процесслари эътиборга олинмаса, ички энергиянинг ишга ва иссиқликка бўлиниши ҳеч қандай маънога эга эмасдир.

2. «Иссиқлик энергияси» термини жуда кенг тарқалган. Бу тушунчани жисмнинг иссиқлик алмашиниш натижасида йиғиб олган иссиқлик миқдори деб мутлақо тушунмаслик керак. Иссиқлик энергияси деганда жисмнинг ички энергиясини тушуниш керак. Шунинг учун алоҳида «иссиқлик энергияси» деган терминнинг кераги йўқ. Бироқ агар тўғри тушуниладиган бўлса, бу терминни ички энергиянинг аниқ илмий тушунчаси билан унинг ўзи келиб чиққан иссиқлик ва совуқлик ҳақидаги сезгилар алоқадор эканлигини эслатиб туриш учун қўллаш мумкин. Бундан ташқари, «иссиқлик энергияси» термини гап атомлар ва молекулаларнинг ички хаотик ҳаракати билан боғланган энергия ҳақида кетаётганини алоҳида таъкидлайди. Иссиқлик (ички) энергия запасига эга бўлган жисм термодинамикада *иссиқлик резервуари* деб аталади.

Иссиқлик резервуари ҳақида, шунингдек, бу жисм муайян *иссиқлик запасига* эга деб ҳам гапирилади. Бироқ бу ҳолда иссиқлик деганда жисмнинг иссиқлик алмашиниш процессида олган иссиқлик миқдори эмас, балки ички энергия тушунилади. Бу терминологияга доир чалкашликлар ва шунингдек, «иссиқлик миқдори» терминининг ўзи ҳам, фанга теплород назариясидан мерос бўлиб қолган. Теплород назариясида иссиқлик жисмларда мавжуд бўлган, яратилиши ҳам, йўқ қилиниши ҳам мумкин бўлмаган, гипотетик вазнсиз суюқлик деб қаралар эди. Одатдаги модданинг сақланиш қонуни тўғрисида гапирилганидек, теплороднинг сақланиш қонуни ҳақида гапирилар эди. Бу нуқтаи назардан жисмдаги теплород ҳақида жисмнинг кўрилаётган ҳолатга қандай усулда келтирилганини эътиборга олмаган ҳолда гапириш табиий эди. Ҳозирги вақтда ҳеч қандай қизиқишга эга бўлмаган бундай қарашлар фанда анчагина узоқ сақланиб келди. Бунинг сабаби шундаки, улар калориметрик ўлчашларда ва табиатдаги баъзи ҳодисаларда тасдиқланар эди. Ҳозир ҳам калориметрияда кўпинча *киссиқлик миқдорининг сақланиш қонуни* ўринли бўлганда эди, деб мулоҳаза юритилади. Масалан, икки суюқлик аралашмасининг температурасини ҳисоблашда ёки калориметрик ўлчашларда жисмларнинг иссиқлик сивимларини ҳисоблашда шундай қилинади. Иссиқлик ўтказувчанликнинг математик назариясида ҳам шундай муло-

ҳаза юритилади. Иссиқлик ўтказувчанликнинг математик назариясига 19- асрнинг биринчи чорагида француз математиги . Фурье (1768—1830) асос солган эди, у ҳозир ҳам ўз аҳамиятини тўлиқ сақлаб қолган. Иссиқлик- ўтказувчанликнинг (қаттиқ ва суюқ жисмларда) математик назарияси барча процессларда иссиқлик йўқолмайди ҳам, йўқдан бор бўлмайди ҳам, фақат фазонинг бир жойидан иккинчи жойига кўчади, деган фаразга асосланади. Бундай тасаввур, албатта, иссиқликнинг механик назариясига зиддир. Бироқ баъзи шартлар бажарилганда ҳодисалар худди шундай тасаввур ўринли бўлгандагидек рўй беради. Бундай шартларни аниқлаш фақат тарихий аҳамиятга эга бўлиб қолмасдан, моҳияти жиҳатидан зарур ҳамдир.

3. Иссиқлик миқдорининг жисмда мавжуд бўлган қандайдир катталиқ эканлиги ва бу катталиқнинг сақланиши ҳақидаги тасаввур шундай тажрибалар асосида келиб чиққанки, бу тажрибаларда жисмлар системасининг ўзгаришларига маълум чеклашлар қўйилган. Айтилик, система адиабатик қобиққа жойлаштирилган бўлсин. Системани фикран бир-бирига бирор сирт бўйлаб тегиб турадиган B ва C системачаларга бўламиз. Бу системачаларнинг ҳар бири энди адиабатик изоляцияланган бўлмайди. Агар қобиққа бўлаётган процесс квазистатик бўлса, у ҳолда термодинамиканинг биринчи қонунига асосан бу системачалар учун шундай ёзиш мумкин:

$$Q^B = U_2^B - U_1^B + A^B,$$

$$Q^C = U_2^C - U_1^C + A^C,$$

бу ерда Q^B ва Q^C — B ва C системачаларнинг олган иссиқликлари, A^B ва A^C — уларнинг бажарган ишлари. Бутун системанинг ички энергияси системачалар ички энергияларининг $U = U^B + U^C$ йиғиндисига тенг деб фараз қилиб ва аввалги тенгликларни қўшиб, қуйидагини оламиз:

$$Q^B + Q^C = (U_2 - U_1) + (A^B + A^C).$$

B системача бажарган A^B иш икки қисмдан — ташқи жисмлар устида бажарилган иш ва C системача устида бажарилган ишдан иборат. C системачанинг бажарган иши тўғрисида ҳам шундай дейиш мумкин. Таъсир ва акс таъсирнинг тенглигига мувофиқ, B системачанинг C системача устида бажарган иши C системачанинг B системача устида бажарган ишига тенг ва ишораси жиҳатидан қарама-қаршидир. Шунинг учун $A^B + A^C = A$ йиғиндидан бу ишлар тушиб қолади ва биз $A^B + A^C = A$ йиғиндини оламиз, бу ерда A — бутун системанинг ташқи жисмлар устида бажарган иши. Шундай қилиб,

$$Q^B + Q^C = U_2 - U_1 + A.$$

Бироқ адиабатик изоляцияланган система учун $U_1 - U_2 = A$ ва шунинг учун

$$Q^B + Q^C = 0.$$

В системачанинг олган иссиқлик миқдори C системачанинг олган иссиқлик миқдорига тенг ва ишораси жиҳатидан қарама-қаршидир. Бу деган сўз адиабатик изоляцияланган системада ҳодисалар худди «иссиқлик миқдорининг сақланиш қонуни» бажарилгандек рўй беради.

Чиқарилган натижа янада умумийроқ ҳолларга қийинчиликсиз қўлланилаверади. Айтайлик, адиабатик қобиққа жойлаштирилган термодинамик система аралашиб кетмайдиган, бир-бири билан химиявий реакцияга кирмайдиган ва турли температураларга эга бўлган n та системачадан ташкил топган бўлсин. Системачалар орасида фақат иссиқлик алмашинуви рўй бериши мумкин. Агар Q_i ни i -системача олган иссиқлик десак, у ҳолда

$$\sum_{i=1}^n Q_i = 0.$$

4. Энди системада ўзгармас ҳажм ва ўзгармас босимда рўй берадиган ҳодисаларни кўрайлик. Худди шундай ҳодисалар «иссиқлик миқдорининг сақланиш қонуни» га олиб келган, чунки барча калориметрик тажрибалар ёки ўзгармас ҳажмда, ёки ўзгармас босимда олиб борилган. Иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисалари ҳақида ҳам шуни айтиш мумкин. Агар ҳажм ўзгармас бўлса, у ҳолда A_{12} иш нолга тенг бўлади ва (15.2) формула

$$Q = U_2 - U_1 = \Delta U \quad (V = \text{const}) \quad (16.1)$$

га ўтади. Агар босим ўзгармас бўлса, у ҳолда $A_{12} = P(V_2 - V_1) = \Delta(PV)$ бўлади ва биз $Q = \Delta U + \Delta(PV)$ ни ҳосил қиламиз. Янги катталиқ

$$I = U + PV \quad (16.2)$$

ни киритайлик. Бу катталиқ ҳолат функциясидир, чунки U, P ва V катталиқлар ҳолат функцияларидир. У ҳолда

$$Q = I_2 - I_1 = \Delta I \quad (P = \text{const}). \quad (16.3)$$

I функция термодинамикада муҳим роль ўйнайди. У *энтальпия* ёки *иссиқлик функцияси* деб аталади. Баъзан уни *иссиқлик тутувчанлик* деб ҳам аталади. Бироқ бу термин муваффақиятли чиққан эмас ва биз ундан фойдаланмаймиз. *Энтальпия шундай ҳолат функциясидирки, изобарик процесда унинг орттирмаси система олган иссиқликни беради.*

Шундай қилиб, агар системанинг ҳажми ўзгармас қолса, у ҳолда Q иссиқлик система ички энергиясининг орттирмасига тенг бўлади. Агар босим ўзгармас бўлса, у ҳолда бу иссиқлик система энтальпиясининг орттирмаси билан ифодаланади. Ҳар иккала ҳолда ҳам Q катталиқ системанинг ўтиш йўлига эмас, балки фақат бошланғич ва охириги ҳолатларга боғлиқ бўлади. Шунинг учун ўзгармас ҳажмдаги ёки ўзгармас босимдаги тажрибалар асосида жисмда бўладиган ва уни нолинчи ҳолатдан кўрилаётган ҳолатга ўтказиш усулига боғлиқ бўлмаган бирор Q катталиқ ҳақида тасаввур ҳосил бўлиши мумкин эди. Q катталиқ ниманинг ўзгармас қолишига, яъни ҳажмининг ёки босимнинг ўзгармас қолишига қараб

турли маънога эга бўлади. Биринчи ҳолда Q деганда ички энергияни, иккинчи ҳолда эса энтальпияни тушуниш керак бўлади. Бироқ илгариги тажрибаларда бу фарқ кузатишдан четда қолиб кетар эди, чунки тажрибалар қаттиқ ва суюқ жисмларда ўтказилар, қаттиқ ва суюқ жисмларнинг иссиқликдан кенгайиш коэффициенти эса кичик бўлганидан, бу фарқ унча катта бўлмас эди. Ҳар иккала ҳолда ҳам Q катталиқ сақланади, бироқ у энергиянинг сақланиш қонунига келтирилади.

5. Иссиқлик ва иш ҳолат тенгламалари бўлмаганидан чексиз кичик иссиқлик миқдори ва иш учун биз δQ ва δA белгилашларни қўллаймиз, бироқ dQ ва dA белгилашлардан фойдаланмаймиз. Бу билан биз δQ ва δA катталиқлар тўлиқ дифференциал бўла олмаслигини, яъни ҳамма вақт ҳам бирор ҳолат функциясининг чексиз кичик орттирмалари бўлавермаслигини уқтириб ўтмоқчимиз. Фақат хусусий ҳолларда, масалан, ўзгармас ҳажм ёки ўзгармас босимда рўй берадиган процесслардаги δQ учун шундай бўлиши мумкин. δQ ва δA миқдорлар қандайдир чексиз кичик катталиқлардир, бироқ муайян функцияларнинг орттирмалари эмас. Аксинча, ички энергиянинг, энтальпия, босим, ҳажм, температура ва ҳ. к. ларнинг чексиз кичик ўзгаришларини биз dU , dI , dP , dV , dT , ... символлар билан белгилаймиз. Бу билан биз бу катталиқлар *тўлиқ дифференциаллар* эканини, яъни истисносиз ҳамма ҳолларда U , I , P , V , T , ... ҳолат функцияларининг чексиз кичик орттирмалари сифатида қаралиши мумкинлигини таъкидлаймиз. Агар δQ ва δA сингари катталиқлар умумий ҳолларда ҳолат функцияларининг орттирмалари эмаслигини эсдан чиқариб, улар билан худди тўлиқ дифференциаллар сингари муомала қилинса, у ҳолда ниҳоятда қўпол хатоларга келиш мумкин. Бунга битта мисол 47- § да келтирилган.

17- §. Гесс қонуни

1. (16.1) ва (16.3) тенгламаларни химиявий реакцияларга қўллайлик. Термохимияда *реакциянинг иссиқлик эффекти деб шу реакцияда ажралган иссиқлик миқдорига айтилади*. Агар реакция натижасида қандайдир муайян химиявий бирикма ҳосил бўлса, реакциянинг иссиқлик эффекти *ҳосил бўлиш иссиқлиги* деб ҳам юрнтилади. Агар реакцияда иссиқлик ажралса, *экзотермик* реакция деб, агар иссиқлик ютилса, *эндотермик* реакция деб аталади. Биринчи ҳолда иссиқлик эффекти мусбат, иккинчи ҳолда манфий ҳисобланади. Реакциянинг иссиқлик эффектини W ҳарфи билан белгилаб, $W = -Q$ деб ёзиш мумкин. Агар реакция ўзгармас ҳажмда бораётган бўлса, у ҳолда (16.1) тенгламага кўра

$$W_V = U_1 - U_2 = -\Delta U. \quad (17.1)$$

V индекс реакция вақтида системанинг ҳажми ўзгармас эканини кўрсатади. Худди шунга ўхшаш босим доимий бўлганда (16.3) тенгламадан

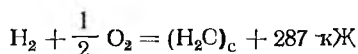
$$W_P = I_1 - I_2 = -\Delta I \quad (17.2)$$

келиб чиқади.

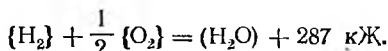
(17.1) ва (17.2) тенгламалардан *реакциянинг иссиқлик эффекти дастлабки моддалар ва натижавий маҳсулотларнинг табиатига ҳамди физик ҳолатларига боғлиқ бўлиб, реакциянинг оралиқ босқичларига боғлиқ эмаслиги келиб чиқади*. Бу қоида 1840 йилда рус академиги Г. И. Гесс (1802—1850) томонидан термодинамиканинг биринчи қонуни кашф қилинмасдан аввал эмпирик равишда аниқланган эди, ҳолбуки у термодинамика биринчи қонунининг натижасидир. Бу

қонда Гесс қондаси ёки қонуни деб аталади. Ўз-ўзидан равшанки, Гесс қондаси ёки ўзгармас ҳажмда, ёки ўзгармас босимда амалга ошадиган реакциялар учун тегишлидир.

2. Агар реакциянинг башланғич ва охириги маҳсулотларининг ҳаммаси қаттиқ ёки суюқ ҳолатда бўлса, у ҳолда W_V ва W_P катталиклар амалда бир-биридан фарқ қилмайди. Бунинг сабаби шуки, системанинг ҳажми деярли ўзгаришсиз қолади, шунинг учун системанинг ташқи босимга қарши бажарган иши назарга олмаслик даражада кичик бўлади. Реакциягача ёки реакциядан кейинги маҳсулотлар орасида газсимон маҳсулотлар бўлганида бундай бўлмайди. Бунда системанинг ташқи кучларга қарши бажарган иши реакция вақтидаги ички энергиянинг ўзгариши билан таққосланарли бўлади, W_V ва W_P иссиқлик эффектлари бир-биридан тубдан фарқ қилади. Бундай ҳолларда одатда ўзгармас ҳажмдаги иссиқлик эффекти кўрилади. Берилган температурада реакциянинг иссиқлик эффекти W_P ташқи босим катталигига жуда заиф боғланган, идеал газлар бўлган ҳолларда эса мутлақо боғлиқ бўлмайди (албатта, ташқи босим ўзгармас ушлаб турилади). Агар иссиқлик эффекти 25°C ва 760 мм симоб устунидида аниқланган бўлса, у ҳолда у *стандарт* иссиқлик эффекти деб аталади. Иссиқлик эффектининг қиймати тегишли химиявий реакция тенгласининг ўнг қисмида бир қўшилувчи сифатида кўрсатилади. Масалан,



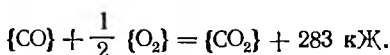
тенглама газсимон водороднинг бир моли (25°C ва 760 мм сим. уст. да) ёнганда бир моль суюқ сув ва 287 кЖ иссиқлик ажралишини билдиради. Бундай типдаги тенгламаларда H_2 , O_2 ва H_2O химиявий символлар тегишли моддаларнинг фақат химиявий таркиби ва миқдорини эмас, шу билан бирга уларнинг энтальпиясини (ёки реакция ўзгармас ҳажмида бораётган бўлса, уларнинг ички энергияларини) ҳам билдиради. Юқоридаги тенглама, масалан, газсимон водород ва кислород энтальпияларининг йиғиндиси ҳосил бўлган суюқ сувнинг энтальпиясидан 287 киложоул ортик эканини билдиради. Яна ҳам аниқ бўлсин учун қаттиқ модданинг химиявий белгисини квадрат, суюқ модданикини доиравий, газсимон модданикини эса фигурали қавслар ичида кўрсатиш қабул қилинган. Масалан, $[\text{H}_2\text{O}]$, (H_2O) ва $\{\text{H}_2\text{O}\}$ мос равишда бир моль музнинг, суюқ сувнинг ва сув бугининг энтальпияларини билдиради. Бундай белгилашларда юқоридаги тенглама шундай ёзилади:



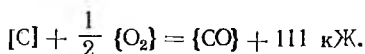
3. Бу ҳилдаги тенгламалар билан одатдаги алгебраик тенгламалар сингари муомала қилиш мумкин. Бу тенгламалар термохимиявий ҳисоблашларда ниҳоятда қулайдир. Гесс қонуни туфайли бу тенгламалар соф ҳолда амалга ошириш қийин ёки мутлақо мумкин бўлмаган реакцияларнинг иссиқлик эффектини ҳисоблашга имкон беради. Масалан, қаттиқ углерод ва кислороднинг реакциясидан газсимон углерод (*II*)-оксидининг ҳосил бўлиш иссиқлиги оддий сабабга кўра бевосита ўлчана олмайди, бунга сабаб шуки, углерод ҳеч қачон ёниб углерод (*II*)-оксидига тўлиқ айланмайди, балки ҳамма вақт бирор миқдорда углерод (*IV*)-оксиди ҳам ҳосил бўлади. Уни аниқлаш учун, биринчидан, қаттиқ углероднинг тўлиқ ёниш иссиқлиги ўлчанади ва қуйидаги натижа олинади:



Иккинчидан, углерод (*II*)-оксидининг углерод (*IV*)-оксидга айланиш иссиқлиги ўлчанади:



Биринчи тенгламани иккинчи тенгламадан айириб, углерод (*IV*)-оксидининг ҳосил бўлиш иссиқлиги топилади:



-18- §. Иссиқлик сифими

1. Жисмнинг C иссиқлик сифими деб, жисм олган чексиз кичик δQ иссиқлик миқдорининг жисм температурасининг тегишли dT орттирмасига нисбатига айтилади:

$$C = \frac{\partial Q}{dT}. \quad (18.1)$$

Жисмнинг массаси бирга тенг бўлганида иссиқлик сифими *солиштирма* иссиқлик сифими деб аталади ва биз уни кичик c ҳарфи билан белгилаймиз. Моляр ёки молекуляр иссиқлик сифимини киритиш янада қулайроқдир. Бир моль модданинг иссиқлик сифими моляр иссиқлик сифими деб аталади. Бу катталиқни биз катта C ҳарфи билан белгилаймиз.

Температуранинг dT орттирмаси ҳали системанинг берилган ҳолатдан ўтган чексиз яқин ҳолатини тўла акс эттирмайди. Масалан, ҳолати икки параметр — ҳажм ва температура билан тўла аниқланадиган физик жиҳатдан бир жинсли жисмни олайлик. Бошланғич ҳолати $M(V, T)$ нуқта билан тасвирлансин (16-расм). Ҳажмлар ўқиға параллел бўлган M нуқтадан dT катталиққа узоқлашган RS тўғри чизиқни ўтказамиз. Бу тўғри чизиқнинг барча нуқталари температуралари айти бирдай $T + dT$ бўлган, бироқ ҳажмлари турлича бўлган ҳолатларни тасвирлайди. Система M ҳолатдан бу тўғри чизиқда ётган турли чексиз яқин R, N, S, \dots , ҳолатларга ўтиши мумкин. Бу барча ўтишларга температуранинг айти бир ортиши, бироқ, умуман айтганда, турли dQ иссиқлик миқдорлари мувофиқ келади. Бундай ўтишларда системанинг иссиқлик сифимлари ҳам турлича бўлади. Шунинг учун иссиқлик сифими системанинг қандайдир бир ҳолатининг эмас, балки икки чексиз яқин ҳолатининг характеристикаси бўлиб, бу ҳолатлардан бири бошланғич ва иккинчиси охириги ҳолат бўлади. Чексиз икки яқин ҳолат ўрнига улардан бирини ҳамда системанинг чексиз яқин ҳолатга ўтиш йўли йўналишини кўрсатиш мумкин. Шундай қилиб, иссиқлик сифими жисмнинг ҳолат функцияси эмас, балки жисм амалга оширадиган *чексиз кичик процесснинг* характеристикасидир.

2. Бу мулоҳазаларга миқдорий шакл берайлик. (18.1) ва (15.5) формулаларга асосан шундай ёзиш мумкин:

$$C = \frac{dU + PdV}{dT}.$$

Энди

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

Бўлгани учун

$$C = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P \right] \frac{dV}{dT}. \quad (18.2)$$

V ҳажм фақат T температурагагина эмас, шу билан бирга P босимга ҳам боғлиқдир. Босимнинг қандай ўзгаришига қараб $\frac{dV}{dT}$ нисбат ихтиёрий қиймат қабул қилиши мумкин. (18.2) ифодага бир қийматли маъно бериш учун бу муносабатнинг қийматини белгилаш керак. Бошқача айтганда, V T текисликда системанинг чексиз яқин ҳолатга ўтиш йўлининг йўналиши кўрсатилиши керак. Бу йўналиш ихтиёрий бўлиши мумкинлигидан, умуман айтганда, C иссиқлик сифими $-\infty$ дан $+\infty$ гача бўлган исталган қийматни қабул қилиши мумкин. Жумладан, изотермик процесс учун $C = \pm \infty$ бўлади, чунки бу ҳолда $dT = 0$, $\delta Q \neq 0$. Адиабатик процесс учун $\delta Q = 0$, $C = 0$.

Ўзгармас ҳажмдаги ва ўзгармас босимдаги иссиқлик сифимлари алоҳида аҳамиятга эгадир, бу иссиқлик сифимлари мос равишда C_V ва C_P билан белгиланади. Агар ҳажм ўзгармас бўлса, у ҳолда $dV = 0$ ва бинобарин,

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V. \quad (18.3)$$

Агар босим ўзгармас бўлса, у ҳолда $\frac{dV}{dT}$ нисбат $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ хусусий ҳосилага айланади. Бу ҳолда (18.2) формула қуйидагини беради:

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P. \quad (18.4)$$

Иссиқлик сифимларининг $C_P - C_V$ айирмаси учун қуйидагини ола- миз:

$$C_P - C_V = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P. \quad (18.5)$$

C_P учун кўпинча фойдаланиладиган бошқа ифодани ҳам ёзиш мумкин. Агар процесс ўзгармас босим остида бораётган бўлса, у ҳолда энтальпиянинг таърифига мувофиқ $\delta Q = dI$ бўлади. Шунинг учун

$$C_P = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_P. \quad (18.6)$$

3. (18.3) ва (18.6) формулалар реакциянинг иссиқлик эффектининг температурага боғлиқлигини аниқлашга имкон беради. Бу мақсадда (17.1) ва (17.2) тенгламаларни температура бўйича дифференциаллаб, (18.3) ва (18.6) формулалардан фойдаланамиз. Бунинг натижасида шундай муносабатларга келамиз:

$$\frac{dW_V}{dT} = (C_V)_1 - (C_V)_2, \quad (18.7)$$

$$\frac{dW_P}{dT} = (C_P)_1 - (C_P)_2. \quad (18.8)$$

Бу ерда тегишли индексларга эга бўлган S ҳарфи билан бутун системанинг реакциягача ва реакциядан кейинги иссиқлик сифмлари белгиланган.

19- §. Идеал газнинг ички энергияси. Жоуль қонуни

1. Ўтган параграфда чиқарилган умумий термодинамик муносабатлардан конкрет натижалар чиқариш учун, биринчидан, ҳолат тенгламасини билиш керак:

$$f(P, V, T) = 0. \quad (19.1)$$

Иккинчидан, жисмнинг ички энергиясини унинг ҳолатини аниқловчи параметрларнинг функцияси сифатида, масалан,

$$U = U(V, T) \quad (19.2)$$

сифатида билиш керак. (19.2) кўринишдаги боғланиш ҳолат термик тенгламаси деб аталувчи (19.1) боғланишдан фарқли равишда ҳолат калорик тенгламаси деб аталади. Бу тенгламаларнинг ҳар иккаласини ҳам формал термодинамиканинг методлари билан назарий чиқариб бўлмайди. Бу формулаларни формал термодинамика тажрибадан олади.

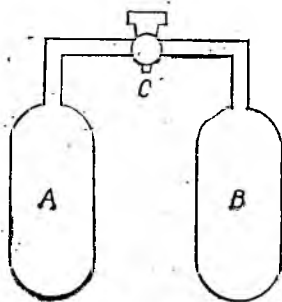
2. Ҳаммадан аввал термодинамиканинг биринчи асосий қонунининг идеал газларга татбиқларини кўрайлик. Бундай газларнинг ҳолат термик тенгламаси Клапейрон тенгламасидир. Бир моль газ учун бу тенглама

$$PV = RT$$

кўринишда бўлади. Ҳолат калорик тенгламасини ҳосил қилиш учун дастлаб U ички энергия V газ ҳажмига қандай боғлиқ бўлишини ўрганишимиз керак.

Бу саволга принцип жиҳатидан тахминий жавоб беришга имкон берувчи биринчи тажриба Гей-Люссак томонидан қўйилган бўлиб, бироқ Гей-Люссакнинг ўзи бу тажрибанинг аҳамиятини аниқламаган ва ундан тегишли хулосалар чиқармаган эди.

Бирдай ҳажмга эга бўлган икки мис A ва B идишлар C жўмракли най орқали бирлаштирилган (17- расм). A идишга ҳаво тўлдирилган. B идиш эса ҳавосиз. C жўмракни очганда ҳаво A идишдан B га йўналади. Бунда Гей-Люссак A идишда температуранинг бирмунча пасайганини, B да эса бирмунча кўтарилганини кузатди. Температуранинг бундай ўзгариши A да ҳавонинг кенгайишда иш бажарганини ва бу ишга ўзининг ички энергиясининг бир қисмини сарфлаганини билдиради. A ва B идишлар орасида иссиқлик мувозанати ўрнатилганда бу идишларнинг ҳар иккаласида бошланғич вақтда A идишдаги ҳавонинг дастлабки температурасига тенг бўлган бирдай температура қарор топади. Тажриба натижасидан қандай хулоса

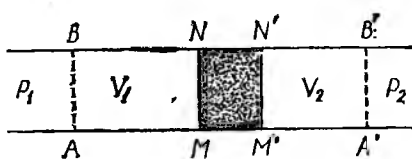


17- расм.

чиқариш мумкин? Барча ҳаво A ва B идишларнинг ҳамда бирлаштирувчи найнинг деворларидан иборат қаттиқ қобикнинг ичида эди. Ташқи иш бажарилгани йўқ. Агар атроф-муҳитдан иссиқлик келган бўлса ҳам, тажриба давомида келган иссиқликни назарга олмаслик мумкин. Шунинг учун системада ҳавонинг ички энергияси ўзгариши мумкин эмас эди. Тажриба газнинг ҳажми иккиланганига қарамай, унинг температураси ўзгармаганини кўрсатади. Бундан шундай хулоса чиқариш мумкин: ўзгармас температурада газнинг ички энергияси унинг ҳажмига боғлиқ бўлмайди. Бу тажрибани бирмунча ўзгартирилган ҳолда Жоуль такрорлади. Идишларнинг бирида 22 атм босим остида ҳаво бўлиб, иккинчи идишда эса ҳаво йўқ эди. Ҳар иккала идиш тажриба вақтида барча қисмидаги температура бирдай бўлиши учун аралаштириб туриладиган сувга ботирилди. С жўмакни очганда ҳаво бир идишдан иккинчи идишга оқиб ўтди. Бироқ идишни ўраб турган сувнинг температурасининг ҳеч қандай ўзгариши кузатилгани йўқ.

3. Гей-Люссак ва Жоуль тажрибаларининг сезгирлиги етарли эмас эди. Бу тажрибаларда аниқликнинг кичик бўлишининг сабаби шундаки, ҳавонинг иссиқлик сизими идишларнинг ва калориметрдаги сувнинг иссиқлик сизимига нисбатан кичик бўлган. Шу туфайли температуранинг кичик ўзгаришларини пайқаш мумкин бўлмаган. Аниқ экспериментал тадқиқотлар Жоуль ва В. Томсон томонидан ўн йил давомида (1852—1862 йиллар) олиб борилди. Бу классик тадқиқотларнинг мақсади фақат газ ички энергиясининг унинг ҳажмига боғлиқ эканлигини аниқлашдангина иборат бўлмай, балки уларнинг аҳамияти анча кенгроқдир. Жоуль — Томсон эффекти деб аталувчи муҳим физик ҳодиса кашф қилинди.

Жоуль ва Томсон тажрибаларида иссиқликдан изоляцияловчи материал билан ўралган цилиндрсимон трубка олинган. Трубканинг ўртасида икки MN ва $M'N'$ металл тўрлар орасига зичланган пахта ёки ипак толаларидан иборат пўкак жойлаштирилган (18- расм). Текшириладиган газ босимлар фарқи таъсири остида пўкак орқали ўтади. Пўкак бўлгани учун газ сокинлик билан ўтади, яъни ҳеч қандай турбулент ҳаракатлар вужудга келмайди. Бундан ташқари, пўкак бўлгани учун газнинг оқиши шунчалик секин бўладики, газнинг тезлиги квадратига пропорционал бўлган кинетик энергияни ҳисобга олмаслик мумкин. Бундай шароитларда вақтнинг ҳар бир momentiда пўкакнинг ҳар икки томонидаги газ термодинамик мувозанат ҳолатларида бўлади. Иссиқликдан муҳофаза қилинганлигидан, газнинг оқиш процесси адиабатик бўлади. Пўкакнинг ҳар икки томонидаги газнинг P_1 ва P_2 босимлари ўзгармас сақланади. Пўкак ва газ процесс давомида ўзаро иссиқлик алмашинади. Бироқ процесс стационар бўлганида иссиқлик алмашиниши тўхтайдди, пўкакнинг физик ҳолати, шунинг учун унинг ички энергияси ҳам ўзгармай қолади. Стационар оқиш вақ-



18- расм.

тида пўкакнинг бир томонида газнинг температураси ўзгармас T_1 , иккинчи томонидаги температура эса ўзгармас T_2 бўлади. Тажрибада ана шу температуралар ўлчанган эди. Газнинг пўкак орқали стационар оқиши *Жоуль — Томсон процесси*, бундай оқишда газ температурасининг ўзгариши *Жоуль — Томсон эффекти* деб аталади.

4. Фикран пўкакнинг чап томонида $ABNM$ фазони эгаллаган газ ҳажмини ажратиб олайлик. Пўкакдан ўтгандан сўнг ажратиб олинган газ порцияси V_2 ҳажмдаги $M'N'B'A'$ фазони эгаллайди. Бу газ порцияси учун термодинамиканинг биринчи қонунини қўллаймиз. AB чегара MN вазиятга ўтади. Бунда газ устида $P_1 \cdot S \cdot AM \approx P_1 V_1$ иш бажарилади (бу ерда S — трубканинг кўндаланг кесим юзи). $M'N'$ чегара эса $A'B'$ вазиятга ўтади ва газ $P_2 \cdot S \cdot M'A' \approx P_2 V_2$ ташқи ишни бажаради. Газнинг бажарган тўлиқ иши $A \approx P_2 V_2 - P_1 V_1$ га тенг бўлади. Трубканинг деворлари адиабатик бўлгани учун газ иссиқлик олгани йўқ. Пўкакнинг физик ҳолати ва унинг ички энергияси ўзгаришсиз қолди. Шунинг учун ажратилган газ массасининг ички энергиясини U билан белгилаб, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$U_2 - U_1 + A = 0$$

ёки

$$U_1 + P_1 V_1 \approx U_2 + P_2 V_2.$$

Энтальпиянинг таърифига мувофиқ $I \approx U + PV$. Шунинг учун энг сўнгги тенглик *Жоуль — Томсон процессида газнинг энтальпияси I ўзгармаслигини* билдиради:

$$I_1 \approx I_2. \quad (19.3)$$

5. Жоуль — Томсон эффекти назариясида асосий ҳисобланган бу муносабатдан келиб чиқадиган натижалар фақат термодинамиканинг иккинчи қонуни ёрдамидагина чиқарилиши мумкин. Уларни биз 46- ва 104- параграфларда кўрамиз. Ҳозирча кичикроқ бир мақсад билан чекланайлик. Жоуль — Томсон тажрибалари натижаларидан фойдаланиб, идеал газ ички энергиясининг унинг ҳажмига боғланишини аниқлаймиз.

Тажрибада газ стационар оққанида пўкакнинг ҳар икки томонидаги газ температуралари ўлчанган. Жоуль ва Томсон ўрганилган барча газларнинг температураси бирмунча пасайганини аниқладилар, бундан фақат водородгина мустасно бўлиб, унинг температураси бирмунча кўтарилган. Клапейрон тенгламаси $PV = RT$ қанчалик яхши бажарилса, яъни газ идеал газ қонунларига қанчалик бўйсунса, температураларнинг $T_2 - T_1$ фарқи шунчалик кичик бўлган. Бундан, идеал газлар учун $T_1 = T_2$ бўлади, деб хулоса чиқариш мумкин. Бойль — Мариотт қонунига мувофиқ $P_1 V_1 = P_2 V_2$ бўлганидан, (19.2) тенглама $U_1 = U_2$ ни беради, яъни

$$U(T, V_1) = U(T, V_2). \quad (19.4)$$

Шундай қилиб, идеал газнинг ички температураси ўзгармас температурада унинг ҳажмига боғлиқ бўлмайди.

Бошқача қилиб айтганда, *идеал газ учун U фақат температура-нинг функциясидир.* Тажрибадан келиб чиқадиган бу далил *Жоуль қонуни* деб аталади. Келгусида (34- §) термодинамиканинг иккинчи қонуни ёрдамида Жоуль қонунини Клапейрон тенгламасидан назарий равишда чиқариш мумкин эканлигини кўрсатамиз. Бироқ

$$U = U(T) \quad (19.5)$$

функциянинг кўриниши формал термодинамика методлари билан аниқланмайди. Бу функция фақат идеал газнинг C_V иссиқлик сифими орқалигина ифодаланиши мумкин. Ҳақиқатан ҳам, ҳар қандай жисм учун C_V катталиқ (18.3) ифода билан аниқланади. Идеал газ учун эса U катталиқ V га боғлиқ бўлмагани сабабли шундай ёзиш мумкин:

$$C_V = \frac{dU}{dT} \quad (19.6)$$

Бундан *идеал газнинг C_V иссиқлик сифимининг ўзи ҳажмга боғлиқ бўлмай, балки фақат температуранинг функцияси эканлиги* келиб чиқади. Шунинг учун идеал газ учун

$$U = \int C_V(T) dT. \quad (19.7)$$

Тажриба шуни кўрсатадики, кўпчилик ҳолларда C_V кенг температура интервалларида деярли ўзгаришсиз қолади. Водород, гелий, аргон, неон, азот, кислород ва бошқа газлар учун 100 К тартибдаги температурадан бошлаб 1000 К тартибдаги температураларгача шундай бўлади. Агар C_V нинг температурага боғлиқлигини мутлақо назарга олинмаса, у ҳолда (19.7) формуланинг ўрнига янада соддароқ шундай формулани ёзиш мумкин:

$$U = C_V T. \quad (19.8)$$

Тажриба ва молекуляр-кинетик назариянинг кўрсатишича, бир атомли газлар учун $C_V \approx 3$ кал/ (К·моль), икки атомли газлар учун $C_V \approx 5$ кал/ (К·моль), кўп атомли газлар учун $C_V \approx 6$ кал/ (К·моль).

МАСАЛАЛАР

1. Идеал газнинг энтальпияси босимга боғлиқ эмаслигини, фақат унинг температурасининг функцияси бўлишини исботланг.
2. Агар реакциянинг бошланғич ва охириги маҳсулотлари идеал газлар бўлса, у ҳолда реакциянинг W_P иссиқлик эффекти газларнинг ҳажмига боғлиқ бўлмайди, W_P эса газларнинг реакциягача ва реакциядан кейинги босимларига боғлиқ бўлмайди. Бу иккала катталиқ фақат газларнинг реакциягача ва реакциядан кейинги температураларига боғлиқ бўлади. Шундай эканлигини исбот қилинг.
3. Агар ташқаридаги ҳавонинг босими ўзгармас қолса, у ҳолда синопдаги ҳавонинг ички энергияси температурага боғлиқ бўлмаслигини кўрсатинг. Ҳавони идеал газ деб ҳисобланг.

Кўрсатма. Ички энергияни $U = C_V \frac{PV}{R}$ кўринишда ифодаланг.

20- §. Роберт Майер тенгламаси

1. (18.5) формулани идеал газ учун қўллайлик. Жоуль қонунига кўра $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$, Клапейрон тенгламасидан эса $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = R/P$ эканлиги келиб чиқади. Шунинг учун кўрсатилган формула

$$C_p - C_v = R \quad (20.1)$$

муносабатни беради. Бу муҳим муносабат *Роберт Майер тенгламаси* деб аталади.

(20.1) тенгламани келтириб чиқаришнинг яна бир йўлини кўрсатайлик. Бир моль идеал газ поршенли цилиндрда бўлсин. Поршенни маҳкамлаб, газнинг температурасини dT га орттирайлик. Газнинг ҳажми ўзгармас қолганидан бундай қиздириш учун керак бўладиган иссиқлик миқдори $\delta_v Q = C_v dT$ га тенг бўлади. Бироқ бу ҳолда иш бажарилмагани учун бу иссиқлик газ ички энергиясининг орттирмасига тенг бўлади:

$$C_v dT = dU. \quad (20.2)$$

Энди худди шу газ билан бошқа тажриба ўтказамиз. Айтайлик, бошланғич ҳолати (T, V) аввалги тажрибадагидек, бироқ поршень маҳкамланмаган ва P ўзгармас ташқи босим таъсирида эркин силжиши мумкин бўлсин. CP иссиқлик сифимининг таърифига мувофиқ, газ температурасининг dT га ортиши учун $\delta_p Q = C_p dT$ иссиқлик миқдори керак бўлади. Бунда газ $\delta A = PdV$ иш бажаради. Босим ўзгармас бўлгани учун бу катталиқни $\delta A = d(PV) = d(RT) = RdT$ кўринишда ёзиш мумкин. Газнинг ички энергияси фақат температурага боғлиқ бўлганидан, ички энергия аввалги тажрибада қанчага ортган бўлса, шунчага ортади. Шундай қилиб, иккинчи тажрибада

$$C_p dT = dU + RdT$$

dU нинг ўрнига (20.2) ифодани қўйиб, биз яна (20.1) формулага келамиз.

Охирги ифода шу нарсани равшан кўрсатадики, идеал газ бўлган ҳолда C_p ва C_v орасидаги фарқ фақат кенгайишда ўзгармас ташқи босимга қарши бажарилган иш туфайли пайдо бўлади. Шу нарсани таъкидлаб ўтиш керакки, бу ифодани келтириб чиқаришда идеал газ ички энергиясининг унинг эгаллаган ҳажмига боғлиқ эмаслиги ҳақидаги Жоуль қонунидан фойдаланилади.

2. Газнинг C_p ва C_v иссиқлик сифимларини ўлчаб, *иссиқликнинг механик эквивалентини* ҳисоблаш мумкин. Бунинг учун Роберт Майер тенгламаси (20.1) дан фойдаланиш мумкин. Иссиқлик миқдорини калорияларда ўлчаб, тажрибада $C_p - C_v$ фарқни иссиқлик бирликларида топиш мумкин. Иккинчи томондан, газ доимийси R ни механик бирликларда ўлчаш мумкин. Агар 20 градусли калориядан фойдаланилса, у ҳолда ўлчашлардан

$$C_p - C_v = 1,986 \text{ кал/ (К} \cdot \text{моль)},$$

$$R = 8,314 \cdot 10^7 \text{ эрг/ (К} \cdot \text{моль)}$$

келиб чиқади. Бу катталикларни бир-бирига тенглаб

$$1 \text{ кал} = 4,18 \cdot 10^7 \text{ эрг} = 4,18 \text{ Ж}$$

ни ҳосил қиламиз. Худди шундай йўл билан 1842 йилда иссиқликнинг механик эквиваленти немис врачси Роберт Майер томонидан назарий ҳисоблаб чиқилган эди. Роберт Майер иссиқликнинг механик назарияси ва термодинамиканинг биринчи қонуни назарияси асосчиларидан бири эди. Тўғри, Майер томонидан аниқланган механик эквивалентнинг қиймати ҳақиқий қийматдан сезиларли кичик эди, чунки у ҳавонинг C_p ва C_v иссиқлик сифимларининг бирмунча ноаниқ қийматларидан фойдаланган эди. Иссиқлик механик эквивалентининг етарлича аниқ қиймати биринчи марта Жоулнинг 1847 йилда бoshлаган классик тажрибаларидан аниқланди. Бу тажрибалар ҳаммага маълум ва уларнинг тафсилотига тўхталиб ўтишга зарурат йўқ. Кейинги ўлчашлар газлар учун C_p ва C_v ларнинг қийматларини аниқлаштирди. Бу қийматлардан фойдаланиб шу нарсани кўрсатишга муваффақ бўлиндики, Р. Майер методи, Жоуль методи ва шунга ўхшаш бевосита методлар иссиқликнинг механик эквиваленти учун бирдай қийматлар берар экан. Агар идеал газнинг энергияси унинг температурасидан ташқари яна ҳажмига ҳам боғлиқ бўлганида эди, бундай натижа келиб чиқмаган бўлур эди. Шунинг учун тажриба маълумотларининг бундай мувофиқ келиши идеал газ ички энергиясининг унинг ҳажмига боғлиқ эмаслиги ҳақидаги Жоуль қонунининг экспериментал тасдиқларидан бири бўлиб хизмат қилади.

21- §. Адиабатик процесс. Пуассон тенгламаси

1. *Иссиқлик берилмасдан ва иссиқлик олиб кетилмасдан амалга ошадиган процесс адиабатик процесс деб аталади.* Газ квазистатик адиабатик процесс бажараётганда идеал газнинг ҳолатини аниқловчи параметрларнинг ўзаро қандай боғланганлигини кўриб чиқайлик. (15.5) тенгламада $\delta Q = 0$, $dU = C_v dT$ деб олиб, қуйидагини оламиз:

$$C_v dT + PdV = 0.$$

Клапейрон тенгламасидан

$$dT = \frac{d(PV)}{R} = \frac{PdV + VdP}{R} = \frac{PdV + VdP}{C_p - C_v}.$$

Бундан dT ни чиқариб юборсак,

$$C_p PdV + C_v VdP = 0$$

тенгликни оламиз. Энди

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (21.1)$$

белгилашни киритамиз, у ҳолда

$$\gamma PdV + VdP = 0 \quad (21.2)$$

бўлади. Идеал газ учун квазистатик адиабатик процесснинг дифференциал тенгламаси шундай бўлади. Идеал газлар учун C_p ва C_v иссиқлик сиғимлари температурага боғлиқ бўлиши мумкин. Бироқ кўп ҳолларда улар кенг температура интервалларида деярли ўзгармас қолиши мумкин. Агар улар ўзгармас бўлса, у ҳолда уларнинг нисбатлари γ ҳам ўзгармас бўлади. У ҳолда (21.2) тенглама осон интегралланади ва қуйидагини беради:

$$PV^\gamma = \text{const.} \quad (21.3)$$

Бу тенглама *Пуассон тенгламаси* (1781—1840) деб аталади. Бу тенглама *адиабата*, яъни квазистатик адиабатик процессни график тасвирловчи эгри чизик тенгламасидир. γ катталики *адиабатик доимий* деб аталади. $PV = RT$ бўлгани учун адиабата тенгламасини яна икки кўринишда ёзиш мумкин:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.} \quad (21.4)$$

$$\frac{P^{\gamma-1}}{T^\gamma} = \text{const.} \quad (21.5)$$

$\gamma > 1$ бўлгани учун (21.4) дан адиабатик қисилишда газнинг қизиши, адиабатик кенгайишда эса газнинг совиши келиб чиқади. *Пневматик ўт олиш* ҳодисаси ана шунга асосланган (13- § га қ.). Бу ҳодисадан дизелларда фойдаланилади, уларда аралашма ёнилги адиабатик сиқилиш йўли билан аланга олдирилади. Адиабатик сиқилишда газнинг қизишига сабаб шуки, қисиш вақтида газ устида иш бажарилади, бу иш газ ички энергиясининг ертишига сарф бўлади. Идеал газнинг ички энергияси фақат температурага боғлиқ бўлганидан, ички энергиянинг бу ортиши газ температурасининг ортишида намоён бўлади. Адиабатик кенгайишда газнинг совишини ҳам шунга ўхшаб тушунтириш мумкин.

2. Адиабата тенгламалари (21.3), (21.4) ва (21.5) фақат квазистатик адиабатик процессга тегишлидир. Квазистатик бўлмаган адиабатик процесслар учун бу тенгламаларни қўллаш мумкин эмас. Масалан, адиабатик деворли ва адиабатик тўсиқ орқали икки тенг бўлакка бўлинган цилиндрни кўрайлик. Дастлаб газ бу бўлақлардан бирини эгаллаган бўлсин. Агар тўсиқ тўсатдан олинса, у ҳолда газнинг бўшлиққа адабиатик кенгайиш процесси рўй беради. Бу процесс квазистатик эмас. Дастлаб газнинг шиддатли ва мураккаб макроскопик ҳаракатлари рўй берадиган кескин мувозанатсиз ҳолат юзага келади. Сўнгра ички ишқаланишлар туфайли бу макроскопик ҳаракатлар сўнади, уларнинг кинетик энергиялари ички энергияга айланади. Ниҳоят мувозанат ҳолат қарор топади, бу ҳолатда газ ўзгармас зичлик ва температурада цилиндрнинг бутун ҳажмини эгаллайди. Процесс давомида газ ҳеч қандай иш бажаргани йўқ, шунинг учун газнинг ички энергияси ўзгарисиз қолди. Бундан Жоуль қонунига асосан охириги ҳолатда газнинг температураси худди процесснинг бошидагидек бўлади деб хулоса қилиш мумкин. Газнинг бошланғич ва охириги ҳолатларига адиабата тенгламаларини, масалан, (21.4) тенгламани қўллаш хато бўлур эди. Агар шундай қилганимизда эди, биз тавсиф-

лаган адиабатик процессда газ совиши керак, деган хато хулосага келган бўлар эдик.

Албатта, агар мувозанатсизликдан четланишлар катта бўлмаса, у ҳолда унчалик тўлиқ мувозанатда бўлмаган процесслар учун ҳам адиабата тенгламасидан фойдаланиш мумкин. Масалан, газнинг адиабатик доимийсини аниқлашга доир Клеман ва Дезорм тажрибаларида (22- §), шунингдек, газларда тарқалаётган одатдаги товуш тўлқинларида шундай шартлар бажарилади.

МАСАЛАЛАР

1. Ўзгармас иссиқлик сизимида рўй берадиган процесс *политропик процесс* деб аталади, бундай процесснинг график тасвири бўлган эгри чизиқ эса *политропа* деб аталади. Агар политропик процессда идеал газнинг моляр иссиқлик сизими C га тенг бўлса, идеал газ учун политропа тенгламасини топинг.

Жавоб. $TV^{n-1} = \text{const}$ ёки $PV^n = \text{const}$;

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}.$$

n доимий *политропа кўрсаткичи* деб аталади.

2. Политропа кўрсаткичининг қандай қийматларида идеал газ сиқилишда қизийди, қандай қийматларида совийди?

Жавоб. $n > 1$ бўлганда қизийди, $n < 1$ бўлганда совийди.

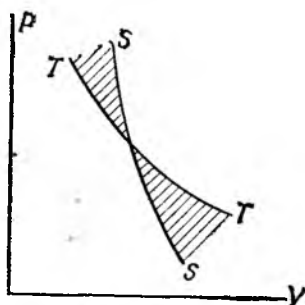
3. Агар идеал газ ўзгармас босимда кенгайса, у совийдими ёки қизийдими?

4. Агар политропик процессда идеал газнинг ҳажми дастлабки V_1 қийматидан охириги V_2 қийматигача ўзгарса, бу процессда бир моль идеал газнинг бажарган ишини ҳисобланг.

$$\text{Жавоб. } A = \frac{P_1 V_1^n}{1-n} (V_2^{1-n} - V_1^{1-n}) = \frac{P_2 V_2^n}{1-n} (V_2^{1-n} - V_1^{1-n}).$$

5. $n \rightarrow 1$ лимит ўтиш йўли билан олдинги формуладан идеал газнинг изотермик процессдаги иши учун формула ифодасини топинг.

6. PV диаграммада (19- расм) идеал газ учун ихтиёрий нуқтадан TT изотерма ва SS адиабата ўтказилган, бу идеал газнинг C_v иссиқлик сизими температурага боғлиқ эмас. Худди шу нуқтадан ўтган ва штрихланган соҳада ётувчи политропа учун манфий иссиқлик сизими, штрихланмаган соҳада ётган политропа учун эса мусбат иссиқлик сизими мос келишини кўрсатинг.



19- расм.

7. Температураси T_1 бўлган идеал газ эластик адиабатик қобикда P_1 босим остида турибди. Газга бўлган ташқи босим сакрашсимон тарзда P_2 катталиқкача ўзгарганида қарор топдиган T_2 температурани аниқланг. Температуранинг бу процессда ўзгаришини адиабатик процесс *квазистатик* содир бўлганида ҳосил бўладиган температура ўзгариши билан солиштиринг.

Ечилиши. Бошланғич ҳолатдан (ҳажми V_1 , температураси T_1) охириги ҳолатга (ҳажми V_2 , температураси T_2) ўтишда ташқи босим газ устида $A_{\text{ташқи}} = P_2 (V_1 - V_2)$ иш бажаради, бу иш ички энергиянинг $U_2 - U_1 = C_v (T_2 - T_1)$ ортишига кетади. Клапейрон тенгламаси $PV = RT$ ва шунингдек Роберт Майер муносабати $C_p - C_v = R$ ни қўллаб, мураккаб бўлмаган ўзгаришлардан сўнг қуйидагини оламиз:

$$T_2 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{P_2 - P_1}{P_1}\right) T_1.$$

Квазистатик адиабатик процесда (21.5) дан қуйидаги келиб чиқади:

$$T_2^{\text{квст}} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Биринчи ҳолда T_2 чизиқли ўзгаради, иккинчи ҳолда эса P_2 нинг ўзгариши билан экспоненциал ўзгаради, шу билан бирга, P_1 нуқтанинг чексиз кичик атрофларида ҳар иккала ўзгариш ҳам бирдай тез амалга ошади. Бироқ $0 < \frac{\gamma-1}{\gamma} < 1$ бўлгани

учун ҳамма вақт $T_2^{\text{квст}} < T_2$ бўлади. Бинобарин, тўсатдан адиабатик сиқилишда температуранинг ортиши, тўсатдан адиабатик кенгайишда эса температуранинг пасайиши квазистатик адиабатик процесдаги тегишли катталыклардан кўпроқ бўлар экан.

8. Паст томони берк узун вертикал цилиндрик найда M массаси найнинг ичига қамалган газ массасига нисбатан улкан бўлган поршень ишқаланишсиз ҳаракатланиши мумкин. Мувозанат ҳолатида поршень билан найнинг туби орасидаги масофа l_0 га тенг. Поршеннинг мувозанат ҳолатидан четлашишларида пайдо бўладиган кичик тебранишлар даврини аниқланг. Бунинг учун процессни изотермик, газни эса идеал газ деб фараз қилинг. Найнинг қўндаланг кесими юзи S га тенг, нормал атмосфера босими P_0 . $P_0 = 0$ бўлган чегаравий ҳол кўрилсин.

$$\text{Жавоби. } T = 2\pi \sqrt{\frac{Ml_0}{Mg + P_0S}}$$

$P_0 = 0$ бўлган чегаравий ҳолда $T = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}$, яъни тебранишларнинг даври l_0 узунлиқдаги математик маятникнинг даврига мос келади.

9. Аввалги масалани тебранишлар адиабатик тебранишлар деб фараз қилиб ечинг. Олиндиган натижаларда газ γ адиабатик доимийсининг температурага боғлиқлигининг таъсири бўлинмадими?

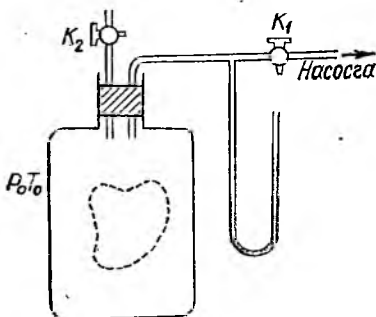
$$\text{Жавоби. } T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\gamma} \frac{Ml_0}{Mg + P_0S}}$$

Бу формула γ температурага боғлиқ бўлган ҳолда ҳам тўғри бўлади, чунки уни келтириб чиқаришда адиабатининг дифференциал шаклдаги тенгламасидан фойдаланилади. Чегаравий ҳолда, $P_0 = 0$

$$\text{бўлганда } T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\gamma} \frac{l_0}{g}}$$

22- §. C_p/C_v ни Клеман ва Дезорм методи билан аниқлаш

Клеман (1841 йилда вафот этган) ва Дезорм (1777—1862) газларнинг иссиқлик сиғимлари нисбати $\gamma = C_p/C_v$ ни ўлчашнинг қуйидаги методини таклиф қилдилар ва амалга оширдилар (1819 й.). Сиғими бир неча литрли (20- расм) шиша баллон атмосфера босимидаги текшириляётган газ билан тўлдирилади.



20- расм.

Насос ёрдамида баллонга ўша газнинг ўзидан яна кичик порцияси қўшимча киритилиб, сўнгра K_1 жўмрак беркитилади. Қисқа муддат ўтгандан сўнг баллондаги газнинг температураси атроф ҳавонинг температурасига тенглашади. Шундан сўнг сув манометри билан баллондаги газнинг босими ўлчанади. Бу босимни P_1 билан, газнинг температурасини эса T_1 билан белгилаймиз. Сўнгра қисқа муддат

га K_2 жўмрак очилади. K_2 жўмрак очиқ бўлганида газнинг бир қисми баллондан чиқиб кетади ва унинг босими P_0 атмосфера босимига тенглашади. Бунда баллонда қолган газ адиабатик кенгайиб, атроф ҳавонинг қаршилигига қарши иш бажаради. Бунинг натижасида унинг температураси бирор T қийматгача пасаяди. Қисқа муддатли бу процесс давом этган бутун вақт давомида K_2 жўмрак очиқ бўлади. Сўнгра K_2 жўмрак тез беркитилади ва газ то унинг температураси атроф ҳавонинг T_0 температурасига тенглашгунча секин қизийди. Бу вақтда газнинг босими P_2 бўлсин. Ўлчанган P_1, P_2, P_0 босимлардан иссиқлик сифимларининг нисбати $\gamma = C_P/C_V$ ни ҳисоблаш мумкин.

Бунинг учун фикран қаралаётган баллон ичида ёпиқ сирт билан чегараланган ихтиёрий газ порциясини ажратайлик. Бу сирт 20-расмда пунктир билан тасвирланган. У биз кўраётган газ порцияси қамалган қобиқ ролини ўйнайди. Турли процессларда бу «қобиқ» билан чегараланган газ кенгайди ва сиқилади, бу билан атрофдаги газнинг босимига қарши иш бажаради ва айни вақтда у билан иссиқлик алмашинади. Юзага келаётган макроскопик ҳаракатнинг кинетик энергияси катта бўлмаганидан, бу процессларни квазистатик процесслар деб қараш мумкин. Босимни ҳисоблаш моментларида «қобиқ» ичидаги газнинг ҳолатини характерловчи параметрлар қуйидаги қийматларга эга бўлади:

$$\begin{aligned} 1 \text{ ҳолат: } & P_1, T_0, V_1 \\ 2 \text{ ҳолат: } & P_0, T, V_2, \\ 3 \text{ ҳолат } & P_2, T_0, V_2. \end{aligned}$$

$P_1 - P_0$ ва $P_2 - P_1$ босимлар фарқи атмосфера босими P_0 дан юзлаб ва минглаб марта кичик, шунинг учун ҳисобни соддалаштириш учун бу айирмаларни чексиз кичик дифференциаллар деб қараш мумкин. Ажратилган газ порциясининг ҳажм ўзгаришлари ҳақида ҳам шундай дейиш мумкин. Газнинг 1 ҳолатдан 2 ҳолатга ўтиши адиабатик амалга ошади, шунинг учун босим ва ҳажмнинг тегишли ўзгаришлари (21.2) адиабата тенгламаси билан боғланган. Бу тенгламада $dV = V_2 - V_1$, $dP = P_0 - P_1$ деб олиб, шундай ёзиш мумкин

$$\gamma P(V_2 - V_1) + V(P_0 - P_1) = 0.$$

1 ва 3 ҳолатларда эса газнинг температуралари бирдай, шунинг учун бу ҳолатларда PV кўпайтма бирдай бўлади. Бинобарин, босим ва ҳажмнинг тегишли ўзгаришлари $PdV + VdP = 0$ муносабат ёки

$$P(V_2 - V_1) + V(P_2 - P_1) = 0$$

муносабат билан боғланган. Бу муносабатдан аввалги муносабат билан биргаликда шуни ҳосил қиламиз

$$\gamma = \frac{P_1 - P_0}{P_1 - P_2}. \quad (22.1)$$

Бу формулага босимлар фарқларининг нисбатлари киради, шунинг учун босим ўзгаришларини қандай бирликларда ўлчаш фарқсиз

Энг қулайн босимлар фарқларини 20- расмда кўрсатилгандек манометр ёрдамида сув устуни миллиметрларида ўлчашдир.

М А С А Л А

Адиабатик доимий γ температурага боғлиқ эмас деб олиб, $P_1 - P_0$ ва $P_1 - P_2$ босимлар фарқи кичиклиги ҳақидаги фаразни киритмаган ҳолда (22.1) формулани умумлаштиринг.

$$\text{Жавоби. } \gamma = \frac{\ln \frac{P_1}{P_0}}{\ln \frac{P_1}{P_2}}$$

(22.1) формулани чиқаришда адиабата тенгламасининг дифференциал шакли (21.2) дан фойдаланилди, шунинг учун формула фақат γ нисбат ўзгармас бўлган ҳолдагина эмас, балки унинг температура ўзгариши билан ўзгарганида ҳам тўғри бўлади. Ана шунинг учун адиабата тенгламасининг дифференциал кўринишидан фойдаланишни афзал кўрдик ва тенгламани келтириб чиқаришда γ нисбатининг ўзгармаслигини кўзда тутадиган интеграл шаклдаги адиабата тенгламаси (21.3) дан фойдаланмадик.

23- §. Газларда товушнинг тезлиги

1. Механикада газларда товушнинг тарқалиш тезлиги учун қуйидаги

$$c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \quad (23.1)$$

формула киритилган эди (I том, 85- § га қаранг), бу ерда ρ — газнинг зичлиги. Бироқ P босим фақат ρ га эмас, шунингдек T температурага ҳам боғлиқ бўлади. Шунинг учун $dP/d\rho$ ҳосиланинг қандай маънода тушурилишини кўрсатиб ўтиш керак. Ньютон босимни зичлик билан Бойль—Мариотт қонунига мувофиқ $P/\rho = \text{const}$ тарзда боғланган деб ҳисоблар эди. Бу эса товуш тўлқинида ҳавонинг қуюқлашиши ва сийракланишлари орасидаги температуралар фарқи оний равишда тенглашиб кетади, яъни товушнинг тарқалиши изотермик процессдир, деган фикрга тўғри келади. Агар бу фараз тўғри бўлса, у ҳолда $\frac{dP}{d\rho}$ ҳосилани $\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T$ хусусий ҳосилата деб тушуниш керак бўлади. У ҳолда (23.1) формула

$$c_N = \sqrt{\frac{P}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}} \quad (23.2)$$

Ньютон формуласига айланади, бу ерда μ — газнинг молекуляр оғирлиги, N индекс эса c_N катталик товушнинг Ньютон формуласи бўйича ҳисобланган тезлиги эканини кўрсатади. Ҳаво учун $\mu = 28,8$, $T = 273$ К деб олиб, (23.2) формуладан $c_N = 280$ м/с эканлигини топамиз, ҳолбуки тажриба $c = 330$ м/с ни беради.

2. Бундай фарқланиш Лаплас (1749—1827) томонидан бартаграф қилинди. Лаплас товуш тўлқинидаги зичлик тебранишлари

ва у билан боғланган температура тебранишлари шунчалик тез ўтади ва ҳавонинг иссиқлик ўтказувчанлиги шунчалик кичикки, бундай процесслар учун иссиқлик алмашилиш ҳеч қандай роль ўйнамайди, деб кўрсатиб берди. Товуш тўлқинидаги қуюқлашиш ва сийракланишлар орасидаги температуралар фарқи тенглашишга улгура олмайди ва шунинг учун товушнинг тарқалишини адиабатик процесс деб ҳисоблаш мумкин. Бундай ҳолда изотерма тенгламасидан эмас, балки (21.2) адиабата тенгламасидан фойдаланиш керак. Агар бу тенгламага V ҳажмнинг ўрнига $\rho \sim 1/V$ зичликни киритсак, бу тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$\gamma P d\rho - \rho dP = 0, \quad (23.3)$$

бундан адиабатик процесс учун

$$\frac{dP}{d\rho} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{ад} = \gamma \frac{P}{\rho} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T. \quad (23.4)$$

Шунинг учун (23.2) Ньютон формуласи ўрнига Лаплас формуласи келиб чиқади:

$$c_L = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} = c_N \sqrt{\gamma}. \quad (23.5)$$

Бу формула товушнинг тезлиги учун Ньютон формуласидан $\sqrt{\rho}$ марта катта бўлган катталикни беради. Ҳаво учун γ ни ўлчашлар $\gamma = 1,4$ натижани берди. Шунинг учун Лаплас формуласига мувофиқ, $T = 273$ К да ҳавода товушнинг тезлиги

$$c = 280 \sqrt{1,4} = 330 \text{ м/с}$$

бўлиши керак, бу эса тажриба маълумотларига мос келади.

3. γ иссиқлик сиғимлари нисбатини экспериментал ўлчашнинг иккинчи қулай, аниқлиги жиҳатидан Клемен ва Дезорм методидан юқори бўлган методи Ньютон ва Лаплас формулаларига асосланган. Товушнинг тадқиқ қилинаётган газдаги c тезлиги экспериментал ўлчанади. γ катталик

$$\gamma = \left(\frac{c}{c_N}\right)^2 \quad (23.6)$$

формуладан ҳисобланади, бу ерда c_N — товушнинг ньютон тезлиги деб аталувчи, яъни (23.2) формуладан аниқланадиган катталик. (23.5) формуладан аниқланадиган катталик эса товушнинг лаплас тезлиги деб аталади.

М А С А Л А

Товушнинг Лаплас формуласи (адиабатик) ва Ньютон формуласидан (изотермик) ҳисобланган тезликлари орасидаги (23.5) муносабат ҳар қандай физик бир жинсли изотроп модда учун ўринли эканини кўрсатинг.

Ечилиши. Адиабатик процесс учун $du + PdV = 0$, бу ерда u ва v — ички энергия ва модда ҳажмининг солиштира қийматлари. Мустақил ўзгарувчилар учун P ва v ни олиб, қуйидагини келтириб чиқарамиз:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{ад} = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_P + P}{\left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_v}$$

Агар v ҳажм ўзгармас сақланса, u ҳолда фақат битта мустақил ўзгарувчи қолади ва қолган барча катталиклар шу ўзгарувчига боғлиқ бўлиб қолади. Бундай ўзгарувчи ёки P , ёки T бўлиши мумкин. $u(P)$ ни $u(T(P))$ мураккаб Функция сифатида қараб ва уни дифференциаллаб, қуйидагини келтириб чиқарамиз:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v$$

ёки (8.4) ва (18.3) муносабатлардан фойдаланиб, ёзамиз:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_v = -C_v \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T$$

Худди шунга ўхшаш қуйидагини топамиз:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_P + P = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P + P = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P\right] \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P = C_P \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P$$

Тегишли ўрнига қўйишлардан кейин

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{ад} = \frac{C_P}{C_v} \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T \quad (23.7)$$

ни келтириб чиқарамиз. Агар $\rho = 1/v$ зичлик қиртилса, (23.4) ва (23.5) муносабатлар (23.7) формуланинг натижалари бўлиб чиқади.

24-§. Газлар учун C_P ва C_V ларни аниқлашнинг экспериментал методларига тегишли мулоҳазалар

Идеал газлар учун $\gamma = C_P/C_V$ катталиклнинг қиймати билан уларнинг C_P ва C_V иссиқлик сифимлари бир қийматли аниқланади, чунки идеал газлар бўлган ҳолда бу иссиқлик сифимлари

$$C_P - C_V = R \quad (24.1)$$

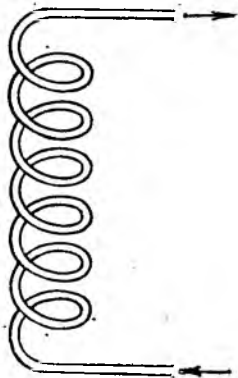
қўшимча муносабат билан боғлангандир. Бу тенгламаларни C_P ва C_V га нисбатан ечиб, қуйидагини топамиз:

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}, \quad C_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (24.2)$$

Газларнинг C_P ва C_V иссиқлик сифимларини ўлчаш методларини батафсил баён қилиш бизнинг қўлланмаимиз вазифасига кирмайди. Шунинг учун фақат битта мулоҳаза билан чекланамиз. C_V катталиклни бевосита тажрибада ўлчаб топиш қийин, чунки V ўзгармас бўлганда газнинг массаси, бинобарин, унинг иссиқлик сифими калориметрга тегишли худди шундай катталиклардан ҳамма вақт кичик бўлади. Тажрибада C_P катталиклни ва γ адиабатик катталиклни ўлчаш қулайроқ, C_V иссиқлик сифимини эса $C_V = \frac{1}{\gamma} C_P$ формуладан ҳисоблаш керак.

C_P ни ўлчаш учун тадқиқ қилинаётган газ муайян температурагача қиздирилиб, калориметрдаги сувга туширилган спираль-

металл най (змеевик) орқали ўтишга мажбур қилинади (21- расм). Змеевикнинг бир учиди газнинг P_1 босими ва T_1 температураси ўзгармас қилиб сақлаб турилади. Змеевикдан чиқишда P_2 босим ушлаб турилади ва T_2 температура ўлчанади. Бу температура T_1 дан паст бўлади, чунки газ змеевикдан ўтганида калориметрдаги сувга ўз иссиқлигини беради. Одатда, змеевикдан ўтишда газ совшишга улгуради ва калориметрдаги сувнинг температурасини эгаллайди. Змеевик орқали газнинг катта массасини ўтказиш ва калориметрдаги сувни сезиларли қиздириш мумкин. Шу туфайли C_V иссиқлик сифимини бевосита ўлчашда дуч келинадиган юқорида кўрсатиб ўтилган қийинчилик бартараф қилинади. Калориметрдаги сув температурасининг ортшидан калориметр олган иссиқлик миқдорини аниқлаш мумкин. Бу иссиқлик миқдорини Q билан белгилаймиз. Тескари ишора билан олинган ана шу катталиқнинг ўзи змеевик орқали ўтган газ олган иссиқлик миқдорини кўрсатади. Ҳисоблашларни соддалаштириш учун змеевик орқали бир моль газ ўтди деб оламиз. Газни идеал газ деб олиб, унинг бажарган A ишини аниқлаймиз. Бу иш $A = P_2V_2 - P_1V_1 = R(T_2 - T_1)$ га тенг. Бу катталиқларни $Q = U_2 - U_1 + A$ тенгламага қўйиб,



21- расм.

$$Q = (C_V + R)(T_1 - T_2)$$

ни ҳисал қиламиз ёки (24.1) Роберт Майер тенгламаси асосида

$$Q = C_p(T_1 - T_2)$$

ни топамиз. Бундан изланаётган C_p иссиқлик сифимини ҳисоблаш осон.

25- §. Бернулли тенгламаси

1. Бернулли тенгламаси курсимиз биринчи томининг 94- § да келтириб чиқарилган эди. Бироқ у ерда биз фақат сиқилмайдиган суюқликларнинг ҳаракатинигина кўришимиз мумкин эди. Сиқилувчан суюқликлар ва газларнинг ҳаракатларини тадқиқ қилиш асосан термодинамика қонунларига таянади. Шунинг учун биз биринчи том материални термодинамик мулоҳазалар билан тўлдирамиз.

Бернулли тенгламаси идеал суюқликнинг ламинар стационар оқимиға тегишлидир. Бу ерда суюқлик умумлашган маънода тушунилади — газ сиқилувчан суюқликнинг хусусий ҳоли ҳисобланади. Суюқликнинг идеаллиги *гидродинамик* маънода тушунилади. Бу деган сўз, суюқликнинг ҳаракати қандай бўлмасин, унда ички ишқаланиш тангенциал кучлари юзага келмайди; суюқликнинг ўзаро тегишиб турган элементлари орасидаги ўзаро таъсир фақат нормал босим кучлари томонидан амалга оширилади.

демакдир. Бундан ташқари, биз суюқликнинг турли қисмлари орасидаги иссиқлик алмашилини кичик деб ҳисоблаб, уни мутлақо назарга олмаймиз. Суюқликнинг ҳар қандай ҳаракатланаётган қисми учун уни ўраб олган суюқлик адиабатик қобиқ родини ўйнайди. Шунинг учун бизнинг тадқиқотимиз *идеал сиқилувчан суюқликнинг адиабатик ламинар оқимида тегишлидир.*

2. Ҳаракатланаётган суюқлик албатта мувозанатли термодинамик система бўла олмайди. Бироқ, агар суюқлик макроскопик ҳаракатининг тезлиги фазо ва вақтда унчалик тез ўзгармаса, у ҳолда суюқликни фикран етарлича кичик макроскопик қисмларга бўлиш мумкинки, уларнинг ҳар бири муайян v макроскопик тезлик билан ҳаракатланиши мумкин ва бу қисмларнинг ички ҳолати худди термодинамик мувозанат ҳолатидаги сингари параметрлар билан, яъни температура, зичлик ва босим билан характерланиши мумкин. Бу параметрлар ўзаро $f(T, P, \rho) = 0$ ҳолат тенгламаси билан боғланган. Бундан ташқари, улар орасида оқимнинг адиабатиклигини ифодаловчи қўшимча боғланиш ҳам мавжуддир. Идеал газ бўлган ҳолда бу боғланиш, масалан, (21.2) муносабат билан ёки λ ўзгармас бўлганда $P = \text{const} \cdot \rho^\gamma$ муносабат билан ифодаланadi. Бошқа ҳолларда оқимнинг адиабатиклик шарти бундай содда шаклда ёзилмайди. Бироқ, адиабатик оқим бўлган барча ҳолларда ҳолат тенгламаси бўлиши сабабли, T , P ва ρ учта параметрдан фақат биттаси, масалан, зичлик мустақил бўлиб қолади.

3. Бернулли тенгламаси шу нарсани тасдиқлайдики, идеал суюқликнинг стационар ламинар оқимида $\epsilon + P/\rho$ катталик оқим чизиғи бўйлаб ўзгармас бўлиб қолади:

$$\epsilon + \frac{P}{\rho} = \text{const}. \quad (25.1)$$

Биринчи томда бу тенглама ρ зичликнинг ўзгармаслиги ҳақидаги фараздан фойдаланилмай чиқарилгани учун бу ерда уни келтириб чиқаришни такрорлашнинг зарурати йўқ. Бу ерда қилиш керак бўлган ягона нарса — суюқликнинг сиқилувчанлигини ҳисобга олган ҳолда ϵ тўлиқ энергиянинг маъносини очиб беришдир. ϵ катталик суюқлик масса бирлигининг тўла энергиясидир. Бу энергия уч қўшилувчидан иборат: макроскопик ҳаракатнинг $v^2/2$ кинетик энергияси, ташқи куч майдонидаги ϕ потенциал энергия ва u ички энергия. Агар ташқи майдон сифатида бир жинсли тортиш майдони олинса, у ҳолда $\phi = gh$ бўлади, бу ерда h — бирор ихтиёрий сатҳдан ҳисобланадиган баландлик. Бу ҳолда (25.1) тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$u + \frac{P}{\rho} + gh + \frac{v^2}{2} = \text{const}, \quad (25.2)$$

яъни чапда турган катталик оқим чизиғи бўйлаб ўзгармасдир.

$1/\rho$ катталик суюқликнинг солиштирма ҳажмига тенг, шунинг учун $u + P/\rho$ — *солиштирма энталпия*дир, яъни суюқлик массаси бирлигининг энталпиясидир. Уни i ҳарфи билан белгилаб, Бернулли тенгламасини қуйидаги шаклда ёзиш мумкин:

$$i + gh + \frac{v^2}{2} = \text{const}. \quad (25.3)$$

Агар оқим горизонтал йўналишда бўлаётган бўлса, gh катталиқ доимий бўлади. Бу ҳолларда

$$i + \frac{v^2}{2} = \text{const} \quad (25.4)$$

бўлади. v тезлик катта бўлганида (25.4) муносабатдан оқим горизонтал бўлмаган ҳолда ҳам фойдаланиш мумкин, чунки бу ҳолда gh потенциал энергиянинг баландлик бўйича ўзгаришларини ҳисобга олмаслик мумкин. Бошқача айтганда, оғирлик кучининг борлигини мутлақо назарга олмаслик мумкин. Биз келгусида худди ана шундай ҳоллар билан иш кўраемиз.

Секин оқимларда кинетик энергияни назарга олмаслик мумкин. Бунда

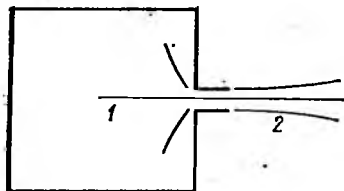
$$i = \text{const},$$

яъни энталпия оқим чизиғи бўйлаб ўзгармаслигича қолади. Бундай натижа Жоуль — Томсон тажрибасини кўриб чиқишда ҳам олинган эди.

4. Техник жиҳатдан Жоуль — Томсон эффекти пўкакдан фойдаланмасдан амалга оширилиши мумкин. Юқори босим (юзлаб атмосфера тартибидаги) босим остида бўлган газни паст босимли (бир атмосфера тартибидаги) фазога вентиль ёки тор тешик орқали ўтишга мажбур қилинади. Бундай процесс *газни дросселлаш* деб юритилади. Бу процесс худди газнинг кенг труба бўйлаб ҳаракатида трубада ингичка тирқиш бўлиб, тирқишдан сўнг трубанинг чексиз кенгайган ҳажми бўйлаб бўладиган оқимга ўхшайди. Бундай ҳолда газнинг бошланғич ва охириги ҳолатларига ҳам (25.5) муносабатни қўллаш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, Бернулли тенгламаси (25.4) ни боши ва охири газ оқиб ўтаётган ингичка тирқишнинг олдида ва орқасида бўлган сқим чизиғи учун қўллайлик. Бу нуқталарни трубанинг газнинг оқиш тезлиги жуда кичик бўлган кенг участкаларида танлайлик. У ҳолда (25.4) да кинетик энергияни мутлақо назарга олмаслик мумкин ва биз яна (25.5) муносабатни олаемиз. Шундай қилиб, Жоуль — Томсон процесси у газни ғовак пўкак орқали ўтказиб амалга ошириладими ёки вентиль орқали дросселлаш йўли билан амалга ошириладими, бундан қатъи назар, газнинг энталпияси бошланғич ҳолатда ҳам, охириги ҳолатда ҳам айнан бирдай бўладиган процесс деб характерланиши мумкин.

26- §. Газнинг тешикдан сқиб чиқиш тезлиги

1. Сиқилган газнинг баллондан кичик тешик ёки сопло орқали оқиб чиқиш тезлигини ҳисоблаб топайлик (22- расм). Оқимни ламинар ва барқарор деб ҳисоблаб, ихтиёрий оқим чизиғини олаемиз, бу чизиқнинг бир учи баллондан ташқарида — тешик яқинида (2), иккинчи учи эса баллоннинг ичида — газнинг v_1 тезлиги ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлган жойда (1) бўлсин. Бернулли тенгламаси (25.4) ни оқим чизиғининг 1 ва 2 нуқталарига қўллаймиз; у ҳолда қуйидагини олаемиз:



22- расм.

$$i_1 + \frac{v_1^2}{2} = i_2 + \frac{v_2^2}{2}$$

ζ_1^2 катталикни ҳисобга олмаслик мумкин. v_2 тезликнинг индексини ташлаб юборайлик. Бунда аввалги тенгламадан қуйидагини оламиз:

$$v = \sqrt{2(i_1 - i_2)} \quad (26.1)$$

Бу формула идеал газлар учун ҳам, реал газлар учун ҳам қўлланиши мумкин. Энди газни идеал газ деб оламиз ва C_V иссиқлик сифимининг температурага боғлиқлигини назарга олмаслик мумкин. У ҳолда

$$i = \mu + \frac{p}{\rho} = \frac{1}{\mu} C_V T + \frac{1}{\mu} RT$$

ёки (20.1) га асосан

$$t = \frac{1}{\mu} C_P T. \quad (26.2)$$

Бинобарин,

$$v = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_P (T_1 - T_2)}. \quad (26.3)$$

Бироқ бу кўринишда бу формула ҳисоблашлар учун ярамайди, чунки газ оқимининг тешикдан чиқишидаги T_2 температураси номаълум. Баллондаги P_1 босим ва T_1 температура, шунингдек, P_2 ташқи босим маълум. T_2 температурани адиабата тенгламасидан топиш мумкин:

$$\frac{P_1^{\gamma-1}}{T_1^\gamma} = \frac{P_2^{\gamma-1}}{T_2^\gamma}$$

Бу тенглама қуйидагини беради:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

(26.3) формулага қўйганимиздан кейин тезликни топамиз:

$$v = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_P T_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}. \quad (26.4)$$

Максимал тезликка газ вакуумга оқиб чиқаётганда эришилади. Бу тезлик

$$v_{\text{вак}} = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_P T} \quad (26.5)$$

га тенг бўлади.

(Температура T даги I индексни ташлаб юбордик.) C_p нинг ўрнига унинг (24.2) формуладаги қийматини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$v_{\text{вак}} = \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} RT}. \quad (26.6)$$

Молекуляр водород учун $T = 1000$ К температурада бу формула қуйидаги қийматни беради:

$$v_{\text{вак}} = \sqrt{\frac{1.4}{0.4} \cdot 8,314 \cdot 10^3 \cdot 10^3} = 5400 \text{ м/с.}$$

2. Газларнинг катта тезликларда оқиб чиқишига эришиш ракета техникасининг энг муҳим проблемаларидан биридир. (26.6) формула кўрсатадики, оқиб чиқиш тезлиги абсолют температурадан олинган квадрат илдизга тўғри ва газнинг молекуляр оғирлигидан олинган квадрат илдизга тескари пропорционал экан. Шунинг учун ракета техникасида молекуляр оғирлиги кичик, юқори калорияли (температура иложи борича юқори бўлиши учун) ёнилғидан фойдаланиш фойдали бўлади.

(26.5) формулани (26.3) формула билан солиштириш шуни кўрсатадики, газ вакуумга оқиб чиқаётганида $T_2 = 0$ бўлади, яъни газ абсолют нолгача совийди. Бу хулосага катта аҳамият бериб юбормаслик керак. Оқим ламинар деб олинганда шундай хулоса келиб чиқади, ҳолбуки газнинг вакуумга реал оқиб чиқиши ҳамма вақт турбулент бўлади. Бундан ташқари, қонуний бўлмаган экстраполяциядан фойдаланилди — газ абсолют нолгача идеал, унинг C_p ва C_v иссиқлик сифимлари эса оқиб чиқишда температурага боғлиқ бўлмаган ўзгармас қийматларини сақлайди деб олинди.

МАСАЛА

Жисм (масалан, космик кема) идеал газда v тезлик билан ҳаракатланмоқда. Жисмининг қандай нуқтасида газнинг температураси максимал бўлади. Агар атрофни ўраб турган газнинг температураси T га тенг бўлса, ўша максимал температурани топинг.

Ечилиши. Жисм тинч турадиган ҳисоб системасига ўтайлик. Бу системада газнинг оқишнинг стационар деб ҳисоблаб, унга Бернулли тенгламасини (25.4) қўллаймиз. Биз кўраётган ҳолда бу тенглама $c_p T + v^2/2 = \text{const}$ кўринишда бўлади. Температура $v = 0$ бўлган нуқтада, яъни критик нуқтада максимал бўлади. Гидродинамикада критик нуқта деб жисм сиртидаги шундай нуқтага айтиладики, бу нуқтада оқиб чиқаётган суюқликнинг тезлиги нолга айланади. Критик нуқтада $i = c_p T_{\text{макс}}$ ва шунинг учун

$$T_{\text{макс}} = T \left(1 + \frac{v^2}{2Tc_p} \right).$$

ёки

$$T_{\text{макс}} = T \left[1 + \frac{M^2(\gamma-1)}{2} \right],$$

бу ерда $M = v/c$ — Мах сони (c — ёруғлик тезлиги).

ТЕРМОДИНАМИКАНИНГ ИККИНЧИ ҚОНУНИ

27- §. Термодинамиканинг биринчи ва иккинчи қонунлари ҳақида умумий мулоҳазалар

1. Термодинамиканинг биринчи қонуни табиатдаги процессларнинг қандай йўналишда бориши тўғрисида ҳеч қандай кўрсатмалар бермайди. Масалан, изоляцияланган система учун биринчи қонун фақат барча процессларда системанинг энергияси доимий қолишини талаб қилади. Агар 1 ва 2 бундай системанинг икки ҳолати бўлса, у ҳолда биринчи қонун система 1 ҳолатдан 2 ҳолатга ўтадими ёки 2 ҳолатдан 1 ҳолатга ўтадими, бу тўғрисида ҳеч нарса айта олмайди. Умуман, биринчи қонун асосида изоляцияланган системада қандайдир бирор процесс рўй берадими-йўқми аниқлаб бўлмайди.

Адиабатик изоляцияланган система бир-бири билан ўзаро таъсирлашувчи, бироқ бошқа жисмлар билан ўзаро таъсирлашмайдиган икки жисмдан иборат бўлсин. У ҳолда, 16- § да кўрсатилганидек, бу жисмлар орасидаги иссиқлик алмашилиши $Q_1 = -Q_2$ шартга бўйсунди. Бир жисм олган Q_1 иссиқлик иккинчи жисм олган $-Q_2$ иссиқликка тенг бўлади. Иссиқликнинг қайси йўналишда ўтиши ҳақидаги саволга термодинамиканинг биринчи қонуни жавоб бера олмайди. Масалан, биринчи қонунга иссиқликнинг ўз-ўзидан камроқ исиган жисмдан кўпроқ исиган жисмга ўтиш процесси зид келмайди. Температуранинг миқдорий ўлчови ҳақидаги масала эса термодинамиканинг биринчи қонунига ётдир. Бу шунда намоён бўладиги, биринчи қонун бирор рационал температуралар шкаласига олиб келмади.

Термодинамиканинг иккинчи қонуни, аксинча, ҳақиқатда содир бўладиган *процессларнинг йўналиши* ҳақида фикр юритишга имкон беради. Бироқ иккинчи қонуннинг аҳамияти бу билан чекланмайди. Термодинамиканинг иккинчи қонуни температуранинг миқдорий ўлчови ҳақидаги масалани батамом қониқарли ечишга ва рационал температура шкаласини яратишга имкон беради, бу шкала термометрик жисм ва термометр тузилишининг ихтиёрий танланишига боғлиқ бўлмайди. Иккинчи қонун биринчи қонун билан биргаликда, шунингдек, жисмларнинг термодинамик мувозанат ҳолатидаги турли макроскопик параметрлари орасидаги кўплаб аниқ миқдорий муносабатларни аниқлашга ҳам имкон беради. Барча бундай аниқ муносабатлар *термодинамик муносабатлар* деган умумий ном билан юритилади.

2. Термодинамиканинг иккинчи қонунига франциялик инженер ва физик Сади Карно асос солган. Сади Карно ўзининг 1824 йилда нашр қилинган (яъни Р. Майер, Жоуль ва Гельмгольц томонидан биринчи қонуннинг кашф қилинишидан анча аввал) «Оловнинг ҳаракатлантирувчи кучи ва бу кучни юзага келтирувчи машиналар» деган асарига иссиқликнинг ишга айланиш шартларини ўрганди. Бироқ у вақтда Карно теплород назарияси нуқтаи назарида турар эди (у кейинроқ бу назариядан воз кечган) ва шунинг учун у термодинамика иккинчи қонунининг аниқ ва равшан ифодасини бера олмади. Бунга 1850—51 йилларда бир-биридан мустақил ҳолда немис физиги Рудольф Клаузиус ва шотланд физиги Вильям Томсон (лорд Кельвин) эришдилар. Улар термодинамиканинг иккинчи қонунини ифодаловчи асосий постулатни илгари сурдилар ва ундан келиб чиқадиган энг асосий натижаларни таърифладилар.

28-§. Термодинамиканинг иккинчи қонунини ифодаловчи асосий постулатнинг турли таърифлари

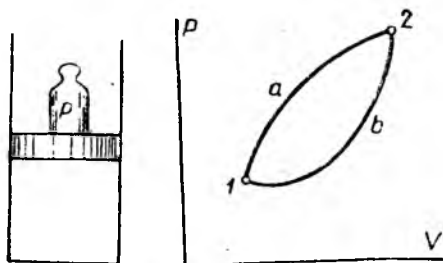
Термодинамика иккинчи қонуни постулатини таърифлаш учун гоёларнинг тарихий ривожига амал қилган ҳолда иссиқлик машинасининг ишини схематик равишда қараб чиқамиз. Машинанинг цилиндрига (23-расм) газ ёки ишчи жисм деб аталувчи бирор бошқа модда жойлаштирилади. Аниқ бўлиши учун ишчи жисм—газ деб оламиз. Айтайлик, VP диаграммада ишчи жисмнинг бошланғич ҳолати 1 нуқта билан ифодалансин. Цилиндрнинг тубини иситгич, яъни температураси цилиндрдаги газ температурасидан юқори бўлган жисм билан иссиқлик контактига келтирамиз. Газ қизийди ва кенгайди — бу процесс $1a2$ эгри чизиқ билан тасвирланган. Ишчи модда иситгичдан Q_1 иссиқлик олади ва A_1 мусбат ишни бажаради. Биринчи қонунга мувофиқ,

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1. \quad (28.1)$$

Энди поршенни дастлабки вазиятига қайтариш, яъни газни сиқиб керак. Буни шундай амалга ошириш керакки, газни қисибга сарфланган A_2 иш A_1 дан кам бўлсин. Бу мақсадда цилиндрнинг тубини совитгич, яъни температураси цилиндрдаги газнинг температурасидан паст бўлган жисм билан иссиқлик контактига келтирамиз ва газни $2b1$ йўл билан сиқамиз. Натижада газ дастлабки 1 ҳолатга қайтади. Бунда газ совитгичга Q_2 иссиқлик беради. Биринчи қонунга асосан

$$-Q_2 = U_1 - U_2 - A_2. \quad (28.2)$$

Буни (28.1) билан биргаликда кўрсак,



23-расм.

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2. \quad (28.3)$$

Шундай қилиб, иссиқлик машинаси доиравий процесс бажарди, бунинг натижасида иситгич Q_1 иссиқлик берди, совитгич Q_2 иссиқлик олди, $Q = Q_1 - Q_2$ иссиқлик $A_1 - A_2$ ишни бажаришга кетди. Қуйидаги

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (28.4)$$

муносабат машинанинг *коэффициентли* эки иссиқлик машинасининг *фойдаси* иш *коэффициенти* деб аталади.

2. Шундай савол туғилади: совитгичсиз ишлайдиган даврий иссиқлик машинасини яратиш, яъни $Q_2 = 0$ бўлишига эришиш ва демак, $\eta = 1$ га эришиш мумкин эмасмикан? Бундай машина бир иссиқлик резервуаридан олинган барча иссиқликни ишга айлантирган бўлур эди. Бундай машинани яратиш имконияти энергиянинг сақланиш қонунига зид келмайди. Ўзининг амалий аҳамиятига кўра буидай машина перпетуум мобиледан қолишмас эди, чунки унинг ёрдамида океанлар ва денгизлар сувидаги, ҳаво атмосфераси ва Ер қаъридаги бепоён ички энергия запаслари ҳисобига иш бажариш мумкин бўлар эди. Бундай машинани Вильгельм Оствальд (1853—1932) *биринчи тур перпетуум мобиле*, яъни йўқ нарсадан иш бажара оладиган ва яратилиши энергиянинг сақланиш қонунига мувофиқ бўлмаган абадий двигателдан фарқ қилиб, *иккинчи тур перпетуум мобиле* деб атади.

Бироқ Сади Карнонинг ўзиёқ бундай машинани қуриш мумкин эмаслигини тушунган эди. Иссиқлик двигателларининг ишлашини у сув двигателларининг ишлаши билан солиштирди. Сув двигателларида иш сувнинг кқорирсқ сатҳдан пастрсқ сатҳга тушиши ҳисобига бажарилади. Худди шундай иссиқлик двигателларининг иш бажариши ҳам, Карнонинг фикрича, кўпроқ исиган жисмлардан камроқ исиган жисмларга иссиқликнинг ўтиши ҳисобига бажарилиши керак. Ана шундай ўхшатишга асосланиб, Карно бир қатор қоидаларни чиқардики, улар билан биз келгусида танишамиз. Карнонинг хатоси шундан ибрат бўлдики, у ўзининг барча замондошлари билан бирга, барча процессларда иссиқлик пайдо бўлмайди ҳам, йўқолмайди ҳам деб ҳисоблаган.

Тажриба далиллари иккинчи тур перпетуум мобиле қуриш имконини инкор этади. Шунинг учун бундай перпетуум мобиле қуриш мумкин эмаслиги постулат даражасида ифодаланди. Бу постулат *термодинамика иккинчи қонунининг постулати* деб аталади ва тажриба далиллари умуллашмаси ҳисобланади. Бу постулатдан келиб чиқадиган барча натижаларнинг тажрибага мос келиши унинг тасдиғи бўлиб хизмат қилади. Хозирги вақтгача физика бу постулатни ўлчамлари унчалик кичик бўлмаган макроскопик система-ларга қўллаб, ҳеч қандай зиддиятга дуч келгани йўқ. Шунинг учун термодинамика иккинчи қонунининг постулати ишончли экспериментал асосга қурилгандир. Постулатнинг учта аниқ таърифни келтирамиз.

3. Вильям Томсон (у кейинрсқ илмий хизматлари учун лорд Кельвин унвонини олган эди) 1851 йилда термодинамика иккинчи

қонуни постулатининг шундай таърифни берди: «Бирдан-бир натижаси иссиқлик резервуарининг совиши ҳисобига иш бажариш бўлган доиравий процесс бўлиши мумкин эмас».

Иссиқлик резервуари деб термодинамик мувозанат ҳолатида бўлган ва ички энергия запасига эга бўлган жисм ёки жисмлар системасига айтилади. Бирсқ иссиқлик резервуарининг ўзи макроскопик иш бажармайди, фақат ички энергияни жисмга ёки жисмлар системасига бериши мумкин. Агар бундай жисмлар системаси иссиқлик резервуарининг ички энергияси ҳисобига иш бажараётган бўлса, у ҳолда у *ички жисм* деб аталади. Шундай қилиб, Томсоннинг таърифича, бирдан-бир натижаси иссиқлик резервуарининг ички энергиясининг камайиши ҳисобига иш бажариш бўлган доиравий процесс бўлиши мумкин эмас.

4. Ташқи ишни бажариш нима билан ифодаланиши кераклигини конкретлаштириш ва шу йўл билан асосий постулатнинг кўплаб турли-туман таърифларини олиш мумкин. Бундай таърифлардан бирини Планк (1858—1947) берган. У қуйидагидан иборат: «Бирдан-бир натижаси иссиқлик резервуарининг совиши ҳисобига иш кўтариш бўлган даврий ишловчи машинани ясаи мумкин эмас».

Планк берган таърифда машинанинг даврий равишда ишлаши кўрсатиб ўтилиши муҳим. Худди шунингдек, Томсон берган таърифда ҳам процесснинг доиравий бўлиши шарт. Ҳақиқатан ҳам, бирдан-бир иши иссиқлик резервуарининг ички энергияси ҳисобига юк кўтариш мумкин бўлган процесс (бирсқ доиравий процесс эмас) бўлиши мумкин. Планк шундай мисал келтиради. Фараз қилайлик, поршенли цилиндрда (7-расмга қ.) идеал газ бор. Поршенда P юк турипти. Цилиндрнинг тубини анчагина катта бўлган, температураси эса газ температурасидан чексиз кичик катталиқка юқори бўлган иссиқлик резервуари билан иссиқлик контактига келтирайлик. Сўнгра чексиз кичик порциялар билан поршендан юкни сла бошлаймиз. Бунда газ изотермик кенгайиб, A юкни кўтариш билан иш бажаради. Биринчи қонунга кўра,

$$Q = U_2 - U_1 + A.$$

Идеал газнинг U ички энергияси фақат температурага (баён қилинган процессда бу температура ўзгармайди) боғлиқ бўлгани учун $U_2 - U_1 = 0$ бўлади, бинобарин,

$$Q = A.$$

Шундай қилиб, иссиқлик резервуаридан олинган Q иссиқлик тўла равишда юкни кўтариш ишига ўтди. Бу термодинамиканинг иккинчи қонунига зид келмайди, чунки баён қилинган процесс доиравий эмас, яъни машина даврий равишда иш бажараётгани йўқ. Агар исталган бирор усул билан юкни кўтарилган ҳолда қолдириб, газни сиқиб билан бошланғич ҳолатига келтириш ва поршенни барча атрофдаги жисмларда (ички энергиясининг бир қисми иш бажаришга сарф бўлган иссиқлик резервуаридан ташқари) ҳеч қандай ўзгаришлар рўй бермагани ҳолда дастлабки вазиятига қайтариш мумкин бўлганида эди, ана шундагина термодинамиканинг иккинчи қонуни постулатига зид келинган бўлур эди, чунки термо-

динамика иккинчи қонунининг постулати ҳеч қандай усул билан бундай қилиш мумкин эмас деб тасдиқлайди.

Планк берган таъриф Томсон таърифидан фақат шаклан фарқ қилади. Қулай бўлсин учун бирдан-бир натижаси иссиқлик резервуарининг совиши ҳисобига иш бажариш бўлган тасаввуримиздаги доиравий процессни *Томсон — Планк процесси* деб аташга шартлашамиз. Бу ҳолда постулатни шундай ифодалаш мумкин: *Томсон — Планк процесси бўлиши мумкин эмас.*

5. 1850 йилда Клаузиус (1822—1888) асосий постулатнинг мутлақо бошқача таърифини берди. У шундай қондани илгари сурди: «Иссиқлик камроқ қизиган жисмдан кўпроқ қизиган жисмга ўз-ўзидан ўтиши мумкин эмас». Бу ерда иссиқлик деганда жисмнинг ички энергиясини тушунмоқ керак. Клаузиуснинг постулати мутлақо икки жисмнинг тўғридан-тўғри иссиқлик контактида иссиқлик кўпроқ қизиган жисмдан камроқ қизиган жисмга ўтади деган тасдиқни ифодаламайди. Бундай тасдиқ умуман физик қонуннинг мазмунини билдирмайди, фақат икки жисмдан қайси бирини кўпроқ қизиган ва қайси бирини камроқ қизиган деб аташни шартлашиб олишни билдиради, холос (4-§ нинг 4-пунктига қаранг). Иссиқлик (тўғрироғи, ички энергия) узатишни фақат бевосита иссиқлик контактида эмас, балки бошқа саноқсиз кўплаб усуллар воситасида амалга ошириш мумкин. Масалан, барча жисмлар кўзга кўринадиган ва кўзга кўринмайдиган нурлар (электромагнит тўлқинлар) нурлайди ва ютади. Бир жисмнинг нурлашини линза ёки сферик кўзгу ёрдамида бошқа жисмда йиғиш ва шу йўл билан унга иссиқлик бериш мумкин. Бироқ ҳар қандай узатиш ҳам мумкин бўлавермайди. Клаузиус постулатининг мазмуни ҳам шундан исборат бўлиб, унда *ҳеч қандай бирор бир усул* билан камроқ қизиган жисмдан иссиқликни олиш ва кўпроқ қизиган жисмга тўла равишда бериш ва бунинг устига, бунда табиатда ҳеч қандай ўзгаришлар содир бўлмаслиги мумкин эмас, деб гапирилади. Иссиқликнинг бундай узатилиши содир бўладиган тасаввуримиздаги ҳар қандай процесс *Клаузиус процесси* деб аталади. Шундай қилиб, постулат *Клаузиус процесси бўлиши мумкин эмас* деб тасдиқлайди.

Бироқ Клаузиус постулати камроқ қизиган жисмдан кўпроқ қизиган жисмга иссиқлик ўтиши мутлақо мумкин эмас, деб тасдиқламайди. Бундай иссиқлик узатилиши атрофдаги қолган барча жисмларда *ҳеч қандай ўзгариш рўй бермаган ҳолда мумкин эмас.* Термодинамика иккинчи қонунининг таърифидида ишлатилган «*ўз-ўзидан*» сўзининг маъноси мана шунда. Агар бошқа процесслар қаралса, у ҳолда камроқ қизиган жисмдан кўпроқ қизиган жисмга иссиқлик ўтиши мумкин. Бундай процесслар *компенсацияловчи процесслар* ёки қисқача, *компенсациялар* деб аталади. Масалан, совитиш машиналарида камроқ қизиган жисмдан олинган иссиқлик кўпроқ қизиган жисмга берилади. Бу Клаузиус постулатига зид келмайди, чунки бу ерда иссиқликнинг бундай ўтиши ўз-ўзидан рўй бермай, балки электромоторнинг иши туфайли амалга ошади. Агар электр совитгичга (холодильникка) ток берилмай қўйилса, у ишламайди. Параграфнинг бошида гапириб ўтилган энг содда иссиқлик машинаси *совитгич машинаси* сифатида ишлай

олади (23- расмга қаранг). Бунинг учун ишчи моддани $1b2$ эгри чизиқ бўйича кенгайтириш керак, сиқишни эса бу эгри чизиқдан юқорида ётган $2a1$ эгри чизиқ бўйича амалга ошириш керак. $1b2$ эгри чизиқ бўйича кенгайиб, машина совитгичдан Q_2 иссиқлик олади; $2a1$ эгри чизиқ бўйича сиқилганда эса у иситгичга $Q_1 > Q_2$ иссиқлик беради. Бунда машина устида $A' = Q_1 - Q_2$ мусбат иш бажарилади. Бу ишни бажариш ушбу ҳолда компенсацияловчи процесс ҳисобланади.

6. Томсон — Планк процессининг мумкин эмаслигидан Клаузиус процессининг мумкин эмаслиги келиб чиқади.

Буни исботлаш учун тескарисини фараз қилайлик, яъни Клаузиус процесси мумкин дейлик. Энг оддий иссиқлик машинаси олиб доиравий процессни амалга оширамиз, бунинг натижасида машина иситгичдан Q_1 иссиқлик олиб, совитгичга Q_2 иссиқлик беради ва $A = Q_1 - Q_2$ мусбат иш бажаради. Сўнгра Клаузиус процесси ёрдамида Q_2 иссиқликни совитгичдан иситгичга қайтарамиз. Бунда доиравий процесс рўй бериб, бу процесснинг бирдан-бир натижаси иситгичдан олинган $Q_1 - Q_2$ иссиқлик миқдorigа эквивалент A ишни бажариш бўлади; табиатда ҳеч қандай бошқа ўзгаришлар бўлмайди. Бироқ бу Томсон — Планк процесси бўлиб, аввалдан айтилгандек, унинг амалга ошиши мумкин эмас. Дуч келинган зиддият фикрмизнинг тасдиғидир.

7. Аксинча, Клаузиус процессининг мумкин эмаслигидан Томсон — Планк процессининг мумкин эмаслиги ҳам келиб чиқади. Буни исбот қилиш учун тескарисини фараз қиламиз, яъни Томсон — Планк процесси мумкин деб оламиз. У ҳолда бу доиравий процессдан фойдаланиб, камроқ қизиган жисмдан Q иссиқлик миқдори оламиз ва бу иссиқлик ҳисобига, масалан, юкни кўтариб механик иш бажарамиз. Сўнгра кўтарилган жисмнинг энергиясидан, масалан, ишқаланиш йўли билан кўпроқ қизиган жисмни қиздириш учун фойдаланамиз. Натижада Q иссиқлик камроқ қизиган жисмдан кўпроқ қизиган жисмга ўтади ва бошқа ҳеч қандай ўзгаришлар рўй бермайди. Бироқ бу Клаузиус процессидир, унинг бўлиши эса мумкин эмас. Вужудга келган зиддият айтилган фикрнинг исботидир. Исбот қилишда биз фақат Клаузиус постулатидан эмас, шунингдек, кўтарилган жисмнинг потенциал энергияси тўла равишда иссиқликка айланиши мумкин деган фикрдан ҳам фойдаландик. Бундай фикр кундалик кузатишларимизнинг натижасидир, бу кузатишлар юқоридан тушаётган жисм тўсиққа дуч келганида ниҳоят тўхташини кўрсатади. Юкнинг потенциал энергияси йўқолади, бунинг ўрнига иссиқлик пайдо бўлади. Термодинамиканинг биринчи қонунига мувофиқ бу иссиқлик миқдори юкнинг йўқолган потенциал энергиясига аниқ тенг бўлади.

Шундай қилиб, *Клаузиус постулати ва Томсон — Планк постулати эквивалент экан.*

29-§. Қайтар ва қайтмас процесслар

1. Агар бирор процесс натижасида система A ҳолатдан бошқа B ҳолатга ўтса ва агар уни лоақал бир усул билан бошланғич A ҳолатга атрофдаги қолган барча жисмларда ҳеч қандай ўзгариш

рўй бермагани ҳолда қайтариш мумкин бўлса, бундай системадаги процесс *қайтар процесс* деб аталади. Агар бундай қилиш мумкин бўлмаса, процесс *қайтмас процесс* деб аталади. Қайтмас процессга икки жисм иссиқлик контактида бўлганда кўпроқ исиган жисмдан камроқ исиган жисмга иссиқлик ўтиши мисол бўла олади. Бундай процесснинг қайтмас эканлиги бевосита Клаузиус постулатидан келиб чиқади. Ишқаланиш йўли билан иссиқлик олиш процесси қайтмас процессдир. Бу процесснинг қайтмаслиги бевосита Томсон — Планк постулатидан келиб чиқадиган натижадир.

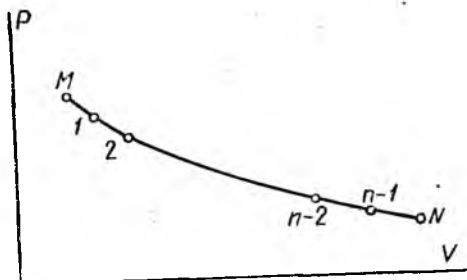
Агар системани охирги B ҳолатдан дастлабки A ҳолатга қандай усул билан бўлса-да, тўғри $A \rightarrow B$ процессда ўтган ҳолатлар кетма-кетлигини албатта ўтишни талаб қилмаган ҳолда қайтариш мумкин бўлса, у ҳолда бундай процесс *кенг маънода қайтар процесс* деб аталади. Агар системани дастлабки A ҳолатга ана шу система $A \rightarrow B$ тўғри процессда ўтган ҳолатлар кетма-кетлиги орқали ўтказувчи тескари $B \rightarrow A$ процесс мумкин бўлса, у ҳолда $A \rightarrow B$ процесс *тор маънода қайтар процесс* деб аталади. Тор маънода қайтар бўлган ҳар қандай процесс кенг маънода ҳам қайтар бўлиши ўз-ўзидан равшан.

2. Барча квазистатик процесслар қайтар процесслардир, шу билан бирга тор маънодаги қайтар процесслардир. Ҳақиқатан ҳам, квазистатик процесс чексиз секин процесс бўлиб, мувозанат ҳолатлари кетма-кетлиги, аниқроғи, мувозанат ҳолатидан чексиз кичик фарқ қилувчи ҳолатлар кетма-кетлигидан иборатдир. Агар қандайдир бир мувозанат ҳолатини олсак, у ҳолда таърифга мувофиқ, ташқи кучлар бўлмаганида бу ҳолат чексиз узоқ муддат сақланиши мумкин. Процесс бошланиши учун ташқи кучлар таъсирида мувозанатни бузиш, яъни атроф-муҳитнинг параметрлари ва температурасини ўзгартириш керак. Процесс квазистатик бўлиши учун бу ўзгаришлар шунчалик секин амалга ошиши керакки, вақтнинг ҳар бир momentiда система мувозанат ҳолатида ёки мувозанат ҳолатидан чексиз кам фарқ қилувчи ҳолатда бўлиши керак. Лимитда чексиз кичик тезлик билан амалга ошувчи ва мувозанат ҳолатларнинг кетма-кетлигидан иборат идеаллашган процесс ҳосил бўлади. Бундай процесслар ёрдамида системани бошланғич A ҳолатдан ундан исталганча узоқда бўлган охирги B ҳолатга ўтказиш мумкин; бунинг учун фақат етарлича узоқ вақт керак бўлади. Агар ташқи параметрлар ва температура чексиз кичик орттирмаларининг ишораларини тескарисига ўзгартирсак, у ҳолда система дастлабки A ҳолатига яна қайтади, бунда у ўзининг дастлаб ўтган ҳолатларидан чексиз кичик фарқ қилувчи ҳолатлар орқали тескари тартибда ўтади. Охир ниҳоясида, тўғри ва тескари процесслар қатъий мувозанатда бўлганида, бу чексиз кичик фарқ ҳам йўқолиб кетади. Бунда ташқи параметрлар ва атроф-муҳит температураси аниқ ўзининг дастлабки қийматларига қайтанлигидан тўғри ва тескари процесслар натижасида атроф-муҳитда ҳеч қандай ўзгариш содир бўлмайди. Шундай қилиб, квазистатик процесс фақат қайтар процессгина бўлиб қолмай, балки тор маънодаги қайтар процессдир. Бундай фикр термодинамикада доимо қўлланилади. Жумладан,

ҳар қандай квазистатик процесс тўғри йўналишида ҳам, тескари йўналишида ҳам ўтиши мумкин.

3. Айтилган фикрларнинг намоиши учун адиабатик изоляцияланган система — ичида эркин силжиши мумкин бўлган поршенли цилиндрдаги газни кўрайлик. Поршенга юк қўйиш билан P ташқи босимни ҳосил қилиш мумкин. Юкни кичик порциялар билан орттириш ёки камайтириш учун поршеннинг устига қум зарралари юкланган деб фарз қилайлик. Газ бошланғич M мувозанат ҳолатдан охириги N мувозанат ҳолатга ўтишда адиабатик кенгаётган бўлсин (24-расм).

Бундай процессни поршендан қум зарраларини кетма-кет олиб ташлаш йўли билан амалга ошириш мумкин. Дастлаб бир қум заррасини олиб ташлаймиз. Ташқи босим камаяди, газ кенгайди. Бу кенгайиш жуда кичик бўлиб, уни сезиш қийин. Бироқ моҳияти жиҳатидан бу кенгайиш мувозанатсиз процесс бўлиб, унда газнинг ниҳоятда мураккаб макроскопик ҳаракатлари рўй беради. Бироқ охир ниҳоятда газ мувозанат ҳолатга келади ва ана шу ҳолат графикада 1 нуқта билан тасвирланади. Иккинчи қум заррасини олиб ташлаб, газни иккинчи мувозанатсиз процессни бажаришга мажбур қиламиз, бу процесс уни 2 мувозанат ҳолатга олиб келади. Бу амални n марта такрорлаб, пировардида газни N мувозанат ҳолатга келтираемиз, бунда биз $1, 2 \dots, (n-1)$ мувозанат ҳолатларнинг $(n-1)$ чекли сони орқали ўтамиз. Бу ҳолатларнинг ҳар бири олдингисидан кичик, бирок мувозанатсиз процесс орқали ҳосил бўлади ва умуман, $M \rightarrow N$ процесс мувозанатсиз процесс бўлади.



24-расм.

Энди газни кетма-кет поршенга битта-биттадан қум заррасини юклаш билан дастлабки M ҳолатга қайтаришга уришиб кўраемиз. Бунда биз тўғри процессда ўтган $(n-1), (n-2), \dots, M$ мувозанат ҳолатларнинг чекли сони кетма-кетлиги орқали ўтамиз. Бироқ оралик кичик мувозанатсиз процесслар энди бошқача бўлади. Масалан, $N \rightarrow (n-1)$ тескари процессда газ $(n-1) \rightarrow N$ тўғри процессдагига қараганда бирмунча катта босимда сиқилади (поршендаги қум зарраларининг сони биттага ортиқ бўлади). Шунинг учун тескари процессда газ устида тўғри процессдагига қараганда бирмунча каттароқ иш бажаришга тўғри келади. $M \rightarrow N$ процесс чекли сондаги мувозанат ҳолатларнинг йиғиндисидан иборат бўлиб, бутунича олганда қайтмас процессдир.

Энди қум зарраларининг оғирлиги чексиз кичраяди, зарраларнинг умумий сони чексиз ортади, бироқ қумнинг умумий оғирлиги ўзгаришсиз қолади, деб фарз қилайлик. V ҳолда пировардида $M \rightarrow N$ мувозанатсиз процесс квазистатик процессга ўтади ва узлуксиз MN чизиқ билан тасвирланади. Тескари процесс ҳам худди шу узлуксиз чизиқ билан ифодаланади, бироқ бу чизиқ тескари йўналишида ўтган бўлади. Газнинг тўғри, шунингдек, тескари процессда бажарган иши сон жиҳатидан айни бирдай ва юқори томондан MN эгри чизиқ билан чегараланган эгри чизиқни трапециянинг юзи билан тасвирланади. Газни дастлабки ҳолатга келтириш учун газнинг ўзи кенгайишда бажарган ишига тенг бўлган иш сарфланиши керак. Шунинг учун газнинг сиз кўриб чиққан квазистатик кенгайиши қайтар процесс ва шу билан бирга тор маънодаги қайтар процессдир.

МАСАЛАЛАР

1. Ўзгармас C_V иссиқлик сифимига эга бўлган идеал газнинг бир моли адиабатик деворли ва поршенли цилиндрга қамалган, цилиндрнинг поршени унда ишқаланишсиз силжиши мумкин. Поршень ўзгармас P_1 ташқи босим остида туради. Вақтнинг бирор моментда ташқи босимни P_2 гача сакрашсимон камайтирилади ёки кўпайтиради. (Бунга юкнинг бир қисмини поршендан олиб ташлаш ёки унга яна юк қўйиш билан эришиш мумкин). Натижада газ ўзининг

ҳажмини адиабатик ўзгартиради. Газнинг термодинамик мувозанат қарор топгандан кейинги температураси ва ҳажмини ҳисобланг.

Ечилиши. Газнинг адиабатик кенгайиш ёки сиқишда олган иссиқлиги нолга тенг. Газнинг бажарган иши $A = P_2 \Delta V$, шунинг учун $\Delta U + P_2 \Delta V = 0$. Энди $U = C_V T$ бўлганлигидан қуйидагини топамиз:

$$C_V (T_2 - T_1) + P_2 (V_2 - V_1) = 0$$

ёки

$$C_V (T_2 - T_1) + RT_2 = P_2 V_1.$$

Бинобарин,

$$T_2 = \frac{C_V T_1 + P_2 V_1}{C_P}, \quad (29.1)$$

$$V_2 = \frac{RT_2}{P_2}. \quad (29.2)$$

2. Аввалги масалада мувозанат ҳолати қарор топгандан сўнг газнинг босими аввалги P_1 қийматигача яна сакрашсимон ўзгартирилади. Газнинг яна қайтадан термодинамик мувозанат ҳолатига келганидаги охириги T_3 температураси ва V_3 охириги ҳажмини ҳисобланг.

Ечилиши. Аввалги масаланинг ечимидан фойдаланиб, температурани топамиз:

$$T_3 = \frac{C_V T_2 + P_1 V_2}{C_P}, \quad V_3 = \frac{RT_3}{P_1}. \quad (29.3)$$

Қлапейрон тенгламаси $PV = RT$ ва Роберт Майер муносабати $C_P - C_V = R$ ёрдамида T_3 нинг ифодасини қуйидаги кўринишга келтириш қийин эмас:

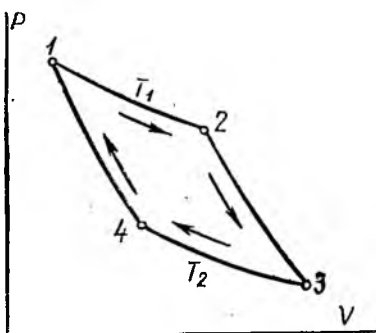
$$T_3 = T_1 + \frac{C_V}{C_P} \frac{V_1 (P_2 - P_1)^2}{P_2}. \quad (29.4)$$

Бундан кўришиб турибдики, ҳар иккала адиабатик процесс натижасида газнинг температураси, у билан бирга ҳажми ҳам ҳамма вақт ўзгаради. Агар босим чексиз кичик ўзгарса, у ҳолда (29.4) дан температура ва ҳажм ҳам чексиз кичик иккинчи тартибли катталikka ўзгарар экан. Биринчи тартибда улар ўзгарисиз қолади. Бундан шу нарса келиб чиқадики, агар газни поршендан чексиз кичик юкларни кетма-кет олиш билан адиабатик кенгайтирилса, сўнгра бу юкларни қайтадан тескари тартибда поршенга қўйилса, у ҳолда газнинг охириги ҳолатидаги температура ва ҳажми унинг бошланғич ҳолатдаги қийматларидан чексиз кичик фарқ қилар экан. Пировардида, олинаётган юкларнинг катталиклари нолга, уларнинг сони эса чексизликка интилганда, газ чекли процесс бажаради, бунда газ кенгайишда мувозанат ҳолатлар кетма-кетлигини қайси тартибда ўтган бўлса, сиқишда худди шу кетма-кетлиқни тескари тартибда ўтади.

30-§. Карно цикли ва Карно теоремаси

1. Термодинамикада барча турли *доиравий* процесслардан Карно *доиравий процесси* ёки *Карно цикли* алоҳида аҳамиятга эгадир. Карно процесси квазистатик процесс бўлиб, бунда системани иккита T_1 ва T_2 ўзгармас температурали иссиқлик резервуарлари билан иссиқлик контактига келтириш мумкин бўлади. Келгусида $T_1 > T_2$ деб фараз қилинади. Юқорироқ T_1 температурали резервуар *иситкич*, пастроқ T_2 температурали резервуар эса *совиткич* деб аталади. Карно цикли қуйидагидан иборат. Дастлаб T_1 температурага эга бўлган система иситкич билан иссиқлик контактига келтирилади.

Сўнгра ташқи босимни чексиз секин камайтириб, системани 12 изотерма бўйлаб квазистатик кенгайишга мажбур қилинади (25- расм). Бунда система иситкичдан Q_1 иссиқлик олади ва ташқи босимга қарши A_{12} иш бажаради. Шундан сўнг системани адиабатик изоляция қилиниб, унинг температураси T_2 совиткич температурасига тенглашгунига қадар 23 адиабата бўйича квазистатик кенгайишга мажбур қилинади. Адиабатик кенгайишда ҳам система ташқи босимга қарши бирор A_{23} иш бажаради. 3 ҳолатда системани совиткич



25- расм.

билан иссиқлик контактига келтирилади ва босимни узлуксиз орттириш билан системани бирор 4 ҳолатгача изотермик сиқилади. Бунда система устида иш бажарилади (яъни системанинг ўзи A_{34} манфий иш бажаради) ва у совиткичга бирор Q_2 иссиқлик миқдори беради. 4 ҳолат шундай танланадики, системани 41 адиабата бўйлаб квазистатик сиқиш йўли билан 1 бошланғич ҳолатга қайтариш мумкин бўлсин. Равшанки, бунинг учун система устида иш бажариш керак (яъни системанинг ўзи A_{41} манфий иш бажариши керак). Карно доиравий процесси натижасида системанинг ички энергияси ўзгармайди, шунинг учун системанинг бажарган иши

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} \approx Q_1 - Q_2$$

га тенг бўлади. Карно циклининг фойдали иш коэффициентини (28.4) муносабат билан аниқланади ва ундан қуйидаги ифода келиб чиқади:

$$Q_2 = (1 - \eta)Q_1. \quad (30.1)$$

2. Карнонинг машҳур теоремасини исботлаймиз: *Карно цикли бўйича ишлаётган иссиқлик машинасининг фойдали иш коэффициенти фақат иситкич ва совиткичнинг T_1 ва T_2 температураларигагина боғлиқ бўлиб, машинанинг тузилишига, шунингдек фойдаланилаётган ишчи модданинг турига боғлиқ бўлмайди.*

Буни исботлаш учун T_1 температурали умумий иситкич ва T_2 температурали умумий совиткичга эга бўлган иккита Карно машинасини кўрайлик. Айтайлик, биринчи машинанинг ф. и. к. η га, иккинчи машинанинг ф. и. к. эса η' га тенг бўлсин. $\eta > \eta'$ деб фараз қиламиз ва бу фараз термодинамика иккинчи қонунининг постулати билан зиддиятга олиб келишини кўрсатамиз. Карно цикли—квазистатик циклдир, шунинг учун бу цикл ҳам тўғри, ҳам тескари йўналишда амалга ошириш мумкин. Биринчи машинани циклни тўғри йўналишда ўтишига, яъни иш бажаришга мажбур қиламиз. Айтайлик, m циклдан кейин бу машина иситкичдан Q_1 иссиқлик олиб, совиткичга Q_2 иссиқлик берсин ва $A = Q_1 - Q_2$ ишни бажарсин, масалан, юк кўтарсин. Шундан сўнг биринчи машинани тўхтатамиз ва кўтарилган юкнинг потенциал энергиясидан иккинчи

машинани тескари йўналишда ишлатиш учун фойдаланамиз. Демак, Карнонинг иккинчи машинани совиткич машина сифатида ишлайди. Бу машина m' циклдан кейин совиткичдан Q_2' иссиқлик олади ва иситкичга Q_1' иссиқлик беради; бунда машина устида $A' = Q_1' - Q_2'$ иш бажарилган бўлади, деб фараз қилайлик. Биринчи машинанинг m цикл иши ва иккинчи машинанинг m' цикл ишининг натижаси шундай схема сифатида берилиши мумкин:

иситкич $(Q_1 - Q_1')$ иссиқлик берди;

совиткич $(Q_2' - Q_2)$ иссиқлик берди;

машина $A - A' = (Q_1 - Q_2) - (Q_1' - Q_2') = \eta Q_1 - \eta' Q_1'$ ишни бажарди.

Исботнинг давоми термодинамика иккинчи қонунининг қайси постулатига асосланишимизга: Томсон — Планк постулатидами ёки Клаузиус постулатига асосланишимизга боғлиқ бўлади. Агар Томсон — Планк постулатига асослансак, исботни шундай давом эттириш керак, m ва m' бутун сонларни шундай танлаймизки, бунда $Q_1 - Q_1' = 0$ бўлсин. Бунга ҳамма вақт ҳам эришиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, $Q_1 = m q_1$, $Q_1' = m' q_1'$, бу ерда q_1 — биринчи машинанинг бир цикл натижасида иситкичдан олган иссиқлиги, q_1' эса иккинчи машинанинг худди шу иситкичга бир цикл натижасида берган иссиқлиги. Агар q_1 ва q_1' ўлчовдош катталиклар бўлса, у ҳолда m ва m' бутун сонларни ҳамма вақт шундай танлаш мумкинки, бунда $m q_1 - m' q_1' = 0$, яъни $Q_1 - Q_1' = 0$ бўлади.

Агар бу катталиклар ўлчовдош бўлмаса, у ҳолда m ва m' бутун сонларни шунчалик катта қилиб танлаш мумкинки, бунда ушбу тенглик аввалдан берилган исталган аниқликда бажарилади. Шунинг учун m ва m' бутун сонларни ҳамма вақт $Q_1 - Q_1' = 0$ бажариладиган қилиб танлаш мумкин. У ҳолда доиравий процесснинг натижаси шундай кўринишда намоён бўлади:

Иситкичнинг ҳолати ўзгармайди.

Совиткич $(Q_2' - Q_2) = (\eta - \eta') Q_1 > 0$ иссиқлик берди.

Машина $\eta Q_1 - \eta' Q_1' = (\eta - \eta') Q_1 > 0$ иш бажарди.

Шундай қилиб, айланма процесснинг ягона натижаси совиткичдан олинган эквивалент иссиқлик миқдори ҳисобига $(\eta - \eta') Q_1 > 0$ иш бажариш бўлади. Бу Томсон — Планк процесси бўлиб, бундай процесснинг мумкинлиги термодинамика иккинчи қонунининг постулатига зиддир. Шунинг учун $\eta > \eta'$ деб қилинган фараз нотўғри. Худди шунингдек, $\eta' > \eta$ деб қилинган фараз ҳам нотўғри. Бунга ишонч ҳосил қилиш учун иккинчи машинани Карно циклини тўғри ўтишга, биринчи машинани эса тескари йўналишда ўтишга мажбур қилиш ва юқоридаги мулоҳазаларимизни такрорлаш керак. Бинобарин, $\eta = \eta'$ ва Карно теоремаси исбот қилинди.

3. (37.2) тенгсизлиқни Клаузиус постулатидан келтириб чиқариш диққатга сазовордир.

Агар исбот учун Клаузиус постулати асос қилиб олинса, у ҳолда бирмунча бошқачароқ мулоҳаза юриқилади. m ва m' бутун сонларни шундай танлаймизки, бунда

хар иккала машинанинг бажарган иши нолга тенг бўлсин: $\eta Q_1 - \eta' Q_1' = 0$. У ҳолда доиравий процесснинг натижаси шундай кўринишда бўлади:

$$\text{иситкич } Q_1' - Q_1 = \frac{\eta - \eta'}{\eta'} Q_1 > 0 \text{ иссиқлик олди,}$$

совиткич $Q_2' - Q_2 = (1 - \eta') Q_1' - (1 - \eta) Q_1 = Q_1' - Q_1 > 0$ иссиқлик берди.

Бошқа ҳеч қандай ўзгариш бўлгани йўқ. Процесснинг ягона натижаси камроқ қизиган жисмдан кўпроқ қизиган жисмга иссиқлик узатилиши бўлди. Бу Клаузиус постулатига зид бўлиб, Карно теоремасини исботлайди.

31-§. Температураларнинг термодинамик шкаласи

1. 1848 йилда Вильям Томсон (лорд Кельвин) Карно теоремасидан шундай рационал температура шкаласини яшаш мумкин эканлигини кўрсатдики, бу шкала термометрик модданинг индивидуал хусусиятларига ва термометрнинг тузилишига мутлақо боғлиқ бўлмайди.

Карно теоремасидан Карно циклининг ф. и. к. фақат иситкич ва совиткичнинг температураларигагина боғлиқ бўлиши келиб чиқади. t_1 ва t_2 ҳарфлар орқали иситкич ва совиткичнинг бирор термометр (масалан, газ термометри, симоб термометри, қаршилиқ термометри ва ҳ. к.) билан ўлчанган эмпирик температураларини белгилаймиз. У ҳолда

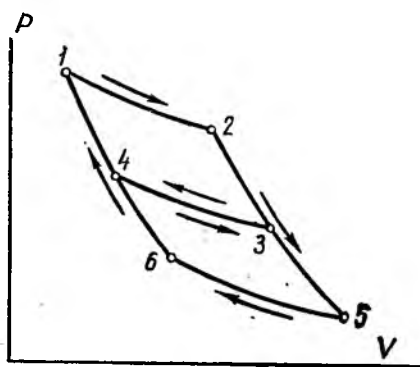
$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = f(t_1, t_2) \quad (31.1)$$

бўлади, бу ерда $f(t_1, t_2)$ —*танланган t_1 ва t_2 эмпирик температураларнинг универсал функцияси*. Унинг кўриниши Карно машинасининг тузилишига ва фойдаланилаётган ишчи моддага боғлиқ бўлмайди. Карно циклидан температура шкаласи яшаш учун фойдаланишни тавсия қилган Вильям Томсон худди шу нарсадан фойдаланди.

2. Температураларнинг термодинамик шкаласини яшаш учун t_1 ва t_2 температураларнинг янада соддароқ универсал функциясини киритамиз:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \varphi(t_1, t_2). \quad (31.2)$$

Бу функция аввалги $f(t_1, t_2)$ функция орқали осон ифодаланади. $\varphi(t_1, t_2)$ функциянинг умумий кўринишини аниқлаймиз. Бу мақсадда температуралари ўзгармас сақланган учта иссиқлик резервуари оламиз. Бу резервуарларнинг эмпирик температураларини мос равишда t_1, t_2, t_3 билан ифодалаймиз. Улардан иситкич ва совиткич сифатида фойдаланиб, 26-расм-



26-расм.

да тасвирланган учта Карно циклини ўтказамиз. 1234 ва 4356 Карно цикллари учун шундай ёзиш мумкин:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \varphi(t_1, t_2),$$

$$\frac{Q_2}{Q_3} = \varphi(t_2, t_3).$$

Бундан Q пессикликини чиқариб юборсак, қуйидагини оламиз:

$$\frac{Q_1}{Q_3} = \varphi(t_1, t_2) \varphi(t_2, t_3).$$

Бироқ 26-расмдаги схемага мувофиқ бирлаштирилган икки цикл битта 1256 Карно циклига эквивалентдир. Бунинг сабаби шуки, 43 изотерма қарама-қарши йўналишларда икки марта ўтади ва шунинг учун биз уни эътиборга олмаслигимиз мумкин. Бинобарин,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \varphi(t_1, t_3).$$

Бу муносабатни аввалги муносабат билан солиштириб, қуйидагини оламиз:

$$\varphi(t_1, t_2) \varphi(t_2, t_3) = \varphi(t_1, t_3), \quad (31.3)$$

бундан

$$\varphi(t_1, t_2) = \frac{\varphi(t_1, t_3)}{\varphi(t_2, t_3)} \quad (31.4)$$

ёки

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\varphi(t_1, t_3)}{\varphi(t_2, t_3)}. \quad (31.5)$$

Бу муносабат t_3 аргументнинг исталган қийматида ҳам ўринлидир. Унинг чап қисми t_3 температуранинг қийматида боғлиқ эмас. Шунинг учун ўнг томондаги нисбат ҳам t_3 нинг ўзгариши билан ўзгара олмайди. Нисбатнинг ўзининг қийматини ўзгартирмаган ҳолда t_3 ни белгилаш мумкин. Бироқ у ҳолда (31.5) формуланинг ўнг қисмидаги сурат фақат битта t_1 аргументнинг функцияси бўлади. Бу функцияни $\theta(t_1)$ орқали белгилаймиз. Маҳраж ҳам худди шундай функция бўлади, бироқ у t_2 аргументнинг функцияси бўлади. Шундай қилиб,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\theta(t_1)}{\theta(t_2)}. \quad (31.6)$$

Шундай қилиб, $\varphi(t_1, t_2)$ айни бир $\theta(t)$ функциянинг $t = t_1$ ва $t = t_2$ даги қийматларининг нисбати дир. $\theta(t)$ катталиқ фақат температурага боғлиқ бўлгани учун унинг ўзи жисм температурасининг ўлчови сифатида қабул қилиниши мумкин. $\theta(t)$ катталикини *абсолют термодинамик температура* деб аталади. Ҳар иккала $\theta_1 = \theta(t_1)$ ва $\theta_2 = \theta(t_2)$ термодинамик температураларнинг нисбати шундай муносабат билан аниқланади:

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \quad (31.7)$$

3. θ_1/θ_2 нисбатни принцип жиҳатидан экспериментал равишда топиш ҳам мумкин. Бунинг учун Q_1 ва Q_2 иссиқликларни ўлчаш керак. Бироқ бу нисбатнинг қиймати билан θ_1 ва θ_2 температура-ларнинг ўзлари бир қийматли аниқланмайди. Бу $\theta(t) = \varphi(t, t_3)$ функциянинг яна ихтиёрий қиймат бериш мумкин бўлган t_3 параметрга ҳам боғлиқлигидан кўриниб турибди. (31.7) нисбатнинг қиймати t_3 параметрнинг қийматига боғлиқ бўлмайди. Бироқ термодинамик температураларнинг ўзлари бу параметрнинг турли танланишида турли қийматга эга бўлади. $\theta(t)$ функциянинг ўрнига, масалан, термодинамик температура сифатида $\theta'(t) = \psi(t_3) \theta(t)$ ни қабул қилиш ҳам мумкин, бу ерда $\psi(t_3)$ — ихтиёрий функция. Бундан (31.7) муносабатнинг қиймати ўзгармаган бўлар эди. Бироқ t_3 параметрга турли қийматлар бериб, биз бир-биридан температура бирликларининг масштаби билан фарқ қилувчи *чексиз кўп температура шкалаларини* олган бўлар эдик. θ термодинамик температурани бир қийматли аниқлаш учун икки хил йўл тутиш мумкин.

Биринчидан, қандайдир *икки ўзгармас температура нуқталарини*, масалан, музнинг нормал эриш температураси ва сувнинг нормал қайнаш температураси нуқтасини олиш мумкин. Бу нуқталарнинг термодинамик температураларини θ_3 ва θ_K билан, Карно циклида уларга мос келадиган иссиқлик миқдорларини Q_3 ва Q_K

билан белгилайлик. Сўнгра $Q_K - Q_3$ айирманинг қийматини белгилаймиз, масалан, бу фарқ 100 градусга тенг деб оламиз. Бунда музнинг нормал эриш температураси билан сувнинг нормал қайнаш температураси орасидаги интервал 100 га тенг қисмларга бўлинади, бу қисмларнинг ҳар бири *Кельвин градуси*, ҳозирги вақтда эса градус сўзи ташлаб юбўрилади, фақат *кельвин* деб аталади. Ҳар иккала

$$\frac{Q_K}{Q_3} = \frac{Q_K}{Q_3}, \quad \theta_K - \theta_3 = 100 \quad (31.8)$$

тенгламадан θ_3 ва θ_K ни алҳақда ҳисоблаш мумкин. Бунинг учун Q_K/Q_3 нисбатни ўлчаш керак. Гарчи бирор реал тажрибада бу нисбат ўлчанган бўлмаса-да, билвосита ўлчашлар натижасида

$$Q_3 \approx 273,15 \text{ К}, \quad Q_K \approx 373,15 \text{ К} \quad (31.9)$$

эканлиги топилган. Ҳар қандай жисмнинг θ термодинамик температурасини масалан, қуйидаги

$$\frac{\theta}{\theta_3} = \frac{Q}{Q_3} \quad (31.10)$$

формуладан аниқлаш мумкин, бунинг учун аввал ана шу жисм билан эриётган муз орасида Карно циклини амалга ошириш ва тегишли Q ва Q_3 иссиқлик миқдорларини ўлчаш керак. Шундай йўл билан ясалган температура шкаласи *температураларнинг абсолют термодинамик шкаласи* деб аталади.

Иккинчидан, қандайдир бир ўзгармас температура нуқтасига θ катталиқнинг муайян қийматини ёзиш, сўнгра эса (31.10) кўринишдаги формула бўйича ҳар қандай жисмнинг температурасини ҳисоблаш мумкин. Ўзгармас температура нуқтаси учун, масалан, музнинг эриш температурасини олиш ва бу нуқта учун $\theta_e = 273,15 \text{ K}$ деб шартлашиш мумкин. Бунда биз температураларнинг шундай абсолют термодинамик шкаласини оламизки, бу шкала ўлчашлардаги хатолар чегарасида биринчи усул билан ясалган шкалага мос келади. Бу температура шкаласида сувнинг учланма нуқтаси температураси тахминан $273,16 \text{ K}$ га тенг бўлишини ўлчашлар кўрсатди.

4. Шундай қилиб, биринчи-усулда температураларнинг абсолют термодинамик шкаласини ясашда *иккита* ўзгармас репер нуқтадан, иккинчи усулда эса *битта* ўзгармас репер нуқтадан фойдаланилади. Назарий жиҳатдан ҳар иккала усул ҳам эквивалент. Бироқ амалда репер нуқталарни аниқлашда учраши мумкин бўлган хатolikлар билан ҳисоблашишга тўғри келади. Сувнинг нормал қайнаш температурасини аниқлашдаги хатолик $0,002-0,01^\circ \text{C}$ ни, музнинг нормал эриш нуқтасини аниқлашдаги хатолик $0,0002-0,001^\circ \text{C}$ ни ташкил қилади. Шу билан бирга сувнинг учланма нуқтаси махсус асбобларда $0,0001^\circ \text{C}$ дан катта бўлмаган хатолик билан аниқланиши мумкин. Ана шуни назарга олиб ўлчов ва тарозиларнинг Учинчи Бош конференцияси (1954 й.) температураларнинг абсолют термодинамик шкаласини *битта репер нуқта*, яъни сувнинг учланма нуқтасига кўра аниқлашни тасдиқлади, бу нуқтанинг температураси **аниқ** $273,16 \text{ K}$ деб олинди. Шундай қилиб, ҳозирги замон температураларнинг термодинамик шкаласида сувнинг қайнаш ва музнинг эриш нормал нуқталарининг температуралари орасидаги фарқ тақрибан 100° га тенг. Бу нуқталарнинг ҳар иккаласининг температуралари, масалан, $273,15 \text{ K}$ ва $373,15 \text{ K}$ қийматлар ҳам тақрибан олинган. Учланма нуқтанинг температураси $273,16 \text{ K}$ эса **таърифга мувофиқ аниқ** қабул қилинган.

5. Абсолют термодинамик температура ўз ишорасини ўзгартира олмайди. Температура шкаласини ясашга асос қилиб олинган репер нуқта абсолют температурасини мусбат деб олишга шартлашилганлигидан, *абсолют термодинамик температура манфий қийматлар қабул қила олмайди*. Шу фикрни исбот қилайлик.

Исботлаш учун θ_2 абсолют температураси $\theta_2 < 0$, манфий бўлган жисм бор деб фараз қиламиз. Бу жисмдан Карно иссиқлик машинасида совиткич сифатида фойдаланамиз. Иситкич сифатида θ_1 абсолют температураси мусбат, $\theta_1 > 0$ бўлган бошқа жисм оламиз (жуда бўлмаганда битта шундай жисм топилади, чунки таърифга кўра асосий репер нуқтанинг абсолют температураси мусбат). Айтайлик, Карно процессида иситкич $Q_1 > 0$ иссиқлик миқдори берсин. У ҳолда совиткич $Q_2 = \frac{\theta_2}{\theta_1} Q_1$ иссиқлик олади. Фаразга кўра, $\frac{\theta_2}{\theta_1} < 0$ бўлганлигидан $Q_2 < 0$ бўлади. Бу деган сўз, совиткич иссиқлик олмаган, балки $-Q_2 = |Q_2|$ иссиқлик берган, демакдир. Цикл натижасида $A = Q_1 - Q_2 = Q_1 + |Q_2|$ мусбат иш бажарил-

ган. Иситкич ва совиткични битта иссиқлик резервуари деб қарайлик. Карно доиравий процессининг ягона натижаси шундай бўлиши мумкин: бундай иссиқлик резервуари $Q_1 + |Q_2|$ иссиқлик берган, бу иссиқлик ҳисобига $A = Q_1 + |Q_2|$ эквивалент иш бажарилган. Бу Томсон—Планк процесси бўлиб, термодинамика иккинчи қонуни постулатига кўра бундай процесснинг бўлиши мумкин эмас. Шунинг учун $\theta_2 < 0$ фараз нотўғри: абсолют термодинамик температура манфий бўлиши мумкин эмас. Термодинамика иккинчи қонунининг постулатига кўра мумкин бўлган энг паст температура $\theta \equiv 0$ га тенг. Бу температура *температураларнинг абсолют ноли* деб аталади. Абсолют ноль температура сувнинг учланма нуқтаси температурасидан 273,16 К пастда бўлади. Шундай қилиб, термодинамиканинг иккинчи қонунидан абсолют нолнинг мавжудлиги аниқ келиб чиқади. Албатта, термодинамиканинг иккинчи қонуни абсолют ноль температурага эришиш мумкинми ёки йўқми, деган саволга жавоб беролмайди. Бу қонун фақат *жисми абсолют нолдан паст температурага ча советиши мумкин эмас* деб айтишга имкон беради, холос.

Юқоридаги мулоҳазаларга келсак, айтиб ўтганимиздек, улар фақат абсолют термодинамик температура *бир ишорали катталиқ* эканини исботлайди. Икки жисмнинг абсолют температуралари ишоралари жиҳатидан фарқ қилиши мумкин эмас. Қандай ишорани олиш керак — мусбат ишорани ёки манфий ишорани, деган масала фақат келишишга боғлиқ. Ассий репер нуқта температурасини, у билан бирга барча абсолют температураларни мусбат деб олишга келишилган. Аксинча келишиш ҳам мумкин эди. У ҳолда барча абсолют температуралар манфий бўлар эди.

6. Квант статистик физикасида температура тушунчаси умумлаштирилади. Баъзи квант системалар шундай ҳолатларда бўлиши мумкинки, бу ҳолатлар расмий жиҳатдан *манфий абсолют температуралар* билан характерланади. Бу термодинамикага зид келмайди, чунки термодинамика температурани фақат *термодинамик мувозанатдаги ҳолатлар* учунгина аниқлайди. Статистик физикада кўриладиган манфий абсолют температурали ҳолатлар эса *термодинамик мувозанатсиз* ҳолатлардир. Бундай ҳолатлар учун температуранинг одатдаги термодинамик тушунчасини қўллаб бўлмайди.

32-§. Температуралар термодинамик шкаласининг идеал-газ термометри шкаласига айнийлиги

Энди *температураларнинг абсолют термодинамик шкаласи идеал-газ термометри абсолют шкаласи билан айний эканини* исбот қилайлик. (Бундай шкала бўйича олинган температуранинг аввалдагидек T ҳарфи билан белгилаймиз.) Буни исбот қилиш учун ишчи жисм сифатида идеал газ олиб, Карно циклини амалга оширамиз. Содда бўлсин учун газнинг миқдори бир молга тенг деб фарз қиламиз. Дастлаб иситкичнинг 12 изотермада берган Q_1 иссиқлигини ҳисоблаймиз (25-расм). Биринчи қонунга кўра $\delta Q = dU + PdV$. Идеал газ учун U ички энергия фақат

температурага боғлиқ бўлгани учун изотермада $dU = 0$ ва бинобарин, $\delta Q = PdV = RT_1 \frac{dV}{V}$. Бу ифодани интеграллаб, қуйидагини топамиз:

$$Q_1 = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

23 йўл бўйлаб адиабатик кенгайишда газ иссиқлик олмайди. Шунинг учун Q_1 катталиқ иситкич томонидан бир цикл давомида берилган иссиқлик миқдори. Советкичнинг олган Q_2 иссиқлик миқдори ҳам худди шунга ўхшаб ҳисобланади. Бу иссиқлик миқдори

$$Q_2 = RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

га тенг. Бинобарин,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \frac{\ln \frac{V_2}{V_1}}{\ln \frac{V_3}{V_4}}.$$

Бу муносабатнинг ўнг томонидаги логарифм кўпайтгич бирга тенг. Ҳақиқатан ҳам, агар $\gamma = C_p/C_v$ катталиқ температурага боғлиқ бўлмаса, у ҳолда бунга $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ шаклдаги адиабата тенгламаси ёрдамида ишонч ҳосил қилиш ҳаммадан осон. Бу тенгламани 23 ва 14 адиабаталарга (25-расм) татбиқ қилиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} T_1 V_2^{\gamma-1} &= T_2 V_3^{\gamma-1}, \\ T_1 V_1^{\gamma-1} &= T_2 V_4^{\gamma-1}. \end{aligned}$$

Бу тенгламаларни ҳадма-ҳад бўлишдан $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$ муносабат келиб чиқади. Ана шу муносабат бизнинг фикримиз исботи ҳисобланади. Бироқ бу муносабат γ катталиқ температурага боғлиқ бўладиган идеал газлар учун ҳам ўринлидир. Исботлаш учун адиабатик кенгайишда ёки сиқилишда $\delta Q = C_v dT + PdV = 0$ ёки $C_v dT + RT \frac{dV}{V} = 0$ эканини кўрсатиб ўтайлик. Бундан

$$\frac{dT}{T} = - \frac{C_v}{R} \frac{dV}{V}.$$

Идеал газнинг C_v иссиқлик сиғими фақат температурага боғлиқ бўлади. Шунинг учун сўнгги тенгламани 23 ва 14 адиабаталар бўйлаб интеграллашда бирдай натижа келиб чиқади:

$$\int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} = \int_{V_1}^{V_4} \frac{dV}{V},$$

ёки

$$\ln \frac{V_3}{V_2} = \ln \frac{V_4}{V_1}.$$

Бундан

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4},$$

бу эса бизнинг фикримизни тасдиқлайди. Бинобарин,

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}. \quad (32.1)$$

Бу муносабатни (31.7) муносабат билан таққосласак, қуйидаги нисбатни оламиз:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}. \quad (32.2)$$

Бу муносабатдан температураларнинг абсолют термодинамик шкаласи идеал-газ термометрининг ана шундай шкаласи билан айний эканлиги келиб чиқади, бунинг учун ҳар иккала ҳолда ҳам асосий репер нуқтанинг температурасига (ёки икки асосий репер нуқталар температуралари фарқига) *айни бир қиймат* бериш керак. Амалда ҳам шундай қилинганлигидан, ҳар икки температуралар шкаласининг айний эканлиги исбот қилинди: $T = \theta$. Шунинг учун келгусида абсолют термодинамик ва идеал-газ температураларини айни бир T ҳарфи билан белгилаймиз. Ҳар иккала температуралар шкаласининг айнийлиги ихтиёрий идеал газлар учун ҳам, уларнинг C_V иссиқлик сифими температурага боғлиқ ёки боғлиқ бўлмаслигидан қатъи назар ўринли эканини қайд қилиб ўтаемиз.

33-§. Газ термометри шкаласини термодинамик шкалага келтириш

1. Карно машинаси фақат принцип жиҳатидангина температура шкаласини ясашга имконли беради. Температуранинг амалий ўлчашлар учун у ярамайди. Амалда ҳамма вақт *эмпирик температура* қандайдир реал термометрлар ёрдамида ўлчанади. Масала шундан иборатки, бундай термометрларнинг кўрсатишларига тегишли *тузатмалар* киритиш ва шу йўл билан бу кўрсатишларни абсолют термодинамик шкалага келтириш керак. Бундан аввалги параграфда кўрсатиб ўтилганидек, идеал газ термометри бўлганида бундай тузатмалар киритишнинг кераги бўлмайди. Бироқ қатъий идеал газлар бўлмайди. Реал газлар идеал газлардан катта фарқ қилади ва бу фарқ жуда паст ва жуда юқори температураларда айниқса сезиларли бўлади. Термометрик жисм сифатида *реал газ* (кўпинча — гелий) фойдаланиладиган термометрнинг кўрсатишларига киритиладиган тузатмалар қандай топилшини кўрайлик.

2. Ҳар қандай модданинг ҳолат тенгламасини $P = P(T, V)$ кўринишида ёки V га кўпайтирилгандан кейин $PV = VP(T, V) = f(T, V)$ кўринишида ёзиш мумкин. V ҳажм ўрнига аргумент сифатида $\rho \sim 1/V$ зичлик олинади. V ҳолда $PV = F(T, \rho)$. Модда сифатида қандайдир реал газ олинган, деб фараз қилиб, $F(T, \rho)$ функцияни ρ нинг даражалари бўйича ёямиз:

$$PV = F(T, 0) + \frac{\partial F(T, 0)}{\partial \rho} \rho + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F(T, 0)}{\partial \rho^2} \rho^2 + \dots$$

Бу ёйилманинг биринчи ҳади $F(T, 0)$ бизга $\rho \rightarrow 0$ даги PV кўпайтмани беради, яъни газнинг чексиз сийрақланиб, идеал газ бўлган ҳолдаги қийматини беради. Шунинг учун агар газ бир моль миқдорда олинган бўлса, у ҳолда $F(T, 0) = RT$ бўлади. Қолган коэффицентлар фақат биргина температуранинг функциялари бўлади. Агар зичлик ўрнига яна $V \sim 1/\rho$ ҳажмни киритсак, у ҳолда ёйилма қуйидаги кўринишида бўлади:

$$PV = RT \left(1 + \frac{B_2}{V} + \frac{B_3}{V^2} + \dots \right), \quad (33.1)$$

бу ерда B_2, B_3, \dots — температуранинг маълум функциялари бўлиб, *вириал коэффицентлар* деб аталади (B_2 — иккинчи вириал коэффицент, B_3 — учинчи вириал коэффицент ва ҳ. к., биринчи вириал коэффицент бир бўлади). Агар газнинг зичлиги катта бўлмаса, у ҳолда фақат иккинчи вириал коэффицент билан чекланиш мумкин, яъни шундай ёзиш мумкин:

$$PV = RT \left(1 + \frac{B}{V} \right) \quad (33.2)$$

(қисқа бўлсин учун 2 индекс тушириб қолдирилган).

3. Реал гелий термометрини олайлик. Термометрдаги газнинг ҳажми V_0 ўзгармас қолиши керак. Нормал гелий термометрида V_0 шундай танланадики, $t = 0^\circ\text{C}$ бўлганида газнинг босими 1000 мм сым уст. ни ташкил қилади. Эмпирик температура газнинг термометрдаги босимдан аниқланади. Бу температуранинг τ ҳарфи билан белгилаймиз. Эмпирик температуранинг таърифига мувофиқ

$$PV_0 = A\tau, \quad (33.3)$$

бу ерда A — доимий. Иккинчи томондан, (33.2) дан қуйидагини топамиз:

$$PV_0 = RT \left(1 + \frac{B}{V_0} \right).$$

Таққослаш йўли билан қуйидагини келтириб чиқарамиз:

$$T \left(1 + \frac{B}{V_0} \right) = \frac{A}{R} \tau. \quad (33.4)$$

Шу нарса муҳимки, A ва R доимийларни ўлчаш учун олдиндан температураларнинг термодинамик шкаласини яшаш шарт эмас. Бунинг учун асосий репер нуқтада, яъни сувнинг учланма нуқтасида T ва τ температураларнинг сон қийматини билиш kifоя. Таърифга мувофиқ сув учун $\tau_{\text{уч. н.}} = T_{\text{уч. н.}} = 273,16 \text{ K}$. Газнинг учланма нуқта температурасидаги $P_{\text{уч. н.}}$ босимини ўлчаб, (33.3) формуладан қуйидагини топамиз:

$$A = \frac{P_{\text{уч. н.}} V_0}{\tau_{\text{уч. н.}}}$$

Агар $\tau = \tau_{\text{уч. н.}} = T_{\text{уч. н.}}$ бўлганида газнинг чексиз сийракланиши ($V \rightarrow \infty$) да PV кўпайтма ўлчанса, R доимийни аниқлаш мумкин. (33.2) формулага мувофиқ

$$R = \frac{(PV)_{\infty}}{T_{\text{уч. н.}}}$$

Шундай қилиб, (33.4) формулада A ва R коэффицентларни маълум деб ҳисоблаш мумкин. Шунингдек, $B(\tau)$ функциянинг қийматларини ҳам τ аргументнинг исталган қийматлари учун экспериментал ўлчаш мумкин. Бунинг учун τ температурада ҳажмининг икки V_1 ва V_2 қийматлари учун газнинг P_1 ва P_2 босимларини ўлчаш етарлидир. У ҳолда (33.2) формуладан

$$P_1 V_1 = RT \left[1 + \frac{B(\tau)}{V_1} \right],$$

$$P_2 V_2 = RT \left[1 + \frac{B(\tau)}{V_2} \right]$$

келиб чиқади. Бинобарин

$$P_2 V_2 - P_1 V_1 = RTB(\tau) \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right).$$

$\Delta T = T - \tau$ айрма кичик тузатма бўлгани учун охириги тенгликнинг ўнг қисмидаги T температурани қабул қилинган ҳисоблаш аниқлиги доирасида τ билан алмаштириш мумкин. У ҳолда

$$B(\tau) = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{R\tau \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)}$$

Худди шундай аниқлик билан (33.4) муносабатнинг чап қисмидаги BT катталикни $B\tau$ га алмаштириш мумкин. Натижада қуйидаги нфоза ҳосил бўлади:

$$T = \left(\frac{A}{R} - \frac{B}{V_0} \right) \tau, \quad (33.5)$$

ΔT тузатма учун эса

$$\Delta T \equiv T - \tau = \left(\frac{A-R}{R} - \frac{B}{V_0} \right) \tau. \quad (33.6)$$

Гелийли термометр учун ΔT тузатманинг (33.6) формула бўйича ҳисобланган қийматлари 2-жадвалда келтирилган.

2-жадвал

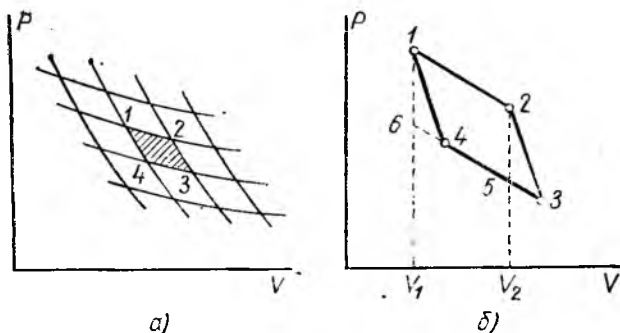
T, K	ΔT	T, K	ΔT	T, K	ΔT
3	0,045	140	0,011	300	-0,001
10	44	150	10	320	-1
20	40	160	9	350	-1
30	37	170	7	370	0
40	34	180	6	400	1
50	31	190	5	420	3
60	28	200	4	450	5
70	25	210	4	470	8
80	22	220	3	500	0,011
90	20	230	2	520	14
100	18	240	2	550	17
110	16	250	1	570	20
120	15	260	0	620	25
130	13	270	0	670	31
		280	0		

34-§. Карно теоремасининг татбиқига доир мисоллар

Карно теоремаси ёрдамида системани термодинамик мувозанат ҳолатида характерловчи физик катталиклар орасидаги қўплаб муҳим муносабатларни келтириб чиқариш мумкин. Бунинг учун системани Карно циклини етарли тарзда амалга оширишга мажбур қилиш ва унга Карно теоремасини қўллаш керак. Бу метод *цикллар методи* деб аталади. Бу методни мисолларда тушунтирайлик.

1-мисол. Ҳолати икки параметр, масалан, T ва V билан характерланадиган физик бир жинсли жисмини кўрайлик. Бундай жисмнинг ички энергияси худди шу параметрларнинг бир қийматли функциясидир: $U = U(T, V)$. Агар термик ҳолат тенгламаси $f(P, V, T) = 0$ маълум бўлса, у ҳолда Карно теоремаси умумий кўринишда U ички энергиянинг ҳажмга боғлиқлиги масаласини ҳал қилишга имкон беради. Биз ана шу масалани кўриб чиқамиз.

Жисмнинг ҳолатини V, P диаграммадаги нуқта билан тасвирлаймиз. V, P текислигида изотермалар оиласи ва адиабаталар оиласини кўрайлик. Бу оилалар текисликни эгри чизиқли тўртбурчаклар шаклидаги катакларга бўлади (27-а расм). Агар адиабаталар ва изотермаларни етарлича қуюқ қилиб ўтказсак, у ҳолда катаклар параллелограммлардан ҳаддан ташқари кам фарқ қилади. 27-б расмда катталаштирилган масштабда кўрсатилган ана шун-



27- расм.

дай чексиз кичик параллелограммлардан бири 1234 ни олайлик. 1234 цикл Карно циклидир. 12 изотермадаги абсолют температуранинг T_1 билан, 34 изотермадаги абсолют температуранинг эса T_2 билан белгилаймиз. Бу температуралар бир-биридан чексиз кам фарқ қилгани учун T_1 ва T_2 чексиз кичик катталиклар тарзидаги кўпайтма бўлиб кирган барча муносабатларда 1 ва 2 индексларни ташлаб юборамиз. Айти шу нарса бошқа катталиклар, масалан, P_1, P_2, V_1, V_2 ва ҳ. к. га ҳам тааллуқлидир. Системанинг 1234 цикл натижасида бажарган иши сон жиҳатидан 1234 параллелограммнинг юзига тенг. Бу юзани ҳисоблаш учун босимлар ўқиға параллел бўлган 16 ва 25 тўғри чизиқларни ўтказамиз. Изланаётган юзанинг 1256 параллелограммнинг юзига тенг эканлиги равшан. Бу параллелограммнинг баландлиги 12 изотермик процесда $V_2 - V_1$ ҳажм ортишига сон жиҳатидан тенгдир. 61 асос эса системанинг ҳажми ўзгармас сақланганда температура $T_1 - T_2$ га кўтарилганида босимнинг орттирмасини беради. У $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V (T_1 - T_2)$ га тенг. Циклнинг сон жиҳатидан унинг юзига тенг бўлган иши учун шундай муносабат оламиз:

$$A = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V (T_1 - T_2)(V_2 - V_1).$$

Энди иситкичнинг 12 изотермада берган Q_1 иссиқлик миқдорини ҳисоблаймиз. Термодинамиканинг биринчи қонунига кўра $Q_1 = U_2 - U_1 + P(V_2 - V_1)$. 12 изотермада температура ўзгармас бўлганидан, $U_2 - U_1 = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T (V_2 - V_1)$ бўлади, бу эса

$$Q_1 = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] (V_2 - V_1)$$

муносабатни беради. Карно тесремасига мувофиқ,

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (34.1)$$

Бу муносабатга A ва Q нинг юқорида топилган қийматларини қўямиз ва қуйидагини топамиз:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P. \quad (34.2)$$

Бу формула биз қўйган масалани ечиб беради.

2-мисол. (34.2) формулага ўхшаш формулани энтальпия учун ҳам чиқариш мумкин. Энтальпия I ни T температура ва P босимнинг функцияси деб қараймиз. Q_1 иссиқлик миқдори ва A ишнинг ифодасини ўзгартирамиз. Равшанки,

$$dI = d(U + PV) = (dU + PdV) + VdP,$$

бундан биринчи қонунга асосан

$$dI = \delta Q + VdP$$

ёки

$$\delta Q = dI - VdP. \quad (34.3)$$

(34.3) муносабат ҳам термодинамиканинг биринчи қонунини ифода қилади, бироқ унинг шакли бошқачароқ. Бу муносабатдан фойдаланиб, Q_1 иссиқлик учун шундай муносабат оламиз: $Q_1 = I_2 - I_1 - V(P_2 - P_1)$. I_2 изотермада температура ўзгармас бўлгани учун $I_2 - I_1 = \left(\frac{\partial I}{\partial P} \right)_T (P_2 - P_1)$ бўлади. Шундай қилиб,

$$Q_1 = \left(\frac{\partial I}{\partial P} \right)_T (P_2 - P_1) - V(P_2 - P_1).$$

Энди A ишнинг ифодасини ўзгартирамиз. Бу мақсадда (8.3) айтилган:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_T,$$

шунингдек

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T (V_2 - V_1) = P_2 - P_1$$

муносабатдан фойдаланамиз. У ҳолда қуйидагини оламиз:

$$A = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P (T_1 - T_2) (P_2 - P_1).$$

Q_1 ва A катталикларни (34.1) формулага қўйиб, изланаётган муносабатни топамиз:

$$\left(\frac{\partial I}{\partial P} \right)_T = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P + V. \quad (34.4)$$

(34.2) тенгламани идеал газ учун қўллайлик. Бу ҳолда $P = \frac{RT}{V}$ бўлади ва бинобарин,

$$T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{RT}{V} = P$$

бўлади. Бу қийматларни (34.2) формулага қўйгандан кейин қуйидаги келиб чиқади:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0. \quad (34.5)$$

Бундан идеал газнинг ички энергияси ҳажмга боғлиқ бўлмай, фақат температуранинг функцияси эканлиги келиб чиқади. Бу биз аввалроқ эмпирик факт сифатида фойдаланган Жоуль қонунининг ўзидир. Кўриб турибмизки, бу қонун Клапейрон тенгламасининг ва термодинамика иккинчи қонунининг натижаси экан. Сўнгра $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_V$ муносабатдан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = \frac{\partial}{\partial T} \frac{\partial U}{\partial V} = 0. \quad (34.6)$$

Демак, идеал газнинг C_V иссиқлик сифими ҳажмга боғлиқ бўлмай, фақат температурага боғлиқ бўлиши мумкин.

Худди шунга ўхшаш муносабатлар (34.4) тенгламадан ҳам келиб чиқади. Хусусан,

$$\left(\frac{\partial I}{\partial P} \right)_T = 0, \quad (34.7)$$

$$\left(\frac{\partial C_P}{\partial P} \right)_T = 0. \quad (34.8)$$

Бундан кўришиб турибдики, идеал газнинг энтальпияси ва унинг C_P иссиқлик сифими фақат биргина температуранинг функциялари бўлар экан.

3-мисол. (34.3) тенгламани ҳолати қандайдир a_1, a_2, \dots, a_n ташқи параметрлар ва T температуранинг берилиши билан аниқланадиган ихтиёрий термодинамик система бўлган ҳол учун умумлаштириш ҳам мумкин. Бу ҳолда элементар иш шундай ифодаланади:

$$\delta A = A_1 da_1 + \dots + A_n da_n,$$

бунда $A_i(a_1, a_2, \dots, a_n, T)$ катталиклар умумлашган кучлар ролини ўйнайди. Агар a_i дан ташқари $(n-1)$ та a_j параметр ўзгармас сақланса, у ҳолда фақат бигтагина a_i эркин параметр қолади. У ҳолда бизни (34.2) формулага олиб келган мулоҳазаларни ҳеч қандай ўзгартириш такрорлашимиз мумкин. V ҳажм ролини a_i параметр, босим ролини умумлашган A_i куч ўйнайди. Бунинг натижасида қуйидаги ифода келиб чиқади:

$$\frac{\partial U}{\partial a_i} T = \left(\frac{\partial A_i}{\partial T} \right)_a - A_i. \quad (34.9)$$

(34.4) формулани ҳам шунга ўхшаш умумлаштириш мумкин. Агар

$$I = U + A_1 a_1 + A_2 a_2 + \dots + A_n a_n \quad (34.10)$$

белгилаш киритсак, у ҳолда

$$\frac{\partial I}{\partial A_i} = a_i - T \left(\frac{\partial a_i}{\partial T} \right)_A \quad (34.11)$$

келиб чиқади. (34.9) ва (34.11) формулаларнинг қўлланишлари жуда кўп.

35- §. C_P ва C_V иссиқлик сифимлари орасидаги фарқ

1. 18- § да термодинамиканинг биринчи қонунидан шундай формула келтириб чиқарилган эди:

$$C_P - C_V = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (35.1)$$

Бу формуладан $C_P - C_V$ ни ҳисоблаб топйш учун термик ва калорик ҳолат тенгламаларни билиш керак. Термодинамиканинг иккинчи қонуни худди шу масалани калорик ҳолат тенгламасидан фойдаланмасдан ҳал қилишга имкон беради. Бу қонун (34.2) формулага олиб келади, бу формула ёрдамида эса (35.1) муносабатдан $\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$ ҳосилани чиқариб ташлаш мумкин. Бунинг натижасида

$$C_P - C_V = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (35.2)$$

келиб чиқади. (8.4) айният ёрдамида бу формулани қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$C_P - C_V = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P^2 \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = -T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V^2 \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_T \quad (35.3)$$

Термик ҳолат тенгламасини билган ҳолда бу формулаларнинг ихтиёрий биттасидан $C_P - C_V$ фарқни ҳисоблаш мумкин. Хусусан, идеал газ учун $PV = RT$. Бу ҳолда (35.2) ва (35.3) формулалар Роберт Майер муносабатига, яъни $C_P - C_V = R$ муносабатга олиб келади.

Агар иссиқликдан кенгайиш коэффициентини

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

ва ҳар томонлама сиқилиш изотермик модули

$$K = -V \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$$

киритилса, у ҳолда (35.3)нинг биринчи формуласидан

$$C_P - C_V = T \alpha^2 K \frac{V_0^2}{V} \quad (35.4)$$

келиб чиқади. $K > 0$ бўлгани учун, бу формуладан барча моддалар учун $C_P > C_V$ бўлиши келиб чиқади. Бу тенгсизликнинг янада аниқроқ исботи 51- § да берилади.

2. Қаттиқ ва суюқ жисмлар учун V_0 ва V ҳажмларнинг фарқини назарга олмаслик мумкин. Агар $c_p - c_v$ солиштирма иссиқлик сифимлари фарқини ҳосил қилиш керак бўлса, у ҳолда V моляр ҳажми $b = 1/\rho$ солиштирма ҳажмга алмаштиришга тўғри келади, бу ерда ρ — модданинг зичлиги. Шундай қилиб, қаттиқ ва суюқ жисмлар учун тахминан

$$c_p - c_v = \frac{K}{\rho} T \alpha^2. \quad (35.5)$$

Сув учун $t = 0^\circ\text{C}$ ($T = 273,15 \text{ K}$) бўлганда $\alpha = -6,10 \cdot 10^{-5} \text{ C}^{-1}$, $K = 2 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$, $\rho = 10 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ бўлади ва (35.5) формула $c_p - c_v = 2 \text{ Ж} (\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}) = 5 \cdot 10^{-4} \text{ ккал} (\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ ни беради. Сув учун c_p ва c_v солиштирма иссиқлик сифимларининг фарқи бунчалик кичик бўлишига иссиқликдан кенгайиш коэффициенти α нинг ниҳоятда кичик бўлиши сабаб бўлади. Иссиқликдан кенгайиш коэффициенти α нинг кичик бўлишига эса ўз навбатида α коэффициентнинг $t = 4 \text{ C}$ да, яъни сувнинг зичлиги энг юқори бўлганида нолга айланиши сабаб бўлади.

3. Иккинчи мисол сифатида симобнинг $t = 0^\circ\text{C}$ даги c_v солиштирма иссиқлик сифимини ҳисоблаймиз. Қуйидаги экспериментал маълумотлардан фойдаланамиз:

$T = 273 \text{ K}$, $c_p = 140 \text{ Ж} (\text{кг} \cdot \text{K})$, $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, $K = 2,6 \cdot 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{м}^2$, $\alpha = 1,81 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

Бу маълумотларни (35.5) формулага қўйгандан кейин шундай натижа келиб чиқади:

$$c_p - c_v = 17 \text{ Ж} (\text{кг} \cdot \text{K}),$$

$$c_v = 123 \text{ Ж} (\text{кг} \cdot \text{K}) \approx 0,0292 \text{ ккал} (\text{кг} \cdot \text{K}),$$

$$\frac{c_p}{c_v} = 1,13.$$

Бу ерда c_p ва c_v орасидаги фарқ анчагина сезиларли катталик. Бунинг сабаби симобнинг $t = 0^\circ\text{C}$ даги иссиқликдан кенгайиш коэффициентининг худди шу температурадаги сувнинг иссиқликдан кенгайиш коэффициентидан анча катта бўлишидадир.

4. Суюқ ва қаттиқ жисмлар учун c_p ва c_v иссиқлик сифимлари орасидаги фарқнинг сабабини аниқлайлик. Бу мақсадда (35.1) формуладан фойдаланамиз ва $c_p - c_v$ айирмани шундай кўринишда ёзамиз:

$$c_p - c_v = v \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + P \right] \cdot \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{\alpha}{\rho} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + P \right].$$

Бундан

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + P = \frac{\rho}{\alpha} (c_p - c_v). \quad (35.6)$$

Сон қийматларини қўйганимиздан кейин сув учун

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + P \approx 0,33 \cdot 10^8 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2} \approx -0,33 \cdot 10^3 \text{ атм},$$

симоб учун

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T + P \approx 1,28 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2 \approx 1,3 \cdot 10^4 \text{ атм}$$

натижа оламиз. Бинобарин, одатдаги шароитларда $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T$ катталик атмосфера босимидан минглаб ва ўнларча минглаб марта катта бўлар экан. Бундан шу нарса келиб чиқадики, суяқ ва қаттиқ жисмларда $c_p - c_v$ фарқ асосан ўзгармас босимда жисмнинг кенгайиш ёки сиқилишида унинг ички энергиясининг ўзгаришига сарф қилинган ишга боғлиқ бўлар экан. Ташқи босимга қарши бажарилган иш амалда ҳеч қандай роль ўйнамайди. Газлар учун қоида бошқача — бу ерда $c_p - c_v$ фарқ батамом ўзгармас ташқи P босимга қарши бажарилган иш билан аниқланар эди.

Агар иссиқликдан кенгайиш коэффициенти α мусбат (симоб билан ўтказилган тажрибадаги сингари) бўлса, у ҳолда жисмнинг иссиқликдан кенгайишида молекуляр кучларга қарши мусбат иш бажариш керак. Агар иссиқликдан кенгайиш коэффициенти манфий (сув мисолида кўрганимиздек) бўлса, у ҳолда жисм исиганда сиқилади, бироқ бунда молекуляр кучларга қарши бажарилган иш ҳам мусбат бўлади. Нима учун ҳар икки ҳолда ҳам $c_p - c_v$ нинг мусбат бўлиши шу билан тушунтирилади.

36- §. Термометрни абсолют шкалада даражалашнинг принцибиал усули

Карно машинаси назарий жиҳатдан температураларнинг термодинамик шкаласида термометрни даражалаш учун фойдаланилиши мумкин. Бу мақсад учун ихтиёрий аниқ термодинамик муносабатдан фойдаланиш мумкин, бунинг учун бу муносабатда T абсолют температурадан ташқари фақат экспериментал ўлчанадиган катталиклар иштирок этиши керак. Мисол тариқасида (34.2) муносабатни кўриш мумкин. Қўйилган мақсадни амалга ошириш учун бу муносабатдан қандай фойдаланишни кўрсатиб ўтаемиз. Амалий термометр шкаласи бўйича ҳисобланадиган бирор эмпирик температурани τ ҳарфи билан белгилаймиз. Равшанки, $T = T(\tau)$ ва масала $T(\tau)$ функцияни аниқлашдан иборат бўлиб қолади. T нинг ўзгармаслиги τ нинг ўзгармаслигига олиб келгани ва аксинча бўлганидан

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\tau \text{ бўлади.}$$

Шунинг учун (34.2) формулани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\tau = T \left(\frac{\partial P}{\partial \tau}\right)_V \frac{d\tau}{dT} - P.$$

Бундан

$$\frac{dT}{T} = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial \tau}\right)_V}{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\tau + P} d\tau$$

ёки интеграллага имиздан кейин

$$T = T_0 \exp \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial \tau}\right)_V}{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\tau + P} d\tau. \quad (36.1)$$

$\left(\frac{\partial P}{\partial \tau}\right)_V$ хусусий ҳосила $P = P(\tau, V)$ ҳолат тенгламасидан топилиши мумкин.

$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\tau + P$ катталикни эса жисмнинг изотермик квазистатик кенгайишида олган

ёки изотермик квазистатик сиқилишида берган иссиқлик миқдорини ўлаб топish мумкин. Ҳақиқатан ҳам, $\delta Q = dU + PdV$ тенгликнинг ҳар икки томонини dV га бўлиб ва температура ўзгармас қолади деб фараз қилиб, қуйидагини оламиз:

$$\left(\frac{\delta Q}{dV}\right)_\tau = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_\tau + P.$$

Шундай қилиб, (36.1) формулада интеграл остида турган барча катталиклар τ эмпирик температуранинг барча қийматларида экспериментал ўлчаниши мумкин. Шундан сўнг интегралнинг ўзини сон жиҳатидан ҳисоблаш мумкин. Шу йўл билан T термодинамик температура τ эмпирик температуранинг функцияси сифатида топилади.

37- §. Клаузиус тенгсизлиги (хусусий ҳол учун)

1. 30- § да Карно теоремасининг исботига доир келтирилган мулоҳазалардан бошқа қизиқ хулоса чиқариш мумкин. Ихтиёрий термодинамик системани кўрайлик (уни I система деб атаймиз), бу система икки R_1 ва R_2 иссиқлик резервуари билан иссиқлик алмашиниши мумкин бўлсин. Бу резервуарларнинг температураларини мос равишда T_1 ва T_2 билан белгилаймиз. Энди биз қайси резервуар иситкич ва қайси бири совиткич эканини фарқ қилмаймиз. Иссиқлик резервуари берган иссиқлик миқдорини (яъни I система олган иссиқлик миқдорини) мусбат деб ҳисоблашга шартлашамиз. Акс ҳолда иссиқлик манфий ҳисобланади. Шу туфайли охириги натижалар ҳар иккала система учун симметрик ифодаланади.

I система қайтар ёки қайтмас бўлишидан қатъи назар, ихтиёрий доиравий процессни амалга оширган ва бу процессда R_1 резервуардан Q_1 иссиқлик, R_2 резервуардан Q_2 иссиқлик олган бўлсин. Система дастлабки ҳолатга қайтган бўлгани учун унинг олган $Q_1 + Q_2$ тўла иссиқлиги системанинг бажарган ишига тенг бўлади. Энди Карнонинг қайтар машинасини олайлик ва уни ўша R_1 ва R_2 иссиқлик резервуарлари орасида ишлашга мажбур қилайлик. Карно машинасининг мавжудлиги системанинг айланма процесс вақтида иссиқлик резервуарларидан олган Q_1 ва Q_2 иссиқлик миқдорларига таъсир қилмаслиги учун Карно машинасини I системада айланма процесс тугаллангандан кейингина киритиш мумкин. Агар шу моментдан бошлаб I системанинг иссиқлик изоляциясини таъминлай олсак, у ҳолда R_1 ва R_2 иссиқлик резервуарлари фақат Карно машинаси билан иссиқлик алмашина бошлайди. Карно машинасининг бўлиши I системадаги бизни қизиқтираётган доиравий процессга ҳеч қандай таъсир кўрсатмайди, чунки бу

процесс Карно машинасининг киритилиш моментига нисбатан *ўтган замон* ҳодисаси бўлади. Айтайлик, Карно машинасининг ўзи доиравий процессни амалга ошириб, бу процесс давомида R_1 резервуардан Q_1' иссиқлик ва R_2 резервуардан Q_2' иссиқлик олган бўлсин. Бундан кейинги воқеалар учун Карно машинасининг қайтар эканлиги аҳамиятга эгадир. Уни ҳам двигатель, ҳам совиткич бўлиб ишлашга мажбур қилиш мумкин. Бундан ташқари, Карно циклида 12 изотермани (25-расмга қ.) исталганча кичик қилиб олиш мумкин. Бинобарин, Карно машинасининг бир циклда бажарадиган иши ҳам исталганча кичик бўлиши мумкин. Карно машинасини жуда кўп бир хил ёки ҳар хил циклларни бажаришга мажбур қилиб, исталганча катта иш бажариш ҳам мумкин. Шундай қилиб, Карно машинаси *аввалдан исталган ихтиёрий катталикдаги* мусбат ёки манфий ишни бажаришга имкон беради. Бу ҳол Q_1' ёки Q_2' катталиклардан бири билан ихтиёрий иш кўришга имкон беради. Ҳамма вақт ҳам бу катталиклардан бири ёки мусбат, ёки манфий ихтиёрий қиймат олишига эришиш мумкин.

Карно теоремаси ва абсолют температуранинг таърифига мувофиқ шундай ёзиш мумкин:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (37.1)$$

Карно машинасини ва I системани ягона мураккаб системага бирлаштирайлик. I система ва Карно машинаси кетма-кет амалга оширган доиравий процессларни ҳам битта ягона умумий доиравий процессга бирлаштириш мумкин. Бу процессда мураккаб система

R_1 резервуардан $Q_1 + Q_1'$ иссиқлик олган бўлади,

R_2 резервуардан $Q_2 + Q_2'$ иссиқлик олган бўлади

ва $A = Q_1 + Q_1' + Q_2 + Q_2'$ иш бажаради.

Келгуси мулоҳазалар уларга термодинамика иккинчи қонунининг қайси постулатини асос қилиб олишимизга боғлиқ бўлади. Агар Томсон — Планк постулатидан фойдалансак, у ҳолда қуйидагича мулоҳаза юритишга тўғри келади. Q_1' иссиқликни шундай катталикда танлаймизки, $Q_1' = -Q_1$ бўлсин. У ҳолда (37.1) муносабатга кўра,

$$Q_2' = T_2 \frac{Q_1}{T_1}$$

бўлади. Доиравий процесс натижасида R_1 резервуарнинг ҳолати ўзгармайди. R_2 иссиқлик резервуари

$$Q_2 + Q_2' = Q_2 + T_2 \frac{Q_1}{T_1} = T_2 \left(\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \right)$$

иссиқлик беради. Бу иссиқлик ҳисобига $A = Q_2 + Q_2'$ эквивалент иш бажарилади. Агар бу иш мусбат бўлганда эди, у ҳолда Томсон — Планк процесси содир бўлган бўлур эди, бу эса мумкин эмас. Шунинг учун $A \leq 0$ бўлиши керак. T_2 абсолют температура асосан мусбат бўлгани учун бу шундай тенгсизликни беради:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0. \quad (37.2)$$

Бу тенгсизлик янада умумийроқ бўлган *Клаузиус тенгсизлигининг* хусусий ҳолидир. Клаузиус тенгсизлигини келгуси параграфда кўра-
рамыз.

2. (37.2) муносабатни, албатта, Клаузиус постулатидан ҳам келтириб чиқариш мумкин. Бунинг учун Q_1' катталикни шундай танлаймизки, буида

$$A = Q_1 + Q_1' + Q_2 + Q_2' = 0 \quad \text{ёки} \quad (Q_1 + Q_1') = -(Q_2 + Q_2')$$

бўлсин. Бу ҳолда доирвий процесснинг ягона натижаси R_1 резервуардан R_2 резервуарга $(Q_1 + Q_1')$ иссиқлик миқдори узатиш бўлади. Q_1 иссиқликни (37.1) муносабатдан фойдаланган ҳолда $A = 0$ шартдан топиш мумкин. Бу қуйидагини беради:

$$Q_1 + Q_1' + Q_2 - \frac{T_2}{T_1} Q_1' = 0.$$

Бундан Q_1' ни аниқлаб, яна шунни топамиз:

$$Q_1 + Q_1' = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \left(\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \right).$$

Агар $T_1 > T_2$ бўлса, у ҳолда Клаузиус постулатига мувофиқ $Q_1 + Q_1' \geq 0$ бўлиши керак. Агар $T_1 < T_2$ бўлса, у ҳолда $Q_1 + Q_1' < 0$ бўлади. Абсолют температуралар асосан мусбат бўлгани учун ҳар иккала ҳолда ҳам биз қуйидаги тенгсизликка келамиз:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0.$$

3. Клаузиус тенгсизлиги (37.2) га бошқа шакл берамизки, унинг бу шаклида техник проблемалар билан чамбарчас боғлиқлиги равшанроқ намоён бўлади. 30- § да фойдаланган белгилашларга қайтайлик. Айтайлик, T_1 — иситкичининг, T_2 — совиткичининг температураси бўлсин. Агар Q_2 иссиқликни, аввал 30- § да айтганимиздек, совиткич олса, у ҳолда иссиқлик мусбат ҳисобланади. Ишора бундай танланганда

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

бўлади. Бундан эса осонгина қуйидагини келтириб чиқарамиз:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (37.3)$$

Чап томондаги ифода иссиқлик машинасининг фойдали иш коэффициентини билдиради, биз уни аввал η ҳарфи билан белгилаган эдик. Натижада биз Карно ифодалаган навбатдаги (иккинчи) теоремани исбот қилдик. *Ҳар қандай иссиқлик машинасининг фойдали иш коэффициенти иситкич ва совиткичининг худди шу температураларида Карно цикли бўйича ишлаётган идеал машинанинг фойдали иш коэффициентидан катта бўлиши мумкин эмас.*

Бу теорема, шундай қилиб, иссиқлик машинаси фойдали иш коэффициентининг юқори чегарасини аниқлашга имкон беради. Масалан, буғ машинасини олайлик. Қозондаги буғнинг максимал температураси $t_1 = 150^\circ\text{C}$, совиткичининг температураси $t_2 \approx 20^\circ\text{C}$

бўлсин. Абсолют шкалада тегишли температуралар $T_1 = 423 \text{ K}$, $T_2 = 293 \text{ K}$ бўлади. Бундай машинанинг фойдали иш коэффициентлари

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{130}{423} \approx 30\%$$

дан ортиқ бўла олмайди. Ҳақиқатда эса буғ машиналарининг фойдали иш коэффициентлари анча кичик.

Карнонинг иккинчи теоремаси энергия фақат миқдор жиҳатдангина эмас, балки *сифат жиҳатидан* ҳам характерланиши кераклигини кўрсатди. Энергиянинг сифати деганда унинг берилган ташқи шароитларда бошқа тур энергияларга айлана олиш қобилияти тушунилади. Албатта, энергиянинг айланиш усулларига ҳеч қандай чекланишлар қўйилмаса, ички (иссиқлик) энергия тўла равишда иш бажаришга сарф бўлиши мумкин. Бу маънода иссиқлик ва иш бир-бирига эквивалент. Бироқ агар жисм турган ташқи шароитларга муайян чеклашлар қўйилса, у ҳолда иссиқликнинг тўла равишда ишга айланиши мумкин бўлмай қолади. Масалан, даврий ишловчи иссиқлик машинаси ёрдамида иссиқликни тўла равишда ишга айлантириш мумкин эмас. Бунинг учун температураси абсолют нолга тенг бўлган совиткич керак бўлар эди. Бундай совиткич йўқ, шунинг учун даврий ишловчи машина жисмнинг иссиқлик (ички) энергиясининг бир қисминигина ишга айлантириши мумкин. Жисмнинг температураси қанча юқори бўлса, унда тўпланган иссиқлик энергиясининг *сифати* шунча юқори бўлади. Ҳар қандай табиий содир бўлувчи қайтмас процесс *энергиянинг* кўрсатилган маънодаги *қадрсизланишини* билдиради. Энергиянинг сифати ортадиган тескари процесс содир бўлиши учун энергия қадрсизланадиган бошқа процесс ҳам мавжуд бўлиши керак. Ана шу бошқа процессни Клаузиус *компенсацияловчи процесс* ёки соддагина қилиб *компенсация* деб атади. Масалан, совиткичдан иссиқлик олиш ва бу иссиқликни иситкичга бериш мумкин. Бироқ бунинг учун компенсацияловчи процесс, масалан, иш бажариш керак.

МАСАЛАЛАР

1. Агар турли T_{10} ва T_{20} абсолют температураларгача ($T_{10} > T_{20}$) қиздирилган икки жисм иссиқлик машинасида иситкич ва совиткич сифатида фойдаланилса, бундай икки жисмдан иборат системада қандай максимал иш бажариш мумкин? Жисмларнинг C_1 ва C_2 иссиқлик сифиларини температурага боғлиқ эмас деб ҳисобланг. Бу жисмлар ўзаро иссиқлик мувозанатига эришганда уларнинг T охириги температуралари қандай бўлади?

Ечилиши. Максимал иш иссиқлик машинаси кетма-кет такрорланадиган чексиз кичик Карно шикллари бўйича ишлагандагина олинади. Шундай шиклларнинг бири натижасида биринчи жисм $\delta Q_1 = -C_1 dT_1$, иккинчи жисм эса $\delta Q_2 = C_2 dT_2$ иссиқлик берсин (T_1 ва T_2 — жисмларнинг ўзгарувчан температураларини билдиради). Бажарилган иш $\delta A = \delta Q_1 + \delta Q_2$ га тенг, бунда

$$\frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} = 0 \quad (37.4)$$

ёки

$$C_1 \frac{dT_1}{T_1} + C_2 \frac{dT_2}{T_2} = 0.$$

Бу муносабатни бошланғич шартларни ҳисобга олиб интегралласак, қуйидагини оламиз:

$$T_1^{C_1} T_2^{C_2} = T_{10}^{C_1} T_{20}^{C_2} \quad (37.5)$$

Охириги T температура $T_1 = T_2 = T$ шартдан топилади. Бу шарт қуйидагини беради:

$$T^{C_1+C_2} = T_{10}^{C_1} T_{20}^{C_2} \quad (37.6)$$

Система бажариши мумкин бўлган максимал иш қуйидагига тенг бўлади:

$$A = \int \delta A = -C_1 \int_{T_1}^T dT - C_2 \int_{T_2}^T dT = (C_1 T_1 + C_2 T_2) - (C_1 + C_2) T. \quad (37.7)$$

Бу иш система ички энергиясининг камайишига тенг.

2. Юқоридаги масаланинг советкичининг C_2 иссиқлик сиғими чексиз катта бўладиган чегаравий ҳоли қаралсин. (T_{20} температураси ўзгармас сақлаб туриладиган чексиз муҳитга ботирилган қиздирилган жисм.)

Е ч и л и ш и. T температура (37.6) дан $C_2 \rightarrow \infty$ лимит ўтиш билан топилади, бундай ўтиш $T = T_{20}$ ни беради. Бундай натижа ўз-ўзидан равшан. Охириги (37.7) ифодада лимит ўтишни бажариш анча қийин, чунки $\infty - \infty$ кўринишидаги ноаниқликка олиб келади. Элементар ншнинг ифодасида лимит ўтишни бажариш қулайроқ: $\delta A = \xi Q_1 + \delta Q_2$. (37.4) формулада δQ_2 ни δQ_1 орқали ифодалаб ва $T_2 = T_{20} = \text{const}$ эканлигини назарга олиб, қуйидагини оламиз:

$$[\delta A] = \delta Q_1 - \frac{T_{20}}{T_1} \delta Q_1 = -C_1 dT_1 + C_1 T_{20} \frac{dT_1}{T_1} \quad (37.8)$$

$$A = C_1 \left(T_{10} - T_{20} - T_{20} \ln \frac{T_{10}}{T_{20}} \right).$$

A иш қизиган жисм ички энергиясининг камайишидан $C_1 (T_{10} - T_{20})$ кам. Жисм ички энергиясининг бир қисмини атр-сф-муҳитга иссиқлик тарзида беради (48-§ билан таққосланг).

38-§. Умумий кўринишдаги Клаузиус тенгсизлиги

1. Энди (37.2) тенгсизликни ихтиёрий иссиқлик резервуарлари R_1, R_2, \dots, R_n сондаги ҳол учун умумлаштирайлик. Иссиқлик алмашилини давомида уларнинг температуралари T_1, T_2, \dots, T_n амалда ўзгармас қолиши учун резервуарлар етарлича катта (лимитда чексиз катта) бўлишлари керак. Бирор термодинамик система (уни аввалдагидек I система деб атаймиз) қайтар ёки қайтмас бўлган ихтиёрий доиравий процесс бажарган бўлсин, бу процесс давомида иссиқлик резервуарларидан Q_1, Q_2, \dots, Q_n иссиқлик олган ва уларнинг ҳисобига $Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$ эквивалент иш бажарган дейлик (28-расм).

Кўрсатилган доиравий процесс тугагандан сўнг I системани иссиқликдан изоляциялаймиз. Шундай катта ёрдамчи R_0 иссиқлик резервуари оламизки, иссиқлик алмашилини процессида унинг T_0 температураси деярли ўзгармасин. Бундан ташқари, n идеал Карно машиналари оламиз ва уларни R_0 ёрдамчи резервуар ва R_1, R_2, \dots, R_n резервуарлар орасига қўшамиз. Шундай қилиб, i -машина R_0 ва R_i ($i = 1, 2, \dots, n$) резервуарлар орасида цикл бажаради. Барча n Карно цикллари бир вақтдами, кетма-кетми ёки

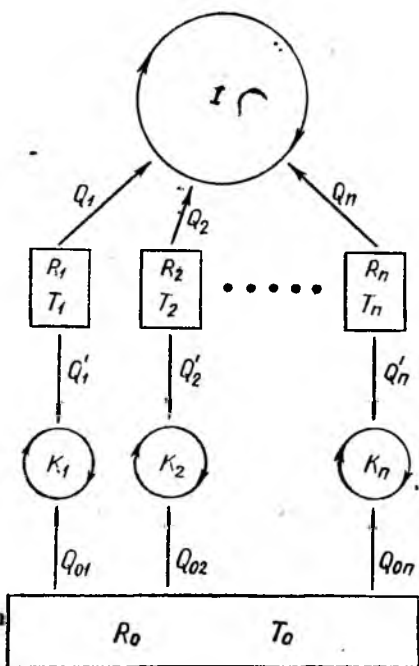
ихтиёрый устма-уст тушиш билан бажариладими, бунинг аҳамияти йўқ. Айтайлик, i - Карно машинаси ўзининг цикли натижасида R_0 резервуардан Q_{0i} иссиқлик, R_i резервуардан Q_i иссиқлик олган бўлсин. Карно теоремаси ва абсолют температуранинг таърифи асосида шундай ёзиш мумкин:

$$\frac{Q_{0i}}{T_0} + \frac{Q_i}{T_i} = 0. \quad (38.1)$$

i бўйича йиғинди олиб, ёрдамчи резервуар берган умумий Q_0 иссиқлик миқдорини топамиз:

$$Q_0 = \sum Q_{0i} = -T_0 \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i}.$$

Барча n Карно цикллари I системанинг аввал бажарган айланма процесси билан бирлаштириб, битта мураккаб айланма процесс ҳосил қилиш мумкин. Бундай процесс натижасида



28- расм.

R_0 резервуар Q_0 иссиқлик берди;

R_1 резервуар $Q + Q_1'$ иссиқлик берди;

(38.2)

R_n резервуар $Q_n + Q_n'$ иссиқлик берди ва $A = Q_0 + (Q_1 + Q_1') + \dots + (Q_n + Q_n')$ иш бажарилди.

Келгуси мулоҳазаларимизни Томсон — Планк постулати асосида олиб борайлик. Q_1, Q_2, \dots катталикларни шундай танлаймизки, бунда $(Q_1 + Q_1') = \dots = (Q_n + Q_n') = 0$ бўлсин.

R_1, R_2, \dots, R_n иссиқлик резервуарлари етарлича катта деб фараз қилинганидан, ҳамма вақт шундай қилиш мумкин. Натижада барча иссиқлик резервуарлари ўзларининг бошланғич ҳолатларига қайтади.

R_0 ёрдамчи резервуар

$$Q_0 = T_0 \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \quad (38.3)$$

иссиқлик беради. I система ва n Карно машиналари томонидан амалга оширилган доиравий процесс ҳосил бўлди. Бу процесс натижасида

R_0 резервуар Q_0 иссиқлик берди,

$A = Q_0$ эквивалент иш бажарилди.

Бошқа ҳеч қандай ўзгаришлар рўй бергани йўқ. Бажарилган $A = Q_0$ иш мусбат бўлиши мумкин эмас, чунки акс ҳолда Томсон — Планк постулати билан зиддият вужудга келган бўлар эди. Шундай қилиб, $Q_0 \leq 0$ бўлиши керак ёки (38.3) муносабатни ва T_0 абсолют температуранинг мусбат эканлигини назарга олиб, шундай ёзиш мумкин:

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0. \quad (38.4)$$

Биз ана шу тенгсизликни исботламоқчи эдик. Сумма белгиси олдидаги доирача (38.4) муносабатнинг доиравий процессга тегишли эканини кўрсатади. Бу ерда I системанинг ўзи амалга оширган доиравий процесс кўзда тутилади. Ёрдамчи мосламалар — Карно машиналари ва иссиқлик резервуари R_0 фақат исбот учун фойдаланилди. Уларнинг иштироки (38.4) муносабатнинг тўғрилигига ҳеч бир таъсир кўрсатмайди. Бунга ёрдамчи мосламаларнинг Q_i ва T_i катталиклари тегишли бўлган доиравий процесс содир бўлгандан кейингина жалб қилинганлигидан ишонч ҳосил қилиш мумкин.

2. Исботлашда R_i иссиқлик резервуарларидан ҳар бири фақат биз кўраётган I система билангина иссиқлик алмашиши мумкин, деб фараз қилинди. Иссиқлик резервуарларининг ўзаро, шунингдек резервуарлар ва бошқа жисмлар орасидаги иссиқлик алмашишлари назарга олинмайди. Бироқ бундай иссиқлик алмашишлар ҳеч бир роль ўйнамайди. (38.4) муносабат ана шундай иссиқлик алмашишлари мавжуд бўлганда ҳам тўғри бўлаверади. Ҳақиқатан ҳам, ҳамма вақт ҳам шундай иссиқлик алмашишларни бартараф қилувчи, лекин бу билан иссиқлик резервуарларининг физик ҳолатини ўзгартирмайдиган ҳамда уларнинг кўрилаётган система билан иссиқлик алмашишларига таъсир қилмайдиган адиабатик тўсиқларни киритиш мумкин.

3. Сўнгра, исбот қилишда R_1, R_2, \dots, R_n иссиқлик резервуарлари етарлича катта, деб фараз қилинди. Иссиқлик резервуарлари олаётган ёки бераётган иссиқлик миқдорлари қандай бўлишдан қатъи назар, T_i температуралар ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин бўлиши учун шундай фараз қилиш зарур. Резервуарлар чекли ва уларнинг температуралари вақт давомида ихтиёрий ўзгарадиган умумий ҳол биз юқорида қараб чиққан хусусий ҳолга келтирилади. Ҳақиқатан ҳам, R_i резервуарнинг T_i температураси вақт давомида ўзгарсин. R_i резервуарнинг I системага Q_i иссиқлик берадиган иссиқлик алмашиш процессини исалганча катта N сондаги чексиз кичик процессларга бўлиш мумкинки, бу кичик процессларнинг ҳар бирида R_i резервуар чексиз кичик миқдордаги $\delta Q_{i1}, \dots, \delta Q_{iN}$ иссиқлик беради. Бундай процессларнинг ҳар бирида R_i резервуарнинг температурасини ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин. Бу деган сўз, бу процессларга нисбатан R_i резервуар ўзини худди чексиз каттадек тутати, демакдир. Битта ўзгарувчан температурали R_i резервуар N та ўзгармас, лекин турли температурали кетма-кет қўшилган резервуарларга эквивалентдир; қисқа

вақт давсмида биринчи резервуар I системага δQ_{11} иссиқлик беради, доиравий процесснинг қолган вақтида эса у иссиқликдан изоляцияланган бўлади; навбатдаги қисқа вақт давомида иккинчи резервуар δQ_{12} иссиқлик беради ва қолган вақтда иссиқликдан изоляцияланган бўлади ва ҳ. к. Шунинг учун умумий ҳолда (38.4) тенгсизликни шундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0. \quad (38.5)$$

Бу фундаментал муносабат *Клаузиус тенгсизлиги* деб аталади.

4. (38.5) тенгсизликни келтириб чиқаришда I система иссиқлик алмашадиган қандайдир R_1, R_2, \dots, R_n иссиқлик резервуарлари киритишнинг зарурати йўқ. Яхшиси I система билан *атроф-муҳит* орасида бўладиган иссиқлик алмашилиши ҳақидаги тасаввурлардан фойдаланган маъқул. Бу ҳолда *T* шу муҳитнинг температурасини билдиради ва фазода ҳам, вақтда ҳам ўзгариши мумкин. Атроф-муҳит ҳар бири муайян, умуман айтганда, ўзгарувчан температура билан характерланадиган кичик соҳаларга бўлинган, деб тасаввур қилиш мумкин. δQ белги I системага бир ёки бир неча ана шундай соҳаларнинг *T* температурода берган чексиз кичик миқдордаги иссиқлигини билдиради. Интеграл олдидаги доирача (38.5) тенгсизликнинг *I* кўрилайётган система томонидан амалга оширилайётган доиравий процессга тегишли эканини билдиради.

5. Нима учун исбот қилишда ёрдамчи R_0 иссиқлик резервуари киритилгани таъкидлаб ўтамиз. Бу ўз ихтиёрида чекланмаган ички энергия манбаига эга бўлиш ва ундан ҳеч нарса билан чекланмаган энергия олиш ёки унга худди шундай энергия бериш имконига эга бўлиш мақсадида қилинган эди. Агар R_1, R_2, \dots иссиқлик резервуарларидан бири, масалан, биринчис чекланмаган энергия запасига эга бўлганида эди, ёрдамчи R_0 резервуар киритишга ўрин бўлмас эди. Унинг функциясини R_1 резервуарга юқлаш ҳам мумкин бўлар эди. Умумий ҳолда бундай бўлмаганидан, R_0 ёрдамчи резервуар киритиш зарурати туғилади.

Шундай қилиб, исбот учун R_0 нинг чексиз катта бўлиши аҳамиятга эгадир. R_0 резервуарни танлаш охириги натижага таъсир қилмайди, чунки охириги натижада R_0 умуман йўқ.

6. (38.5) тенгсизликни аввалги параграфнинг охирида қараб чиқилган иссиқлик машиналарининг фойдали иш коэффициентларининг юқори чегараси ҳақидаги масалани аниқлаштиришга татиқ қиламиз. Уша ердаги сингари, ишюраларнинг аввалги қоида-сига қайтган қулай. Элементар иссиқлик миқдорини, агар уни машина олаётган бўлса, δQ_1 символ билан белгилашга шартлашамиз. Машина бераётган элементар иссиқлик миқдорини эса δQ_2 символ билан белгилаймиз. Шундай қилиб, таърифларига кўра δQ_1 ва δQ_2 катталиклар мусбат катталиклардир. Бундай белгилашларда Клаузиус тенгсизлиги қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\int \frac{\delta Q_1}{T_1} - \int \frac{\delta Q_2}{T_2} \leq 0.$$

Бу ерда T_1 — атроф-муҳитнинг машина δQ_1 иссиқлик олаётган қисмининг температураси, муҳитнинг бу қисми иситкич родини ўйнайди. T_2 катталик «совиткич» нинг температураси, яъни атроф-

муҳитнинг машина δQ_2 иссиқлик бераётган қисмининг температураси. Аввалги параграфда қараб чиқилган ҳолдан фарқли равишда, энди иситкич ва совиткичнинг температураси процесс давомида ўзгариб боради, деб фараз қилинади. Айтайлик, $T_{1 \text{ макс}}$ ва $T_{2 \text{ мин}}$ лар иситкичнинг максимал ва совиткичнинг минимал температурасини билдирсин. Агар T_1 ва T_2 катталикларни $T_{1 \text{ макс}}$ ва $T_{2 \text{ мин}}$ катталиклар билан алмаштирилса, аввалги тенгсизлик фақат кучаяди. Бинобарин,

$$\int \frac{\delta Q_1}{T_{1 \text{ макс}}} - \int \frac{\delta Q}{T_{2 \text{ мин}}} \leq 0.$$

Бундан

$$\frac{Q_1}{T_{1 \text{ макс}}} - \frac{Q_2}{T_{2 \text{ мин}}} \leq 0,$$

бу ерда Q_1 — машинанинг иситкичдан доиравий процесс давомида олган тўла иссиқлиги, Q_2 — унинг совиткичга берган тўла иссиқлиги. Охириги тенгсизликни қуйидаги кўринишда қайта ёзамиз:

$$-\frac{Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_{2 \text{ мин}}}{T_{1 \text{ макс}}},$$

сўнгра ҳар икки қисмига бирни қўшиб қуйидаги тенгсизликни оламиз:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_{1 \text{ макс}} - T_{2 \text{ мин}}}{T_{1 \text{ макс}}}. \quad (38.6)$$

Бу тенгсизлик иссиқлик машинасининг фойдали иш коэффициенти η нинг юқори чегарасини билдиради.

М А С А Л А

Клаузиус тенгсизлигини Клаузиус постулати ёрдамида исбот қилинг.

Исботи. (38.2) муносабатни келтириб чиқаргунга қадар юритилган мулоҳазалар аввалгидек қолади, ундан кейин эса қуйидагича ўзгартирилади. Шундай қўшимча шартлар киритамиз: $Q_2 + Q_2' = \dots = Q_n + Q_n' = 0$ ва $A = Q_0 + (Q_1 + Q_1') + \dots + (Q_n + Q_n') = 0$ ёки $Q_0 = -(Q_1 + Q_1')$. У ҳолда шундай доиравий процесс юзага келадики, унинг натижасида

R_0 резервуар Q_0 иссиқлик беради;

R_1 резервуар $-(Q_1 + Q_1') = Q_0$ иссиқлик олади.

Бошқа ҳеч қандай ўзгаришлар бўлгани йўқ. Энг аввал берилган Q_0 иссиқликни топамиз. $i = 1$ бўлганда (38.1) муносабатдан

$$\frac{Q_{01}}{T_0} = \frac{Q_0 + Q_1}{T_1}$$

ни оламиз, $i = 2, 3, \dots, n$ бўлганда эса

$$\frac{Q_{0i}}{T_0} = \frac{Q_i}{T_i}$$

тенгликни оламит. Бу тенгликларни қўшиб, қуйидагини топамиз:

$$\frac{Q_0}{T} = \frac{Q_0}{T_1} + \sum_{i=1}^n - \frac{Q_i}{T_i}$$

Бундан

$$Q_0 = \frac{T_0 T_1}{T_1 - T_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i}$$

Агар $T_0 > T_1$ бўлса, $Q_0 > 0$ бўлиши керак. Агар $T_0 < T_1$ бўлса, аксинча, $Q_0 < 0$ бўлади. Акс ҳолда Клаузиус постулатига зидлик келиб чиқар эди. Ҳар иккала ҳолда ҳам биз (38.4) тенгсизликка келамиз.

39- §. Динамик иситиш усули

1. Клаузиус тенгсизлигини биноларни иситиш проблемасига қўллайлик. Иситишнинг одатдаги усулларида ўчоқда ёқилгининг ёнишидан ҳосил бўлган иссиқлик тўғридан-тўғри иситиладиган биного келади. Иссиқликнинг қизиган газлар олиб кетадиган анчагина улуши атрофдаги атмосферани иситишга сарф бўлади. Бунда иссиқликнинг бшқа исрофлари ҳам бўлади. Бироқ биз бу исрофларни ҳисобга олмаймиз ва ўчоқда ёнган ёқилги иссиқлигининг ҳаммаси бинони иситишга кетадиган идеал иситиш системасини назарда тутамиз. Ейльям Томсон *динамик иситиш* деб аталадиган бошқа иситиш схемасини таклиф қилди. Назарий жиҳатдан бу иситиш усули одатдаги иситиш усулидан анча фойдалидир. Гарчи динамик иситиш усули техник сабабларга кўра амалга оширилмаган бўлса ҳам, унинг қўлланиш принципини таҳлил қилиш термодинамика қонунларининг татбиқига доир мисол сифатида катта қизиқиш уйғотади. Бундан ташқари, иситишнинг бундан кейинги марказлашниш туфайли динамик иситиш усули амалда қўлланиши ҳам мумкин.

2. Динамик иситишда ўчоқда ҳосил бўлаётган иссиқликнинг фақат бир қисмигина иситиლაётган биного келади. Қолган қисми иссиқлик машинаси (двигатель) бажараётган ишга сарфланади. Двигателда иситкич сифатида ўчоқ, совиткич сифатида эса иситиლაётган бино хизмат қилади. Бу ишдан атроф-муҳит ва бино орасида ўрнатилган совиткич машинани ишлатишда фойдаланилади. Совиткич машина атроф-муҳитдан иссиқликни олиб, уни иситиლაётган биного ўтказиб беради.

Шундай қилиб, бино ҳам иссиқ ўчоқдан, ҳам совуқ атроф-муҳитдан иссиқлик олади. Умумий иссиқлик миқдори одатдаги иситиш усулида олинган иссиқлик миқдоридай ортиқ бўлиши мумкин. Динамик иситиш усулининг фойдали эканлиги ана шундан иборатдир.

Айтайлик, T_1, T_2, T_3 ўчоқнинг, иситиладиган бино ва атроф-муҳитнинг тегишли температуралари бўлсин. Ўчоқ двигателга Q_1 иссиқлик берган дейлик. Бу иссиқлик миқдоридан Q_2 қисми бинони иситишга кетган. Двигатель $A = Q_1 - Q_2$ иш бажарган. Совиткич машина атроф-муҳитдан Q_3 иссиқлик олган ва биного Q_2' иссиқлик берган. Ана шунга $A' = Q_2' - Q_3$ иш сарфланган. Агар ҳар иккала машина идеал машина бўлса, у ҳолда двигателнинг бутун иши совиткич машинани ҳаракатга келтиришга кетади. Бундай идеал ҳолда $A = A'$, яъни $Q_1 - Q_2 = Q_2' - Q_3$. Реал машиналарда ишқаланишга бўлган исрофлар ва бошқа исрофлар бўлади. Бундай ҳолда $A > A'$, яъни $Q_1 - Q_2 > Q_2' - Q_3$. Шундай қилиб, ҳамма вақт $Q_1 - Q_2 \geq Q_2' - Q_3$ ёки $Q_3 \geq Q_2 + Q_2' - Q_1$ бўлади.

Двигатель ва совиткич машинани биргаликда доиравий процессни бажарган ягона система деб қараш мумкин. Бу доиравий процессда система:

T_1 температурадаги ўчоқдан Q_1 иссиқлик олди;

T_2 температурали бинодан $(Q_2 + Q_2')$ иссиқлик олди;

T_3 температурали атроф-муҳитдан Q_3 иссиқлик олди. Клаузиус тенгсизлигига асосан

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2 + Q_2'}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} < 0.$$

Қуйидаги

$$Q_3 > Q_2 + Q_2' - Q_1$$

тенгсизлик ёрдамида Q_3 ни йўқотиб юборсак, қуйидагини оламиз:

$$(Q_2 + Q_2') \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2} \right) - Q_1 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right) < 0.$$

$T_1 > T_2 > T_3$ эканлигини назарга олиб, бундан қуйидагини топамиз:

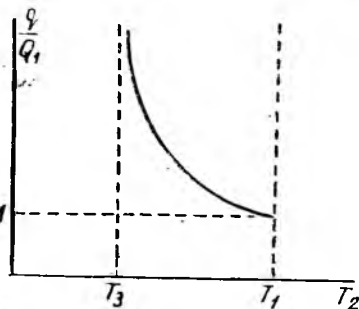
$$Q_2 + Q_2' < \frac{\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1}}{\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2}} Q_1. \quad (39.1)$$

$q = Q_2 + Q_2'$ катталик иситилаётган бинога берилаётган иссиқликдир. Барча процесслар квазистатик бўлган идеал ҳолда

$$q = \frac{\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1}}{\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2}} Q_1. \quad (39.2)$$

$T_1 > T_2$ бўлгани учун $\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} > \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2}$ ва (39.2) формула $q > Q_1$ ни беради.

29- расмда «иситигич» нинг T_1 ва «совиткич» нинг T_2 қайд қилинган температураларида q/Q_1 катталикнинг бино температураси T_2 га боғланиши кўрсатилган. Агар процесслар квазистатик бўлмаса, у ҳолда бино олган иссиқлик кам бўлади. Бироқ бундай ҳолда ҳам шундай шароитларни амалга ошириш мумкинки, бунда $q > Q_1$ бўлади, чунки иссиқлик машиналарининг фойдали иш коэффициентларига назарий жиҳатдан Карнонинг иккинчи теоремаси қўядиган чеклашлардан ташқари ҳеч қандай чеклашлар қўйилмайди.



29- расм.

3. Динамик иситиш иссиқлик совуқроқ жисмдан (атмосферадан) иссиқроқ жисмга (иситилаётган бинога) ўтадиган процессга мисол бўла олади. Бироқ бундай процесс Клаузиус постулатига зид эмас, чунки бу процессда компенсация бўлади. Компенсация

шундан иборатки, айни вақтда иссиқлик иситанроқ жисмдан (ўчоқдан) камроқ иситан жисмга (бинога) ўтади.

Динамик иситиш усулида иситилаётган бинонинг ўчоқда ҳосил қилинаётган иссиқликдан кўпроқ иссиқлик олиши биринчи қарашда парадоксдек туюлади. Бироқ бундай «парадокс» асосида теплород назариясининг биз хоҳишимизга боғлиқ бўлмаган ҳолда интуитив равишда қўллайдиган тасавурларни ётади. Ҳақиқатда ҳеч қандай иссиқлик миқдорининг сақланиши ҳақидаги умумий қонун мавжуд эмас ва шунинг учун бундай «парадокс» нинг мавжудлигига ҳеч қандай асос йўқ. Бироқ динамик иситиш принципига биз 37- § да айтиб ўтган табиий қайтмас процессларда *иссиқлик энергиясининг қадрсизланиши* нуқтаи назардан қараш ибратлидир. Одатдаги иситиш усулида ўчоқдан чиқадиган T_1 температурадаги Q_1 иссиқлик ўчоқдан худди шундай миқдорда, бироқ паст T_2 температурада иситилаётган хонага ўтади. Бу *иссиқликнинг сифат жиҳатидан қадрсизланишининг* худди ўзидир. Динамик иситишда идеал ҳолларда, яъни барча процесслар квазистатик бўлганида, иссиқликнинг бундай қадрсизланиши бўлмайди; бу усулнинг афзаллиги ҳам шундадир. Процесснинг барча босқичларида

энергия фақат миқдор жиҳатдангина эмас, балки сифат жиҳатдан ҳам сақланади. Масалан, T_1 температурадаги Q_1 иссиқлик миқдори миқдоран ва сифат жиҳатидан T_2 температурадаги Q_2 иссиқлик миқдорига ва A запас ишга эквивалентдир. Худди шунингдек, T_3 температурадаги совиткичдан олинган Q_3 иссиқлик тўла равишда бинонинг T_2 температурасидаги камроқ миқдордаги Q_2 иссиқлик ва A запас ишнинг йигиндисига эквивалентдир. Термодинамиканинг биринчи принципи $Q_3 - Q_2 = A$ тенгликнинг бажарилишини талаб қилади, бироқ Q_2 катталикка ҳеч қандай чеклашлар қўймайди. Чеклашлар иккинчи қопун томонидан қўйилади, унга кўра квазистатик процесслар бўлганида

$$\frac{Q_3}{T_3} = \frac{Q_2}{T_2}$$

тенглик бажарилиши керак ва бинобарин,

$$Q_2 = \frac{A}{\frac{T_3}{T_2} - 1}$$

$T_2 \rightarrow Q_3$ бўлганида $Q_2 \rightarrow \infty$.

40- §. Клаузиус тенглиги. Энтропия

1. Айтайлик, система бажараётган доправий процесс *квазистатик* процесс бўлсин. Бундай процесс учун ҳам

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (40.1)$$

Клаузиус тенгсизлиги ўринлидир. Фақат T деганда бу ерда атроф-муҳитнинг температурасини эмас, балки ҳар иккала температура бирдай бўлгани учун системанинг ўзининг температурасини тушуниш керак.

Квазистатик процесс қайтувчан ва бунинг устига тор маънода қайтувчандир. Бу процесс қарама-қарши йўналишда бориши ҳам мумкин. Тескари процесс учун ҳам Клаузиус тенгсизлиги ўринлидир:

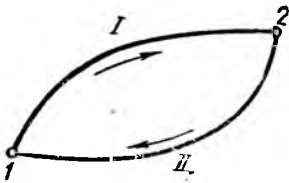
$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$; бу ерда $\delta'Q$ системанинг бундай тескари процесда унинг айрим участкаларида олган элементар иссиқлик миқдорларини билдиради. Тескари процесда ҳам система худди тўғри процесдаги мувозанат ҳолатлари орқали ўтганидан, $\delta'Q = -\delta Q$

деб ёзиш мумкин ва шунинг учун $\oint \frac{\delta Q}{T} \geq 0$ бўлади. Бу муносабат (40.1) муносабат билан фақат тенглик ишораси олингандагина мосдир. Шундай қилиб, *квазистатик процесс учун Клаузиус тенгсизлиги қуйидаги тенгликка айланади:*

$$\oint_{\text{квст}} \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (40.2)$$

Термодинамикада фундаментал *энтропия* тушунчасининг киритилиши ана шунга асосланган.

2. Айтайлик, система 1 бошланғич ҳолатдан 2 охириги ҳолатга ҳар бири квазистатик процесс бўлган бир неча усуллар билан



30- расм.

Ўтиши мумкин бўлсин (30- расм). Улардан иккитасини, I ва II ни олайлик. Бу процессларни битта I I 2 II 1 квазистатик доиравий процессга бирлаштириш мумкин. Унга Клаузиус тенглигини қўллаймиз:

$$\int_{112} \frac{\delta Q}{T} + \int_{211} \frac{\delta Q}{T} = 0,$$

ёки

$$\int_{112} \frac{\delta Q}{T} - \int_{112} \frac{\delta Q}{T} = 0,$$

ёки, ниҳоят,

$$\int_{112} \frac{\delta Q}{T} = \int_{112} \frac{\delta Q}{T}. \quad (40.3)$$

Система олган иссиқлик миқдорининг шу иссиқлик миқдори олинган T абсолют температурага нисбати баъзида келтирилган иссиқлик миқдори деб аталади. $\delta Q/T$ катталик чексиз кичик процессда олинган келтирилган иссиқлик миқдори, $\int \frac{\delta Q}{T}$ интегрални эса чексиз процессда олинган келтирилган иссиқлик миқдори деб аташ мумкин. Бу терминологиядан фойдаланиб, (40.3) Клаузиус тенглигига шундай таъриф бериш мумкин: *Ҳар қандай квазистатик доиравий процессда система олган келтирилган иссиқлик миқдори нолга тенг. Қуйидаги таъриф ҳам шунга эквивалентдир: Система томонидан квазистатик олинган келтирилган иссиқлик миқдори ўтиши йўлига боғлиқ бўлмай, фақат системанинг бошланғич ва охири ҳолатлари билан аниқланади.* Бу муҳим натижа энтропия деб аталувчи янги ҳолат функциясини киритишга имкон беради.

Системанинг энтропияси система ҳолатининг ихтиёрий доимий аниқлигида белгиланадиган функциясидир. Икки 2 ва 1 мувозанат ҳолатларидаги энтропиялар фарқи, таърифга мувофиқ, системани 1 ҳолатдан 2 ҳолатга ихтиёрий квазистатик йўл орқали ўтказиш учун системага бериш керак бўлган келтирилган иссиқлик миқдorigа тенг. Шундай қилиб, агар 1 ва 2 ҳолатлардаги энтропияларни S_1 ва S_2 орқали белгиласак, у ҳолда таърифга мувофиқ

$$S_2 - S_1 = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T}. \quad (40.4)$$

Энтропия аниқланадиган ихтиёрий доимийнинг қиймати ҳеч қандай роль ўйнамайди. Бу маънода энтропиянинг таърифи худди энергиянинг таърифидаги сингари бўлади. Энтропиянинг ўзи эмас, балки энтропияларнинг фарқи физик маънога эга бўлади. Шартли равишда бирор аниқ ҳолатдаги энтропияни нолга тенг деб олиш мумкин. Бунда энтропиянинг ифодасидаги ихтиёрий доимийнинг қиймати ҳам аниқланади.

3. Шундай қилиб, таърифга мувофиқ

$$S = \int_{\text{квст}} \frac{\delta Q}{T}, \quad (40.5)$$

бу ерда интеграл системани шартли равишда бошланғич деб олинган ҳолатдан қаралаётган ҳолатга ўтказувчи ихтиёрий квазистатик процесс учун олинган. S функциянинг дифференциали

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{квст}} \quad (40.6)$$

бўлади. Бир неча марта таъкидлаб ўтганимиздек, δQ катталиқ қандайдир бўлмасин бирор функциянинг дифференциали эмас. Бироқ (40.6) формула шуни кўрсатадики, агар δQ система томонидан квазистатик олинган элементар иссиқлик миқдори бўлса, у ҳолда T га бўлингандан кейин у ҳолат функцияси — энтропиянинг тўлиқ дифференциалига айланади.

4. Мисол тариқасида бир моль идеал газнинг энтропияси S ни ҳисоблаймиз. Ҳар қандай чексиз кичик квазистатик процесс учун идеал газ бўлган ҳолда

$$\delta Q = C_V dT + PdV = C_V(T)dT + RT \frac{dV}{V}.$$

Бундан

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = C_V(T) \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V},$$

$$S = \int C_V(T) \frac{dT}{T} + R \ln V.$$

Агар C_V иссиқлик сифими температурага боғлиқ бўлмаса, у ҳолда интеграл осон олинади ва биз

$$S = C_V \ln T + R \ln V + \text{const} \quad (40.7)$$

ни оламиз. Агар газ ν моль бўлса, у ҳолда

$$S = \nu C_V \ln T + \nu R \ln V + \text{const}.$$

Бироқ шуни назарда тутиш керакки, бу ифода газдаги молекулалар сони ўзгармас қолади, деган фараз билан олинди. Шунинг учун энтропия ифодасидаги аддитив доимий газдаги зарралар сонига боғлиқ бўлиши мумкин. Бу доимийни шундай таърифлаш керакки, бунда S энтропия газнинг зарралари сонига пропорционал ёки худди шунинг ўзи, газнинг моллари сони τ га пропорционал бўлиши керак. Бу шартни қуйидаги

$$S = \nu (C_V \ln T + R \ln \frac{V}{\nu} + \text{const}) \quad (40.8)$$

ёки

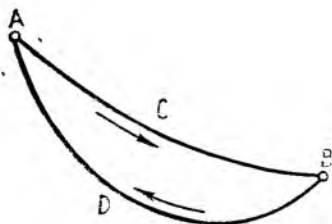
$$S = \frac{N}{N_{\text{АВ}}} (C_V \ln T + R \ln \frac{V}{N} + \text{const}) \quad (40.9)$$

ифода қаноатлантиради. Ҳар иккала ифодада ҳам энди қавс ичидаги аддитив доимий газнинг зарралари сонига боғлиқ бўлмайди. (40.8) ва (40.9) формулалар идеал газларга уларнинг зарралари доимий бўлгандагина эмас, балки ўзгарувчан бўлганида ҳам қўлланилади.

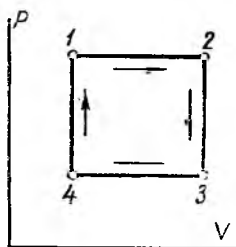
5. Агар квазистатик процесс адиабатик бўлса, у ҳолда $\delta Q \approx 0$ бўлади, ва бинобарин, $dS \approx 0$, $S \approx \text{const}$. Шундай қилиб, ҳар қандай квазистатик адиабатик процесс — бу доимий энтропияда амалга ошувчи процессдир. Шунинг учун уни *изэнтропик процесс* деб аташ мумкин.

МАСАЛАЛАР

1. Ҳар қандай модда учун политропа изотермани фақат битта нуқтада кесиши мумкин эканлигини кўрсатинг.



31-расм.



32-расм.

Исботи. Аксинча фарағ қилган ҳолда A ва B нуқталар изотерма билан кесишган икки нуқта деб оламиз (31-расм). $ABCD$ циклига Клаузиус тенглигини татбиқ қиламиз. ADB политропада иссиқлик сифими C доимий ва шунинг учун

$$\int_{ADB} \frac{\delta Q}{T} = C \int_{T_A}^{T_B} \frac{dT}{T} = 0.$$

(Бу интеграл нолга айланади, чунки A ва B нуқталар изотермада ётгани учун $T_A = T_B$ бўлади). ACB изотермада

$$\int \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int \delta Q = \frac{Q}{T}.$$

Шундай қилиб, Клаузиус тенглиги $Q = 0$ га келтирилади, бу ерда Q — система олган иссиқлик. Бироқ доиравий процесс учун $Q = A$. Бинобарин, $ACBDA$ циклининг юзи нолга тенг, бу эса фақат A ва B нуқталар орасида политропа, билаи изотерма кесишгандагина бўлади. Бу натижа A ва B нуқталар политропа изотерма билан кесишган қўшни нуқталардир, деган фаразимиизга зид келади.

2. Ҳар қандай модда учун адиабата изотермани фақат бир нуқтада кесиши мумкин эканини кўрсатинг.

3. Цикл икки изохора ва икки изобарадан иборат (32-расм). C_V ва C_P иссиқлик сифимлари ўзгармас бўлган ҳар қандай модда учун T_1, T_2, T_3, T_4 температуралар ўзаро $T_1 T_3 = T_2 T_4$ муносабат орқали белгиланган эканлигини кўрсатинг.

Ечндишн. Қаралаётган циклга Клаузиус тенглигини қўллаб қуйидагини оламиз:

$$(C_P - C_V) \ln \frac{T_2 T_4}{T_1 T_3} = 0,$$

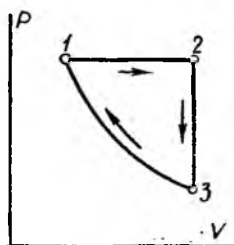
бундан талаб қилинаётган муносабат келиб чиқади, чунки $C_P - C_V \neq 0$.

4. Цикл 12 изобара, 23 изохора ва 31 адиабатадан иборат (33-расм). Ҷағрамас C_V ва C_P иссиқлик сифимли ҳар қандай модда учун T_1, T_2, T_3 температуралар қуйидаги

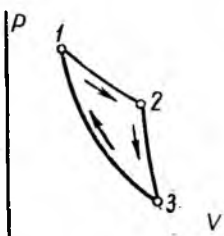
$$\frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^\gamma,$$

муносабат билан боғланган эканини кўрсатинг, бу ерда $\gamma = C_P/C_V$

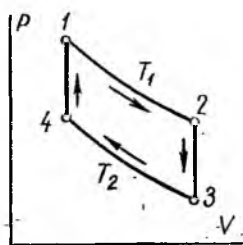
5. 12 изотерма, 23 политропа ва 31 адиабатадан иборат бўлган ва исталган модда томонидан бажарилган циклдаги ишни аниқланг (34-расм). Маълумки,



33-расм.



34-расм.



35-расм.

жисмларнинг иссиқлик сифими 23 политропада C га тенг, температуралар эса 12 изотермада ва 3 ҳолатда мос равишда T_1 ва T_2 га тенг.

Жавоби: $A = C \left[T_1 \ln \frac{T_1}{T_3} - (T_1 - T_3) \right]$.

6. Цикл температуралари T_1 ва T_2 бўлган икки 12, 34 изотермадан ва икки 23, 41 изохорадан иборат (35-расм). T_1 температурали изотермада Q_1 иссиқлик олинган. Агар ишчи модданинг C_V иссиқлик сифими фақат унинг температурага боғлиқ бўлиб, ҳажмига боғлиқ бўлмаसा, циклнинг ишини аниқланг.

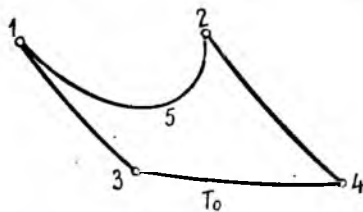
Жавоби: $A = \frac{T_1 - T_2}{T_1} Q_1$.

7. Ихтиёрий термодинамик система 1 мувозанат ҳолатдан 2 мувозанат ҳолатга икки усул билан квази статик ўтади. Биринчи усулда система T_0 температурага адиабатик совийди, сўнгра изотермик равишда иссиқлик олади ва ниҳоят, адиабатик равишда 2 ҳолатга ўтади. Иккинчи усулда ўтиш ихтиёрий йўл билан амалга ошади, бироқ бунда шундай бўладики, бу йўлнинг ҳар бир участкасида система иссиқлик олади, унинг температураси эса T_0 дан юқори бўлиб қолади. Системани 1 ҳолатдан 2 ҳолатга ўтказиш учун биринчи усулда иккинчи усулдагига қараганда кам иссиқлик сарфланишини кўрсатинг.

Ечилиши. 1342 схематик равишда биринчи ўтишни, 152 — иккинчи ўтишни ифодаласин (36-расм). Бу ўтишлар учун Клаузиус тенглигини қўллаб ва 13 ва 42 адиабаталарда система иссиқлик олмаслигини назарда тутиб, шундай ёзамиз:

$$\int_{152} \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_0}{T_0},$$

бу ерда Q_0 — 34 изотермада олинган иссиқлик. Шартга мувофиқ, $T_1 > T_0$ ва $\delta Q > 0$ ва шунинг учун



36-расм.

$$\int_{152} \frac{\delta Q}{T} < \int_{152} \frac{\delta Q}{T_0} = \frac{Q}{T_0},$$

бу ерда Q — 152 йўлда олинган иссиқлик. Охириги тенгсизликни ундан аввалги тенглик билан комбинациялаб $Q > Q_0$ оламиз.

8. Системанинг 2 ва 1 ҳолатлардаги энтропиялари фарқи ($S_2 > S_1$ бўлган шартда) системани 1 ҳолатдан 2 ҳолатга квазистатик ўтказиш учун системага бериш керак бўлган энг кам иссиқлик миқдори сифатида аниқланиши мумкин эканлигини кўрсатиш, бунда системанинг ўтишида унинг температураси бир кельвиндан пастга тушмайди деб олинг.

9. Агар изотерманинг барча нуқталарида иссиқликдан кенгайиш коэффициенти нолга тенг бўлса, у ҳолда бундай изотерма адиабата билан устма-уст тушади. Ана шундай эканлини исбот қилинг.

Ечнлиши. Изотерманинг барча нуқталарида $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = 0$ бўлсин. У ҳолда (8.3) дан $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = 0$ эканлиги келиб чиқади. Изотермада (34.2) муносабатга қўра

$$dU = \left[T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \right] dV = -PdV,$$

шунинг учун $\delta Q = dU + PdV = 0$.

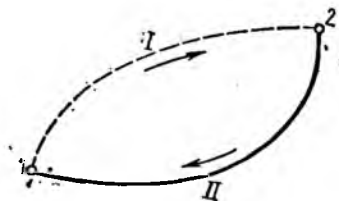
Бинобарин, изотерма барча нуқталарда адиабата билан устма-уст тушиши керак.

10. Карно циклида совиткич сифатида 4°C даги сув олинган. Бу температурада иссиқликдан кенгайиш коэффициенти нолга тенг бўлганидан, Карно циклини амалга оширишда совиткичга иссиқлик бериш керак эмас (бундан аввалги масалани қаранг), яъни циклнинг фойдали иш коэффициенти бирга тенг. Бу мулоҳазанинг хатолиги нимада?

Жавоби: 1) Агар иссиқликдан кенгайиш коэффициенти бутун изотерма давомида нолга айланганда эди, у ҳолда изотерма адиабата билан устма-уст тушар эди ва Карно циклини 4°C температура билан бошқа бирор температура орасида амалга ошириш мумкин бўлмас эди. 2) Ҳақиқатда эса сув учун иссиқликдан кенгайиш коэффициенти изотерманинг фақат бир нуқтасидагина нолга айланади.

41-§. Энтропиянинг ўсиш қонуни

1. Айтайлик, система 1 мувозанат ҳолатдан 2 мувозанат ҳолатга ўтади (37-расм), бироқ ўтиш процесси қайтар процесс эмас — расмда у I пунктир чизиқ билан тасвирланган. Системани 2 ҳолатдан дастлабки 1 ҳолатга бирор II йўл орқали квазистатик қайтарамиз. Клаузиус тенгсизлиги асосида шундай ёзиш мумкин:



37-расм.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_I \frac{\delta Q}{T} + \int_{II} \frac{\delta Q}{T} \leq 0.$$

II процесс квазистатик бўлгани учун

$$\int_{II} \frac{\delta Q}{T} = S_1 - S_2.$$

Шунинг учун Клаузиус тенгсизлиги

$$S_2 - S_1 \geq \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T}. \quad (41.1)$$

кўринишни олади. Бу ерда T деганда атроф-муҳитнинг системага δQ иссиқлик берадиган температурасини тушуниш керак.

Агар система адиабатик изоляцияланган бўлса, у ҳолда $\delta Q = 0$ бўлади ва (41.1) дага интеграл нолга айланади. У ҳолда

$$S_2 \geq S_1. \quad (41.2)$$

Шундай қилиб, адиабатик изоляцияланган системанинг энтропияси камайиши мумкин эмас; у ёки ўсади, ёки ўзгармас қолади. Бу — энтропиянинг ўсиш қонунидир. Агар $S_2 > S_1$ бўлса, у ҳолда адиабатик изоляцияланган системанинг 2 ҳолатдан 1 ҳолатга ўтиши мумкин эмас, чунки бундай ўтишда энтропия камайган бўлар эди. Аксинча, системанинг кичик энтропияли 1 ҳолатдан катта энтропияли 2 ҳолатга адиабатик ўтиши термодинамиканинг иккинчи қонуни постулатига зид келмайди ва шу маънода мумкиндир. Шундай қилиб, иккинчи қонун табиатда бўладиган процессларнинг йўналишлари ҳақида фикр юритишга имкон беради.

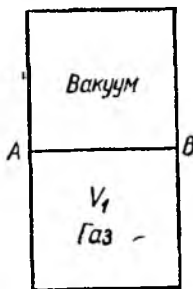
2. Тушунтириш учун шундай мисолни кўрайлик. Айтайлик, бир моль идеал газ қаттиқ адиабатик деворли цилиндрга қамалган (38-расм) бўлсин. Цилиндр AB қаттиқ тўсиқ билан икки қисмга бўлинган. Дастлаб газ бу қисмлардан ҳажми V_1 бўлган биттасини эгаллайди. Иккинчи қисмда — вакуум. Сўнгра тўсиқ олинадиган ёки унда тешик очилади. Токи ҳар иккала қисмда босим ва температуралар бараварлашгунча газ цилиндрининг иккинчи қисмига оқиб ўта бошлайди. Бу процесс қайтар процесс бўладими? Бу саволга жавоб бериш учун газ энтропиясининг ўзгаришини ҳисоблаймиз. Тавсифланган процесс натижасида газнинг ички энергияси ўзгармайди, чунки у қаттиқ адиабатик қобикқа қамалган. Газнинг температураси ҳам ўзгармайди, чунки температура унинг ички энергияси билан бир қийматли аниқланади (Жоуль қонуни). Торқали процесснинг бошидаги ва охиридаги умумий температурани, V_1 орқали газнинг бошланғич ҳажмини, V_2 орқали газнинг охириги ҳажмини белгилаймиз. Газ энтропиясининг ўзгаришини аниқлаш учун уни бошланғич ҳолатдан охириги ҳолатга квазистатик ўтказиш керак. Буни амалга ошириш учун газни температураси T бўлган иситкич билан иссиқлик контактига келтириш лозим. Газга бўлган босимни чексиз секинлик билан камайтириб, уни V_2 ҳажмли охириги ҳолатга изотермик ўтказиш мумкин. Бунда газ иситкичдан иссиқлик олади ва уни эквивалент ишга айлантиради.

Изотермик процесс учун

$$\delta Q = PdV = RT \frac{dV}{V}, \quad dS = \frac{\delta Q}{T} = R \frac{dV}{V}.$$

Бундан

$$S_2 - S_1 = R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = R \ln \frac{V_2}{V_1} > 0.$$



38-расм.

Энтропия ўсди. Шунинг учун газнинг бўшлиққа адиабатик кенгайиши — қайтмас процессдир.

Қуйидаги тривиал, бироқ кенг тарқалган хатога эътиборни жалб қиламиз. Қўрилган мисолда иссиқлик келтирилмайди, яъни $\delta Q = 0$ деб гапирилади ва шунинг учун ҳам $dS = \delta Q/T = 0$. Бундан $S = \text{const}$, яъни энтропия бошланғич ва охириги ҳолатларда айнан бирдай бўлади, деб хулоса қилинади. Хатолик шундаки, биз қўрган мисолда $dS = \delta Q/T$ тенгликдан фойдаланиш мумкин эмас. Бу тенглик *фақат квазимувозанат процессларга* тегишлидир. Мувозанатсиз процесслар учун бу тенглик ўринли эмас. Энтропиянинг (40.5) интеграл билан бериладиган таърифига кўра интеграл ихтиёрий, лекин албатта системани бошланғич ҳолатдан охириги ҳолатга ўтказувчи *квазистатик процесс* учун олиниши керак.

42-§. Энтропия тушунчасининг мувозанатсиз ҳолатлар учун умумлаштирилиши

1. Энтропия тушунчаси, юқорида киритилганидек, фақат мувозанат ҳолатлари учун тегишлидир. Бироқ бу тушунча мувозанатсиз ҳолатлар учун ҳам умумлаштирилиши мумкин. Бу умумлаштиришни система мувозанатсиз ҳолатда бўлган, бироқ уни фикран ҳар бири амалда мувозанатда бўлган алоҳида макроскопик системачаларга бўлиш ва шунинг учун унинг ички ҳолатини, масалан, икки T ва P параметр билан характерлаш мумкин бўлган ҳол учун кўрайлик. Умуман айтганда, системачалар макроскопик ҳаракат қилиши мумкин. Системачаларнинг ички ҳолатини ва уларнинг макроскопик ҳаракатини характерловчи параметрлар бир системачадан иккинчи системачага текис ўзгариши мумкин. Бундай ҳолда *локал термодинамик мувозанат* ўринли, деб гапирилади. Мисол сифатида суюқлик ёки газнинг гидродинамика ёки аэродинамикада тушуниладиган макроскопик ҳаракат ҳолатини кўрсатиш мумкин. Ҳар бир системачанинг S_i энтропияси ҳақида бу тушунча бундан аввалги параграфда қандай маънода киритилган бўлса, шундай маънода гапириш мумкин. Бунда бутун системанинг энтропиясини бундай системачаларнинг энтропиялари йигиндиси сифатида аниқлаш мумкин:

$$S = \sum S_i \quad (42.1)$$

Бутун система фикран бўлинадиган макроскопик системачалар шунчалик кичик қилиб танланган бўлиши керакки, бунда (42.1) йиғинди системачанинг янада бўлинишида ўзгармасин. Биз ҳамма вақт шундай қилиш мумкин деб даъво қилаётганимиз йўқ. Биз фақат энтропиянинг биз бераётган кенгайтирилган тушунчаси ана шундай қилиш мумкин бўлган ҳолларга тегишли эканлигини таъкидлаб ўтамиз, халос.

2. Энтропиянинг бундай умумлаштирилган тушунчасида энтропиянинг ортиши тўғрисидаги теорема ўз кучида қолади. Исботлаш учун дастлаб қаттиқ қобиққа киритилган ва температуралари $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ бўлган n та системачадан иборат адиабатик изо-

ляцияланган системани кўрайлик. Дастлаб барча системачалар тинч турибди, химиявий реакцияга кирмайди ва бир-бири билан аралашмайди (масалан, диффузия натижасида), уларнинг орасида фақат иссиқлик алмашинуви бўлиши мумкин деб фараз қиламиз. Агар δQ_i катталиқ i - системачанинг иссиқлик алмашинуви туфайли олган элементар иссиқлик миқдори бўлса, у ҳолда 16- § да кўрсатганимиздек,

$$\sum_{i=1}^n \delta Q_i = 0 \quad (42.2)$$

бўлади. Иссиқлик алмашинуви натижасида система (у изоляцияланган бўлгани учун) аниқ мувозанатланган ҳолатга интилади. Бу процессда баъзи системачалар мусбат δQ_i иссиқлик миқдорлари олиб исийди, бошқалари эса совийди — улар учун δQ_i катталиқлар манфийдир. Клаузиус тенгсизлиги асосида i - системача учун шундай ёзиш мумкин:

$$\Delta S_i \geq \int \frac{\delta Q_i}{T_i},$$

бинобарин, бутун система учун

$$\Delta S \geq \int \sum_{i=1}^n \frac{\delta Q_i}{T_i}. \quad (42.3)$$

Барча системачаларни икки гурпуага бўламиз: 1 дан m гача бўлган номерли системачаларни I иссиқроқ гурпуага (булар учун δQ_i катталиқлар манфий) ва $m+1$ дан n гача бўлган номерли системачаларни II совуқроқ гурпуага (булар учун δQ_i катталиқлар мусбат) ажратамиз. (42.3) тенгсизликни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\Delta S \geq \int \left(\sum_{i=1}^m \frac{\delta Q_i}{T_i} + \sum_{i=m+1}^n \frac{\delta Q_i}{T_i} \right).$$

Биринчи йиғинди манфий, иккинчи йиғинди мусбатдир. Бу йиғиндиларни шундай кўринишда ифодалаш мумкин:

$$\sum_{i=1}^m \frac{\delta Q_i}{T_i} = \frac{1}{T_I} \sum_{i=1}^m \delta Q_i = \frac{\delta Q_I}{T_I}, \quad \sum_{i=m+1}^n \frac{\delta Q_i}{T_i} = \frac{1}{T_{II}} \sum_{i=m+1}^n \delta Q_i = \frac{\delta Q_{II}}{T_{II}}.$$

Бу ерда δQ_I — биринчи гурпуа системачаларининг элементар процессда олган тўла иссиқлик миқдори, δQ_{II} эса иккинчи гурпуа системачаларининг элементар процессда олган тўла иссиқлик миқдори, T_I ва T_{II} — бу гурпуалар системачаларининг тегишлича ўртачалаштирилган температуралари. Равшанки, $T_I > T_{II}$. Бундан ташқари, $\delta Q_I + \delta Q_{II} = 0$, $\delta Q_I < 0$. Кейинги икки тенгсизлик иссиқлик алмашинуви процессида иссиқроқ жисм ҳамма вақт совий-

ди, камроқ исиган жисм эса қизийди, деган далилни ифодалайди. Бу далил термодинамиканинг иккинчи қонунини ифодаловчи Клаузиус постулатининг натижасидир. Шундай қилиб,

$$\Delta S \geq \int \left(\frac{\delta Q_I}{T_I} + \frac{Q_{II}}{T_{II}} \right) + \int \left(\frac{1}{T_{II}} - \frac{1}{T_I} \right) \delta Q_{II} > 0,$$

яъни иссиқлик алмашинуви натижасида бутун системанинг энтропияси ортади.

3. Энди системачалар фақат иссиқлик алмашинибгина қолмай, балки макроскопик ҳаракат ҳам қилади, деб фараз қилайлик. Агар система изоляцияланган бўлса, у ҳолда ички ишқаланиш процесслари туфайли макроскопик ҳаракат ниҳоят тўхтайтиди, унинг кинетик энергияси иссиқликка айланади. (42.3) тенгсизлик бу ҳолда ҳам ўз кучини сақлайди. Бироқ энди барча δQ_i катталиклар ортади, улар билан бирга (42.3) тенгсизликнинг ўнг томонидаги катталик ҳам ортади. Шунинг учун $\Delta S \geq 0$ тенгсизлик фақат кучаяди.

4. Энди система ўралган адиабатик қобиқ — қаттиқ деб олган чекланишимизни назарга олмайлик. Адиабатик қобиқ эластик деб олайлик. У ҳолда чўзилишлар ва сиқилишларда система устида механик иш бажарилади ва системада макроскопик ҳаракат юзага келади. Макроскопик ҳаракатнинг юзага келишининг ўзи бевосита система энтропиясининг ўзгаришига таъсир қилмайди, чунки бунда иссиқлик олиниши ёки берилиши рўй бермайди. Унинг таъсири билвосита бўлади, яъни макроскопик ҳаракат кинетик энергиясининг иссиқликка айланиши орқали бўлади. Бундай айланиш, биз кўрганимиздек, фақат энтропиянинг ортишига олиб келади. Шунинг учун қобиқни қаттиқ деб фараз қилиш зарурати йўқ. Бу қобиқ фақат системани адиабатик изоляциялашининг ўзи етарли.

5. Системада химиявий реакциялар бўладиган ёки силжиш процесслари бўладиган ҳолларни умумий ҳолда биз таҳлил қилиб ўтирмаймиз. Икки газнинг силжишидан иборат хусусий ҳол келгуси параграфда қараб чиқилади. Бу ерда эса ушбу эслатиш билангина чекланамиз. (41.2) тенгсизликнинг исботи умумий кўринишда системада рўй берадиган ҳар қандай процесслар учун чиқарилган эди. Бирдан-бир чекланиш шундайки, системанинг бошланғич ва охириги ҳолатлари мувозанат ҳолат бўлиши керак. Системани 1 мувозанат ҳолатдан 2 мувозанат ҳолатга ўтказадиган мувозанатсиз процессда энтропиянинг ортишини монотон амалга ошади деб кутиш табиийдир. Агар энтропиянинг ортиши монотон рўй берса, у ҳолда (41.2) тенгсизлик бири иккинчисидан кейин келадиган ҳар қандай 1 ва 2 мувозанат ҳолатлар учун ҳам ўринли бўлади. Исботлаш учун 1 ва 2 ҳолатларни системани 3 мувозанат ҳолатдан 4 мувозанат ҳолатга ўтказувчи адиабатик процессдаги оралик мувозанат ҳолатлар деб олишнинг ўзи kifоя.

6. Агар системанинг ҳолати шундай бўлсаки, уни лоқал термодинамик мувозанатда бўладиган макроскопик қисмларга ажратиш мумкин бўлмаса, у ҳолда энтропия тушунчасининг биз юқорида келтирган умумлаштиришимиз маънога эга бўлмайди. Бироқ ста-

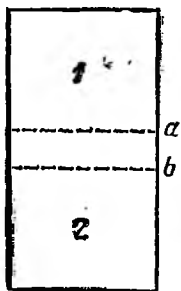
тистик физика энтропия тушунчаси ва унинг ортиш қонунини шундай ҳолатларга ҳам татбиқ қилишга имкон беради (80- § га қ.).

7. Клаузиус бутун Коинотни берк система деб қараб, термодинамиканинг иккинчи қонуни мазмунини: «Коинотнинг энтропияси максимумга интилади»,— деган тасдиққа олиб келди. Ана шу максимумга эришилганда, Коинотдаги ҳар қандай процесслар тўхтайтиди. Ҳақиқатан ҳам, ҳар бир процесс энтропиянинг ортишига олиб келар эди, энтропия эса ортиши мумкин эмас, чунки у ўзининг чегаравий — максимал — қийматига эришиб бўлган. Шундай қилиб, Клаузиус тасдиғига кўра, Коинотда пировард натижада абсолют мувозанат ҳолатга эришиладик, бу ҳолатда ҳеч қандай процесс мумкин бўлмайди. Коинотнинг бундай ҳолати *Коинотнинг иссиқлик ҳалокати* деб ном олган. Аслини айтганда, бундай ҳулосага келиш учун энтропия тушунчаси ва энтропиянинг ортиш қонунини жалб қилиш шарт эмас. Ҳақиқатан ҳам, бундай ҳулоса термодинамика умумий қонунининг бутун Коинотга татбиқ қилинишидан бўлак нарса эмас. Бироқ термодинамиканинг умумий қонуни ҳам энтропиянинг ортиш қонуни ҳам *чекланган системаларга* тегишли, тажриба маълумотларини умумлаштириш йўли билан чиқарилган. Уларни бутун Коинотга татбиқ қилиш асосиз бўлган экстропляциядир. Коинот бутунча узлуксиз ва монотон эволюцияда бўлиши, бироқ ҳеч вақт термодинамик мувозанат ҳолатига келмаслиги мумкин. Шундай бўлиши мумкин эканлиги, масалан, умумий нисбийлик назарияси томонидан йўл қўйилади: гравитацион майдонларнинг бўлиши туфайли гигант космологик системалар энтропиянинг ортиши томонига узлуксиз эволюцияланиши, бироқ энтропия максимум бўлган ҳолатга эришмаслиги мумкин, чунки бундай ҳолатнинг ўзи умуман йўқ. Коинотнинг иссиқлик ҳалокати концепциясининг иккинчи танқиди Больцман томонидан берилган (80- §, 6- бандга қ.).

43- §. Газлар диффузиясида энтропиянинг ортиши. Гиббс парадокси

1. Айтайлик, 1 ва 2 идеал газлар қаттиқ адиабатик девсрли берк идишга қамалган ва бунда идишнинг ҳажми V ўзгарисиз қолади. Бошланғич моментда газлар бир-бирларидан ўтказмайдиган тўсиқ билан ажратилган ва T умумий температурага эга. Сўнгра тўсиқ олинад ва газлар аралашшидан иборат қайтмас процесс бошланади. Ниҳоят, бу процесс тўхтайтиди ва система мувозанат ҳолатга ўтиб, бу ҳолатда ҳар иккала газ текис аралашган бўлади. Охирги ҳолатда температура дастлабки ҳолатдаги сингари бўлади, чунки система изоляцияланган, газлар эса идеал газлардир. Газлар аралашганидан кейин температура қандай ўзгаради?

Энтропиянинг термодинамик таърифида масала системани бошланғич ҳолатдан охирги ҳолатга ўтказувчи процесс учун $\int \frac{\delta Q}{T}$ интегрални ҳисоблашга келтирилади. Бу процесс ҳар қандай процесс бўлиши, бироқ албатта квазистатик процесс бўлиши керак. Аслида тўсиқни олгандан кейин рўй берадиган аралашш процесси ярамай-



39- расм.

ди, чунки у квазистатик эмас. Бироқ принцип жиҳатидан иккала газни квазистатик аралаштириш мумкин, бироқ бунинг учун газлар айний газлар бўлмаслиги керак. Буни қуйидагича амалга ошириш мумкин.

Айтайлик, газларни бошланғич ҳолатда адоҳида сақловчи тўсиқ икки идеал ярим ўтказувчан a ва b тўсиқлардан иборат бўлиб, улар бир-бирига қўшилган бўлсин (39- расм). a тўсиқ 1 газни ҳеч қандай ҳалақитсиз ўтказди, бироқ 2 газни мутлақо ўтказмайди. Аксинча, b тўсиқ икки газни ҳеч қандай ҳалақитсиз ўтказди, бироқ 1 газни ўтказмайди. Идеал ярим ўтказувчан тўсиқлар аслида мавжуд эмас, бироқ улар фикрий экспериментларда йўл қўйиладиган мулоҳазаларда қўлланилиши мумкин*.

b ва a тўсиқлардан иборат мураккаб тўсиқ 1 газни ҳам, 2 газни ҳам ўтказмаслиги равшан. Системанинг адиабатик изоляциясини бузиб, уни температураси доимий сақланидиган ва T га тенг бўлган термостат билан иссиқлик контактига келтирамиз. Сўнгра b тўсиқни суриш билан 1 газни бошланғич V_1 ҳажмдан охириги V ҳажмгача квазистатик кенгайишга мажбур қиламиз. Бундай кенгайтиришда 1 газ иш бажаради ва температурани доимий сақлаш учун унга иссиқлик бериш керак. 1 газ температурасининг ортиши (40.7) формула билан топилади. Температура доимий қолгани учун энтропиянинг ортиши қуйидагича тенг бўлади:

$$\Delta_1 S = \nu_1 R \ln \frac{V}{V_1},$$

бу ерда ν_1 — биринчи газнинг моллари сони. Бунда 2 газнинг ҳолати ўзгармайди. Энди худди шундай йўл билан ярим ўтказувчан a тўсиқни сурамиз ва 2 газни квазистатик равишда кенгайиб бутун идишни эгаллашига мажбур қиламиз. Бунда 1 газнинг ҳолати ўзгармайди, 2 газнинг энтропияси эса қуйидаги орттирмани олади:

$$\Delta_2 S = \nu_2 R \ln \frac{V}{V_2},$$

бу ерда ν_2 — 2 газнинг моллари сони, V_2 эса унинг бошланғич ҳажми. Натижада система юқорида биз таҳлил қилган реал аралаштириш ҳолатига айний бўлган охириги ҳолатга келади. Бутун система энтропиясининг ортиши қуйидагича тенг бўлади:

$$\Delta S = R \left(\nu_1 \ln \frac{V}{V_1} + \nu_2 \ln \frac{V}{V_2} \right). \quad (43.1)$$

$V_1 < V$ ва $V_2 < V$ бўлгани учун бу энтропия ортиши мусбат бўлади. Энтропия ортди. Бу параграфнинг бошида биз айтиб ўтган

* Водород учун идеал ярим ўтказувчан тўсиққа энг яқин келадиган яқинлашиш бу газни ўтказувчи иссиқ палладий фольга бўла олади.

адиабатик қобиқда газларнинг ўз-ўзидан аралашиб процесси ҳақиқатан ҳам қайтмас процесс эканини кўрсатади.

2. (43.1) формула парадоксал ҳулосага олиб келади, бу ҳулоса Гиббс (1839 — 1903) парадокси деб аталади. 1 ва 2 газлар айний деб фараз қилайлик. У ҳолда (43.1) формулага кўра энтропиянинг ΔS ортиши аввалгидек қолади. Масалан, агар тўсиқ ν моль миқдоридagi айни бир газни икки тенг қисмга бўлса, у ҳолда $\nu_1 = \nu_2 = \frac{1}{2}\nu$, $V_1 = V_2 = \frac{1}{2}V$ бўлади ва (43.1) формула қуйидагини беради:

$$\Delta S = \nu R \ln 2.$$

Бироқ системанинг охириги ҳолати дастлабки ҳолатидан ҳеч қандай фарқ қилмайди. Энтропия ортди, системанинг ҳолати эса ўзгармади. Гиббс парадокси ана шундан иборат.

Гиббс парадоксини тушуниш учун шу нарсани қайд қилиш керакки, (43.1) формулани биз аралашадиган 1 ва 2 газлар бир-биридан анча фарқ қиладиган ҳол учун исбот қилдик. Айний бўлган газлар учун бизнинг мулоҳазамиз ўринли бўлмайди. 1 газ учун ўтказувчан ёки ўтказмайдиган тўсиқлар унинг билан айний бўлган 2 газ учун ҳам шундай бўлади. Принцип жиҳатидан айний газларни биз юқорида баён қилган квазистатик усул билан аралаштириш мумкин эмас. Айнан бир хил газлар учун $\Delta S = 0$ ва (43.1) формулани қўллаб бўлмайди. Бироқ бу формулани аралашаётган газларнинг атомлари ёки молекулалари фарқ қиладиган ҳолларда, гарчи бундай фарқ ҳар қанча кичик бўлса ҳам, фойдаланиш мумкин. Назарий жиҳатдан шундай чегаравий ўтиш мавжудки, бундай ўтишда бир газ атомларининг хоссалари иккинчи газ атомларининг хоссаларига чексиз яқинлашади. Ана шундай чегаравий ўтишда ҳам энтропиянинг ортиши сақланиши керак эди. Эйнштейн (1879—1955) бунда табиат ҳодисаларини классик баён қилишга хос бўлган қийинчиликлар мавжудлигини кўрди. Квант механикасида бундай қийинчилик бўлмайди, бу ерда физик системаларнинг ҳолатлари дискретдир. Хусусан, турли типдаги атомларнинг сони чекли ва шунинг учун бир атомнинг хоссалари иккинчи атомнинг хоссаларига узлуксиз ўтадиган бундай чегаравий ўтишни амалга ошириб бўлмайди.

44-§. Термодинамиканинг иккинчи қонуни турли хил тушуниш

«Термодинамиканинг иккинчи қонуни» термини физикада юз йиллардан ортиқ қўлланилиб келади. Бироқ шу (вақтгача ҳам турли авторлар бу терминга турли мазмун бериб келадилар. Гарчи бу масала соф терминологик масала бўлса ҳам бир оз тўхтаб ўтиш фойдадан ҳоли эмас.

Термодинамиканинг иккинчи қонуни термини асосида унинг асосий постулати: Томсон — Планк постулати, Клаузиус постулати ёки бу постулатларга эквивалент бўлган қоидаларни тушунган авторлар мантиқийроқ иш қилган бўладилар.

Бошқа авторлар эса термодинамиканинг иккинчи қонуни мазмунини асосий постулатнинг натижаси бўлган икки қоидага келтириб қўядилар: яъни 1) система ҳолатининг функцияси бўлган S энтропиянинг мавжудлигига; 2) энтропиянинг ортиш принципига келтириб қўядилар. Т.А. Афанасьева-Эренфест (1876—

—1964) биринчи марта қайд қилиб ўтганидек, бу икки ҳолда бир-бирига ман-тикий боғлиқ эмасдир. Ҳақиқатан ҳам, S функциянинг мавжудлиги асосий постулатнинг ифодаланишидаги акс этган табиий процессларнинг қайтмаслигига мутлақо боғлиқ эмас. Бу нарса шундан ҳам кўринадик, S энтропиянинг мавжудлигига асос қилиб бевосита аксинча постулатни, масалан, шундай: «Ягона (бирдан-бир) натижаси иссиқлик резервуарининг механик иш ҳисобига иссиқлик олишдан иборат айланма процесс мумкин эмас», — постулатни олиш ҳам мумкин эди. Энтропия ортинининг тасдиғи эса айнан асосий постулатнинг ўзига таянади, унга тескари бўлган ҳолдага эмас. Агар асосий постулатга аксинча бўлган фикр тўғри бўлганда эди, адиабатик изоляцияланган системанинг энтропияси ортмаган, балки камайган бўлар эди.

Ниҳоят, кўпчилик авторлар Афанасьева — Эренфест мисолига кўра термодинамиканинг иккинчи қонуни деб фақат асосий постулатнинг битта натижасини тушунади, яъни энтропиянинг система ҳолатининг функцияси сифатида мавжудлигини тушунадилар. Бундай тушунишнинг асоси сифатида шу нарса кўрсатиладики, термодинамиканинг иккинчи қонундан чиқариладиган тенглик характеридаги барча мунсабатларда энтропиянинг фақат битта хоссаси — унинг чексиз кичик орттирмаси тўла дифференциал эканлиги хоссасидан фойдаланилади.

45- §. Термодинамик функциялар

1. Энтропия билан бирга U билан боғлиқ бўлган кўплаб ҳолат функцияларидан фойдаланиш мумкин. Улардан энг асосийларини топамиз. Агар процесс квазистатик бўлса, U ҳолда $\sigma Q = TdS$. Бундай процесс учун термодинамиканинг биринчи қонуни тенгламаси

$$\delta Q = dU + PdV \quad (45.1)$$

ни шундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$dU = TdS - PdV. \quad (45.2)$$

Агар $I = U + PV$ энтальпия киритилса, U ҳолда U ни йўқотиш ва қуйидагини ҳосил қилиш мумкин:

$$dI = TdS + VdP. \quad (45.3)$$

$TdS = \delta Q$ бўлгани учун доимий босимда $dI = \delta Q$ бўлади. Бундан шу нарса кўрилади: *энтальпия шундай ҳолат функциясидирки, унинг квазистатик процессда доимий босимдаги орттирмаси системанинг олган иссиқлик миқдори Q ни беради.* Шу сабабли энтальпияни шунингдек иссиқлик функцияси ёки иссиқлик ушлаш деб аталади.

Термодинамикада икки ҳолат функцияси алоҳида муҳим аҳамиятга эгадир: Гельмгольц томонидан киритилган Ψ эркин энергия ва Гиббс томонидан киритилган Φ термодинамик потенциалдир. Бу ҳолат функциялари қуйидагича ифодаланади.

$$\Psi = U - TS, \quad (45.4)$$

$$\Phi = \Psi + PV = U - TS + PV. \quad (45.5)$$

Уларнинг дифференциаллари учун қуйидаги ифодаларни олиш мумкин:

$$d\Psi = -SdT - PdV, \quad (45.6)$$

$$d\Phi = -SdT + VdP. \quad (45.7)$$

Изотермик процессда $dT = 0$ ва шунинг учун $d\Psi = -PdV = -\delta A$. Бундан $A = \Psi_1 - \Psi_2$. Бинобарин, эркин энергия системанинг шундай ҳолат функцияси дидики, унинг квазистатик изотермик процессда камайиши системанинг бажарган ишини беради.

(45.2), (45.3), (45.6) ва (45.7) муносабатлар шундай фикрга олиб келади: U ички энергияни S ва V аргументларнинг функцияси, I энтальпияни S ва P нинг функцияси, Ψ эркин энергияни T ва V нинг функцияси, Φ — термодинамик потенциални T ва P нинг функцияси сифатида қараш керак:

$$\begin{aligned} U &= U(S, V), \\ I &= I(S, P), \\ \Psi &= \Psi(T, V), \\ \Phi &= \Phi(T, P). \end{aligned} \quad (45.8)$$

Бу кўринишдаги муносабатлар модда ҳолатининг каноник тенгламалари деб аталади. Бу тенгламалар термодинамикага Гиббс томонидан систематик равишда киритилган. Гиббс ҳолат каноник тенгламаларидан ҳар бири моддаларнинг хоссалари ҳақида алоҳида алинган ҳолат термик ёки калорик тенгламаларига нисбатан бойроқ информация беришини таъкидлаб ўтган эди. Ҳолат каноник тенгламаси, улар (45.8) даги тўртта шаклдан қайси бири кўринишида олинишидан қатъи назар, модданинг термик ва калорик хоссалари ҳақида тўлиқ маълумотларга эга бўлади. Ҳақиқатан ҳам, (45.8) тенгламалардан қуйидагиларни оламиз:

$$\begin{aligned} dU &= \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV, \\ dI &= \left(\frac{\partial I}{\partial S}\right)_P dS + \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_S dP, \\ d\Psi &= \left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial V}\right)_T dV, \\ d\Phi &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P}\right)_T dP. \end{aligned}$$

Бу муносабатларни (45.2), (45.3), (45.6) ва (45.7) муносабатлар билан таққослашдан қуйидагилар келиб чиқади:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V, \quad P = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S, \quad (45.9)$$

$$T = \left(\frac{\partial I}{\partial S}\right)_P, \quad V = \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_S, \quad (45.10)$$

$$S = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_V, \quad P = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial V}\right)_T, \quad (45.11)$$

$$S = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_P, \quad V = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial P}\right)_T. \quad (45.12)$$

Келтириб чиқарилган тенгламаларнинг икки натижасини қайд қилиб ўтайлик. Ψ ва Φ функцияларнинг таърифидан $U = \Psi + TS$,

$I = \Phi + TS$ эканлиги келиб чиқади. Бунда энтропиянинг (45.11) ва (45.12) формулалардан ифодасини қўйиб, қўйидагиларни ола- миз:

$$U = \Psi - T \left(\frac{\partial \Psi}{\partial T} \right)_V, \quad (45.13)$$

$$I = \Phi - T \left(\frac{\partial \Phi}{\partial T} \right)_P. \quad (45.14)$$

Бу тенгламалар *Гиббс — Гельмгольц тенгламалари* деб аталади. Бу тенгламалардан келиб чиқадиган фойдаларни тўғридан-тўғри кўрсатиш мумкин. Кўпинча Ψ эркин энергияни фақат температу- рагагина боғлиқ бўлган қўшилувчи билан аниқланадиган аниқ- ликда топиш осон бўлади. Буни система бажарадиган изотермик ишни ҳисоблаш йўли билан амалга ошириш мумкин. У ҳолда (45.13) формула худди шундай ноаниқликда системанинг ички энергиясини ҳам аниқлашга имкон беради.

Агар $U = U \{S, V\}$ функция маълум бўлса, у ҳолда бу функ- цияни S ва V бўйича дифференциаллаш йўли билан системанинг температураси ва босимини аниқлаш, яъни унинг термик хосса- лари ҳақида тўлиқ маълумотлар олиш мумкин бўлади. Сўнгра (45.1) формуладан δQ ни ва тегишли иссиқлик сифимларини топиш, яъни системанинг калорик хоссалари ҳақида ҳам тўлиқ маълумот- лар олиш мумкин бўлади. Қолган ҳар учала каноник ҳолат тенгла- маларидан ихтиёрийси билан худди шундай қилиш мумкин бў- лади.

2. Энди иккинчи марта дифференциаллаш йўли билан (45.9) муносабатлардан қўйидагини топамиз:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S = \frac{\partial^2 U}{\partial S \partial V}, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_V = - \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S}.$$

Бундан дифференциаллаш тартиб ини ўзгартириш ҳақидаги анализ- дан маълум бўлган теорема асосида қўйидагини келтириб чиқара- миз:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S = - \left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_V. \quad (45.15)$$

Худди шундай йўл билан қўйидагиларни ёзамиз:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_P, \quad (45.16)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V, \quad (45.17)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P. \quad (45.18)$$

Бу ва бунга ўхшаш муносабатлар *ўзаролик муносабатлари* ёки *Максвелл муносабатлари* деб аталади. Бу муносабатлар система термодинамик мувозанат ҳолатини характерловчи катталиклар орасидаги турли муносабатларни чиқариш учун фойдаланилади. Бундай метод биз 34- § даги баён қилиб ўтган цикллар методидан

Фарқ қилиб, *термодинамик функциялар методи* ёки *термодинамик потенциаллар методи* деб аталади. Бу методни қўйидаги икки мисол воситасида тушунтирамиз.

1-мисол. Чексиз кичик квазистатик изотермик процессни қараб чиқамиз. (45.2) муносабатни dV га бўлиб, қўйидагини топамиз:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - P$$

ёки (45.17) муносабатга асосан

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P. \quad (45.19)$$

2-мисол. Худди шу процесс учун dP га бўлиш йўли билан (45.3) формуладан қўйидагини ҳосил қиламиз:

$$\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T + V$$

ёки (45.18) муносабат асосида қўйидагини келтириб чиқарамиз:

$$\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P. \quad (45.20)$$

(45.19) ва (45.20) муносабатлар 34-§ да цикллар методи билан келтириб чиқарилган эди. Формал жиҳатдан термодинамик функциялар методи цикллар методига нисбатан анча содда.

3. I , Ψ ва Φ термодинамик функцияларни биз *икки эркинлик даражали* системалар учун, яъни ички ҳолатлари иккита параметр билан аниқланадиган системалар учун киритган эдик. Айтилган барча фикрларни *кўп эркинлик даражали системалар* учун умумлаштириш қийин эмас. Фақат барча муносабатларда элементар ишнинг $\delta A = PdV$ ифодасини (12.5) ифода билан алмаштириш керак. Бунинг натижасида қўйидаги таърифлар келиб чиқади:

$$I = U + \sum A_i a_i \quad (\text{энтальпия}), \quad (45.21)$$

$$\Psi = U - TS \quad (\text{эркин энергия}), \quad (45.22)$$

$$\Phi = \Psi + \sum A_i a_i \quad (\text{термодинамик потенциал}). \quad (45.23)$$

Тегишли функцияларнинг дифференциаллари учун қўйидагиларни оламиз:

$$dU = TdS - \sum A_i da_i, \quad (45.24)$$

$$dI = TdS + \sum a_i dA_i, \quad (45.25)$$

$$d\Psi = -SdT - \sum A_i da_i, \quad (45.26)$$

$$d\Phi = -SdT + \sum a_i dA_i, \quad (45.27)$$

46- §. Жоуль — Томсон эффектининг термодинамик назарияси

1. Жоуль — Томсон эффекти тўғрисида биз 19- § да гапирган эдик. Энди бу ҳодисанинг термодинамик назариясини кўрамиз. Жоуль — Томсон тажрибасида пўкакнинг турли икки томонида (18- расмга қ.) босимлар фарқи ΔP жуда кам бўлсин. Бу босимлар фарқига мос температуралар фарқи ΔT тажрибада ўлчанади. Газнинг оқиши барқарорлашган деб фараз қилинади. Назариянинг вазифаси шундан иборатки, ΔP ни ва газнинг ҳолат тенгламасини билган ҳолда ΔT ни ҳисоблаш керак. 19- § да кўрсатиб ўтилганидек, пўкак орқали ўтишда газнинг энтальпияси I ўзгармайди: $\Delta I \approx 0$. Юқори тартибдаги кичик катталикларни назарга олмасак, шундай ёзиш мумкин:

$$\Delta I = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_P \Delta T + \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T \Delta P = 0.$$

$\left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_P = C_p$ бўлгани учун ва $\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T$ [эса (45.20) ифода билан аниқлангани учун бундан қуйидагини топиш мумкин:

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta P}\right)_I = \frac{T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - V}{C_p} \quad (46.1)$$

Чап томондаги I белгиси, ҳамма вақтдагидек, процесс давомида I энтальпиянинг ўзгармаслигини кўрсатади.

Агар газ идеал газ бўлса, у ҳолда $V = \frac{RT}{P}$, $T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = V$ ва шунинг учун $\Delta T = 0$. Шундай қилиб, идеал газлар учун Жоуль—Томсон эффекти ўринли бўлмайди. Бироқ реал газлар учун, умуман айтганда, ёки исиш, ёки совиш рўй беради. Бу масалани биз 104- § да, бизнинг ихтиёримизда реал газлар ҳолатининг тахминий тенгламасини чиқарилгандан сўнг (Ван-дер-Ваальс тенгламаси) батафсил қараймиз.

2. Газнинг пўкак орқали стационар оқишида реал газ температурасининг пасайиши ёки кўтарилиши Жоуль—Томсон дифференциал эффекти деб аталади. Дифференциал эффект деб аташ билан (46.1) формулага кирувчи ΔT ва ΔP катталиклар жуда кичик ва уларни $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_I$ хусусий ҳосила билан алмаштириш мумкин эканлиги таъкидланади. Жоуль—Томсон дифференциал эффекти билан бирга Жоуль—Томсон интеграл эффекти ҳам бор. Бу ҳолда оқаятган газ билан ўтаётган газ босимлари фарқи катта (одатда ўнлаб ва ҳатто юзлаб атмосфера) бўлади. Температуранинг ўзгаришлари ҳам катта бўлади. Шунинг учун интеграл эффект техникада паст температуралар олиш учун қўлланилади.

Интеграл эффект газни дросселлаш, яъни уни икки томонида катта босимлар фарқи сақланадиган вентили (кичик тешик) орқали ўтказиш йўли билан амалга оширилади (25- § га қ.). Бу ҳолда ҳам 25- § да кўрсатилганидек, энтальпия сақланади. Газни дроссел-

лаш мувозанатли процесс эмас. Бироқ газнинг бошланғич ва охириги ҳолатлари мувозанат ҳолатлар бўлади. Бу ҳолатлар энтальпия ва босимни бериш йўли билан тўла аниқланади. Температура ўзгаришларини ҳисоблашда реал процессни доимий энтальпияда бўладиган квазистатик процесс билан алмаштириш мумкин, яъни Жоуль — Томсон интеграл эффекти дифференциал эффектларнинг узлуксиз кетма-кетлигидан иборатдир деб фараз қилиш мумкин. Шундай йўл билан қуйидаги ифодани оламиз:

$$T_2 - T_1 = \int_{P_1}^{P_2} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_I dP = \int_{P_1}^{P_2} \frac{T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V}{C_P} dP. \quad (46.2)$$

Албатта, реал процессни квазистатик процесс билан алмаштириш фақат охириги ҳолатда газ параметрларини ҳисоблаш учунгина ярайди. Натижа ҳар иккала процесс айний бўлгани учун эмас, балки ҳар иккала процесс ҳам ягона охириги ҳолатга олиб келгани учун тўғри чиқади.

3. Вильям Томсон термометрни абсолют термодинамик шкалада даражалаш учун Жоуль — Томсон дифференциал эффектдан фойдаланди. Айтайлик, бирор реала газ билан Жоуль — Томсон тажрибаси амалга ошириляпти. Газнинг температураси ихтиёрий термометр ёрдамида ўлганда — бу эмпирик температуранинг τ ҳарфи билан белгилаймиз. Масала $T = T(\tau)$ функцияни топишга келтирилади. Равшанки,

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{\Delta T}{\Delta \tau} \frac{\Delta \tau}{\Delta P},$$

ёки чекли орттирмаларни дифференциаллар билан алмаштириб, қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{dT}{d\tau} \frac{d\tau}{dP}.$$

Сўнгра

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P &= \left(\frac{\partial V}{\partial \tau} \right)_P \frac{d\tau}{dT}, \\ C_P &= \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_P = \left(\frac{\delta Q}{d\tau} \right) \frac{d\tau}{dT} = C_P' \frac{d\tau}{dT}. \end{aligned}$$

Бу ерда C_P' — доимий босимдаги иссиқлик сизими бўлиб, эмпирик температура шкаласида ўлчанган, яъни

$$C_P' = \left(\frac{\delta Q}{d\tau} \right)_P.$$

(45.1) формула қуйидагига айланади:

$$\frac{dT}{d\tau} \frac{d\tau}{dP} = \frac{T \left(\frac{\partial V}{\partial \tau} \right)_P \frac{d\tau}{dT} - V}{C_P' \frac{d\tau}{dT}},$$

бундан

$$\frac{dT}{T} = \frac{\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial \tau} \right)_P}{C_p \Delta \tau} \frac{d\tau}{1 + \frac{C_p \Delta \tau}{V \Delta P}}$$

ёқин интеграллагандан кейин

$$T = T_0 \exp \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial \tau} \right)_P}{1 + \frac{C_p \Delta \tau}{V \Delta P}} d\tau. \quad (46.3)$$

Бу ерда T_0 ва τ_0 — қандайдир бир репер нуқтанинг мсс равишда абсолют ва эмпирик шкалалардаги температуралари. Унг томонда интеграл остида турган барча катталиклар экспериментал ўлчаниши мумкин, чунки буving учун температурани фақат эмпирик шкалада ўлчаш талаб қилинади. Шунинг учун интеграл τ эмпирик температуранинг функцияси тарзида ҳисобланиши мумкин. Шу тарзда $T = T(\tau)$ дан иборат функционал бсғланиш аниқланган бўлади.

Эмпирик термометр сифатида Жоуль — Томсон тажрибаси ўтказилаётган газ-тўлдирилган газ термометри олиш қўлайдир. Шундай қилганда газ абсолют температурасининг таърифига мувофиқ $PV = A\tau$ бўлади, бу ерда A — доимий.

Бинобарин, $\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial \tau} \right)_P = \frac{A}{PV} = \frac{1}{\tau}$. Бундан ташқари $\frac{C_p \Delta \tau}{V \Delta P}$ катталики бирга нисбатан кичик, шунинг учун унинг квадратини назарга олмаслик мумкин. Бундай яқинлашишда (46.3) га кирувчи интеграл қуйидаги интегралга ўтади:

$$\int_{\tau_0}^{\tau} \left(1 - \frac{C_p \Delta \tau}{V \Delta P} \right) \frac{d\tau}{\tau} = \ln \frac{\tau}{\tau_0} - \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{PC_p' \Delta \tau}{A\tau^2 \Delta P} d\tau.$$

Унг томондаги интеграл кичик тузатмдир. Биз қабул қилган яқинлашишда интеграл белгиси остидаги A доимийни универсал газ доимийси R га алмаштириш мумкин. Бу қуйидагини беради:

$$T = \frac{T_0 \tau}{\tau_0} \exp \left\{ \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{PC_p' \Delta \tau}{R\tau^2 \Delta P} d\tau \right\}.$$

Бунга кирувчи интеграл ҳам бирга нисбатан кичик га шунинг учун тахминан шундай ёзиш мумкин:

$$T = \frac{T_0}{\tau_0} \tau \left[1 - \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{PC_p' \Delta \tau}{R\tau^2 \Delta P} d\tau \right]. \quad (46.4)$$

Бу формула бўйича ҳисоблашларда дастлабки температура сифатида сувнинг учланма нуқтаси температурасини олиш мумкин: $T_0 = \tau_0 = 273,16$ К. Шундан сўнг (46.4) формула бўйича ҳар қандай τ температурадаги газ термометри кўрсатишлари учун тузатмаларни ҳисоблаш мумкин. Бунда телий учун кенг температуралар интервалида $C_p / R \approx 5/3 = 1,67$.

МАСАЛАЛАР

1. Жоуль — Томсон процессида газнинг энтропияси ортишини кўрсатинг.

Е ч и л и ш и. Газ энтропияси ўзгаришларини ҳисоблаш учун реал Жоуль — Томсон процессини системани худди шу охириги ҳолатга олиб келувчи квазистатик изэнтальпия процесси билан алмаштирамиз. Бундай процесс учун $dT = TdS + VdP = 0$ ва шунинг учун

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\frac{V}{T} < 0.$$

Жоуль — Томсон процессида босимнинг пасайишини назарга олиб, бундан S энтропия ортади деб хулоса қиламиз.

2. Қаттиқ адиабатик девэрли идиш қаттиқ адиабатик тўсиқ билан икки қисмга бўлинган. Тўсиқнинг бир томонида газ, иккинчи томонида вакуум бор. Тўсиқ олингандан кейин идишда қарор топадиган температура учун умумий термодинамик формулани аниқланг. Олинган формулани идеал газга қўлланг ва бу ҳолда температура ўзгариши содир бўлмаслигини кўрсатинг.

Ечилиши. Газ устида иш бажарилмагани на иссиқлик келтирилмагани учун тўсиқ олингандан ва мувозанат қарор топганидан кейин газнинг ички энергияси ўзгармайди. Газ томонидан амалга ошаётган реал процесс мувозанатсиз ва жуда мураккабдир. Бироқ бошланғич ва охири ҳолатлар мувозанат ҳолатлардир, мувозанат ҳолатдаги газнинг температураси эса икки параметр билан аниқланади, бу параметрлар учун ички энергия ва газнинг ҳажмини олиш қулай. Температуранинг ўзгаришини ҳисоблашда реал процессни доимий ички энергиядаги квазистатик процесс билан алмаштириш мумкин. Бундай процесс учун

$$T_2 - T_1 = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U dV. \quad (46.5)$$

Бу интегралга кирувчи хусусий ҳосилани ҳисоблаш учун қуйидаги

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

дифференциални нолга тенг деб олиш керак. Яна, агар (16.3) ва (34.2) формулалардан фойдаланилса, у ҳолда қуйидаги келиб чиқади:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U = \frac{P - T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{C_V} \quad (46.6)$$

Охири ниҳоясида

$$T_2 - T_1 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{P - T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{C_V} dV. \quad (46.7)$$

Идеал газ учун бу формула $T_2 - T_1 = 0$ ни беради.

47-§. Термодинамик функциялар методи ҳақида умумий мулоҳазалар. Мисоллар

Термодинамик функциялар методи шунга асосланганки, агар системанинг термодинамик мувозанатдаги ҳолатини характерловчи бирор f катталиқ бошқа x ва y катталиқларнинг функцияси бўлса, унинг дифференциали эса қуйидаги

$$df = X(x, y)dx + Y(x, y)dy$$

кўринишда берилган бўлса, у ҳолда

$$X = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y, \quad Y = \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x,$$

ва бинобарин,

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x. \quad (47.1)$$

(47.1) типдаги муносабатлардан турли термодинамик тенгликлар келтириб чиқарилади. (45.19) ва (45.20) муносабатлар худди шу йўл билан келтириб чиқарилган эди.

Бу методни қўллашда $Xdx + Ydy$ ифода қандайдир чексиз кичик катталиқ бўлмай, балки $f(x, y)$ ҳолат функциясининг дифференциали (тўлиқ дифференциали) эканига ишонч ҳосил қилиш керак. Акс ҳолда хато хулосаларга келиш мумкин. Ана шундай нотўғри мулоҳазалар юритишга хос бир мисол келтирайлик. δQ элементар иссиқлик миқдорини бирор $Q = Q(T, P)$ ҳолат функциясининг дифференциали деб қарай бошладик. Термодинамиканинг биринчи қонунига мувофиқ бу дифференциал қуйидагига тенг:

$$dQ = dU + PdV = dI - VdP$$

ёки

$$dQ = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_P dT + \left[\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T - V\right]dP.$$

Бу ифодага (47.1) муносабатни қўллаб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial T \partial P} = \frac{\partial}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T - V \right],$$

бундан

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = 0.$$

Бундан шундай хулоса чиқарамиз: жисмларнинг иссиқликдан кенгайиши мумкин эмас. Бундай хулоса, маълумки, тажрибага зид келади. Зиддиятнинг келиб чиқишига сабаб шуки, биз Q иссиқликни система ҳолатининг функцияси деб, δQ катталиқни эса бу функциянинг дифференциали деб нотўғри талқин қилдик. Аслида бундай функция йўқ. Китобхонни бундай хатолардан сақлаш учун чексиз кичик катталиқларни биз бу катталиқлар ҳолат функцияларининг тўлиқ дифференциаллари бўлмаган ҳолларда δ белги билан белгиладик. d белги эса фақат тўлиқ дифференциаллар бўлган чексиз кичик катталиқлар учун сақланди.

Хулоса қилиб, термодинамик функциялар методининг қўлланишига дсир яна бир неча мисоллар келтирамиз.

1. Физик жиҳатдан бир жинсли ва изотроп бўлган модданинг ҳар томонлама сиқил адиабатик ва изотермик модуллари K_S ва K_T орасидаги боғланишни топайлик. Бу модуллarning таърифига мувофиқ,

$$K_S = -V \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S, \quad K_T = -V \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T.$$

$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S$ ҳосилани ўзгартирамиз. P, V, T катталиқлар ҳолат тенгламалари билан боғланган. Бундан ташқари қўрилган ҳолда улар орасида процесснинг адиабатиклигини ифодаловчи яна битта муносабат бор. Адиабатик процессда P, V, T, S ўзгарувчилар улардан сирлагининг функциялари сифатида қаралиши мумкин. Мустақил ўзгарувчи сифатида T температурани олишимиз мумкин. У ҳолда

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S$$

Ҳолат тенгламаси бўлгани учун P , T , S катталиклар орасида ҳар қандай ҳолатда ҳам функционал боғланиш мавжуд бўлади. T , V , S катталиклар учун ҳам худди шунини айтиш мумкин. Шунинг учун

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P, \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$$

ва сўнгра

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V\right] \cdot \left[\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T\right]$$

Ўнг қисмини қуйидаги

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V = \frac{T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P}{T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V} = \frac{\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_P}{\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_V} = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$

муносабатлар ёрдамида ўзгартирамиз. Натижада қуйидагини оламиз:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \gamma \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$

ёки

$$K_S = \alpha K_T, \quad (47.2)$$

бу ерда $\gamma = C_P/C_V$. Шундай қилиб, ҳар томонлама сиқиш адиабатик модули изотермик модулдан γ марта катта. Биз бу натижани 23-§ да бошқа усул билан чиқарган эдик (23-§ даги масалага қ.).

2. Яна иссиқлик сиғимлари $C_P - C_V$ айирмаси учун формулани чиқарамиз. Энтропия ва иссиқлик сиғимининг таърифидан

$$C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \quad (47.3)$$

Энтропия S ни температура ва ҳажмнинг функцияси деб қараб, шундай ёзишимиз мумкин:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV.$$

Бундан

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{C_V}{T} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

Шундай қилиб,

$$C_P - C_V = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (47.4)$$

Яна батафсил исботларнига тўхталмай, бир қанча фойдали термодинамик муносабатларни келтирамиз:

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 T}{\partial T^2}\right)_V, \quad (47.5)$$

$$\left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P \quad (47.6)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T - P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T, \quad (47.7)$$

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T + V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V + V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T, \quad (47.8)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = C_P - P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \quad (47.9)$$

$$\left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_V = C_V + V\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \quad (47.10)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = -\frac{T}{C_V}\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T, \quad (47.11)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = -\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_P\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\frac{T}{C_P}\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T, \quad (47.12)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \frac{C_P}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = -\frac{C_P}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S, \quad (47.13)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S &= \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T + \\ &+ \frac{T}{C_P}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P^2 \end{aligned} \quad (47.14)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T - \frac{T}{C_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2. \quad (47.15)$$

48-§. Максимал иш ва эркин энергия

1. Ихтиёрий, умуман айтганда, мувозанатсиз ҳолатдаги бирор термодинамик системани қараймиз. Бу система температураси T_0 доимий сақланадиган бирор ташқи муҳит билан чегараланган бўлсин. Система фақат шу ташқи муҳит билан иссиқлик алмашишни мумкин. Бошқа жисмлар билан иссиқлик алмашишни йўқ. Системанинг бажарган ишига келсак, умумий ҳолда бу иш икки қисмдан — кўриляётган система устида бажарилган иш ва бошқа жисмлар устида бажарилган ишдан иборат бўлади. Бу умумий ишни, одатдагидек, A ҳарфи билан белгилаймиз. Система 1 ҳолатдан 2 ҳолатга ўтсин. Термодинамиканинг биринчи қонунига мувофиқ $A = U_1 - U_2 + Q$. A ишнинг ва берилган Q иссиқликнинг миқдори системани 1 ҳолатдан 2 ҳолатга ўтказувчи процесснинг турига боғлиқ бўлади. Термодинамиканинг иккинчи қонуни A иш учун юқори чегарани кўрсатишга имкон беради. Клаузиус тенгсизлигига мувофиқ,

$$S_2 - S_1 \geq \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T_0},$$

ёки температура T_0 ни доимий деб олганимиздан

$$S_2 - S_1 \geq \frac{Q}{T_0}$$

Бунга $Q = A - U_1 + U_2$ ни қўйиб ва қуйидаги

$$Y = U - T_0 S \quad (48.1)$$

белгилашни киритиб,

$$A \leq Y_1 - Y_2 \quad (48.2)$$

ни оламиз. Тенглик белгиси қайтар процессларга тегишли. Шундай қилиб, система бажариши мумкин бўлган иш функциянинг камайиши $Y = U - T_0 S$ дан ортиқ бўла олмайди.

Хусусан, системанинг T температураси ҳамма вақт атроф-муҳитнинг температураси T_0 га тенг бўлганида Y функция системанинг эркин энергияси $Y = \Psi = U - TS$ га айланади. Бу ҳолда $A_{\text{макс}} \leq \Psi_1 - \Psi_2$. Тенглик белгиси қайтар процессларга тегишли. Шундай қилиб, қайтар процесс учун $T = T_0$

$$A_{\text{макс}} = \Psi_1 - \Psi_2. \quad (48.3)$$

Агар Гиббс — Гельмгольц тенгламаси (45.13) дан фойдалансак, у ҳолда (48.3) ифодани қуйидаги кўринишга ўзгартириш осон

$$A_{\text{макс}} = U_1 - U_2 + T \left(\frac{\partial(\Psi_1 - \Psi_2)}{\partial T} \right)_V,$$

ёки

$$A_{\text{макс}} = U_1 - U_2 + T \left(\frac{\partial A_{\text{макс}}}{\partial T} \right)_V \quad (48.4)$$

Бу формула *максимал иш учун Гиббс — Гельмгольц тенгламаси* деб аталади. Бу тенглама кўп сонли қўлланишларга эга.

2. Баён қилинганлардан Гельмгольцнинг нима учун $\Psi = U - TS$ катталики эркин энергия деб атаганининг мотивлари равшан бўлади. U катталик системанинг ички ёки тўлиқ энергиясидир. Бироқ агар T температураси доимий сақланидиган система муҳит билан иссиқлик контактида бўлса, у ҳолда бу энергиянинг бир қисми, хусусан, $U - TS$ қисми иш бажариш учун фойдаланиши мумкин. Шу маънода бу энергия эркин энергия деб аталади. Энергиянинг қолган қисми иссиқлик контакти ўрнатилган муҳитнинг температураси ўзгаришсиз сақланганида ишга айланиши мумкин эмас. Энергиянинг бу қисми *боғланган энергия* деб аталади. $T \rightarrow 0$ бўлган чегаравий ҳолда ички ва эркин энергиялар орасидаги фарқ қолмайди.

3. Термодинамикада кўпинча тўла A иш билан бирга *фойдали иш* деб аталадиган иш ҳам ишлатилади. Бу тушунча гарчи физик қўлланишлар учун зарур бўлмаса-да, керакли тушунтиришларни бериб ўтайлик. Фойдали иш тушунчаси кўрилатган (умуман айтганда, мувозанатсиз) термодинамик система мувозанатда бўлган ҳамда T_0 доимий температура ва P_0 доимий босимда ушлаб туриладиган муҳитга жойлаштирилганида кiritилади. Система фақат муҳитнинг P_0 босимига қаршигина эмас, бошқа жисмларга ҳам қарши иш бажаради деб фараз қилинади. Ана шу бошқа жисмларга қарши бажарилган иш қисми фойдали иш деб аталади. Муҳитнинг P_0 босимига қарши бажарилган иш $P_0(V_2 - V_1)$ ифода билан

берилади. A^Φ фойдали ишни топиш учун A тўла ишдан ана шу ишни айириб ташлаш керак. Фойдали иш учун (48.2) формуладан шундай ифодани оламиз:

$$A^\Phi \leq Z_1 - Z_2, \quad (48.5)$$

бу ерда

$$Z = Y + P_0 V = U - T_0 S + P_0 V. \quad (48.6)$$

Хусусан, муҳитнинг температура ва босими системанинг температура ва босимига тенг бўлганида Z функция $Z = \Phi = U - TS + PV$ термодинамик потенциалга айланади. Бу ҳолда

$$A^\Phi \leq \Phi_1 - \Phi_2 \quad (48.7)$$

бўлади.

Максимал фойдали иш қайтар процессда ҳосил бўлади ва у $A^\Phi_{\text{макс}} = \Phi_1 - \Phi_2$ га тенг бўлади. Бу иш учун (48.4) формулага ўхшаш *Гиббс—Гельмгольцнинг иккинчи формуласини* оламиз:

$$A^\Phi_{\text{макс}} = I_1 - I_2 + T \left(\frac{\partial A^\Phi_{\text{макс}}}{\partial T} \right)_P \quad (48.8)$$

Термодинамик система қаттиқ ва суюқ жисмлардангина иборат бўлганида барча процессларда унинг ҳажмининг ўзгаришларини назарга олмаслик мумкин. Бундай ҳолда A тўла иш билан A^Φ фойдали иш орасидаги фарқ йўқолади. Газсимон системалар учун, аксинча, бу фарқ катта бўлиши мумкин.

МАСАЛА

Бу параграфнинг натижаларидан фойдаланиб, 37-§ даги 2-масаланинг бошқача ечимини беринг.

49-§. Гальваник элементнинг электр юритувчи кучи

1. Термодинамиканинг электр ҳодисаларга қўлланишига мисол сифатида гальваник элементнинг электр юритувчи кучи ҳақидаги масалани кўрайлик. Термодинамиканинг қандай қилиб ва нима учун гальваник элементда электр токи пайдо бўлади, деган саволга жавоб бера олмаслиги равшан. Тажрибаларга таянган ҳолда термодинамика гальваник элемент электр токи пайдо бўлиши билан мувозанат ҳолатга яқинлашувчи номувозанат термодинамик система эканини қайд қилади, холос. Термодинамик воситалар билан гальваник элементнинг электр юритувчи кучи билан унинг бошқа баъзи характеристикалари орасида миқдорий муносабатлар ўрнатиш учун шунинг ўзи етарлидир.

Мувозанат ҳолатига яқинлашиш процесси *квазистатик* рўй беради деб ҳисоблаймиз. Ҳар қандай квазистатик процесс сингари, бу процесс ҳам тор маънодаги қайтар процессдир. Ток оқими йўналишининг ўзгариши элементда токнинг нормал оқишида бўладиган химиявий реакцияларга қарама-қарши химиявий реакцияларни вужудга келтиради. Агар бу шарт бажарилган бўлса, у ҳолда гальваник элементни *қайтар* элемент деб аталади. Бундай элементда токнинг йўналишини ўзгартириш йўли билан ҳамма вақт уни бошланғич ҳолатга келтириш мумкин.

Гальваник элементнинг қайтар бўлиши учун унда ажраладиган Жоуль иссиқлиги ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлиши керак. Шунинг учун келгусида элемент орқали ўтадиган I ток ниҳоятда кичик, яъни занжирнинг тўлиқ қаршилиги чексиз катта деб фараз қилинади. Бундай эканлиги ўтаётган q заряд

нинг қатталигига ҳеч қандай чекланиш бермайди, чунки электр тоқининг ўтиш вақти хоҳлаганча катта бўлиши мумкин. Бундай шароитларда элементнинг \mathcal{E} электр юритувчи кучи бажарадиган ишга нисбатан Жоуль иссиқлигини батамом назарга олмаслик мумкин. Ҳақиқатан ҳам, t вақт ичида электр юритувчи кучнинг бажарган иши $\mathcal{E}It$ га тенг бўлади, ҳолбуки, шу вақт ичида элемент ичида ажралаётган Жоуль иссиқлиги $R_i I^2 t$ га тенг бўлади, бу ерда R_i — элементнинг ички қаршилиги, яъни чекли катталиқ. Агар ток кучини биринчи тартибли чексиз катталиқ деб олинса, у ҳолда элементнинг иши ҳам биринчи тартибли кичик катталиқ бўлади, ҳолбуки, Жоуль иссиқлиги иккинчи тартибли кичикликдаги катталиқдир. Шунинг учун $I \rightarrow 0$ бўлганда ишга нисбатан Жоуль иссиқлигини назарга олмаслик мумкин.

2. Гальваник элементнинг термодинамик назариясини турли термодинамик муносабатлар ёрдамида чиқариш мумкин. Биз элементни электролитик, яъни ягона қаттиқ ва суюқ жисмлардан иборат деб оламиз. Газ элементларини қарамай-миз. Шундай қилиб, бизнинг системамиз одатдаги маънода механик иш, яъни макроскопик жисмларнинг силжишига доир иш бажармайди. Системанинг бутун иши элементнинг электр юритувчи кучи бажарган ишга, яъни занжирда электр тоқини ушлаб туриш ишига келтирилади. Занжир орқали dq заряд ўтганида гальваник элемент $\delta A = \mathcal{E}dq$ электр ишини бажаради. Элемент *бир эркинлик даражасига* эга бўлган термодинамик система бўлиб, бу системада a_i умумлашган координата ролини q заряд, умумлашган куч ролини — электр юритувчи куч \mathcal{E} ўйнайди. Шунинг учун исланаётган муносабатга келиш учун (34. 9) тенгламада $a_i = q$, $A_i = \mathcal{E}$ деб олишнинг ўзи етарлидир. Шу билан бирга бунда \mathcal{E} электр юритувчи куч фақат электролитнинг температурасига боғлиқ деб ҳисоблаш мумкин, чунки одатдаги шароитларда элементда электролитнинг ташқи босими ва ҳажми амалда доимий қолади. Буни назарга олиб қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{\partial U}{\partial q} = T \frac{d\mathcal{E}}{dT} - \mathcal{E}. \quad (49. 1)$$

ёки

$$\mathcal{E} - T \frac{d\mathcal{E}}{dT} = u, \quad (49. 2)$$

бу ерда $u = -\frac{\partial U}{\partial q}$ — элемент орқали бир бирлик электр миқдори ўтганида унинг ички энергиясининг камайиши. 1882 йилда Гельмгольц аниқлаган (49. 2) тенглама қўйилган масалани ечиб беради. Уни қуйидаги кўринишда қайта ёзиш мумкин:

$$T^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathcal{E}}{T} \right) = -u. \quad (49. 3)$$

Бундан интеграллаш йўли билан қуйидагини топамиз:

$$\mathcal{E}(T) = -T \int_{T_0}^T \frac{u(T)}{T^2} dT + \mathcal{E}(T_0). \quad (49. 4)$$

Бу формула гальваник элементнинг бирор T_0 температурадаги электр юритувчи кучи маълум бўлса, унинг исталган T температурадаги қийматини топишга имкон беради.

3. Вильям Томсон 1851 йилда қайтар гальваник элементнинг электр юритувчи кучи учун бошқа формулани аниқлади. Унинг мулоҳазалари энергиянинг сақланиш қонунига асосланган эди. Бирлик заряд ўтганида гальваник элемент \mathcal{E} иш бажаради. Иш элемент ички энергиясининг камайиши ҳисоби га бажарилади. Бу Томсон формуласига олиб келади: $\mathcal{E} = u$. Гельмгольц формуласи (49. 2) га таққослаш шунини кўрсатадики, Томсон формуласи фақат электр юритувчи куч \mathcal{E} температурга боғлиқ бўлмагандагина тўғри натижа берад экан. Умумий ҳолда $\mathcal{E} = u$ тенглик ўринли бўлмайди. Томсон мулоҳазаларининг камчилиги нимадан иборатлигини аниқлаймиз ва йўл-йўлакай Гельмгольц формуласи (49. 2) ни янги

чиқарилиш йўлини берамиз. Чексиз кичик dq заряд ўтганида гальваник элементнинг элементар иши ҳамма вақт \mathcal{E} dq ифода билан берилади. Бироқ элемент орқали чекли q заряд, масалан, $q = 1$ ўтса, у ҳолда иш фақат \mathcal{E} катталиқ доимий сақланганидагина $\mathcal{E}q$ кўпайтма билан ифодаланishi мумкин. \mathcal{E} катталиқ T га боғлиқ бўлгани учун, бунинг учун T температурани доимий сақлаш керак, яъни иссиқлик келтириш ёки иссиқлик олиб кетиш керак бўлади. Томсон ана шу иссиқликни назарга олмаган эди.

T температурани доимий сақлаб турамыз. У ҳолда бирлик заряд ўтганида бажарилган иш \mathcal{E} га тенг бўлади. Иккинчи томондан, қайтар изотермик процесда худди шу ишнинг ўзи система эркин энергиясининг камгайишига тенг. (49. 3) формулага мувофиқ бу $\mathcal{E} = A_{\text{макс}}$ эканини ва (49. 2) формула (48. 4) формуладан $A_{\text{макс}} = \mathcal{E}$ ва $U_1 - U_2 = u$ ни қўйишдан келиб чиқишини билдиради.

4. (49. 2) тенгламани бошқа кўринишда ҳам ёзиш мумкин, бунда ички энергиянинг камайиши ўтган электр бирлигига нисбатан эмас, электродлардан бирида ажралган бир моль моддага нисбатан олинади. Ички энергиянинг бу камайишини $u_{\text{моль}}$ орқали белгилаймиз. u ва $u_{\text{моль}}$ орасидаги боғланишни *Фарадейнинг* (1791 — 1867) *электролиз қонуни* ёрдамида аниқлаш осон. Бу қонунга мувофиқ электродлардан бирдан q заряд ўтганида унда ажралган модда моллари сони қуйидаги ифода билан берилади:

$$v = \frac{q}{nF} \quad (49. 5)$$

бу ерда $F \approx 96\,500$ кулон \cdot моль $^{-1}$ — универсал дсимий (Фарадей сони), n — валентлик. Бундан $q = 1$ бирлик заряд электродда $1/nF$ моль модда ажратиши келиб чиқади. Бунда ички энергия u га камаяди. Шунинг учун бир моль модда ажралганида ички энергиянинг камайиши nF марта катта бўлади, яъни $u_{\text{моль}} = nFu$. Бу муносабат ёрдамида (49. 2) тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$\mathcal{E} - T \frac{d\mathcal{E}}{dT} = \frac{1}{nF} u_{\text{моль}}. \quad (49. 6)$$

50- §. Термодинамик барқарорликнинг умумий критерийлари

Айтайлик, адиабатик изоляцияланган система [термодинамик мувозанатда ва шу билан бирга унинг S энтропияси биз кўраётган ҳолатда максимал, яъни система иссиқлик берилмаган ва олинмаган ҳолда ўтиши мумкин бўлган барча чексиз яқин ҳолатларнинг энтропияларидан каттадир. У ҳолда системанинг бу барча ҳолатларга ўз-ўзидан адиабатик ўтиши мумкин эмас, яъни *система барқарор термодинамик мувозанатда* бўлади дейиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, агар бундай ўтиш мумкин бўлганида эди, у ҳолда бошлангич 1 ва охириги 2 ҳолатларнинг энтропиялари $S_1 > S_2$ муносабат билан боғланган бўлар эди. Бироқ бу муносабат энтропиянинг ортиш принцигига зид келади, бу принцига мувофиқ адиабатик ўтишларда $S_1 \leq S_2$ бўлиши керак. Шундай қилиб, биз термодинамик барқарорликнинг шундай критерийсини чиқарамиз.

Агар система адиабатик изоляцияланган бўлса ва унинг энтропияси бирор мувозанат ҳолатида максимал бўлса, системанинг бу ҳолати термодинамик барқарор бўлади. Бу деган сўз, система адиабатик изоляцияланган бўлганида ўз-ўзидан ҳеч қандай бошқа ҳолатга ўта олмайди.

Термодинамиканинг конкрет масалаларга қўлланишларида системани адиабатик изоляциялаш ўрнига унинг табиатига бошқа

чеклашлар қўйиш қўлайдир. Бундай ҳолда термодинамик барқарорлик критерийси ўзгаради. Айниқса ушбу икки критерий қўлайдир.

1. Система температураси доимий сақланадиган муҳит билан ўралган бўлсин. Бундан ташқари, системанинг V ҳажми ҳам доимий сақланади, масалан, система қаттиқ қобикқа ўралган бўлсин. Бундай шароитларда системанинг бажарган A иши ҳамма вақт нолга тенг бўлади ва (48.2) муносабат $Y_1 - Y_2 \geq 0$ га ўтади. Бинобарин, $Y \equiv U - T_0 S$ функция фақат камайиши ёки ўзгаришсиз қолиши мумкин. Бундан аввалгидек мулоҳаза қилиб, термодинамик барқарорликнинг қўйидаги критерийсини оламиз.

Агар атроф-муҳитнинг температураси T_0 ва системанинг ҳажми доимий сақланса ва кўрилатган ҳолатда $Y \approx U - T_0 S$ функция минимал бўлса, у ҳолда системанинг ҳолати термодинамик барқарор бўлади. Хусусан, агар муҳитнинг температураси системанинг температурасига тенг бўлса, у ҳолда Y функция ролини $\Psi = U - TS$ эркин энергия ўйнайди.

2. Энди система барча томондан T_0 температураси ва P_0 босими доимий сақланадиган муҳит билан ўралган бўлсин. Система ташқи босим P га қарши бажариладиган ишдан ташқари ҳеч қандай иш бажара олмайди дейлик. Бошқача айтганда, системанинг фойдали иши ҳамма вақт нолга тенг, шунинг учун (48.5) муносабат $Z_2 \leq Z_1$ ни беради. Системадаги барча ўз-ўзидан бўладиган процесслар фақат $Z \equiv Y + P_0 V$ функциянинг камайиши билан рўй бериши мумкин. Шунинг учун, агар бирор мувозанат ҳолатда Z функция минимумга эришган бўлса, у ҳолда мувозанат барқарор бўлади. Хусусан, $P = P_0$ бўлганида бундай фикр {қоида} системанинг термодинамик потенциали $\Phi = F + PV$ га тегишли бўлади.

Термодинамик барқарорликнинг яна иккита камроқ қўлланиладиган шартларини келтирамиз. Бу шартларда потенциал функциялар ролини U ички энергия ва I энтальпия ўйнайди.

3. Клаузиус тенгсизлиги (41.1) ни қўйидаги кўринишда ёзамиз:

$$S_2 - S_1 \geq \int \frac{dU + \delta A}{T}.$$

Системанинг энтропияси ва ҳажми доимий сақланади, дейлик. У ҳолда $S_2 - S_1 = 0$ ва $\delta A = PdV = 0$, шунинг учун бундан аввалги тенгсизлик қўйидагини беради:

$$\int \frac{dU}{T} \leq 0$$

$T > 0$ бўлгани учун бундан $dU \leq 0$ бўлиши келиб чиқади. Агар системанинг ҳажми ва энтропияси доимий сақланса, у ҳолда системада ўз-ўзидан бўладиган процесслар фақат унда ички энергиянинг камайиши билан бўлиши мумкин. Агар системанинг ички энергияси минимумга эришган бўлса, у ҳолда системада бундан кейин ҳеч қандай процесслар бўлиши мумкин эмас. Бу термодинамик барқарорликнинг қўйидаги критерийсига олиб келади.

Агар системанинг ҳажми ва энтропияси доимий сақланса ва система бирор мувозанат ҳолатда ички энергиянинг минимумига эришган бўлса, у ҳолда мувозанат термодинамик жиҳатидан барқарор бўлади.

4 Агар системанинг босими ва энтропияси доимий сақланилса ва система бирор мувозанат ҳолатида энталпиянинг минимумига эришган бўлса, у ҳолда мувозанат термодинамик барқарор бўлади.

Буни исбот қилиш учун Клаузиус тенгсизлигини қуйидаги кўринишда ёзиш

$$S_2 - S_1 \geq \int \frac{dU - VdP}{T}$$

ва юқоридаги мулоҳазаларни такрорлаш керак.

51-§. Ле-Шателье — Браун принципи ва термодинамик мувозанатнинг барқарорлиги

1. Бу бобнинг охирида француз олими Ле-Шателье (1850—1936) томонидан 1884 йилда аниқланган ва немис физиги Браун (1850—1918) томонидан 1887 йилда кенгайтирилган тарзда таърифланган принципти кўриб чиқайлик. Бу принцип система ташқи таъсир туфайли барқарор мувозанат ҳолатидан чиқарилганида унда *процесснинг содир бўлиши йўналишини* кўрсатади. *Ле-Шателье — Браун принципи* термодинамиканинг иккинчи қонуни сингари ҳамма ҳодисаларни қамраб олмайди. Хусусан, бу принцип системанинг табиати ҳақида ҳеч қандай миқдорий хулосаларга олиб келмайди. Ле-Шателье — Браун принципининг қўлланишига зарур шарт система ташқи таъсир туфайли чиқариладиган *мувозанат барқарорлигининг* мавжудлигидир. Бу принцип системани янада барқарорроқ ҳолатга ўтказувчи процессларга, масалан, портлашларга қўлланилмайди. Ле-Шателье принципи Ленцнинг (1804—1865) индукцион токнинг йўналишини аниқлаб берувчи машҳур ва ҳаммага маълум бўлган электродинамик қондасининг умумлашмаси сифатида ифодаланган.

Бу қоидада шундай дейилади:

Агар система барқарор мувозанатда бўлса, у ҳолда бу системада унга ташқи таъсир туфайли ёки бошқа бирламчи процесс туфайли вужудга келган ҳар қандай процесс ҳамма вақт шундай йўналганки, у ташқи таъсир ёки бирламчи процесс туфайли бўладиган ўзгаришларни йўқ қилишга интилади.

Ле-Шателье ва Браун асосан индуктив методни қўлладилар, улар ўз фикрларига кўра ўзлари ифодалаган умумий қонданинг хусусий ҳоллари бўлган кўп сондаги мисолларни кўрдилар. Бироқ улар берган таъриф шу даражада мужмал эдики, у ҳар конкрет ҳолда қондандан бир қийматли фойдаланишга имкон бермасди. Агар кўрилайётган масалага аввалги параграфда берилган термодинамик мувозанат барқарорлиги критерийси татбиқ қилинса, у ҳолда Ле-Шателье—Браун принципини ифодаловчи аниқ математик формулаларни ҳосил қилиш ва ноаниқликни бартараф этиш мумкин.

2. Келгуси натижалар шунга асосланганки, системанинг мувозанатининг барқарорлиги бирор ҳаёт функциясининг *минимуми* ёки *максимуми* сифатида таърифланади, биз бу функцияни келгусида f билан белгилаймиз. Шунинг учун бу натижалар фақат термодинамикадагина эмас, шунингдек мувозанат барқарорлиги бирор функцияларнинг *минимуми* ёки *максимуми* билан соғлиқ бўлган механика ёки электродинамика масалаларига ҳам татбиқ қилинади. Шу билан бирга бундай қўлланишларда ёки фақат *минимум* шартидан, ёки фақат *максимум* шартидан фойдаланилади. Ҳақиқатан ҳам, агар мувозанат вазиятида f функцияси *максимал* бўлса, у ҳолда бу функция ўрнига шундай функцияни олиш мумкинки, мувозанат вазиятида бу функция *минимум* бўлсин. f функцияни ҳамма вақт шундай танлашга шартлашамизки, мувозанат ҳолатида у *минимал* бўлсин. f функция системанинг ҳолатини белгиласи икки параметрларга боғлиқ бўлиши керак. Бу параметрлардан баъзилари қайд этилган бўлиши керак, яъни ўзгармаслиги керак. Қолган параметрлар ташқи процесслар натижасида ўзгариши мумкин. Бу параметрларни биз *эркин параметрлар* деб атаймиз ва уларни x, y, z, \dots билан белгилаймиз. f функция сифатида, масалан, (48. 6) ифода билан аниқланган z катталики олиш мумкин. Агар кўрилатган система бир жинсли ва изотроп бўлса, у ҳолда эркин параметрлар иккита бўлади. Бу параметрлар сифатида, масалан, S ва V ни олиш мумкин. Бирқ система бир жинсли бўлмаса, у ҳолда системанинг икки энергияси U фақат S ва V га эмас, балки бошқа параметрларига ҳам боғлиқ бўлади. Масалан, система икки фазадан: суyoқлик ва унинг буғларидан иборат бўлса, у ҳолда параметрлар учта бўлади. Учинчи параметр сифатида, масалан, буғнинг массаси ёки суyoқликнинг массасини олиш мумкин.

3. Иккита x ва y дан ташқари барча эркин параметрларни маҳкамлаб қўйилик, бу икки параметрнинг эса ўзгаришига имкон берамиз. У ҳолда f функция фақат x ва y аргументининг функцияси бўлиши мумкин. Рағбанки, мувозанат вазиятида бу функция ҳам худди барча эркин параметрларнинг функцияси $f(x, y, z, \dots)$ сингаги *минимал* бўлиши мумкин. Шунинг учун бу вазиятда унинг биринчи даражали хусусий ҳосилалари нолга айланishi керак. Бу хусусий ҳосилаларни $X(x, y)$ га $Y(x, y)$ билан белгилаб, мувозанат ҳолат учун қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y &= X(x, y) = 0, \\ \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x &= Y(x, y) = 0. \end{aligned} \quad (51. 1)$$

X ва Y катталиклар системада таъсир қилаётган *умумлашган кучларни* билдиради. Бунда хусусий ҳосилаларнинг ҳиссасига кўра шундай тенглик ўринли бўлади:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y, \quad (51. 2)$$

бу тенглик x ва y ихтиёрий қийматларида ўринли бўлади.

4. (51. 1) муносабатлар *мувозанатнинг зарурий шартларидир*. Бирок бу муносабатлар сажарилганда мувозанат беқарор мувозанат бўлиши ҳам мумкин. Бу муносабатлар максимум нуқтасида ҳам ўринли бўлиши мумкин. *Барқарорликнинг шarti* f функциянинг *минимум* бўлишидир.

Бинобарин, мувозанат нуқтасида қуйидаги иккинчи дифференциал

$$\begin{aligned} d^2f &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} dx^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} dy^2 = \\ &= \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_y dx^2 + 2 \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x dx dy + \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x dy^2. \end{aligned}$$

dx ва dy аргументлар орттирмалари ҳар қандай чексиз кичик бўлганида ҳам мусбат бўлиши керак. Бунинг учун мувозанат вазиятида қуйидаги шартлар бажарилиши керак:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y > 0, \quad (51. 3) \quad \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x > 0, \quad (51. 4)$$

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y & \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x \\ \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x & \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x \end{vmatrix} \geq 0.$$

Бу учта шарт мустақил эмас. Биричи икки шартнинг ҳар бири бошқасининг ва охириги шартнинг натижасидир. (51. 2) муносабатларга кўра энг кейинги шартни қуйидаги янада симметриқроқ шаклга келтириш мумкин:

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y & \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x \\ \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y & \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x \end{vmatrix} \geq 0.$$

Бу тенгсизлиқнинг ҳар икки қисмини аниқ мусбат катталиқ $\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y$ га бўлиб ва детерминантни олиб, унга қуйидаги кўринишни берамиз:

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x - \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial X}\right)_y \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x \geq 0.$$

X умумлашган куч x, y параметрларнинг функциясидир, яъни X, x, y катталиқлар функционал бэғлягандир. Шунинг учун уларга (8. 9) айналия қўллаш мумкин, бу қўллаш қуйидагини беради:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial X}\right)_y \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x = -\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_X, \quad \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x + \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_X = 0. \quad (51.5)$$

Чанда ўзгармас X да (аниқроғи $X=0$ бўлганда, чунки муносабат мувозанат нуқтасига тегишлидир) Y катталиқнинг y бўйича олинган хусусий ҳосиласидир. Ҳақиқатан ҳам, Y ни дастлаб x, y нинг функцияси, сўнгра эса X, y нинг функцияси деб олиб, шундай ёзишимиз мумкин:

$$dY = \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x dy = \left(\frac{\partial Y}{\partial X}\right)_y dX + \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_X dy.$$

Бу ерда $X = \text{const}$, $dX = 0$ деб олиб ва тегилиқнинг ҳар икки томонида dy га бўлиб, қуйидаги айнаиятни ҳосил қиламиз:

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_X = \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x + \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_X. \quad (51. 6)$$

Бинобарин, учинчи шарт шундай кўрилишга келади:

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_X \geq 0. \quad (51. 7)$$

Худди шунга ўхшаш

$$\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_{Y=0} \geq 0. \quad (51. 8)$$

5. Энди (51. 7) ва (51. 8) ҳосилаларнинг қийматларини (51. 4) ва (51. 3) ҳосилаларнинг қийматлари билан таққослаймиз. (51. 6) га (51. 5) дан $\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_X$ ҳосиланинг қийматини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_X = \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x - \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial X}\right)_y \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x$$

Эки (51. 2) муносабатга асосан

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x - \frac{\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)^2}{\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y}$$

Охириги касрнинг сурати, ҳар қандай квадрат сингаги, манфий бўла олмайди. Махражи esa (51. 3) муносабатга кўра, қатъий мусбатдир. Демак, касрнинг ўзи манфий эмас, шунинг учун қуйидаги тенгсизлик ўгинли бўлади:

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_{x=0} \leq \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x \quad (51. 9)$$

Худди шунингдек

$$\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_{y=0} \leq \left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y \quad (51. 10)$$

6. (51. 3), (51. 4) (51. 7) ва (51. 8) тенгсизликлардан баъзи муносабатларни чиқаришда фойдаланамиз, бу муносабатларда гап барқарор мувозанат ҳолатида турли физик катталикларнинг ишораларини таққослаш устида боради. Биз ўзаро алмашинувчанлик муносабати (51. 2) га асосланамиз. X катталик x ва y нинг функцияси дир. Бироқ мустақил ўзгарувчиларни конкретлаштирмасдан фақат X , x , y катталиклар ўзаро функционал боғланишдадир деб қўя қолиш мумкин. Бундан қуйидаги айнаиятнинг маъжудлиги келиб чиқади:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right) = -\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_x$$

Тўртта X , Y , x , y катталиклардан фақат иккитаси мустақил ўзгариши мумкин. Бироқ, агар процесда X катталик дсмиий сақланса, y ҳолда қолган учта Y , x , y катталиклардан фақат биттаси мустақил ўзгариши мумкин. Бундай катталиксифатида Y катталики олайлик. Y ҳолда функцияни функция бўйича дифференциаллаш қойдасидан шундай ёзиш мумкин:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_X = \left(\frac{\partial x}{\partial Y}\right)_X \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_X$$

Бунинг натижасида қуйидагини оламиз:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x = -\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_x = -\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x$$

Худди шунга ўхшаш

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y = -\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_y = -\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial X}\right)_y \left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y$$

$\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x$ ва $\left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y$ ҳосилаларнинг ишоралари бирдай, чунки (51.2) муносабатга кўра улар ўзаро тенгдир. Юқорида исбот қилинганидек, барқарор мувозанат ҳолатида $\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y$, $\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x$, $\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y$, $\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x$ ҳосилалар қатъий мусбат. Натижада қуйидаги натижа келиб чиқади, Сиз бу натижани ишоралар ҳақида теорема деб атайминиз*.

Барқарор мувозанат ҳолатида қуйидаги олти та ҳосиланинг ишоралари мос келади:

* Ишоралар ҳақидаги теорема ўзининг шакли жиҳатида тенгсизлик кўринишида бўлади, чунки a ва b катталикларнинг ишоралари мос эканлигини $a/b > 0$ кўринишида ёзиш мумкин.

$$\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x, -\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_{x=0}, -\left(\frac{\partial x}{\partial Y}\right)_x, \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y, -\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{y=0}, -\left(\frac{\partial y}{\partial X}\right)_y \quad (51.11)$$

7. Ишот қилинган теорема бевосита Ле-Шателье—Браун принципига тааллуқлидир. Айтايлик, системанинг мувозанат ҳолати бузилди ва бунинг натижасида x параметр чексиз кичик $\Delta_1 x$ орттирма олди, y параметр эса ўзгаришсиз қолди. Бу умумлашган кучнинг

$$\Delta Y = \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y \Delta_1 x$$

катталиққа ўзгаришини вужудга келтиради. Бироқ Y кучнинг мувозанат ҳолати яқинида ΔY га ўзгариш худди шу x параметрни қуйидаги катталиққа ўзгаришини вужудга келтиради:

$$\Delta_2 x = \left(\frac{\partial x}{\partial Y}\right)_{x=0} \Delta Y = \left(\frac{\partial x}{\partial Y}\right)_{x=0} \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y \Delta_1 x.$$

Ишоралар ҳақидаги теоремадан $\left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y$ ва $\left(\frac{\partial x}{\partial Y}\right)_{x=0}$ ҳосилаларнинг ишоралари қарама-қарши ва шунинг учун $\Delta_1 x$ ва $\Delta_2 x$ чексиз кичик орттирмаларнинг ишоралари ҳам қарама-қаршидир. Шундай қилиб, x параметрнинг ўзгариши шундай процессларга олиб келадики, бу процесслар шу ўзгаришларга тўсқинлик қилади. Ле-Шателье—Браун принципи ана шуни талаб қилади.

(51.9) ва (51.10) тенгсизликлар уларга кирувчи ҳосилаларнинг мусбат бўлиши ҳақидаги шартлар билан бирга Ле-Шателье—Браун принципи маъносинда баён қилиниши мумкин. Ҳақиқатан ҳам, мувозанатнинг шундай бузилишини кўрайликки, бунда x параметр чексиз кичик Δx орттирма олиб, y параметр эса ўзгаришсиз қолсин. Мувозанатнинг бундай бузилишида умумлашган куч X қуйидаги орттирмани олади:

$$\Delta_1 X = \left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y \Delta x$$

Бу, умуман айтганда, $Y = 0$ мувозанат шартини бузади. Мувозанат шarti бузилмаслиги учун X умумлашган куч Δx нинг худди шундай қийматида қуйидаги орттирмани олиши керак:

$$\Delta_2 X = \left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_{y=0} \Delta x.$$

Бу орттирма, (51.10) мунсабатга мувофиқ, абсолют катталиғи жиҳатидан $\Delta_1 X$ орттирмадан кичик. Шунинг учун системада мувозанатни қайта тиклаш учун Δx абсолют катталиқнинг ортиб кетишига тўсқинлик қиладиган процесслар мавжуд бўлиши керак.

8. Энди олинган натижаларни термодинамика масалаларига қўлаймиз. Бунинг учун f потенциал функцияни конкретлаштириш керак. Физик жиҳатдан бир жинсли ва изотроп бўлган жисмларни қараш билан чекланамиз. Бунинг учун мос потенциал функция бўлиб $Z = U - T_0 S + P_0 V$ хизмат қилиши мумкин, унда T_0 ва P_0 —биз кўраётган жисмни ўраб турган муҳитнинг температураси ва босими. Бу функция мувозанат ҳолатида минимал ва икки эркин параметрга эга, бу параметрлар сифатида S энтропия ва V ҳажми олиш мумкин. Бошқа U, I, F, Φ, Y функциялар бизнинг мақсадларимиз учун ярамайди, чунки уларда керакли сондаги эркин параметрлар йўқ. Масалан, $U(S, V)$ потенциал функция ёрдамида таърифланадиган мувозанат шarti бу функциянинг S ва V лар ўзгармас бўлганда минимум бўлишини талаб қилади. Бироқ, агар S ва V аниқ қайд қилинган ўзгармас бўлса, U қолда U функцияда битта ҳам эркин параметр қолмайди. Бу гаплар I, F, Φ функцияларга ҳам тегишли. $Y = U - T_0 S$ функциянинг битта эркин параметри бор. Бу функцияларнинг ҳаммасидан системанинг ички ҳолатини аниқловчи параметрларнинг сони иккитадан ортиқ бўлганидагина фойдаланиш мумкин.

«Қўрилаётган жисм» ролини жисмнинг ўзининг бирор ихтиёрий танлаб олинган кичик қисми ўйнаши ҳам мумкин. Жисмнинг қолган қисмини «атроф-муҳит» деб қабул қилиш мумкин.

Агар $f = Z(S, V)$ деб олсак, у ҳолда умумлашган координаталар $x = S$ ва $y = V$, умумлашган кучлар эса

$$X = \left(\frac{\partial Z}{\partial S}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V - T_0,$$

$$Y = \left(\frac{\partial Z}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S + P_0$$

бўлади ёки (49.5) муносабатларга [мувофиқ

$$X = T - T_0, Y = P_0 - P. \quad (51.12)$$

(51.1) мувозанатнинг зарурий шартлари $T - T_0 = 0, P - P_0 = 0$ бўлишини талаб қилади. *Мувозанат бўлганида жисмнинг температураси ва босими атроф-муҳитнинг температураси ва босимига тенг бўлади.*

(51.3), (51.4), (51.7) ва (51.8) тенгсизликлар қуйидагиларга ўтади:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V > 0, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_P > 0,$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S < 0, \quad (51.13)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T < 0. \quad (51.14)$$

Охириги икки тенгсизликнинг физик маъноси равшан. Бу тенгсизликлар жисмнинг ҳажми босимнинг адиабатик ортшида ҳам, изотермик ортшида ҳам калайишини кўрсатади. Биринчи икки тенгсизликнинг ҳам физик маъноси оддийдир. Квасистатик процесслар учун $\delta Q = T \delta S$. Шунинг учун айтилган тенгсизликларни ушбу кўринишда қайта ёзиш мумкин:

$$\left(\frac{\delta Q}{\delta T}\right)_V > 0, \quad \left(\frac{\delta Q}{\delta T}\right)_P > 0,$$

ёки

$$C_V > 0, \quad (51.15)$$

$$C_P > 0. \quad (51.16)$$

(51.9) ва (51.10) тенгсизликлар қуйидагига ўтади:

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T < -\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S, \quad (51.17)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_P < \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V \quad \text{ёки } C_P \geq C_V. \quad (51.18)$$

Идеал газ бўлган ҳолда охириги тенгсизлик шундай тушунтириладики, газнинг доимий босимда қизишида у кенгайди ва ҳосил бўлган иссиқликнинг бир қисми ташқи босимга қарши иш бажаришга сарф бўлади. Бироқ қизиганда ҳажмлари кичрайдиган жисмлар, масалан, 0 ва 4° С орасидаги сув учун бундай тушунтириш тўғри бўлмайди. Айни вақтда (51.18) тенгсизлик ҳар иккала ҳолда ҳам ўринали бўлади. Бундан шу нарса келиб чиқадики, ўзгармас P да қиздирилганда молекуляр кучларга қарши ўзгармас V да қиздирилгандагига нисбатан каттароқ иш сарфланар экан.

9. (51.13) — (51.18) тенгсизликлар термодинамик мувозанат барқарорлигининг зарур шартларидир. Айтайлик, масалан, бирорта физик бир жинсли ва изотроп модда учун (51.13) ва (51.14) шартларнинг биттаси ёки иккаласи бузилган дейлик. Моддани поршени бемалол сурила оладиган цилиндр ичига киритайлик. Поршень устига ўзгармас P_0 ташқи босим ҳосил қиладиган юк қўямиз. Мuvo-

заңат ҳолатида бу босим ички P босим билан мувозанатда бўлиши керак: $P = P_0$. Бутун системани ёки температураси доимий сақланадиган термостатга жойлашти-
рамыз, ёки адиабатик изоляциялаймыз. Айтайлик, поршеньни бир оз юқорига силжит-
дик ва жисмнинг ҳажми V бирмунча ортди. Бу ички P босимнинг ортишига олиб
келади, чунки бизнинг фаразимизга кўра $\partial P/\partial V > 0$. Босимларининг $P - P_0$ фар-
қи вужудга келиб, поршеньни янада юқорига кўтарилишга мажбур қилади. Бу
босимлар фарқининг янада ортишига олиб келади ва поршень бorgan сари тезроқ
юқорига ҳаракатланади. Худди шунга ўхшаш мулоҳаза юритиб поршеньнинг паст-
га силжиши ҳам босимлар фарқининг вужудга келишига сабаб бўлади, бу босим-
лар фарқи $\frac{\partial P}{\partial V} > 0$ шарт бузилмагунга қадар моддани сиқилишга мажбур қилади,

деган хулосага келамиз. Шундай қилиб, (51.13) ва (51.14) шартлар бажарил-
майдиган мувозанат ҳолатлар бўлмайди. Бундай ҳолатлар мутлақо беқарор бўл-
ган бўлар эди. Агар реал шaroитларда кузатиладиган $\partial P/\partial V < 0$ бўлса,
бошқача бўлади. Бунда поршеньнинг мувозанат ҳолатидан силжишида ҳамма
вақт бундай силжишга тўсқинлик қиладиган босимлар фарқи вужудга келади.
Буни Ле-Шателъе — Браун принципини тасдиқлайдиган мисол сифатида қараш
мумкин.

10. Энди модданинг C_V ва C_P иссиқлик сифимлари манфий бўлганида нима
бўлиши мумкин эканлигини кўриб ўтгавиз. Бундай моддани T_0 температураси
доимий сақланадиган муҳит билан ўралган иссиқлик ўтказувчи қобиққа жой-
лаштирамыз. Қобиқ ёки жисм ҳажмининг доимий бўлишини сақлайдиган абсолют
қаттиқ, ёки жисмнинг кенгайиши ва сиқилишига ҳеч қандай қаршилик кўрсатмай-
диган даражада эластик бўлиши керак. Бундай ҳолда атроф-муҳитнинг босими
доимий сақланиши керак. Мувозанат ҳолатида жисмнинг T температураси му-
ҳитнинг T_0 температурасига тенг бўлиши керак. Бирор сабаб билан жисмнинг
температураси бироз пасайди, дейлик. Иссиқлик ҳамма вақт температураси ба-
ландроқ бўлган жисмдан температураси пастроқ бўлган жисмга ўз-ўзидан ўта-
ди. Шунинг учун жисм температураси пасайганда δQ иссиқликнинг бир қисми
муҳитдан жисмга ўтади. Бу жисм температурасининг яна dT га ўзгаришига
олиб келади. dT катталиқ манфий бўлиши керак, чунки бизнинг фаразимизга
кўра иссиқлик сифими $\delta Q/dT$ манфий. Шундай қилиб, жисмнинг температураси
янада пасаяди. Бу яна муҳитдан жисмга иссиқлик ўтишига олиб келади ва
унинг температурасини янгидач пасайтиради. Натижда жисмнинг температураси
чексиз пасаяверади. Худди шундай мулоҳаза қилиб, жисм температурасининг
ҳар қандай тасодифий кўтарилиши унинг чекланмаган ҳолда қизишга олиб ке-
лишини топамиз. Бинобарин, C_V ва C_P иссиқлик сифимларининг манфий бўл-
ганида жисмнинг атроф муҳит билан барқарор мувозанатда бўлиши мумкин эмас
экан. Аксинча, ҳақиқатда бўлганидек, бу иссиқлик сифимлари мусбат бўлганида
жисм температурасининг ҳар қандай ўзгариши шундай иссиқлик оқимларни вуж-
удга келтирадики, бунда юзага келган температура фарқлари силдиқланади,
яъни мувозанат тикланади. Ле-Шателъе — Браун принципи шунини талаб қилади.

11. Биз кўраётган масалага ишоралар теоремасини қўллаш масаласи қолди.
Қатор (51.11) ҳосилалар қуйидагига ўтади:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S - \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T, \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T, - \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V, - \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P, \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P.$$

Бу катталиқлар мусбат ҳам, манфий ҳам бўлиши мумкин. Бироқ уларнинг ҳам-
маси албатта бир хил ишорали бўлиши керак. Агар Максвелл муносабатлари
(45.15) — (45.18) ни назарга олсак, у ҳолда кўрсатилган олтига ҳосилага яна
иккитасини қўшиш мумкин:

$$-\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S \text{ ва } -\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V,$$

бу ҳосилалар ҳам худди шундай ишораларга эга.

Энди қайтар процесслар учун $\delta Q = TdS$ эканлигини эътиборга олайлик. У
ҳолда физик жиҳатдан бир жинсли бўлган жисм учун ишоралар теоремасини
шундай таърифлаш мумкин:

Саккизта катталиқ:

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_S, \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_T, \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P, \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_S, \\
 & \left(\frac{\partial Q}{\partial V} \right)_T, \left(\frac{\delta Q}{\delta P} \right)_T, \left(\frac{\xi Q}{\delta P} \right)_V, \left(\frac{\xi Q}{\delta V} \right)_P
 \end{aligned} \tag{51.19}$$

ҳамма вақт бир хил ишорага эга бўлади.

$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ ва $\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_S$ ларнинг ишораларининг мсс келтири физик жиҳатдан қуйидагини билдиради. Агар жисмнинг кенгайиш коэффициентини мусбат бўлса, у ҳолда адиабатик сиқилишда унинг температураси кўтариллади. Агар кенгайиш коэффициентини манфий бўлса, у ҳолда адиабатик сиқилишда унинг температураси пасаяди.

Худди шунга ўхшаш, агар босим термик коэффициентини мусбат $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V > 0$ бўлса, у ҳолда адиабатик кенгайишда жисмнинг температураси пасаяди, адиабатик сиқилишда эса кўтариллади.

$\left(\frac{\delta Q}{\delta V} \right)_T$ ва $\left(\frac{\delta Q}{\delta P} \right)_T$ катталикларни ҳажм ўзгариши ва босим ўзгариши яширин иссиқликлар деб аталади. Бу катталикларнинг ишоралари ҳамма вақт қарама-қарши бўлади. $\left(\frac{\delta Q}{\delta P} \right)_V$ ва $\left(\frac{\delta Q}{\delta V} \right)_P$ катталикларнинг физик маъноси тушунарли, бироқ

уларнинг физик номлари йўқ. Уларнинг ишоралари ҳамма вақт бир хил бўлади. 12. Бобнинг охирида В. Томсон аввалдан айтиб берган ва Жоуль томонидан экспериментал тасдиқланган яна бир ҳодиса тўғрисида тўхталиб ўтайлик. Жоуль агар резинка тасмани тез (адиабатик) чўзилса, унинг қизишини экспериментал равишда пайқайди. Бундан Томсон таранг чўзилган резина тасманинг қизишида (домий чўзилишида) унинг узунлиги қисқаради, деган назарий хулосани чиқарди. Бу хулоса тажрибада Жоуль томонидан текширилди.

Бу ҳодисанинг назарияси шу параграфда баён қилинган умумий қондаларга асосланган. Резинанинг кенгайишида бажариладиган элементар иш $\delta A = -\tau dl$ ифода билан бериллади. Ҳажм ресини резина тизманинг узунлиги l ўйнайди, босим ролини эса қарама-қарши ишора билан слинген τ таранглик ўйнайди. Шунинг учун $Z = U - T_0 S + P_0 V$ функция ўрнига $U = T_0 S - \tau_0 l$ функциядан фойдаланиш кераклиги равшан. У ҳолда саккиз катталикнинг ишораси ҳақидаги теоремадан

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{\partial T}{\partial l} \right)_S, - \left(\frac{\partial \tau}{\partial T} \right)_l, \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_\tau, - \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right)_S, \\
 & \left(\frac{\delta Q}{\delta l} \right)_T, \left(\frac{\delta Q}{\delta \tau} \right)_T, - \left(\frac{\delta Q}{\delta \tau} \right)_l, \left(\frac{\xi Q}{\delta l} \right)_\tau,
 \end{aligned}$$

бу катталикларнинг бирдай ишорали экани келиб чиқади. Жоуль тажрибаларига мувофиқ, $\left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_\tau$ ҳосила мусбатдир. Шунинг учун резина учун $\left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_\tau < 0$ бўлиши керак. Бу деган сўз, агар τ таранглик домий сақланса, у ҳолда резина тасма қизитилганда унинг узунлиги қисқариши керак. Кўпчилик жисмларга тескариси бўлади, жисмлар қизиганда кенгайди. Бундай жисмлар адиабатик чўзилганда совиши керак.

Шу нарсани қайд қиламизки, П. Н. Лебедев (1866 — 1912) тажрибаларида таранг тортилган резинанинг ҳажмий кенгайиш коэффициентини мусбат бўлиши аниқланган. Бундан таранг тортилган резина тасманинг қиздирилишида унинг кўндаланг ўлчамлари ортади. Шундай қилиб, таранг тортилган резина тасма анизотроп жисмдир. Унинг таранглиши йўналишидаги чизиқли кенгайиш коэффициентини манфий, перпендикуляр йўналишдаги коэффициентини эса мусбатдир.

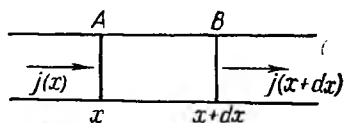
52-§. Иссиқлик Ҳтказувчанлик тенгламаси

1. Бу бобда иссиқлик *Ҳтказувчанликнинг математик назарияси* элементлари кўрилади. Бу назарияга 19- асрнинг биринчи чорагида француз математиги Фурье (1768—1830) асос солган эди. Табиийки, Фурье теплород назарияси тасаввурларига асосланди, чунки Ҳша вақтда барча иссиқлик ҳодисаларини ана шу тасаввурлар асосида тушунтиришга интилар эдилар. Бу тасаввурлар нотўғри. Бироқ биз кўрдикки (16- § га қаранг), агар системанинг ҳажми ёки босими Ҳзгармас сақланса, у ҳолда ҳодисалар шундай содир бўладики, бунда иссиқлик худди фақат фазода силжийдиган (кўчадиган, ҳаракатланадиган), бироқ яратилиши ёки йўқ бўлиши мумкин бўлмаган моддадек туюлади. Агар системанинг ҳажми доимий бўлса, у ҳолда иссиқлик миқдорини системанинг ички энергияси билан, агар босим доимий бўлса, у ҳолда системанинг энтальпияси билан тенглаштириш (айнийлаштириш) мумкин. Ҳар иккала ҳолда ҳам иссиқлик узатишга доир Фурье назариясининг математик асослари тўғрилигича қолади, ҳолбуки уларнинг физик асослини Фурье асослаган тасаввурларга мутлақо боғлиқ эмас.

Келгусида иссиқликнинг узатилиши фақат иссиқлик алмашиниш йўли билан амалга ошади деб фараз қилинади. Конвекция йўқ деб фараз қилинади. Қаттиқ жисмларда бу Ҳз-Ҳзидан амалга ошади. Суоқликлар ва газларда конвекцияни йўқотиш чораларини кўриш керак, масалан, жисмларни юқоридан қиздириш керак. Шунингдек, иссиқликнинг нур чиқаришга бўлган сарфини назарга олмаслик мумкин деб олинади. Бундан ташқари, системанинг ҳажми доимий сақланади, шунинг учун иссиқлик узатиш процессида ҳеч қандай модда силжиши юзага келмайди. Ниҳоят, фақат бир Ҳлчамли масалаларни қараш билан чекланамиз, яъни жисмнинг температураси, вақт ва фақат битта фазовий координатага боғлиқ бўлади.

2. Иссиқлик Ҳтказувчанликнинг математик назариясида иссиқликнинг тарқалиши худди суоқликнинг оқиши деб қаралади. *Иссиқлик оқимининг зичлиги деб йўналиши иссиқликнинг тарқалиши билан мўз тушган, сон жиҳатдан иссиқлик оқими йўналишига перпендикуляр бўлган бир квадрат сантиметр юздан бир секундда Ҳтган иссиқлик миқдорига тенг j векторга айтилади.* Бир Ҳлчамли масалаларда j вектор қаноатлантирадиган дифференциал тенгламани топамиз.

Иссиқлик оқими йўналиши X ўқига параллел бўлган чекланмаган муҳит бор дейлик. Умумий ҳолда муҳитнинг хоссалари шу йўналишда ўзгариши мумкин. Ундан ташқари бу хоссалар вақт давомида ҳам ўзгариши мумкин. Шунинг учун иссиқлик оқимининг зичлигини x координата ва t вақтнинг функцияси деб қараш мумкин: $j = j(x, t)$. Муҳитда чексиз узун, ясовчилари X ўқига параллел бўлган призма ёки цилиндрни ажратамиз ва бундай цилиндрнинг dx узунликдаги AB чексиз кичик қисмини қараймиз (40-расм). Цилиндрнинг кўндаланг кесим юзи S бўлсин. AB цилиндрга координатаси x бўлган A асоси орқали dt вақт ичида кираётган иссиқлик миқдори $j(x) S dt$ га тенг. Худди шу вақт ичида B асос орқали кетаётган иссиқлик миқдори $j(x + dx) S dt$ бўлади. Цилиндрнинг ён қисмларидан иссиқлик кирамаганлиги учун dt вақт ичида цилиндрнинг биз қараётган қисмига кираётган тўлиқ иссиқлик миқдори қуйидагига тенг бўлади:



40- расм

$$\left[j(x) - j(x + dx) \right] S dt = - \frac{\partial j}{\partial x} S dx dt.$$

Бироқ бу иссиқликни $dM \cdot c_v dt$ кўринишида ифодалаш ҳам мумкин, бу ерда $dM = \rho S dx$ — AB цилиндрнинг массаси, c_v — солиштирма иссиқлик сифими, dT — температуранинг ортиши (кўтарилиши). Ҳар иккала ифодани тенглаб ва қисқартиришларни амалга ошириб қуйидагини оламиз:

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial j}{\partial x}. \quad (52. 1)$$

3. Энди иссиқлик оқими зичлиги ва муҳитнинг T температураси орасидаги боғланишни аниқлаш керак. Тажриба шуни кўрсатадики, муҳитнинг температураси фақат нуқтадан нуқтага ўзгаргандагина ва фақат шундагина иссиқлик оқими бўлар экан. Иссиқлик ҳамма вақт юқори температурадан паст температура томонга оқади. Энг содда ҳоли l қалинликдаги чексиз бир жинсли пластинка бўлган ҳолдир. Агар пластинканинг бир томонида T_1 температура, иккинчи томонида T_2 температура сақланса ва бунда $T_1 > T_2$ бўлса, у ҳолда тажриба шуни кўрсатадики, иссиқлик оқими температуралар фарқи $T_1 - T_2$ га тўғри пропорционал, пластинканинг l қалинлигига тесқари пропорционал экан. Математик равишда буни шундай ифодалаш мумкин:

$$j = \kappa \frac{T_1 - T_2}{l}, \quad (52. 2)$$

бу ерда κ — фақат пластинканинг материали ва унинг физик ҳолатига боғлиқ бўлган мусбат доимий. Бу доимий иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентини деб аталади.

Айтайлик, пластинка чексиз юпқа бўлсин. Агар X ўқ температуранинг пасайиш томониغا йўналган бўлса, у ҳолда $l = dx$, $T_1 = T(x)$, $T_2 = T(x + dx)$

$$\frac{T_2 - T_1}{l} = \frac{T(x + dx) - T(x)}{dx} = \frac{\partial T}{\partial x}$$

бўлади ва (52.1) формула ушбу кўринишга келади:

$$j = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (52.3)$$

(52.3) ифода X ўқи температуранинг кўтарилиш томонига йўналган бўлганда ҳам тўғри бўлиб қолади, чунки бу ҳолда $l \equiv -dx$, $T_1 = T(x + dx)$, $T_2 \equiv T(x)$ бўлади. Бу ифода муҳит бир жинсли бўлмасдан, ихтиёрий температура тақсимоотида бўлганида ҳам тўғри бўлади, шунингдек, муҳит қатламли бўлмасдан унинг хоссалари ва температураси қолган учала фазовий координаталарнинг функцияси бўлган ҳолида ҳам тўғри бўлади. Фазонинг қаралаётган нуқтасида X ўқини температуранинг максимал пасайиш ёки ортиш томонига йўналтириб, бу йўналишга перпендикуляр бўлган чексиз юпқа қатламни кўришнинг ўзи етарлидир. Бундай қатламни бир жинсли деб ҳисоблаш ва унга (52.3) формулани қўллаш мумкин. Иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти κ барча учта фазовий x , y , z координаталарнинг функцияси бўлади. Бизнинг бир ўлчамли масаламизда бу коэффицент фақат битта фазовий координата x га боғлиқ бўлади: $\kappa \approx \kappa(x)$.

Агар (52.3) ифодани (52.1) формулага қўйсак, у ҳолда қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (52.4)$$

Бу тенглама *иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси* деб аталади. Муҳит бир жинсли бўлган ва κ коэффицент температурага боғлиқ бўлмайдиган хусусий ҳолда, бу тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (52.5)$$

ёки

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (52.6)$$

бу ерда

$$\chi = \frac{\kappa}{\rho c_v} \quad (52.7)$$

белгилаш киритилган. χ доимий муҳитнинг температура ўтказувчанлик коэффициенти деб аталади.

Муҳитда *иссиқлик манбалари* бўлиши мумкин. Масалан, иссиқлик электр токи ўтиши ёки радиоактив емирилиш натижасида ажралиши мумкин. Биз бундай иссиқлик манбаларини назарга олмадик. Уларни эътиборга олиш учун манбаларнинг муҳитнинг ҳажм бирлигида бир секундда ажратган иссиқлик миқдорига тенг бўлган q катталикини киритамиз. У ҳолда (52.1) тенгламанинг ўрнига қуйидагича ёзиш керак бўлади:

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x} + q. \quad (52. 8)$$

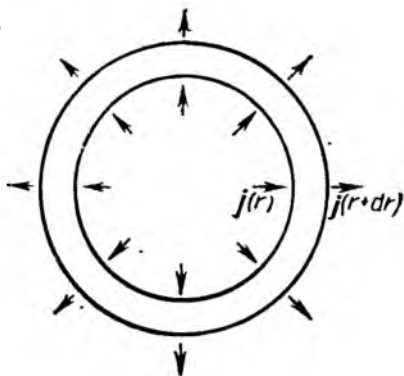
Бунга мувофиқ ҳолда бошқа тенгламалар ҳам ўзгаради.

4. Муҳитнинг хоссалари ва температураси ҳамма учала фазовий координаталар x, y, z га боғлиқ бўлган умумий ҳолда жисмдаги иссиқлик балансини ифодаловчи иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\left(\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z}\right) + q. \quad (52. 9)$$

Бироқ бундай тенгламанинг ечимини аналитик равишда фақат энг содда ҳоллардагина олиш мумкин. Муҳит ва унда температуранинг тақсимланиши сферик ёки цилиндрик симметрияга эга бўлган ҳоллар энг муҳим ҳоллардир. Шунинг учун биз (52.9) тенгламани келтириб чиқармаймиз, балки сферик ва цилиндрик симметрия ҳоллари билан чекланамиз. Бундай ҳолларда тўғри бурчакли координаталар ўрнига сферик ёки цилиндрик координаталар системаси қулайроқ бўлади.

Дастлаб, сферик симметрия ҳолини кўрайлик. Иссиқлик оқими зичлиги вектори j радиус бўйлаб йўналган, шу билан бирга j катталиқ вақт билан бирга фақат r га боғлиқ. Симметрия маркази атрофида радиуслари r ва $r + dr$ бўлган иккита концентрик сфералар чизамиз (41-расм). Бу сфералар орасидаги фазога уларнинг биринчиси орқали dt вақт ичида кирадиган иссиқлик миқдори $j(r) \cdot 4\pi r^2 dt$ га тенг. Шу вақт ичида иккинчи сфера орқали чиқувчи иссиқлик миқдори $j(r+dr) \cdot 4\pi (r+dr)^2 dt$ бўлади. Бу икки миқдорни $4\pi (j r^2)_r dt$ ва $4\pi (j r^2)_{r+dr} dt$ кўринишида ёзиш қулай, бунда гап фақат аргументнинг турли r ва $r + dr$ қийматларидаги айни бир функция $j r^2$ тўғрисида кетаётгани қайд қилинади. Улар орасидаги



41-расм.

$$4\pi [(j r^2)_r - (j r^2)_{r+dr}] dt = -4\pi \frac{\partial}{\partial r} (r^2 j) dr dt$$

фарқ атроф-фазодан dt вақт ичида қаралаётган сферик қатламга оқиб кираётган иссиқлик миқдорини беради. Иссиқлик манбалари бўлганида бунга яна бу манбалар берадиган

$$4\pi q r^2 dr dt$$

иссиқлик миқдорини ҳам қўшиш керак. Бироқ қатламдаги иссиқлик миқдорининг ўзгаришини $\rho \cdot 4\pi r^2 dr \cdot c_v dT$ кўринишида ифодалаш мумкин. Шунинг учун иссиқлик баланси тенгламаси

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 j) + q \quad (52. 10)$$

бўлади. (52. 3) муносабатнинг ўрнига $j = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r}$ ёзиш керак бўлади, шунинг учун

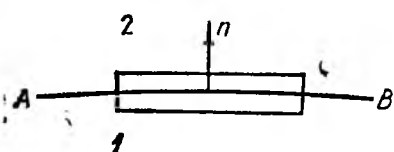
$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\kappa r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q. \quad (52. 11)$$

Цилиндрик симметрия бўлганида ҳам шунга ўхшаш мулоҳаза юритилади. r деб симметрия ўқигача бўлган масофани тушуниб, қуйидагини оламир:

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r j) + q, \quad (52. 12)$$

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\kappa r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q. \quad (52. 13)$$

5. Иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасига яна умумий муносабатни қўшимча қилиш керак, бу муносабат икки ихтиёрий муҳитнинг ажралиш чегарасида бажарилиши керак. Бу *чегаравий шарт* шундан иборатки, кўрсатилган чегаранинг ҳар иккала томонида



42- расм.

j векторнинг нормал ташкил этувчилари бир хил бўлиши керак. Ҳақиқатан ҳам, AB — муҳитларнинг ажралиш чегараси, n — бу чегарага масалан, биринчи муҳитдан иккинчи муҳитга ўтказилган нормалнинг бирлик вектори бўлсин (42- расм). Фикран ясовчилари ажралиш чегарасига перпендикуляр, асослари эса унинг турли томонида бўлган чексиз кичик цилиндрни қирқиб олайлик. Цилиндрнинг баландлиги h унинг асосларининг чизиқли ўлчамларига нисбатан юқори тартибли чексиз кичик катталиқ бўлиши керак. Бундай бўлганда цилиндрнинг ён сирти орқали ўтадиган иссиқлик оқимини ҳисобга олмаслик мумкин бўлади. Агар S — цилиндрнинг асоси бўлса, у ҳолда цилиндрга 1 секунд ичида кирувчи иссиқлик оқими

$$[j_n^{(1)} - j_n^{(2)}] S$$

га тенг бўлади. Бироқ бу катталиқ ҳам, цилиндрнинг ичидаги иссиқлик миқдори ҳам унинг Sh ҳажмига пропорционал бўлиши, яъни $h \rightarrow 0$ га интилганда лимитда нолга айланиши керак. Шундай қилиб, цилиндрнинг ҳар иккала асоси бир-бири устига тушадиган AB чегарадаги лимитда

$$j_n^{(1)} = j_n^{(2)}. \quad (52. 14)$$

бўлиши керак. Бу, ҳар қандай чегарада иссиқлик оқими векторининг нормал ташкил этувчиси узлуксиз бўлади, демакдир. Ишот қилишда муҳитларнинг ажралиш чегарасида сиртдаги зичлиги чекли бўлган иссиқлик манбалари йўқ деб фараз қилинади. Бундай

иссиқлик манбалари бўлганида \mathbf{j} векторнинг нормал ташкил этувчисида узлуксизликнинг узилишлари бўлиши мумкин.

53- §. Иссиқлик ўтказувчанликка доир энг содда стационар масалалар

Иссиқлик ўтказувчанликка тегишли барча масалалар *стационар* ва *нестационар* масалалар бўлиши мумкин. *Стационар масалалар деб вақт давомида температура T ўзгармайдиган масалаларга айтилади.* Температура бундай масалаларда фақат фазовий координаталарнинг функцияси бўлади. Бу ҳолда $\partial T / \partial t = 0$ бўлади. Бир ўлчамли масалаларда T фақат битта фазовий координатага боғлиқ бўлади. Энг содда стационар бир ўлчамли масалаларни кўрайлик.

1. Температуранинг чексиз ясси параллел пластинкада *стационар тақсимоти*. Айтайлик, l қалинликдаги чексиз пластинка бор, бу пластинканинг сиртлари T_1 ва T_2 ўзгармас температура-ларда сақланади. Бундай пластинканинг ичида температура тақсимотини топиш талаб қилинади. x ўқи учун пластинкага перпендикуляр бўлган тўғри чизиқни қабул қиламиз. Координаталар бошини пластинкани чегараловчи l текисликда жойлаштирамыз. Иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти κ x координатага боғлиқ бўлиши мумкин. (52.4) тенглама қуйидаги тенгламага ўгади:

$$\frac{d}{dx} \left(\kappa \frac{dT}{dx} \right) = 0.$$

Ундан $\kappa \frac{dT}{dx} = \text{const}$ эканлиги, ёки (52.3) туфайли $j = \text{const}$ эканлиги келиб чиқади. Иссиқлик оқими зичлигининг ўзгармас бўлиши ҳақли равишда пластинканинг бир жинсли ёки бир жинсли эмаслигига боғлиқ бўлмайди. Энди пластинка бир жинсли бўлган энг содда ҳолни қараймиз. Бу ҳолда κ коэффициент ўзгармас бўлади ва шунинг учун $\frac{dT}{dx} = \text{const}$. Доимийни A билан белгилаб ва интеграллаб қуйидагини оламиз:

$$T = Ax + B.$$

бу ерда B — иккинчи интеграллаш доимийси. Пластинкага кўндаланг йўналишда температура x координата ўзгариши билан чизиқли ўзгаради. A ва B доимийлар иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентига мутлақо боғлиқ бўлмайди. Улар чегаравий шартлардан аниқланади. $x = 0$ бўлганда $T = T_1$ бўлиши керак, $x = l$ бўлганда $T = T_2$ бўлади. Бу қуйидаги тенгламалар системасига олиб келади:

$$T_1 = B, \quad T_2 = Al + B.$$

Бундан A ва B доимийларни аниқлаб, температура тақсимотини топамиз:

$$T = \frac{T_2 - T_1}{l} x + T_1 \quad (53. 1)$$

2. Температуранинг икки концентрик сфералар орасида стационар тақсимоти. Ички сферанинг радиусини r_1 , ташқи сферанинг радиусини r_2 билан белгилаймиз. Сфералар орасидаги фазо муҳит билан тўлдирилган бўлиб, бу муҳитнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти κ га боғлиқ бўлиши мумкин. (52.11) дан шу нарса келиб чиқадики, муҳитда иссиқлик манбалари бўлмаганида температура тақсимоти қуйидаги тенглама билан ифодаланади:

$$\frac{d}{dr} \left(\kappa r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0.$$

Бу тенгламадан $\kappa \frac{dT}{dr} = \text{const}$ эканлиги келиб чиқади. Шундай қилиб, *иссиқлик оқимининг зичлиги* $j = -\kappa \frac{dT}{dr}$ масофа r нинг квадратига тескари пропорционал равишда ўзгаради. Шундай бўлиши ҳам керак, чунки r радиусли сфера орқали иссиқлик оқими $4\pi r^2 j$ га тенг, бу оқим эса барча сфералар учун бирдай бўлиши керак. Энди сфералар орасидаги муҳит *бир жинсли* деб фараз қиламиз. У ҳолда κ коэффициенти ўзгармас бўлади ва шунинг учун $r^2 \frac{dT}{dr} = \text{const}$. Доимийни A билан белгилаб, $\frac{dT}{dr} = -\frac{A}{r^2}$ ни оламиз ёки интеграллагандан кейин қуйидагича ёзамиз:

$$T = \frac{A}{r} + B.$$

Интеграллаш доимийлари A ва B температура T нинг сферик қатламнинг чегараларида қабул қилган қийматларидан аниқланади. Бу қуйидаги тенгламалар системасига олиб келади:

$$T_1 = \frac{A}{r_1} + B, \quad T_2 = \frac{A}{r_2} + B.$$

Бу системадан A ва B доимийларни аниқлаб, сфералар орасида температура тақсимотини топамиз:

$$T = \frac{r_2 T_2 - r_1 T_1}{r_2 - r_1} + \frac{r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1} \frac{1}{r}. \quad (53. 2)$$

3. Температуранинг икки чексиз узун концентрик цилиндрлар орасида стационар тақсимоти. Ички цилиндрнинг радиусини r_1 билан, ташқи цилиндр радиусини r_2 билан белгилаймиз. Уларнинг температуралари T_1 ва T_2 доимий қийматларда сақланади. Температуранинг цилиндрлар орасидаги стационар тақсимоти аввалги ҳолдагидек топилади. Агар цилиндрлар орасидаги муҳит бир жинсли бўлса, у ҳолда қуйидаги келиб чиқади:

$$T = \frac{T_1 \ln r_2 - T_2 \ln r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r. \quad (53. 3)$$

М А С А Л А Л А Р

1. Радиуси $R = 10$ см бўлган уран шар сувли идишга солиб қўйилган бўлиб, текис нейтронлар оқими нурлайди. Уран ядроларининг бўлиниш реакцияси натижасида шарда $q = 100$ Вт/см³ энергия ажралади. Сувнинг температураси $T = 373$ К, уранининг иссиқлик ўтказувчанлиги $\kappa = 400$ Вт/(м · К · с). Шарда

температуранинг стационар тақсимотини, шунингдек унинг марказидаги температуранинг топинг.

Ечилиши. Стационар бўлган ҳолда $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. Бу ҳолда (52.11) тенгламани бир марта интеграллагандан кейин ($q = \text{const}$) қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{q}{3\kappa} r + \frac{C}{r^2}.$$

Интеграллаш доимийси C нолга тенг бўлиши керак, чунки акс ҳолда шарнинг марказида dT/dr ҳосила учун биз чексиз қиймат олгач бўлар эдик. $r = R$ бўлганда $T = T_0$ чегаравий шартни назарда тутиб, иккинчи марта интегралласак, қуйидагини топамиз:

$$T = T_0 + \frac{q}{6\kappa} (R^2 - r^2).$$

Шарнинг марказида температура

$$T_c = T_0 + \frac{qR^2}{6\kappa} = 790\text{K}.$$

бўлади.

2. Изоляцияси бўлмаган бир жинсли цилиндрик симдан ўзгармас электр токи оқадн. Агар симнинг сирти ўзгармас T_0 температурада сқлиса, симда температуранинг стационар тақсимотини топинг.

Жавобни. $T = T_0 + \frac{I^2 \rho}{4\pi^2 R^4 \kappa} (R^2 - r^2)$, бу ерда I — ток кучи, ρ — симнинг солиштира қаршилиги, R — симнинг радиуси, r — унинг ўқигача бўлган масофа. Барча катталиклар СГС бирликлар системасида ифодаланади.

54-§. Ностационар масалалар. Ягоналик теоремаси

1. Иссиқлик тарқалаётган муҳит *бир жинсли*, яъни муҳитнинг барча параметрлари ρ , κ , c_v координаталарга боғлиқ эмас. Шунингдек, улар вақтга ва температурага боғлиқ эмас, яъни *доимий* деб ҳисоблаймиз. Температура T фақат битта фазовий координата x ва вақтга боғлиқ бўлганида иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси иссиқлик манбалари бўлганида (52.8) кўринишини олади ёки (52.3) ни назарга олганда

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q(x, t) \quad (54.1)$$

кўринишда бўлади. Иссиқлик манбаларининг «қувват зичлиги» координата ва вақтнинг берилган функцияси деб олинishi керак. Бироқ манбаларнинг берилиши билан (54.1) тенгламанинг ечими ҳали бир қийматли аниқланмайди. Унга яна *бошланғич ва чегаравий шартлар* деб аталувчи шартларни қўшиш керак. Типик бошланғич ва чегаравий шартлар қуйидагилардан иборатдир.

Бошланғич шарт вақтнинг қандайдир бирор моментида бутун жисмдаги температуранинг аниқлайди, вақтнинг бу моментини саноқ боши деб олиш мумкин. Бу шаргни шундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$T_{t=0} = f(x), \quad (54.2)$$

бу ерда $f(x)$ — x координатанинг берилган функцияси. Чегаравий шартлар вақтнинг барча моментларида жисмнинг чегарасида температурани аниқлайди. Бир ўлчамли ҳолда жисм $x = 0$ ва $x = l$ текисликлар билан чегараланган ясси параллел пластинка кўринишида бўлади. Шунинг учун чегаравий шартлар ушбу кўринишда ёзилади

$$T_{x=0} = \Phi_1(t), \quad T_{x=l} = \Phi_2(t), \quad (54.3)$$

бу ерда $\Phi_1(t)$ ва $\Phi_2(t)$ — вақтнинг берилган функциялари.

2. Таърифланган чегаравий масала ечимининг ягона бўлишининг сабаби шуки, температура ўтказувчанлик коэффициентининг χ ҳақиқий мусбат катталиқдир. Ечимнинг ягоналигини исботи учун (54. 1) тенгламанинг (54. 2) бошланғич шартлар ва (54. 3) чегаравий шартларни қаноатлантирувчи икки ечими: $T_1(x, t)$ ва $T_2(x, t)$ бор деб фараз қиламиз. У ҳолда

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + q/\rho c, \quad \frac{\partial T_2}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + q/\rho c.$$

Ҳадма-ҳад айриб ва $\theta = T_1 - T_2$ белгилашни киритиб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \quad (54.4)$$

яъни $\theta(x, t)$ функция манбаларсиз иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасини қаноатлантиради. Бундан ташқари, равшанки, бу функция «нолинчи» бошланғич ва чегаравий шартларни қаноатлантиради:

$$\theta_{t=0} = 0, \quad x \text{ нинг ҳар қандай қийматида}, \quad (54.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_{x=0} &= 0, \\ \theta_{x=l} &= 0. \end{aligned} \right\} t \text{ нинг ҳар қандай қийматида}. \quad (54.6)$$

$I(t) = \int_0^l \theta^2 dx$ интегрални кўрамиз. Равшанки, бу интеграл манфий бўла олмайди. Бундан ташқари (54. 5) га мувофиқ $I(0) = 0$. Интеграл $I(t)$ нинг вақт бўйича ҳосиласини топайлик:

$$\frac{dI}{dt} = 2 \int_0^l \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} dx = 2\chi \int_0^l \theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx.$$

Бўлаклаб интеграллаб қуйидагини оламиз:

$$\frac{dI}{dt} = 2\chi \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_0^l - 2\chi \int_0^l \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 dx.$$

Ўнг томондаги биринчи қўшилувчи (54. 6) чегаравий шартлар туйғайли нолга айланади. Иккинчи қўшилувчи манфий ёки ноль, чунки $\chi > 0$. Шундай қилиб, $\frac{dI}{dt} \leq 0$. Вақт ўтиши билан I интег-

рал ёки камайиши, ёки доимий қолиши мумкин. Камайиши мумкин эмас, чунки $I(0) = 0$, $I(t) \geq 0$ бўлиши керак. Ягона имконият $dI/dt = 0$, яъни $I(t) = \text{const} = I(0) = 0$. Бу $\theta(x, t) = 0$ бўлганда ва фақат шундай бўлгандагина мумкиндир, яъни $T_1(x, t) = T_2(x, t)$. Ечимнинг ягоналиги исбот қилинди.

Худди шундай мулоҳаза юритиб, ягоналик теоремасининг сферик ва цилиндрик симметрияли масалалар учун ҳам ўринли эканини исбот қилиш осон. Бу теорема ихтиёрий шаклдаги жисмлар учун ҳам, T барча учала фазовий координаталарга боғлиқ бўлган ҳолда ҳам ўринли бўлиб қолади. Исботи шундай бўлаверади, бироқ оддий интеграллар ўрнига ҳажм ва сирт бўйича интеграллардан фойдаланиш керак. Бундай исбот бизнинг курсимиз доирасига қирмайди.

Агар бирор усул билан талаб қилинаётган бошланғич ва чегаравий шартларни қаноатлантирувчи иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасини ёки унинг ечимини топишга эришилса, у ҳолда ягоналик теоремаси бу ечимнинг изланаётган ечим деб тасдиқлашга имкон беради. Бу методдан фойдаланиш мисоллари 56- § да келтирилади.

3. Шундай масалалар бўлиши ҳам мумкинки, уларда ечимнинг ягоналиги бошқа сабаблар билан тушунтирилади. Мисол тариқасида қуйидаги масалани кўрайлик.

Турли температурали иккита 1 ва 2 иссиқликдан изоляцияланган жисмлар бир жинсли иссиқлик ўтказувчан стержень билан бириктирилган, бу стерженнинг ён сиртлари ҳам иссиқликдан изоляцияланган. Жисмларнинг бошланғич температуралари мос равишда T_{10} ва T_{20} . Бу жисмлар температураларининг вақт давомида ўзгариш қонунини топиш талаб қилинади.

Бундай ифодалашда масалада ҳали ниҳоятда кўп ноаниқликлар бор. Ноаниқликларни бартараф қилиш учун ҳаммадан аввал ҳар иккала жисмнинг иссиқлик ўтказувчанлиги жуда катта (математик жиҳатдан чексиз катта) деб фараз қиламиз. Бу ҳолда жисмнинг қисмлар орасида температуранинг тенглашиши оний равишда рўй беради. Шунинг учун t вақтнинг ҳар бир momentiда 1 ва 2 жисми умуман характерловчи муайян $T_1(t)$ ва $T_2(t)$ температураларни киритиш мумкин. Бироқ масала тўла аниқ бўлиши учун бунинг ўзи етарли эмас. Яна стерженга тегишли баъзи қўшимча фаразлар ҳам киритилиши керак. Стерженнинг кўндаланг кесимидан ўтувчи иссиқлик оқими стерженда температуранинг бошланғич тарқалишига ҳам боғлиқ. Агар стерженнинг бошланғич температураси T_{10} бўлса, у ҳолда 1 жисм билан чегарада стерженда вақтнинг бошланғич momentiда ҳеч қандай иссиқлик оқими бўлмайди, ҳолбуки 2 жисм билан чегарасида иссиқлик оқими максимал бўлади. Агар стержень T_{10} ва T_{20} орасидаги оралиқ температурага эга бўлса, у ҳолда иссиқлик оқими стержень бўйлаб кесимдан кесимга ўзгаради. Бироқ, стерженнинг иссиқлик сифми жисмларнинг иссиқлик сифмлари C_1 ва C_2 ларга нисбатан жуда кичик деб фараз қиламиз. Бирор вақт ўтгандан кейин стерженда температура бир текис пасайиб, бу температурада иссиқлик оқими стержень бўйлаб ўзгармайди. Бу вақт ичида 1 ва 2 жисмларнинг температуралари уларнинг иссиқлик сифмлари катта қийматларга эга бўлгани учун амалда ўзгармайди. Шунинг учун стерженда иссиқлик оқимининг барқарорлашиш процессидан мавҳумланиб, аввал бошдаюқ иссиқлик оқими стержень бўйлаб унинг бутун кесимларида бирдай деб олиш мумкин. Бунда масала математик аниқ, яъни бир қийматли бўлиб қолади. Аниқ бўлсин учун $T_1 > T_2$ деб фараз қиламиз. Стержень бўйлаб 1 жисмдан 2 жисм томон иссиқлик оқими қуйидагига тенг бўлади:

$$\times S \frac{T_1 - T_2}{l},$$

бу ерда S — стерженнинг кўндаланг кесими юзи, l — унинг узунлиги. Бу оқим сон жиҳатидан 1 жисмда иссиқликнинг камайиш тезлиги $-dQ_1/dt$ га ёки 2 жисмда иссиқликнинг ортиш тезлиги $+dQ_2/dt$ га тенг. C_1 ва C_2 иссиқлик сифми-

ларини доимий деб ҳисоблаб, шундай ёзиш мумкин: $Q_1 = C_1 T_1$, $Q_2 = C_2 T_2$. Бу қуйидаги тенгламаларга олиб келади:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dT_1}{dt} &= -\kappa S \frac{T_1 - T_2}{l}, \\ C_2 \frac{dT_2}{dt} &= \kappa S \frac{T_1 - T_2}{l}. \end{aligned} \quad (54.7)$$

(54.7) тенгламаларни ҳадма-ҳад қўйиш қуйидагини беради:

$$C_1 \frac{dT_1}{dt} + C_2 \frac{dT_2}{dt} = 0,$$

ёки интеграллаганимиздан кейин $C_1 T_1 + C_2 T_2 = \text{const}$ ни оламиз.

Бу тенглама 1 ва 2 жисмларда бўлган умумий иссиқлик миқдорининг сақланишини ифодалайди. Бошланғич моментда $T_1 = T_{10}$, $T_2 = T_{20}$ ва шунинг учун

$$C_1 T_1 + C_2 T_2 = C_1 T_{10} + C_2 T_{20} \quad (54.8)$$

T_1 ва T_2 номаълумларни аниқлаш учун бу тенгламанинг ўзи етарли эмас. Етишмайдиган тенгламани топиш учун (54.7) тенгламани dT_1/dt ва dT_2/dt ҳосилаларга нисбатан ечамиз ва биринчи тенгламадан иккинчи тенгламани ҳадма-ҳад айиримиз. У ҳолда қуйидагини оламиз:

$$\frac{d(T_1 - T_2)}{dt} = -\frac{T_1 - T_2}{\tau}, \quad (54.9)$$

бу ерда

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\kappa S}{l} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \quad (54.10)$$

белгилаш киритилган. τ катталиқ вақт ўлчамлигига эга. (54.9) тенгламани интеграллаб қуйидагини оламиз:

$$T_1 - T_2 = A e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Температуралар фарқи $T_1 - T_2$ вақт ўтиши билан экспоненциал равишда камаяди. τ вақт ичида бу айирма e марга камаяди. Шунинг учун τ жисмлар орасида иссиқлик мувозанати қарор топиш вақтини харақтерлайди. У қаралаётган жисмлар *температураларининг релаксация вақти ёки тенглашиш вақти* деб аталади. Интеграллаш доимийси A ни $t=0$ бўлганда $T_1 = T_{10}$, $T_2 = T_{20}$ деган бошланғич шартдан олинади. Бу қуйидагини беради:

$$T_1 - T_2 = (T_{10} - T_{20}) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (54.11)$$

Энди (54.8) ва (54.11) тенгламалар системасини ечиб қуйидагини топамиз:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{C_1 T_{10} + C_2 T_{20}}{C_1 + C_2} + \frac{C_2}{C_1 + C_2} (T_{10} - T_{20}) e^{-\frac{t}{\tau}}, \\ T_2 &= \frac{C_1 T_{10} + C_2 T_{20}}{C_1 + C_2} - \frac{C_1}{C_1 + C_2} (T_{10} - T_{20}) e^{-\frac{t}{\tau}}. \end{aligned} \quad (54.12)$$

$t \gg \tau$ бўлганда бу ифодалардаги экспоненциал ҳадлар назарга олмаслиқ даражада кичик ва (54.12) формула «аралашманинг температураси» ни аниқловчи маълум бўлган ифодаларга айланади.

МАСАЛАЛАР

1. Қўлнинг соқин сиртида берилган вақт ичида ҳосил бўладиган музнинг қалинлигини аниқланг. Атрофдаги ҳаво температураси T ўзгармас ва музнинг ташқи сирти температурасига тенг деб ҳисобланг ($T < T_{\text{эр}}$, бу ерда $T_{\text{эр}}$ — музнинг эриш температураси).

Ечилиши. Вақтнинг t моментига ҳосил бўлган муз қатлами қалинлигини x орқали белгилаймиз. Агар кўл жуда тез музламаётган бўлса (одатда табиий шароитларда шундай бўлади), у ҳолда муз қатламида температуранинг $T_{\text{эп}}$ дан T гача қизиқли тушиши содир бўлади. Бу ҳолда музнинг сирти бирлигидан dt вақт ичида ташқарига кетаётган иссиқлик

$$\kappa \frac{T_{\text{эп}} - T}{x} dt$$

орқали ифодаланади. Бироқ худди шу катталиқни $q\rho dx$ тарзида ифодалаш мумкин, бу ерда $dx - dt$ вақт ичида ҳосил бўлган муз қатлами қалинлиги, ρ — музнинг зичлиги, q — музнинг солиштирма эриш иссиқлиги. Бу қуйидаги тенгламага олиб келади:

$$\kappa \frac{T_{\text{эп}} - T}{x} dt = q\rho dx.$$

x га кўпайтириб ва интеграллаб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\kappa (T_{\text{эп}} - T) t = \frac{1}{2} q\rho x^2 + A.$$

Вақт саноқ боши учун вақтнинг сувнинг усти энди музлай бошланган моментини оламиз. У ҳолда $t = 0$ бўлганда $x = 0$ бўлади ва шунинг учун $A = 0$ бўлади. Натижада қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$x = \sqrt{\frac{2\kappa (T_{\text{эп}} - T) t}{q\rho}}. \quad (54.13)$$

Муз учун $\kappa = 2,22 \cdot 10^5$ эрг/(см·К), $q = 3,35 \cdot 10^8$ эрг/г, $\rho = 0,9$ г/см³. Атрофдаги ҳавонинг температураси -10°C деб оламиз. Бу маълумотлардан фойдаланиб бир сутка давомида ($t = 86400$ с) $x = 11,3$ см қалинликдаги муз қатлами ҳосил бўлишини топиш қийин эмас.

2. Музнинг сферик парчаси (бошланғич радиуси $R_0 = 1$ см) температураси 10°C бўлган катта массали сувга ботирилган. Сувоқликда иссиқлик узатиш фақат унинг иссиқлик ўтказувчанлиги билан боғланган деб фараз қилиб, музнинг тўла эрийдиган t вақтини аниқланг. Сувнинг иссиқлик ўтказувчанлиги $\kappa = 6 \cdot 10^{-3}$ Вт/(см·К), музнинг эриш солиштирма иссиқлиги $q = 330$ Ж/г.

Ечилиши. Агар музнинг эриши жуда тез бўлмаса, у ҳолда температуранинг атрофдаги сувда оний тақсимланиши худди стационар ҳолдаги сингари температуранинг ўша чегаравий қийматларидаги сингари бўлиши мумкин. (53.2) га мувофиқ бу тақсимланиш биз кўраётган ҳолда қуйидаги

$$T = T_\infty + \frac{R}{r} (T_0 - T_\infty)$$

кўринишда бўлади, бу ерда R — муз парчаси радиусининг оний қиймати, T_0 ва T_∞ — сувнинг шар сиртидаги ва чексизликдаги (масаланинг шартига кўра $T_\infty = -T_0 = 10$ К) қийматлари. dt вақт ичида шарга атрофдаги ҳаводан келадиган иссиқлик миқдори

$$4\pi r^2 \kappa \frac{dT}{dr} dt = 4\pi R^2 (T_\infty - T_0) dt.$$

га тенг бўлади. Бу иссиқлик музнинг эришига кетади ва шунинг учун яна шундай ифодаланиши мумкин:

$$-qdm = -4\pi R^2 \rho_M q dR.$$

Бу иккала ифодани тенглаб қуйидагини оламиз:

$$\kappa (T_\infty - T_0) dt = -\rho_M q R dR.$$

Бундан интеграллаш йўли билан музнинг эриш вақтини топамиз:

$$\tau = \frac{\rho_M q R_0^2}{2\kappa (T_\infty - T_0)} \approx 2480 \text{ с} \approx 40 \text{ мин.}$$

55- §. Температуралар суперпозицияси принципи. Температура тўлқинлари

1. Иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси (52.6) чизиқли ва бир жинслидир. Шунинг натижасида унинг муҳим хоссали ечимлари келиб чиқади, бу хосса температура ғалаёнларининг суперпозиция принципи деб аталади. Айтайлик, $T_1(x, t)$ ва $T_2(x, t)$ лар (52.6) тенгламанинг қандайдир икки ечими бўлсин, яъни

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} \quad \frac{\partial T_2}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}.$$

Агар бу муносабатлар ҳадма-ҳад қўшилса, у ҳолда

$$\frac{\partial (T_1 + T_2)}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 (T_1 + T_2)}{\partial x^2}$$

ҳосил бўлади. Бундан $T = T_1 + T_2$ йиғинди ҳам (52.6) тенгламанинг ечими бўлиши келиб чиқади. Умуман, *иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси ихтиёрий сондаги ечимлари йиғиндиси ҳам шу тенгламанинг ечими бўлади.* Бу математик назария қуйидагини аниқлатади. $T_1(x, t), T_2(x, t), \dots$ — муҳитда температуранинг мумкин бўлган қандайдир ихтиёрий тақсимоглари бўлсин. У ҳолда уларнинг $T = T_1(x, t) + T_2(x, t) + \dots$ йиғиндилари ҳам температуранинг худди шу муҳитдаги бирор мумкин бўлган тақсимотини беради. Шу қонда температура ғалаёнларининг суперпозиция (қўшилиш) принципи деб аталади.

Температуралар суперпозицияси принципини тўғри тушуниш ва қўллаш учун шу нарсани назарда тутиш зарурки, реал муҳитларнинг хоссалари, жумладан, температура ўтказувчанлик коэффициентини χ температура ўзгариши билан ўзгаради. Биз буни исбот қилишда назарга олмадик. Температура $T = T_1 + T_2 + \dots$ масалан, шунча баланд бўлиши мумкинки, бунда қаттиқ жисм эриб ёки буғланиб кетади. У ҳолда $T = T_1 + T_2 + \dots$ ечим батамом ўз маъносини йўқотади. Шундай қилиб, иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси ўзининг чизиқлилиги ва бир жинслилик хоссасини фақат температура ўтказувчанлик коэффициентини ўзгармас бўлган қандайдир температура интервалидагина сақлайди. Интервалнинг кенглиги муҳитнинг ўзига, шунингдек, ҳисоблаш учун керак бўлган аниқлиқнинг даражасига боғлиқ. Суперпозиция принципи барча T_1, T_2, \dots температуралар ва уларнинг йиғиндиси ана шу интервалдан ташқарига чиқмагандагина ўз кучини сақлайди. Бу чегаралардан ташқарида суперпозиция принципи ўринли бўлмайди. Суперпозиция принципининг асосий аҳамияти шундаки, бу принцип иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасининг маълум ечимларидан янги ечимлар «яратилшга» имкон беради.

2. Ҳозиргина исбот қилинган теоремага тескари теорема, албатта, ўринли бўлмайди. $T = T_1 + T_2$ йиғинди (52.6) иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасининг ечими бўлиши мумкин, бироқ T_1 ва T_2 қўшилувчилар бундай бўлмаслиги ҳам мумкин. Бироқ формал равишда математик жиҳатдан *комплекс ечимлар* киритиш мумкин. T — (52.6) тенгламани қаноатлантирадиган комплекс функция бўлсин. Уни ҳақиқий ва мавҳум қисмларга ажратамиз: $T = T_1 + iT_2$, бу ерда T_1 ва T_2 ҳақиқий катталиклар. Бу ифодани (52.6) тенгламага қўйиб ва ҳақиқий қисминини мавҳум қисмидан ажратиб, қуйидагини оламиз:

$$\left(\frac{\partial T_1}{\partial t} - \chi \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} \right) + i \left(\frac{\partial T_2}{\partial t} - \chi \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} \right) = 0.$$

Бироқ комплекс сон унинг ҳақиқий ва мавҳум қисмлари алоҳида-алоҳида нолга тенг бўлгандагина ва фақат шундагина нолга тенг бўлади, яъни

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} - \chi \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial t} - \chi \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = 0.$$

Бинобарин, агар $T = T_1 + iT_2$ комплекс функция иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасининг ечими бўлса, у ҳолда T_1 ва T_2 ҳақиқий функциялар ҳам худди шу тенгламанинг ечимлари бўлади. Бу қонданинг тўғри эканлиги x ва t ўзгарувчиларининг, шунингдек χ коэффициентининг ҳам ҳақиқий *катталиклар* бўлиши билан боғлангандир. Бу қонда коэффициентлари ҳақиқий бўлган ҳар қандай чизиқли бир жинсли дифференциал тенгламалар учун ҳам ўз кучини сақлайди

ва кўпинча бундай тенгламаларнинг ҳақиқий ечимларини топишнинг қулай методи бўлиб хизмат қилади. Бунинг *температуралар тўлқини* мисолида намоён қилинган. Бу масалани ҳақиқий функциялар синфи доирасидан чиқмасдан ҳам қараш мумкин эди, бироқ бундай метод жуда катта ва ғайри табиий бўлган бўлар эди.

3. Агар муҳитнинг бирор нуқтасида температура вақт ўтиши билан даврий равишда ўзгариб турса, бу температуранинг муҳитнинг қолган бошқа нуқталарида ҳам даврий ўзгариб туришига олиб келади. Муҳит бир жинсли бўлган ва $x = 0$ текислик билан чегараланган ярим текисликни тўлдириб турган энг содда ҳолати кўрайлик. X ўқини муҳит ичига қараб унинг чегарасига перпендикуляр йўналтирамиз. Муҳитнинг сиртида температура бирор ўртача қиймат атрофида тебраниб синусоидал ёки косинусоидал қонунга кўра ўзгариб турсин. Агар температуранинг шу ўртача қийматдан бошлаб ҳисоблашга келишилса, у ҳолда бу ўртача қийматни нолга тенг деб олиш ҳам мумкин. Биз ҳам шундай қиламиз. Иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси даврий ечимларини излашда синус ва косинус ўрнида комплекс кўрсаткичли функциядан фойдаланиш мумкин, сўнгра эса Эйлернинг (1707—1783) машҳур формуласи

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad (55.1)$$

дан ҳақиқий ечим шаклига ўтиш мумкин. Қуйидаги

$$T = T_0 e^{i(\omega t - kx)}, \quad (55.2)$$

комплекс функцияни кўрайлик, бу ерда T_0 , ω ва k — ўзгармас катталиклар. Бу доимийларнинг қандай қийматларида (55.2) функция иссиқлик ўтказувчанлик функциясининг ечими бўлади. Дифференциаллашдан

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= i\omega T_0 e^{i(\omega t - kx)} = i\omega T, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= -k^2 T_0 e^{i(\omega t - kx)} = -k^2 T. \end{aligned}$$

келиб чиқади. Бу ифодаларни (52.6) тенгламага қўйиб ва қисқартириб

$$i\omega = -\chi k^2 \quad (55.3)$$

ни ҳосил қиламиз. Агар шу шарт бажарилса, у ҳолда (55.2) функция (52.6) тенгламанинг ечими бўлади, бунда T_0 доимийнинг қандай бўлиши роль ўйнамайди. ω доимийни биз ҳақиқий ва мусбат қилиб таллаймиз. У ҳолда k доимий комплекс бўлади ва икки қийматга эга бўлиши мумкин:

$$k = \sqrt{-i \frac{\omega}{\chi}} = \pm \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} (1 - i). \quad (55.4)$$

Бунинг натижасида (55.2) ифода шундай

$$T = T_0 e^{\mp \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x} e^{i\left(\omega t \mp \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x\right)} \quad (55.5)$$

айланади. Бу ерда тўртта эмас, иккита ечим бор, чунки юқоридаги ишора юқоридаги ишора билан, пастдаги ишора пастдаги ишора билан комбинацияланиши керак. Бу икки ечимдан бирини физик мулоҳазаларга кўра ташлаб юбориш керак. Температура тебранишлари муҳитнинг сиртида юзага кела бошлайди ва унинг ичига берилади. Табиийки, бу тебранишлар муҳитнинг ичига кирган сари кучаймайди, балки *сўнади*. Шу билан бирга (55.5) формулада плюс ишорасига

экспоненциал ортувчи кўпайтувчи $e^{\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x}$ мувофиқ келади, бу кўпайтувчи $x \rightarrow \infty$ бўлганда чексизликка интилади. Бу ишора масаланинг шартларини қаноатлантирмайди ва фақат минус ишорани сақлаш керак. Сўнгра ечимларнинг ҳақиқий формасига ўтиш керак, чунки фақат ҳақиқий ечимларгина физик маънога эга. Юқорида кўрсатиб ўтилганидек, ҳар қандай комплекс ечим иккита ҳақиқий ечимга эквивалентдир. (55.5) комплекс ечимдан юқоридаги усул билан иккита ҳақиқий формадаги ечим ҳосил бўлади:

$$T \equiv T_1 = T_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x} \cos \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x \right), \quad (55.6)$$

$$T \equiv T_2 = T_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x} \sin \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x \right). \quad (55.7)$$

Бевосита ўрнига қўйиш йўли билан топилган ифодаларнинг (52.6) тенгламанинг ечимлари эканлигига ишонч ҳосил қилиш мумкин эди. У ҳолда (55.5) комплекс формадаги ёрдамчи ечимни чиқариб ўтириш зарурати қолмас эди. Бироқ бундай усул ҳоқорида айтганимиздек мураккаб ва ғайри табиийдир.

4. Энди олинган ечимларнинг физик маъносини аниқлаймиз. Ҳар иккала ечим (55.6) ва (55.7) бир хил типдаги ечимлардир — вақт саноқ бошини ўзгартириш билан синусни ҳамма вақт косинусга айлантириш мумкин. Шунинг учун улардан бирини талқин қилиш билан чекланиш мумкин. Мисол учун (55.6) ечимни талқин қиламиз.

Агар x ни қайд қилсак, у ҳолда фазонинг ҳар бир нуқтасида T температура вақт ўтиши билан айна бир $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ даврга эга бўлган гармоник тебранишлар қилади. Бу тебранишларнинг фазаси нуқтадан нуқтага ўзгаради. Тенг фазалар сирти бўлган

$$\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x = \text{const} \quad (55.8)$$

сирт муҳит сиртига параллел бўлган текисликдир. Бу текислик ўз жойида қолмайди, X ўқи йўналишида маълум v тезлик билан силжийди. Шунинг учун (55.6) ечим билан ифодаланган (тавсифланган) ғалаёнланишларни *температура тўлқини*, v — тезликини эса *фаза тезлиги* ёки соддагина қилиб *шу тўлқиннинг тезлиги* деб аталади.

v тезликини (55.8) тенгламани дифференциаллаш билан осон топиш мумкин. Бунда

$$v = \frac{dx}{dt} = \sqrt{2\chi\omega} = 2 \sqrt{\frac{\pi\chi}{\tau}} \quad (55.9)$$

келиб чиқади. Температура тўлқинининг λ узунлиги τ давр ичида ўтиладиган масофадир. Бу масофа

$$\lambda = v\tau = 2\pi \sqrt{\pi\chi\tau} \quad (55.10)$$

га тенг.

Температура тўлқинининг амплитудаси A (55.6) формуладан кўриниб турганидек, тарқалиш йўналишида

$$A = T_0 e^{-\alpha x} \quad (55.11)$$

экспоненциал қонунга мувофиқ сўнади, бу ерда

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} = \sqrt{\frac{\pi}{\chi\tau}} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (55.12)$$

α доимий катталиқ *температура тўлқинининг сўниш коэффициентини* деб аталади. $l = \frac{1}{\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi}$ узунлик давомида тўлқинининг амплитудаси e марта камаяди.

5. (55.6) тенгламанинг ечими қандай бошланғич ва чегаравий шартларни қаноатлантиришини топиш осон. Агар (55.6) формулада аввал $x=0$, сўнгга эса $t=0$ қўйсак, бу шартлар келиб чиқади. Шундай йўл билан

$$T_{x=0} = T_0 \cos \omega t, \quad (55.13)$$

$$T_{t=0} = T_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x} \cos \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} x \quad (55.14)$$

эканини топамиз.

Ягоналик теоремаси (54- §) га асосланиб, бу шартлари қаноатлантирувчи ягона ечим (55.6) эканлиги ҳақида хулоса қиламиз. Чегаравий шартлар (55.13) га қарама-қарши ўлароқ бошланғич шартлар (55.14) ниҳоятда сунъий характерга эга ва унга реал физик масала бошқача қўйилиши керак. Масалан, масала қуйидагича қўйилиши мумкин. Муҳитнинг сиртида вақтнинг $t = 0$ momentiда (55.13) ифода билан ифодаланган гармоник тебранишлар вужудга келади ва чекланмаган узоқ муддат сақланиб туради. Муҳитнинг ичида ҳеч қандай иссиқлик манбалари йўқ, температуранинг бошланғич тақсимоти ҳар қандай бўлиши мумкин. Етарлича узоқ вақт оралиғи ўтганидан кейин температуранинг қандай тебранишлари қарор топишини аниқлаш талаб қилинади. Жавобни (55.6) формула беради. Ҳақиқатан ҳам, жуда узоқ вақт оралиғи ўтганидан кейин муҳитда температура тебранишлари сўнади, фақат ташқи манбалар томонидан ушлаб турилган мажбурий тебранишларгина қолади, бунинг устига бу мажбурий тебранишлар температуранинг муҳит сиртидаги тебранишлари билан вақтга нисбатан бир-дай даврли бўлиши керак.

6. Келтириб чиқарилган натижаларни Ернинг сирт қатламида температуранинг суткалик ва йиллик тебранишлари туфайли юзага келадиган иссиқлик тўлқинларига татбиқ қилайлик. Содда бўлсин учун тебранишларни гармоник тебранишлар деб оламиз. Реал тебранишлар албатта гармоник бўлмайди. Бироқ бунинг аҳамияти кам. Гап шундаки, ҳар қандай даврий тебранишларни қаррали даврий тебранишларнинг қўшилиши деб тасвирлаш мумкин, шу билан бирга, паст частотали тебранишлар асосий эътиборга лойиқдир, чунки сўниш коэффициенти частотадан олинган квадрат илдизга пропорционал бўлади. Бундай паст частотали тебранишларнинг даврлари бизнинг масаламизда йил ва сутка бўлади. Суткалик ва йиллик температура тўлқинларининг ичкарига кириш чуқурликлари, (55.12) формулага мувофиқ, шундай муносабат билан боғланган бўлиши керак:

$$\frac{l_{\text{йил}}}{l_{\text{сут}}} = \sqrt{\frac{\tau_{\text{йил}}}{\tau_{\text{сут}}}} = \sqrt{365} \approx 19.$$

Ҳақиқатан ҳам, экспериментал равишда шу нарса аниқланганки, Ер сиртининг кундузи исини ва кечаси совини билан боғлиқ бўлган температура тебранишлари Ернинг температурасига ~ 1 м чуқурликдаёқ таъсир кўрсатмас экан. Ер сиртининг ёз вақтида исиб ва қиш вақтида совини билан боғлиқ бўлган йиллик температура тебранишлари 20 м чуқурликдаёқ кузатишмайди. Бундан чуқуроқ жойларда Ернинг температураси унинг сиртидаги температура тебранишларига мутлақо боғлиқ бўлмайди. Бунинг ҳаммаси юқорида келтирилган назарий баҳолашларга тўла мувофиқ келади. Шу билан бирга, кўриб турибмизки, температура тўлқинларининг кириш чуқурлиги Ернинг радиусига нисбатан ҳисобга олмаса бўладиган даражада кичик. Ана шунинг учун ҳисоблашларда Ернинг сфериклигини назарга олмай, уни ясси деб олиш мумкин.

Назариянинг бошқа тасдиғи сифатида Ер сирти яқинида иссиқлик тўлқинларининг тарқалиш тезлигига доир кузатишларни кўрсатиш мумкин. Кузатишлар шуни кўрсатдики, даври бир суткага тенг бўлган иссиқлик тўлқинларининг тарқалиш тезлиги 1 м/сутка га яқин экан, даври бир йилга тенг бўлган иссиқлик тўлқинларининг тарқалиш тезлиги эса $v_{\text{йил}} \approx 0,046$ м/суткага тенг. Бу тезликларнинг нисбати

$$\frac{v_{\text{сут}}}{v_{\text{йил}}} \approx \frac{1}{0,046} \approx 22$$

га тенг, назария бўйича эса у

$$\frac{v_{\text{сут}}}{v_{\text{йил}}} = \sqrt{\frac{\tau_{\text{йил}}}{\tau_{\text{сут}}}} = \sqrt{365} \approx 19$$

га тенг бўлиши керак. Албатта, тўла равишда мувофиқликни кутиш қийин, негаки Ер назарияда фараз қилинганидек бир жинсли эмас.

56- §. Ярим фазонинг совиши ҳақидаги масала

1. Айтайлик, бир жинсли муҳит $x = 0$ текислик билан чегараланган ярим фазони тўлдириб турипти. Вақтнинг бошланғич momentiда $t = 0$ муҳитнинг температураси ҳамма жойда бирдай ва T_0 га тенг. Муҳитнинг сиртида температура ҳамма вақт доимий тутиб турилади ва $T \neq T_0$. Шундай қилиб, бошланғич momentда муҳитнинг температураси муҳитнинг чегарасида сакрашга дуч келади. Вақтнинг келгуси momentларида муҳитда температуранинг тақсимланиши $T(x, t)$ ни топиш талаб қилинади. Бу масала В. Томсон томонидан қўйилган ва ҳал қилинган эди. Бу масала типик чегаравий масала бўлиб, уни ечишга 54- § да исбот қилинган ягоналик теоремаси қўлланилади.

Х ўқини муҳит ичига унинг чегарасига перпендикуляр йўналтираимиз. Температура тақсими иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси (52.6) билан тавсифланади. Талаб қилинган бошланғич ва чегаравий шартларни қаноатлантирувчи ечимини топиш учун дастлаб ўлчамлилик методидан фойдаланамиз. Масала T, x, t ўзгарувчилар ва T_0, T_1, χ параметрлар орасидаги боғланишни топишдан иборат. (52.6) тенгламадан кўриниб туриптики, температура ўтказувчанлик коэффициентини χ узунлиқнинг квадрати тақсимланган вақт ўлчамлилигига эга. Буни назарга олиб, стандарт усуллар билан олтига T, x, t, T_0, T_1, χ катталик-

лардан фақат учта мустақил ўлчовсиз комбинациялар, масалан, $\frac{T}{T_0}, \frac{T_1}{T_0}, \frac{x}{\sqrt{\chi t}}$ ни тузиш мумкин эканлигини кўрсатиш қийин эмас. Ўлчамлилик қайдасига кўра, муҳитда температуранинг тақсимланиши бу ўлчамсиз комбинациялар орасидаги функционал боғланишлар кўринишида ёзилиши мумкин. Бироқ улардан иккинчиси T_1/T_0 оддий ўзгармас сон, ва бинобарин, изланаётган функционал боғланиши ёзишда назарга олинмаслиги мумкин. Шундай қилиб,

$$\frac{T}{T_0} = F\left(\frac{x}{\sqrt{\chi t}}\right)$$

бўлиши керак ёки

$$T = f(\xi), \quad (56.1)$$

бу ерда

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{\chi x}} \quad (56.2)$$

белгилаш киритилган. f функциянинг аёний кўриниши (52.6) иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасидан аниқлаш мумкин. Дифференциаллаб қўйилаётган топамиз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{df}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{df}{d\xi} \frac{1}{2\sqrt{\chi t}}, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= \frac{d^2 f}{d\xi^2} \frac{1}{2\sqrt{\chi t}} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial^2 f}{d\xi^2} \frac{1}{4\chi t}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{df \partial \xi}{d\xi \partial t} = -\frac{1}{4} \frac{df}{d\xi} \frac{x}{t\sqrt{\chi t}}. \end{aligned}$$

Бу қийматларни (52.6) тенгламага қўйиб, қисқартиришлардан сўнг

$$\frac{d^2 f}{d\xi^2} = -2\xi \frac{df}{d\xi} \quad (56.3)$$

келиб чиқади. ξ бўйича дифференциаллашни штрих билан белгилаб ва ўзгарувчиларни ажратиб, бу тенгламани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\frac{df'}{f'} = -2\xi d\xi$$

ёки

$$\frac{df'}{f'} = -d\xi^2$$

Интеграллашдан сўнг

$$f' = Ae^{-\xi^2}$$

келиб чиқади. Иккинчи марта интеграллаб ва $f = T$ эканини назарга олиб шуни келтириб чиқарамиз:

$$T = A \int_0^x \frac{x}{2\sqrt{\chi t}} e^{-\xi^2} d\xi + B.$$

A ва B интеграллаш доимийларини топишга қолади. $x = 0$ ва $t \neq 0$ деб $T = B$ эканини топамиз. Шундай қилиб, B доимий вақтнинг $t \neq 0$ бўлган барча моментларида муҳит сиртининг температурасини беради. Масаланинг шартига мувофиқ у доимий ва T_1 га тенг. A доимийни топиш учун $t = 0$ бўлганда $T = T_0$ бошланғич шартдан фойдаланамиз. Бу қуйидагини беради:

$$T_0 = A \int_0^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi + T_1.$$

Интеграл ҳисобда бу ифодадаги интеграл $\frac{1}{2} \sqrt{\pi}$ га тенг экани исбот қилинган.

Шундай қилиб, $T_0 = \frac{A}{2} \sqrt{\pi} + T_1$. Масаланинг охириги ечими шундай бўлади:

$$T = 2 \frac{T_0 - T_1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \frac{x}{2\sqrt{\chi t}} e^{-\xi^2} d\xi + T_1. \quad (56.4)$$

Бу формуладан x бўйича интеграллаб, температура градиентининг қийматиини топамиз:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_0 - T_1}{\sqrt{\pi \chi t}} e^{-\frac{x^2}{4\chi t}}. \quad (56.5)$$

Жумладан, муҳит сиртида, яъни $x = 0$ да

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_0 - T_1}{\sqrt{\pi \chi t}}. \quad (56.6)$$

Агар (56.9) формула бўйича бунга τ даврли иссиқлик тўлқинларининг v тезлигини киритсак, у ҳолда қуйидаги келиб чиқади:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 2 \frac{T_0 - T_1}{v\sqrt{\tau t}}. \quad (56.7)$$

2. (56.7) формула шу билан диққатга сазоворки, Томсон бу формула ёрдамида Эрнинг ёшини ҳисоблаб чиқарди. У вақтларда Ер дастлаб суоқ—чўғ ҳолатида бўлган деб ҳисобланар эди. Ер қаърида температуранинг тенглашишига олиб келган интенсив аралашш процесслари содир бўлган. Эрнинг температурасини ундай барча нуқталарида тахминан бирдай деб ҳисоблаш мумкин эди. Шунинг учун Эрнинг совиши ҳақидаги масала биз юқорида кўриб чиққан ярим фазонинг совишига ўхшашдир. Агар бизни Эрнинг юпқа сирт қатлами ичидаги температура градиенти қизиқтирадиган бўлса, Эрнинг сфериклиги катта роль ўйнамайди. Бундай ҳолда (56.7) формуладан ҳеч қандай ўзгаришларсиз фойдаланиш мумкин. Ер совигани сари аста-секин Эрнинг қаттиқ пўстлоғи вужудга келди. Бу процесснинг бошланиши Эрнинг ёши ҳисобланадиган вақт учун қабул қилинди. Томсон Эрнинг температура ўтказувчанлик коэффициентини ҳамма вақт доимий қолади деб фараз қилди ва Эрнинг t ёшини ҳисоблаш учун (56.7) формуладан фойдаланди.

Биз юқорида айтганимиздек, 20 м ва ундан ортиқ чуқурликларда Ернинг температурасига атмосфера тебранишлари ҳеч қандай таъсир кўрсатмайди. Ўлчашлар Ернинг бундай чуқурликларида температура ҳар 25 метр чуқурлашишда 1° га кўтайтилишини кўрсатади. Сўнгра, Томсон Ер сиртининг T_1 температурасини шартли равишда 0° С га тенг деб олди, T_0 температура сифатида тоғ жинсларнинг қотиш температурасини қабул қилди: $T_0 = 4000^\circ\text{С}$. Агар τ давр учун бир сутка олинса, биз кўрдикки, кузатишлар $v \approx 1$ м/суткани беради. Бу қийматларни (56.7) формулага қўйиб, Ернинг ёши учун шундай қийматни чиқарамиз:

$$t = \frac{4(T_0 - T_1)^2}{v^2 \tau \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2} = \frac{4 \cdot 4000^2}{\left(\frac{1}{25}\right)^2} \text{ сутка} \approx 10^8 \text{ йил.}$$

Бу баҳо Ер ёши учун кучли камайтирилган қийматни беради. Бу тушунарли. Томсон Ернинг қаърида радиоактив процесслар туфайли иссиқликнинг интенсив ажралиб чиқишини назарга олмаган эди ва назарга ололмас эди ҳам. Бундан ташқари, Ернинг суяқ — чўғ модели кўплаб далилларга мувофиқ келмайди ва ҳозирги вақтда тўғри деб ҳисобланмайди. Ҳозирги вақтда Ернинг келишиб чиқишига доир ҳамма томонидан тан олинган назария йўқ. Бундай назария бўлмагани ҳолда Ернинг ёши тўғрисида аниқ гапириш қийин.

57-§. Ташқи иссиқлик ўтказувчанлик

1. Иссиқлик сқими зичлиги j ни аниқловчи (52.3) формула муҳитда температуранинг тақсимланиши узлуксиз бўлган ҳолга тегишлидир, ҳолбуки, иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентини κ координаталарнинг узлуксиз функциясидир. Бундай ҳолда *ички иссиқлик ўтказувчанлик* ҳақида гапирилади. Моҳияти жиҳатидан температуранинг фазода тақсимланиши ҳамма вақт узлуксиз. Бироқ математик ҳисобларни соддалаштириш учун баъзан бир-бири билан иссиқлик мувозанатида бўлмаган иккита турли жисмнинг ажралиш чегарасида *температураларнинг* сакраб ўзгариши тўғрисидаги идеаллаштирилган тасавурни киритиш мақсадга мувофиқ бўлади. Масалан, қиздирилган металл жисм сув ёки ҳаво оқими билан совитилади. Металлларнинг иссиқлик ўтказувчанлиги катта бўлгани туфайли металл жисмнинг турли қисмлари орасида температураларнинг тенглашиши тез амалга ошади. Масалани идеаллаштириб жисм вақтнинг ҳар бир momentiда айни бир температурага эга деб айтиш мумкин. Худди шунинг сингари атроф муҳитда ундаги интенсив аралаштиш процесслари туфайли вақтнинг ҳар бир momentiда жисмнинг ўзининг температурасидан фарқ қилувчи айни бир температура ҳукмрон дейиш мумкин.

Иссиқлик алмашиниш процесслари туфайли жисмларнинг чегаралари орқали бу чегарада температуранинг сакрашидан вужудга келадиган иссиқлик оқими пайдо бўлади. Бу оқимнинг нормал ташкил этувчиси ҳар иккала муҳитнинг материалига ва уларнинг температурасига боғлиқ бўлади. Ньютон томонидан киритилган оддийгина фараз j_n *катталик жисмларнинг чегарадаги температура-лари айирмасига пропорционалдир*, деб тасдиқлайди. Одатда жисмлардан бири иккинчисини батамом ўраб олган деб олинади. Ана шу ўраб турган жисмини биз *атроф-муҳит* деб атаймиз. Шундай қилиб Ньютон фаразига кўра,

$$j_n = \alpha [T - T_0], \quad (57.1)$$

бу ерда T — жисмнинг температураси, T_0 эса атроф-муҳитнинг температурасидир. n нормал жисмдан муҳитга қараб ўтказилган. α доимий ташқи иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентини деб аталади. $\alpha \approx \infty$ бўлганида чегарада температура ҳамма вақт узлуксиз бўлади, яъни $T \approx T_0$; $\alpha \approx 0$ бўлганда жисм адиабатик изоляцияланган бўлади.

Тажрибалар кўрсатдики, Ньютон қонуни фақат тахминан бажарилар экан ва фақат температуралар фарқи катта бўлмаганда ишлар экан. Шунинг учун ташқи иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентини ички иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентини ўйнагани сингари катта роль ўйнамайди. Ташқи иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентини қатъий эмпирик коэффициент бўлиб, ундан фақат қўпол ҳисоблашлардагина фойдаланиш мумкин.

2. Энди жисми λ ўқи бўйлаб йўналишда ориентирланган ингичка чексиз узун стержень шаклида деб фараз қилайлик. Стерженнинг кўндаланг кесими ҳар қандай бўлиши, лекин албатта бутун x узунлиги бўйлаб бирдай бўлиши керак. Материалнинг κ иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентини етарлича катта бўлиши, стерженнинг ўзи эса ингичка бўлиб, унинг температураси T y ва z координаталар бўйича ўзгармайдиган бўлсин. Температура фақат t вақтга ва x координатага боғлиқ бўлиши мумкин. Стерженнинг сиртидаги атроф-муҳит температураси T_0 ҳам ана шу аргументларга боғлиқ бўлиши мумкин.

Мана шундай фаразлар асосида ташқи иссиқлик ўтказувчанликни назарга олган ҳолда иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасини келтириб чиқарамиз.

Мулоҳазалар худди (52.4) тенгламани келтириб чиқаришдаги сингари бўлади. Фақат иссиқлик балансида стерженнинг ён сирти орқали бўладиган қўшимча иссиқлик оқимини ҳисобга олиш зарур. Стерженнинг чексиз кичик AB элементи учун (40-расм) атроф-муҳитга йўналтирилган қўшимча бу иссиқлик оқими $\alpha p (T - T_0) dx$ га тенг, бу ерда p — стерженнинг кўндаланг кесим периметри. Шунинг учун (52.4) тенглама ўрнига

$$\rho c_v S \frac{\partial T}{\partial t} = S \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \alpha p (T - T_0) \quad (52.2)$$

тенглама ҳосил бўлади, бу ерда \dot{S} — стерженнинг кўндаланг кесим юзи. κ ни доимий деб фараз қилиб ва

$$b^2 = \frac{\alpha p}{\rho c_v S} \quad (57.3)$$

белгилашларни киритиб, ниҳоят, қуйидаги тенгламани оламиз:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - b^2 (T - T_0) \quad (57.4)$$

М А С А Л А Л А Р

1. Учларидаги T_1 ва T_2 температуралар ўзгармас сақланадиган ингичка бир жинсли стерженда температуранинг стационар тақсимланишини топинг, атроф-муҳитнинг T_0 температурасини ҳам ўзгармас деб олинг.

Е ч и л и ш и. Температуранинг ноли учун атроф-муҳитнинг T_0 температурасини олиш қулайдир. Бундай ҳолда (57.4) тенглама қуйидаги тенгламага ўтади:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta^2 T = 0, \quad (57.5)$$

бу ерда β — мусбат ўзгармас катталиқ бўлиб, қуйидаги ифода билан ифодаланади:

$$\beta = \frac{b}{\sqrt{\chi}}. \quad (57.6)$$

(57.5) тенгламанинг умумий ечими

$$T = Ae^{\beta x} + Be^{-\beta x} \quad (57.7)$$

қўринишида бўлади. A ва B интеграллаш доимийлари $x = 0$ бўлганда $T = T_1$ ва $x = l$ бўлганда $T = T_2$ чегаравий шартлардан олинади. (Стерженнинг l узунлиги l деб белгиланган, координаталар боши стерженнинг биринчи учида жойлаштирилган). Элементар ҳисоблашлардан кейин ушбу натижани оламиз:

$$T = \frac{T_1 \operatorname{sh} \beta (l - x) + T_2 \operatorname{sh} \beta x}{\operatorname{sh} \beta l}. \quad (57.8)$$

2. Айтайлик, $T_1, T_2, T_3, T_4 \dots$ — стационар ҳолатда стерженнинг бир-биридан баравар узоқликда турган нуқталарининг температуралари. Атроф-муҳитнинг температураси ноль деб қабул қилинган (бундан аввалги масалага қаранг). Бу температураларнинг қуйидаги

$$\frac{T_1 + T_3}{T_2} = \frac{T_2 + T_4}{T_3} = \frac{T_3 + T_5}{T_4} = \operatorname{const} = e^{\beta \Delta x} + e^{-\beta \Delta x} \quad (57.9)$$

муносабатни қаноатлантиришни кўрсатинг, бу ерда Δx бир-биридан тенг масофаларда турган биз кўраётган нуқталар қаторининг икки нуқтаси орасидаги масофа.

МОДДА МОЛЕКУЛЯР-КИНЕТИК НАЗАРИЯСИНИНГ ЭНГ СОДДА МАСАЛАЛАРИ

* *

58-§. Кириш

1. Модданинг атом тузилиши ҳақидаги ғоя энг қадим замонларда пайдо бўлди. Бу ғоя асрлар давомида турли татқиқотчилар томонидан турли шаклларда илгари сурилди ва ривожлантирилди. Бироқ 20-асрнинг бошларигача атом ҳақидаги гипотеза фақат фараз бўлиб қолди ва ҳеч қандай бевосита экспериментал исботга эга эмас эди. 19-асрнинг ўрталаригача атомлар ва молекулалар ҳақидаги конкрет тасаввурлар, шунингдек, улар асосида яратилган физик назариялар анча содда эди ва кўпроқ фан эмас, фантазия соҳасига асосланар эди. Масалан, атомларни илмоқлари бўлган шарчалар деб, улар бир-бирига ана шу илмоқлари билан туташади ёки тишли ғилдиракчалар бўлиб, ўзларининг тишлари ёрдамида бир атомдан иккинчи атомга айланишни узагади деб тасаввур қилинган эди. Ньютон механикаси қонунларидан фойдаланилмас эди. Барча мулоҳазалар сифат характерида бўлиб, шубҳали фикрларга асосланган эди. Бундан фақат Даниил Бернулли ишлари (1738) мустасно бўлиб, у ўз ишларида газ босимининг фақат сифат жиҳатидан эмас, балки моҳияти жиҳатидан ҳозирги замон тасаввурларидан фарқ қилмайдиган миқдорий тушунтиришни ҳам берди. Модда молекуляр-кинетик назариясининг изчил тарафдори ва пропагандисти М. В. Ломоносов (1711—1765) эди. Бу назария асосида Ломоносов температуранинг абсолют ноли мавжудлигини аввалдан айтиб берди; Бойль — Мариотт қонуни абсолют аниқ қонун бўлиши мумкин эмаслигини — газларни катта сиқишларда бу қонундан четлашишлар кузатилишини кўрсатиб берди.

2. 19-асрнинг бошларида атом-молекуляр гипотеза химияда таркибнинг доимийлиги ҳақидаги қонуннинг ва каррали нисбатлар ҳақидаги қонуннинг очилиши билан ишончли тасдиққа эга бўлди. Бу қонунларнинг биринчисига кўра, бирор химиявий бирикманинг таркибига кирган химиявий элементларнинг оғирлик миқдорлари аниқ муайян нисбатда бўлади. Масалан, бир грамм водород сув ҳосил бўлиши учун 8 грамм кислород билан бирлашиши керак. Агар водород ва кислород оғирлик миқдорлари нисбати 1 : 8 га тенг бўлмаса, у ҳолда бу химиявий элементлардан бирининг ортиқчаси реакцияга қирмайди.

Каррали нисбатлар қонуни шундай реакцияларга тегишлики, бу реакцияларда икки *A* ва *B* химиявий элемент бир-бири билан

битта эмас, бир неча химиявий бирикма ҳосил қилиши мумкин. Бу қонун бир хил оғирлик миқдоридagi A элемент билан химиявий реакцияга киришадиган B элементнинг оғирлик миқдорлари кичик бутун сонлар нисбатида бўлади, деб тасдиқлайди. Масалан, водород кислород билан бирикиб фақат сув H_2O эмас, балки водород оксиди H_2O_2 ни ҳам ҳосил қилади. Бу икки бирикмаларда водороднинг айна бир миқдорига тўғри келадиган кислороднинг оғирлик миқдорлари 1 : 2 нисбатда бўлади. Каррали нисбатлар қонунини азотнинг кислород билан бирикмалари мисолида жуда яхши тасвирлаш мумкин:

Етти грамм азот кислороднинг

4 г билан бирикиб, 11 г азот I оксиди N_2O ,
 8 г » » , 15 г азот II оксиди NO ,
 12 г » » , 19 г нитрат ангидрид N_2O_3 (азот III оксид)
 16 г » » , 23 г азот қўшоксид NO_2
 20 г » » , 27 г нитрат ангидрид (азот V оксид) N_2O_5
 ҳосил қилади.

Азотнинг айна бир миқдори (7 г) га тўғри келадиган кислороднинг оғирлик миқдорлари бу бирикмаларда қуйидаги нисбатда бўлади:

$$4 : 8 : 12 : 16 : 20 = 1 : 2 : 3 : 4 : 5.$$

Модданинг атомлари ҳақидаги тассавурлардан фойдаланмаган ҳолда бу қонуниятларни тушунтириб бериш мушкул. Инглиз химики Дальтон (1766—1844) шундай тушунтирди: химиявий реакцияларда турли моддаларнинг атомлари бир-бири билан янада мураккаброқ бирикмалар — молекулаларга бирлашади, бунда химиявий соф модданинг барча молекулалари мутлақо бирдай тузилган. Турли химиявий бирикмаларнинг молекулаларидаги атомлар сони ҳақидаги масалани Гей-Люссак томонидан эмпирик асосда топилган қонун ва уни тушунтириш учун илгари сурилган гипотеза асосида қаноатланарли ҳал қилиш мумкин бўлди, бу гипотеза кейинроқ бориб Авогадро қонунини деб ном олди. Гей-Люссак қонунига мувофиқ бир-бири билан химиявий реакцияларга кирувчи газларнинг ҳажмлари (бирдай босим ва температураларда), шунингдек, газсимон ҳолатда ҳосил бўлган химиявий бирикмаларнинг (ҳудди шу босим ва температуралардаги) ҳажмлари ўзаро бутун сонлар ва шу билан бирга кичик сонлар нисбатида бўлади. Бу қонунни тушуниш учун Авогадро шундай гипотезани илгари сурди: унга кўра турли газларнинг тенг ҳажмларида бирдай босим ва температураларда айна бир хил сонда молекулалар бўлади. Химияда атом ва молекуляр оғирликларни аниқлаш методлари ана шу гипотезага асосланган. Унинг аниқ исботи кейинроқ газлар кинетик назариясида берилди. Химияда атом-молекуляр назария ниҳоятда катта аҳамиятга молик бўлди. Бу назариясиз 19-асрда химия фанининг бундай тез тараққиёти мумкин бўлмас эди.

3. Физикада молекуляр назариянинг қатъий илмий ривожланиши тахминан 19-асрнинг иккинчи ярмиларидан асосан Клаузиус, Максвелл (1831—1879) ва Больцман (1844—1906) ишлари

туфайли амалга ошди, уларнинг асарларида *газлар кинетик назариясининг* асослари яратилди. Атом ва молекулаларнинг ички тузилишлари, шунингдек, уларнинг ўзаро таъсир қилувчи кучлари ҳақида у вақтларда ҳеч нарса маълум эмас эди. Газлар кинетик назариясининг асосчилари бу зарраларнинг соддалаштирилган, идеаллаштирилган моделларидан фойдаландилар. Улар молекула ва атомларни идеал қаттиқ шарчалар ёки моддий нуқталар деб олдилар, бир-бири билан марказий кучлар орқали ўзаро таъсир қилади деб фараз қилдилар. Назариянинг ютуқларига қўлланиш соҳалари чекланган бу идеаллаштирилган моделларнинг қўлланилиши эмас, балки назариянинг Ньютон механикасининг умумий принциплари асосида яратилганлиги сабаб бўлди: бу умумий принциплар фақат макроскопик жисмлар учунгина эмас, балки квант механикасига бўйсунадиган микроскопик объектларга ҳам қўлланилиб ўзини оқлаган импульсининг ва энергиянинг сақланиш қонунлари эди. Математик методлар кенг қўлланилди, жумладан *хитимоллар математик назариясининг* методларидан фойдаланилди. Шу нарса ҳам диққатга сазоворки, назария ҳамма вақт тажрибаларнинг кузатуви билан ривожлантириб борилди. Бундай назария аввалги атомистларнинг содда тўқима ясашларидан мутлақо фарқ қилар эди.

4. 20- асргача атомларни модданинг бўлинмас энг кичик зарралари деб қарар эдилар. Бундай тасаввур нотўғри бўлиб чиқди. Атом ядро ва унинг атрофидаги электрон қобиқдан иборат мураккаб системадир. Атомизм атомларнинг бўлинмаслигида эмас, балки барча атомларнинг, шунингдек, кўрилаётган турдаги барча энг содда зарралар (элементар зарралар деб аталувчи зарралар) нинг *абсолют айнийлигида*, уларнинг *муайян аниқ белгилар* — *масса, ядросининг заряди, нурлайдиган спектрлари* ва бошқалар билан характерланишида намоён бўлади. Бундай айнийлик макродунё соҳасида мувжуд эмас — макродунёда абсолют айний бўлган икки жисм йўқ. Атомизм яна шунда намоён бўладики, атомларнинг ички ҳолатлари узлуксиз эмас, балки *дискретдир*. Атомнинг энергияси, масалан, узлуксиз эмас, дискрет қийматлар қаторини қабул қилади. Атом энергиясининг дискрет қийматлари унинг *энергетик сатҳлари* деб аталади. Одатда атом *нормал ҳолат* деб аталган, энергияси энг минимал бўлган ҳолатда бўлади. Атомни энг яқин *қўзғолган ҳолатга* ўтказиш учун ташқи таъсир ва энергия сарфи керак бўлади. Агар бу энергия етарли бўлмаса, у ҳолда ташқи таъсир тўхтаганидан сўнг атомнинг ички ҳолати аввал қандай бўлса, шундайлигича қолади. Атом системалари мумкин бўлган ҳолатларининг дискретлиги, гарчи аввал англаб етилмаган бўлса-да, шундай физик сабаб бўлдики, у химикларга атомларнинг бўлинмаслиги ҳақидаги тасаввурларга келишга ва физикларга газлар кинетик назариясида атомларни ва молекулаларни ўзгармайдиган моддий нуқталар ёки идеал қаттиқ шарчалар деб қарашга имкон берди. Бироқ ташқи таъсир энергияси орттирилганда, масалан, газнинг температураси ортганда, бундай тасаввурлар нотўғри бўлиб қолади. Масалан, 1000—3000 К тартибидаги температураларда молекулалар *диссоциациялана* бошлайди яъни атомларга ажрала бошлайди.

10 000 К ва ундан юқори температураларда атомларнинг *ионизацияси*, яъни атомларнинг ионлар ва электронларга ажралиши бошланади. Ун ва юз миллион кельвин температуралар тартибида термоядро реакциялари, яъни атом ядроларининг қўшилиш ва ажралиш процесслари бошланади. Биз газлар кинетик назариясининг классик моделларидан кенг фойдаланамиз. Бироқ бунда бундай моделларнинг қўлланилиш чегаралари мавжуд эканлигини назарда сақлаш керак.

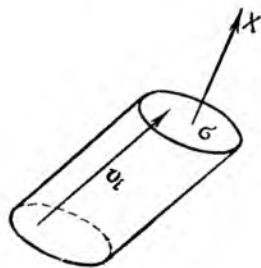
59-§. Газ босимининг молекуляр-кинетик назария нуқтаи назаридан тушунтирилиши

1. Молекулалар бир-бирлари билан молекуляр кучлар воситасида ўзаро таъсирлашади. Узоқ масофаларда бу кучлар масофа ортиши билан камайдиган тортишиш кучлари, яқин масофаларда эса молекулаларнинг яқинлашишида тез ортувчи итаришиш кучларидир. Яқинлашган молекулаларнинг марказлари орасидаги тортишиш кучлари итаришиш кучларига айланадиган масофа молекуланинг диаметри деб қабул қилинади. Газларда нормал шароитларда молекулалар орасидаги ўртача масофа уларнинг диаметрларига нисбатан анча катта бўлади. Бундай масофаларда молекуляр кучлар жуда заиф ва сезиларли роль ўйнамайди. Молекуляр кучлар молекулалар диаметри тартибидаги яқин масофалардагина намоён бўлади. Бу кучлар таъсирида яқинлашган молекулаларнинг тезликлари катталиги жиҳатидан ҳам, йўналиши жиҳатидан ҳам анча ўзгаришларга дуч келади. Молекулаларнинг яқин масофалардаги ўзаро таъсирини *тўқнашувлар* деб аталади. Газнинг молекуласи икки кетма-кет тўқнашув орасида амалда эркин, яъни тўғри чизиқли ва текис ҳаракат қилади. Ҳар бир тўқнашувда газнинг молекуласи деярли оний равишда ўз ҳаракатининг йўналишини ўзгартиради, сўнгра эса келгуси тўқнашувгача янги тезлик билан тўғри чизиқли ва текис ҳаракат қилади. Агар газ бутунича сокин турган бўлса (масалан, берк идишга қамалган бўлса), у ҳолда тўқнашувлар натижасида хаотик ҳаракат қарор топади, бу ҳаракатда молекула ҳаракатининг барча йўналишлари тенг эҳтимолдир. Бу ҳаракат *иссиқлик ҳаракати* деб аталади. Газ қанча сийрак бўлса, молекуланинг икки кетма-кет тўқнашувлари орасида ўтадиган ўртача йўли узунлиги шунча катта бўлади. Идишга қамалган етарлича сийраклашган газ учун биринчи яқинлашишда молекулаларнинг ўлчамлари ва уларнинг ўзаро тўқнашишларини назарга олмаслик мумкин. Фақат молекулаларнинг газ қамалган идиш деворлари билан тўқнашишини назарга олиш керак. Бундай яқинлашишда молекулаларни ўзаро таъсирлашмайдиган, идишнинг деворлари билан кетма-кет икки тўқнашув орасида тўғри чизиқли ва текис ҳаракатланувчи моддий нуқталар деб олиш мумкин. Бундай содда модель идеал газлар қонунларига олиб келади. Буни кўрсатиш учун газнинг босими, температураси ва ички энергиясининг молекуляр маъносини аниқлаш керак.

2. Газнинг идиш деворига босими газ молекулаларининг шў идишга зарбаларининг натижасидир. Ҳар бир урилишда (зарбада) газнинг молекуласи деворга муайян (макроскопик нуқтаи назардан

чексиз кичик) куч билан таъсир қилади. Идиш деворининг молекулага таъсир қиладиган тескари йўналган кучи молекуланинг девордан қайтишга мажбур қилади. Агар идишда бир нечта молекула бўлганида эди, улар деворга бир-бирлари кетидан сийрак ва тартибсиз урилган бўлар эди ва ҳеч қандай деворга таъсир қилувчи узлуксиз босим кучи ҳақида гап бўлиши мумкин эмас эди. Биз бу ерда алоҳида, амалда вақт-вақти билан, деворга оний чексиз кичик зарбаларни кузатишимиз мумкин эди. Агар идишдаги молекулалар сони жуда катта бўлса, у ҳолда уларнинг идиш деворига урилишлари сони ҳам катта бўлади. Зарбалар деворга кетма-кет урилаверади. Идишнинг деворига бир вақтда улкан сондаги молекулалар урилади. Алоҳида зарбаларнинг чексиз кичик кучлари деворга таъсир қилувчи чекли ва деярли ўзгармас куч бўлиб қўшилади. Вақт бўйича ўртачаланган ана шу куч газнинг макроскопик физика ўрганадиган босимидир.

3. Идиш деворига газнинг босимини ҳисоблаб чиқайлик. Газ берк идишга қамалган ва барча молекулалар бирдай бўлсин. Умуман айтганда барча молекулалар ҳам катталиги, ҳам йўналиши билан фарқ қилувчи турли тезликлар билан ҳаракатланади. Барча молекулаларни шундай группаларга бўламизки, айти бир группага кирадиган молекулалар вақтнинг қаралаётган momentiда тахминан катталиги ва йўналиши жиҳатидан бир хил бўлган тезликларга эга бўлсин. i -группа молекулаларининг тезлигини v_i билан, ҳажм бирлигидаги бундай молекулалар сонини n_i билан белгилайлик. Идишнинг деворида σ юзни олайлик (43-расм). Агар молекулалар σ юз томонга ҳаракатланаётган бўлса, бу молекулалар у билан тўқнашиши мумкин.



43-расм.

Агар молекулалар юздан чиққан йўналишда ҳаракатланаётган бўлса, тўқнашув бўлмайди. i -группа молекулалари σ юз йўналишига ҳаракатланади деб фараз қиламиз ва бундай группанинг кичик dt вақт ичида шу юзга келиб уриладиган молекулалари сони z_i ни аниқлаймиз. Идишнинг ичида жойлаштирилган σ юзни асос қилиб ясовчилари $v_i dt$ бўлган қия цилиндр ясаймиз.

i -группанинг бу цилиндр ичида бўлган ҳар бир молекуласи dt вақт ичида σ юзга етиб, унинг билан тўқнашишга улгуради. Шунинг учун зарбалар сони z_i i -группа молекулаларининг биз ясаган цилиндр ичидаги сонига тенг бўлади, яъни $z_i = n_i dV$, бу ерда dV — цилиндрининг ҳажми. X координата ўқини σ юзга ўтказилган ташқи нормаль бўйлаб йўналтираемиз. Y ҳолда цилиндрининг баландлиги $v_{ix} dt$ га, унинг ҳажми эса $dV = \sigma v_{ix} dt$ га тенг бўлади. Бинобарин,

$$z_i = \sigma n_i v_{ix} dt.$$

Ҳисоблашларнинг давоми деворга урилаётган молекулаларнинг ўзаро таъсири характериға боғлиқ бўлади. Одатда ҳисоблашларда деворни силлиқ ва молекулалар зарба вақтида ундан кўзгусимон

қайтади, яъни идеал эластик шарларнинг тўқнашиш қонунига мувофиқ, қайтишда тезликнинг абсолют катталиги ўзгармайди, тушиш бурчаги қайтиш бурчагига тенг деб олинади. Сўнгра бундай фараз қилишнинг аҳамияти йўқ эканлиги исбот қилинади. Бироқ аслида идишнинг девори зарба бераётган молекула учун идеал кўзгу бўла олмайди, чунки унинг ўзи молекулалардан иборат. Шунинг туфайли i -группа молекулалари қайтгандан кейин, умуман айтганда, девордан йўналган ва катталиги ҳамда йўналиши ниҳоятда турли-туман бўлган тезликларга эга бўлади ва турли тезликли группаларга ажралади. Шунинг учун биз ҳисоблашнинг давомини молекулаларнинг идиш деворидан қайтиши ҳақидаги ҳеч қандай алоҳида фаразларсиз давом эттирамиз. Ҳисоблашларда фойдаланиладиган ягона фараз шундан иборат бўладики, *девордан қайтганида молекула ўртача олганда, кинетик энергия олмайди ҳам, йўқотмайди ҳам*. Келгусида бундай фараз газнинг температураси деворнинг температурасига тенг бўлиши керак, деган фикрни билдириши исбот қилинади. Ҳисоблаш учун молекуланинг девор билан ўзаро таъсир процессини фикран икки босқичга бўлиш мумкин. Биринчи босқичда молекула гўё секинлашади ва деворга ёпишиб қолгандай тўхтайдди. Иккинчи босқичда молекулани девор итаради, у тезлашади ва девордан сапчийди. Дастлаб, агар газ молекулаларининг девор билан ўзаро таъсири биринчи босқич билан чекланиб қолади, яъни газ молекулалари зарбалардан кейин гўё деворга илашиб қолади деб фараз қилинганда газ томонидан σ юзга таъсир қилиши мумкин бўлган F_1 кучни ҳисоблаймиз. i -группа молекулалари dt вақт ичида σ юзга урилиб, $z_i p_i = \sigma n_i v_{ix} p_i dt$ ҳаракат миқдорига эга бўлди, бу ерда p_i — битта молекуланинг ҳаракат миқдори. Бу молекулаларни тўхтатиш учун девор уларга импульси $f_i dt = -\sigma n_i v_{ix} p_i dt$ га тенг бўлган f_i куч билан таъсир қилиши керак. f_i векторнинг йўналишини қарама-қаршисига ўзгартириб, биринчи босқичда i -группа молекулаларининг σ юзга таъсир қилувчи кучи $f_i = -f_i = \sigma n_i v_{ix} p_i$ ни топамиз. Бутун газ томонидан таъсир қилувчи F_1 кучни бу ифодаларни девор йўналишида учаётган молекулаларнинг барча группалари бўйича (улар учун $v_{ix} > 0$) йиғиш билан топилади, яъни

$$F_1 = \sum_{v_{ix} > 0} \sigma n_i v_{ix} p_i.$$

F_1 кучга σ юзга иккинчи босқичда таъсир қилувчи F_2 кучни қўшиш керак бўлади. F_2 куч ўқ отишда тўпнинг олган туртки кучига батамом ўхшаб кетади. Снаряд ролини σ юздан ўчиб чиқаётган молекулалар, яъни $v_{ix} < 0$ бўлган молекулалар ўйнайдди. F_2 куч қуйидагига тенг бўлади:

$$F_2 = \sum_{v_{ix} < 0} \sigma n_i v_{ix} p_i.$$

Молекулаларнинг девор билан ўзаро таъсирини икки босқичга бўлиш, албатта, сунъий ҳисоблаш усулидир. Аслида F_1 ва F_2 куч-

лар айна бир вақтда таъсир қилади ва битта натижавий куч бўлиб қўшилади:

$$F = F_1 + F_2 = \sigma \sum n_i v_{ix} p_i.$$

Бу ерда йиғинди деворга қараб ва ундан тескарига учаётган барча молекулалар группаси бўйича олинади.

F куч σ юзга нормал йўналган. Бу молекулаларнинг хаотик иссиқлик ҳаракатининг натижасидир. Ҳақиқатан ҳам, F кучнинг Y ўқ йўналишидаги таъсир этувчиси қуйидагига тенг бўлади:

$$F_y = \sigma \sum n_i v_{ix} v_{iy}.$$

Иссиқлик ҳаракатининг хаотик бўлиши туфайли бу йиғиндига кирувчи қўшилувчилар орасида қанча манфий бўлса, шунча мусбат бўлади. Ўртача мусбат қўшилувчилар манфий қўшилувчилар билан компенсацияланади, бунинг натижасида йиғинди нолга айланади. F_z ташкил этувчи учун ҳам шу фикр тўғри бўлади. Фақат F_x нормал ташкил этувчи учун бундай бўлмайди, бу ташкил этувчи

$$F_x = \sigma \sum n_i v_{ix} p_{ix}$$

га тенг бўлади, чунки v_{ix} ва p_{ix} проекцияларнинг ишоралари ҳамма вақт бирдай бўлгани учун унинг барча ҳадлари ҳақиқий мусбат бўлади. F_x ташкил этувчи кучни σ юзга бўлиб, идишнинг деворига таъсир қилаётган газ босимини келтириб чиқарамиз:

$$P = \sum n_i v_{ix} p_{ix}.$$

Агар $v_x p_x$ кўпайтманинг ўртача қийматини киритсак, бу ифодани соддалаштириш мумкин. Ҳажм бирлигидаги газ молекулалари учун бундай кўпайтмаларнинг йиғиндиси $\sum n_i v_{ix} p_{ix}$ га тенг бўлади. Ўртача қийматни топиш учун бу йиғиндини ҳажм бирлигидаги умумий молекулалар сони n га бўлиш керак. Бундай бўлишдан

$$\langle v_x p_x \rangle = \frac{1}{n} \sum n_i v_{ix} p_{ix} \quad (59.1)$$

келиб чиқади (бурчакли қавслар барча молекулалар тўпламининг ўртачаси олинганини билдиради). P босимни қуйидаги кўринишда тасвирлаш мумкин:

$$P = n \langle v_x p_x \rangle. \quad (59.2)$$

Скаляр кўпайтманинг таърифидан шундай ёзиш мумкин:

$$v p = v_x p_x + v_y p_y + v_z p_z.$$

Бу муносабатнинг ўртачасини олсак, қуйидагини оламиз:

$$\langle v p \rangle = \langle v_x p_x \rangle + \langle v_y p_y \rangle + \langle v_z p_z \rangle.$$

Газ молекулаларининг иссиқлик ҳаракатидан иборат хаотик ҳаракатда молекулалар тезликларининг барча йўналишлари тенг эҳтимоллидир, шунинг учун

$$\langle v_x p_x \rangle = \langle v_y p_y \rangle = \langle v_z p_z \rangle = \frac{1}{3} \langle \mathbf{v} p \rangle \quad (59.3)$$

Бу эса қуйидагини беради:

$$P = \frac{1}{3} n \langle \mathbf{v} p \rangle. \quad (59.4)$$

Агар газ қамалган идишнинг ҳажми V га тенг, бу ҳажмдаги барча молекулалар сони N га тенг бўлса, у ҳолда $n = N/V$. Бу ифодани бундан аввалги формулага қўйсақ, шундай натижа оламиз:

$$PV = \frac{1}{3} N \langle \mathbf{v} p \rangle. \quad (59.5)$$

4. (59.4) ва (59.5) формулаларни чиқаришда молекулаларнинг бир-бири билан тўқнашиши назарга олинмади. Унча зич бўлмаган газлар учун молекулалараро тўқнашишлар охириги натижага амалда ҳеч қандай таъсир қилмайди. Тўқнашувларда молекулалар фақат бир тезликли группадан иккинчи тезликли группага ўтади, ҳалос. Шунинг учун ҳар бир тезликли группанинг таркиби тез ва узлуксиз ўзгариб туради. Бироқ P босимни ҳисоблаш учун қайси индивидуал молекуланинг қайси бир тезликли группага кириши аҳамиятли эмас. Фақат группалардаги молекулаларнинг ўртача сонигина аҳамиятга моликдир. Агар газнинг ҳолати барқарорлашган бўлса, у ҳолда ҳар бир тезликли группада молекулаларнинг ўртача сони ўзгаришсиз қолади, (59.4) ва (59.5) формулаларни келтириб чиқаришда газнинг ҳолати барқарорлашган деб олинади.

Ўртача $\sum n_i (\mathbf{v}_i p_i)$ йиғинди ҳам, у билан бирга газнинг P босими ҳам ўзгаришсиз қолади.

Бироқ тўқнашувлар P босимнинг физик интерпретациясига сифат ўзгаришлари киритади. Тўқнашувлар бўлмаганида газнинг молекулалари бир-бири билан мутлақо ўзаро таъсирлашмас эди. P катталикнинг фақат битта маъноси бор эди: бу катталик газнинг идиш деворига босимини берар эди. Тўқнашувлар бўлганида газнинг макроскопик қисмлари орасида куч орқали ўзаро таъсир вужудга келади. Газнинг исталган макроскопик қисми учун девор ролини худди шу газнинг ана шу макроскопик қисми билан чегараланган бошқа макроскопик қисми бажариши мумкин. Бу шартларда P катталик шунингдек ички босим маъносига ҳам эга бўлади, бу ички босим воситасида газнинг бир-бири билан тегишиб турган макроскопик қисмлари орасида куч ўзаро таъсири амалга оширилади. Гидродинамика ва аэродинамикада P босим худди шу маънони билдиради.

5. (59.4) ва (59.5) формулалар молекулаларнинг норелятивистик ҳаракатларига ҳам, релятивистик ҳаракатларига ҳам қўлланиши мумкин. Норелятивистик ҳаракатда молекуланинг массаси m доимий деб ҳисобланиши мумкин. (59.4) ва (59.5) формулаларда $p = mv$ деб олиб, бу ҳол учун қуйидагини оламиз:

$$P = \frac{1}{3} n m \langle v^2 \rangle, \quad (59.6)$$

$$PV = \frac{1}{3} Nm \langle v^2 \rangle. \quad (59.7)$$

Бу формулаларни чиқаришда молекулалар *структурасиз моддий нуқталар* деб олинди. Молекулаларнинг айланишлари, шунингдек, молекулалар ичидаги ҳаракат ҳам эътиборга олинмади. Тўқнашувларда молекулаларнинг айланиш тезликлари ўзгариши мумкин. Молекула қўзғалган ҳолатга ўтиши, ёки қўзғалган ҳолатдан нормал ҳолатга ўтиши мумкин. Бироқ газнинг босимини ҳисоблашда бу процесслар роль ўйнамайди. Молекуланинг девор билан тўқнашувларида унинг *илгариланма ҳаракати миқдорининг* ўзгаришигина аҳамиятга эга. Бу ўзгариш молекула массасининг унинг массалар маркази тезлигининг ўзгаришига кўпайтмасига тенг. Шунинг учун (59.6) ва (59.7) формулалар ўз кучини йўқотмайди. Фақат бунда v деб молекула илгариланма ҳаракатининг (аниқроғи, молекула массалар маркази ҳаракатининг) тезлигини тушуниш керак. Шундай қилиб, (59.7) формулага қуйидагича кўриниш бериш мумкин:

$$PV = \frac{2}{3} \langle E_{\text{илг}} \rangle, \quad (59.8)$$

бу ерда $\langle E_{\text{илг}} \rangle$ — барча газ молекулаларининг илгариланма ҳаракати кинетик энергиясининг ўртача қиймати. Тўқнашувларда айланма ҳаракат ва молекулалар ичидаги ҳаракат энергиялари илгариланма ҳаракат энергиясига айланади ва аксинча. Бироқ барқарорлашган ҳолатда $E_{\text{илг}}$ катталикнинг ўртача қиймати ўзгаришсиз қолади.

(59.8) формула, унинг келтириб чиқарилишидан аёнки, у фақат бир жинсли газларгина учун эмас, турли газларнинг аралашмаси учун ҳам ўринлидир. Бу ҳолда $E_{\text{илг}}$ деб идишдаги барча газлар молекулалари илгариланма ҳаракати кинетик энергияларининг йиғиндисини назарда тутиш керак. Формуланинг келтириб чиқарилишидан, шунингдек газнинг молекулалар ўзаро таъсирида бўлмайди деб олинган моделида Дальтон қонунининг ўринли экани ҳам келиб чиқади: *газлар аралашмасининг босими бу газлар парциал босимларининг йиғиндисига тенг.*

60-§. Газ молекулалари иссиқлик ҳаракатининг тезликлари

1. Келтириб чиқарилган формулалар газ молекулаларининг иссиқлик ҳаракати тезликлари тўғрисида тасаввур ҳосил қилишга имкон беради. Газ молекулаларининг ҳаммаси ҳам бирдай тезлик билан ҳаракатланмайди. Тезликлари нолга яқин бўлган секин молекулалар ҳам, тезликлари молекуляр ҳаракатнинг ўртача тезлигидан кўплаб марта катта бўлган молекулалар ҳам учрайди. Бу чегаралар орасида молекулаларнинг тезликлари турли эҳтимоллик даражасида турли-туман қийматларни қабул қилиши мумкин. Газ молекулалари тезликлар тақсимооти қонуни 72- § да кўрилади. Газ молекулаларининг тезликлари ҳақида кўпол равишда тасаввур қилиш учун муайян қоидалар бўйича ҳисобланадиган баъзи ўртача қийматларни кўриш мумкин.

Аввало, *ўртача квадратик тезликни* кўрайлик. Қуйидаги

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} \quad (60.1)$$

катталиқ, яъни молекула илгариланма ҳаракати квадрати ўртача қийматидан олинган квадрат илдиз ўртача квадратик тезлик дейлади. $\langle v^2 \rangle$ ни ҳисоблаш учун ҳар бир молекуланинг тезлигини квадратга кўтариш, ҳосил бўлган қийматларни қўшиш ва йиғиндини молекулаларнинг умумий сонига бўлиш керак, эканини эслатиб ўтамиз. Ўртача квадратик тезликдан *ўртача арифметик* тезликни, ёки қисқаси, молекуланинг *ўртача тезлиги* v ни фарқ қилиш керак. Бу тезлик барча газ молекулаларининг абсолют тезликлари йиғиндисини молекулаларнинг умумий сонига бўлиб ҳосил қилинади. 73- § да $\bar{v}_{\text{кв}}$ ва \bar{v} нинг бир-биридан фақат бирга яқин сон кўпайтувчи билангина фарқ қилиши кўрсатилади. $\bar{v}_{\text{кв}}$ учун (59.6) формула

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{3 \frac{P}{\rho}} \quad (60.2)$$

ни беради. $\bar{v}_{\text{кв}}$ тезлик ҳам товушнинг газдаги тезлиги $c = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$ тартибида бўлади. Ҳар иккала тезлик қуйидаги

$$\bar{v}_{\text{кв}} = c \sqrt{\frac{3}{\gamma}} \quad (60.3)$$

муносабат билан боғланган. Худди шундай типдаги муносабат бўлишини кутиш табиий эди. Товуш тўлқинида ғалаёнланишларни узатиш иссиқлик ҳаракатида бўлган молекулалар воситасида амалга ошади. Шунинг учун товуш тезлиги катталиги тартиби жиҳатидан молекула иссиқлик ҳаракати ўртача тезлигига мос келиши керак. Газнинг вакуумга оқиб кириш тезлиги тўғрисида ҳам шундай дейиш мумкин, биз бунинг ифодасини 26- § да келтириб чиқарган эдик.

2. Қандайдир бир температурадаги P ва ρ ни билган ҳолда шу температурадаги ўртача квадратик $\bar{v}_{\text{кв}}$ тезликни ҳисоблаб чиқариш осон. Бироқ ҳисоблашлар қулай бўлиши учун (60.2) формулани идеал газлар ҳолат тенгламаси $\frac{P}{\rho} = \frac{1}{\mu} RT$ орқали ўзгартирган маъқул. U ҳолда қуйидаги келиб чиқади:

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad (60.4)$$

Масалан, молекуляр водород учун ($\mu = 2.1, 008$) 0°C температурада бу формула қуйидаги қийматни беради:

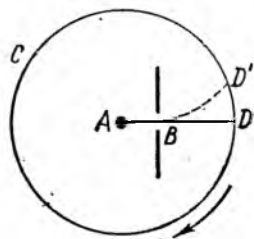
$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,3143 \cdot 10^7 \cdot 273,15}{2 \cdot 1.008}} = 183\,800 \text{ см/с} = 1838 \text{ м/с}$$

Худди шунга ўхшаш азот учун $\bar{v}_{\text{кв}} = 493 \text{ м/с}$, кислород учун $\bar{v}_{\text{кв}} = 461 \text{ м/с}$ ва ҳоказо.

3. Молекуляр ва атомлар дасталари билан ҳам шу тартибдаги тезликлар олинган. Газларда молекулалар эркин югуриш йўлининг ўртача узунлиги, яъни молекуланинг бир тўқнашувдан иккинчи тўқнашувгача ўтган ўртача масофаси нормал босимда 10^{-5} см

тартибида бўлади. 1 мм сим. уст. босимда бу катталик 10^{-2} см; 10^6 мм сим. уст. босимда 10^4 см = 100 м лар тартибида бўлади (86- § га қ.) Юқори вакуумда газнинг молекулалари амалда ўзаро тўқнашмасдан ҳаракатланади. Улар фақат идиш деворлари билангина тўқнашади. Молекуляр ва атом дасталарини ҳосил қилишда ана шундан фойдаланилади. Бундай дасталар юқори вакуумда металллар ёки бошқа моддаларни буғлантириш йўли билан олинади.

Атомлар дасталарида атомларнинг тезликларини биринчи марта О. Штерн (1888—1970) 1920 йилда бевосита ўлчаган эди. Унинг классик тажрибалар қаторига кириб қолган тажрибасининг содда-лаштирилган схемаси 44- расмда тасвирланган. Ташқи томонидан юпқа кумуш қатлами билан қопланган А платина тола С цилиндрнинг ўқи бўйлаб жойлаштирилган. Цилиндр ичидаги фазо узлуксиз ишлайдиган насос билан ҳавоси сўрилиб, 10^{-5} — 10^{-6} мм сим. уст. босимга эришилган. Платина сим орқали электр токи ўтказилганида бу сим кумушнинг эриш температурасидан юқори температурагача қизиб чўғланган ($961,9^\circ\text{C}$). Кумуш интенсив буғланган ва унинг атомлари А толадан С цилиндрнинг ички сиртига тўғри чизиқли ва текис учиб ўтган. Цилиндрнинг деворлари кумуш атомлари уларда яхши конденсацияланиши учун совитиб турилган. Атомларнинг йўлида ингичка атом дастаси ҳосил бўлиши учун тор В тирқишли экран жойлаштирилган.



44- расм.

Даста цилиндрнинг ички деворига маҳкамланган қабул қилувчи пластинкада (бу пластинка 44- расмда тасвирланмаган) конденсацияланган. Цилиндрни унинг экрани ва тола билан бирга 2500—2700 айл/мин бурчак тезлик билан тез айлантириш мумкин бўлган. Бутун система ҳаракатсиз турганида кумуш атомлари В тирқиш орқали ўтиб, қабул қилувчи пластинкага тушади ва унда конденсацияланиб, А тола ва В тирқиш жойлашган текисликда В тирқишнинг D полоска кўринишидаги кескин тасвирини беради. Сўнгра система айлантирилади. Бунинг натижасида тирқишнинг тасвири D' га кўчади. Қабул қилувчи пластинканинг ботиқ сирти бўйлаб ўлчанган D ва D' тасвирлар орасидаги масофани s ҳарфи билан белгилаймиз. Бу масофанинг $s = V\tau$ га тенг бўлиши равшан, бу ерда $V = \omega R$ —айланаётган цилиндрнинг сиртидаги нуқталарнинг чизиқли тезлиги, R — унинг радиуси, ω —айланиш бурчак тезлиги. τ катталик кумуш атомларининг BD масофани ўтиш вақти. Бу масофани l ҳарфи билан белгилаймиз. У ҳолда $\tau = l/v$, бу ерда, v — кумуш атомларининг тезлиги. Шундай қилиб, $s = \omega R l / v$ бундан

$$v = \frac{\omega R l}{s}. \quad (60.5)$$

Штерн тажрибаларида D тасвир кескин, D' тасвир эса ҳамма вақт ёйилган бўлиб чиқади. Бу дастадаги кумуш атомлари турли тез-

ликлар билан ҳаракатланишини кўрсатади. (60.5) формула қандайдир ўртача тезликни беради, бунинг учун s ни D ва D' полоскаларнинг марказлари орасидаги тегишли доиранинг ёйи бўйлаб ўлчанган масофа деб тушуниш керак. Амалда бундай тезликни ўлчаш учун асбобни аввал бир йўналишда, сўнгра қарама-қарши йўналишда айлантириш ва B тирқишнинг ҳосил бўлган тасвирлар марказлари орасидаги масофани ўлчаш қулай. Штерн тажрибаларида толанинг максимал температураси 1200°C га яқин бўлган. v учун 560 дан 640 м/с гача қийматлар олинган, бу қийматлар (60.4) формула бўйича ҳисобланган ўртача квадратик тезлик қиймати 584 м/с га яқин, бу газлар кинетик назариясининг хулосалари билан сифат жиҳатидан тўлиқ мос келади.

61-§. Фотон газининг босими

(59.6) ва (59.7) формулалар ниҳоятда норелятивистик формулардир, яъни улар молекулалар иссиқлик ҳаракатининг ўртача тезликлари ёруғлик тезлигига нисбатан назарга олмаслик даражада кичик бўлган ҳоллардагина қўлланади. Аксинча, (59.4) ва (59.5) формулаларнинг қўлланиши бундай чеклашлар билан боғлиқ эмас. Газ зарраларининг тезликлари ёруғлик тезлигига таққосланарли бўлганида газ *релятивистик газ* деб аталади. Ер шароитларида бундай тезлик фақат фотон газларида бўлиши, яъни мумкин бўлган барча йўналишларда хаотик ҳаракатланувчи фотонлардан иборат бўлган газлардагина бўлиши мумкин. *Фотон газ*и ҳамма вақт *релятивистик газ*дир, чунки фотонлар ҳамма вақт ёруғлик тезлигида ҳаракатланади.

Деворлари ихтиёрий материалдан қилинган ва доимий температурада сақланадиган ичи бўш идиш бор деб фараз қилайлик. Деворлар фотонлар нурлайди ва ютади, бунинг натижасида бу бўшлиқда фотон гази ҳосил бўлади. Ҳар бир фотон деворда ютилса, ёки ундан қайтса, у деворга бирор импульс беради. Фотон нурланганида эса девор қандайдир туртки олади. Бу процесслар натижасида фотон газининг бўшлиқ деворларига босими юзага келади. Фотон гази изотроп деб фараз қилингани учун, яъни унда фотонлар ҳаракатининг барча йўналишлари бирдай эҳтимолликда бўлгани учун фотон газининг идиш деворига босимини ҳисоблаш учун (59.5) умумий формуладан фойдаланиш мумкин. Фотоннинг энергияси унинг импульси билан $p = \epsilon/c$ муносабат билан боғланган, фотоннинг тезлиги $v = c$, бу ерда c — ёруғлик тезлиги. Шунинг учун (59.5) формула қуйидагини беради:

$$PV = \frac{1}{3} \langle N\epsilon \rangle = \frac{1}{3} \bar{E}, \quad (61.1)$$

бу ерда N — бўшлиқдаги (кавакдаги) фотонларнинг умумий сони, \bar{E} — бутун фотон газининг ўртача энергияси. *Фотон газининг босими кавакдаги нурланиш энергияси zichлигининг учдан бирига тенг.* (61.1) формула (59.8) формулага ўхшаш, бироқ ундан коэффициент билан фарқ қилади. Улар орасидаги фарқ норелятивистик

зарра учун ва фотон учун энергия ва импульс орасидаги муносабатларнинг фарқли эканлиги билан изоҳланади.

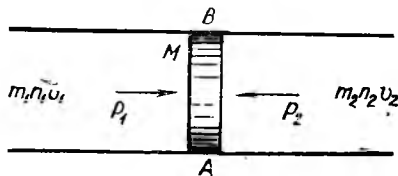
Молекулалар пайдо бўла олмайдиган ва йўқ бўлмайдиган одатдаги газдан фарқли равишда бўшлиқ (кавак) даги фотонлар сони N доимий бўлмаган катталикидир. Фотонлар кавак деворларидан нурланиши ва унда ютилиши мумкин. Шунинг учун кавакдаги нурланишнинг ўртача энергияси учун $\bar{E} = N\bar{\epsilon}$ деб ёзиш мумкин эмас, балки $\bar{E} = \langle N\epsilon \rangle$ деб ёзиш керак, (61.1) формулада шундай қилинган. $1/3$ коэффициентнинг келиб чиқишига сабаб шуки, кавакдаги нурланиш *изотроп* деб фараз қилинди. Нурланиш энергияси частоталар спектри бўйича қандай тақсимлангани ҳеч қандай роль ўйнамайди. Нурланишнинг изотроп бўлишигина аҳамиятга эга. Агар нурланиш изотроп бўлмаса, у ҳолда (61.1) формула ўз кўринишини сақлайди, бироқ $1/3$ коэффициент бошқа коэффициент билан алмашади. Масалан, агар нурланиш деворга нормал тушса ва ундан нормал қайтса, $PV = \bar{E}V$ бўлади.

(61.1) формула иссиқлик нурланиши назариясида муҳим роль ўйнайди.

62-§. Температуранинг молекуляр-кинетик мазмуни.

Иссиқлик ҳаракати кинетик энергиясининг илгариланма эркинлик даражалари бўйлаб текис тақсимланиши

1. Молекуляр-кинетик назарияда температуранинг физик маъносини аниқлаймиз. Бунинг учун AB поршеньли цилиндр оламыз (45- расм). Поршень цилиндр узунлиги бўйлаб эркин ишқаланишсиз ҳаракатлана олади. Поршеннинг турли томонида бир хил ёки турли идеал газлар бор. Биринчи газни характерловчи катталикларни 1 индекси, иккинчи газни характерловчи катталикларни 2 индекси билан белгилаймиз. Поршеннинг механик мувозанатда бўлиши учун газнинг босимлари бирдай бўлиши керак: $P_1 = P_2$ ёки $1/3n_1m_1v_1^2 = 1/3n_2m_2v_2^2$.



45- расм.

Бироқ мувозанат узоқ сақланиши учун яна иккала газнинг температураси ҳам бирдай бўлиши керак: $T_1 = T_2$. {Ҳақиқатан ҳам, $T_1 > T_2$ деб фараз қилайлик. У ҳолда температураларнинг тенглашиш процесси бошланади, бунинг натижасида биринчи газ совийди, иккинчи газ исийди. Поршенга чапдан таъсир этувчи босим пасаяди, ўнгдан таъсир этувчи босим эса ортади ва поршень ўнгдан чапга қараб ҳаракатга келади. Иссиқлик алмашиниш процессида газларнинг молекулалари бир-бирлари билан кинетик энергия алмашади. Иссиқлик алмашиниш процессини молекуляр назария нуқтаи-назаридан қараш билан макроскопик параметр—температуранинг физик маъносини аниқлаш мумкин.

2. Иссиқлик алмашинишнинг тезлиги ва бошқа характеристикалари поршеннинг материали ва ўлчамлари ўзгариши билан ўзгаради. Бироқ ҳозир бизни қизиқтираётган иссиқлик алмашиниш-

нинг охирги натижаси бунга мутлақо боғлиқ эмас. Шунинг учун ҳисоблашларни соддалаштириш учун поршеннинг молекуляр тузилишидан мавҳумланган ҳолда масалани идеаллаштириш мумкин. Биз поршени туташ идеал силлиқ жисм деб оламыз, бунда газларнинг молекулалари у билан эластик тўқнашишлари мумкин. Молекулаларнинг поршени чап ва ўнг томондан уришлари (зарбалари) ўртача бир-бирини мувозанатлайди. Бироқ вақтнинг ҳар бир momentiда зарбаларнинг оний кучлари, умуман айтганда, мувозанатлашмайди. Бунинг натижасида поршень у ёқдан бу ёққа узлуксиз тартибсиз иссиқлик ҳаракатини бажаради. Қаралаётган идеаллаштирилган моделда газлар иссиқлик ҳаракатининг кинетик энергиялари алмашилиши имконияти ана шу ҳодиса билан боғлиқдир.

Поршеннинг ҳар икки томонида газлар шу даражада сийракки, вақтнинг ҳар бир momentiда поршень билан фақат битта молекула тўқнашади. Поршень билан иккиёки бир неча молекула тўқнашадиган процесслар шу даражада камки, уларни назарга олмаслик мумкин. Биз олишимиз мумкин бўлган охирги натижалар бундай чеклаш билан боғлиқ эмас. Келгуси параграфда биз бу чеклашдан озод бўламыз.

Биринчи газнинг қайсидир молекуласини ҳаракатланаётган поршень билан тўқнашувини кўрайлик. Поршень цилиндрининг биз X ўқи деб қабул қилишимиз мумкин бўлган ўқи бўйлабгина ҳаракатлана олади. u — поршеннинг зарбагача, u' — эса зарбадан кейинги тезлиги бўлсин. Молекула тезлигининг тегишли компонентларини v_{1x} ва v'_{1x} билан белгилаймиз. Поршеннинг массасини M билан белгилаймиз. Зарбада импульснинг сақланиш қонуни амалда бўлади, зарба эластик бўлгани учун бу ерда кинетик энергиянинг сақланишини ҳам кузатиш мумкин:

$$m_1 v_{1x} + Mu = m_1 v'_{1x} + Mu',$$

$$\frac{m_1}{2} v_{1x}^2 + \frac{M}{2} u^2 = \frac{m_1}{2} v'_{1x}{}^2 + \frac{M}{2} u'^2.$$

Бу тенгламалар механикада идеал эластик шарларнинг тўқнашувига доир масалани ечишда ишлатиладиган тенгламаларнинг худди ўзидир. Булардан қуйидагини топамиз:

$$v'_{1x} = \frac{2Mu - (M - m_1) v_{1x}}{M + m_1},$$

зарбадан кейин молекуланинг X ўқи бўйлаб ҳаракати кинетик энергияси учун эса

$$\frac{m_1 v'_{1x}{}^2}{2} = \frac{m_1}{2} \frac{4M^2 u^2 - 4M(M - m_1) u v_{1x} + (M - m_1)^2 v_{1x}^2}{(M + m_1)^2}.$$

Поршенга дуч келаётган биринчи газ молекулаларининг ҳар бири учун шундай муносабатни ёзамиз, барча тўқнашувлар бўйича йиғиндисини оламыз ва тўқнашувлар сонига бўламыз. Қисқа қилиб айтганда, барча тўқнашувлар бўйича ўртачасини оламыз. Агар бутун системанинг ҳолати барқарорлашган, яъни иссиқлик алмашилиши макроскопик процесси тугаган бўлса, у ҳолда поршен-

нинг ўртача тезлиги нолга тенг бўлади. Поршень мувозанат вазияти атрофида тебранади, унинг тезлиги тенг эҳтимоллик билан мусбат ва манфий қийматлар қабул қилади. Шунинг учун $u v_{1x}$ кўпайтманинг ўртачасини олиш натижасида ноль келиб чиқади, молекуланинг тўқнашувдан кейинги ўртача кинетик энергияси учун қуйидаги ифодани ёзиш мумкин:

$$\frac{m_1}{2} \langle v_{1x}^2 \rangle = \frac{m_1}{2} \frac{4M^2 \langle u^2 \rangle + (M - m_1)^2 \langle v_{1x}^2 \rangle}{(M + m_1)^2}.$$

Молекуланинг поршендан қайтиши натижасида ўртача кинетик энергияси ўзгармаса, газлар орасида иссиқлик алмашилиши бўлмайди. Шунинг учун барқарорлашган ҳолатда ёзилган ифода молекуланинг зарбагача бўлган ўртача кинетик энергияси $\frac{m_1}{2} \langle v_{1x}^2 \rangle$ га тенг бўлиши керак. Бу қуйидагини беради:

$$\frac{4M^2 \langle u^2 \rangle + (M - m_1)^2 \langle v_{1x}^2 \rangle}{(M + m_1)^2} = \langle v_{1x}^2 \rangle.$$

Бундан элементар ўзгартиришлардан кейин қуйидагини топамиз:

$$\frac{m_1 \langle v_{1x}^2 \rangle}{2} = \frac{M \langle u^2 \rangle}{2}. \quad (62.1)$$

Бу мулоҳазалар иккинчи газга ҳам қўлланиши мумкинлиги равшан. Бинобарин,

$$\frac{m_2 \langle v_{2x}^2 \rangle}{2} = \frac{M \langle u^2 \rangle}{2}. \quad (62.2)$$

ва шунинг учун

$$\frac{1}{2} m_1 \langle v_{1x}^2 \rangle = \frac{1}{2} m_2 \langle v_{2x}^2 \rangle. \quad (62.3)$$

Газ молекулалари иссиқлик ҳаракатининг хаотиклиги туфайли унда ҳаракатнинг ҳеч қандай танланган йўналишлари йўқ — барча йўналишлар тенг эҳтимолдир. Шунинг учун

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle,$$

бинобарин,

$$\frac{1}{2} m_1 \langle v_1^2 \rangle = \frac{1}{2} m_2 \langle v_2^2 \rangle. \quad (62.4)$$

Биз иссиқлик мувозанати ҳолатида газнинг барча молекулаларининг ўртача кинетик энергияси бирдай бўлишини исбот қилдик.

3. Газ молекуласининг илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси $\bar{\epsilon}_{илг}$ шундай қилиб, *температуранинг асосий хоссасига* эга экан — иссиқлик мувозанати ҳолатида у иссиқлик контактида бўлган газларнинг барча молекулалари учун бирдай, шунингдек, газ аралашмасининг турли молекулалари учун ҳам бирдай экан. У молекуланинг массасига ва ички структурасига боғлиқ эмас. Шунинг учун $\bar{\epsilon}_{илг}$ ни ёки унинг ҳар қандай монотон функциясини газ температурасининг, шунингдек, унинг билан

иссиқлик контактида бўлган жисм температурасининг ўлчови деб қараш мумкин. Температура ўлчови учун

$$\Theta = \frac{2}{3} \bar{\epsilon}_{\text{илг}} \quad (62.5)$$

катталикни олиш қулайдир. Бундай танлашнинг афзаллиги шундаки, бу ҳолда (59.8) формула

$$PV = \frac{2}{3} N \bar{\epsilon}_{\text{илг}} = N\Theta \quad (62.6)$$

қўринишга келади, ўз навбатида бу худди Клайперон тенгламаси $PV = RT$ ни эслатади.

Температуранинг молекуляр кинетик тушунтиришдан Авогадро қонунини чиқариш мумкин. 1 ва 2 идеал газларни оламиз. Улар учун

$$P_1 V_1 = N_1 \theta_1, \quad P_2 V_2 = N_2 \theta_2$$

деб ёзиш мумкин. Агар $P_1 = P_2$, $V_1 = V_2$, $\theta_1 = \theta_2$ бўлса, у ҳолда бу тенгламалардан $N_1 = N_2$ бўлади. Босими ва температураси бирдай бўлган идеал газларнинг бир хил ҳажмларида бирдай молекулалар сони бўлади. Бу Авогадро қонунидир.

(62.5) формула билан аниқланадиган θ катталик *энергетик ёки кинетик температура* деб аталади. У энергия бирликларида, масалан, жоуллар ва эргларда ўлчанади. Кинетик температура θ ва абсолют термодинамик температура T орасида боғлиқлигини аниқлаш учун идеал бир атомли газ учун Карно циклидан фойдаланиш мумкин. Бундай газнинг U ички энергияси фақат унинг молекулалари илгариланма ҳаракатининг кинетик энергиясидан иборат. Бу энергия $U = N \epsilon_{\text{илг}} = \frac{3}{2} N \theta$ га тенг, яъни фақат θ температурага боғлиқ. Шунинг учун 32- § да келтирилган температураларнинг термодинамик ва идеал газ шкаллари орасидаги боғлиқлигини аниқлашдаги мулоҳазаларни ҳеч қандай ўзгаришсиз такрорлаш мумкин. Бунинг натижасида биз

$$\frac{\theta_1}{T_1} = \frac{\theta_2}{T_2}$$

муносабатга келамиз. Бинобарин, θ/T нисбат фақат θ ва T лар учун бирликлар танлашгагина боғлиқ бўлган универсал доимийдир. Бу доимий *Больцман доимийси* деб аталади ва физикадаги энг фундаментал доимийлардан биридир. Бу доимийни k ҳарфи билан белгилаш қабул қилинган. Шундай қилиб, таърифга мувофиқ,

$$\theta = kT. \quad (62.7)$$

Больцман доимийсини экспериментал аниқлашга доир методлардан баъзиларини келгусида баён қиламиз. Ҳозирги замон маълумотларига кўра,

$$k = (1,380622 \pm 0,000059) \cdot 10^{-23} \text{ Ж/К} = \\ = (1,380622 \pm 0,000059) \cdot 10^{-16} \text{ эрг/К}.$$

4. N ҳарфи билан бир молдаги молекулалар сонини белгилаймиз. Бу универсал доимий *Авогадро сони* деб аталади. Бир моль идеал газ оламиз. Бунда, биринчидан, (62.6) муносабат ўринли

бўлиб, уни (62.7) формула орқали ушбу кўринишда қайта ёзиш мумкин:

$$PV = NkT. \quad (62.8)$$

Иккинчи томондан, Клапейрон тенгламасига мувофиқ $PV \approx RT$. Бу иккита тенгламани солиштириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$R = Nk. \quad (62.9)$$

Бу муносабат k Больцман доимийсини газнинг бир молекуласига нисбат қилиб олинган универсал газ доимийси сифатида аниқлашга имкон беради. Агар R ва k нинг қўйматлари маълум бўлса, у ҳолда (62.9) формуладан Авогадро сонини ҳисоблаш мумкин. Ҳозирги маълумотларга кўра $N = R/k = (6,022169 \pm 0,000040) \cdot 10^{23}$ моль⁻¹

5. Температура учун θ катталиқ қабул қилинадиган энергетик шкала назарий жиҳатдан энг мукамал шкаладир. У термодинамик шкаладан фақат температуранинг ўлчамлилиги ва бирлиги билангина фарқ қилади. Энергетик шкалада температура энергия ўлчанган бирликларда ўлчанади. Температура учун алоҳида бирлик — градуснинг киритилиши тарихий сабаблар билан тушунтирилади. Бундан ташқари, температуранинг энергетик бирликлари эрг ёки жоуль — одагга учрайдиган температураларни ўлчаш учун жуда катта. Шу билан бирга, ўта юқори температураларни ўлчаш учун энергия бирлиги — электронвольт ниҳоятда қулайдир. Айтиб ўтилганидек, 1000—3000 К тартибдаги температураларда газларнинг молекулалари диссоциацияланади. 10 000 К тартибдаги температураларда ва ундан юқсрида атомларнинг ионланиши рўй беради. *Ўта юқори температуралар деб ионлашиш процесслари сезиларли бўлган юқори температураларни кўзда тутилади.* Ионлашиш энергиясини электронвольтларда ўлчаш қабул қилинган. Электронвольт — электроннинг бир вольтга тенг потенциаллар фарқини ўттишида олган энергиясидир. Водород атоми учун ионлашиш энергияси 13,56 эВ га тенг. Бошқа атомлар учун ҳам бу энергия шу тартибда. Инерт газларнинг атомлари энг катта, ишқор металлларнинг атомлари энг кичик ионлашиш энергиясига эга. Шундай қилиб, ионлашиш энергияси ўнларча электронвольт тартибдадир. Шунинг учун электронвольт ўта юқори температураларни ўлчаш учун қулай бирликдир. Электроннинг заряди $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл, шунинг учун $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Ж} = 1,6 \cdot 10^{-12}$ эрг. Больцман доимийсининг қўйматидан фойдаланиб, бундан қуйидагини оламиз:

$$1 \text{ эВ} = \frac{1,6 \cdot 10^{-12}}{1,38 \cdot 10^{-16}} = 1,16 \cdot 10^4 \text{ К.}$$

Минг электронвольт — килоэлектронвольт деб аталади. Атом ва водород бомбаларининг портлаш пайтларида юзага келадиган температура $10 \text{ кэВ} \approx 10^8$ градус тартибда бўлади. Плазма, яъни ўтказувчан ионлашган газда *термоядро реакциялари* бошланиши учун уни тахминан шундай температураларгача қиздириш керак бўлади. Термоядро реакцияларч деб атом ядроларининг ўта юқори температураларда ўзаро тўқташувлар туфайли қўшилиш ёки ажралиш процессларига айтилади.

МАСАЛАЛАР

1. Сувнинг бир граммида қанча молекула бор?
Ж а в о б и. $3,34 \cdot 10^{23}$.
2. Бир куб сантиметр ҳавода нормал босим ва 0°C температурада қанча молекула бор?
Ж а в о б и. $2,7 \cdot 10^{19}$.
3. Стакандаги сувнинг ҳамма молекулалари қандайдир белгилар билан белгиланган деб фараз қилайлик. Шундан кейин бу сув водопровод оқимиға қўйиб юборилди. Узоқ вақт ўтгандан кейин бу қўйилган сув Ердаги ҳамма сув билан текис аралашиб кетди. Агар шундан кейин стаканини яна водопроводдаги сув билан тўлдирсак, стаканда қанча белгиланган молекулалар бўлиши мумкин?
Ж а в о б. $\sim 10^4$.

63-§. Кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйлаб текис тақсимланиши

1. (62.1), (62.2) ва (62.3) формулалар иссиқлик мувозанати ҳолатида поршеннинг цилиндр ўқи бўйлаб ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси газ молекуласининг худди шу йўналишдаги ҳаракатининг ўртача кинетик энергиясига тенг эканини кўрсатади. Поршени, агар унинг молекуляр тузилиши ҳисобга олинмаса, бир эркинлик даражасига эга бўлган механик система деб олиш мумкин, унинг вазияти битта x координата билан аниқланади. Молекула, агар унинг ички тузилиши назарда тутилмаса, *учта илгариланма эркинлик даражасига эга* — унинг фазодаги вазиятини *учта x, y, z координаталар билан бериш мумкин*. Иссиқлик ҳаракатининг хаотиклиги, туфайли молекула тезлигининг барча йўналишлари тенг эҳтимолдир. Молекуланинг X, Y, Z координата ўқлари бўйлаб ҳаракатининг кинетик энергияси ўртача олганда бирдайдир. Шундай қилиб, иссиқлик мувозанати ҳолатида молекуланинг ҳар бир илгариланма эркинлик даражасига ва поршеннинг ҳар бир илгариланма эркинлик даражасига айни бирдай ўртача кинетик энергия тўғри келади. Молекуланинг тўлиқ кинетик энергияси (62.5) формулага мувофиқ $\bar{\epsilon}_{\text{илг}} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} kT$ га тенг эканини қайд қилиб ана шу ҳар бир эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача кинетик энергияни топиш мумкин. Бу энергия молекуланинг барча учала эркинлик даражаси бўйлаб текис тақсимланади. Шунинг учун *молекуланинг битта илгариланма эркинлик даражасига ўртача $\bar{\epsilon}_{\text{кин}} = \frac{1}{2} kT = \frac{1}{2} kT$ кинетик энергия тўғри келади*.

2. Буни чиқаришда поршень цилиндрнинг ўқи бўйлаб мутлақо эркин ҳаракатланади деб олинди. Бироқ охирида олинмаган натижа учун бунинг аҳамияти йўқ. Масалан, поршень мувозанат вазиятида пружина ёрдамида ушлаб турилади деб фараз қилиш мумкин. Иссиқлик мувозанати ҳолатида поршеннинг ўртача кинетик энергияси аввалгидек $\frac{1}{2} kT$ га тенг бўлади. Ҳақиқатан ҳам, пружинадаги поршеннинг хусусий тебранишлари даври молекуланинг поршень билан урилиш муддатига қараганда жуда катта. Шунинг учун пружинанинг бўлиши молекуланинг поршень билан тўқнашиш актига ҳеч қандай таъсир кўрсатмайди, — поршень ўзини худди эркиндек ҳис қилади. Бироқ пружина бўлганида поршеннинг *потенциал энергияси* ҳам бўлиб, бу энергияси атрофдаги молекула-

ларнинг зарбалари натижасида тез ва нерегуляр ўзгаришларга дуч келади. Куч — квазиэластик кучдир, яъни поршеннинг мувозанат вазиятдан сурилишида пропорционал деб оламиз. Бу ҳол учун поршень потенциал энергиясининг иссиқлик мувозанатидаги ўртача қийматини топамиз. α — пружинанинг эластиклик коэффициенти бўлсин. Поршеннинг эркин тебранишлари гармоник тебранишлар $x = a \cos(\omega t + \delta)$ бўлиб, унинг бурчак частотаси $\omega = \sqrt{\alpha/M}$. Поршеннинг потенциал энергияси

$$\epsilon_{\text{пот}} = \frac{1}{2} \alpha x^2 = \frac{1}{2} \alpha a^2 \cos^2(\omega t + \delta),$$

кинетик энергияси эса

$$\epsilon_{\text{кин}} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 = \frac{1}{2} M a^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2} \alpha a^2 \sin^2(\omega t + \delta).$$

Бу ифодаларни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\epsilon_{\text{пот}} = \frac{1}{4} \alpha a^2 [1 + \cos 2(\omega t + \delta)],$$

$$\epsilon_{\text{кин}} = \frac{1}{4} \alpha a^2 [1 - \cos 2(\omega t + \delta)].$$

Косинус тенг аҳтимоллик билан мусбат қийматлар ҳам, манфий қийматлар ҳам қабул қилади ва ўртачасини олганда нолга айланади. Шунинг учун

$$\overline{\epsilon_{\text{пот}}} = \epsilon_{\text{кин}} = \frac{1}{4} \alpha \overline{a^2} \quad (63.1)$$

Бундан $\langle \epsilon_{\text{пот}} \rangle = \frac{1}{2} kT$. Шундай қилиб: *кинетик ва потенциал энергиянинг ўртача қийматлари бирдай*. Агар поршени тутиб турган куч квазиэластик бўлмаса, у ҳолда бу натижа нотўғри бўлади.

3. Поршеннинг бўлиши унинг турли томонидаги газлар орасидаги охириги энергия тақсимотиға таъсир кўрсатмайди. Агар поршени олиб қўйилса, у ҳолда бу икки томондаги газлар орасидаги энергия алмашилиши 1 газ молекулаларининг 2 газ молекулалари билан бевосита тўқнашишлари йўли билан амалга ошади. Ҳодиса газларнинг аралашини (диффузияси) туфайли мураккаблашиб кетади. Бироқ иссиқлик мувозанати ҳолатида ҳар иккала газ молекулаларининг илгариланма ҳаракати ўртача кинетик энергияси бирдай қолаверади. Ихтиёрий сондаги турли газлар аралашмаси учун ҳам юқоридаги фикр тўғри бўлиб қолади.

4. Ниҳоят, поршеннинг молекуляр структурали эканини назарга оламиз ва унинг молекулалари илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергиясини аниқлаймиз. Агар u — поршень массалар марказининг тезлиги бўлса, у ҳолда

$$u = \frac{1}{M} \sum m_i u_i,$$

бу ерда m_i — поршень молекуласининг массаси, u_i — унинг X ўқи йўналишидаги тезлиги (u_i нинг ўрнига u_{ix} деб ёзиш манتيқийроқ бўлар эди, бироқ биз формулани катталаштириб юбормаслик учун индексни ташлаб юборамиз). Квадратга кўтарсак, шундай ёзамиз:

$$\frac{1}{2} Mu^2 = \frac{1}{2M} \sum m_i m_j u_i u_j$$

Бу муносабатни вақт бўйича ўртачасини оламиз. Поршень молекулалари иссиқлик ҳаракатининг хаотиклиги туфайли $i \neq j$ бўлганда

$$\langle u_i u_j \rangle = 0$$

Аввалги йиғиндида фақат $i = j$ бўлган қўшилувчиларни эътиборга олиш керак. Натижада қуйидаги келиб чиқади:

$$\frac{1}{2} M \langle u^2 \rangle = \frac{1}{2M} \sum m_i^2 \langle u_i^2 \rangle. \quad (63.2)$$

Юқорида исбот қилинганига кўра, $\frac{1}{2} M \langle u^2 \rangle = \frac{1}{2} kT$, бинобарин,

$$\frac{1}{2M} \sum m_i^2 \langle u_i^2 \rangle = \frac{1}{2} kT. \quad (63.3)$$

Энди поршеннинг барча молекулалари ва шунинг учун барча m_i массалар бирдай деб оламиз. У ҳолда $\sum m_i^2 \langle u_i^2 \rangle = N m_i^2 \langle u_i^2 \rangle$, бу ерда $N = \frac{M}{m_i}$ — поршень молекулаларининг умумий сони. Натижада қуйидагини топамиз:

$$\frac{1}{2} m_i \langle u_i^2 \rangle = \frac{1}{2} kT. \quad (63.4)$$

Шундай қилиб, поршеннинг молекулалари учун ҳам кинетик энергия эркинлик даражалари бўйлаб текис тақсимланади; ҳар бир илгариланма эркинлик даражасига ўртача $\frac{1}{2} kT$ кинетик энергия тўғри келади. Албатта, бу фақат цилиндрнинг ўқи бўйлаб ҳаракат энергияси учунгина эмас, балки иссиқлик ҳаракатининг хаотиклиги туфайли шунингдек молекуланинг исталган йўналишдаги ҳаракати энергияси учун ҳам тўғридир. Буни чиқаришда поршень молекулаларининг бирдайлиги ҳақидаги фараз роль ўйнамайди.

5. Юқорида келтирилган мулоҳаза параграфнинг бошида газларнинг зичлиги ҳақидаги илгари сурилган чеклашни олиб ташлашга имкон беради. Ҳақиқатан ҳам, поршень сифатида иккита қаттиқ девор орасига қўйилган ниҳоятда зич газни олайлик. Газ молекулаларига (63.4) натижани қўллаймиз. Бу шуни кўрсатадики, кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйлаб текис тақсимланиши ҳақидаги теорема тўғри бўлиши учун газларнинг зичлиги кичик бўлиши ҳақидаги фаразнинг мутлақо аҳамияти йўқ экан.

6. Бу мулоҳазанинг поршень учун қилингани ҳам аҳамиятсиз. Ҳар қандай жисм учун ҳам, агар жисм иссиқлик мувозанати ҳолатида бўлса, ҳар бир илгариланма эркинлик даражасига ўртача айти бирдай — $\frac{1}{2} kT$ кинетик энергия тўғри келади. Бу теоремадан фойдаланиб ва бизни (63.2) формулага олиб келган мулоҳазаларни тескари тартибда юритиб, янги муҳим натижага келиш мумкин. Айтайлик, ихтиёрий макроскопик жисм суюқ ёки газсимон муҳитда ётади ва бу муҳитда ихтиёрий йўналишда эркин ҳаракатлана олади. Оғирлик кучи ва бошқа куч майдонлари йўқ деб фараз қилиш мумкин. Шунингдек, жисм мувозанат вазиятида бирор куч-

лар, масалан, Архимед кўтариш кучи, пружинанинг эластиклик кучи ва ҳоказолар билан ушлаб турилади деб ҳам фараз қилиш мумкин. Барча бу ҳолларда жисмнинг массалар маркази тартибсиз иссиқлик ҳаракатлари бажариши керак, бу ҳаракатнинг V тезликлари учун

$$^{1/2}M \langle V^2 \rangle = \frac{1}{2M} m_i^2 \langle v_i^2 \rangle$$

ни ёзиш мумкин. Аввал келтирилган мулоҳазаларда бу тенгликнинг чап томони маълум деб ҳисобланган эди. Энди аксинча, ўнг томони маълум ва чап томонини топиш керак. Молекула учта илгариланма эркинлик даражасига эга бўлгани учун $^{1/2}m_i \langle v_i^2 \rangle = ^{3/2} kT$

ва шунинг учун

$$\frac{1}{2M} \sum m_i^2 \langle v_i^2 \rangle = ^{3/2} kT \frac{\sum m_i}{M} = ^{3/2} kT.$$

Бу

$$^{1/2}M \langle V^2 \rangle = ^{3/2} kT \quad (63.5)$$

ни беради. Шундай қилиб, *макроскопик жисм массалар марказининг илгариланма ҳаракатига ўртача битта молекуланинг илгариланма ҳаракатига тўғри келадиган ўша $^{3/2} kT$ энергия тўғри келади.* Бу жиҳатдан ҳар қандай макроскопик жисм ўзини улкан молекула каби тутаяди.

Жисмнинг бир бутун сифатида қўзғалмас ўқ атрофида айланишига ҳам иссиқлик мувозанатида ўртача $^{1/2} kT$ кинетик энергия тўғри келиши кўриниб турипти. Бунинг исботлаш учун қўзғалмас ўқ атрофида жисмнинг айланиш бурчак тезлиги Ω жисм ҳаракат миқдори моментининг ўша ўққа нисбатан инерция моменти I га бўлинганига тенг эканини, яъни

$$\Omega = \frac{\sum m_i r_i u_i}{I}$$

эканини кўрсатиш етарлидир, бу ерда u_i — i -молекула тезлигининг айланиш ўқиға ва r_i радиус-векторға перпендикуляр ташкил этувчиси. (63.2) формулага ўхшаш раъишда қуйидаги формулаларни оламиз:

$$^{1/2}I \langle \Omega^2 \rangle = \frac{1}{2I} m_i^2 r_i^2 \langle u_i^2 \rangle,$$

бундан

$$^{1/2}I \langle \Omega^2 \rangle = ^{1/2} kT \frac{\sum m_i r_i^2}{I} = ^{1/2} I T.$$

7. Келтирилган мулоҳазалар *кичетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйлаб тенг тақсимланишига оид классик теореманинг тўғрилигига* ишончли аргументлар бўлиши ва хусусий ҳолларда унинг маъносини тушунтириши мумкин. Энди исботларсиз

бу теореманинг умумий таърифни келтирамиз. Дастлаб классик механикадан баъзи маълумотларни келтирамиз.

Классик назарияда атомлар моддий нуқталар деб, ҳар қандай макроскопик жисм эса — моддий нуқталар системаси деб қаралади. Агар системадаги моддий нуқталар сони N га тенг бўлса ва системага унинг ҳаракат эркинлигини чекловчи ҳеч қандай қўшимча боғланишлар қўйилмаган бўлса, у ҳолда системанинг барча нуқталари вазиятини бериш учун $3N$ координата керак бўлади. Бироқ классик назария шундай моделлардан ҳам фойдаланадики, уларда моддий нуқталарнинг ҳаракатларига маълум чекланишлар — боғланишлар қўйилган бўлади. Боғланишлар бўлганида системанинг барча нуқталарининг конфигурацияси, яъни вазияти бир қийматли аниқланишини белгилайдиган мустақил координаталар сони камаяди. Бундай мустақил координаталар сифатида моддий нуқталарнинг шундай тўғри бурчакли координаталарини олиш керакки, улар орқали барча қолган координаталар ифодаланадиган бўлсин. Бу мустақил координаталар сони f системанинг эркинлик даражалари сони деб аталади. Тўғри бурчакли координаталардан фойдаланиш шарт эмас. Системанинг конфигурациясини аниқлайдиган ихтиёрий бошқа q_1, q_2, \dots, q_f катталикларнинг f тасини олиш мумкин. Улар умумлашган координаталар деб аталади, уларнинг вақт бўйича ҳосилалари эса $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_f$ — умумлашган тезликлар деб аталади.

Система моддий нуқталари радиус-векторлари r_i умумлашган координаталарнинг функциялари бўлади:

$$r_i = r_i(q_1, q_2, \dots, q_f)$$

Бинобарин,

$$v_i = \dot{r}_i = \frac{\partial r_i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial r_i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial r_i}{\partial q_f} \dot{q}_f,$$

яъни система моддий нуқталарининг одатдаги v_i тезликлари $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_f$ умумлашган тезликларнинг чизиқли бир жинсли функциялари бўлади. Бу функцияга кирувчи коэффициентлар, умуман айтганда, механик системанинг бутун умумлашган координаталарига боғлиқ бўлади. Системанинг кинетик энергияси учун олинган ифодадан фойдаланиб, қуйидагини топамиз:

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^f a_{ik} \dot{q}_i \dot{q}_k. \quad (63.6)$$

Кинетик энергия \dot{q}_i умумлашган тезликларнинг квадратик шакли бўлади. Бу шаклнинг a_{ik} коэффициентлари, умуман айтганда, q_1, q_2, \dots , умумлашган координаталарга боғлиқ бўлади.

Умумий ҳолда (63.6) йиғиндига турли умумлашган тезликларнинг жуфтланган қўшайтмалари киради. Шу сабабли ана шу йиғиндининг қўшилувчилари системанинг тегишли эркинлик даражасига мувофиқ келувчи кинетик энергиялардир деб тушунтирилиши мумкин эмас. Бироқ умумлашган координаталарни ҳамма вақт шундай

танлаш мумкинки, бунда шундай тушунтириш мумкин бўлсин. Ҳақиқатан ҳам, математикада ҳамма вақт умумлашган координаталарни тегишлича танлаш билан (63.6) квадратик формани *диагонал кўриниш* деб аталадиган кўринишга келтириш, яъни бу формада фақат квадратик ҳадлар бўладиган, лекин умумлашган тезликларнинг жуфтлашган кўпайтмалари бўлган ҳадлари бўлмайдиган кўринишга келтириш мумкин. Умумлашган координаталарни бундай танлаганда

$$E_{\text{кин}} = 1/2 \sum_{i=1}^l a_i q_i^2, \quad (63.7)$$

бу ерда a_i коэффициентлар умумлашган координаталарнинг функциялари бўлади. Агар фақат битта i -эркинлик даражаси қўзғатилган бўлса, у ҳолда (63.7) йиғинди битта $1/2 a_i q_i$ қўшилувчига келтирилади. Шунинг учун бу қўшилувчини i -эркинлик даражасига тўғри келган кинетик энергия деб тушунтириш мумкин. Шундай қилиб, умумлашган координаталарни кўрсатилгандек танлаганда системанинг тўла кинетик энергияси алоҳида эркинлик даражаларига тўғри келувчи кинетик энергияларнинг йиғиндиси сифатида ифодаланиши мумкин. Агар координата ўқлари сифатида қаттиқ jisмнинг асосий айланиш ўқлари олинadиган бўлса, у ҳолда кинетик энергия вақтнинг исталган пайтида қуйидаги кўринишда берилиши мумкин:

$$E_{\text{кин}} = \frac{M}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} (I_x \dot{\varphi}_x^2 + I_y \dot{\varphi}_y^2 + I_z \dot{\varphi}_z^2),$$

бу ерда M — jisмнинг массаси, x, y, z — унинг массалар марказининг тўғри бурчакли координаталари, I_x, I_y, I_z — jisмнинг координата ўқларига нисбатан инерция моментлари, $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ — jisмнинг худди шу ўқларга нисбатан айланish бурчак тезликлари.

Келгусида иссиқлик сифими назариясини баён қилишда умумлашган координаталар шундай танланган деб фараз қилинadiки, бунда кинетик энергияни (63.7) ифода билан, яъни квадратик ҳадлар йиғиндиси кўринишида ифодаланади.

8. Системанинг зарралари орасида куч ўзаро таъсири мавжуд бўлгани учун иссиқлик ҳаракатида ҳар бир зарранинг энергияси вақт давомида тез ва тартибсиз ўзгаради. Вақт давомида (63.7) йиғиндининг қўшилувчилари ҳам тартибсиз ўзгаради. Молекуляр-кинетик назарияда бундай қўшилувчиларнинг ўргача қийматларини билиш катта қизиқиш уйғотади. Классик системаларга қўлланиладиган асосий теорема шундан иборатки, *иссиқлик мувозанати ҳолатида ҳар бир эркинлик даражасига ўртача айни бирдай кинетик энергия тўғри келади*. Бу қандай кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича текис тақсимланиши теоремаси деб аталади. Хусусий ҳоллар учун унинг дастлабки исботлари Максвелл ва Больцман томонидан берилган эди. Умумий исботи статистик механикада берилади, бирок бу бизнинг курсимиз доирасига қирмайди. Биз бу ерда шуни таъкидлаш билан чекланамизки, *исботнинг асосида классик механика қонуларининг атом-молеку*

ляр системаларга қўлланиши ҳақидаги фараз ётади, бунда шунингдек, статистик физикани аксиоматик термодинамика билан боғлаш учун қабул қилиш зарур бўлган эҳтимоллик характеридаги битта умумий фараз (бу фараз эргодик гипотеза деб аталади) қабул қилинади.

Иссиқлик мувозанатида атом-молекуляр системанинг бир эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача кинетик энергия $\frac{1}{2} kT$ га тенг. Агар кўриляётган система худди шу температурадаги бир атомли газ билан иссиқлик контактида бўлади деб олинса бунга осон ишонч ҳосил қилиш мумкин. Газ учун бу энергия $\frac{1}{2} kT$ га тенг бўлгани учун текис тақсимланиш теоремасига мувофиқ кўриляётган системанинг исталган эркинлик даражаси учун ҳам шундай бўлади.

Умумлашган координаталар шундай танланган бўлсаки, (63.6) ифодага умумлашган тезликларнинг жуфтлашган кўпайтмалари ҳам кирган бўлса, у ҳолда кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича текис тақсимланиши ҳақида гапириш маънога эга бўлмайди. Бу ҳолда кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйлаб текис тақсимланиши ҳақидаги теорема умумлаштирилади. $E_{кин}$ иккинчи даражали умумлашган тезликларнинг бир жинсли функцияси бўлгани учун, Эйлер теоремасига мувофиқ

$$\sum_i \frac{\partial E_{кин}}{\partial q_i} \dot{q}_i = 2E_{кин} \quad (63.8)$$

Статистик механикада термодинамик мувозанатда чап қисмдаги барча қўшилувчиларнинг ўртача қийматлари бирдай бўлиши исбот қилинади. Бу ушбу натижага олиб келади:

$$\frac{1}{2} \left\langle \frac{\partial E_{кин}}{\partial q_i} \dot{q}_i \right\rangle = \frac{1}{2} kT, \quad (63.9)$$

бу натижа кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича текис тақсимотининг умумлашмаси бўлади. -

9. Агар иккита реакцияга кирмайдиган бирдай температурали газ аралаштирилса, бу ҳолда ҳар бир газ молекулалари илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси ўзгармайди. Бошқача айтганда аралаштириш натижасида газларнинг температураси ўзгармайди. Бундай ҳолида кўп атомли газлар учун мутлақо тривиал эмас. У кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича текис тақсимланиши ҳақидаги теореманинг натижасидир. Ҳақиқатан ҳам, газнинг температураси унинг молекулалари илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси билан белгиланади. Агар газ кўп атомли бўлса, у ҳолда ички энергия муайян аниқ тарзда молекуланинг илгариланма ҳаракати кинетик энергияси, айланиш энергияси ва ички ҳаракати энергиясига тақсимланади. Температуранинг ўзгармаслиги аралаштириш натижасида бундай тақсимланиш ҳар бир газ учун ўзгармас сақланишини билдиради. Бу эса кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича текис тақсимланиши ҳақидаги теоремадан бевосита келиб чиқади.

Кўп атомли газлар учун Дальтон қонунининг исботи ҳам шу теоремага асосланган. Иккита ўзаро химиявий реакцияга кирмайдиган газларни кўрайлик. Айтайлик, $\bar{E}_{1илг}$ ва $\bar{E}_{2илг}$ ана шу газлар барча молекулаларининг илгариланма ҳаракати ўртача кинетик энергияси бўлсин. Газлар аралашгунча ва аралашгандан кейин айна бир V ҳажмни эгаллаган дейлик. У ҳолда аралашгунча $P_1 V = \frac{2}{3} \bar{E}_{1илг}$, $P_2 V = \frac{2}{3} \bar{E}_{2илг}$. Агар аралашгунча газларнинг температуралари бирдай бўлса, у ҳолда аралашгандан кейин $\bar{E}_{1илг}$ ва $\bar{E}_{2илг}$ энергиялар ўзгармайди. Шунинг учун газлар аралашмасининг P босими қуйидаги муносабат билан аниқланади:

$$PV = \frac{2}{3} \bar{E}_{илг} = \frac{2}{3} (\bar{E}_{1илг} + \bar{E}_{2илг}) = (P_1 + P_2)V.$$

Бундан $P = P_1 + P_2$, яъни идеал газлар аралашмасининг босими бу газлар парциал босимларининг йиғиндисига тенг.

64-§. Броун ҳаракати

1. Аввалги параграфда баён қилинган натижалар *броун ҳаракати* ҳодисасида ўзининг экспериментал тасдиғига эга бўлди. Бу ҳодиса инглиз ботаниги Броун (1773—1858) томонидан ахроматик объективлардан фойдаланиш эндигина расм бўлган 1827 йилда кашф этилди. Бу ҳодиса шундан иборатки, суюқликда муаллақ бўлган барча энг майда зарралар узлуксиз титраш ҳолатида бўлади. Бундай ҳаракат ҳеч вақт тўхтамайди. Ҳамма томонидан берк бўлган (буғланиш бўлмайдиган) идишда бундай ҳаракатни кунлар, ойлар ва йиллар давомида кузатиш мумкин. Бу ҳаракат минглаб йиллардан мавжуд бўлган кварцнинг суюқ бирикмаларида кузатилиши мумкин. Ҳаракат абадий ва ўз-ўзидан амалга ошади.

Суюқликнинг қовушоқлиги қанча кичик бўлса, Броун ҳаракати унда шунча гавжум бўлади. Уни глицеринда аранг кузатиш мумкин бўлса, газларда бу ҳаракат аксинча фавқулодда интенсив. Перрен броун ҳаракатини совун кўпигининг «қора доғларида» (яъни совун пардасининг энг юққа қисмларидаги томчиларда) ҳам кузатишга муваффақ бўлди. Бу томчиларнинг диаметри совун пардасининг қалинлигидан 100—1000 марта катта. Пардага перпендикуляр бўлган Броун ҳаракатини назарга олмаслик мумкин, бироқ парда текислигида бу ҳаракат фавқулодда интенсив (худди газдагидек) бўлади. Айна бир суюқликда Броун зарраларининг ўлчамлари қанча кичик бўлса, броун ҳаракати шунча интенсив бўлади. Суюқлик-температураси ортиши билан ҳаракатнинг интенсивлиги ҳам ортади. Зарраларнинг ўзининг материалига Броун ҳаракати мутлақо боғлиқ бўлмайди. Агар икки зарранинг ўлчамлари ва шакллари бирдай бўлса, айна бир суюқликда бу зарралар бирдай ҳаракат қилади: зарраларнинг моддаси ҳам, унинг зичлиги ҳам бу ерда ҳеч қандай роль ўйнамайди.

Бир-бирига ниҳоятда яқин жойлашган Броун зарраларининг ҳаракати ҳам бир-бирига боғлиқ эмас, шунинг учун бирор оқим ҳақида яъни ҳаракатнинг қандайдир координат келиб чиқиши

ҳақида гап бўлиши мумкин эмас. Броун ҳаракати муаллақ зарраларга уларни ўраб турган иссиқлик ҳаракатидаги молекулаларнинг турткилари туфайли юзага келади. Турткилар ҳеч вақт бир-бирини аниқ мувозанатламайди. Вақтнинг ҳар бир momentiда зарра муайян йўналишда ҳаракатланади. Қисқа вақт ўтгандан сўнг атрофдаги молекулаларнинг зарбалари тенг таъсир этувчи кучининг йўналиши ўзгаради, зарра бошқа йўналишда ҳаракатлана бошлайди. Шундай қилиб, атроф-муҳит молекулаларининг зарбалари таъсирида Броун заррасининг тезлиги катталики жиҳатидан ҳам, йўналиши жиҳатидан ҳам узлуксиз ва тартибсиз ўзгариб туради. Бу Броун ҳаракатидир. Шу нарсани қайд қилиб ўтиш диққатга сазоворки, Лукреций («Нарсалар табияти — ҳақида» поэмасида) бу ҳодисани аввалдан кўра билган ва тасвирлаган, бироқ кузатиш имкони бўлмаган.

2. (63.5) формула Броун ҳаракати миқдорий назарияси асосида ётади. Агар Броун заррасининг оний тезлигини ўлчаш мумкин бўлганда эди, у ҳолда бу формула бўйича Больцман доимийси k ни, ундан эса Авогадро сони $N = \frac{R}{k}$ ни ҳисоблаш мумкин бўлар эди. Бундай ўлчашларга интилишлар бўлган, бироқ қарама-қарши натижаларга олиб келган. Гап шундаки, амалда зарранинг V оний тезлигини аниқлаш мумкин эмас. Агар Броун заррасининг икки вазияти орасидаги масофани ўлчанса ва унинг шу икки вазият орасидаги масофани ўтиш вақти t га бўлинса, бу йўл билан секундига бир неча микрометрлар тартибдаги тезликни чиқариш мумкин бўлади. Бу Броун заррасининг кинетик энергияси учун аслида лозим бўлганидан тахминан 10^5 марта кичик катталикини беради. t вақт оралиғи қанчалик кичик бўлмасин, Броун заррасининг бу икки вазият орасидаги йўли тўғри чизиқли эмас ва ниҳоятда эгри-бугри. Бу йўл бир-бири кетидан узлуксиз ва тартибсиз давом этган улкан миқдордаги эгри-бугриликлардан иборатдир.

Броун ҳаракатини молекуляр-кинетик тушунтиришни текшириш ва бу ҳодисадан k ва N доимийларни ҳисоблаш фақат 1905 йилда Эйнштейн Броун ҳаракатининг математик назариясини ишлаб чиққандан кейин мумкин бўлди, бу назарияга Броун заррасининг оний тезлиги кирмас эди. Бу катталик ўрнига зарранинг вақтнинг икки турли momentiдаги вазиятини бирлаштирувчи тўғри чизиқли кесменинг узунлиги — тажрибада ўлчаниши мумкин бўлган катталик киради. Шуниси қизиқки, Эйнштейн ўзининг назариясини яратганда Броун ҳаракати тўғрисида ҳеч нима билмас эди. У бу ҳодисанинг мавжудлигини аввалдан айтди ва унинг тўлиқ миқдорий назариясини ишлаб чиқди. Польша физиги Мариан Смолуховский (1872—1917) ҳам Эйнштейндан мустақил ҳолда 1906 йилда Броун ҳаракатининг миқдорий назариясини яратди, унинг энг охириги формуласи тахминий формула бўлса-да, Эйнштейн формуласидан бирга тенг тартибдаги сон коэффициенти билан фарқ қилади. Бу ерда Эйнштейн формуласининг содалаштирилган ҳолда келтириб чиқарилишини келтирамиз. 93-§ да Эйнштейннинг ўзининг келтириб чиқарилишига яқин бўлган бошқача усул берилади.

3. Броун зарраси радиуси a бўлган шарча шаклида деб ҳисоблаймиз. Сууюқликда унинг ҳаракатини кўрамиз. Агар унча катта бўлмаган a радиусли шар сууюқликда V тезлик билан текис ҳаракатланса, тажриба ва назариянинг кўрсатишича, унга V тезликка пропорционал бўлган F қаршилик кучи таъсир қилади. Ушбу

$$V = BF \quad (64.1)$$

формуладаги пропорционаллик коэффициенти *зарранинг ҳаракатчанлиги* деб аталади. Шарсимон зарра учун ҳаракатчанликни назарий жиҳатдан Стокс (1819—1903) ҳисоблаб чиққан эди:

$$B = \frac{1}{6\pi\eta a}, \quad (64.2)$$

бу ерда η — сууюқликнинг ички ишқаланиш коэффициенти. Шундай қилиб, сферик зарранинг ҳаракатчанлиги унинг радиусига тескари пропорционалдир. Бу тезлик оғирлик кучи (аниқроғи, оғирлик кучи билан архимед кўтариш кучининг айирмаси) таъсирида зарранинг барқарорлашган тезлигига кўра ўлчаниши мумкин. Қандайдир бир йирик зарра учун ҳаракатчанликни ўлчашнинг ўзи етарли. Агар бу зарранинг радиуси a_0 бўлса, унинг ҳаракатчанлиги B_0 бўлса, у ҳолда a радиусли зарранинг ҳаракатчанлиги $B = \frac{a_0}{a} B_0$ формула бўйича топилади.

Броун заррасининг X ўқи йўналишидаги ҳаракат тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$M\ddot{x} = -\frac{1}{B}\dot{x} + X.$$

Ўнг томондаги биринчи қўшилувчи Броун заррасининг x тезлик билан ҳаракатланишига боғлиқ бўлган *регуляр ишқаланиш кучи*. Иккинчи қўшилувчи X Броун заррасининг унинг атрофидаги молекулалар томонидан бўладиган *тартибсиз таъсир қилувчи турткиларини* билдиради. Моҳияти жиҳатидан, биринчи қўшилувчи — ишқаланиш кучи — ҳам молекулаларнинг турткиларидан пайдо бўлади. Бироқ, агар зарра ҳаракатланишга тушган бўлса, у ҳолда ўртача олганда ҳаракатга тескари йўналишдаги турткилар ҳаракат йўналишидаги турткилардан кучлироқ таъсир қилади. Бу нарса $-x/B$ қўшилувчи билан назарга олинади. X қўшилувчи эса турткиларнинг заррага шундай таъсир кучини билдирадиги, агар зарра ҳаракатсиз турганида шундай куч билан таъсир қилинган бўлар эди. Бундай кучнинг ўртача қиймати нолга тенг.

Олдинги тенгламани x га кўпайтирамиз ва уни қуйидаги айниниятлар $\frac{d}{dt}x^2 = 2x\dot{x}$; $\frac{d^2}{dt^2}x^2 = 2\dot{x}^2 + 2x\ddot{x}$ дан фойдаланиб, ўзгартирамиз. Бунда қуйидаги ифода келиб чиқади:

$$M\frac{d^2}{dt^2}x^2 + \frac{1}{B}\frac{d}{dt}x^2 - 2M\dot{x}^2 = 2Xx.$$

x координатани зарранинг вақтнинг $t = 0$ моментидан эгаллаган вазиятидан бошлаб ҳисоблаймиз. Юқоридаги формулани айний Броун зарралари тўпламидаги ҳар бир зарра учун ёзамиз, уларни қўша-

миз ва барча зарралар сонига бўламиз. Қисқача қилиб айтганда бу тенгламани барча зарралар бўйича ўртачасини чиқарамиз. Молекуляр ҳаракатнинг хаотиклиги туфайли $\langle Xx \rangle = 0$. Сўнгра (63.5) формулага мувофиқ, $\langle Mx^2 \rangle = kT$. Шунинг учун

$$M \frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle + \frac{1}{B} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle - 2kT = 0. \quad (64.3)$$

4. Бу тенгламани умумий кўринишда ечишга зарурат йўқ. Қисқароқ йўл тутиш мантиқийдир. Броун зарраси силжишининг ўртача квадрати $\langle x^2 \rangle$ вақт t га пропорционал эканини исбот қиламиз. Бунинг учун Броун заррасининг барча вазиятлари ва вақтнинг барча моментлари мутлақо тенг ҳуқуқли деб қайд қиламиз. Бундан Броун заррасининг икки t_1 ва t_2 вақт моментлари орасидаги $t_2 - t_1$ вақт давомидаги силжиши, t_1 га ҳам, t_2 га ҳам боғлиқ бўлмаган, фақат $t_2 - t_1$ айирманинг *тасодифий функцияси*дир, деган хулоса келиб чиқади. «Тасодифий» сўзи ҳали бу функциянинг $t_2 - t_1$ аргументнинг қиймати билан аниқланмаслигини билдиради. $t_2 - t_1$ нинг айни бир қийматида зарранинг силжиши ҳар қандай қийматларни қабул қилиши мумкин, бироқ турли эҳтимоллик билан қабул қилади. $t_2 - t_1$ аргумент билан силжишларининг ўзи эмас, уларнинг *эҳтимоллиги* аниқланади. Силжишларни биз $x_{t_2-t_1}$ деб, яъни $t_2 - t_1$ аргументни индекс кўринишида ёзамиз. Равшанки, зарранинг икки кетма-кет 0 дан t гача ва t дан $t + \tau$ гача бўлган вақт оралиқларидаги силжишлари унинг 0 дан $t + \tau$ гача вақт оралиғидаги силжишига тенг бўлади, яъни

$$x_{t+\tau} = x_t + x_\tau.$$

Бу муносабатни квадратга кўтарамиз, ўртачасини оламиз ва $\langle x_t x_\tau \rangle = 0$ эканлигини назарга оламиз. У ҳолда қуйидагини келтириб чиқарамиз:

$$\langle x_{t+\tau}^2 \rangle = \langle x_t^2 \rangle + \langle x_\tau^2 \rangle$$

Ўртачаси олинган $\langle x_t^2 \rangle$ катталиқ t аргументнинг одатдаги регуляр функцияси ва бу аргументнинг қиймати билан бир қийматли аниқланади. Уни $f(t)$ билан белгилаб, ҳозирги муносабатни ушбу кўринишда ёзамиз:

$$(t + \tau) = f(t) + f(\tau).$$

Бу функционал тенгламадан $f(t)$, яъни (x_t^2) t вақтнинг чизиқли бир жинсли функцияси эканлиги келиб чиқади, ана шуни исбот қилиш керак эди. Бу исбот, албатта, фақат сферик шаклдаги эмас, балки ҳар қандай шаклдаги Броун зарралари учун ҳам тўғридир. Шундай қилиб, $\langle x^2 \rangle = At$ бўлиши керак. A доимий бу ифодани (64.3) тенгламага қўйиш билан аниқланади. Бунинг натижасида

$$\langle x^2 \rangle = 2kTvt \quad (64.4)$$

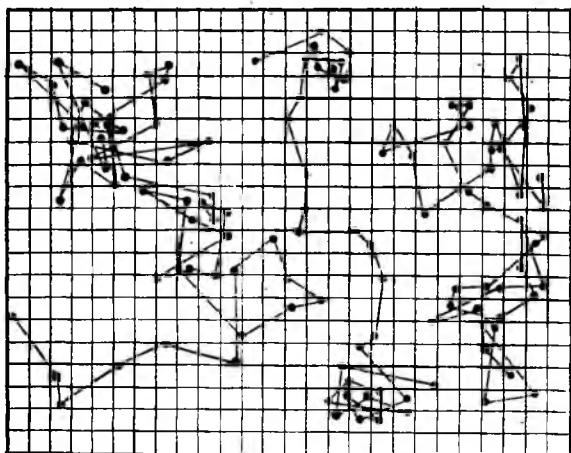
келиб чиқади. Бу *Эйнштейн формуласидир**. Бу формулада x зар-

* Шуни қайд қилиб ўтамизки, Смолуховский чиқарган формула Эйнштейн формуласи (64.4) дан фақат 2 кўпайтувчи ўрнига 64/27 бўлиши билангина фарқ қилади.

ранинг танланган битта йўналишдаги (биз уни X ўқи йўналиши деб олдик) силжишини билдиради, яъни x тўла r силжишининг шу йўналишдаги проекциясидир. Равшанки, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Ўртачасини олиб ва $\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle$ эканини назарга олиб, $\langle r^2 \rangle = 3\langle x^2 \rangle$ бўлишини топамиз. Шунинг учун Эйнштейн формуласини яна қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$\langle r^2 \rangle = 6kTvt. \quad (64.5)$$

5. (64.4) формула француз физиги Жан Перрен (1870—1942) томонидан 1908 йилда бошланган қатор ишларда иложи борича батафсил равишда экспериментал тасдиқланган. Перрен тенг вақт оралиқларидан ($t = 30$ с) кейин қандайдир бир Броун зарра-



46- расм.

сининг вазиятларини микроскопда кузатган ва бу вазиятларни тўғри чизиқли кесмалар билан бирлаштирган. Биз 46-расмда Перренга тегишли оригинал расмлардан бирини келтирамиз. Бу расмда юқоридаги усул билан учта зарранинг йўли қайд қилинган. Расмнинг 16 катагининг узунлиги 50 мкм, Броун заррасининг диаметри 0,53 мкм га тенг. Албатта, бу расм зарра ҳақиқий траекториясидаги турли-туман синишларнинг анча узоқ тасвирини беради. Агар масалан, зарранинг вазиятини 100 марта кичик вақт оралиқларида чизилса, у ҳолда ҳар бир тўғри чизиқли кесма тегишли эгри-бугри синиқ чизиқ билан алмашган ва бу чизиқларнинг ҳар бирининг ўзиёқ ҳозирги расм сингари мураккаб бўлар эди. Бундан Броун заррасининг маълум, ҳатто жуда қисқа вақт оралиғидаги ўтган тўғри чизиқли кесмасига қараб унинг ҳақиқий тезлигини топишнинг нақадар мушкул эканлиги равшандир. Расмда Броун заррасининг биз кўраётган силжишларининг (ҳаракатларининг) бирор йўналишга, масалан, координаталар тўрининг горизонтал ўқиға проекциясини ўлчаш осон. Шундан сўнг силжишнинг ўртача квадратик қийматини ҳисоблаш ва (64.4) формуладан Больцман доимийси k ва Авогадро сони N ни топиш мумкин. Перрен бу

доимийлар учун хатолар чегарасида бошқа методлар билан олинган қийматларига мос келадиган қийматлар олди.

65-§. Броун айланма ҳаракати

Броун айланма ҳаракати назарий жиҳатдан илгариланма ҳаракатига қараганда соддароқ ва тажрибада ўрганиш ҳам осонроқдир. Тажриба шундай қўйилади.

Жуда ингичка кварц ипга кичкинагина кўзгу осилади. Атрофдаги газ молекулаларининг зарбалари туфайли кўзгуча ўзининг мувозанати атрофида тартибсиз бурилма ҳаракатлар қилади. Бу *Броун айланма ҳаракатидир*. Бу ҳаракатни кузатиш учун кўзгучага ёруғлик нури йўналтирилади. Кўзгучадан қайтгандан сўнг бу нур шкалага тушади. Ёруғлик шуъласига қараб шкаладан кўзгучанинг вазиятини аниқлаш мумкин. Кўзгуча бирор бурчакка бурилганида ип ҳам худди шундай бурчакка буралади. Бурулган ип $\frac{1}{2}f\varphi^2$ потенциал энергияга эга бўлади, бу ерда f — ипнинг буралиш модули, φ — кўзгучанинг мувозанат вазиятидан бурилиш бурчаги. Агар бошқа ҳеч қандай кучлар бўлмаганида эди, у ҳолда бурулган ипнинг таъсирида кўзгуча гармоник бурулма тебранишларда бўлар эди. Гармоник тебранишларда потенциал ва кинетик энергияларнинг ўртача қийматлари тенг: $\frac{1}{2}kT$ бўлади. Бу $\langle \varphi^2 \rangle = kT$ формулага олиб келади, бу формуладан эса

$$k = \frac{f}{T} \langle \varphi^2 \rangle \quad (65.1)$$

келиб чиқади.

Бу формула ёрдамида Больцман доимийси k нинг қийматини ҳисоблаш мумкин. Ўнг томонда экспериментал ўлчаш мумкин бўлган катталиклар турипти. Агар ёруғлик шуъласининг шкаладаги тенг вақтлар оралиқларидаги вазиятларини аниқласак, у ҳолда $\langle \varphi^2 \rangle$ катталиқни топиш мумкин. Бу вазиятларга қараб кўзгучанинг бурчак координаталари, яъни кўзгуча текислигининг бирор аввалдан қайд қилинган вертикал текислик орасидаги бурчаклари $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ аниқланади. n сони етарлича катта бўлганида мувозанат вазиятидаги кўзгуча текислигининг α_0 бурчак координатаси $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ бурчакларнинг ўртача арифметик қиймати сифатида топилади. Шундан сўнг кўзгучанинг мувозанат вазиятидан бурчак силжишлари: $\varphi_1 = \alpha_1 - \alpha_0, \dots, \varphi_n = \alpha_n - \alpha_0$ топилади, сўнггра эса изланаётган катталиқ аниқланади:

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \dots + \varphi_n^2}{n}$$

Ипнинг буралиш модули f ни аниқлаш учун кўзгучани мувозанат вазиятидан $\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle}$ га қараганда катта бурчакка бурамиз. Натижада кўзгуча мунтазам бурулма тебранишларга келади, бу тебранишларга броунча титрашлар ҳам қўшилади. Бу бурулма тебранишларнинг τ даврини ўлчаб, қуйидаги

$$\tau = 2\pi \sqrt{I/f}$$

формуладан f ни топамиз, бу ерда I — кўзгучанинг инерция моменти.

Бу инерция моменти (65.1) формулага кирмайди. Назарий жиҳатдан кўзгучани истаганча катта олиш мумкин, унинг массаси, ўлчамлари, шакли $\langle \varphi^2 \rangle$ катталikka ҳеч қандай таъсир кўрсатмайди. Кўзгучанинг массаси фақат у осиладиган ипнинг мустақкамлиги билан чеклангандир. Бундан ташқари, назариянинг тўғри бўлиши учун ипнинг массаси кўзгучанинг массасига нисбатан назарга олмаслик даражада кичик бўлиши керак. Тажриба Капплер томонидан 1932 йилда қўйилган эди. Унинг тажрибаларидан бирининг натижаларини келтирамиз:

$$T = 287 \text{ К}, \quad f = 9,43 \cdot 10^{-16} \text{ Н} \cdot \text{м} = 9,43 \cdot 10^{-9} \text{ дина} \cdot \text{см}, \quad \langle \varphi^2 \rangle = 4,18 \cdot 10^{-6}.$$

Бу маълумотлардан фойдаланиб, Больцман доимийсини ҳисоблаймиз:

$$k = \frac{f}{T} \langle \varphi^2 \rangle = \frac{9,43 \cdot 10^{-16} \cdot 4,18 \cdot 10^{-6}}{287} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Ж/К} = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/К}$$

Бу Авогадро сони учун $N = \frac{R}{k} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ ни беради.

66- §. Идеал газлар иссиқлик сифимларининг классик назарияси

1. *Иссиқлик сифимининг классик назарияси атом-молекуляр системаларга классик Ньютон механикасининг қонуларини қўллаш мумкин деган фаразга асосланади.* Аслида Ньютон механикасининг атом-молекуляр системаларга қўлланиши чекланган. Шу сабабли классик назария иссиқлик сифими проблемасини тўла қаноатланарли ҳал қила олмади ва янада умумий бўлган *квант назарияси* билан алмаштирилди. Бироқ кўп ҳолларда классик назария тажрибага ҳайратланарлик даражада мувофиқ келар эди. Бунинг сабаби шуки, классик назария квант назариясининг тахминий чегаравий ҳоли ва бинобарин, ўзининг маълум қўлланиш чегарасига эга. Бу соҳа чегарасида классик назариянинг хулосалари квант назариясининг хулосаларидан фарқ қилмайди. Биз баёни-мизни классик назариядан бошлаймиз. Классик назария квант назариясидан соддароқ. Бундай баён қилинганда классик физиканинг принципиал қийинчиликлари равшанроқ аён бўлади ва бу қийинчиликларнинг бартараф қилиниши классик тасаввурларни квант тасаввурлари билан алмаштиришга олиб келгани яққол кўринад.

Классик системалар учун кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйлаб текис тақсимланиши ҳақидаги теорема ўринли. Бу теоремага асосланиб, газларнинг ва қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сифимлари ҳақидаги классик назарияни яратиш мумкин. Газларнинг иссиқлик сифимларидан бошлайлик. 24- § да идеал газлар учун

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}, \quad C_P = \gamma \frac{R}{\gamma - 1} \quad (66.1)$$

экани кўрсатилган эди. Бундан кўриниб турибдики, адиабатик доимий γ идеал газнинг ҳар иккала C_p ва C_v иссиқлик сифимини бир қийматли аниқлар экан. Шунинг учун назарияни тажриба билан таққослаш учун ана шу адиабатик доимий γ нинг назарий ва тажрибада олинган қийматларини таққослашнинг ўзи кифоя.

Газнинг ички энергияси молекулалар ва атомларнинг илгариланма, айланма ва ички ҳаракатларининг кинетик энергиясидан, шунингдек, уларнинг ўзаро таъсир потенциал энергиясидан ташкил топган. Идеал газлар учун молекуляр кучлар назарга олмаслик даражада кичик бўлгани учун молекулаларнинг ўзаро таъсир потенциал энергиясини назарга олмаслик мумкин.

2. Бир атомли газларнинг иссиқлик сифими. Бир атомли газнинг молекулаларини моддий нуқталар деб қараймиз. Улар фақат илгариланма ҳаракат қилишлари мумкин. Газнинг бутун ички энергияси атомларнинг илгариланма ҳаракатининг кинетик энергиясидан иборат бўлади. Битта атомга тўғри келадиган ўртача кинетик энергия $\frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}kT$ га тенг бўлади. Бир моль газнинг ички энергияси учун шундай ифодани ҳосил қиламиз:

$$U = N \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} RT, \quad (66.2)$$

бу ерда N — Авогадро сони. Бундан ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сифимини

$$C_v = dU/dT = \frac{3}{2} R \approx 12,5 \text{ Ж}/(R \cdot \text{моль}) \approx 3 \text{ кал}/(K \cdot \text{моль}) \quad (66.3)$$

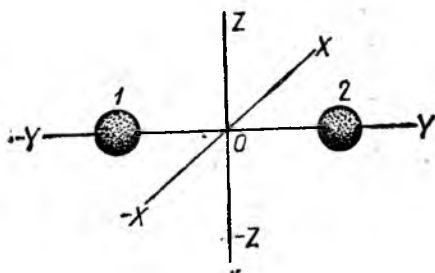
ва ўзгармас босимдаги иссиқлик сифими

$$C_p = C_v + R = \frac{5}{2} R \approx 20,8 \text{ Ж}/(K \cdot \text{мол}) \approx 5 \text{ кал}/(K \cdot \text{моль}) \quad (66.4)$$

ни топамиз. Адиабата кўрсаткичи

$$\gamma = C_p/C_v = \frac{5}{3} = 1,67. \quad (66.5)$$

Бир атомли газлар учун γ нинг экспериментал қийматлари 3-жадвалда келтирилган. Бу қийматлар экспериментга жуда мувофиқ келади.



47- расм.

3-жадвал

Газ	T, K	γ
Hg	527	1,6665
	290	1,660
He	193	1,673
	292	1,64
Ar	288	1,65
	98	1,69

3. Икки атомли газларнинг иссиқлик сифими. Икки атомли газнинг модули сифатида бир-бири билан қаттиқ боғланган иккита 1 ва 2. моддий нуқталарни оламиз (47-

расм). Бундай модель гантелни эслатади. Унинг фазодаги вазиятини аниқлаш учун бешта мустақил (бир-бирига боғланмаган) координаталарни бериш етарли. Ҳақиқатан ҳам, биринчи моддий нуқтанинг вазиятини унинг x_1, y_1, z_1 тўғри бурчакли координаталари билан, иккинчи моддий нуқтанинг вазиятини унинг x_2, y_2, z_2 тўғри бурчакли координаталари билан бериш мумкин. Бу олти катталиқ, бироқ мустақил эмас, балки

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = l_{12}^2 = \text{const}$$

муносабат билан боғлангандир, бу муносабат 1 ва 2 нуқталар орасидаги l_{12} масофанинг ўзгаришсиз қолишини билдиради. Шундай қилиб, бешта мустақил координаталар қолади. Бинобарин, бизнинг икки атомли молекула моделимизнинг беш эркинлик даражаси бор.

Классик назарияда молекуланинг конфигурациясини аниқловчи координаталарни конкретлаштириш зарурати йўқ. Фақат бутун молекуланинг ўртача кинетик энергиясини билиш керак. Уни ҳисоблаш учун эса (63.8) ва (63.9) умумий формулалардан фойдаланиш керак. Улар молекуланинг ўртача кинетик энергияси $1/2 f kT$ га тенг бўлишини кўрсатади, бу ерда f — молекуланинг эркинлик даражалари сони (икки атомли молекула учун $f = 5$). Иссиқлик сифимларининг квант назарияси мақсадлари учун молекуланинг тўла кинетик энергиясини аниқ эркинлик даражалари бўйлаб тақсимлаш зарур. Умумлашган координаталар сифатида икки атомли молекула массалар марказининг учта тўғри бурчакли координатасини ва 12 ўқнинг йўналишини белгилловчи икки бурчакни олиш қулай. Молекуланинг кинетик энергияси унинг массалар марказининг илгариланма ҳаракатининг кинетик энергияси ва унинг атрофида айланиш кинетик энергияси йиғиндисидан иборат:

$$E_{\text{кин}} = 1/2 m v^2 + 1/2 I \omega^2,$$

Бу ерда I — молекуланинг 0 орқали 12 тўғри чиқиққа перпендикуляр ўтган ўққа нисбатан инерция моменти. v ва ω ни уларнинг компоненталари бўйича ажратиб, $E_{\text{кин}}$ ни бешта ҳаднинг йиғиндисини сифатида ифодаalayмиз:

$$E_{\text{кин}} = 1/2 m v_x^2 + 1/2 m v_y^2 + 1/2 m v_z^2 + 1/2 I_x \omega_x^2 + 1/2 I_y \omega_y^2 + 1/2 I_z \omega_z^2.$$

Бу формула $E_{\text{кин}}$ катталиқни учта илгариланма ва иккита айланма эркинлик даражаларига мос кинетик энергияларга ажратилишини билдиради. Бу эркинлик даражаларининг ҳар бирига ўртача $1/2 kT$ кинетик энергия тўғри келади ва биз аввалги $E_{\text{кин}} = 5/2 kT$ натижага келамиз. Икки атомли газ молининг ички энергияси классик назарияга кўра

$$U = N \cdot 5/2 kT = 5/2 RT \quad (66.6)$$

орқали ифодаланади. Бундан иссиқлик сифимлари ва адиабата кўрсаткичини топамиз:

$$C_V = dU/dT = 5/2 R \approx 20,8 \text{ Ж}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \approx 5 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль}), \quad (66.7)$$

$$C_p = C_v + R = 7/2 R \approx 29,1 \text{ Ж}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \approx 7 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль}), \quad (66.8)$$

$$\gamma = C_p / C_v = 7/5 = 1,4. \quad (66.9)$$

4- жадвалда икки атомли газлардан баъзиларининг γ учун экспериментал маълумотлари келтирилган.

4- жадвал

Газ	T, K	γ
H ₂	280	1,407
	293	1,398
N ₂	92	1,419
	293	1,398
O ₂	197	1,411
	92	1,404

4. Кўп атомли газларнинг иссиқлик сифими. Агар молекулани қаттиқ жисм деб олсак, у ҳолда бундай модель олти эркинлик даражасига: учта илгариланма ва учта айланма эркинлик даражасига эга бўлади. Унинг ўртача кинетик энергияси $6 \cdot \frac{1}{2} kT = 3kT$ га тенг бўлади.

Шунинг учун кўп атомли газлар учун $U = N \cdot 3kT = 3RT$

$$C_v = 3R \approx 24,9 \text{ Ж}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \approx 6 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \quad (66.10)$$

$$C_p = 4R \approx 33,3 \text{ Ж}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \approx 8 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль}),$$

$$\gamma = C_p / C_v = 4/3 = 1,33.$$

Тажриба 292 К температурада CH₄ учун $\gamma \approx 1,320$, SO₂ учун эса $\gamma = 1,260$ ни беради.

Энди молекуланинг f эркинлик даражаси бор ва унинг барча энергияси кинетик энергиядир деб оламиз. У ҳолда

$$U = \frac{f}{2} kTN = \frac{f}{2} RT,$$

$$C_v = \frac{f}{2} R, \quad C_p = \frac{f+2}{2} R, \quad (66.11)$$

$$\gamma = \frac{f+2}{f}.$$

Барча молекулаларнинг илгариланма ҳаракати кинетик энергияси

$$\langle E_{\text{илг}} \rangle = N \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{3}{f} U.$$

Шунинг учун

$$PV = \frac{2}{3} \langle E_{\text{илг}} \rangle = \frac{2}{f} U = RT. \quad (66.12)$$

МАСАЛА

Классик назария асосида ν_1 моль бир атомли, ν_2 моль икки атомли ва ν моль кўп атомли газлар аралашмасининг c_v ва c_p солиштирма иссиқлик сифимларини ҳисобланг. Газларнинг молекуляр оғирликлари мос равишда M_1 , M_2 , M_3 га тенг.

Жавоб б.

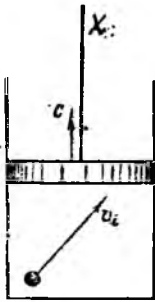
$$c_v = \frac{3\nu_1 + 5\nu_2 + 6\nu_3}{2(\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3)} R,$$

$$c_p = \frac{5\nu_1 + 7\nu_2 + 8\nu_3}{2(\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3)} R.$$

67- §. Газнинг адиабатик қизиши ва совишини молекуляр-кинетик назария асосида тушунтириш

1. Олинган натижаларни идеал газнинг адиабатик сиқилиши ва кенгайиши учун қўллайлик. Бу ҳодисани формал термодинамика нуқтаи-назаридан 21- § да кўриб ўтган эдик ва адиабатик сиқишда газ қизийди, адиабатик кенгайишда эса газ совийди деб кўрсатган эдик. Бу ҳодисанинг, шунингдек бошқа ҳодисаларнинг ҳам физик механизмини очиб бериш формал термодинамиканинг вазифасига кирмайди. Бу молекуляр-кинетик назариянинг иши. Ҳодисанинг механизмини тушуниш учун адиабатик кенгайиш ёки сиқилиш газ қамалган цилиндрдаги поршенни ҳаракатлантириш (суриш) билан амалга оширилади деб олайлик. Агар поршен қўзғалмасдан турганида эди, у ҳолда газ молекулалари ундаи қайтгунча қандай тезликка эга бўлса, худди ўша тезлик билан қайтар эди. Ҳаракатланаётган поршень учун бундай бўлмайди. Ҳаракатланаётган поршендан қайтган молекулаларнинг ўртача тезлик катталиги фақат поршень қўзғалмас бўлган саноқ системасидагина сақланади. Молекулаларнинг цилиндр қўзғалмас деворларига нисбатан ўртача тезликлари ўзгаради. Агар поршень цилиндр ичига қараб сурилса, у ҳолда ундан қайтишда молекулаларнинг ўртача тезликлари ортади — газ қизийди. Агар поршень цилиндрда ташқарига қараб сурилса, у ҳолда молекулаларнинг қайтишдаги ўртача тезликлари камаяди ва бунда газ совийди. Бу ҳодиса ҳаракатланаётган девордан қайтаётган идеал эластик тўпнинг тезлиги ўзгаришига ўхшайди. Агар девор ва тўп бирига-бирига қараб қарама-қарши ҳаракатланаётган бўлса, у ҳолда девордан қайтишда тўпнинг тезлиги ортади, агар улар бир томонга ҳаракатланса, у ҳолда тўпнинг тезлиги пасаяди. Молекуляр-кинетик назария газнинг адиабатик сиқилишда қизишини ва адиабатик кенгайишда совишини шундай содда ва аёний тушунтириб беради.

2. Бу сифат тушунтиришларини миқдорий шаклга келтириш ва шундай йўл билан Пуассон адиабата формуласини келтириб чиқариш мумкин. Агар поршень ичкарига ёки ташқарига тез сурилса, у ҳолда газнинг термодинамик мувозанати бузилади. Поршенга урилганда молекуларнинг фақат илгариланма ҳаракати кинетик энергияси сезиларли ўзгаради; айланма ҳаракат ва молекулалар ёки атомларнинг ички ҳаракатлари энергиялари ўртача олганда ўзгармайди. Шунинг учун поршеннинг тез ҳаракатланишида газда макроскопик ҳаракат юзага келади — поршеннинг ичкарига сурилишида илгариланма эркинлик даражасининг улушига айланма ёки тебранма эркинлик даражаларининг улушига қараганда кўпроқ кинетик энергия, ташқарига сурилганда эса аксинча — камроқ кинетик энергия тўғри келади. Кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйлаб текис тақсимланиши бузилади. Агар поршень тўхтатилса, у ҳолда молекулалар орасидаги тўқнашувлар туфайли газнинг термодинамик мувозанатга яқинлашиш процесси бошланади. Бунда текис тақсимланишга эришилгунга қадар кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича қайта тақсимланиши содир бўлади. Бироқ поршень секин (лимитда чексиз секин) ҳаракат-



48- расм.

ланганида бу қайта тақсимланишни вақтнинг ҳар моментидида тамом бўлган деб ҳисоблаш мумкин. Бошқача айтганда, вақтнинг ҳар бир моментидида газнинг ҳолатини мувозанат ҳолат, бу билан бўладиган процессни эса — квазистатик процесс деб тушуниш мумкин.

3. Шундай қилиб, поршень цилиндрда c тезлик билан чексиз секин ҳаракатланади, деб фарз қилайлик (48- расм). Содда бўлиши учун поршеньни идеал силлиқ, молекулаларнинг ундан қайтишини эса — кўзгусимон қайтиш деб ҳисоблаймиз. Молекула поршенга v_i тезлик билан учиб келади дейлик. Поршенга нисбатан унинг тезлиги $v_{\text{нис}} = v_i - c$ бўлади. Нисбий тезликнинг нормал ташкил этувчиси $(v_{\text{нис}})_x = v_{ix} - c$ га тенг. t молекуланинг қайтгандан сўнг поршенга нисбатан тезлигини $v'_{\text{нис}}$ билан белгилаймиз. Нисбий тезликнинг уринма ташкил этувчиси қайтиш натижасида ўзгармайди, нормал ташкил этувчиси эса ишорасини ўзгартиради, яъни

$$(v'_{\text{нис}})_x = -(v_{\text{нис}}) = -v_{ix} + c$$

бўлади. Сўнгра молекуланинг қайтгандан кейин цилиндрининг қўзғалмас деворларига нисбатан тезлигини v'_i билан белгилаймиз. Унинг нормал ташкил этувчиси $v'_{ix} = (v'_{\text{нис}})_x + c = -v_{ix} + 2c$ га тенг, уринма ташкил этувчиси эса v_i тезликни кабилди. Поршендан қайтиш натижасида молекуланинг кинетик энергияси

$$\frac{1}{2} m (-v_{ix} + 2c)^2 - \frac{1}{2} m v_{ix}^2 = -2mcv_{ix} + 2mc^2$$

орттирма олади. $2mc^2$ қўшилувчини назарга олмаслик мумкин, чунки у c бўйича иккинчи тартибли катталиқдир. Тезликлари v_i га тенг, яхшиси тахминан тенг бўлган ҳажм бирлигидаги молекулалар сонини n_i билан белгилаймиз. Бундай молекулаларнинг вақт давомида поршенга урилишлари сони $z_i = S n_i (v_{ix} - c) dt$ га тенг, бу ерда S — поршеннинг юзи. Бу ерда ҳам c ни v_{ix} га нисбатан чексиз кичик бўлгани учун назарга олмаслик мумкин, яъни $z_i = S n_i v_{ix} dt$ деб олиш мумкин. Натижада қаралаётган группанинг молекулаларининг кинетик энергияси dt вақт ичида

$$-2mcv_{ix} z_i = -2m n_i v_{ix}^2 S c dt = -2m n_i v_{ix}^2 dV$$

орттирма олади, бу ерда $dV = S c dt$ газ ҳажмининг ўша вақт ичида ортиши. Бутун газ кинетик энергиясининг орттирмаси

$$dE_{\text{кин}} = dU = -dV \sum_{v_{ix} > 0} 2m n_i v_{ix}^2$$

бўлади.

Бунда йигинди молекулаларнинг фақат поршенга қараб ҳаракатланаётган группаси бўйича олиб борилади. Агар поршень йўнали-

шида ҳам, ундан тескари йўналишда ҳам ҳаракатланаётган молекулаларнинг бутун группалари бўйлаб йиғинди олинса, у ҳолда йиғиндини тенг иккига бўлиш керак бўлади. Бундай қилганда йиғинди

$$dU = -dV \sum mn_i v_{ix}^2.$$

59- § да бунга кировчи сумманинг газнинг босими P га тенг эканлиги кўрсатилган эди. Шунинг учун

$$dU + PdV = 0.$$

Бунга U ни (66.12) формуладаги қийматини қўйсақ,

$$\left(\frac{1}{2} + 1\right) PdV + \frac{1}{2} VdP = 0$$

ни оламиз ёки (66.11) муносабатларнинг энг охиргисига асосан

$$\gamma PdV + VdP = 0.$$

Бу 21- § да соф термодинамик нуқтаи-назардан олинган аднабатанинг *дифференциал тенгламасидир*. Иссиқлик сифимининг классик назариясига кўра γ — доимий катталиқ бўлгани учун, бу тенгламани интеграллашдан Пуассон тенгламаси ҳосил қилинади:

$$P\gamma^{\gamma} = \text{const.}$$

4. Поршеннинг чексиз секин ҳаракатланишида молекула ҳар бир қайтишида унинг тезлиги чексиз кичик ўзгариши содир бўлади. Бундай ҳолда қандай қилиб газ температурасининг чекли ўзгариши рўй бериши мумкин, деган савол туғилади. Бу саволга жавоб бериш осон. Гап шундаки, поршень қанча секин ҳаракатланса, газ ҳажмининг берилган катталиққа ўзгариши учун шунча кўп вақт керак бўлади. Бу вақт ичида поршень секин ҳаракатланса, тез ҳаракатланганидан кўп молекулалар унга урилади. Поршень қанча секин ҳаракатланса, молекуланинг ҳар бир қайтишидаги энергия ўзгариши шунча кичик бўлади. Бироқ зарбалар сонининг битта қайтишда молекула энергиясининг ўртача ўзгаришига кўпайтмаси поршеннинг ҳаракат тезлигига (агар процессни квазистатик деб ҳисоблаш мумкин бўлса) боғлиқ бўлмайди. У фақат газнинг бошланғич ва охирги ҳажмлари катталиқлари билан белгиланади. Шунинг учун газ иссиқлик ҳаракати кинетик энергиясининг орттирмаси унинг ҳажмининг орттирмаси билан белгиланади ва поршеннинг секин ёки тез ҳаракатланганига боғлиқ бўлмайди (процесс квазистатик бўлган шароитда).

5. «Адиабатик» термини физикада икки маънода ишлатилади. Термодинамикада иссиқлик берилмай ва иссиқлик олиб кетилмай бажариладиган процесс адиабатик процесс деб аталади. Бу процесс мувозанат процесси бўлиши ҳам, мувозанатсиз процесс бўлиши ҳам мумкин. *Механикада системага адиабатик таъсир деб таъқиқ параметрлари чексиз секин ўзгарадиган таъсирга айтилади.* Ма-

салан, математик маятникни — чўзилмайдиган илга осилган шарчани кўрайлик. Бундай системанинг ташқи параметрлари илнинг узунлиги l ва оғирлик кучи тезланиши g дир. Илнинг эркин учига қўл билан тегиб l ни ўзгартириш мумкин. Шунингдек, маятникни юқорига ёки пастга суриб g катталикини ҳам ўзгартириш мумкин. Агар бу ўзгартиришлар етарлича секин амалга оширилса, у ҳолда маятникка бўладиган таъсир адиабатик таъсир бўлади. *Системанинг унга адиабатик таъсир вақтида доимий қоладиган динамик ўзгаришчилар функциялари адиабатик инвариантлар дейилади.* Бу маънода PV^γ катталик идеал газдан иборат иссиқликдан изоляцияланган системанинг адиабатик инвариантлари бўлади. Агар цилиндрдаги газ иссиқликдан изоляцияланган бўлса, бироқ поршень тез ҳаракатланса, у ҳолда PV^γ катталик процесс давомида, умуман айтганда доимий қолмайди. Бунинг устига, поршеннинг тез ҳаракатларида процесс мувозанатсиз процесс бўлгани учун газ бир бутун олганда, қандайдир аниқ P босимга эга деб бўлмайди. Агар поршени тўхтатиб, газнинг мувозанат ҳолатига келишини кутилса, ҳатто бу ҳолда ҳам PV^γ катталик, умуман айтганда, ўзгаради. Айтайлик, масалан, поршень молекулалар иссиқлик ҳаракатининг ўртача тезлигидан бир неча марта катта тезлик билан цилиндрдан ташқарига ҳаракатланаётган бўлсин. У ҳолда молекулаларнинг катта улуши поршени «қувиб ета» олмайди ва ундан қайта олмайди. Процесс худди газнинг бўшлиққа кенгайиш процессининг ўзи бўлади. Бунда газнинг ички энергияси, у билан бирга PV кўпайтма доимий қолади. PV^γ катталик эса ўзгаради.

6. Келтирилган мулоҳазалардан равшанки, *ҳажмнинг айна бирдай ўзгаришида газнинг температураси бундай кенгайиш квазистатик бўлганида энг кўп пасаяди.* Формал термодинамика нуқтаи-назаридан газ температурасининг пасайиши унинг кенгайишда иш бажаришга мажбур бўлиши билан тушунтирилади. Техникада ташқи иш бажариб газни квазистатик адиабатик кенгайтиришдан паст температураларни олишда фойдаланилади (105- § га қ.). Бу усулга нисбатан шуни қайд қилиш керакки, газнинг температураси пасайган сари унинг босими камаяди ва ташқи кучларни енгиш учун етарли бўлмай қолади. Гўё бундай метод билан температурани янада пасайтириш мумкин бўлмай қолади. Бу нотўғри. Ташқи кучларни енгиш учун худди газнинг ўзининг босимидан фойдаланиш шарт эмас. Газ қамалган идиш деворларидан бирини (поршени) ҳаракатга келтириб, газни кенгайишга мажбур қилиш мумкин. Ҳаракатланаётган девордан қайтишда, юқорида келтирилган молекуляр кинетик қарашдан равшан бўлганидек, газ совишда давом этади. Бундай совиш принцип жиҳатидан газ суюқ ҳолатга ўтганига қадар давом этиши мумкин. Албатта, бу ҳолда ҳам совиш газнинг ўзининг бажарган иши ҳисобига бўлади. Бироқ бу мажбурий ишдир, бу иш двигатель газ молекулалари қайтадиган поршени ҳаракатлантириши тўғрисида мумкин бўлади. Двигатель бўлмаганида сийракланган газ иш бажара олмас эди, чунки унинг босими ташқи босимни ва турли-туман зарарли қаршиликларни енгиш учун етарли бўлмай қолар эди.

М А С А Л А

Артиллерия снарядининг қурол стволдан учиб чиқишдаги максимал тезлик катталигини аниқланг. Бу тезлик иложи борича қатта бўлиши учун порохга нисбатан қандай талаблар қўйилиши керак?

Ечилиши. Снаряд қурол стволда порох газлари молекулаларининг иссиқлик ҳаракати тезлигидан қатта тезлик билан ҳаракатланганида порох газлари молекулалари снаряднинг тубига босим бериб, уни тезлатишга деярли қодир бўлмай қолади. Бундан снаряднинг тўп стволдан чиқишидаги максимал тезлик порох газлари молекулаларининг иссиқлик ҳаракати ўртача тезлиги тартибда бўлади. Бу тезлик порох газларининг температураси қанча юқори ва уларнинг молекуляр оғирлиги қанча кичик бўлса, шунча юқори бўлади.

68- §. Қаттиқ жисмлар (кристалллар) иссиқлик сизимининг классик назарияси

1. Кристаллнинг энг содда модели сифатида тугунларида моддий нуқта деб қараладиган атомлар жойлашган мунтазам кристалл панжарани қараш мумкин. Атомлар мувозанат вазияти атрофида иссиқлик тебранишлари бажаради. Агар тебранишлар кичик бўлса, у ҳолда улар гармоник тебранишлар бўлади. Ҳар бир атомнинг энергияси кинетик ва потенциал энергиядан иборат бўлади. Ҳар бир эркинлик даражасига ўртача $\frac{1}{2}kT$ кинетик энергия тўғри келади. 63- § да кўрсатиб ўтганимиздек, гармоник тебранишларда бир эркинлик даражасига худди шунча ўртача потенциал энергия, яъни $\frac{1}{2}kT$ тўғри келади. Шундай қилиб, битта тебранма эркинлик даражасига тўғри келадиган тўлиқ энергиянинг ўртача қиймати

$$\bar{\epsilon}_{\text{тўла}} = \bar{\epsilon}_{\text{кин}} + \bar{\epsilon}_{\text{пот}} = kT \quad (68.1)$$

га тенг бўлади.

Энди кристалл панжаранинг иссиқлик сизимини ҳисоблаш осон. Ссон бўлсин учун ҳамма атомлар бирдай деб ҳисоблаймиз. Ҳар бир атом учта тебранма эркинлик даражасига эга ва шунинг учун унга $3kT$ ўртача энергия тўғри келади. Бу катталиқни Авогадро сони N га кўпайтириб, қаттиқ жисм молининг ички энергиясини толамиз:

$$U = N \cdot 3kT = 3RT.$$

Бундан қаттиқ жисмнинг моляр иссиқлик сизими учун

$$C_V = dU/dt = 3R \approx 24,9 \text{ Ж}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \approx 6 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль}). \quad (68.2)$$

қийматни оламиз. 1819 йилдаёқ Дюлонг (1785—1838) ва Пти (1791—1826) шундай эмпирик қондани аниқладилар: Бу қондага мувофиқ, қаттиқ ҳолатда химиявий элементнинг солиштирма иссиқлик сизимининг атом маъсасига кўпайтмаси ҳамма элементлар учун тахминан бирдай ва $6 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ ни ташкил қилади. Кўрамизки, Дюлонг ва Пти қондаси иссиқлик сизимларининг классик назариясида жуда содда тушунтирилади. Хулоса шуни кўрсатадики, Дюлонг ва Пти қондасида гап доимий ҳажмдаги моляр иссиқлик сизими устида кетади. 5-жадвалда баъзи элементларнинг қаттиқ ҳолатда 15 дан 100 °C гача температура интервалидаги моляр иссиқлик сизимлари келтирилган.

Элемент	C_v , кал/(К·моль)	Элемент	C_v , кал/(К·моль)
C	1,44	Pt	6,11
B	2,44	Au	5,99
Al	5,51	Pb	5,94
Ca	5,60	U	6,47
Ag	6,11		

2. Айтайлик, энди қаттиқ жисм сифатида химиявий бирикма масалан, NaCl олинган бўлсин. Унинг кристалл панжараси турли типдаги атомлардан тузилган. Равшанки, химиявий бирикманинг молекуляр массаси шу молекула таркибидаги барча атомларнинг атом массалари йиғиндисига тенг бўлади. Энергиянинг эркинлик даражалари бўйлаб тенг тақсимланиши ҳақидаги теореманинг қўлланиши учун атомларнинг бир хил ёки ҳар хил эканлигининг фарқи йўқ. Ҳар бир атом учта тебранма эркинлик даражасига эга ва унга ўртача $3kT$ энергия тўғри келади. Агар молекулада n атом бўлса, молекуланинг ўртача энергияси $3nkT$ бўлади. Моляр иссиқлик сифими $3nkN = 3nR$, яъни молекулалари бир атомли бўлган модданикидан n марта катта бўлади. Бошқача айтганда, қаттиқ бирикманинг моляр иссиқлик сифими u таркиб топган элементларнинг моляр иссиқлик сифимларининг йиғиндисига тенг бўлади. Бу қонда эмпирик равишда топилган бўлиб, Жоуль ва Копп қонуни деб аталади. Бу қонуни Жоуль 1844 йилда айтган. Бироқ у 1864 йилдагина Копп томонидан аниқ ифодаланган ва Коппнинг ўзи олган ниҳоятда кўп далиллар билан тасдиқланган. Шу нарсани қайд қиламизки, Жоуль ва Копп қонунининг юқорида келтирилган: «Қаттиқ бирикманинг моляр иссиқлик сифими u таркиб топган элементларнинг моляр иссиқлик сифимларининг йиғиндисига тахминан тенг»,— деган ифодаси Дюлонг ва Пти қонидасидан кўра умумийроқдир. Дюлонг ва Пти қонидаси бузилиши мумкин, яъни бирикмага кирган химиявий элементларнинг моляр иссиқлик сифимлари бир-биридан фарқ қилиши мумкин, бироқ шунга қарамай, Жоуль ва Копп қонуни ўринли бўлиб қолавериши мумкин. Копп худди шун аниқлаган эди.

69- §. Иссиқлик сифимлари классик назариясининг етарли эмаслиги. Квант назарияси ҳақида тушунча (сифат жиҳатидан қараш)

1. Иссиқлик сифимлари классик назариясини тажриба билан таққослаш шун кўрсатадики, бу назария маълум доирадаги ҳодисаларни асосан тўғри тавсифлаб беради. Бироқ бу назария кўплаб ҳодисаларни тушунтира олмайди. Бир катор тажриба далиллари бу назарияга зид келади.

Аввало, классик назария жисмлар иссиқлик сифимининг температурга боғлиқлигини тушунтирмайди. 6- жадвалда мисол тариқасида газсимон водороднинг турли температуралардаги моляр иссиқлик сифимлари келтирилган.

T, K	$C_V,$ кал/(К·моль)	T, K	$C_V,$ кал/(К·моль)
35	2,98	1200	5,49
100	3,10	1600	5,76
290	4,90	1800	5,92
600	5,08	2000	6,06
800	5,22	2500	6,40
1000	5,36		

Иссиқлик сифмининг температурага боғлиқ бўлишини катта тебраниш амплитудаларида тебранма эркинлик даражаларининг ногармониклиги билан тушунтиришга ҳаракат қилиш мумкин. Масалан, водород молекуласи бўлган ҳолда атомларнинг ўзаро таъсири уларнинг YU ўқи бўйлаб тебранишларига олиб келади (47- расм). Ногармоник тебранишлар учун бир эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача кинетик энергия тегишли ўртача потенциал энергияга тенг бўлмайди. Бу энергиялар орасидаги муносабат тебранишлар амплитудасига, яъни охири ниҳоясида газ температурасига боғлиқ бўлади. Юқори температураларда тебранишларни назарга олиш ҳисобни аниқлаштиради, чунки тебраниш эркинлик даражаси билан боғлиқ бўлган иссиқлик сифими температура ўзгариши билан ўзгаради. Бироқ бу мулоҳазалар классик назариянинг тажрибага мос келмаслиги ниҳоятда кескин бўлган паст температураларда ўз кучини йўқотади. Паст температураларда, классик назария тасаввурларига кўра, тебранишлар амплитудалари кичик бўлади ва шунинг учун тебранишларнинг ўзи гармоник деб ҳисобланиши мумкин. Бу ҳолда C_V иссиқлик сифими учун унинг экспериментал қиймати бўлмиш $3 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ ўрнига биз $7 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ қийматни оламиз. Тажрибанинг кўрсатишича 100 K дан паст температурада водород ўзини худди бир атомли газ каби тутар экан. Бунинг устига шунини ҳам айтиш керакки, абсолют нолга яқинлашганда барча жисмларнинг C_V ва C_P иссиқлик сифимлари нолга интилиши экспериментал аниқланган далилдир.

2. Классик назария изчил эмас. Кинетик энергиянинг тенг тақсимланиши ҳақидаги теоремага кўра барча эркинлик даражалари тенг ҳуқуқли. Шунинг учун эркинлик даражаларининг табиатини назарга олмай, уларнинг *тўла сонини* ҳисоблаш талаб қилинади. Лекин классик назария қандайдир номаълум сабабларга кўра баъзи эркинлик даражаларини ҳисобга олади, баъзиларини эса ташлаб юборади. Масалан, бир атомли газ атомини классик назария учта эркинлик даражасига эга бўлган моддий нуқта деб қарайди ва шу билан тажрибага мувофиқ келади. Бироқ атом нуқта эмас. Агар уни қаттиқ жисм деб қабул қилсак, олтига эркинлик даражасига — учта илгариланма ва учта айланма эркинлик даражасига эга бўлади. Бир атомли газнинг C_V назарий иссиқлик сифими $6 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ гача ортади. Атом, шунингдек, қаттиқ жисм ҳам эмас, лекин ички структурага эга. Эркинлик даражаларининг сони олтиадан анча кўп. Шунинг учун изчил қаралганда бир атомли газ-

нинг C_v иссиқлик сифими классик назарияга кўра $6 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ дан анча катта бўлиши керак эди, бу эса далилларга зид келади.

Энди икки атомли молекулани олайлик. Классик назария бундай молекуланинг XX ва ZZ ўқлари атрофида айланишини ҳисобга олади-ю (17 -расмга қ.), бироқ YY ўқи атрофида айланишини эътибордан четда қолдиради. Молекуланинг бу ўқ атрофида айланиши классик назарияда 1 ва 2 моддий нуқталарнинг уларни бирлаштирувчи 12 тўғри чизиқ атрофида айланиши маънога эга эмас, деган асосда ташлаб юборилади. Бироқ, бундай аргументация формал ва ишонарли эмас, чунки атомлар моддий нуқталар эмас. Агар 1 ва 2 атомларни қаттиқ жисмлар деб қаралса, у ҳолда улардан ҳар бири 6 , бутун молекула эса 12 эркинлик даражасига эга бўлади. Бу эркинлик даражаларига ўртача 6 кТ кинетик энергия тўғри келади. Бу энергияга яна 12 тўғри чизиқ бўйлаб тебранаётган атомларнинг $\frac{1}{2} \text{ кТ}$ га тенг бўлган ўртача потенциал энергиясини ҳам қўшишга тўғри келади. Ҳаммаси бўлиб биз $13 \frac{1}{2} \text{ кТ}$ энергияга эга бўламиз, шунинг учун газнинг бундай икки атомли моделининг C_v иссиқлик сифими $13 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ га тенг бўлиши керак. Атомларнинг ички структураси назарга олинса, бу қиймат янада ортади.

3. Классик назарияда тажриба маълумотлари билан маълум даражада мувофиқликқа ҳаракат эркинлигини чекловчи боғланишларга эга бўлган механик моделлардан фойдаланиш ҳисобига эришилади. Боғланишлар гоёки назарий механикадан олинган. Назарий механикада бу гоёки идеаллаштирилган макроскопик механик системаларнинг мувозанати ва ҳаракати ҳақидаги турли масалаларни ечиниш учун сунъий усул бўлиб хизмат қилади. Аслида макроскопик жисмларда ҳеч қандай боғланишлар йўқ. Атом системаларида эса бундай боғланишлар айниқса йўқ. Икки атомли молекула, масалан, кўпинча қаттиқ вазисиз стержень билан боғланган икки моддий нуқтанинг ўзгармас системаси деб қаралади. Аслида, албатта, бундай эмас, атомлар ёки молекулаларни бирлаштириб турган ҳеч қандай қаттиқ стерженлар йўқ. Гап атом системасининг идеаллаштирилган макроскопик модели устида кетяпти. Макроскопик системалар учун физика боғланишларнинг физик табиатини очишга ва қачон бундай идеаллаштиришдан фойдаланиш мумкинлигини аниқлашга қодир. Бироқ классик физика нима учун муайян ҳодисалар соҳасида атом системалари ўзини тахминан бундай боғланишлар қўйилган макроскопик модель сингари тутати, деган саволни ҳал қила олмайди.

4. Ниҳоят, металлларнинг иссиқлик сифимини кўрайлик. Металл кристалл панжаранинг тугунлари атрофида иссиқлик тебранишларида бўлган мусбат зарядланган ионлардан иборат. Уларнинг орасида эркин электронлар деб аталувчи, яъни панжара ионлари билан нисбатан заиф боғланган электронлар ҳаракат қилади. Бу электронлар ўзларини худди электрон газ сингари тутати. Металлар электр ўтказувчанлигининг юқори бўлиши эркин электронларнинг мавжудлиги билан тушунтирилади. Электр ўтказувчанликнинг қийматига қараб эркин электронлар концентрациясини баҳолаш мумкин. Эркин электронлар концентрацияси кристалл панжарани

ташқил қилган ионлар концентрациясининг тартибида бўлар экан. Иссиқлик сифимининг классик назарияси электрон газнинг мавжудлигини назарга олмайди. Бу назария фақат ионларнинг иссиқлик тебранишларини эътиборга олади ва шунинг учун иссиқлик сифимининг ($\nu = 6 \text{ кал}/(\text{К} \cdot \text{моль})$) га тенг бўлган тўғри қийматини беради (Дюлонг ва Пти қондаси). Шу билан бирга иссиқлик сифимига электронларнинг ҳам қўшган ҳиссасини назарга олиш керак эди. Агар электронларни моддий нуқталар деб қабул қилинса, ҳар бир эркин электрон учун ўртача $\frac{3}{2} kT$ кинетик энергия тўғри келади. Шунинг учун классик назарияга кўра, электрон газнинг иссиқлик сифими панжаранинг иссиқлик сифимига таққосланарли бўлиши керак. Бироқ тажриба эркин электронларнинг металллар иссиқлик сифимига ҳеч қандай ҳисса қўшмаслигини кўрсатади.

5. Шундай қилиб, тажриба далиллари қуйидаги хулосага олиб келади: ҳодисалар ҳамма вақт шундай содир бўладики, *иссиқлик сифимига барча эркинлик даражалари эмас, фақат баъзилари самарали ҳисса қўшади*. Температура пасайганда баъзи эркинлик даражалари кам самарали бўлиб қолади, ва ниҳоят, батамом ўйиндан чиқади. Ана шундай эркинлик даражалари «қотиб қолган» эркинлик даражалари деб юритилади. Аксинча, температура кўтарилга борган сари аввал кам самарали бўлган ёки батамом қотиб қолган янги эркинлик даражалари намоен бўла бошлайди. Бу деган сўз, кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйлаб тенг тақсимланиши ҳақидаги классик қонун ўринли эмас ва унга аниқликлар киритилиши керак, демакдир. Шуниси қизиқки, классик назариянинг муваффақиятлари бу назарияни конкрет системаларга қўллашда амалда бу қонундан воз кечганлиги билан боғлиқдир. Классик назария системага идеал қаттиқ боғланишлар киритиш йўли билан баъзи эркинлик даражаларини чиқариб ташлар эди. Амалда бу бундай эркинлик даражаларини қотиб қолган деб ҳисоблаш билан эквивалентдир.

6. Бундай қийинчиликлар иссиқлик сифими назарияси *квант асосида* яратилгандан сўнг бартараф қилинди. Унчалик батафсил бўлмаса-да, баъзи сифатга оид кўрсатмалар устида тўхтаб ўтайлик. 58- § да атом системаларининг ички энергиялари фақат *дискрет қийматлар* қабул қилиши мумкин, деб айтган эдик. Мисол тариқасида гармоник осцилляторни, яъни классик тасаввурларга кўра квазиэластик куч таъсирида гармоник тебранишлар қила оладиган заррани кўрайлик. Квазиэластик куч деб зарранинг мувозанат вазиятидан оғишига пропорционал бўлган кучга айтилади. Икки атомли молекула, агар бу молекула атомларининг бир-бирига нисбатан кичик тебранишлари устида гап кетаётган бўлса, гармоник осциллятор деб қаралиши мумкин. Квант механикасида исбот қилинишича, бундай системанинг тебраниш энергиясининг мумкин бўлган қийматлари шундай формула билан ифодаланади:

$$\epsilon_n = (n + 1/2)h\nu, \quad (69.1)$$

бу ерда ν — осцилляторнинг частотаси, $n = 1, 2, 3, \dots$ қийматлар қабул қилиши мумкин бўлган бутун сон, h — универсал дои

мий бўлиб, Планк доимийси деб аталади. Ҳозирги замон маълумотларига кўра Планк доимийси

$$h = (6,626186 \pm 0,000057) \cdot 10^{-34} \text{ Ж} \cdot \text{с} = (6,626186 \pm 0,000057) \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с}$$

Шундай қилиб, гармоник осцилляторнинг энергетик спектри чексиз кўп бир-бирдан баравар масофадаги сатҳлардан иборат. Қўшни сатҳлар орасидаги масофа $h\nu$ га тенг. Энг қуйи сатҳга $\epsilon_0 = 1/2 h\nu$ энергия мос келади. Бу энергия *ноль энергия* деб юритилади. Ноль энергиянинг бўлиши энг кичик энергияли ҳолатда ҳам осцилляторнинг тебранишлари тўхтамаслигини кўрсатади. Бундай тебранишлар *нолинчи* тебранишлар деб аталади. Осцилляторга таъсир қилиб, уни уйғотиш, яъни янада юқорироқ бўлган энергия сатҳларидан бирига ўтказиш мумкин. Энг яқин сатҳ $n = 1$ ва энергияси $\epsilon_1 = 3/2 h\nu$ бўлган сатҳдир.

7. Энди газ гармоник осцилляторлардан, масалан, икки атомли молекулалардан иборат, деб фараз қилайлик. Газнинг температураси шунчалик пастки, $kT \ll h\nu$ бўлсин. Молекула иссиқлик ҳаракатининг ўртача энергияси kT тартибда. Осцилляторни уйғотиш, яъни уни нолинчи сатҳдан энг яқин — биринчи энергетик сатҳга ўтказиш учун бундай энергия етарли эмас. Осциллятор энергиялари ўртача энергиядан анча юқори бўлган молекулалар билан тўқнашгандагина уйғониши мумкин. Бироқ бундай молекулалар нисбатан кам ва амалда барча осцилляторлар қуйи энергетик сатҳда қолади. Газнинг температураси янада ортганда, $kT \ll h\nu$ шарт сақланар экан, бундай манзара давом этаверади. Бу шарт бажарилганда осцилляторларнинг тебраниш энергияси амалда температурага боғлиқ бўлмайди ва шу сабабдан газнинг иссиқлик сифимига таъсир қилмайди. Ана шунинг учун $kT \ll h\nu$ шартда икки атомли газлар иссиқлик сифими назариясида 1 ва 2 атомларнинг уларини бирлаштирувчи тўғри чизиқ бўйлаб тебранишларини назарга олмаслик мумкин (47-расмга қ.). Бу ерда квант назариясининг формал классик назариядан фарқи шундаки, квант механикасига кўра нолинчи тебранишлар бўлиши керак, ҳолбуки, формал классик назария молекулаларни абсолют қаттиқ деб олиб, бундай тебранишларни мутлақо инкор этади. Бироқ бу фарқ иссиқлик сифими катталигига таъсир қилмайди, чунки *нолинчи тебранишлар энергияси температурага боғлиқ бўлмайди*. Иссиқлик сифимлари назариясида қаттиқ икки атомли молекула моделидан фақат $kT \ll h\nu$ шарт бажарилгандагина фойдаланиш мумкин. Агар бу шарт бажарилмаса, у ҳолда классик моделини қўллаш мумкин эмас. Температура ортиб, kT катталики $h\nu$ билан таққосланарли бўлганда икки атомли молекуланинг биринчи ва сўнгра юқорироқ тебраниш сатҳлари уйғона бошлайди. Қуйидаги

$$T_v = \frac{h\nu}{k} \quad (69.2)$$

температура *характеристик температура* деб аталади. $T \gg T_v$ да тебранишлар икки атомли газ иссиқлик сифимига сезиларли таъсир қилади. $T \ll T_v$ да эса иссиқлик сифимига таъсир кўрсатмайди.

ган нолинчи тебранишлар содър бўлади. Водород учун $T_v \sim 6000$ К.

8. Газларнинг иссиқлик сизимига молекулаларнинг айланиши ҳам худди шунга ўхшаш таъсир қилади. Айланиш энергияси ҳам квантланади. Квант механикасига мувофиқ унинг мумкин бўлган қийматлари шундай формула билан аниқланади:

$$\epsilon_l = \frac{h^2}{8\pi^2 I} l(l+1), \quad (69.3)$$

бу ерда I — молекуланинг инерция моменти. $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ қийматлар қабул қилиши мумкин бўлган бутун сон. Энергия сатҳлари орасидаги масофалар доимий эмас, балки арифметик прогрессия бўйича ортиб боради. $l = 0$ бўлган энг кам энергияли ҳолатда айланишлар уйғонмаган. $l = 1$ бўлган ҳолатда айланиш энергияси

$$\epsilon_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 I}. \quad (69.4)$$

Агар $kT \ll \epsilon_1$ бўлса, у ҳолда молекуланинг ўртача иссиқлик энергияси айланишларни уйғотиш учун етарли эмас. Бундай ҳолда иссиқлик сизимини ҳисоблашда айланишларни ҳисобга олмаслик мумкин. Аксинча бўлган $kT \gg \epsilon_1$ ҳолда кўплаб айланиш сатҳлари уйғонади. Бу ҳолда энергия сатҳларининг дискретлиги иссиқлик сизимига кам таъсир кўрсатади. Айланишлар учун кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича тенг тақсимланиши ҳақидаги классик теоремани тахминий қўллаш мумкин бўлиб қолади. Молекулаларнинг айланишлари учун характеристик температура шундай формула билан аниқланади:

$$T_r = \frac{\epsilon_1}{k} = \frac{h^2}{4\pi^2 I k}. \quad (69.5)$$

$T \gg T_r$ бўлганда классик назария ўринли бўлади. $T \ll T_r$ бўлганда айланишлар уйғонмаган бўлади ва иссиқлик сизимига ҳеч қандай таъсир кўрсатмайди. Водород учун молекулалар XX ва ZZ ўқлар атрофида (47-расмга қ.) айланганида характеристик температура $T_r \sim 175$ К. XX ўқ атрофида айланишлар тегишли инерция моменти кичик бўлгани учун уйғонмаган. Бир атсмля газларнинг атомлари ҳам шу сабабли уйғонмаган бўлади.

9. Баён қилинган мулоҳазалар фақат гармоник осцилляторнинг тебранишлари ва қаттиқ молекулаларнинг айланишларигагина тегишли бўлмасдан, ҳар қандай квант системаларига ҳам тегишлидир. Бу фикрлар энергетик сатҳларнинг дискретлиги энергиянинг эркинлик даражалари бўйлаб тенг тақсимланиши ҳақидаги классик теорема билан мос келмаслигини кўрсатади. Фақат иссиқлик ҳаракатининг ўртача энергияси kT юқори энергетик сатҳлар билан энг қуйи энергетик сатҳ орасидаги фарқлардан жуда катта бўлган ҳолдагина кўплаб энергетик сатҳлар уйғонади. Бундай шартда сатҳларнинг дискретлиги аҳамиятга молик бўлмайди, бунда атом системаси ўзини энергия узлуксиз ўзгарадиган классик система сингари тутати. Бундан температура қанча юқори бўлса, энергиянинг эркинлик даражалари бўйича текис тақсимланиши ҳақидаги классик теорема шунчалик тўғри бўлавериши келиб чиқади.

10. Биз бу ерда иссиқлик сифимининг квант назариясини миқдорий жиҳатдан кўрмаймиз. Бу тўғрида V_i бобда тўхтаймиз. Бироқ, бу масалани сифат жиҳатидан қарашнинг ўзиёқ шуни кўрсатадики, қандай ҳолларда иссиқлик сифимининг классик назарияси ва унинг қўпол механик моделларидан фойдаланиш мумкин-у ва қандай ҳолларда мумкин эмаслигини аниқлаш учун биргина энергетик сатҳларнинг дискретлиги ҳақидаги тасаввурнинг ўзи етарли экан. Биринчи мисол тариқасида 1000 эВ ва ундан юқори температурагача қиздирилган кислороднинг моляр иссиқлик сифимини баҳолайлик. Хона температурасида барча атомлар асосий — қуйи ҳолатда, электрон сатҳлар уйғонмаган бўлади. Шунингдек, молекуладаги атомларнинг тебранишлари ҳам уйғонмаган — кислород молекуласи ўзини худди икки атомли қаттиқ молекуладек тутати. Қизиганда кислород молекулалари дастлаб диссоциланади, яъни икки атомга парчланади. Сўнгра ионланиш процесси, яъни электронларнинг атомлардан узилиши бошланади. Дастлаб ташқи электронлар — атом ядролари билан энг заиф боғланган электронлар узила бошлайди. Янада қизиган сари ички электронлар ҳам узила бошлайди. Охири электроннинг узилиши учун 870 эВ тартибда энергия керак бўлади. 1000 эВ ва юқори температураларда барча электронлар атом ядроларидан узилиб бўлади. Модда электронлар ва «яланғоч» атом ядроларидан иборат тўла ионлашган плазма ҳолатига ўтади. Хар бир атомдан 9 зарра: бир ядро ва 8 электрон; хар бир молекуладан 18 зарра: иккита ядро ва 16 электрон пайдо бўлади. Агар зарраларнинг ўзаро таъсир потенциал энергияларини назарга олмасак, у ҳолда бутун ички энергия электронлар ва атом ядролари иссиқлик ҳаракатининг кинетик энергиясидан иборат бўлади. Бир зарранинг ўртача энергияси $\frac{3}{2} kT$, молекулалар ҳосил бўлган зарраларнинг ўртача энергияси $18 \cdot \frac{3}{2} kT = 27 kT$, бир молнинг ички энергияси $U = 27 NkT = 27 RT$, моляр иссиқлик сифими $C_V = 27R \approx 54$ кал/(К · моль).

11. Иккинчи мисол тариқасида 65-§ да қаралган айланма Броун ҳаракатини кўрайлик. Бундай ҳаракат учун кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича тенг тақсимланиши ҳақидаги классик теоремани қўллаш мумкинми ёки йўқлигини аниқлайлик. Кўзгучани хусусий частотаси

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{F}{T}}$$

бўлган гармоник осциллятор деб қараш мумкин. Агар $I \sim 0,01g \cdot cm^2$ бўлса, у ҳолда $v \sim 1,5 \cdot 10^{-4} c^{-1}$, $h v \cdot 10^{-31}$ эрг бўлади, ҳолбуки, иссиқлик ҳаракатининг ўртача энергияси $kT \sim 4 \cdot 10^{-14}$ эрг. Шундай қилиб, $\frac{h v}{kT} \sim 2,5 \cdot 10^{-18}$, яъни жуда катта запас билан $kT \gg h v$ экан. Бу ерда энергиянинг тенг тақсимланиши ҳақидаги классик теореманинг қўлланишига ҳеч қандай шубҳа йўқ.

VI БОБ
СТАТИСТИК ТАҚСИМОТЛАР

70-§. Эҳтимоллик назариясидан элементар маълумотлар

1. Молекуляр нуқтаи назардан термодинамикада, шунингдек, макроскопик физиканинг ихтиёрий бошқа бўлимида учрайдиган физик катталикларнинг *ўртача қийматлари* тушуйчаси маънога эга бўлиб, маълум шароитларда система микроҳолатининг бирор функцияси ана шундай ўртача қийматларни берадч (9- § га қ.). Бундай хил катталиклар ҳақида улар *статистик характерга* эга ёки *статистикдир* деб гапирилади. Бундай катталикларга мисоллар (босим, зичлик, температура, Броун ҳаракатидаги зарра силжишининг ўртача квадрати ва ҳ. к.) ва уларни ҳисоблаш усуллари ўтган бобда келтирилган эди. Бундай катталикларнинг алоҳида атом ва молекулаларга хос бўлмаган муайян қонуниятларга бўйсунishi макроскопик жисмларда бундай зарралар сонининг ихтиёрида улкан бўлиши билан боғлиқдир. Бундай қонуниятлар, худди шунингдек, уларнинг келиб чиқишида пайдо бўладиган ингредиентларнинг оммавий қатнашини билан боғлиқ бўлган ҳар қандай қонуниятлар *статистик* қонуниятлар ёки *эҳтимоллик қонуниятлари* деб аталади.

Масалан, фараз қилайлик, танга ташланыпти. Ташлаш натижасида нима тушади — гербли ёки рақамли томони — буни олдиндан айтиш қийин. Гарчи танганинг ҳаракати механика қонунларига қатъий бўйсунса-да, бироқ бу ҳаракатга, шунингдек, бошланчи шарт-шароитларга шунчалик кўп тасодифий ва контрол қилиб бўлмайдиган факторлар таъсир қиладики, бунинг натижасида ташлашнинг қандай натижа беришини олдиндан айтиб бўлмайди. Бироқ ташлашлар сони жуда кўп бўлса, у ҳолда тушган гербли ва рақамли томонлар сони деярли тенг бўлиб чиқади. Ташлашлар сони қанча кўп бўлса, бу тенглик шунча аниқ бажарилади. Ана шу мисолда статистик қонуният намоён бўлади. Шунинг мисолнинг ўзидан статистик қонунлар асосида аввалдан айтишлар ҳам абсолют ишончли бўлмасдан, балки прогноз характерида бўлиши, улар келгусида ўзини оқламаслиги мумкинлиги ҳам кўриниб турибди. Макроскопик физиканинг деярли ҳамма қонунлари статистик қонунлардир. Бироқ макроскопик жисмларда молекулалар ва атомлар сонининг улкан бўлиши физиканинг статистик қонунлари ва уларга асосланиб аввалдан айтилган фикрларни амалда абсолют ишонарли қилиб қўяди.

Классик физика макроскопик системанинг табиатини бошқарувчи статистик ёки эҳтимоллик қонунлари асосида аниқ *динамик қонунлар* ётади, алоҳида атомлар, молекулалар ва уларни ташкил қилган зарралар ана шу қонунларга бўйсунди, деб ҳисоблар эди. Квант физикаси яна илгари қадам қўйди. У микродунёнинг элементар қонунлари ҳам статистик қонунлардир, деб тасдиқлайди. Унинг нуқтаи назарича, қатъий динамик қонунлар йўқ — барча қонунлар статистик қонунлардир. Бироқ бу ерда ушбу масалаларни батафсил муҳокама қилишга зарурат йўқ. Бизнинг мақсадларимиз учун ҳозирча классик нуқтаи назарнинг ўзи етарли.

Кўрилатган катталикларнинг конкрет маъносидан узоқлашган ҳолда соф математик жиҳатдан статистик қонуниятларни *эҳтимоллар назарияси* ўрганеди. Қуйида эҳтимоллар назариясининг бизнинг келгуси баёнимиз учун зарур бўлган энг элементар маълумотларини келтирамиз.

2. Ҳозирги замон математик эҳтимоллар назарияси абстракт аксиоматик фандир. Эҳтимоллар деганда бирор муайян аксиомалар системасига бўйсунадиган баъзи сонларга айтилади, бошқа қолганлари бу аксиомалар системасидан формал мантиқий равишда келтириб чиқарилади. Абстракт назарияда эҳтимолларнинг конкрет маъноси масаласи қўйилмайди. Бу масала назариядан унинг қўлланишига ўтган ҳар бир конкрет ҳолда алоҳида ҳал қилинади. Физикада, қолган барча амалий масалалардагидек, эҳтимоллар назариясига бошқача ёндошиш афзалроқ, бунда эҳтимоллик унинг конкрет интерпретацияси билан органик боғлиқ бўлади. Асримизнинг 20-йилларигача мавжуд бўлган бутун эҳтимоллар назарияси учун ана шундай ёндошиш характерлидир. Бундай ёндошиш математиклар томонидан жиддий ва асосли эътирозларга дуч келди. Бироқ эҳтимоллар назариясининг элементлари билан биринчи марта танишаётганда бундан бошқача ёндошиш мақсадга мувофиқ эмас.

3. *Эҳтимоллар назариясида амалга ошиши мумкинми ёки йўқми деб савол қўйиши мумкин бўлган ҳар қандай ҳодисалар воқеалар ёки ҳоллар деб аталади.* У ёки бу воқеа рўй беришига сабаб бўлган тажриба ёки шарт-шароитлар мажмуи эҳтимоллар назариясида *синиш* деб аталади.

Агар берилган шароитда воқеа албатта рўй берадиган бўлса, бу воқеа *ишончли* воқеа деб аталади. Агар у амалга ошмайдиган бўлса, *мумкин бўлмаган* воқеа д-б юритилади. Айтайлик, биз қозда учбурчак чиздик. Бунда ҳар бир томони қолган икки томонининг йининдисидан кичик бўлган учбурчак ҳосил бўлишидан иборат бўлган воқеа ишончли воқеадир. Томонларининг бири қолган икки томонининг йининдисидан катга (узун) бўлган учбурчакнинг пайдо бўлиши ҳам, гарчи мумкин бўлмаган бўлса-да, воқеадир.

Синиш натижаида рўй бериши мумкин бўлган, шунингдек рўй бериши мумкин бўлмаган воқеа тасодифий воқеа деб аталади. Масалан, ташга ташлаш ўйинида ёки гербли томон, ёки рақамли томон тушиши мумкин. Бу тасодифий воқеа. Бирор берк яшикка бирмунча نوم-рланган мутлақо бирдай шарларни соламиз ва уларни яхшилаб аралаштираемиз. Қўл тиқиб, ихтиёрий бир шарни олган

нимизда муайян номерли шарнинг чиқиши ҳам тасодифий воқеадир.

4. Икки A ва B воқеаларнинг йиғиндиси деб, ёки A воқеанинг, ёки B воқеанинг намоён бўлишидан (айнан қайси бири эканини кўрсатмаган ҳолда) иборат воқеага айтилади. Масалан, агар яшиқда қизил, кўк ва оқ шарлар ётган бўлса, олганда рангли шарнинг чиқиши икки воқеанинг: 1) қизил шарнинг чиқиши ва 2) кўк шарнинг чиқишидан иборат воқеаларнинг йиғиндиси бўлади. A ва B воқеаларнинг йиғиндиси $A + B$ деб белгиланади. A ва B воқеаларнинг кўпайтмаси деб, A воқеанинг ҳам, B воқеанинг ҳам рўй беришидан иборат воқеага айтилади. Масалан, агар танга икки марта ташланса, у ҳолда биринчи ташлашда гербли, иккинчи ташлашда рақамли томоннинг тушиши икки воқеанинг: 1) биринчи ташлашда гербли томоннинг ва 2) иккинчи ташлашда рақамли томоннинг тушишидан иборат икки воқеанинг кўпайтмаси бўлади. A ва B воқеаларнинг кўпайтмаси AB деб белгиланади.

Агар A_1, A_2, \dots, A_n воқеаларни синаида улардан биттаси (қайси бири экани номаълум) албатта содир бўлса, бу воқеалар ягона мумкин бўлган воқеалар деб аталади. Равшанки, барча ягона мумкин бўлган воқеалар йиғиндиси ишончли воқеадан иборат, A_1, A_2, \dots, A_n воқеалардан бирининг рўй бериши бошқа бирортасининг рўй беришига йўл қўймас, бу воқеалар биргаликда бўлмаган воқеалар деб аталади. Равшанки, барча биргаликда бўлмаган воқеаларнинг йиғиндиси мумкин бўлмаган воқеадир. Агар синашларда икки тасодифий воқеадан бири иккинчисидан кўпроқ рўй беришига ҳеч қандай асос бўлмаса, бу воқеалар тенг имконли ёки тенг эҳтимолли воқеалар деб аталади. Масалан, танга ташлашда гербли ёки рақамли томоннинг тушиши тенг эҳтимолли воқеадир. Бир неча воқеалардан ҳар бир жуфти тенг имконли бўлса, бу воқеаларнинг ҳаммаси тенг имконли деб аталади.

5. Тасодифий воқеанинг эҳтимоллиги унинг рўй бериш имкониятининг миқдорий ўлчовидир. Бу ўлчовни киритиш учун даставвал n та ягона мумкин бўлган, биргаликда бўлмаган ва тенг имконли A_1, A_2, \dots, A_n воқеаларни кўрамыз. $1/n$ қаср уларнинг ҳар бирининг эҳтимоллиги деб аталади. Масалан, яшиқда 100 та яхшилаб аралаштирилган номерланган бир хил шарлар ётган бўлса, у ҳолда шундай қўл тиқиб яшиқдан 1 номерли шарни олиш эҳтимоллиги $1/100$ га тенг бўлади.

Энди эҳтимоллик тушунчасини A_1, A_2, \dots, A_n ягона мумкин бўлган ва биргаликда бўлмаган воқеалар тенг имконли бўлмаган, бироқ уларнинг хусусий ҳоли бўлган тенг имконли воқеалар йиғиндиси тарзида ифодалаш мумкин бўлган ҳолга татбиқ этайлик. Масалан, A_i воқеа m_i биргаликда бўлмаган ягона мумкин бўлган ва $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{im_i}$ тенг имконли воқеаларга ажралган бўлсин. Равшанки, барча $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{nm_n}$ воқеалар ягона мумкин бўлган, биргаликда бўлмаган ва тенг имконли воқеалар бўлади. A_i воқеанинг эҳтимоллиги деб

$$P(A_i) = \frac{m_i}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (70.1)$$

ифодага айтилади. A_i воқеа рўй берадиган $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{im_i}$ воқеаларни *A учун қулай бўлган воқеалар* деб аташга шартлашамиз. У ҳолда юқорида келтирилган эҳтимоллик таърифини шундай ифодалаш мумкин. *Воқеанинг эҳтимоллиги деб, бу воқеага қулай бўлган тенг имконли ҳоллар сонининг синашда учраши мумкин бўлган барча тенг имконли ҳоллар сонига нисбати тушунилади.*

Ишончли ва мумкин бўлмаган воқеаларни тасодифий воқеаларнинг чегаравий ҳоли сифатида қараш мумкин. Ишончли ҳодисанинг эҳтимоллиги бирга, мумкин бўлмаган ҳодисанинг эҳтимоллиги nolга тенг.

1-мисол. Яшиқда бир-бирдан фақат ранги жиҳатидан фарқ қилувчи 100 та яхшилаб аралаштирилган: 30 та оқ, 25 та қизил ва 45 та кўк шарлар ётибди. Яшиқдан қўл тиқиб оқ шар олиш эҳтимоллиги қандай? Синашда учраши мумкин бўлган тенг имконли ҳоллар сони $30 + 25 + 45 = 100$ га тенг. Оқ шарни олиш учун қулай бўлган тенг имконли ҳоллар сони 30 га тенг. Шунинг учун қўлни тиқиб оқ шарни олиш эҳтимоллиги $P_{оқ} = 30/100 = 3/10$. Худди шунга ўхшаш қизил ва кўк шарлар олиш эҳтимоллиги $P_{к.} = 25/100 = 1/4$, $P_{кўк} = 45/100 = 9/20$.

6. Эҳтимолликнинг (70.1) да берилган таърифи синаш бошлангунга қадар ҳам воқеаларнинг тенг имконлилигини баҳолашга бирор асос (масалан, симметрия, бир жинслилик ва ҳ. к. мулоҳазалар) мавжуд, шунингдек, воқеани тенг имконли воқеалар йиғиндис тарзида ифодалаш мумкин, деб тахмин қилади. Шунинг учун бундай аниқланган эҳтимоллик *априор эҳтимоллик*, яъни тажрибагача аниқланган эҳтимоллик деб аталади. Воқеаларнинг тенг имконлиги тўғрисида фикр юритиш, ҳатто энг содда ҳолларда ҳам, биринчи қарашда кўрингандек осон эмас. Мисол келтирайлик.

2-мисол. Танга икки марта ташланади. Икки марта ташланганда ҳеч бўлмаганда бир марта гербли томон тушишининг эҳтимоллиги қандай? Бундай синашда (яъни икки марта ташланганда) рўй бериши мумкин бўлган тенг имконли тасодифлар сони тўртта бўлади, яъни:

- 1) гербли, гербли,
 - 2) гербли, рақамли,
 - 3) рақамли, гербли,
 - 4) рақамли, рақамли.
- (A)

Улардан биринчи учтаси кўриляётган воқеага қулай—уларда ҳеч бўлмаганда бир марта гербли томон тушиши мумкин. Шунинг учун изланаётган эҳтимоллик $3/4$. Даламбер (1717 — 1783) бу натижани тан олмаган эди. У шундай деб ёзган эди: агар биринчи ташлашда гербли томон тушса, иккинчи ташлашга ҳоҳат қолмайди, чунки шундоқ ҳам биз қулай ҳол рўй берганини биламиз. Шунинг учун юқорида ёзилган тўртта имконият ўрнига Даламбер фақат учтасини олади, яън

- 1) гербли,
 - 2) рақамли, гербли,
 - 3) рақамли, рақамли.
- (A')

Булардан иккитаси қулай ҳол, шунинг учун изланаётган эҳтимоллик Даламберни фикрича $2/3$. Учта ташланганда ҳам худди шундай. Учта ташланганда ҳеч бўлмаганда бир марта гербли томон тушиш эҳтимоллиги қандай? Тенг ҳоллар сони ҳаммаси саккизта:

- 1) гербли, гербли, гербли,
 - 2) гербли, гербли, рақамли,
 - 3) гербли, рақамли, гербли,
 - 4) гербли, рақамли, рақамли,
 - 5) рақамли, гербли, гербли,
 - 6) рақамли, гербли, рақамли,
- (B)

- 7) рақамли, рақамли, гербли,
8) рақамли, рақамли, рақамли.

Қулай ҳоллар сони еттита ва изланаётган эҳтимоллик $\frac{7}{8}$ га тенг. Даламбернинг фикрича, гербли томоннинг тушиши келгуси ташлашларни кераксиз қилиб қўяди, шунинг учун у фақат тўртта турли ҳолни, яъни

- 1) гербли,
2) рақамли, гербли,
3) рақамли, рақамли, гербли,
4) рақамли, рақамли, рақамли

ҳолни санаб ўтади. Улардан қулайи учта ва изланаётган эҳтимолликни Даламбер $\frac{3}{4}$ га тенг деб айтади. Даламбернинг хатоси шундаки, у (A') ва (B') ҳолларни тенг имконли деб ҳисоблади, ваҳоланки, аслида улар тенг имконли эмас.

7. Агар эҳтимолликнинг биргина (70.1) таърифидан фойдаланилса, у ҳолда ҳар бир конкрет ҳолда эҳтимолликни ҳисоблаш воқеаларни тенг имконли воқеаларга ёйишни талаб қилади. Бундай қилиш зарурати эҳтимоллар назариясининг асосий теоремалари — *эҳтимолликларни қўйиши теоремаси ва эҳтимолликларни кўпайтириши теоремаси* ёрдамида бартараф қилинади.

Эҳтимолликларни қўйиши теоремаси. *Биргаликда бўлмаган воқеалар йиғиндисининг эҳтимоллиги бу воқеалар эҳтимолликларининг йиғиндисига тенг.*

Ҳақиқатан ҳам, ягона мумкин бўлган ва биргаликда бўлмаган A_1, A_2, \dots, A_n воқеаларни, (70.1) таърифни чиқараётганимиздаги сингари, тенг имконли воқеаларга ажратамиз. B воқеа A_1 ва A_2 воқеаларнинг йиғиндиси бўлсин, яъни ёки A_1 воқеанинг, ёки A_2 воқеанинг (қайси бирининг эканлиги фарқсиз) рўй беришидан иборат бўлсин. A_1 ва A_2 воқеалар биргаликда бўлмаган воқеалар эканлигидан, B воқеага қулай бўлган тенг имконли ҳоллар сони A_1 ва A_2 воқеаларга қулай бўлган тенг имконли ҳоллар йиғиндисига тенг бўлади, яъни $m_1 + m_2$. B воқеанинг эҳтимоллиги эса шундай бўлади:

$$P(B) = \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = P(A_1) + P(A_2).$$

Шундай қилиб, агар A_1 ва A_2 воқеалар бирликда, бўлмаса, у ҳолда

$$P(A_1 + A_2) \approx P(A_1) + P(A_2). \quad (70.2)$$

3-мисол. 1-мисолда қизил шарни олиш эҳтимоллиги $P_K = 25/100$, кўк шарни олиш эҳтимоллиги $P_{K\text{ўк}} = 45/100$, рангли шарни олиш эҳтимоллиги

$$P_{\text{ранг}} = \frac{25 + 45}{100} = P_K + P_{K\text{ўк}} = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}.$$

4-мисол. 2-мисолда (A') гурппадаги 1) воқеанинг эҳтимоллиги $\frac{1}{2}$ га тенг, худди шу гурппадаги 2) ва 3) воқеаларнинг эҳтимоллиги $\frac{1}{4}$ га тенг. Ҳақиқатан ҳам, (A') гурппанинг 1) воқеаси (A) гурппадаги 1) ва 2) биргаликда бўлмаган тенг имконли воқеаларнинг йиғиндисига тенг. Шунинг учун (икки марта ташлашда) лояқал бир марта гербли томон тушишининг эҳтимоллигини эҳтимолликларни қўйиши теоремасидан оламиз:

$$P = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4},$$

яъни тўғри натижа. Уч марта ташлаш ҳоли ҳам худди шундай ҳал қилинади. (B') гурӯҳдаги воқеаларнинг эҳтимолликлари мос равишда $1/2, 1/4, 1/8$ га тенг ва 2-мисолдаги эҳтимоллик учун

$$P = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8},$$

яъни яна тўғри натижа чиқди.

Барча ягона мумкин бўлган ва биргаликда бўлмаган воқеалар эҳтимолликларининг йиғиндиси бирга тенг:

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1. \quad (70.3)$$

Бу фикр эҳтимолликларни қўшиш теоремасининг бевосита натижасидир. Ҳақиқатан ҳам, воқеалар ягона мумкин бўлган воқеалар бўлганлигидан, улардан бирининг (қайсиси экани фарқсиз) рўй бериши ишончли воқеадир. Бундай воқеанинг эҳтимоллиги бирга тенг. Иккинчи томондан, эҳтимолликларни қўшиш теоремаси бўйича худди шу ҳодисанинг эҳтимоллиги $P_1 + P_2 + \dots + P_n$ йиғинди сифатида берилиши мумкин. Натижада (70.3) муносабат келиб чиқади.

(70.3) муносабатни эҳтимолликларни нормалаш шарти деб юритилади. Эҳтимолликни принцип жиҳатидан (70.1) муносабат билан эмас, балки унга пропорционал бўлган ихтиёрий доимий k сон коэффициентига кўпайтирилган ўша ифоданинг ўзи билан аниқлаш мумкин. У ҳолда (70.3) муносабатга ўрин қолмас эди. Фақат $k = 1$ бўлгандагина нормалаш шартлари (70.3) кўринишга келтирилади.

Агар ягона мумкин бўлган ва биргаликда бўлмаган воқеалар сони иккига тенг бўлса, бу воқеалар қарама-қарши воқеалар дейилади. Ҳар бир воқеанинг қарама-қарши воқеаси бўладики, бунда қарама-қарши воқеа рўй берганда биринчи воқеа рўй бермайди. Равшанки, қарама-қарши воқеалар эҳтимолликларининг йиғиндиси бирга тенг бўлади.

8. Эҳтимолликларни кўпайтириш теоремаси. A ва B икки воқеа кўпайтмасининг эҳтимоллиги улардан бирининг $P(A)$ эҳтимоллигининг иккинчисининг биринчи воқеа рўй бериб бўлди, деган фараз асосида ҳисоблаб топилган эҳтимоллигига кўпайтмасига тенг.

Теоремада гапирилаётган кейинги эҳтимоллик (фараз) B воқеанинг A воқеа рўй бериб бўлди, деган шарт билан олинган шартли эҳтимоллиги деб аталади ва $P(B/A)$ кўринишда белгиланади. Шундай қилиб,

$$P(AB) \approx P(A)P(B/A). \quad (70.4)$$

Исботлаш учун n ягона мумкин бўлган, биргаликда бўлмаган ва тенг имконли

$$C_1, C_2, \dots, C_l, C_{l+1}, \dots, C_m, C_{m+1}, \dots, C_n$$

ҳоллардан A воқеага биринчи m ҳол қулай, қолганлари эса қулай эмас, деб фараз қилайлик. Сўнгра бу

$$C_1, C_2, \dots, C_l, C_{l+1}, \dots, C_m$$

m ҳоллардан дастлабки l ҳоллар B воқеага қулай, қолганлари эса қулай эмас деб олайлик. Демак, A га ҳам, B га ҳам қулай бўлган ҳоллар l га тенг, шунинг учун $P(AB) = l/n$. Бундан $P(A) = m/n$ бўлиши равшан. Ниҳоят, агар A воқеа рўй берган

бўлса, ν ҳолда C_{m+1}, \dots, C_n ҳоллар мумкин бўлмай қолади, қолган барча $C_1, C_2, \dots, C_l, C_{l+1}, \dots, C_m$ ҳоллар аввалгидек тенг имконли бўлиб қолаверади. Шунинг учун $P(B/A) = l/m$. Шундай қилиб,

$$P(A)P(B/A) = \frac{m}{n} \cdot \frac{l}{m} = \frac{l}{n} = P(AB),$$

бу, теорема исботланди, демакдир.

Исботлашда A ва B воқеаларни тескари тартибда жойлаштириб, яна қуйидаги натижани оламиз:

$$P(AB) = P(B)P(A/B). \quad (70.5)$$

Эҳтимолликларни кўпайтириш теоремасининг муҳим хусусий ҳолини қайд қилиб ўтамиз. Айталик, ҳар икки A ва B воқеанинг эҳтимоллиги иккинчи воқеа рўй берган ёки рўй бермаганлигига боғлиқ бўлмасин. Бундай ҳолда A ва B воқеалар *муस्ताқил* ёки *статистик муस्ताқил* воқеалар деб аталади. Муस्ताқил воқеалар учун

$$P(AB) = P(A) P(B), \quad (70.6)$$

яъни *икки муस्ताқил воқеалар кўпайтмасининг эҳтимоллиги улар эҳтимолликларининг кўпайтмасига тенг*.

5-мисол. Яшиқда 1, 2, 3, 4 рақамлари билан номерланган тўртта шар ётибди. Кўл тиқиб, икки шарни кетма-кет олганда 1 ва 2 номерли шарлар чиқиш эҳтимоллиги қандай? Бир шарни оламиз. Бу шарнинг 1 номерли ёки 2 номерли шар бўлиш (A воқеа) эҳтимоллиги эҳтимолликларни қўшиш теоремасига кўра $P(A) = 1/4 + 1/4 = 1/2$. Агар A воқеа рўй берган бўлса, яшиқда учта шар қолади, улардан бирининг номери ёки 1 ёки 2 бўлади. Бундай номерли шарни олиш (B воқеа) эҳтимоллиги $P(B/A) = 1/3$. Эҳтимолликларни кўпайтириш теоремасидан изланаётган эҳтимоллик $P(AB) = 1/2 \cdot 1/3 = 1/6$ га тенг.

Ечимни мумкин бўлган ҳолларни бевосита ҳисоблаш орқали текшираемиз. Қўрилаётган мисолда ягона мумкин бўлган, биргаликда бўлмаган ва тенг воқеаларни шундай жадвал билан ифодалаймиз:

12	21	31	41
13	23	32	42
14	24	34	43

Бу ерда биринчи рақам биринчи олганда чиққан шарнинг номерини, иккинчи рақам иккинчи олгандаги шарнинг номерини билдиради. Тенг имконли ҳолларнинг ҳаммаси ун иккита. Улардан изланаётган воқеага қулайи иккита, хусусан 12 ва 21 (бу ҳоллар тагига қизиб кўрсатилган). Изланаётган эҳтимоллик $2/12 = 1/6$.

Энди масаланинг қўйилишини ўзгартирайлик. Яшиқдан шар олиб ва унинг номерини аниқлаб, сўнгра уни қайтадан яшиқка ташлаймиз ва шарларни яхшилаб аралаштираемиз. Иккинчи марта шар олишни, демак, худди биринчи ҳолдагидек шароитда, яъни яшиқдаги шарлар сони биринчи галдагидек бўлганда бажарамиз. Энди A ва B воқеалар муस्ताқил бўлиб қолади. $P(A)$ эҳтимоллик аввалгидек, яъни $1/2$ га тенглигича қолади. $P(B)$ ни топамиз. Агар биринчи олганимизда 1 (2) номерли шар чиққан бўлса, у ҳолда B воқеа шундан иборат бўладики, иккинчи олганимизда 2 (1) номерли шар чиқади. Бу воқеанинг эҳтимоллиги $P(B) = 1/4$. Шундай қилиб, эҳтимолликларни кўпайтириш теоремасига кўра $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 1/2 \cdot 1/4 = 1/8$. Учраши мумкин бўлган барча тенг имконли ҳолларни бевосита ёзиб чиқиб, натижанинг тўғрилигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Масалан,

11	21	31	41
12	22	32	42
13	23	33	43
14	24	34	44

Қулай ҳолларнинг тагига чизиб қўйилган.

9. Априор эҳтимолликни аниқлашда принципиал қийинчиликларга дуч келиш мумкин. Масалан, қирралари 1, 2, 3, 4, 5, 6 рақамлар билан номерланган ўйин соққаси ташланияпти дейлик. Агар суяк мутлақо бир жинсли ва идеал мунтазам куб шаклида бўлса, у ҳолда ташлашда бу барча олти рақамдан ҳар бирининг кўриниши тенг имконли воқеа бўлади. Бироқ соққа бир жинсли ва мунтазам бўлмаса, бундай бўлмайди. Бу ҳолда, гарчи эҳтимоллик тушунчаси ўз маъносини сақласа-да, бунда қандай қилиб турли воқеаларни тенг имконли воқеаларга ёйиш мумкинлигини тасаввур қилиш қийин. Ушбу ҳолда ҳам эҳтимолликни лоақал принципиал топши мумкин бўлган бирор бошқа усулни кўрсатиш керак. Бундай усуллардан бири қуйидагича.

Айтайлик, соққа n марта ташланиб, бунда n_1 марта 1 номерли қирра тушган бўлсин. $v_1 = n_1/n$ нисбат қаралаётган воқеанинг рўй бериш *нисбий частотаси* деб аталади. Тажрибанинг кўрсатишича, бунда ҳам статистик қонуният намоён бўлар экан, n нинг чексиз ортишида v_1 нисбий частота аниқ лимитга интилар экан. Идеал бир жинсли ва мунтазам куб соққа бўлганида бу лимитнинг $1/6$ га, яъни юқорида аниқланган воқеа эҳтимоллигига тенг бўлиш априори равшан. Шунинг учун умумий ҳолда ҳам воқеанинг эҳтимоллигини

$$P_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} v_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_1}{n} \quad (70.7)$$

муносабат билан аниқлаш табиийдир. Албатта, бундай таърифнинг татбиқи соққани ташлаш мисоли билан чекланиб қолмайди. Бу таъриф ҳеч қандай ўзгаришсиз барча ҳолларга қўлланиши мумкин, фақат бунда синашлар натижасида турли имкониятларнинг чекли сони ҳосил бўлса, бас.

10. Эҳтимолликнинг физикада қўлланиладиган, (70.7) га батамом ўхшаш бўлган яна бир интерпретацияси мавжуд. Уни энг содда мисолда тушунтирамиз. Берк идишда битта молекула бор дейлик. Бу молекула идишнинг деворларига (молекуляр тузилишга эга бўлган) тўқнаш келиб, улардан кетма-кет тартибсиз қайтади. Бунда молекула идишнинг турли жойларида бўлади. Идишда қандайдир қўзғалмас v ҳажмни ажратайлик. Молекуланинг ана шу ҳажмда бўлиш эҳтимоллигини қандай аниқлаш мумкин? Шу мақсадда молекулани узоқ T вақт давомида кузатамиз. Айтайлик, T вақтнинг t қисмида молекула v ҳажмда бўлсин. t/T нисбат молекуланинг v ҳажмда бўлиш нисбий вақти деб аталади. Бу нисбатнинг

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{t}{T} \quad (70.8)$$

лимити молекуланинг ν ҳажмда бўлиш эҳтимоллиги бўлади. Статистик қонуният яна шунда намоён бўладики, (70.8) лимит мавжуд эканлигини тажриба тасдиқлайди.

11. Эҳтимоллар назарияси ва унинг татбиқларида *ўртача қиймат* ва *математик кутилиш* тушунчалари муҳим тушунчалар ҳисобланади. Бу тушунчаларни конкрет мисолларда тушунтирайлик. Айни бир a катталиқ ўзгармас шароитда N марта бир хил ўлчанди дейлик. n_1 ҳолда a катталиқнинг ўлчанган қиймати a_1 , n_2 ҳолда a_2 , ... ва n_m ҳолда a_m га тенг бўлсин ($n_1 + n_2 + \dots + n_m = N$). Ўлчанаётган катталиқнинг ўртача қиймати қуйидаги

$$\langle a \rangle = \frac{n_1 a_1 + n_2 a_2 + \dots + n_m a_m}{N} = \nu_1 a_1 + \dots + \nu_m a_m \quad (70.9)$$

ифода билан аниқланади.

Соддалик учун ўлчашларда a_1, a_2, \dots, a_n лардан бошқа ҳеч қандай натижа келиб чиқиши мумкин эмас, шунинг учун бу натижалар ягона мумкин бўлган ва биргаликда бўлмаган натижалардир деб оламиз. У ҳолда агар N ўлчашлар сонини чексиз орттирсак, $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_m$ частоталар ўзларининг лимит қийматларига — ўлчашларда a_1, a_2, \dots, a_m қийматларнинг пайдо бўлиш эҳтимолликлари P_1, P_2, \dots, P_m ларга айланади. Бунда (70.9) ифода

$$M_-(a) = P_1 a_1 + P_2 a_2 + \dots + P_m a_m \quad (70.10)$$

га ўтади. (70.10) йиғинди a катталиқнинг *математик кутилиши* деб аталади.

Ўлчанаётган a катталиқнинг ҳақиқий қийматини одатда аниқлаб бўлмайди, чунки ўлчашлар қанчалик аниқ бўлмасин барибир хатога йўл қўйилади. (Фақат чекли сондаги предметларни санашгина бундан мустасно. Масалан, уйдаги кишилар сони ёки боғдаги дарахтлар сонини абсолют аниқ санаб чиқиш мумкин.) Систематик хатоларни асбоблар ва ўлчаш методларини батафсил ўрганиш билан йўқотиш мумкин. Бироқ тасодифий хатолар ҳамма вақт қолади. Ўлчашларни кўп марта такрорлаш билан уларнинг таъсири камайтирилади. Бу йўлда интилиш керак бўлган идеал мақсад ўлчанаётган катталиқнинг математик кутилишини топишдан иборатдир. Бу кутилиш экспериментаторнинг ўлчанаётган катталиқ учун берадиган охириги натижасини ифодалар эди. Бироқ математик кутилишини топиш ўлчашларни чексиз такрорлашни талаб қилади, шунинг учун амалда иложи борича кўп сонли ўлчашларнинг ўртача қиймати билан чекланишга тўғри келади.

Математик кутилиш N сони чексиз органида $\langle a \rangle$ ўртача қиймат интиладиган лимитдир деб айтиш мумкин. Муҳокамаларда аниқлик талаб қилинганда бу тушунчаларни фарқ қилиш ниҳоятда зарур. Бироқ бундай зарурат бўлмаганда одатда «математик кутилма» терминидан фойдаланилмайди ва (70.9) катталиқ ҳам, (70.10) катталиқ ҳам ўртача қиймат деб аталаверади.

12. Йўл-йўлакай иложи борича қисқа қилиб хатолар назариясининг баъзи масалаларини кўриб ўтайлик. Бизнинг курсимиз учун бунинг бевосита кераги

бўлмаса-да, ўлчашлардаги хатолар масаласи ҳар қандай ўлчашларнинг натижаларини статистик ишлаб чиқишда асосий масала ҳисобланади. Шунинг учун унинг устида тўхталиб ўтиш ўринли. Бу ерда гап фақат *тасодифий хатолар* устида боради.

Ўлчанаётган капиталикнинг ҳақиқий ва ўлчанган катталиклари орасидаги фарқ хато деб аталади. Агар бир хил N ўлчашлар натижасида ўлчанаётган катталикнинг N та a_1, a_2, \dots, a_N қийматлари олинган бўлса, у ҳолда бу алоҳида ўлчашларнинг хатолари

$$x_i = a_i - a \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (70.11)$$

бўлади. Асбоб ва ўлчаш методининг ўртача аниқлик даражасини характерлаш учун одатда *алоҳида ўлчашнинг ўртача квадратик хатоси тушунчаси* қўлланади. Бу катталиқ алоҳида ўлчашдаги хатонинг ўртача квадратидан олинган квадрат илдиздир, яъни

$$\Delta_{\text{кв}} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N}} \quad (70.12)$$

катталиқдир.

x_1, x_2, \dots хатоларни ва улар билан бирга $\Delta_{\text{кв}}$ катталиқни ҳам аниқ ҳисоблаш мумкин эмас, чунки a катталиқнинг ҳақиқий қиймати маълум эмас. Аниқ ҳисоблаш ўрнига $\Delta_{\text{кв}}$ катталиқнинг эҳтимол тутилган қиймати билан чекланишга тўғри келади. Шу мақсадда *алоҳида ўлчашлар натижаларининг $\langle a \rangle$ ўртача қийматдан оғишлари* деган тушунча, яъни

$$y_i = a_i - \langle a \rangle \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (70.13)$$

катталиқ киритилади. Бу оғишлар бевосита $\langle a \rangle$ ўртача арифметик қийматининг таърифидан келиб чиқадиган

$$\sum y_i = 0 \quad (70.14)$$

айниятни қаноатлантиради. Бу ерда шуни қайд қилиш керакки, x_i хатолар учун бундай тенглик ўринли эмас. Хатолар йиғиндиси $\sum x_i$ нинг ҳақиқий қиймати, албатта, номаълум. Бироқ агар N ўлчашдан иборат қаралаётган серияни кўп марта такрорлаб, бундай такрорлашлар сонини чексизликка интилтирсак, у ҳолда кўрсатилган йиғиндининг математик кутулиши нолга тенг бўлади деб тасдиқлаш мумкин:

$$M \sum x_i = 0. \quad (70.15)$$

Хатоларнинг тасодифий характери ана шунда намоёни бўлади.

(70.11) ва (70.13) дан $x_i = y_i + \delta$ эканлиги келиб чиқади, бу ерда δ — доимий: $\delta = \langle a \rangle - a$. Бу доимий ўртача натижанинг хатоси маъносига эга. Уни аниқ ҳисоблаб чиқиш, албатта, мумкин эмас. Бироқ δ катталиқнинг, ёки яхшиси, унинг квадратиининг абсолют қийматининг эҳтимол тутилган қийматини аниқлаш мумкин. $\delta_{\text{кв}} = \sqrt{\langle \delta^2 \rangle}$ катталиқ *ўртача натижанинг ўртача квадратик хатоси* деб аталади. Уни ҳисоблаш хатолар назариясининг асосий мақсади ҳисобланади. $x_i = y_i + \delta$ тенглиқни квадратга кўтариб ва барча i лар бўйича йиғиндисини олиб, (70.14) муносабатга кўра

$$\sum x_i^2 = \sum y_i^2 + \sum \delta^2$$

ёки

$$N \langle x^2 \rangle = \sum y_i^2 + N\delta^2.$$

Сўнгра

$$\delta = \frac{\sum a_i}{N} - a = \frac{\sum (a_i - a)}{N} = \frac{\sum x_i}{N},$$

Бундан

$$N\delta^2 = \frac{1}{N} \sum x_i^2 + \frac{1}{N} \sum \sum_{i \neq j} x_i x_j.$$

Ўнг томондаги биринчи қўшилувчи аниқ мусбат ва $\langle x^2 \rangle$ га тенг. Қўшалоқ йиғинди белгисига келганда, унинг қиймати ҳақида ҳеч нарса дейиш мумкин эмас. Фақат шуни айтиш мумкинки, агар N ўлчашлардан иборат қаралаётган серияни чексиз такрорласак, у ҳолда қўшалоқ сумма тенг эҳтимоллик билан ҳам мусбат, ҳам манфий қийматлар қабул қилади. Унинг математик кутилиши худди (70.15) нинг математик кутилиши сингари, нолга тенг бўлади. $\langle \delta^2 \rangle$ ўртача квадратнинг эҳтимол тутилган қиймати учун қўшалоқ йиғинди $\sum \sum x_i x_j$ ни унинг математик кутилмаси билан алмаштирамиз. Шундай йўл билан $N \langle \delta^2 \rangle = \langle x^2 \rangle$ ни ҳосил қиламиз ва шунинг учун

$$N \langle x^2 \rangle = \sum y_i^2 + \langle x^2 \rangle.$$

Бундан

$$\Delta_{\text{кв}} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{N-1}}, \quad (70.16)$$

$$\delta_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{\langle x^2 \rangle}{N}} = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{N(N-1)}} = \frac{\Delta_{\text{кв}}}{\sqrt{N}}. \quad (70.17)$$

Бу формулаларнинг ўнг қисмига фақат маълум катталиклар—алоҳида ўлчашлар натижаларининг $\langle a \rangle$ ўртача қийматдан сғышлари киради. Шунинг учун (70.16) ва (70.17) ўртача квадратик хатолликлар $\Delta_{\text{кв}}$ ва $\delta_{\text{кв}}$ ни ёки яхшиси, уларнинг эҳтимол тутилган қийматларини ҳисоблашга хизмат қилиши мумкин.

Ўлчашнинг охириги натижасини

$$a = \langle a \rangle \pm \delta_{\text{кв}}$$

кўринишда ёзиш қебул қилинган. $\delta_{\text{кв}}$ катталик ўлчанаётган катталикнинг қиймати олдиниши мумкин бўлган ишончли ўнли хоналарни аниқлайди. $\Delta_{\text{кв}}$ катталик ўлчашлар сонига боғлиқ эмас. Ўлчашлар сонини кўпайтириш билан биз фақат су катталикнинг қийматини аниқлаштирамиз. Шунинг учун $\delta_{\text{кв}} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$. Алоҳида ўлчашлар аниқлигини ўзгаришсиз қолдирган ҳолда натижа аниқлигини бир тартибга ошириш учун ўлчашлар сонини 100 марта орттириш керак. Бундай аниқликни икки тартибга ошириш ўлчашлар сонини 10 000 марта орттиришни талаб қилади. Бундан кўриниб турибдики, ўлчашларни кўп марта такрорлаш методи фақат N нинг унча катта бўлмаган қийматларидагина самарали бўлар экан.

13. Эҳтимоллик тушунчасини биз синашда пайдо бўлиши мумкин бўлган турли воқеалар тўплами *чекли* сонда бўлган ҳолларга татбиқан тушунтирдик, албатта. Бироқ шундай ҳоллар бўлиши мумкинки, бу тўплам *чексиз* ва ҳатто *узлуксиз* бўлади. Бундай ҳолларга биз, масалан, узлуксиз қийматлар қаторини қабул қила оладиган катталикларни ўлчашда дуч келишимиз мумкин. Масалан, ўлчанаётган dP катталикнинг ўлчаш натижасида олинган сон қийматининг a дан $a + da$ гача чегарада бўлиш эҳтимоллиги dP ни киритиш мумкин. Бу эҳтимолликнинг катталиги чексиз тор da интервалнинг кенглигига пропорционал, шунинг учун уни шундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$dP = \rho(a) da, \quad (70.18)$$

бунда ρ пропорционаллик коэффициенти, умуман айтганда, a га боғлиқдир. $(a)\rho$ функция эҳтимоллик зичлиги дейилади. Нормалаш шarti (70.3) шундай кўринишга келади:

$$\int \rho(a) da = 1,$$

математик кутилиш учун келтириб чиқарилган (70.10) формула эса қуйидаги кўринишга ўтади:

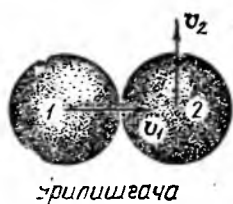
$$M(a) = \int a \rho(a) da. \quad (70.19)$$

Интеграллар a катталиқ қабул қилиши мумкин бўлган барча қий-матлар бўйича олинади. Бироқ барча ҳолларда интеграллаш чега-раси сифатида $-\infty$ ва $+\infty$ қўйиш, a нинг ўзгариш соҳасидан ташқарида эҳтимоллик зичлиги $\rho(a)$ нолга тенг деб ҳисоблаш керак.

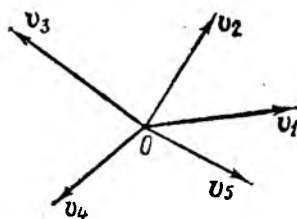
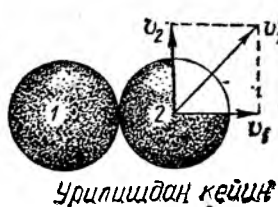
71-§. Газ молекулаларининг тезликлари тақсимоти. Масаланинг қўйилиши

1. Статистик мувозанат ҳолатида иссиқлик ҳаракатида газ молекулалари тезликларининг барча йўналишлари тенг эҳтимолли. Агар бундай бўлмаганда эди, газнинг иссиқлик ҳаракати тўла равишда тартибсиз бўлмас эди. Молекулалар барча тезликларининг абсолют катталиқлари ҳам худди шу ҳолатда бирдай бўла олмайди. Агар вақтнинг бирор моментида тасодифан бирдай бўлиб қолганда ҳам, келгусида молекулаларнинг тўқнашишлари натижасида бун-дай ҳолат дарҳол бузилган бўларди. Масалан, газнинг бир-бир-лари билан фақат тўқнашиш вақтидагина ўзаро таъсирлашувчи идеал эластик ва силлиқ шарчалардан иборат энг содда моделини кўрайлик. Тўқнашгунга қадар тезликлари v_1 ва v_2 бир-бирига перпендикуляр бўлган 1 ва 2 молекулалар тўқнашди, деб фараз қи-лайлик (49-расм). Биринчи молекула 12 марказлар чизиги бўйлаб, иккинчиси унга перпендикуляр ҳаракатланди. Шарлар абсолют силлиқ бўлгани учун улар тезликларининг уринма ташкил этув-чилари тўқнашувлар натижасида ўзгармайди. Бироқ зарбалар элементар назариясига кўра, шарлар нормал тезликлари билан алмашинишлари керак. Тўқнашишдан сўнг биринчи шар тўхтайдди, иккинчисининг тезлиги $\Delta v_2 = v_1'$ орттирма олади, яъни $v_2' = v_2 + v_1$ га айланади. Бу тезлик v_1 ва v_2 векторлар бўйича тузилган параллелограммнинг диагонали билан тасвирланади. Агар $v_1 = v_2$ бўлса, у ҳолда $v_2' \approx v_1\sqrt{2}$. Бу мисол шуни кўрса-тадики, тўқнашишларда фақат молекулаларнинг ҳаракат йўна-лиши эмас, улар тезликларининг абсолют қийматлари ҳам ўзгарар экан. Биз қараётган тўқнашиш мумкин бўлган тўқнашишлардан бири холос. Аслида тўқнашишлар чексиз турли-туман. Уларда тезликлар турли-туман ўзгаришлари мумкин ва бу ўзгаришлар охириги ниҳоясида молекулаларнинг тезликлар бўйича етарлича муайян статистик тақсимотига олиб келади.

2. Газ молекулаларининг тезликлар бўйича тақсимланиши ҳақидаги масала 1859 йилда Максвелл томонидан қўйилган ва ечил-



49- расм.



50- расм.

ган эди. Аввало масаланинг қўйилишини аниқлайлик. Айтайлик, берк идишда жуда катта N сондаги газ молекулалари бор ва газга таъсир қилувчи ташқи куч майдонлари йўқ. Фазонинг ихтиёрий нуқтасини O координата боши учун қабул қиламиз (50- расм). Бу нуқтадан бирор t вақт моментида газнинг барча молекулалари тезликлари векторлари v_1, v_2, \dots, v_N ни қўямиз. Бу векторларнинг учлари *тезлик нуқталари* ёки *таъсирловчи нуқталар* деб аталади. Барча тезлик нуқталарининг йиғиндиси *тезликлар фазоси* деб аталувчи уч ўлчовли фазони ҳосил қилади. Унда тўғри бурчакли ўқларни киритиш мумкин. Тезлик нуқтасининг координаталари бўлиб v векторининг бу ўққа v_x, v_y, v_z проекциялари ҳисобланади. Газ барча молекулалари тезликларининг берилиши уларнинг тезликлар фазосидаги тезлик нуқталарининг вазиятлари берилишига эквивалентдир. Соф динамик нуқтаи назардан молекулалар тезликларининг тақсимоти ҳақидаги масала ихтиёрий вақт моментида тезликлар фазосида тезлик нуқталарининг вазиятини аниқлаш масаласига келтирилади. Бироқ, 9- § да кўрсатиб ўтилганидек, молекулалар сони улкан бўлган системалар учун масала бундай динамик маънода ечимга эга эмас ва аҳамиятга ҳам молик бўлмайди. Молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимоти статистик масала сифатида ечилиши керак. Уни шундай ифодалаш мумкин.

3. Тезликлар фазосида ҳажмнинг жисман чексиз кичик элементини олаемиз, масалан, у қирралари dv_x, dv_y, dv_z ва маркази v_x, v_y, v_z нуқтада бўлган тўғри бурчакли параллелепипед шаклида бўлсин. Бу параллелепипеднинг ҳажми $d\omega = dv_x dv_y dv_z$ га тенг, ундаги тезлик нуқталарининг сонини dN билан белгилайлик. Молекулаларнинг ўзаро таъсирлашиши натижасида уларнинг тезликлари ўзгаради. Бу геометрия тилида бир молекуланинг тезлик нуқталари $d\omega$ ҳажм элементидан чиқишини, бошқа молекулаларнинг тезлик нуқталари бу ҳажмга киришини билдиради. Шундай қилиб, $d\omega$ ҳажмдаги тезлик нуқталари сони dN ўзгармас сақланмайди. Агар $d\omega$ элемент жуда кичик қилиб олинса, унда жуда кам тезлик нуқталари бўлади. Шундай бўлиши мумкинки, масалан, вақтнинг бир моментида $d\omega$ ҳажмда бир ёки икки тезлик нуқтаси бўлиши, бошқа моментларида бирорта ҳам тезлик нуқтаси бўлмаслиги мумкин. Шундай қилиб, тезлик нуқталарининг сони dN вақтнинг бир моментидан иккинчи моментига кескин ва нотекис

Ўзгариб туриши мумкин. Бундай бўлмаслиги учун $d\omega$ ҳажми етарлича катта танлаш керакки, унда жуда кўп тезлик нуқталари бўлсин. Бунда барқарор ҳолатда dN сони нисбатан кам ўзгариб, бирор $\langle dN \rangle$ ўртача қиймат атрофида тебраниб туради. Ўртача қийматлар $\langle dN \rangle$ нинг табиати эса муайян статистик қонуниятларга бўйсунди, бу қонуниятларни биз аниқлашимиз керак. Бироқ $d\omega$ ҳажм айни вақтда шундай кичик бўлиши керакки, бунда тезликлар фазосида тезлик нуқталарининг тақсимланиши етарлича багафсил тавсифлансин ва у шунчалик кичик бўлиши лозимки, dv_x , dv_y , dv_z катталиклар ва шунингдек, $d\omega$ ва dN ни чексиз кичик дифференциаллар деб қараш мумкин бўлсин. Газларда молекулалар сонининг ниҳоятда улкан бўлиши ҳар иккала талабни ҳам амалда ҳамма вақт қаноатлантиришга имкон беради.

4. $Nf(v) = \frac{\langle dN \rangle}{d\omega}$ нисбат тезликлар фазосида тезлик нуқталарининг ўртача концентрацияси маъносини беради ва одатдаги (координаталар) фазосидаги зарралар концентрациясига жуда ўхшаб кетади. $f(v)$ катталик молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимот функцияси деб аталади. Бу функция тезликлар фазосида молекулалар тезлик нуқталари тақсимотининг эҳтимолий зичлиги деб тушунирилиши мумкин. Молекулалар тезлик лари²нинг тақсимоти ҳақидаги статистик масала ана шу $f(v)$ функцияни аниқлашга келтирилади. Агар dN ёки $\langle dN \rangle$ катталикни бутун тезликлар фазоси бўйлаб интегралласак, у ҳолда, равшанки, натижада молекулаларнинг N тўла сони келиб чиқади. Бундан $f(v)$ функцияни қаноатлантириши керак бўлган

$$\int f(v) d\omega = 1 \quad (71.1)$$

нормалаш шартини келиб чиқади.

Келгусида dN оний қийматлар билан эмас, балки фақат $\langle dN \rangle$ ўртача қийматлар билан иш кўришга тўғри келади. Шунинг учун ёзувни қисқартириш учун ўртача $\langle \rangle$ белгисини ташлаб юборамиз. Бошқача айтганда, келгусида барча жойда dN катталик ёзилганда бу соннинг ўртача ёки эҳтимолий қиймати, яъни $\langle dN \rangle$ тушунилади.

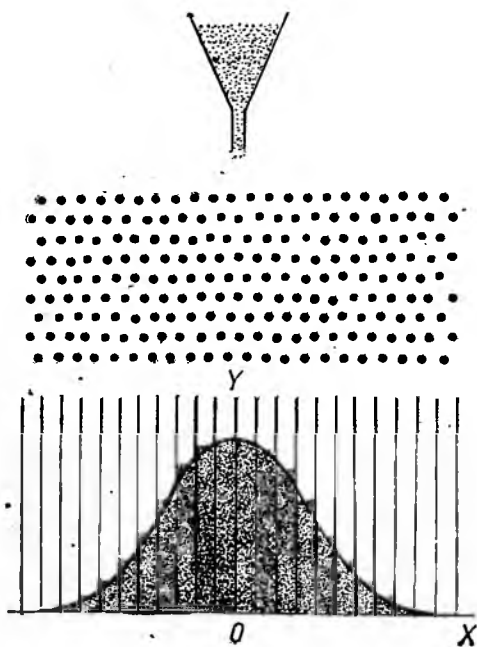
Тақсимот функциясининг маъносига кўра

$$dN = Nf(v) d\omega = Nf(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z \quad (71.2)$$

катталик тезликларининг компоненталари мос равишда v_x ва $v_x + dv_x$, v_y ва $v_y + dv_y$ ҳамда v_z ва $v_z + dv_z$ орасида ётган молекулаларнинг ўртача сонини беради. v ўзгариши билан $f(v)$ тақсимот функцияси узлуксиз ва текис ўзгаради. Бу функция молекулаларнинг тезликлар бўйича ҳақиқий тақсимотини эмас, балки текисланган, ўртача ёки эҳтимолий тақсимотини беради. Бу шундан кўринадики, тезлик нуқталарининг тезлик фазоси ихтиёрий $d\omega$ элементидаги ҳақиқий сони фақат бутун сон бўлиши мумкин. (71.2) ифода билан аниқланганидан dN катталик эса ҳар қандай ҳақиқий қийматлар қабул қилиши мумкин.

Масалани статистик қўйишда, шунингдек қанча молекулалар v_x, v_y, v_z компонентали мутлақо аниқ v тезликка эга бўлади, деб сўраш ҳам маънога эга бўлмайди. Гап фақат тезликлар фазосининг $d\omega = dv_x dv_y dv_z$ ҳажм элементидаги молекулаларнинг dN ўртача сони тўғрисидагина кетиши мумкин. $d\omega$ нолга интиганида dN сони ҳам нолга интилиши мумкин. Шундай қилиб, қатъий аниқ v тезликка эга бўлган молекулаларнинг ўртача сони нолга тенгдир. Бу агар бутун v векторлар тўплами, яъни тезлик фазосининг барча нуқталари тўплами чексиз эканлиги таъкидланса, ўз-ўзидан равшан бўлади, ҳолбуки газ молекулаларининг тўла сони N чеклидир. Худди шу сабабдан тезлик вектори қатъий аниқ йўналишда бўлган молекулаларнинг ўртача сони ҳам нолга тенг бўлади.

5. Молекулалар тезликларининг тақсимоти ҳақидаги масаланинг статистик характерда эканини янада яхшироқ тушунишга *Гальтон тахтаси* деб аталган асбоб яхши имкон беради. Бу асбоб олди томони ойна билан беркитилган ва шахмат тартибида етарлича зич михлар қоқилган тахтадан иборат (51-расм). Пастда михлар тагида бир-бирдан баравар масофада металл пластинкалардан вертикал тўсиқлар ўрнатилган. Улар тахта ойна орасидаги фазони тенг ҳажмларга бўлади, бу ҳажмлар қисқача *ячейкалар* деб аталади. Юқорида михлар устида тахтанинг ўрта қисмида воронка ўрнатилган бўлиб, унга қум, майда бугдой донлари ёки бошқа зарралар солиш мумкин. Агар воронкага битта зарра ташланса, у пастга тушишда михлар билан кўп тўқнашади ва ниҳоят ячейкалардан бирига тушади. Зарранинг қайси ячейкага тушишини аввалдан айтиш мумкин эмас, чунки унинг ҳаракатига кўплаб тасодифий факторлар таъсир қилади. Зарранинг у ёки бу ячейкага тушиш эҳтимоллиги ҳақидагина гапириш мумкин. Албатта, зарранинг чекка ячейкалардан кўра марказий ячейкага тушиш эҳтимоли каттароқ. Ҳақиқатан ҳам, воронка орқали узлуксиз зарралар тўкилса, у ҳолда воронканинг тешиги остида бўлган марказий ячейкаларга зарралар энг кўп, энг чеккадагига эса энг кам тушади. Воронкадан жуда кўп миқдорда зарралар тўкилганда уларнинг ячейкалар бўйлаб тақсимланишининг статистик қонунияти نامоён бўлади. Бу қонуниятни лимитда ҳатто аналитик формула билан бериш ҳам мумкин. Шу мақсадда зарраларнинг ячейкаларда ҳосил қиладиган устулларининг учларини текис эгри чизик билан бирлаштираемиз. Маълум бўлишича, зарралар сони жуда кўп бўлганида бу эгри чизик қуйидаги кўринишдаги



51-расм.

$$y = \varphi(x) \equiv A e^{-\alpha x^2} \quad (71.3)$$

эгри чизиққа асимптотик яқинлашар экан, бу ерда A ва α — мусбат доимийлар. Улардан α доимий фақат асбобларнинг параметрларига боғлиқ ва зарралар сонига боғлиқ эмас. A доимий зарралар сонига боғлиқ ва α доимий билан нормалаш шарти орқали боғланган.

6. (71.3) формула Гаусс (1777 — 1855) хатолар нормал қонуни деб аталади, бу қонунга мос келувчи эгри чизиқ эса Гаусс хатолар эгри чизиғи деб аталади. $\varphi(x) dx$ катталиқ ўлчашда x дан $x + \Delta x$ гача бўлган чегарада хато қилиниш эҳтимоллигини билдиради. Албатта, бундай интерпретация қилганда $\mu(x)$ эҳтимоллик зичлиги қуйидаги шарт билан нормаланган бўлиши керак:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx \equiv A \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = 1, \quad (71.4)$$

бунинг ёрдамида A доимийни α доимий орқали ифодалаш мумкин (72-§ даги 2-масаллага қаранг). α қанча катта бўлса, хатолар эгри чизиғидаги максимум шунча ўткир, ўлчашлар шунча аниқ бўлади. Шунинг учун α доимий ўлчаш аниқлигини характерловчи ўртача квадратик ёки ўртача арифметик хатолар билан боғланган бўлиши керак (72-§ даги 3-масаллага қаранг). Гаусс хатолар қонуни (71.3) ни исботлашга келсак, у худди келгуси параграфда Максвелл теълиқлар тақсимооти қонуни исботлангани сингари исботланиши мумкин.

7. Газ молекулаларининг тезликлар бўйича тақсимланишининг юқорида келтирилган масаласи ва келгусида келтириладиган бу масалани ечиш методлари соф классик масаладир. Шунинг учун аввало бу классик қарашнинг қўлланиш чегарасини аниқлаб олиш керак. Агар унчалик аҳамиятли бўлмаган бир тартибидаги сон коэффицентларга аҳамият берилмаса, у ҳолда [яққол тасаввурлардан жавоб топиш мумкин. Бундай жавобни масалан, Гейзенберг (1901—1980) нинг ноаниқликлар принципи ёрдамида олиш мумкин. Газда томонлари x , y , z бўлган кичкинагина кубча олайлик, бу кубчада ўртача битта зарра бўлсин. Агар қуйидаги

$$xp_x \geq h, \quad yp_y \geq h, \quad zh_z \geq h$$

шарт бажарилган бўлса, у ҳолда бу кубчадаги зарранинг ҳаракатини классик назария асосида қараш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, Гейзенбергнинг ноаниқлик принцига мувофиқ, зарра координатаси ва импульси квант ноаниқликларининг кўпайтмаси h тартибида, шунинг учун кўрсатилган шартларга амал қилинганда бу ноаниқликлар муҳим роль ўйнамайди. Бу уч тенгсизликни бир-бирига кўпайтириб, уларни битта билан алмаштириш мумкин:

$$Vp^3 \gg h^3,$$

бу ерда $V = xyz$ кубчанинг ҳажми, p — газ зарраси ҳаракатини характерловчи бирор ўртача импульс. Агар n — ҳажм бирлигидаги зарралар сони бўлса, у ҳолда $V_n = 1$ ва ҳозирги муносабат $n (h/p)^3 \ll 1$ кўринишни олади. Қуйидаги катталиқ

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (71.5)$$

узунлик ўлчамлигига эга. Бу катталиқ де-Бройль ((1892) тўлқин узунлиги деб аталади ва квант механикасида ниҳоят да катта роль ўйнайди. λ катталиқни киритилгандан кейин газни классик нуқтаи назардан қарашнинг қўлланиш шарти

$$n\lambda^3 \ll 1 \quad (71.6)$$

кўринишга келади. Бу муносабат газнинг λ^3 ҳажмдаги зарраларининг ўртача сони бирга нисбатан кичик бўлишини кўрсатади.

λ катталикнинг тартибини баҳолаш учун газ молекулаларининг иссиқлик ҳаракатини характерловчи бирор ўртача тезликдан фойдаланамиз. Ҳозирча бизнинг ихтиёримизда фақат битта шундай тезлик бор, у ҳам бўлса, ўртача квадратик тезлик $\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{3kT/m}$ дир (60-§ га қаранг). Бу тезликдан фойдаланиб (71.6) шартни

$$T \gg T_g \quad (71.7)$$

кўринишда ёзамиз, бу ерда

$$T_g = \frac{h^2}{3km} n^{2/3}$$

белгилаш киритилган. T_g катталик газнинг айниш температураси деб аталади. Шундай қилиб, классик қараш усулини айниш температурасидан анча юқори температуралардагина қўллаш мумкин экан. Аниқроқ қаралганда айниш температураси учун

$$T_g = \frac{h^2}{2km} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{2/3} \quad (71.8)$$

катталик қабул қилинади. Бу катталик бундан олдинги ифодадан тахминан уч марта кичик. Айниш температурасидан паст температурадаги газлар айни-ан газлар деб юритилади. Уларни энди классик нуқтан назардан қараб бўлмайди.

Икки чегаравий ҳол учун айниш температурасини ҳисоблайлик. Қумушдаги электрон газ учун $n \approx 6 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$, электроннинг массаси $m = 9,11 \cdot 10^{-28} \text{ г}$. (71.8) формулага кўра, қумушдаги электрон газ учун $T_g \approx 6,5 \cdot 10^4 \text{ К}$ бўлади. Бошқа яхши ўтказувчан металллар учун ҳам шунга ўхшаш қийматлар келиб чиқади. Бундай юқори температураларда бирорта ҳам металл қаттиқ ҳолатда мавжуд бўла олмайди. Бундан яхши ўтказувчан металлларда электрон газ ҳамма вақт тўла айниган бўлади, деган хулоса чиқади. Энди иккинчи чегаравий ҳол — гелийни олайлик. Гелий атомининг массаси $m = 6,6 \cdot 10^{-24} \text{ г}$, нормал шароитлардаги концентрация эса $n = 2,7 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$. (71.8) формула бўйича ҳисоблаш $T_g = 0,05 \text{ К}$ ни беради. Қолган барча газларда (водороддан ташқари) атомлари массаси янада катта, бинобарин, T_g гелийникига қараганда паст бўлади (нормал шароитларда n концентрация барча идеал газларда бирдай бўлади). Бундай паст температураларда бирорта ҳам модда газсимон ҳолатда бўла олмайди. Шунинг учун барча молекуляр газлар айнишдан етарлича узоқ бўлади, шунинг учун уларни классик система деб қараш мумкингина эмас, балки лозим.

72-§. Максвелл тезликлари тақсимоти қонуни

1. Энди Максвеллнинг 1859 йилда газ молекулаларининг тезликлар бўйича тақсимот қонунини кашф қилишга олиб келган мулоҳазаларни баён қиламиз. Айтайлик, газ маълум температурада

тартибсиз иссиқлик ҳаракати ҳолатида бўлган жуда катта N сондаги айний молекулалардан иборат бўлсин. Газга таъсир қилувчи куч майдонлари йўқ, деб фараз қилинади. Молекула тезлигининг x -ташқил этувчиси v_x ва $v_x + dv_x$ оралиғида ётиши ва қолган икки ташқил этувчиси исталганча бўлишининг эҳтимоли қандай? Равшанки, бу эҳтимоллик қаралаётган тезлик интервали dv_x га пропорционал, пропорционаллик коэффициентини эса v_x катталиқка боғлиқ бўлади. Бу эҳтимолликни $\varphi(v_x)dv_x$ билан белғилаймиз. $\varphi(v_x)$ катталиқ ҳам тақсимот функцияси деб аталади. Бироқ бу катталиқ молекулаларнинг тўла v тезлик бўйича эмас, балки унинг X ўқига бўлган v_x проекцияси бўйича тақсимланишини характерлайди. $f(v)$ катталиқ тезликлар фазосида ҳажм ёки уч ўлчамли тақсимот функцияси, $\varphi(v_x)$ катталиқ худди шу фазода бир ўлчамли ёки чизиқли тақсимот функцияси маъносига эга.

Худди шунга ўхшаш $\varphi(v_y)dv_y$ катталиқ молекула тезлигининг y -ташқил этувчиси v_y ва $v_y + dv_y$ қийматлар орасида ётиш, қолган v_x ва v_z ташқил этувчилари эса исталганча бўлиш эҳтимоллигидир. Тезликлар барча йўналишлар бўйича тўла тенг ҳуқуқли бўлгани сабабли, φ функция худди бундан аввалги ҳолдагидек бўлади, бироқ фақат бошқа v_y аргумент бўйича олинади. Ниҳоят, $\varphi(v_z)dv_z$ катталиқ молекула тезлигининг z -ташқил этувчиси v_z ва $v_z + dv_z$ қийматлар орасида ётиш, қолган v_x ва v_y ташқил этувчилари эса исталганча бўлиш эҳтимоллигидир.

2. Қисқалиқ учун молекуланинг $(v_x, v_x + dv_x)$, $(v_y, v_y + dv_y)$, $(v_z, v_z + dv_z)$ тезликлар интервалига тушишини (биз юқорида таърифланган тарзда) мос равишда A, B, C воқеалар деб атаймиз. Молекуланинг тезлик фазосининг $d\omega = dv_x dv_y dv_z$ ҳажм элементи га тушиш эҳтимоллиги $f(v) d\omega$ ни аниқлаймиз. Молекуланинг бу ҳажм элементи га тушиши A, B, C воқеаларнинг кўпайтмасидан иборат бўлган мураккаб воқеадир. Унинг эҳтимоллигини эҳтимолликларни кўпайтириш теоремасидан аниқлаш мумкин. Бунинг учун A воқеанинг эҳтимоллигини B воқеанинг шартли эҳтимоллигига A воқеа рўй бериб бўлди, деган шарт билан кўпайтириш, сўнгра олинган натижани C воқеанинг шартли эҳтимоллигига A ва B воқеалар рўй бериб бўлди, деган шарт билан кўпайтириш керак. Максвелл A, B, C воқеалар мустақилдир деб фараз қилди. Шундай қилинганда B ва C воқеаларнинг эҳтимоллигини ҳисоблашдаги шароитларни кўрсатишга ҳожат қолмайди ва эҳтимолликларни кўпайтириш теоремасини мустақил воқеалар учун қўлланиладиган энг содда кўринишда қўллаш мумкин. Максвеллнинг бундай фарази ва шу билан бирга унинг биринчи марта чиқарган тезликлар тақсимоти ҳақидаги қонуни баъзи физик ва математиклар томонидан танқид қилинди. Хусусан, молекулаларнинг тўқнашгандан кейинги тезликлари тўқнашгунга қадар бўлган тезликларидан мустақил бўла олмайди, чунки бу тезликлар ўзаро энергия ва импульснинг сақланиш қонунлари билан боғлангандир, деб кўрсатилди. Бироқ Максвелл, Больцман ва бошқа

олиментларнинг келгусидаги тадқиқотлари Максвеллнинг фарзи тўғри эканлигини, лекин уни асослаш кераклигини кўрсатди. Биз бу фарзани ҳозирча асосламай қабул қиламиз. Максвеллнинг ўзи берган бошқа исботларга, сўнгра Больцман берган исботларга қараганда Максвеллнинг биринчи исботининг афзаллиги шундаки, у молекулаларнинг структураси ва улар орасидаги ўзаро таъсир кучлари ҳақида ҳеч қандай махсус тасаввурлар киритмайди. Шунинг учун бу исбот фақат газларгагина эмас, шунингдек суюқликлар ва қаттиқ жисмларга ҳам қўлланиши мумкин. Фақатгина молекулалар тезликлари тақсмоти ҳақидаги масалани классик нуқтаи назардан тавсифлаш мумкин бўлиши учун (71.7) шарт бажарилиши керак.

Шундай қилиб, биз молекула тезлик нуқтасининг айна бир вақтда $(v_x, v_x + dv_x)$, $(v_y, v_y + dv_y)$, $(v_z, v_z + dv_z)$ учта интервал ичида бўлиш эҳтимоллиги

$$\varphi(v_x) \varphi(v_y) \varphi(v_z) dv_x dv_y dv_z$$

кўпайтма билан ифодаланиши керак, деб қабул қиламиз. Бироқ шу эҳтимоллик учун $f(v) d\omega$ деб ёзган эдик, бу ерда $d\omega = dv_x \times dv_y dv_z$. Ҳар иккала ифодани таққослаб, $f(v)$ тақсмот функцияси

$$f(v) = \varphi(v_x) \varphi(v_y) \varphi(v_z) \quad (72.1)$$

кўринишда бўлиши кераклигини топамиз.

3. Газда ўқларнинг мусбат ва манфий йўналишлари мутлақо эквивалент. Шунинг учун $\varphi(v_x) = \varphi(-v_x)$ бўлиши керак. Демак, φ функция фақат v_x тезликнинг модулига ёки худди шунинг ўзи, квадратига боғлиқ бўлиши мумкин. Худди шунингдек, газ изотроп бўлгани туфайли f функция фақат тўла тезликнинг квадратига боғлиқ бўлиши мумкин, лекин унинг йўналишига эмас. Тезликларнинг квадратлари ўрнига аргументлар сифатида тегишли кинетик энергияларни олиш мумкин: $\epsilon_x = \frac{1}{2} m v_x^2$,

$$\epsilon_y = \frac{1}{2} m v_y^2, \quad \epsilon_z = \frac{1}{2} m v_z^2, \quad \epsilon = \frac{1}{2} m v^2 = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z.$$

Янги аргументларга ўтишда функцияларнинг ўзини аввалги φ ва f ҳарфлар билан белгилашга шартлашамиз, лекин булар аналитик жиҳатдан батамом бошқа функциялардир. (72.1) тенглама

$$\varphi(\epsilon_x) \varphi(\epsilon_y) \varphi(\epsilon_z) = f(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \quad (72.2)$$

кўринишда ёзилади, шу билан бирга бу тенглама ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z аргументларнинг қийматлари қандай (мусбат) бўлмасин, тўғри бўлаверади.

4. (72.2) функционал тенглама φ функциянинг ва у билан бирга f функциянинг ҳам кўринишини аниқлайди. Ҳақиқатан ҳам, ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z аргументларнинг шундай икки шартни қаноатлантирувчи ўзгаришларини кўрамиз: 1) $\epsilon_z = \text{const}$, 2) $\epsilon_x + \epsilon_y = \text{const}$. Бундай шартларда (72.2) тенглама ҳали тўғрилигича қолади. Ундан

$$\epsilon_x + \epsilon_y = \text{const}$$

шартда

$$\varphi(\epsilon_x)\varphi(\epsilon_y) = \text{const}$$

бўлиши келиб чиқади. Биринчи муносабатни логарифмлаб ва сўнг-
ра дифференциаллаб:

$$d\epsilon_x + d\epsilon_y = 0$$

шартда

$$\frac{\varphi'(\epsilon_x)}{\varphi(\epsilon_x)} d\epsilon_x + \frac{\varphi'(\epsilon_y)}{\varphi(\epsilon_y)} d\epsilon_y = 0$$

тенгламани оламиз. Бундан

$$\frac{\varphi'(\epsilon_x)}{\varphi(\epsilon_x)} = - \frac{\varphi'(\epsilon_y)}{\varphi(\epsilon_y)}$$

Буни келтириб чиқаришда ϵ_x ва ϵ_y аргументларнинг ўзгариши $\epsilon_x + \epsilon_y = C = \text{const}$ шарт билан боғлиқ, деб фараз қилинади. Бироқ C доимийнинг, у билан бирга ϵ_x ва ϵ_y аргументларнинг қийматлари ҳам ҳар қандай бўлиши мумкин. Шунинг учун $\epsilon_x + \epsilon_y = \text{const}$ шарт ϵ_x ва ϵ_y аргументлар қабул қилиши мумкин бўлган қийматларга амалда ҳеч қандай чекланиш қўймайди. Демак, юқоридаги муносабатда ϵ_x ва ϵ_y мустақил ҳолда ҳар қандай қийматлар қабул қилиши мумкин. Бироқ бу муносабатда чапда фақат ϵ_x , ўнгда фақат ϵ_y турибди. Улар орасида тенглик бўлиши учун фақат $\frac{\varphi'(\epsilon_x)}{\varphi(\epsilon_x)}$ ва $\frac{\varphi'(\epsilon_y)}{\varphi(\epsilon_y)}$ нисбатлар айти бир доимийга тенг бўлиши керак. Бу доимийни $-\alpha$ деб белгилаб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{\varphi'(\epsilon_x)}{\varphi(\epsilon_x)} = - \frac{\varphi'(\epsilon_y)}{\varphi(\epsilon_y)} = -\alpha$$

ёки

$$\frac{d\varphi(\epsilon_x)}{\varphi(\epsilon_x)} = -\alpha d\epsilon_x$$

Интеграллашдан шундай муносабат келиб чиқади:

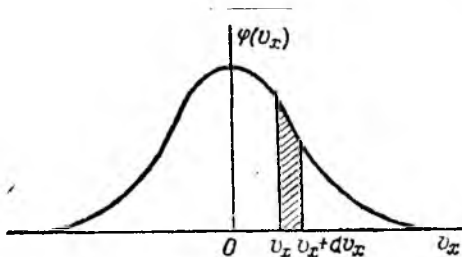
$$\varphi(\epsilon_x) = A_1 e^{-\alpha \epsilon_x}, \quad \varphi(\epsilon_y) = A_1 e^{-\alpha \epsilon_y}, \quad \varphi(\epsilon_z) = A_1 e^{-\alpha \epsilon_z} \quad (72.3)$$

бу ерда A_1 — янги доимий, унинг қийматини қуйида аниқлаймиз. α доимийга келганда у мусбат бўлиши керак, акс ҳолда ϵ_x кинетик энергиянинг чексиз ортишида $\varphi(\epsilon_x)$ чексиз ортган бўлар эди, бундай бўлиши эса физик жиҳатдан мумкин эмас.

5. (72.3) дан тақсимот функцияси $f(\epsilon) = f(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)$ учун

$$f(\epsilon) = A e^{-\alpha \epsilon} \quad (72.4)$$

ни оламиниз, бунда $A = A_1^3$. Ниҳоятда соддалиги билан ажралиб турган бу формула максвеллча тезликлар тақсимооти қонунини билдиради. Унинг кўринишини янада ниҳоясига етказиш учун A ва α доимийларни аниқлаш керак. Бунинг учун f функциядан эмас, φ функциядан бошлаган осон. φ функция v_x тезликка боғлиқ ҳолда



52-расм.

52-расмда тасвирланган. У Гаусс хатолар эгри чизигига айнидир. Расмда штрихланган элементар полосканинг юзи молекула тезлиги x ташкил этувчисининг $(v_x, v_x + dv_x)$ интервал ичида ётиш эҳтимоллигини, унинг N га кўпайтирилгани эса худди шу интервалдаги тезликка эга бўлган молекулаларнинг эҳтимолий сонини билдиради. $\varphi(v_x)$ функция қуйидаги

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(v_x) dv_x = A_1 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\alpha m v_x^2}{2}} dv_x = 1 \quad (72.5)$$

шарт билан нормаллаштирилиши керак. $-\infty$ дан $+\infty$ чегарагача интеграллаш газда чексиз катта тезликли молекулалар мавжудлигини билдирмайди. Аслида етарлича катта тезликларда (72.3) ва (72.4) формулалар қўлланишга ярамай қолади. Молекуланинг ϵ кинетик энергияси бутун газнинг K кинетик энергиясидан катта бўла олмайди. Шунинг учун $\epsilon > K$ да (72.4) формула шундай ҳам маъносини йўқотади. Бироқ бу формула, агар ана шу тақсимоот функцияси тушунчасини критичан учун зарур бўлган тезлик фазосининг $d\omega$ ҳажм элементига қўйилган шартлар (71- § 3- пунктга қ.) бажарилмай қолса, ϵ нинг анча кичик қийматларидаёқ қўлланишга яроқсиз бўлиб қолади. Чексиз чегараларда интеграллашни фақат ҳисоблаш йўли деб қараш керак. Бундай йўлнинг мумкинлигига $\alpha m v_x^2 \gg 1$ шартни қаноатлантирувчи тезликли молекулалар сонининг жуда кам бўлиши ва бу молекулаларнинг (72.5) нормалаш интегралига ҳеч қандай ҳисса қўшмаслиги имкон беради. Агар молекулаларнинг тезликлар бўйича ҳақиқий тақсимотини (72.3) экспоненциал тақсимоот билан фақат унинг қўлланиш чегарасидагина эмас, балки у ўринсиз бўлган катта тезликларда ҳам алмаштирсак, бу интегралнинг қиймати деярли ўзгармайди. (72.5) формулада шундай қилинган.

Интеграллаш ўзгарувчиси сифатида $\xi = \sqrt{\frac{2}{\alpha m}} v_x$ ни киритамиз. У ҳолда (72.5) шарт шундай кўринишга келади

$$A_1 \sqrt{\frac{2}{\alpha m}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi = 1. \quad (72.6)$$

Бу ифодага кирувчи интеграл Пуассон интеграл деб аталади. Математик анализ курсларида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi = \sqrt{\pi} \quad (72.7)$$

эканлиги исбот қилинади. Бу натижадан фойдаланиб, қуйидагини келтириб чиқарамиз:

$$A_1 = \sqrt{\frac{m\alpha}{2\pi}} \quad (72.8)$$

6. Масала фақат биргина α доимийни ҳисоблашга келтирилди. Бунинг учун шуни қайд қиламизки, x ўқи бўйлаб иссиқлик ҳаракатининг ўртача $\langle \varepsilon_x \rangle$ кинетик энергияси φ тақсимот функцияси орқали

$$\langle \varepsilon_x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_x \varphi(\varepsilon_x) dv_x$$

муносабат ёки янада батафсилроқ

$$\langle \varepsilon_x \rangle = A_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{m v_x^2}{2} e^{-\frac{\alpha m v_x^2}{2}} dv_x$$

муносабат орқали боғланган. Аввалги интеграллаш ўзгарувчиси ξ ни киритамиз. У ҳолда қуйидагини оламиз:

$$\langle \varepsilon_x \rangle = \frac{A_1}{\alpha} \sqrt{\frac{2}{\alpha m}} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 e^{-\xi^2} d\xi.$$

Бўлаклаб интеграллаш билан

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 e^{-\xi^2} d\xi = -1/2 \left[\xi e^{-\xi^2} \right]_{-\infty}^{+\infty} + 1/2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi$$

бўлишини топамиз. Ўнг томондаги биринчи қўшилувчи нолга айланади, чунки $\xi \rightarrow \infty$ да $e^{-\xi^2}$ кўрсаткич функция нолга ξ нинг ҳар қандай даражасидан кўра тезроқ интилади. Натижада

$$\langle \varepsilon_x \rangle = \frac{A_1}{2\alpha} \sqrt{\frac{2}{\alpha m}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi$$

ни оламиз ёки (72.6) ни назарга олсак, $\langle \varepsilon_x \rangle = \frac{1}{2} \alpha$ келиб чиқади (Бу натижани олиш учун Пуассон интеграл (72.7) керак бўлмаганини қайд қилиб ўтамиз). Бироқ кинетик энергиянинг таърифи мувофиқ $\langle \varepsilon_x \rangle = 1/2 \theta \frac{1}{2} kT$. Бу эса қуйидагини беради:

$$\alpha = \frac{1}{kT} \quad (72.9)$$

$$A_1 = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}, \quad A = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2}. \quad (72.10)$$

Натижада $\varphi(v_x)$ ва $f(v)$ тақсимот функциялари учун қуйидаги охириги муносабатларни оламир:

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}, \quad (72.11)$$

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (72.12)$$

ёки янада батафсилроқ

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}, \quad (72.13)$$

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}. \quad (72.14)$$

Бу муносабатлар тезликларнинг Максвеллча тақсимотини ифодаловчи охириги формулалардир. Бу формула фақат газларгагина эмас, шунингдек суюқликлар ва қаттиқ жисмларга ҳам ҳаракатни классик усулда тавсифлаш мумкин бўлган барча ҳолларда қўлланилади.

МАСАЛАЛАР

1. (72.3) формулани чиқаришда фойдаланилган Максвелл методини қўллаб, зарраларнинг Гальтон тахтасида тақсимланганини аниқловчи (71.3) формулани чиқаринг. Шу мақсадда ён ёқлари XZ ва YZ координата текисликларига параллел бўлган тўғри бурчакли параллелепипед шаклидаги ячеякали n ки ўлчамли Гальтон тахтасини қараб чиқинг. Шунга ўхшаш йўл билан Гаусс хатолар қонунини келтириб чиқаринг.

2. Гаусс хатолар қонуни (71.4) да A донийини α доний орқали ифодаланг.

Жавоб: $A = \sqrt{\alpha/\pi}$.

3. Гаусс хатолар тақсимоти қонунинда ўртача ва ўртача квадратик хатоларни α орқали ифодаланг. Бу хатолар орасидаги боғланишни топинг.

Жавоб:

$$\langle |x| \rangle = 1/\sqrt{\pi\alpha},$$

$$\Delta_{\text{кв}} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = 1/2\alpha, \quad \Delta_{\text{кв}} = \sqrt{\pi/2} \langle |x| \rangle. \quad (72.15)$$

$\langle x^2 \rangle$ ни безоснта ҳисоблаб чиқариш жуда қийин ва кўп вақт талаб қилади. Охириги формула бу катталиқни ҳисоблашни $\langle |x| \rangle$ ни ҳисоблашга олиб келади, бу эса анча осонроқ. Масалан, Броун ҳаракати кузатишлари (64-§ га қ.) натижаларини ҳисоблаб чиқаришда бундай усулдан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир.

73-§. Молекулаларнинг тезликларининг абсолют қийматлари бўйича тақсимоти. Молекулаларнинг ўртача тезликлари

1. $f(v)$ функция тезликлар фазосида газ молекулалари тезлик нуқталарининг ҳажмий эҳтимоллик зичлигини билдиради. Унинг молекулаларнинг тўла сони N га кўпайтмаси тезлик фазосида ҳажм бирлигидаги тезлик нуқталарининг ўртача ёки эҳтимолий сонини билдиради.

Энди газ молекулаларининг уларнинг тезликлари абсолют қийматлари бўйича тақсимотини топайлик. Тезликларнинг йўналишлари энди бизни қизиқтирмайди. Молекула тезлигининг абсолют қиймати v ва $v + dv$ орасида бўлиш эҳтимоллигини топиш керак. Бу эҳтимолликни $F(v)dv$ билан белгилаймиз. Уни N га кўпайтирсак, шундай тезликли dN молекулаларнинг эҳтимолий сонини беради. Янги $F(v)$ тақсимот функцияси аввал киритилган $f(\epsilon)$ функция билан оддий боғланган. Айни бир 0 нуқтадан газнинг барча молекулалари тезликлари векторларини қўййлик. Улардан узунликлари v ва $v + dv$ ичида бўлганларини танлаб оламиз. Тегишли тезлик нуқталари ўртача радиуси v ва қалинлиги dv бўлган ингичка шар қатлами ичида ётади. Бу қатламнинг ҳажми $d\omega = 4\pi v^2 dv$. Шар қатлами ичида $f(\epsilon)$ ҳажмий зичлик ўзгармас, чунки бу зичлик фақат тезликнинг абсолют қийматига боғлиқ, бироқ унинг йўналишига боғлиқ эмас. Уни қатламнинг $d\omega$ ҳажмига кўпайтириб, изланаётган эҳтимолликни топамиз: $f(\epsilon)d\omega = 4\pi v^2 f(\epsilon)dv$. Бироқ худди шу эҳтимоллик учун аввал биз $F(v)dv$ деб ёзган эдик. Ҳар иккала ифодани солиштириб, шундай ифодани чиқарамиз:

$$F(v) = 4\pi v^2 f(\epsilon) \quad (73.1)$$

ёки

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{v^2}{kT}}. \quad (73.2)$$

Бинобарин,

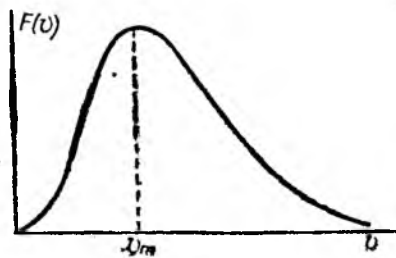
$$dN = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{v^2}{kT}} dv. \quad (73.3)$$

Равшанки, $F(v)$ функция қуйидаги нормалаш шартини қаноатлантиради:

$$\int_0^{\infty} F(v) dv = 1. \quad (73.4)$$

Бу формулалар билан қўйилган масала ечилади.

2. $F(v)$ функциянинг графиги 53-расмда берилган. $F(v)$ эгри чизиқ асимметрик ва координата бошида нолдан ўтади. Аксинча,

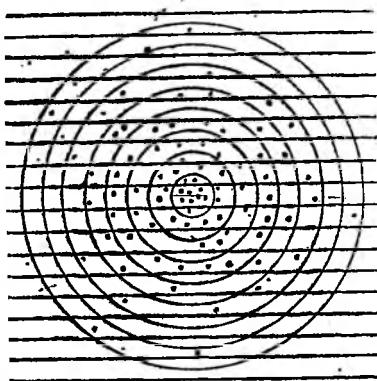


53-расм.

$\varphi(v_x)$ эгри чизиқнинг симметрик ва координаталар бошида максимумдан ўтишини кўрган эдик. Бундай фарқнинг сабабини кўриш осон. $\varphi(v_x)dv_x$ ифода молекуланинг тезликлар фазосидаги $v_x = \text{const}$ ва $v_x + dv_x = \text{const}$ текисликлари орасидаги чексиз ингичка ясси қатламга тушиш эҳтимоллигини беради. $F(v)dv$

ифода ҳам эҳтимолликни беради, бу энди молекуланинг икки $v = \text{const}$ ва $v + dv = \text{const}$ концентрик сфералар орасидаги чексиз юпқа сферик қатламга тушиш эҳтимоллигидир. Агар dv_x нинг қалинлиги белгиланса, у ҳолда v_x нинг қиймати қандай бўлишидан қатъи назар, барча ясси қатламлар бирдай бўлади. Табиийки, $\varphi(v_x)dv_x$ ифода ва у билан бирга $\varphi(v_x)$ функция ҳам марказда, яъни $v_x = 0$ да максимал бўлади. Аксинча, сферик қатламларнинг dv белгиланган қалинлигида уларнинг ҳажмлари v ортиши билан $d\omega = 4\pi v^2 f(v)dv$ ифодадаги $4\pi v^2$ кўпайтувчининг бўлиши туфайли ортиб боради. Шу туфайли $(Fv) = 4\pi v^2 f(v)$ эгри чизиқда максимумнинг вазияти бир-бири билан конкуренциялашувчи икки кўпайтувчи: монотон камаювчи $f(v)$ ва монотон ўсувчи v^2 нинг кўпайтмаси билан аниқланади.

$\varphi(v_x)$ ва $F(v)$ функциялар орасидаги кўрсатилган фарқни тушунтириш учун шундай ўхшатишни келтириш фойдалан. Айтайлик, нишонга ўқ отиляпти. Ўқнинг нишоннинг у ёки бу жойига тегиши тасодифий ҳодиса, шунинг учун ўқ тешган изларнинг нишонда тақсимланиши тасодиф қонунига бўйсунади. Агар нишонни Гальтон тахтасида қилганимиздек, бирдай вертикал полоскаларга бўлиб чиқсак (54-расм), ўқнинг тегиш эҳтимоллигининг тақсимланиши $\varphi(x)$ симметрик эгри чизиқ тарзида тасвирланади. Агар нишонни тенг қалинликдаги ҳалқаларга бўлсак, у ҳолда радиус ортиши билан бу ҳалқаларнинг юзлари ортиб боради, ҳалқаларга ўқ тегиш эҳтимоллигининг тақсими эса 53-расмдагига ўхшаш асимметрик эгри чизиқдан иборат бўлади.



54- расм.

3. $F(v)$ функция максимал бўлгандаги тезлик катталиги энг катта эҳтимолли тезлик дейилади. Уни v_m билан белгилайлик. v_m ни топиш учун яхшиси F катталикини v^2 аргументнинг функцияси сифатида қараш керак. (73.2) ни шу аргумент бўйича дифференциаллаб ва натижани нолга тенглаб, қуйидагини ёзамиз:

$$\frac{d}{dv^2} \left[v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \right] = \left[1 - \frac{mv^2}{2kT} \right] e^{-\frac{mv^2}{2kT}} = 0,$$

бундан

$$v = v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (73.5)$$

Молекуланинг ўртача ёки ўртача арифметик тезлиги одатдаги

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \int v dN = \int_0^{\infty} v F(v) dv$$

формула билан аниқланади. Бу ерга $F(v)$ нинг қийматини қўйиб, қўйидагини оламиз:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = v_m \sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1,13 v_m. \quad (73.6)$$

Бунга яна молекуланинг ўртача кинетик энергияси $\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} m v_{\text{кв}}^2 = \frac{3}{2} kT$ (62-§ га қ.) ни аниқловчи ўртача квадратик тезликни ҳам қўшамиз. Бу тезлик

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 1,22 v_m \quad (73.7)$$

га тенг. Бу учта тезлик бир-биридан бирга яқин тартибдаги сон кўпайтувчи билан фарқ қилади, бунда $v_{\text{кв}} > \langle v \rangle > v_m$. Шунинг учун улардан ҳар бири молекулалар иссиқлик ҳаракатининг тезликлари ҳақидаги умумий тасаввур учун фойдаланилиши мумкин.

М А С А Л А Л А Р

1. Кинетик энергиялари ϵ ва $\epsilon + d\epsilon$ ичнда бўлган газ молекулаларининг ўртача сонни dN учун ифода ёзинг.

Жавобн. $dN = 2\pi N (\pi kT)^{-3/2} \sqrt{\epsilon} e^{-\frac{\epsilon}{kT}} d\epsilon.$

2. Газда молекуланинг тезлигига тескари катталиқнинг ўртача қийматини топинг.

Жавобн. $\langle \frac{1}{v} \rangle = \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}} = \frac{4}{\pi \langle v \rangle}.$

3. Тезликларининг бирор ўққа параллел компоненталарни (v_{\perp} , v_{\parallel} + dv_{\parallel}) интервалда ётган, тезлигининг перпендикуляр ташкил этувчисининг абсолют қийматлари v_{\perp} ва $v_{\perp} + dv_{\perp}$ орасида бўлган молекулаларнинг ўртача сонини топинг.

Ечнш. Молекулаларнинг исталган сони dN тезликлар фазосининг радиуслари v_{\perp} ва $v_{\perp} + dv_{\perp}$ ҳамда баландлиги dv_{\parallel} бўлган коакциал цилиндрлар орасида ётган ҳажм элементдаги тезлик нуқталарининг ўртача сонига тенг. Бу элемент ҳажми $d\omega = 2\pi v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel}$ га тенг, ундаги тезлик нуқталарининг

ўртача сони $dN = f d\omega = 2\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{\epsilon}{kT}} v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel}.$

4. Диодда қўлланган катоддан эмиттерланаётган электронлар аноднинг тўхтатувчи майдонига тушади. Анодга фақат етарлича тез электронларгина етиб келади. Эмиттерланаётган электронларнинг иссиқлик тезликлари $T = 1150$ К температура билан Максвелл қонунига мувофиқ тақсимланган деб олиб, 1) $V = 0,2$ В; 2) $V = 0,4$ В тўхтатувчи потенциалларни енгиб ўтувчи электронлар улуши α ни топинг. Катод цилиндрик анод ўқи бўйлаб тортилган ингичка тўғри толадан иборат.

Жавобн. $\alpha = \exp\left(-\frac{eV}{kT}\right)$, бу ерда e —электроннинг заряди (абсолют катталиги бўйича.) 1) $\alpha = 13,5\%$, 2) $\alpha = 1,8\%$.

74-§. Максвелл тезликлар тақсимоти қонунининг бошқа исботи. Батафсил мувозанат принципи

1. Куч майдонлари бўлмаганда газ деворлари ўзгармас температурада сақланадиган берк идишда турибди дейлик. Агар вақтнинг бирор моментида газда молекулалар орасида қандай бўлса-да, тезликлар тақсимоти ҳосил қилинса, у ҳолда молекулаларнинг ўзаро

ва идиш деворлари билан тўқнашиши натижасида молекулаларнинг тезликлар бўйича шундай статистик тақсимоти қарор топадики, у келгусидаги тўқнашувларда ўзгаришсиз қолади. Максвеллнинг тезликлар тақсимоти қонунига берган иккинчи исботи ана шунга асосланган. Бу исбот биз 72-§ да келтирган биринчи исботдан жиддий фарқ қилади, чунки унда тўқнашишлар ҳақидаги тасаввурдан мўтлақ фойдаланилмаган эди. Биз Максвеллнинг иккинчи исботини келтиришимизга асосий сабаб шуки, унинг асосида *батафсил мувозанат принципи* ётади. Бу принцип мустақил аҳамиятга эга ва физиканинг турли бўлимларида катта роль ўйнайди. Молекулалар тўқнашишларда ўзларини идеал қаттиқ ва эластик шарлар сингари тутати, деб ҳисоблаймиз. Бундай фараз, гарчи шарт бўлмасида, исботни жуда соддалаштиради.

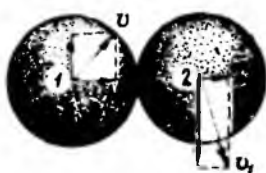
2. Икки группа молекулаларни, яъни тезлик нуқталари марказлари мос равишда v ва v_1 нуқталарда бўлган тезликлар фазосидаги $d\omega$ ва $d\omega_1$ ҳажм элементларидаги молекулаларни кўрайлик. Агар N идишдаги умумий молекулалар сони бўлса, у ҳолда қаралаётган группалардаги молекулаларнинг ўртача сонлари $dN = Nf(v)d\omega$ ва $dN_1 = Nf(v_1)d\omega_1$ бўлади. Биринчи группа молекулаларининг иккинчи группа молекулалари билан тўқнашишларини, уларнинг ичида марказлар чизиги (яъни тўқнашиш пайтида шарларнинг марказларини бирлаштирувчи чизиқ) фазода қандайдир белгиланган йўналишга эга бўлганларининг, аниқроғи, ўқ йўналиши белгиланган чексиз кичик $d\Omega$ фазовий бурчак чегарасида ётганларининг тўқнашишларини қараймиз. Бундай «*тўғри*» тўқнашишларнинг ўртача сони $dN dN_1$ кўпайтмага ва у билан бирга, $f(v)f(v_1)d\omega d\omega_1$ кўпайтмага пропорционал бўлади.

Ҳар бир «тўғри» тўқнашиш натижасида тўқнашаётган молекулаларнинг v ва v_1 тезликлари мос равишда v' ва v'_1 га ўтади. Биринчи группа молекулаларининг тезлик нуқталари $d\omega$ ҳажм элементидан маркази v' нуқтада бўлган тезликлар фазосидаги $d\omega'$ ҳажм элементига ўтади; иккинчи группа молекулаларининг тезлик нуқталари мос равишда маркази v'_1 нуқтада бўлган $d\omega'_1$ ҳажм элементига ўтади. Тўқнашишда молекулалар нормал тезликлари, яъни марказлар чизигига параллел тезликлари билан алмашинади; уларнинг уринма тезликлари, яъни марказлар чизигига перпендикуляр тезликлари ўзгаришсиз қолади. Агар марказлар чизигини X ўқи учун қабул қилсак, у ҳолда $v'_x = v_{1x}$, $v'_{1x} = v_x$. Бундан $dv'_x = dv_{1x}$, $dv'_{1x} = dv_x$ ва шунинг учун $dv_x dv'_{1x} = dv_x dv_{1x}$. Кўриб турибмизки, тўқнашишлар натижасида, гарчи dv_x ва dv_{1x} ўзгарсада, $dv_x dv_{1x}$ кўпайтма ўзгаришсиз қолар экан. $d\omega$ ва $d\omega_1$ ҳажмларининг кўндаланг ўлчамлари ўзгармайди, шунинг учун $d\omega d\omega_1$ кўпайтма ҳам ўзгаришсиз қолади:

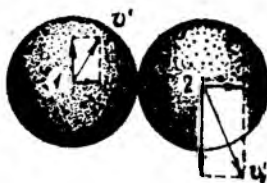
$$d\omega d\omega_1 = d\omega' d\omega'_1 \quad (74.1)$$

3. Марказлар чизиқларининг ўша йўналиши мос келадиган ва тўқнашаётган молекулаларнинг тезлик нуқталарини $d\omega'$ ва $d\omega'_1$ ҳажм элементларидан бошланғич $d\omega$ ва $d\omega_1$ ҳажм элементла-

Тўғри тўқнашувлар

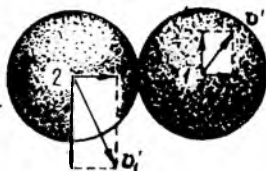


а) Тўқнашувгача



б) Тўқнашувдан кейин

Тескари тўқнашувлар



в) Тўқнашувгача



г) Тўқнашувдан кейин

55- расм.

рига ўтказадиган тўқнашишларни тескари тўқнашишлар деб атаймиз. Берилган тўғри тўқнашишларга кўра тескари тўқнашишларни топиш қийин эмас. 55- а ва б расмларда 1 ва 2 молекулаларнинг тўқнашувгача ва тўқнашувдан кейинги тезликлари тасвирланган. Бу тўқнашувларни тўғри тўқнашувлар деб қараймиз. Агар ҳамма тезликларни нормал ва уринма компоненталарга ажратсак, молекулаларнинг тўқнашишдан кейинги тезликларини топиш қийин эмас. Энди 1 ва 2 молекулаларнинг ўринларини алмаштириб қўямиз ва тўқнашишдан аввал уларнинг тезликлари v' ва v_1' эди, деб фарз қиламиз (55- в расм). Энди 2 молекула зарб берувчи, 1 молекула эса зарбни қабул қилувчи молекула бўлиб қолади. Тўқнашишдан кейинги тезликларни тузиб (55- г расм), уларнинг дастлабки v ва v_1 қийматлар қабул қилганини топамиз. Шундай қилиб, 55- в тўқнашишлар 55- а тўқнашишларга нисбатан тескари ва аксинча.

Тезлик фазосининг $d\omega'$ ва $d\omega_1'$ ҳажм элементларидан худди шу фазонинг $d\omega$ ва $d\omega_1$ элементларига тезлик нуқталарининг тескари ўтишлари сони $f(v')f(v_1')d\omega'd\omega_1'$ га пропорционал ёки (74.1) муносабатга кўра $f(v')f(v_1')d\omega d\omega_1$ га пропорционал. Симметрия мулоҳазаларига кўра, тўғри ва тескари ўтишлар учун пропорционаллик коэффициенти бир хил бўлади. Ҳар бир тўғри тўқнашиш тезлик нуқтасини тезлик фазосининг $d\omega$ ҳажми элементидан олиб кетади, ҳар бир тескари тўқнашув бирор тезлик нуқтасини бу ҳажм элементига олиб киради. Бирор t вақт оралиғи давомида биз кўраётган хилдаги тўғри ва тескари тўқнашишлар натижасида тезлик нуқталари ўртача сонининг ортиши қуйидагига пропорционал:

$$dZ \sim [f(v')f(v_1') - f(v)f(v_1)] d\omega d\omega_1. \quad (74.2)$$

Давом этишдан аввал шунни айтиб ўтамизки, (74.2) муносабатни исботлаш учун қаттиқ эластик шарлар моделидан фойдаланмасак ҳам бўлар эди. Унинг ўрнига механика қонунларига хос бўлган симметриянинг умумий хоссалари асосида исботлаш ҳам мумкин эди. Шунинг учун келгуси мулоҳазалар молекулаларнинг шакллари ва улар орасида таъсир қилувчи кучларга тегишли махсус фаразларга мутлақо боғлиқ бўлмайди.

4. Энди тезлик фазосининг $d\omega$ ҳажм элементидаги тезлик нуқталарининг ўртача сони тўқнашишларга қарамай вақт ўтиши билан ўзгармайди, деб фараз қилэйлик. (74.2) ифодадаги v тезлик аниқ қайд қилинган (аниқроғи, v векторнинг учинчи $d\omega$ чегараларида ётиши лозим), деб ҳисоблаш керак. Аксинча, v_1 тезлик ва марказлар чизиқлари йўналиши исталганча бўлиши мумкин. v' ва v'_1 тезликлар v_1 ва марказлар чизиғи йўналиши берилиши билан бир қийматли аниқланади. $d\omega$ элементда тезлик нуқталари сонининг кўриляётган вақт оралиғи ичидаги ўртача орттирмаси (74.2) ифоданинг v_1 мумкин бўлган барча қийматлари ва марказлар чизиғининг мумкин бўлган барча йўналишлари бўйича йиғиндисидан топилади. Тўқнашишлар натижасида $d\omega$ даги тезлик нуқталарининг ўртача сони ўзгармаслиғи учун бу йиғиндини нолга айланишининг ўзи зарур ва етарлидир. Бироқ молекулаларнинг иссиқлик ҳаракати характерланадиган хаос ҳолатида янада кўпроқ нарсани талаб қилиш лозим. Бунда на фақат йиғинди, балки ҳар бир алоҳида (74.2) қўшилувчи нолга айланиши керак. Бундай талабнинг маъноси шундаки, *газда хаотик ҳаракат ҳолатида ҳар қандай қарама-қарши йўналган процесс бир-бирини компенсациялаши керак. Бундай қарама-қарши йўналган процессларнинг тезликлари бир-дай бўлиши шарт.* Бу қоида батафсил мувозанат принципи деб аталади. Агар бу қоида бажарилмаганда эди, у ҳолда молекулаларнинг тартибсиз ҳаракати бирор даражада ўзининг тартибсизлик характерини йўқотган ва тартибли ҳаракат хоссаларига эга бўлиб қолар эди. Батафсил мувозанат принципи фақат газлар учунгина эмас, балки *тўла хаос ҳолатида бўлган ҳар қандай системалар учун* ҳам ўринлидир.

5. Я. И. Френкель (1891—1952) келтирган қуйидаги мисол нима учун барқарорлашган хаотик ҳолат фақат статистик мувозанат ҳолати бўлибгина қолмай, батафсил статистик мувозанат ҳолати бўлишини тушунтиради. Айтайлик, бирор мамлакат аҳолиси ўзаро жуфт-жуфт бўлиб темир йўллар билан боғланган шаҳарларда жойлашган бўлсин. Аҳоли бу шаҳарларнинг биридан иккинчисига саёҳат қилади, бунда ҳар бир шаҳардаги ўртача аҳоли сони ўзгаришсиз қолади. Ана шу асосда ихтиёрий бирор A шаҳардан бошқа ихтиёрий B шаҳарга келаётган аҳолининг ўртача сони B дан A га тесқари йўналишда келаётган аҳолининг ўртача сонига тенг деб тасдиқлаш мумкинми? Бошқача айтганда, қаралаётган статистик мувозанатни батафсил статистик мувозанат, деб тасдиқлаш мумкинми? Йўқ, бундай деб бўлмайди. Масалан, агар шаҳарлар сони учта — A , B , C бўлса, у ҳолда бу шаҳарларнинг ҳар биридаги аҳоли сони доимийлигини йўловчиларни A дан B га, B дан C га, C дан A га ва ҳ. к. берк йўл орқали ҳаракатлантириш билан таъминлаш мумкин. Бироқ аҳолини бундай ҳаракатлантириш статистик мувозанатнинг хаотиклиғи ҳақидаги тасаввурга мувофиқ келмайди, бу тасаввур ҳар қандай тартиблашган ҳаракатни, шунингдек донравий тартиблашган ҳаракатни ҳам назарда тутмайди. Френкелнинг мисолини тўлдириб, аҳоли бирор мақсадни кўзлаб сафар қилмайди, унинг сафари мутлақо тасодифийдир деб оламиз. Айтайлик, A шаҳарда яшовчи киши сафарга отланиб, танга ташласин, герб-

ли ёки рақамли томоннинг тушиши унинг қайси шаҳарга — B га ёки C га боришини белгилайди. B ва C шаҳарларда яшовчи сафарга отланган ҳар бир киши ҳам шундай қилсин. Ана шунда шаҳарларнинг ҳар биридаги аҳоли ўртача сонининг доимийлиги батафсил мувозанатда сақлаб турилади: бирор йўналиш бўйича сафарга чиққан йўловчилар сони тескари йўналишда сафарга чиққан йўловчилар сонига тенг бўлади.

6. Энди батафсил мувозанат принциpidан қандай қилиб тезликлар тақсимотини Максвелл қонуни чиқарилишини кўрсатайлик. (74.2) формуланинг квадрат қавсларидаги ифоданинг нолга айланишини талаб қилиш керак. Бунда $f(v)$ функциянинг v тезликнинг ўзига эмас, ϵ кинетик энергияга боғлиқ бўлиши мумкин эканлигини эътиборга олиш лозим. Бу

$$f(\epsilon')f(\epsilon'_1) = f(\epsilon)f(\epsilon_1) \quad (74.3)$$

тенгламага ёки

$$\frac{f(\epsilon')}{f(\epsilon)} = \frac{f(\epsilon_1)}{f(\epsilon'_1)} \quad (74.3a)$$

ифодага олиб келади, бунда тўқнашишда энергиянинг сақланиш қонунини ифодаловчи

$$\epsilon + \epsilon_1 = \epsilon' + \epsilon'_1$$

қўшимча шарт бажарилиши керак. $f(\epsilon)$ функциянинг кўринишини топиш учун аргументларнинг шундай ўзгаришларини қараймизки, унда ϵ_1 ва ϵ'_1 ўзгармас, шунинг учун $\epsilon' - \epsilon$ айирма ҳам ўзгармас бўлсин. У ҳолда (74.3) тенгламадан қуйидагини оламиз:

$$\frac{f(\epsilon')}{f(\epsilon)} = \text{const}, \quad (74.4)$$

бунинг учун

$$\epsilon' - \epsilon = C = \text{const}$$

шарт бажарилиши керак, бу ерда C доимий ҳар қандай қиймат қабул қилиши мумкин. Шунга ўхшаш тенгламани биз 72-§ да учратган эдик. Фақат $f(\epsilon')/f(\epsilon)$ бўлинма ўрнига у ерда $f(\epsilon')f(\epsilon)$ кўпайтма, $\epsilon' - \epsilon$ айирма ўрнига $\epsilon' + \epsilon$ йиғинди турган эди. Бироқ ечиш методини қўллаш учун бунинг аҳамияти йўқ. Аввалгидек амалларни бажариб

$$f(\epsilon) = A e^{-\alpha\epsilon}$$

ифодани, яъни тезликлар тақсимотини Максвелл қонунини топамиз.

7. Муҳокамадаги кичик ўзгариш, шунингдек газнинг турли молекулалари орасида ўртача кинетик энергиянинг текис тақсимланиши ҳақидаги теоремага олиб келади. Содда бўлиши учун икки газнинг аралашмасини қарайлик. Газлардан бирига тегишли бўлган катталикларни пастки 1 индекси билан белгилаймиз, иккинчи газга тегишли катталикларни индексиз ёзамиз. Батафсил мувозанат барча процессларга, шу жумладан, тўқнашувчи бир хил молекулалар орасидаги процессларга ҳам тегишли бўлиши керак. Шунинг

учун ҳар бир газга юқоридаги мулоҳазаларни алоҳида қўллаш мумкин. Бу мулоҳазаларга кўра, ҳар иккала газ учун тақсимот функцияси

$$f(\epsilon) = Ae^{-\alpha\epsilon}, f_1(\epsilon_1) = A_1e^{-\alpha_1\epsilon_1} \quad (74.5)$$

кўринишда бўлиши керак. α ва α_1 доимийлар билан газ молекулаларининг ўртача кинетик энергиялари аниқланади. Шунинг учун кинетик энергиянинг тенг тақсимоли ҳақидаги теоремани исботлаш учун $\alpha = \alpha_1$ эканлигини кўрсатиш етарли. Шу мақсадда биринчи газ молекулаларининг иккинчи газ молекулалари билан тўқнашишини қараймиш ва унинг учун батафсил мувозанат принципини қўллаймиш. Бундай тўқнашувлар учун ҳам (74.1) муносабат ўз кучини сақлашини (шу параграфнинг 8-пунктига қаранг) кўрсатиш қийин эмас. Сўнгра тўғри ва тескари тўқнашишларда нисбий тезликлар катталиқ жиҳатидан бирдай бўлишини эътиборга олиш керак. Бу икки далилга асосланиб шуни тасдиқлаш мумкинки, тўғри ва тескари тўқнашишларнинг ўртача сони мос равишда $f(\omega)f_1(\omega_1)$ ва $f(\omega')f_1(\omega'_1)$ га айни бир пропорционаллик коэффициентлари орқали пропорционалдир. Шунинг учун батафсил мувозанат принципи

$$f(\epsilon) f_1(\epsilon_1) = f(\epsilon') f_1(\epsilon'_1)$$

тенгламага олиб келади. Бунга (74.5) ифодани қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\alpha (\epsilon - \epsilon') = \alpha_1 (\epsilon'_1 - \epsilon_1).$$

Энергиянинг сақланиш қонунини $\epsilon + \epsilon_1 = \epsilon' + \epsilon'_1$ ёки $\epsilon - \epsilon' = \epsilon'_1 - \epsilon_1$ ни назарга олсак, $\alpha = \alpha_1$ эканини топамиз.

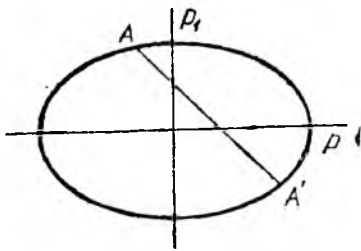
8. Ниҳоясида турли m ва m_1 массали шарларнинг тўқнашувида (74.1) муносабатнинг маъноси ва исботига тўхталиб ўтамиз. Дастлаб шарлар марказлар чизиги бўйлаб ҳаракатланган хусусий ҳолни кўрайлик. У ҳолда ҳар бир вақт моментида ҳаракат ҳолати биринчи шарнинг p импульси ва иккинчи шарнинг p_1 импульси билан характерланиши мумкин. Геометрик жиҳатдан бундай ҳолатни текисликда тўғри бурчақли координаталари мос равишда p ва p_1 бўлган тасвирловчи A нуқта билан ифодалаш мумкин. Тўқнашудан сўнг тасвирловчи нуқта координаталари p' ва p'_1 бўлган янги A' вазиятга кўчади. Импульс ва энергиянинг сақланиш қонунарига кўра

$$p + p_1 = p' + p'_1 \quad (74.6)$$

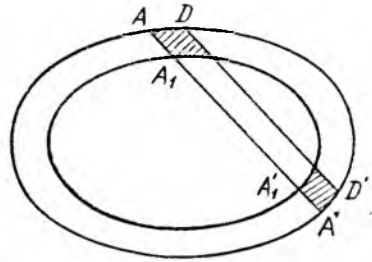
$$\frac{p^2}{2m} + \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p'^2}{2m} + \frac{p_1'^2}{2m_1} = E. \quad (74.7)$$

Бундан A' нинг абсциссалар ўқига 135° бурчақ остида қия бўлган (74.6) тўғри чизикнинг ва ярим ўқлари $\sqrt{2mE}$ ва $\sqrt{2m_1E}$ бўлган эллипснинг кесишиш нуқтасида жойлашганлиги, шу билан бирга бу икки чизикнинг, шунингдек A нуқтада ҳам кесишиши кўришиб турибди (56-расм). Бундан фойдаланган ҳолда, агар A нуқтанинг вазияти аниқ бўлса, геометрик ясаш йўли билан A' нуқтанинг вазиятини топиш осон.

Энди шарларнинг импульслари тўқнашишгача ўзгарди, яъни A тасвирловчи нуқтанинг вазияти ўзгарди, бироқ марказлар чизигининг йўналиши ўзгарисиз қолди, деб фараз қилайлик. Бунда A' тасвирловчи нуқтанинг ҳам вазияти ўзгаради. Бироқ агар A нуқтанинг вазияти аниқ бўлса, A' нуқтанинг вазияти ҳамма



56- расм.



57- расм.

вақт бир қийматли аниқланади. Айтайлик, A нуқталар бирор ихтиёрий D соҳа чегараларида исталган вазиятни эгаллаши мумкин бўлсин. У ҳолда A' нуқталар бирорга бошқа соҳа ичида жойлашган бўлади, биз бу соҳани D билан белгилаймиз. D ва D' соҳаларнинг юзлари бирдай эканлигини исбот қиламиз. Бундай тасдиқ аналитик механиканинг анчагина умумий бўлган теоремасининг хусусий ҳоли бўлиб, бу теорема *Лиувиль* (1809 — 1882) *теоремаси* деб аталади ва статистик механикада муҳим роль ўйнайди.

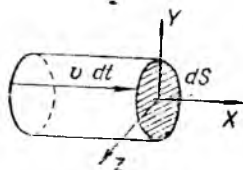
Бизнинг тасдиғимизни ихтиёрий шаклдаги чексиз кичик D соҳа учун исбот қилиш етарли, чунки шундай чексиз кичик соҳалардан чекли ўлчамдаги исталган соҳани ҳосил қилиш мумкин. Иккита чексиз яқин бўлган (74.7) типдаги ўхшаш эллипсларни оламиз, бу эллипслар бир-биридан E энергиянинг қиймати билан фарқ қилади. Уларни абсциссалар ўқига 135° қия бўлган иккита чексиз яқин тўғри чизиқлар билан кесамиз. Кесимда 57-расмда штрихлаб кўрсатилган иккита чексиз кичик параллелограмм ҳосил бўлади. Бу параллелограммлардан бирини D , иккинчисини D' соҳа учун қабул қиламиз. Бу параллелограммларнинг AA' тўғри чизиққа перпендикуляр бўлган баландликлари, ясайдан кўриниб турганидек, барабар бўлади. Шунингдек, AA_1 ва $A'A'_1$ асосларини ҳам тенг бўлади. Бизнинг ўхшаш эллипсларимиз икки концентрик айланани горизонтал ёки вертикал ўқ бўйлаб бирдай сон марта чўзиш ёки сиқиш натижасида ҳосил қилиниши мумкин эканлигини айтиб ўтсак, бунга осонгина ишонч ҳосил қилиш мумкин. Деформацияга қадар AA_1 ва $A'A'_1$ томонларнинг узунликларини тенг бўлиши доиранинг геометрик хоссаларидан келиб чиқади. Бу тенглик деформациядан кейин ҳам сақланади, чунки бир жишли бир томонлама чўзишда ёки сиқишда параллел кесмаларнинг узунликлари бирдай сон марта ўзгаради. Бу билан асосларнинг тенглиги, бинобарин, D ва D' параллелограмм юзларининг тенглиги ҳам исботланади. D ва D' параллелограммларнинг шакллари, умуман айтганда, турлича эканлигини қайд қилиб ўтайлик.

Исботланган теоремани тўқнашувчи шарлар тезлигининг фақат марказлар чизиги бўйлаб йўналган ташкил этувчиларига эга бўлиб қолмасдан, балки уларга перпендикуляр бўлган кўндаланг ташкил этувчиларга эга бўлган ҳол учун ҳам умумлаштириш қийин эмас. Исботни бу ҳол учун ҳам қўллаш мумкин, чунки кўндаланг тезликлар тўқнашишларда ўзгармайди. Фақат икки ўлчамли D ва D' соҳалар ўринга олти ўлчамли фазодаги тегишли соҳалар пайдо бўлади. Теорема шундан иборат бўладики, бу олти ўлчамли соҳаларнинг ҳажмлари бирдай бўлади. Ниҳоят, агар p ва p_1 импульсларини уларга тегишли тезликлар билан алмаштирилса ҳам барча мулоҳазалар тўғрилигича қолади.

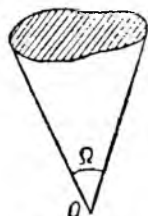
75-§. Идиш деворлари билан тўқнашувчи молекулаларнинг ўртача сони

1. Молекулаларнинг идиш деворларига вақт бирлиги ичида ўртача урилишлар сонини қуйидаги оддий усул билан аниқлаш мумкин. Айтайлик, n — ҳажм бирлигидаги ўртача молекулалар

сони бўлсин. Идиш деворида dS элементар юзни ажратамиз ва XYZ тўғри бурчакли координаталар системасини киритамиз (58- расм). X ўқини dS юзга туширилган нормал бўйлаб, Y ва Z ўқларини бу нормалга перпендикуляр бўлган текисликка жойлаштирамиз. Соддалаштирадиган икки шартни киритамиз: 1) барча молекулаларнинг тезликлари катталик жиҳатидан бирдай; 2) молекулалар фақат координаталар ўқига параллел ҳаракатланади, яъни барча молекулаларнинг олтидан бир қисми X ўқининг мусбат йўналишида, олтидан бир қисми манфий йўналишида ҳаракатланади, Y ва Z ўқлар учун ҳам худди шундай. Бундай соддалаштиришда dS юз билан фақат деворга қараб йўналган молекулалар, яъни X ўқининг мусбат йўналишида ҳаракатланаётган молекулалар тўқнашади.



58- расм.



59- расм.

Ҳажм бирлигида бундай молекулалар сони $n_x = \frac{1}{6} n \cdot dt$ вақт оралиғида dS юз билан кўриляётган группанинг асоси dS ва баландлиги $v dt$ бўлган цилиндр ичида ётган барча молекулалари тўқнашади. Бу цилиндрда деворга қараб ҳаракатланувчи молекулалар сони $dz = n_x v S dt = \frac{1}{6} n v S dt$ га тенг. Вақт бирлигида бирлик юз билан тўқнашаётган молекулаларнинг ўртача сони

$$z = \frac{1}{6} n v \quad (75.1)$$

га тенг бўлади.

2. Энди z зарбалар ўртача сони учун аниқ ифодани топамиз. Газда тинчлик ҳолатида молекулалар тезликларининг барча йўналишлари тенг эҳтимолдир, яъни фазода изотроп тақсимлангандир. Тезликларининг йўналиши Ω фазовий бурчак ичида ётган молекулаларнинг ўртача сони N_Ω ни топамиз (59- расм). Фазодаги барча йўналишларни қамраб олувчи фазовий бурчак 4π га тенг бўлганлигидан, кўрсатилган изотропия туфайли

$$N_\Omega = \frac{N}{4\pi} \Omega \quad (75.2)$$

бўлади, бу ерда N — молекулаларнинг умумий сони. Хусусан, чексиз кичик фазовий бурчак учун

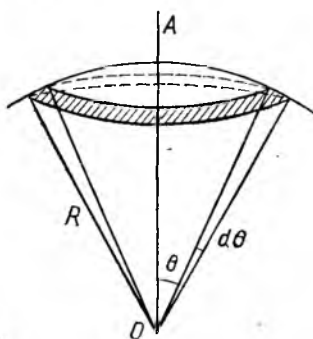
$$dN = \frac{N}{4\pi} d\Omega \quad (75.3)$$

(75.3) формуладан фойдаланиб, тезликлари бирор белгиланган OA йўналиш билан (60- расм) θ ва $\theta + d\theta$ орасида ётувчи бурчаклар ҳосил қилувчи молекулаларнинг dN ўртача сонини топамиз. Бунинг учун O нуқтани марказ қилиб R радиусли сфера чизамиз ва умумий ўқи OA бўлган, ташкил ётувчилари бу ўқ билан τ ва $\tau + d\tau$ бурчак ҳосил қилувчи икки мунтазам конус ясаймиз. Конуслар сферада 60- расмда штрихлаб кўрсатилган халқа полескани

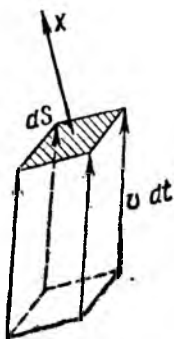
кесади. Полосканинг юзи $dS = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$ га тенг. У C нуқтадан $d\Omega = dS/R^2 = 2\pi \sin \theta d\theta$ фазовий бурчак остида кўринади. Бу қийматни (75.3) формулага қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$dN = \frac{N}{2} \sin \theta d\theta. \quad (75.4)$$

Энди z учун ифода топиш осон. Деворга туширилган ташқи нормални X ўқи учун қабул қиламиз (61- расм). X ўқи билан молекуланинг тезлиги орасидаги бурчакни θ билан белгилаймиз. Дастлаб барча молекулаларнинг тезликлари катталик жиҳатдан тенг, уларнинг йўналишлари изотроп тақсимланган, деб фараз қиламиз. Тезликларининг x -компоненти v_x ва $v_x + dv_x$ орасида бўлган молекулалар группасини ажратамиз. Деворга урилиш учун молекулалар унга қараб учишлари керак, бунинг учун $v_x > 0$



60- расм.



61- расм.

бўлиши лозим. Айтайлик, dn — ҳажм бирлигидаги ана шундай молекулалар сони бўлсин. Ажратиб олинган группадаги молекулаларнинг бир секундада деворнинг квадрат сантиметрига урилишлари сони $dz = dn v_x = v \cos \theta dn$ га тенг. Агар молекулаларни яна ҳам батафсилроқ навларга ажратсак, бунга осон ишонч ҳосил қилиш мумкин. Тезликлари муайян йўналишга эга бўлган молекулаларни ажратиш ва dS юзга ён томони $v dt$ га тенг бўлган, 61-расмда кўрсатилгандек, қия параллелепипед ясаш керак. dS исзга dt вақт давомида уриладиган ажратилган молекулалар сонини топиш учун уларнинг концентрациясини параллелепипеднинг $dS v_x dt$ ҳажмига кўпайтириш лозим. Кейин ён томонларининг йўналишлари турлича, бироқ умумий баланкликлари $v_x dt$ га тенг бўлган барча параллелепипедлар бўйича йиғиндисини олиш керак. Натижани dt га бўлиб, биз $dz = v \cos \theta dn$ ифодани келтириб чиқарамиз. dn сондаги молекулалар v ва v_x нинг қийматлари умумий бўлиши билан характерланганлигидан, улар X ўқига маълум бурчаклар остида ҳаракатланади. Аниқроғи, бу молекулалар тезликлари X ўқи билан θ ва $\theta + d\theta$ орасидаги бурчакларни ҳосил қилувчи молекулалардир. (75.4) формулага мувофиқ, $dn = \frac{1}{2} n \times \sin \theta d\theta$ ва шунинг учун ҳам

$$dz = \frac{1}{2} n v \sin \theta \cos \theta d\theta.$$

Бу ифодани деворга учиб келаётган барча молекулалар бўйича, яъни $\theta = 0$ дан $\theta = \pi/2$ гача интеграллаб,

$$z = nv/4$$

ифодани оламиз.

Бу натижани молекулаларнинг тезликлари катталиклари жиҳатидан бир хил бўлмаган, бироқ йўналишлари аввалгидек изотроп тақсимланган ҳол учун умумлаштириш қийин эмас. Барча молекулаларни тезликлари v_1, v_2, \dots, v_s бўлган группаларга бўламиз. Айтилик, n_1, n_2, \dots, n_s — ҳажм бирлигидаги шундай молекулалар сонини билдирсин. Равшанки,

$$z = 1/4 \sum n_i v_i.$$

Ўртача қийматнинг таърифига кўра

$$\langle v \rangle = \frac{\sum n_i v_i}{n},$$

шунинг учун

$$z = 1/4 n \langle v \rangle. \quad (75.5)$$

Тезликларнинг максвеллча тақсимотида $\langle v \rangle$ учун (73.6) ифодадан фойдаланиш керак бўлади. Бу эса қуйидагини беради:

$$z = n \sqrt{\frac{kt}{2\pi m}}. \quad (75.6)$$

3. Шундай қилиб, (75.1) тахминий формуланинг аниқ (75.5) формуладан фарқи шундаки, унда $1/6$ коэффициент ўрнига $1/4$ коэффициент олинган. Аслида фарқ яна ҳам кам. Ҳақиқатан ҳам, газ кинетик энергиясининг қиймати тўғри бўлиши учун (75.1) формуладаги v ни ўртача квадратик тезлик, яъни $\langle v \rangle$ билан $\langle v_{\text{кв}} \rangle \approx 1,08 \langle v \rangle$ муносабат орқали боғланган тезлик деб тушуниш керак.

Кўрсатилган масалада (75.5) аниқ ифодани чиқариш катта қийинчилик туғдирмади. Бироқ, одатда, газларнинг кинетик назариясида қўйилиши ва ечилиши керак бўлган масалалар жуда мураккаб бўлади. Уларнинг аниқ ва қатъий ечимларини олиш жуда қийин ва кўпинча ҳатто мумкин бўлмайди. Шунинг учун баҳолаш характериға эга бўлган муносабатларни келтириб чиқариш катта аҳамият касб этади. Уларни чиқаришда соддалаштирувчи фаразлар киритилади, бу фаразлар ҳисоблашларни жуда соддалаштиришга имкон бериб, айни вақтда ҳодисаларнинг моҳиятини ўзгартирмайди, Одатда, бундай баҳолаш муносабатлари аниқ ифодалардан кам аҳамиятга эга бўлган бирга яқин тартибдаги кўпайтувчилар билангина фарқ қилади. Баҳолаш методи биз келгусида кенг ишлатамиз.

4. (75.6) формула ёрдамида суиқлик ёки қаттиқ жисмнинг вакуум билан чегараланган сирти бирлигидан буғланишда бир секундда учиб чиқаётган ўртача молекулалар сонини баҳолаш учун фойдаланиш мумкин. Бунинг учун дастлаб жисмнинг ўзининг тўйингач буғи билан чегараланган ҳолини кўришимиз мумкин. Буғ бўлганида фақат буғланиш процесси эмас, шунингдек жисм сиртига қараб учиб келаётган буғ молекулаларининг конденсацияланиши-

дан иборат тескари процесс ҳам рўй беради. Жисмдан буғ эгалланган соҳага ёки аксинча учаётган молекулалар жисмнинг чегарасидан қайтиши ҳам мумкин. Бироқ баҳолаш вақтида бу эффектни ҳисобга олмастик мумкин. Агар буғ тўйинган бўлса, у ҳолда батафсил мувозанат қарор топади, бунда жисмдан буғланаётган молекулаларнинг ҳар бир оқимига худди шу оқимга тенг ва жисмга қараб қарама-қарши йўналган буғ молекулалари оқими мос келади. Бироқ жисм сирти бирлигига урилувчи буғ молекулаларининг ўртача сони (75.6) ифода билан берилади. Ҳар секундда жисмнинг бирлик сиртидан учиб чиқаётган молекулаларнинг ўртача сони ҳам худди шундай бўлади. Агар жисмнинг устидаги ҳамма буғни йўқотилса ҳам бу сон ўзгармайди, чунки у атроф-муҳитнинг ҳолатига эмас, фақат жисмнинг ўзининг ҳолатига боғлиқ бўлади. (75.6) формулада n деб ҳажм бирлигидаги тўйинган буғ молекулалари сонини тушуниш керак. Қийин эрувчи металллар тўйинган буғларининг босимини ўлчаш методи ана шунга асосланган (шу параграфдаги 10- масалалага қаранг).

МАСАЛАЛАР

1. Деворнинг бир сантиметр квадрат сиртига бир секундда урилайётган молекулалар сонини $z = n \int v_x \varphi(v_x) dv_x$ интеграл билан ифодалаш мумкин, бу ерда интеграллаш деворга қараб ҳаракатланаётган барча молекулалар бўйича олинади. (Девор X ўқиға перпендикуляр деб фараз қилинади.) Тезликларнинг максвеллча тақсимоотида бу интеграл (75.6) ифодага келишига бевосита ҳисоблаш билан ишонч ҳосил қилинг.

2. V ҳажмли юпқа деворли идишда идеал газ бор. Бу идишнинг деворлари ўзгармас температурада сақлаб турилади. Идиш вакуумга жойланган. Агар идишнинг деворида жуда кичик S^* юзли тешик очилса, вақт ўтиши билан идишнинг ичида газ молекулаларининг n концентрацияси қандай ўзгаради?

Ечилиши. Агар S тешик жуда кичик бўлса, у ҳолда тезликлар тақсимоотининг бузилиши жуда кам бўлади, яъни изотроп ва максвеллча бўлиб қолаверади. (75.5) формулага кўра қуйидагини оламиз:

$$\dot{a}(Vn) = -\frac{1}{4} S n(v) dt.$$

Бу тенглама интегралланса,

$$n = n_0 e^{-t/\tau}, \text{ бу ерда } \tau = 4V/S < v >.$$

ифода ҳосил бўлади.

3. Деворлари ўзгармас температурада сақланадиган, ҳавоси сўрилган юпқа деворли идиш молекулалар концентрацияси сони n_0 ўзгармас бўлган идеал газ атмосферасига ботирилган. Идеал газ ҳам ўша температурада сақланади. Агар идишнинг деворида жуда кичик тешик очилса, идиш ичидаги газ молекулаларининг концентрацияси вақт ўтиши билан қандай ўзгаради?

Жавоби: $n = n_0 (1 - e^{-t/\tau})$. Белгилашлар худди бундан аввалги масаладагидек.

4. Тўла эвакуация қилинган* (вакуумланган) герметик идиш молекуляр оғирликлари 1 : 4 нисбатда бўлган икки хил газ аралашмасидан иборат атмосферага жойлаштирилган, газлар концентрациясининг (яъни ҳажм бирлигидаги молекулалар сонининг) нисбати α га тенг. Идишдан ташқаридаги газлар аралаш-

* 2, 3, 4, 5, 7, 8- масалаларда тешикнинг ўлчамлари ва идиш деворининг қаллиғи эркин югуриш йўли узунлигига нисбатан кичик, деб фараз қилинади (86 ва 95- § ларга қаранг).

маси ўзгармас босим ва температурада сақланади. Идиш деворида кичик тешик пайдо бўлиб, бу тешик орқали ҳар иккала газ жуда секин идишга оқиб кира бошлади. Идишдаги газ аралашмаси енгил компонентаси концентрациясининг оғир компонентаси концентрациясига нисбатининг максимал ва минимал қийматларини, шунингдек бу қийматларга эришиладиган вақт моментларини аниқлаиғ.

Ечиши. 1 ва 2-масалалардаги сингари иш тутиб, идиш ичидаги енгил ва оғир компоненталар концентрацияларининг нисбати учун

$$\beta = \alpha \frac{1 - e^{-t/\tau_1}}{1 - e^{-t/\tau_2}}$$

ифодани топамиз, бу ерда 1 индекс енгил, 2 индекс эса оғир компонентага тегишли. τ_1 ва τ_2 вақтлар $\tau_2/\tau_1 = 2$ муносабат билан боғланган. Буни назарга олиб, $\frac{d\beta}{dt}$ ҳосиланинг

$$e^{-t/\tau_1} = \sqrt{2} - 1 \text{ ва бинобарин, } \beta = \alpha \sqrt{2}$$

бўлганда нолга айланишини топамиз. Бироқ бу ҳолга $\beta = \beta(t)$ эгри чизиқдаги максимум ҳам, минимум ҳам эмас, балки бурилиш нуқтаси тўғри келади. β катталиқ максимум ва минимум қийматларни вақт интервалининг чеккаларида (0, ∞) қабул қилади. $t = 0$ да максимум $\beta_{\text{макс}} = \alpha \tau_2/\tau_1 = 2\alpha$, $t = \infty$ да минимум $\beta_{\text{мин}} = \alpha$ ҳосил бўлади.

5. Тўла эвакуация қилинган юпқа деворли идиш ўзгармас температурада ва юқори бўлмаган P босимда ушлаб турилган кислород атмосферасида жойлаштирилган. Идишнинг деворида кичик тешик пайдо бўлди ва у орқали идишга кислород оқиб кира бошлади. Бир соатдан кейин идишнинг босими нолдан $P/2$ гача кўтарилди. Агар ҳавоси сўриб олинган (вакуумланган) идиш ўша босим ва ўша температурадаги водород атмосферасига жойлаштирилса, бу идишда шунча вақтдан сўнг қандай босим қарор топар эди?

Жавоби. $15/16 P$.

6. Идиш деворининг сантиметр квадратига вақт бирлиги ичида урилаётган идеал бир атомли газ молекулаларининг тўла кинетик энергиясини топинг.

Жавоби. $E = 1/8 n m \langle v^3 \rangle$. Максвеллча тақсимот учун

$$E = n \sqrt{\frac{2k^3 T^3}{m\pi}} = \frac{n m \pi}{16} \langle v \rangle^3$$

7. Вакуумга жўйлаштирилган юпқа деворли идишда жуда кичик тешик бўлиб, бу тешикка ташқаридан бирдай v_0 тезлик билан унинг юзасига перпендикуляр учиб келаётган бир атомли молекулаларнинг параллел дастаси йўналган. Даста молекулаларининг концентрацияси n_0 га тенг. Қарор топган мувозанат ҳолатида ўртача тезлик $\langle v \rangle$, молекулалар концентрацияси n ва идишдаги газнинг T температурасини топинг.

Ечиши. Молекулаларнинг идиш деворлари билан ва ўзаро тўқнашишлари туфайли идиш ичида тезликларнинг максвеллча тақсимоти вужудга келади. Идишда зарралар сони ва газ кинетик энергиясининг сақланиш шarti қуйидагича кўринишда бўлади:

$$n_0 v_0 = \frac{1}{4} n \langle v \rangle,$$

$$1/2 n_0 m v_0^3 = \frac{1}{16} n m \pi \langle v \rangle^3.$$

Булардан ва шунингдек (73.6) формуладан фойдаланиб, излаётган катталикларимизни топамиз:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}} v_0, \quad n = n_0 \sqrt{8\pi}, \quad T = \frac{m v_0^2}{4k}.$$

8. T температурада бир атомли идеал газ бўлган юпқа деворли идишда жуда кичик тешик бўлиб, бу тешик орқали молекулалар вакуумга учиб кира

ди. Тажриба вақтида идишдаги газ молекулаларининг сон ва унинг температураси ўзгаришлари назарга олмастик даражада кичик деб фараз қилиб, учиб чиққан молекула кинетик энергиясининг $\langle \epsilon \rangle$ ўртача қийматини топинг.

Жавоби. $\langle \epsilon \rangle = 2kT$.

9. Муайян вақт ичида (масалаи, бир секундда) идиш деворларига урилган идеал газ молекулаларининг қандай қисми ϵ дан катта кинетик энергияга эга бўлади?

Жавоби. $\alpha = \left(1 + \frac{\epsilon}{kT}\right) e^{-\epsilon/kT}$

10. Вольфрам тола юқори вакуумда $T = 2000 \text{ K}$ температурада бугланиб ўз оғирлигини йўқотади. Ўлчашларнинг кўрсатишича, оғирлигини йўқотиш тезлиги $q = 1,14 \cdot 10^{-13} \cdot \text{г} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$ экан. Вольфрам тўйинган бугларининг шу температурадаги босимни баҳолаи.

Ечилиши. Шу параграфининг 4-пунктида баён қилинганларга мувофиқ, бугланиш тезлиги

$$q = \frac{1}{4} n m \langle v \rangle$$

формула билан берилди, бу ерда n — вольфрам тўйинган буг атомларининг концентратсияси. Унинг босими

$$P = \frac{1}{3} n m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{4} q m \frac{\langle v^2 \rangle}{\langle v \rangle}.$$

Максвеллча тақсимотда

$$\frac{\langle v^2 \rangle}{\langle v \rangle} = 3 \sqrt{\frac{\pi kT}{8m}} = 3 \sqrt{\frac{\pi RT}{8A}},$$

бу ерда A — вольфрамнинг атом оғирлиги бўлиб, 184 га тенг. Пировардида шундай натижа оламиз:

$$P = q \sqrt{\frac{2\pi RT}{A}}$$

Бунга сон қийматларни қўйиб, вольфрам тўйинган бугларининг $T = 2000 \text{ K}$ даги босими учун

$$P = 8,6 \cdot 10^{-9} \text{ дина/см}^2 = 6,4 \cdot 10^{-12} \text{ мм см. уст.}$$

эканини топамиз. Бў катталиқ шунчалик кичик бўлгани туфайли уни бевосита усул билан ўлчаб бўлмайди.

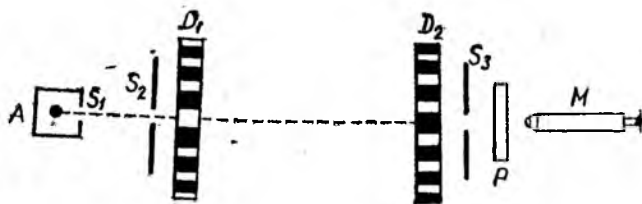
76-§. Максвелл тезликлар тақсимоти қонунини тажрибада текшириш

1. Максвелл тезликлар тақсимоти қонунини тажрибада дастлабки текширишлардан бири Ричардсон (1879—1959) томонидан 1921 йилда амалга оширилган эди. Агар металлнинг чўлганган сирти вакуум билан чегараланган бўлса, у электронлар чиқаради. Бу ҳодиса *термоэлектрон эмиссия* деб аталади ва турли-туман илмий-техник татбиқларга эга. Статистик мувозанат ҳолатида металл сирти устида электронларнинг тўйинган буги ҳосил бўлади. Ричардсон буг электронлари тезликларининг тақсимоти Максвелл қонунига бўйсунганини экспериментал равишда кўрсатди. Вунинг сабаби шуки, металл сирти устида электронлар концентратсияси кичик бўлганида электрон буг классик нуқтаи назардан қаралиши мумкин, чунки (71.8) формула бўйича ҳисобланадиган айниш температураси электрон газнинг температурасидан (металл

температурасига тенг бўлган) анча паст бўлади. Тескари муносабат, 71- § да кўрсатганимиздек, металлнинг ўзининг ичидаги электронлар учун ўринли бўлади. Бунда электрон газ айниган ва шунинг учун квант система сифатида қаралиши керак. Унинг учун максвеллча тақсимот ўринли эмас ва у Ферми Дирак тақсимоти билан алмаштирилиши лозим (Э2- § га қ.).

2. Бизнинг курсимиз мақсадлари учун *молекуляр ва атом газлар* учун максвеллча тезликлар тақсимоти қонунини текшириш аҳамиятга моликдир. Бунга тегишли барча тажрибалар атомлар дастаси билан амалга оширилган. Бу соҳанинг пионери Стю Штерн эди, у биринчи бўлиб бундай дасталардаги атомларнинг ўртача тезликларини ўлчади. 60- § да кўрсатилганидек, Штерн тажрибалари дастадаги атомларнинг турли тезликлар билан учинини кўрсатди. Келгусида бу тажрибалар махсус равишда атомларнинг тезликлар бўйича тақсимотини ўрганишга мослаштирилди. Элдридж (1927) ва Ламмерт (1826—1929) тишли филдирак (унинг ёрдамида Физо (1819—1896) ўтган асрнинг ўрталарида ёруғлик тезлигини аниқлаган эди) принципида ишлайдиган тезликлар селекторлари яратдилар.

Тажриба схемаси 62- расмда кўрсатилган. Осон эрийдиган металлнинг атомлари A печда бўғланиб, тор S_1 тирқиш орқали ташқарига чиқади. Ўз йўлида улар ингичка атом дастасини қирқувчи



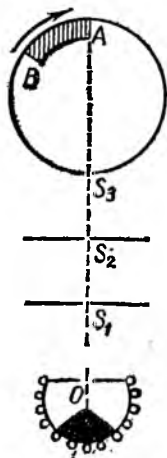
62- расм.

иккинчи S_2 тирқишига дуч келади. Даста тишли филдирэчка ўхшаган D_1 дискнинг ўйиқларига тушади. Бу дискнинг ўқиға худди шундай иккинчи D_2 диск ўтказилган, бироқ бу дискнинг ўйиқлари биринчи дискникига нисбатан бирор α бурчакка (2° га яқин) силжитилган. D_2 дискдан кейин S_3 учинчи тирқиш жойлаштирилган, бу тирқишдан ўтган даста суяқ азот билан совитиладиган P шиша пластинкага тушади ва унда конденсацияланади. Пластинкани M микроскоп ёрдамида кузатиш мумкин. Барча система (албатта, микроскопдан ташқари) юқори вакуумга жойлаштирилади ва шунинг учун атомлар у орқали бир-бирига тўқнашмасдан учиб ўтади. Дисклар ҳаракатсиз турганда дастанинг атомлари D_1 дискнинг тирқиши орқали ўтиб, D_2 дискнинг тишларига тушади ва унда ушланиб қолади. Бу ҳолда P пластинкага улар туша олмайди, бироқ агар дисклар айлантирилса, у ҳолда атомлар маълум тезликлар билан система орқали ўтиши ва P пластинкага ўтириши мумкин. Атомлар D_1 дискдан D_2 дисска учиб келгунча ўтган вақт ичида дисклар α бурчакка бурилган ҳолларда уларнинг ўтиши макси-

мум бўлади. Шундай қилиб, муайян айланиш тезлигида система фақат маълум тезликли атомларнигина ўтказди. Дискларнинг айланиш тезлигидан ўтган ва P пластинкада ўтириб қолган атомларнинг тезликларини ҳисоблаш мумкин. Ўтган дастанинг ундаги атомлар сонига пропорционал бўлган интенсивлигини пластинкада микроскопда кўринадиган қатлам пайдо бўлиш вақтига қараб баҳолаш мумкин. Махсус қўйилган тажрибалар шуни кўрсатдики, микроскопда кўринадиган қатлам қатъий аниқ ва ҳамма вақт бирдай сондаги атомлар ўтирганда пайдо бўлар экан. Ўтирган атомларнинг nisбий сонини бошқа усуллар билан ҳам, масалан, P пластинканинг фотометрия йўли билан ўлчанадиган шаффофлик даражасидан ҳам аниқлаш мумкин. Бурчак тезлигини ўзгартириш билан турли тезликдаги дасталарни ажратиш ва шу йўл билан атомларнинг тезликлар бўйича тақсимотини ўрганиш мумкин. Одатда, биз баён қилган тажрибаларда қўлланиладиган айланиш бурчак тезликлари 10—50 айл/с атрофида бўлади.

3. Биз тавсифлаган асбобнинг шундай камчилиги бор. Агар муайян тезликка эга бўлган атомлар тирқиш орқали ω айланиш бурчак тезлигида ўтса, улар бу тирқишлар орқали $2\omega, 3\omega$ ва ҳ. к. бурчак тезликларда ҳам ўта олади. Бинобарин, асбоб биргина муайян тезликли дасталарни эмас, балки бир неча (каррали) дасталарни ажратади. Бу камчиликни бартаф қилиш учун Миллер ва Куш 1955 йилда тишли дискларни туташ металл цилиндр билан алмаштирдилар, бу цилиндрнинг ён сирти бўйлаб унинг ясовчиси билан кичик α бурчак ташкил қилган ингичка винтсимон ариқчалар ўйилган. Цилиндр айланганда ариқчалар орқали фақат v тезликлари $tg \alpha = \omega R/v$ шартни қаноатлантирувчи атомларгина ўтади, бу ерда ω — цилиндрнинг радиуси.

4. Атомларнинг тезликлар бўйича тақсимотини ўрганиш учун Цартман тажрибаларида бирмунча бошқача метод қўлланилди, бунда қўлланилган асбоб 63-расмда схематик тасвирланган. Электр печда осон эрийдиган соф металл жойлаштирилади. Қизиганда бу металлнинг буғлари ҳосил бўлади ва бу буғлар O ингичка тешик орқали учиб чиқиши мумкин. Асбоб юқори вакуумда жойлаштирилади. O тешик кичик бўлгани учун печда металл буғларининг зичлиги анча юқори бўлади. У ерда атомлараро кўплаб тўқнашишлар бўлади. Шунинг учун печда металл атомларининг тезлиги Максвелл қонуни бўйича тақсимланиши мумкин. Юқори вакуум бўлган печдан ташқарида металл атомлари амалда тўқнашишларсиз ҳаракатланади. Улар тор S_1 ва S_2 тирқишлар орқали ўтади ва айланувчи цилиндр ичига S_3 тирқиш S_1 ва S_2 тирқишлар билан бир тўғри чизиққа тўғри келган пайтлардагина тушади. Агар атомлар чексиз катта тезлик билан учганларида эди, улар цилиндрнинг S_3 тирқишга диаметрал қарама-қарши бўлган A нуқтасига тушар эди. Аслида атом цилиндрнинг D диаметрини ўтиш учун чекли вақт



63- расм.

сиз катта тезлик билан учганларида эди, улар цилиндрнинг S_3 тирқишга диаметрал қарама-қарши бўлган A нуқтасига тушар эди. Аслида атом цилиндрнинг D диаметрини ўтиш учун чекли вақт

сарф қилади. Атомнинг тушиш нуқтаси цилиндр сирти бўйлаб айланишга тескари

$$x = \frac{\omega DT}{2} = \frac{D^2 \omega}{2v}$$

масофага силжийди, бу ерда v — атомнинг тезлиги, ω — цилиндрнинг айланиш бурчак тезлиги. Цилиндрнинг ички деворига ёй қилиб букилган AB шиша пластинка маҳкамланган. Металл атомларини яхши ушлаб қолтириш учун пластинкани дастлаб шу металлнинг юпқа қатлами билан қопланади ва яхшилаб фотометрик йўл билан ўлчанади. Сўнгра цилиндр ҳаракатга келтирилади ва печь ёқилади. Тажриба 10 соатча давом этади. Шундан сўнг AB пластинка унга ўтирган металл атомлари билан чиқариб олинади ва яна фотометрик йўл билан ўлчанади. Пластинканинг қорайиш даражасига қараб унда конденсацияланган металлнинг тақсимот зичлигини аниқлаш мумкин. A нуқта яқинида металлнинг энг катта тезликли атомлари. B нуқта яқинида энг кичик тезликли атомлари ўтириб қолади. Печнинг ичида металл буглари атомларининг тезликлари Максвелл қонунига мувофиқ тақсимланган деб фараз қилиб, текшириляётган металлнинг AB пластинкада тақсимланиш зичлигини аввалдан ҳисоблаш мумкин.

Элдридж тажрибаларида кадмий атомлари дастаси, Ламмерт тажрибаларида симоб атомлари, Миллер ва Куш тажрибаларида калий ва таллий, Цартман тажрибаларида висмут атомлари дасталари тадқиқ қилинган. Бу тажрибаларнинг ҳаммаси тезликларнинг максвеллча тақсимоти қонунига жуда мувофиқ келди. 71-§ нинг охирида айтилганларга кўра шундай бўлиши ҳам керак эди.

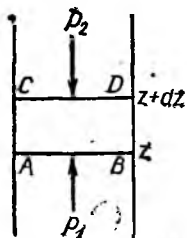
МАСАЛА

Штерн тажрибасида (44-расмга қ.) айланувчи цилиндр C юзида турли тезликли кумуш молекулалари конденсацияланади. DD' пластинкага тушаётган молекулаларнинг қандай тезликларига унинг энг кўп қорайиши тўғри келади?

Ечилиши. Агар қурилма тинч турса, у ҳолда молекулалар D нуқтада конденсацияланади. Бутун қурилма айланганида v тезликли молекулалар D' нуқтага тушади. DD' ёй бўйича силжиш $x = C/v$ га тенг, бу ерда C — асбобга тегишли доимий. A манба томонидан чиқариляётган тезликлари v ва $v+dv$ орасида бўлган dN молекулалар сонн $vF(v)dv$ га пропорционал, dv ни dx орқали ифодалаб, уни шундай ёзамиз: $dN = v^3 F(v)dv$. Бундан цилиндр сиртида конденсацияланган молекулалар тақсимотининг чизиқли зичлиги кўриниб турибди. Бу зичлик $v = \sqrt{5/2} v_m$ да максимал бўлади, бу ерда v_m — энг эҳтимол тугилган тезлик.

77-§. Больцман тақсимоти қонуни

1. Ташқи кучлар бўлмаганида газ молекулаларининг мувозанат ҳолатидаги концентрацияси n ҳамма ерда бирдай бўлади. Бироқ куч майдонлари бўлганида бундай бўлмайди. Масалан, бир жинсли тортиш майдонидаги идеал газни кўрайлик. Иссиқлик мувозанати ҳолатида T температура газнинг бутун қалинлигида бирдай бўлиши керак. Акс ҳолда газда температуранинг пасайиши йўналишида иссиқлик оқимлари юзага келар ва газнинг ҳолати мувозанат



64- расм.

ҳолат бўлмас эди. Бунинг устига, механик мувозанат учун баландлик ортган сари газ молекулалари концентрацияси камайиши керак. Z ўқини вертикал юқорига йўналтирамиз ва иссиқлик ҳамда механик мувозанат ҳолатида z координата ортиши билан n концентрациянинг ўзгариш қонунини топамиз. Фикран газнинг dz баландликдаги чексиз кичик $ABDC$ вертикал устунини ажратамиз (64-расм). Устун асосининг юзи бирга тенг бўлсин.

Устуннинг $nmgdz$ оғирлиги $P_1 - P_2 = -\frac{dP}{dz} dz$ босимлар фарқи билан мувозанатлашиши керак. Бу шундай мувозанатга олиб келади

$$\frac{dP}{dz} = -nmg. \quad (77.1)$$

Бунга $P = nkT$ ни қўйиб ва барча баландликларда T температура бирдай бўлишини назарда тутиб, қуйидагини оламиз:

$$kT \frac{dn}{dz} = -nmg$$

ёки

$$kT d \ln n \approx -mgdz.$$

Бу муносабат ўринли бўлиши учун уни чиқаришда биз фараз қилган оғирлик майдонининг бир жинсли бўлиши аҳамиятга эга эмас. Бир жинсли бўлмаган майдон учун ҳам шунга ўхшаш муносабатни чиқариш мумкин. Бунинг учун фазонинг шундай кичик соҳасини тўлдириб турган газ қисми учун механик мувозанат шартини ёзиш керакки, бунда ушбу соҳа чегарасида g майдонни бир жинсли деб олиш мумкин бўлсин. Бу ҳолда мувозанат шартини вектор шаклида ёзиш қулай:

$$kT d \ln n = -m(gdr). \quad (77.2)$$

g куч майдонининг физик табиати ҳам ҳеч қандай роль ўйнамайди. Бу майдон албатта гравитацион майдон бўлиши шарт эмас, у электр майдони ёки бошқа майдон бўлиши ҳам мумкин. Мухими майдон доимий ва консерватив (потенциал) бўлиши керак. Ноконсерватив майдонларда мувозанат бўлиши мумкин эмас. (77.2) муносабатнинг ҳар иккала қисмини берк контур бўйича интеграллаб бунга ишонч ҳосил қилиш осон. Агар g майдон ноконсерватив бўлса, у ҳолда локал баъзи контурлар учун $\oint gdr$ интеграл нолга тенг бўлмаслиги мумкин. (77.2) муносабатнинг чап томонидан олинган интеграл эса $n(r)$ функция бир қийматли бўлганидан ихтиёрин берк контур бўйича нолга тенг бўлади. Вужудга келган қарама-қаршилиқ бизнинг фикримизнинг исботидир. Бироқ шуни қайд қилиш керакки, куч майдонининг потенциаллиги (консервативлиги) газнинг мувозанати учун зарурий шартдир, бироқ етарли эмас (79-§ нинг 1-пунктига қаранг).

Агар ϵ_p — молекуланинг куч майдонидаги потенциал энергияси бўлса, у ҳолда $m(gdr) = d\epsilon_p$, шунинг учун

$$kT d \ln n = -d\epsilon_p \quad (77.2a)$$

! (77.2a) кўринишидаги муносабатда куч майдонининг бир жинслиги ва физик табиатидан бирор белги қолгани йўқ. Уни интеграллаб, қуйидаги муносабатни оламиз:

$$n = n_0 e^{-\epsilon_p/RT}$$

Бу муҳим муносабат *Больцман тақсимоти қонуни* ёки содда қилиб, *Больцман тақсимоти* деб аталади.

Бир жинсли оғирлик майдонига татбиқан агар газнинг n концентрациясидан P босимига ўтсак, (77.3) формула шундай кўриниш олади:

$$P = P_0 e^{-\mu g z/kT}, \quad (77.4)$$

бу ерда η — газнинг молекуляр оғирлиги. R — универсал газ доимийси. Бу биз механикада кўриб ўтган *барометрик формуладир* (I т., 92- § га қаранг).

2. Больцман тақсимотининг биз юқорида келтириб чиқарган ифодаси соф *гидростатик* бўлиб, биз унда газнинг молекуляр структурасини назарда тутмай, уни туташ муҳит деб қарадик. Газлар анча зич бўлиб, тўқнашувлар сони етарлича катта бўлган ҳоллардагина шундай қилиш мумкин. Икки кетма-кет тўқнашув орасида молекуланинг ўртача югуриш йўли биз Больцман тақсимотини чиқаришда кўрган $ABCD$ қатламнинг (64- расм) dz қалинлигига нисбатан кичик бўлиши талаб қилинади. Фақат шундай бўлгандагина атрофдаги газнинг dz қатламга таъсир қилаётган босими ҳақида гапириш маънога эгадир. Гидростатик ифоданинг етарли эмаслигига шундай мулоҳаза ёрдамида ҳам ишонч ҳосил қилиш мумкин. Гидростатик формулани чиқаришда n ва m катталиклар формулага мустақил ҳолда эмас, фақат зичлик орқали, яъни $\rho = nm$ комбинацияда киради. Агар оғирлик майдонида текис аралаштирилган идеал газлар аралашмаси бўлса, у ҳолда гидростатик усулга мувофиқ бундай текис аралашганлик ҳолати келгусида ҳам чексиз узоқ муддат сақланиб туриши керак, шу билан бирга босим (77.4) барометрик формула билан аниқланиши, унда μ деб бутун аралашманинг ўртача молекуляр оғирлигини тушуниш керак. Бироқ бундай хулоса идеал газларнинг хоссалари ҳақидаги маълум бўлган тасаввурларга зиддир. Бу тасаввурларга кўра бирор ҳажмдаги идеал газнинг табиати у ёки бу ҳажмда бошқа идеал газнинг бор ёки йўқлигига боғлиқ эмас. Термодинамик мувозанат ҳолатида аралашмадаги турли газларнинг концентрацияси баландлик ортиши билан турли экспоненталар билан экспоненциал камайиши керак, бу экспоненталар аралашма тегишли компоненталарининг молекуляр оғирликлари билан аниқланади. Баландлик ортиши билан энгил газларнинг концентрацияси секинроқ, оғир газларники тезроқ камаяди. Юқори кўтарилган сари энгил газларнинг нисбий концентрацияси ортиши керак. Ҳақиқатда эса тропосфера чегараларида бундай ҳодиса кузатилмайди. Бироқ бу албатта гидростатик методни оқлаш учун сабаб эмас, чунки бизнинг барча мулоҳазаларимиз фақат термодинамик мувозанатда бўлган атмосферагагина тегишлидир. Реал тропосферада эса унинг

Пастки ва юқори қатламларини 'тинимсиз аралаштириб турувчи қизғин ҳаракатлар бўлиб туради.

3. Больцман тақсимот қонунининг гидростатик ифодасидаги камчиликлардан холи бўлган молекуляр-кинетик ифодасини ҳам бериш мумкин. Батафсил мувозанат принципига асосланган ифодани келтириб чиқарайлик. Максвелл тезликлар тақсимоти қонунининг 72- ва 74- § ларда келтирилган ҳар иккала исботини ҳеч қандай ўзгаришсиз потенциал куч майдони бўлган ҳол учун ҳам қўллаш мумкин. Шунинг учун термодинамик мувозанат ҳолатида газ молекулаларининг тезлиги фазонинг ҳар бир нуқтасида бутун газ учун умумий бўлган T температурада Максвелл қонуни бўйича тақсимланган. Куч майдонининг таъсири фақат нуқтадан нуқтага газ молекулаларининг ўзгаришидагина билинади. Бу деган сўз, тезликлари тезлик фазосининг $d\omega$ ҳажм элементида ётган газ молекулаларининг dn ўртача концентрацияси қуйидаги кўринишдаги ифода билан аниқланади, демакдир:

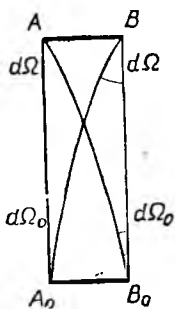
$$dn = n f(v) d\omega, \quad (77.5)$$

бу ерда $f(v)$ функция (72.14) Максвелл қонуни билан аниқланади молекулалар концентрацияси n фақат координатага боғлиқ бўлади: $n = n(\mathbf{r})$. Бизнинг вазифамиз бу боғланиш (77.3) формула билан аниқланишини исбот қилишдир.

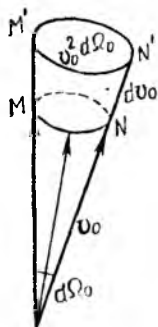
4. Фараз қилайлик, куч майдони бутун фазода бирдай ягона йўналишга эга, унинг кучланганлиги эса бу йўналишда ўзгариши мумкин. Майдон йўналишига перпендикуляр бўлган иккита бирдай чексиз кичик A_0B_0 ва AB юзларни кўрайлик. Юзларнинг мос нуқталарини бирлаштирувчи A_0A ,

B_0B ва ҳ. к. тўғри чизиқлар майдонга параллел бўлсин. Дастлаб молекулалар орасидаги тўқнашувларни эътиборга олмаймиз. A_0B_0 юзнинг ҳар бир нуқтаси орқали иккинчи AB юзни чегараловчи контур орқали ўтадиган молекулалар траекторияларини ўлказамиз. (65- расмда A_0 нуқта орқали иккита ва B_0 нуқта орқали иккита ана шундай траекториялар ўтказилган.) Бў траекторияларнинг A_0B_0 юздаги йўналишлари ҳосил қилган жисмоний бурчак катталигини биз $d\Omega_0$ билан белги-

лайлик. Тезликларининг катталиклари $(v_0, v_0 + dv_0)$ интервал орасида, йўналишлари (A_0B_0 юздаги) $d\Omega$ жисмоний бурчак чегарасида ётган молекулалар группасини ажратамиз. Бундай молекулаларнинг тезлик нуқталари тезликлар фазосида $MNN'M'$ ҳажми тўлдиради, бу ҳажмнинг катталиги $d\omega_0 = v_0^2 d\Omega dt_0^2$ га тенг (66- расм), уларнинг одатдаги фазодаги концентрацияси $dn_0 = n_0 f(v_0) d\Omega_0 v_0^2 dv_0$ бўлади. Равшанки, агар бундай молекулалар A_0B_0 юзни кесиб ўтса, у ҳолда улар AB юз орқали ҳам ўтади.



65-расм.



66-расм.

Қараётган группамизнинг A_0B_0 юздан AB юз орқали ҳар секундда ўтаётган молекулалари сони $dN_0 = dS_0 v_0 dn_0$ га тенг бўлади, бу ерда dS_0 — A_0B_0 юзнинг юзаси. Худди шу траектория бўйлаб тескари йўналишда AB юздан A_0B_0 юз орқали ўтаётган молекулалар сони $dN = dS v dn$ бўлади, бу ерда dS — AB юзнинг юзаси, шартга мувофиқ у dS_0 га тенг, шунингдек, $dn = n f(v) d\Omega v^2 dv$. Агар ҳолат қарор топган бўлса, у ҳолда батафсил мувозанат принципи $dN = dN_0$, яъни

$$v dn = v_0 dn_0 \quad (77.6)$$

бўлишини талаб қилади. Юқорига ёки пастга ҳаракатланганда молекула тезлигининг катталиги ва йўналиши ўзгаради. Шу туйғайли қаралаётган группа молекулаларининг траекторияларига ўтказилган уринмалар йўналишини чегаралаган жисмоний бурчакнинг катталиги ҳам ўзгаради. Бироқ таъсир қилаётган куч A_0A йўналишга параллел бўлгани учун молекула тезлигининг шу йўналишга перпендикуляр бўлган катталиги ўзгаришсиз қолади. Тезликнинг фақат бўйлама ташкил этувчисигина, яъни A_0A га параллел бўлган тезлик ўзгаради. Бундан бевосита молекулалар дастасидаги жисмоний бурчакнинг ўзгариши

$$d\Omega = \frac{\text{const}}{v^2} \quad (77.7)$$

қонун бўйича ўзгариши ва шунинг учун

$$v^2 d\Omega = v_0^2 d\Omega_0 \quad (77.8)$$

бўлиши келиб чиқади. Сўнгра энергиянинг сақланиш қонунига кўра

$$\frac{mv^2}{2} + \epsilon_p = \frac{mv_0^2}{2}, \quad (77.9)$$

бунда молекуланинг A_0B_0 юз сатҳидаги потенциал энергияси нолга тенг деб қабул қилинади. v тезликини A_0B_0 ва AB юзларнинг доимий вазиятида (яъни доимий ϵ_p да) ўзгартириб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$v dv = v_0 dv_0. \quad (77.10)$$

Энди (77.6) га dn ва dn_0 нинг ифодаларини қўямиз. У ҳолда (77.8) ва (77.10) ларни назарга олган ҳолда қуйидагини топамиз:

$$n f(v) = n_0 f(v_0). \quad (77.11)$$

Агар аргумент сифатида молекуланинг кинетик энергияси олинса, у ҳолда бу муносабатни шундай ёзиш мумкин:

$$n f(\epsilon_p) = n_0 f(\epsilon) \quad (77.12)$$

бу ерда $\epsilon = \frac{1}{2} m v_0^2$ — молекуланинг тўла энергияси: $\epsilon = \epsilon_k + \epsilon_p$

Бироқ Масквелл қонуни (77.12) га мувофиқ

$$f(\epsilon_k) \sim e^{-\epsilon_k/kT}, \quad f(\epsilon) \sim e^{-\epsilon/kT},$$

шуининг учун

$$n = n_0 e^{-\epsilon_p / kT} \quad (77.3a)$$

Бироқ бу Больцман тақсимоти қонунидир. Агар (77.3) ни (77.5) ифодага киритилса, у ҳолда

$$dn = n_0 e^{-\epsilon_{\text{тўла}} / kT} d\omega \quad (77.13)$$

бўлади. Бу ифода фазонинг кўриладиган жойида тезлик нуқталари тезлик фазосининг $d\omega$ ҳажм элементида ётган молекулаларнинг dn ўртача концентрациясини беради. Кўриб турибмизки, dn фақат молекуланинг тўла энергияси $\epsilon_{\text{тўла}} = \epsilon = \epsilon_k + \epsilon_p$ билан аниқланар экан. Худди шундай эканини таъкидлаш учун ϵ символни «тўла» индекси билан ёзамиз, бу индекс бизга гап молекуланинг тўла энергияси ҳақида кетаётганини билдиради. (77.13) формула *Максвелл — Больцман тақсимоти* деб аталади.

5. Энди—Больцман тақсимотининг молекуляр-кинетик ифодасини келтириб чиқаришда киритилган чекланишларни олиб ташлайлик. Бундай чекланишлар иккита. Биринчидан, биз куч майдони ҳамма жойда битта йўналишга эга, яъни $A_0 A$ тўғри чизиqli траекторияга параллел деб олган эдик (65-расмга қ.). (77.3) муносабатни дифференциал кўринишда ёзиш билан бу чекланишдан осонгина қутилиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, куч майдонини газнинг чексиз кичик соҳасида бир жинсли деб ҳисоблаш мумкин. Бундай майдонга эса бизнинг мулоҳазаларимизни қўллаш мумкин. Бироқ чексиз кичик соҳа учун (77.3) формула қуйидаги кўринишда бўлади:

$$d(\ln n) = - \frac{d\epsilon_p}{kT}.$$

Бу формула бир жинсли бўлмаган майдон учун ҳам ўринли. Шунинг учун бу формулани интеграллаб яна қайтадан (77.3) формулага келамиз, энди унда ҳеч қандай чекланишлар бўлмайди.

Иккинчидан, тўқнашишларни эътиборга олиш керак. $A_0 B_0$ юз орқали ўтган dN_0 молекулалар сонидан ҳаммаси ҳам бошқа молекулалар билан тўқнашишлар туфайли AB юзга етиб келавермайди. Бироқ молекулани дастадан чиқариб юборадиган тўғри тўқнашишлардан ташқари дастани бошқа молекулалар билан тўлдириб турувчи тескари тўқнашишлар ҳам бэр. Агар ҳолат статистик мувозанатда бўлса, у ҳолда батафсил мувозанат принципига мувофиқ, дастадан чиқиб кетган молекулалар тескари тўқнашувларда дастага кирган молекулалар билан тўлдириб турилади. Натижада AB юзга етиб борган биз қараётган типдаги молекулаларнинг ўртача сони ўзгармайди. Худди шу фикримиз AB юзадан ўтиб, $A_0 B_0$ юзга етиб келаётган молекулалар учун ҳам тўғридир. Шундай қилиб, тўқнашишлар натижасида дастадаги молекулалар алмашилиб туради-ю, бироқ молекулаларнинг dN_0 ва dN ўртача қийматлари ўзгармайди. Бинобарин, тўқнашишлар бўлганида ҳам исботимиз ўз кучини сақлайди.

6. Яна шуни қайд қиламизки, биз Больцман тақсимотини (77.12) муносабатдан келтириб чиқаришда тезликларнинг Максвелл тақсимот қонуни исботланган деб олдик. Аксинча қилиш ҳам мумкин эди: Больцман тақсимоти қонунини масалан, гидростатика методлари билан исботланган деб олиб, (77.12) формуладан тезликларнинг Максвелл тақсимоти қонунини келтириб чиқариш мумкин. Кўриб турибмизки, Максвелл ва Больцман тақсимот қонунлари бир-бири билан боғлиқ ва бир-бирини тўлдиради: биридан албатта иккинчиси келиб чиқади. Ҳар иккала тақсимот қонунлари молекулаларнинг ўзаро тўқнашишларидан келиб чиқади. Хусусан, Больцман тақсимоти қонунида иккита қарама-қарши тенденция намоён бўлади. Доимо таъсир қилувчи куч майдони (оғирлик кучи) барча молекулаларни идишнинг тубида тўплашга ҳаракат қилади. Иссиқлик ҳаракатида молекулалар дуч келадиган тартибсиз турткилар бунга тўсқинлик қилади. Бу турткилар газ молекулаларини кинетик энергия билан таъминлайди, бундай кинетик энергияга эга бўлган молекулалар эса оғирлик кучини енгиши ва юқорига кўтарилиши мумкин.

7. Ниҳоятда яна бир нарсани қайд қилайлик. Ҳаво молекулалари ер атмосферасида юқорига камаювчи тезлик билан ҳаракатланади, пастга ҳаракатланувчи молекулалар эса оғирлик кучи таъсирида ўз тезликларини оширади. Бундан, гўё юқоридаги молекулаларнинг тезликлари ва шу билан бирга, юқоридаги ҳаво температураси пастдагига қараганда кичик ва паст бўлади, деган нотўғри хулоса чиқарилган эди. Бироқ бу парадоксал хулоса термодинамикага зид келади. Парадокс Максвеллнинг ўзи томонидан ечиб берилган эди. Бу ерда гап шундаки, молекулалар юқорига ҳаракатланганда ҳақиқатан ҳам секинлашади, бироқ бунда энг секин ҳаракат қиладиган молекулалар дастадан чиқиб кетади. Пастга ҳаракатланганда, аксинча, молекулалар фақат тезланибгина қолмасдан, айни вақтда даста янада секинроқ молекулалар билан тўлади. Натижада молекулалар иссиқлик ҳаракатининг ўртача тезлиги ўзгаришсиз қолади. Оғирлик кучи, 3-пунктда айтилганидек, молекулаларнинг фақат турли баландликлардаги концентрациясинигина ўзгартиради, бироқ газнинг температурасини ўзгартирмайди. Бу концентрациянинг ўзгариш қонуни барча баландликларда температуранинг айни бирдай бўлиш талабидан келтириб чиқарилади. Г. А. Лоренц (1853—1928) амалга оширган куйидаги таққослаш масалани тушунтириб беради. Айтайлик, A ва B — икки шаҳар бўлиб, A шаҳарнинг маълум ёшдаги аҳолиси сонига B шаҳарнинг худди шундай ёшдаги аҳолисининг иккиланган сони тўғри келади. Равшанки, ҳар иккала шаҳар аҳолисининг ўртача ёши айни бир хил бўлади.

МАСАЛАЛАР

1. Идеал газ солинган иссиқликдан изоляцияланган идиш ип билан оғирлик майдонида осиб қўйилган. Оғирлик кучи таъсирида газнинг зичлиги идишнинг пастки қисмида юқори қисмидагига қараганда катта бўлди. Ипни куйдириб, узиб юборилди, идиш эркин тушади. Тушиш пайтида термодинамик мувозанат қарор топишга улгуради, деб фараз қилган ҳолда газнинг бу мувозанатдаги температурасини аниқланг.

Ечилиши. Газнинг температураси ўзгармайди. Эркин тушиш вақтида газ вазнсизликда бўлади. Газнинг бошланғич ҳолати мувозанатсиз ҳолат — юқорида унинг зичлиги пастдагига қараганда кичик. Бироқ молекулаларнинг ўртача кинетик энергияси ҳамма ерда бирдай. Мувозанат ҳолатга ўтишда температуралар барабарлашади. Лекин газ молекулаларининг газнинг температурасини белгиловчи тўла кинетик энергияси ўзгаришсиз қолади. Бу тажриба Гей-Люссакнинг газнинг бўшлиққа кенгайишига доир тажрибасига ўхшайди (19-§ га қ.).

2. Ер атмосферасини изотермик (T температурали) ва оғирлик майдонини бир жинсли деб олиб, Ер атмосферасида газ молекулаларининг ўртача потенциал энергияси $\langle \epsilon_p \rangle$ ни топинг. Бу шароитларда газнинг иссиқлик сифими c ни топинг.

Жавоби. $\langle \epsilon_p \rangle = kT, c = c_p$.

3. Газ билан тўлдирилган ва иссиқликдан изоляцияланган H баландликдаги герметик цилиндрсимон идиш бир жинсли оғирлик майдонида вертикал вазиятда олиб қўйилган. Идишдаги газнинг температураси ҳамма жойда бирдай ва T га тенг. Газ молекуласининг ўртача потенциал энергияси $\langle \epsilon_p \rangle$ ни топинг.

Жавоби.

$$\langle \epsilon_p \rangle = \frac{1 - \left(1 + \frac{mgH}{kT}\right) e^{-\frac{mgH}{kT}}}{1 - e^{-\frac{mgH}{kT}}} kT.$$

4. Аввалги масаладаги цилиндрда молекуляр оғирлиги μ бўлган бир моль идеал газ жойлаштирилган. Оғирлик майдонининг таъсирини назарга олиб ва $\mu gH \ll RT$ деб фараз қилиб, бу газнинг иссиқлик сифимини аниқланг.

Жавоби. $C = C_V + \frac{R}{12} \left(\frac{\mu gH}{RT}\right)^2$.

5. Бир жинсли химиявий газ тўлдирилган R радиусли ва H баландликдаги цилиндр бир жинсли оғирлик майдонида ўзининг геометрик ўқи атрофида ш бурчак тезлик билан текис айланмоқда. Агар цилиндрнинг ўқи вертикал жойлашган бўлса, газ молекулалари концентрациясининг цилиндр ичндаги тақсимотини топинг.

Жавоби. r ва $r + dr$, z ва $z + dz$ координаталар орасидаги молекулалар сони dN қуйидагига тенг бўлади:

$$dN = \frac{Ng \left(\frac{m\omega}{kT}\right)^2}{\left(1 - e^{-\frac{mgH}{kT}}\right) \left(e^{\frac{m\omega^2 R^2}{2kT}} - 1\right)} e^{\frac{m\omega^2 r^2}{2kT}} r dr \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}} dz,$$

бу ерда N — идишдаги молекулаларнинг умумий сони. Z ўқи [вертикал юқорига йўналган.

78-§. Перреннинг Авогадро сонини аниқлашга доир ишлари

1. 64-§ да Перреннинг Авогадро сони N ни аниқлашга доир ва моддалар молекуляр-кинетик назариясининг асосий қондаларини текширишга доир ишлари ҳақида гапирган эдик, бу ишлар Броун илгариланма ҳаракатини кузатиш йўли билан амалга оширилган эди. Перрен N сонини ўлчашнинг яна бошқа методини ҳам ишлаб чиқди, бу методда ҳам моҳиятан Броун ҳаракатидан фойдаланилади. Бу иккинчи метод Больцман тақсимоти қонуни (77.3) га асосланган. Оғирлик майдонида бу қонун шундай кўринишни олади:

$$n = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}. \quad (78.1)$$

Агар молекуланинг массаси m маълум бўлганида эди, у ҳолда газ зичлигининг баландлик бўйича тақсимланишини ўлчаб,

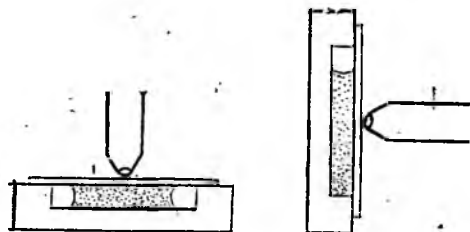
(78.1) формуладан Больцман доимийси k ни ҳисоблаш ва сўнгра Авогадро сони $N = R/k$ ни чиқариш мумкин эди. Бироқ молекула-нинг массасини ўлчаш k доимийни аниқлашдан осон эмас. Агар молекулалар ролини етарлича кичик, бироқ макроскопик бўлган зарралар ўйнайди деб олинса, у ҳолда бу қийинчиликни бартараф қилиш мумкин. Оғирлик майдонида бундай улкан «молекула» ларнинг ҳаммаси идишнинг тубида ётиши мумкин эмас. Улар Броун ҳаракатида бўлиши ва ўзларини концентрацияси баландлик бўйича Больцман формуласига мувофиқ тақсимланган жуда катта молекуляр оғирликли идеал газ сингари тутиши керак. «Макро-молекулалар» уларнинг массаларини экспериментал ўлчаш мумкин бўладиган даражада жуда катта бўлишлари керак. Бироқ бундай ҳолда уларнинг концентрациялари баландлик бўйича шундай тез камаядики, амалда худди барча «макромолекула» идишнинг тубида ётган ҳолат рўй беради. Перрен бу қийинчиликни ҳам енгиш усулини топди. Зарраларни, яъни макромолекулаларни энчилиги зарралар моддасидан озгина кам бўлган суюқликка жойлаштириш керак эди. У ҳолда оғирлик майдони Архимед кўтариш кучи билан кучли даражада заифлашади, ва «макромолекула» дан иборат шундай «атмосфера» пайдо бўладики, унда концентрация тақси-мотини ўлчаш мумкин бўлади. Барқарор ҳолатда зарраларнинг концентрацияси Больцман қонуни (77.3) билан аниқланади. Потенциал энергияни ҳисоблашда зарранинг кўтарилишида худди шундай ҳажмдаги суюқликнинг тушиши рўй беришини эътиборга олиш керак. Кўрилаётган ҳолда e_p катталиқ зарранинг оғирлик майдонидаги mgz потенциал энергиясидан унинг сиқиб чиқарган суюқлиги $m_c gz$ потенциал энергиясининг айрилганига тенг бў-лиши керак, яъни $e_p = (m - m_c)gz$, бу ерда m — зарранинг мас-саси, m_c — зарра сиқиб чиқарган суюқликнинг массаси. Шундай қилиб,

$$n = n_0 e^{\frac{(m - m_c)gz}{kT}} \quad (78.2)$$

Агар n_1 ва n_2 — зарраларнинг z_1 ва z_2 баландликлардаги ўлчан-ган концентрациялари бўлса, у ҳолда бу формуладан қуйидагини олампиз:

$$k = \frac{(m - m_c)(z_2 - z_1)g}{T \ln(n_1/n_2)} \quad (78.3)$$

2. Қийинчиликлардан бири ўлчамлари ва шакллари мутлақо бирдай бўлган муаллақ зарраларни олишдир. Перрен гуммигут ва мастика зарраларидан фойдаланди. Гуммигутни сувда уқалаб, Перрен оч сариқ рангдаги эмульсия ҳосил қилди, бу эмульсияда микроскоп остида кузатганда сферик шаклдаги кўплаб доначаларни ажратиш мумкин эди. Гуммигут ёки мастикани механик уқалаб майдалаш ўрнига Перрен уларни спиртда эритиб эритма ҳосил қилди. Бундай эритмани кўп миқдордаги сув билан суюлтирил-ганда худди гуммигутни механик уқалаб майдалагандагидек сферик доналардан иборат эмульсия ҳосил бўлди. Айни бирдай ўлчамдаги доначаларни танлаш учун Перрен сувдаги муаллақ



67- расм.

зарраларни кўплаб марта центрифуга қилди ва шундай йўл билан микрометр тартибидаги радиусли шарсимон зарралардан иборат деярли бир жинсли эмульсияни олди. 1 кг гуммигутга ишлов бериб, Перрен бир неча ойдан сўнг бир неча дециграмм исталган ўлчамдаги дончалари бўлган

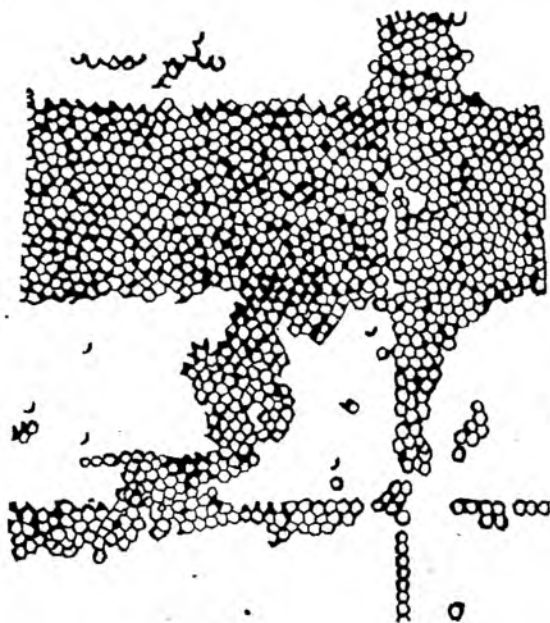
фракцияни олди. Биз баён қилган тажриба ва шунингдек, Броун ҳаракатини ўрганишга доир 64- § да гапирилган тажрибалар ана шу фракция билан ўтказилган эди.

3. Эмульсияни ўрганишда ўлчашларни баландликларнинг жуда кичик — бор-йўғи миллиметрнинг бир неча юздан биридаги фарқларида олиб бориш керак эди. Шунинг учун зарралар концентрациясининг баландлик бўйича тақсимланиши микроскоп ёрдамида ўрганилган. Микроскопнинг предмет столчасига (67-расм) юпқа ойна ёпиштирилиб, унда кенг тешик пармаланган. Шундай йўл билан баландлиги 100 мкм (0,1 мм) га яқин бўлган ясси ваннача (Цейсс кюветаси) ҳосил қилинган. Ванначанинг марказида эмульсия томчиси жойлаштирилади ва шу заҳотиёқ устидан ойна билан қопланади. Буглаиш бўлмаслиги учун ёпиштирилган ойнанинг чеккалари парафин ёки лак билан қопланган. Бундай ҳолда препаратни бир неча кун ёки ҳафтalar давомида кузатиш мумкин бўлади. Препарат микроскопнинг аниқ горизонтал жойлаштирилган столчасига қўйилади. Икки усулда кузатиш мумкин. Биринчи усулда препарат вертикал, микроскоп эса горизонтал жойлаштирилади, иккинчи усулда эса препарат—горизонтал, микроскоп вертикал жойлаштирилади. Перрен ҳар иккала усулдан фойдаланди, бироқ барча миқдорий ўлчашлар иккинчи усул ёрдамида бажарилган эди. Объектив фокус масофаси жуда кичик, ниҳоятда кучли катталаштириб берадиган бўлганидан бир вақтда фақат қалинлиги микрометр тартибида бўлган юпқа горизонтал қатлам ичидаги зарраларнигина кўриш мумкин эди. Зарралар интенсив Броун ҳаракатида бўлади. Микроскопни эмульсиянинг маълум горизонтал қатламига фокуслаб, бу қатламдаги зарралар сонини ҳисоблаш мумкин бўлган. Сўнгра микроскоп бошқа қатламга фокусланган ва яна кўринадиган броун зарралари ҳисобланган. Бундай йўл билан турли баландликлардаги концентрациялар нисбати n_1/n_2 ни аниқлаш мумкин эди.

Баландликлар фарқи микроскопдаги микрометрик винт билан ўлчанди.

4. Зарранинг массаси m ва унинг сиқиб чиқарган сувининг массаси m_c зарранинг ўлчамлари ва гуммигут (мастика) нинг зичлиги бўйича ҳисобланган. Зарраларнинг ўлчамларини алоҳида заррани микроскопга қўйиб бевосита аниқлаш мумкин эмас эди, чунки зарраларнинг диаметрлари ёруғлик тўлқинининг узунлиги тартибида ёки ундан қисқа эди. Бундай шароитларда ёруғлик-

нинг дифракцияси туфайли тасвирнинг ўлчамлари сезиларли катталашиб кетади. Бироқ агар бир-бири билан зич турган маълум ва етарли катта сондаги доначалар қаторини кўрилса, у ҳолда бу хатолар манбаи таъсирини анча камайтириш мумкин. Перрен микроскопнинг предмет столчасига кучли суюлтирилган эмульсия томизди ва уни ойна билан қопламади. Буғланиш деярли тамом бўлганида доначалар сирт таранглик кучлари таъсирида ҳаракатга келиб, жой-жойларда анчагина мунтазам қаторларга тизилиб



68- расм.

олдилар, бу Перрен ишларидан олинган 68- расмда кўрсатилган. Маълум узунликдаги тўғри чизиқ бўйлаб чўзилган доначалар сонини ҳисоблаб ёки маълум юзда бир-бирига тегиб турган доначаларни ҳисоблаб, айрим доначанинг диаметрини ҳисоблаш мумкин. Шундай йўл билан Перрен ўзининг энг яхши эмульсияларида доначанинг диаметри учун 0,37 мкм катталикини олди. Бундан ташқари, зарраларнинг диаметрини ҳисоблаш учун Перрен яна иккита усулдан фойдаланди, бироқ биз бу усулларни баён қилиб ўтирмаймиз. Бу усулларнинг ҳаммаси бир-бирига мос келадиган натижаларга олиб келди.

5. Шундай қилиб, (78.3) формуланинг ўнг қисмига кирадиган барча катталиклар экспериментал равишда ўлчаниши мумкин. Шундан сўнг Больцман доимийси k ва Авогадро сони N ни ҳисоблаш мумкин. Перрен олган натижалар бошқа методлар билан бу доимийларни аниқлаш натижаларига мос келди. Перреннинг биз баён қилган тажрибалари ва Броун ҳаракатини ўрганишга доир шунга ўхшаш тажрибалар ғояси жиҳатидан ниҳоятда соддадир. Бироқ уларни амалда бажариш улкан меҳнат ва катта экспериментал санъатни талаб қилади. Бу классик тажрибалар 1908—1911 йилларда бажарилган эди ва атомистика ғояларининг оёққа туришида катта аҳамиятга эга бўлди.

79-§. Больцман тақсимоти ва планеталарнинг атмосфераси

1. Больцман тақсимоти қонунини газ атмосфераси билан ўралган яғоналанган планетага татбиқ қилайлик. Газ атмосферасини изотермик деб ҳисоблаймиз. Бундан ташқари, барча молекулалар бирдай, деб фараз қиламиз. Бундай фараз бизнинг мулоҳазаларимизни умумийликдан маҳрум қилмайди, чунки атмосферанинг таркибига кирувчи ҳар бир газ (агар уни идеал газ сифатида қаралса) ўзини бошқа газлардан муस्ताқил тутади. Атмосферанинг массаси планетанинг массасидан назарга олмаслик даражада кичик деб ҳисоблаймиз. У ҳолда молекуланинг планетанинг торттишкч майдонидаги потенциал энергияси— $G M m / r$ га тенг бўлади. Планета марказидан r масфадаги молекулалар ксицентрацияси n учун Больцман қонунини (77.3) қуйидаги ифодани беради:

$$n = n_0 e^{-\frac{GMm}{kTr}}, \quad (79.1)$$

бу ерда M — планетанинг массаси, G — гравитацион доимий. Агар (79.1) формула планетадан исталган масофаларда ҳам қўлланиши мумкин бўлганида эди, у ҳолда чексизликда концентрациянинг қиймати учун чекли n , яъни $n = n_0$ олинган бўлар эди. Бироқ бу мумкин эмас, чунки планета атмосферасидаги молекулаларнинг умумий миқдори чекли, уни ўраб турган фазонинг ҳажми эса чексиз катта. Мувозанат бўлиши учун $n_0 = 0$, яъни атмосфера йўқ бўлиши керак.

2. Планета атмосферасининг мувозанат ҳолатида бўла олмаслигини шу билан боғлиқни, молекуланинг планета торттишиш майдонидаги чексизликдаги потенциал энергияси чекли бўлиб қолади. Бу энергияни ноль деб қабул қилиб, шуни айтиш мумкинки, молекула тўқнашувлар бўлмаганида, агар унинг тўлиқ энергияси мусбат бўлса, *инфинит ҳаракатда* бўлган бўлар эди (1 т., 57-§ га қ.). Бундай молекулалар (улар эса ҳамма вақт тўқнашувларда пайдо бўлади) ни планетанинг торттишиш кучи ушлаб тура олмайди. Шунинг учун планета атмосферасига Больцман формуласи (77.3) ни қўллаш мумкин эмас, чунки бу формулани келтириб чиқараётганда газ термодинамик мувозанат ҳолатида бўлади деб фараз қилинган. Айтайлик, қандайдир пайтда атмосферадаги молекулаларнинг тезликлари Максвелл қонунига мувофиқ тақсимланган деб олайлик. Агар худди шу моментдан бошлаб молекулалар ўзаро тўқнашмасдан, фақат планетанинг сирти билан эластик тўқнашувлардагина бўлганида, у ҳолда тезликлари иккинчи космик тезликдан катта бўлган (1 т., 61-§ га қ.) барча молекулалар планетани тарк этган бўлар эди. Фақат тезликлари иккинчи космик тезликдан кичик бўлган молекулаларгина планетада қолган бўлар эди. Улар планета атрофида финит ҳаракатда бўлар эдилар, уларнинг тезликлари эса Максвелл тақсимотига бўйсунар эди. Финит системалар учун термодинамик мувозанат бўлиши мумкин. Агар молекулаларнинг тезликлари Максвелл қонунига асосан тақсимланган бўлса, бундай мувозанат албатта больцманча бўлади. Ҳақиқатан ҳам, ушбу ҳол учун 77-§ да юритган мулоҳазаларимизни (4, 5-пунктларни) тўла татбиқ этиш мумкин. Бундай тақсимот учун $\sim 1/r^2$ гравитацион майдонда чексиз кўп молекулалар керак ва бундай тақсимотнинг қарор топиши чексиз узоқ муддатга чўзилади. Бироқ агар финит ҳаракат қилаётган барча молекулалардан ϵ тўлиқ энергиялари $\epsilon < \epsilon_0 < 0$ тенгсизлигини қаноатлантирувчи молекулаларни танлаб олинса, у ҳолда ϵ_0 нинг қиймати қандай бўлишидан қатъи назар зарралар сони ва қарор топиш вақти чекли бўлган Больцман тақсимоти ҳосил бўлади.

3. Етарлича катта массали планета учун иккинчи космик тезликдан катта тезликли молекулалар улуши жуда кам. Атмосферанинг сочлиги проблемасида иккинчи космик тезлик *молекуланинг узоқлашиши* (ёки учиб кетиш) *тезлиги* деб, бундай тезликка эга бўлган молекулалар эса *узоқлашувчи молекулалар* деб аталади. Узоқлашиш тезлиги молекуланинг планета марказидан узоқлигига боғлиқ ҳолда ўзгаради. Узоқлашувчи молекулалар сони жуда кам бўлганлигидан, зарраларнинг атмосферадаги тақсимоти *квазимувозанатли* бўлади ва ўзгармас температурада шундай таъсифланиши мумкин. Молекулаларнинг жуда катта улуши атмосферада Больцман қонунига мувофиқ тақсимланган. Больцман тақсимотига узоқлашувчи молекулаларнинг оқим қўшилади. Планета яқинида молекулаларнинг бундай оқимдаги нисбий концентрацияси жуда кам. Планетадан узоқлашган сари бу нисбий концентрация узлуксиз ўртади. Чексизликда барча молекулалар узоқлашувчи молекулалар бўлади. Узоқлашувчи молеку-

лалар оқими молекулалараро тўқнашувлар натижасида узлуксиз орта боради. Бу шунга олиб келадикки, планета охир ниҳоясида атмосферасини йўқотиши керак. У ҳолда нима учун Ер, Венера ва бошқа планеталарнинг атмосфералари бор? Бунинг сабаби планеталар атмосферасини йўқотадиган τ вақт жуда каттадир. τ вақт атмосферанинг сочилиш вақти деб аталади. Биз ана шу вақтни ҳисоблаш билан шуғулланамиз.

4. Реал атмосферанинг сочилиш вақтини аниқ ҳисоблаш атмосферанинг юқори қатламлари параметрларини билишни ва бу қатламларда бўладиган процессларни назарга олишни талаб қилади. Ҳақиқатан ҳам, планета атмосферасининг сочилиши бевосита атмосферанинг юқори қатламларидаги шароитлар ва процесслар билан аниқланади. Бироқ ҳозирги вақтда аниқ ҳисоблашнинг имкони йўқ, бунинг учун ҳатто ракеталар ва сунъий йўлдошлар ёрдамида олинган Ернинг юқори атмосфера қатламлари ҳақидаги маълумотлардан фойдаланиш ҳам камлик қилади. Биз келтирадиган идеаллаштирилган изотермик атмосферанинг сочилиш вақтини баҳолаш ҳақиқий сочилиш вақтидан бир тартиб ёки кўпроқ фарқ қиладиган натижани бериши мумкин. Бироқ у ҳар ҳолда сочилиш вақти катталанигининг тартиби ҳақида тасаввур беради. Бундан ташқари, бундай баҳолаш газлар кинетик назариясининг қўлланишига доир ажойиб мисол ҳам бўлади.

Планета атрофида планета сиртига концентрик бўлган σ сфера чизайлик. Бу сферанинг r_σ радиусини шундай катта қилиб оламизки, σ ни ташқарисида молекулаларнинг ўзаро тўқнашувларини мутлақо назарга олмаслик мумкин бўлсин, бироқ σ сфера билан чегараланган фазода бўлади қилиш мумкин эмас. Айтайлик, σ сферада барча молекулалар учун Максвелл — Больцман тақсимооти ўринли бўлсин. Финит ҳаракат қилаётган молекулалар учун бундай фарзнинг тўғрилиги шубҳа туғдирмайди, бироқ узоқлашувчи молекулалар учун бу фарз фақат тахминан тўғридир. Иккита узоқлашиш тезлиги: планета сиртидаги узоқлашиш тезлиги ва σ сферадаги узоқлашиш тезлигини киритамиз. Уларни мос равишда v_0 ва v_σ билан белгиланамиз. Агар r_0 — планетанинг радиуси, g_0 ва

$g_\sigma = g_0 r_0^2 / r_\sigma^2$ — планетанинг ва σ сферанинг сиртидаги оғирлик кучи тезлаишлари бўлса, у ҳолда

$$v_0 = \sqrt{2g_0 r_0} \quad (79.2)$$

ва

$$v_\sigma = \sqrt{2g_\sigma r_\sigma} = r_0 \sqrt{2g_0 / r_\sigma} \quad (79.3)$$

Ер учун $v_0 = 11,2$ км/с (1 т., 61-§ га қ.). v_0 ва v_σ катталиклар ўзаро

$$1/2 m v_0^2 = 1/2 m v_\sigma^2 + \epsilon_P \quad (79.4)$$

энергия тенгламаси билан боғлашган, бу ерда ϵ_P — потенциал энергияларнинг σ сферадаги ва планета сиртидаги қийматлари фарқи.

Келгуси ҳисоблашларни бирлик сифатида (73.5) муносабат билан белгиландиган v_m энг эҳтимолли тезлики олган ҳолда олиб бориш қулай. Ана шундай бирликларда ўлчанган $x = v/v_m$ тезликни ўлчамсиз тезлик деб атаймиз. Хусусан, планетанинг сиртидаги ва сферадаги узоқлашиш ўлчамсиз тезликлари $x_0 = v_0/v_m$ ва $x_\sigma = v_\sigma/v_m$ га тенг. (79.2) ва (79.3) лар туфайли бу тезликлар қуйидаги муносабат билан боғланган:

$$x_\sigma^2 = \frac{r_0}{r_\sigma} x_0^2 \quad (79.5)$$

(79.4) муносабат ўлчамсиз катталикларда шундай ёзилади:

$$\frac{\epsilon_P}{kT} = x_0^2 - x_\sigma^2 \quad (79.6)$$

(79.6) муносабатни назарга олган ҳолда Больцманинг (77.3) тақсимоот қонунидан қуйидагини оламиз:

$$n_\sigma e^{-x_\sigma^2} = n_0 e^{-x_0^2} \quad (79.7)$$

бу ерда n_σ — молекулаларнинг σ сферадаги концентрацияси. Ниҳоят, агар ўлчамсиз тезликлардан фойдаланилса, у ҳолда Максвелл тақсимоти шундай кўринишга олади:

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} x^2 e^{-x^2} dx. \quad (79.8)$$

Узоқлашувчи молекулаларнинг σ сферадаги концентрацияси қуйидагига тенг:

$$\Delta n = \frac{4n_\sigma}{\sqrt{\pi}} J, \quad (79.9)$$

бу ерда J

$$J = \int_{x_\sigma}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx \quad (79.10)$$

интегрални билдиради. Бундай молекулаларнинг ўртача ўлчамсиз тезлиги

$$c \equiv \langle x \rangle_{x > x_\sigma} = \frac{1}{J} \int_{x_\sigma}^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$$

бўлади. Бу ифодани бўлақлаб интеграллаб, шундай натижани оламиз:

$$c = \frac{1}{2J} (x_\sigma^2 + 1) e^{-x_\sigma^2} \quad (79.11)$$

σ сферадан ташқарига кетаётган узоқлашувчи зарраларнинг Z ўртача оқини толамиз. Молекулалар тезлигининг тақсимоти изотроп бўлгани учун (75.5) формуладан фойдаланиш мумкин. Қаралаётган зарраларнинг одатдаги бирликларда ифодаланган ўртача тезлиги cv_m тенг ва шунинг учун бу формула бизга $Z = 1/4 Scv_m \Delta n$ ни беради, бу ерда $S = 4\pi r_\sigma^2$ — сфера σ нинг сирти. Бу ерда (79.9) ва (79.11) ифодаларни қўйиб ва (79.5) ва (79.7) формулалардан фойдаланиб қуйидагини оламиз:

$$Z = 2\sqrt{\pi} \left(\frac{r_0}{r_\sigma} x_0^2 + 1 \right) n_0 r_\sigma^2 v_m e^{-x_0^2} \quad (79.12)$$

Бу ифода атмосферанинг вақт бирлиги ичида йўқотадиган молекулалари сонини беради. Уни шундай кўринишда ифодалаш мумкин:

$$Z = -\frac{dN}{dt}, \quad (79.13)$$

бу ерда N — атмосферадаги ҳамма молекулалар сони.

n_0 концентрацияни N орқали ифодалаш мумкин. Атмосферанинг кўпчилик қисми планетанинг сиртига туташадиган юпқа қатламга тўғри келади. Бу қатлам чегараларида планета сиртининг эгрилиги ва оғирлик кучи тезланишининг балаидлик ўзгариши билан ўзгаришларини назарга олмаслик, яъни $g = g_0$ деб олиш мумкин. У ҳолда Больцман тақсимоти (77.3) барометрик формулага ўтади ва биз қуйидаги ифодани оламиз:

$$N = 4\pi r_0^2 n_0 \int_0^{\infty} e^{-\frac{mg_0 z}{kT}} dz = 4\pi r_0^2 n_0 \frac{kT}{mg_0}$$

n_0 концентрация шу ифодадан топилади. Унинг ифодасини (79.12) ифодага қўйиб ва (79.13) тенгламадан фойдаланиб, унга шундай кўриниш берамиз:

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau}, \quad (79.14)$$

бу ерда қуйидаги

$$\tau = \frac{2\sqrt{\pi} \frac{2kT}{r_0} e^{x_0^2}}{mg_0 r_0^2 v_m \left(\frac{r_0}{r_\sigma} x_0^2 + 1 \right)} \quad (79.15)$$

белгилаш киритилган. (79.14) тенгламаи интеграллашдан

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (79.16)$$

муносабат келиб чиқади. Бу формуладан τ доимийнинг атмосферада молекулалар сони e марта камайдиган вақт маъносига эга эканлиги кўриниб турибди. Шунинг учун τ ни планета ўз атмосферасини ушлаб туриши мумкин бўлган вақт ўлчови деб қабул қилишимиз ҳам мумкин.

5. (79.15) формула ҳали масалани ечмайди, чунки унда r_σ радиус бор, бу радиусни эса биз ҳали аниқлаганимиз йўқ. Бир чегаравий ҳолда ечим аниқ. Бу ҳол планета атмосфераси *чексиз сийракланган* ҳолдир. Бундай атмосферада молекулаларнинг ўзаро тўқнашиши мутлақо бўлмайди, молекулаларнинг фазода ва тезликлар бўйича тақсимоти эса уларнинг планета сирти билан тўқнашишидан аниқланади. Бу ҳолда $r_\sigma = r_0$ олиш керак. Бундан ташқари, $v_m^2 = \frac{2kT}{m}$ ва

$x_0 v_m = v_0 = \sqrt{2r_0 g_0}$ муносабатдан фойдаланиб,

$$\tau = \sqrt{\frac{2\pi r_0}{g_0} \frac{e^{x_0^2}}{x_0(x_0^2 + 1)}} \quad (79.17)$$

ёки

$$\tau = \sqrt{\frac{3}{2G\rho} \frac{e^{x_0^2}}{x_0(x_0^2 + 1)}} \quad (79.18)$$

муносабатларни оламиз, бу ерда ρ — планетанинг ўртача зичлиги. Бу формулалар билан аниқланадиган τ катталик *чексиз сийракланган атмосферанинг сочилиш вақтини* билдиради.

6. Атмосфера чексиз сийракланмаган ҳолдаги r_σ радиусни аниқлаш қолади. Бунинг учун қандайдир l узунлик қийматини кўрсатиш керакки, бунда $r > l$ бўлганда молекулани планета атмосферасига тегшили эмас, деб ҳисоблаш мумкин бўлсин. У ҳолда r_σ радиус $\lambda = l$ шартдан аниқланади, бу ерда λ молекуланинг $r = r_\sigma$ бўлгандаги ўртача эркин югуриш йўли узунлиги. Хусусан, $\lambda \geq l$ шарт $r = r_0$ бўлгандаёқ бажарилса, у ҳолда атмосферани чексиз сийракланган, деб ҳисоблаш мумкин.

Яккаланган планета учун аввалдан (яъни масалани аниқ ечмасдан аввал) l учун қабул қилинадиган ҳеч қандай узунликни кўрсатиш мумкин эмас. Бу ҳолда узунлик ўлчамлигининг ягона параметри бўлиб планетанинг r_0 радиуси хизмат қилади, бироқ бу радиус атмосферанинг сочилишига алоқадор эмас. Бироқ яккаланган планета — абстракциядир. Реал планета Қуёш атрофида айланади. (79.15) формулага кирувчи r_σ катталик l узунлиқнинг таълимига унча боғлиқ бўлмаганидан (биз буни келгусида кўрамиз), l сифатида планета орбитасининг радиусини олиш мумкин. Буни асослаш учун шу нарсаи қайд қиламизки, планета билан боғлиқ бўлган санок системасида молекулага планетанинг гравитацион тортишиш кучи $F_{пл}$, Қуёшнинг гравитацион тортишиш кучи $F_{к}$ ва планета марказининг Қуёшга томон тезланма ҳаракати билан боғлиқ бўлган $F_{ин}$ инерция кучи таъсир қилади (планетанинг ўқ атрофида айланишини назарга олмаслик мумкин — бу айланиш принципиал роль ўйнамайди). Биринчи томонинг 65, 69-параграфларида батафсил тушутириб ўтганимиздек, $F_{к}$ куч $F_{ин}$ инерция кучи билан тўла компенсацияланади (бунда Қуёш тортишиш майдонининг бир жинсли

эмаслигини назарга олмаслик керак). Агар бу нобир жиислилики назарга олинса, у ҳолда компенсация тўлиқ бўлмайди ва планета атмосферасидаги кўтарилиш ҳодисалари шу билан боғлиқ бўлади. Планета орбитасининг радиуси тартибидagi масофаларда ҳеч қандай компенсация тўғрисида гап бўлиши мумкин эмас. Бундай масофаларда $F_{пл}$ куч F_K ва $F_{ин}$ кучларнинг натижавий қийматидан кичик бўлади. Агар молекула шундай узоқликка кетиб қолган бўлса, у ҳолда у энди планетага қайтмайди, деб ҳисоблаш мумкин.

7. Шундай қилиб, l учун биз планета орбитасининг радиуси тартибидagi катталикини қабул қиламиз. Ер учун конкрет $l = 10^8$ км ни оламиз. (79.1) формулага мувофиқ, турли газлар учун r_G радиусининг қийматларини топамиз, бунда $\lambda = 10^8$ км деб оламиз. Бунда биз ер сиртида атмосфера босими нормал деб қабул қиламиз (ўртача эркин югуриш йўли узунлиги барча газлар учун $\lambda \sim 10^{-6}$ см деб оламиз). $r_0 = 6375$ км, $T = 300$ К деб қабул қилиб, 7-жадвалдаги маълумотларга эга бўламиз.

7-жадвал

Газлар	Молекуляр оғирлик	r_G , км	Ер сиртидан баландлик, $h = r_G - r_0$, км
N_2	28	$6,78 \cdot 10^3$	400
He	4	$1,09 \cdot 10^4$	4500
H_2	2	$3,72 \cdot 10^4$	28800

Жадвал шуни кўрсатадики, агар атмосфера фақат оғир газлардан (водороддан оғир газлардан) иборат бўлганида эди, у ҳолда сфера амалда Ер сирти билан мос тушар экан. Бу ҳолда (79.18) формуладан чексиз сийрақлашган атмосфера учун фойдаланиш мумкин бўлар эди. Водород учун r_G радиуси Ернинг r_0 радиусидан анча катта бўлади. Турли газларнинг аралашмасидан иборат мураккаб атмосфера бўлганида r_G катталик унинг энг энгил компоненти билан аниқланади (албатта, бу компонентанинг атмосферада қанча эканини ҳисобга олган ҳолда). Масалан, агар Ер атмосфераси учун водород атмосферадаги умумий молекулалар сонининг 10^{-6} қисмига тенг деб олсак (бу ҳақиқий сонидан тахминан икки марта ортиқ) у ҳолда биз $r_G = 1,4 \cdot 10^4$ км қийматни олган бўлар эдик. Бироқ ҳатто барча бу ҳолларда ҳам чексиз сийрақлашган атмосфера формуласидан фойдаланиш мумкин. Бу формула қабул қилиш мумкин бўлган қийматни беради. Ҳақиқатан ҳам, қизиқишга лойиқ бўлган барча ҳолларда x_0^2 катталик жуда катта ва (79.15) формулада $(r_0 / r_G) \cdot x_0^2$ га нисбатан биричи назарга олмаслик мумкин. Бундай яқинлашишда

$$\frac{\tau_0}{\tau_G} = \frac{r_G}{r_0} \quad (79.19)$$

бўлади, бу ерда τ_0 ва τ_G — мос равишда чексиз сийрақлашган атмосфера учун (79.15) формуладан ҳисобланган сочилиш вақтларидир. Кўриб турибмизки, чексиз сийрақлашган атмосфера учун (79.19) формула сочилиш вақтини бир неча марта орттирар экан. Шунинг учун келгусидаги бутун сонли ҳисоблар (79.18) формула ёрдамида берилди.

8. Аммо (79.18) формула ёрдамида атмосферанинг сочилиш вақтини аниқлаш осон эмас. Формула атмосфера температураси T нинг ўзгаришларида ниҳоятда тез ўзгаради, бу ўзгариш таъсири асосан $e^{x_0^2}$ экспоненциал кўпайтувчи орқали сезилади. Турли баландликларда атмосферанинг температураси турлича бўлгани ва бундан ташқари, тез-тез ва нерегуляр ҳолда ўзгариб турганидан формулага қўйилиши керак бўлган T нинг қийматини етарлича аниқлик билан топish мумкин эмас. Шунинг учун биз (79.18) формуладан тескари масалани ечиш учун фойдаланамиз — берилган t вақтдан x_0^2 ни топамиз, сўнгра планета атмосфера-

сининг ана шундай τ вақт ичида атроф-муҳитга сочиладиган температурасини аниқлаймиз. Ернинг ёши $\sim 4 \cdot 10^9$ йил $\approx 4 \cdot 10^9 \cdot 3,156 \cdot 10^7$ с. $\tau = 10^{10}$ йил τ ва $\tau = 10^8$ йил учун x_0^2 ни ҳисоблаб топамиз. Ер учун $\rho = 5,517$ г/см³. Бу қиймат-

ларни (79.18) формулага қўйиб ва логарифмлаб шундай тенгламага келамиз:

$$0,4343 x_0^2 = 14,19 + \lg x_0 + \lg (x_0^2 + 1), \quad (79.20)$$

бунда 0,4343 натурал логарифмлардан ўнли логарифмларга ўтиш модули. (79.20) тенгламанинг илдиэлари кетма-кет яқинлашиш методи билан осон топилади.

Нолинчи яқинлашиш. Тенгламанинг ўнг тсмонидаги логарифмлар и бўлган иккала қўшилувчини ҳам ташлаб юборамиз. Бунда $x_0^2 = 32,68$ ни оламиз.

Биринчи яқинлашиш. Ўнг қисмига нолинчи яқинлашишдан x_0 нинг қийматини қўямиз. Бу $x_0^2 = 37,92$ ни беради. Кейинги яқинлашишларда ҳам худди шу йўл билан иш тутамиз ва қуйидагиларни оламиз:

$$\text{иккинчи яқинлашиш } x_0^2 = 38,15,$$

$$\text{учинчи яқинлашиш. } x_0^2 = 38,15.$$

Шундай қилиб, иккинчи яқинлашишнинг ўзиёқ тўрт рақамгача аниқликдаги қийматини беради.

Шундай қилиб, $\tau = 10^{10}$ йил учун $x_0^2 = 38,15$. $\tau = 10^8$ йил учун қилинган ҳисоблашлар $x_0^2 = 33,34$ ни беради. T температура қуйидаги

$$x_0^2 = \frac{2R_0 g_0}{v_m^2} = \frac{R_0 g_0}{kT}$$

формуладан ҳисобланиши мумкин ёки уни ҳисобласак,

$$T = \frac{R_0 g_0 m}{k x_0^2} \quad (79.21)$$

9. Ҳисоблаш натижалари 8- жадвалда келтирилган. Бу жадвалдан

5- жадвал

Планеталар	x_0^2	Температура T , К					
		H ₂	He	H ₂ O	N ₂	O ₂	
Ер	$\tau = 10^{10}$ йил	38,15	396	792	3 560	5540	6340
	$\tau = 10^8$ йил	33,34	454	908	4 090	6360	7260
Ой	$\tau = 10^{10}$ йил	37,99	18	36	162	252	288
	$\tau = 10^8$ йил	33,11	20,6	41,2	185	288	330
Марс	$\tau = 10^{10}$ йил	37,97	81	162	729	1130	1300
	$\tau = 10^8$ йил	33,17	93	186	837	1300	1490
Венера	$\tau = 10^{10}$ йил	38,11	335	670	3010	4690	5360
	$\tau = 10^8$ йил	33,31	384	768	3460	5380	6140
Юпитер	$\tau = 10^{10}$ йил	37,42	12000	24000	108 000	168 000	192 000
	$\tau = 10^8$ йил	32,61	13800	27600	124 000	193 000	221 000

τ вақтнинг T температуранинг ўзгаришларига жуда сезгир эканлиги кўри-
ниб турибди. T нинг 12 — 15% ўзгаришида τ икки тартибга ўзгариб кетади.
Бундан атмосферанинг сочилиши температуранинг маҳаллий тебранишларидан куч-

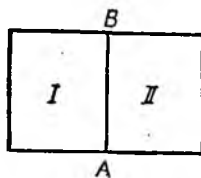
ли ортиб кетиши келиб чиқади. Сочилиш шунигдек икки атомли ва кўп атомли молекулаларнинг қуёш нурланиши туфайли диссоциланишидан ҳам кучли ортади. Жадавдан кўриниб турибдики, Ернинг тортишиш майдони Ер атмосферасининг барча газларини геологик даврлар давомида ишончли ушлаб туради, бундан фақат водород ва гелий мустаснодир. (79.21) формула нима учун Ойнинг атмосферага эга эмаслигини ҳам, шунингдек, нима учун Юпитернинг ниҳоятда катта гравитация майдони геологик даврлар давомида ҳатто энг энгил газ — атомар ва молекуляр водороднинг сочилишига йўл қўймаслигини ҳам тушунтириб беради. Шунингдек, нима учун Ойда атмосфера йўғ-у, бироқ Сатурннинг олтиинчи йўлдоши Титанда метан (CH_4) ва эҳтимол, аммиакдан (NH_3) нборат атмосфера. Бор эканлиги аниқланганини ҳам тушунтириб беради, ҳолбуки, узоқлашиш тезликлари ҳар иккала йўлдошда ҳам деярли бирдай (Ойда 2, 4 км/с, Титанда 2,6 км/с). Гап шундаки, Титаннинг сиртидаги температура (тахминан 70 — 120 К) Ой сирти температурасидан анча пастдир. Бундай паст температурада, фақат энг энгил газлар — водород ва гелий атроф фазога тез учиб кетиши учун етарли бўлган иссиқлик тезликларига эга бўлади.

Қуёш системаси планеталаридан Меркурийда атмосферани ушлаб туриш учун шароитлар энг ёмондир. Планета сиртидан узоқлашиш тезлиги 3,8 км/с ни ташкил қилади. Шунингдек, планетанинг ёритилган сиртида температуранинг ҳаддан ташқари юқори эканлиги ҳам шароитнинг ёмонлашишига олиб келади. Шунинг учун Меркурийни ҳатто оғир газлар ҳам ташлаб кетиши мумкин. Ниҳоят, электроманнит босим ва Қуёшнинг корпускуляр нурланиши ҳам аҳамиятга эга бўлиши мумкин, булар Меркурийда анчагина катта бўлиб, агар унда атмосфера бўлганида ҳам унинг атмосферасидан газ молекулаларини «учириб» кетган бўлар эди.

80- §. Энтропия ва эҳтимоллик

1. Феноменологик термодинамикага мувофиқ, берк системадаги барча процесслар энтропиянинг ортиши йўналишида бўлади. Охир ниҳоясида система мувозанат ҳолатига ўтиб, бунда энтропия максимумга эришади ва системадаги барча процесслар тўхтайтиди. Агар бу хулосани туб маъносда тушунилса, у молекуляр-кинетик назариянинг асосий тасаввурларига зиддир. Масалан, AB тўсиқ билан иккита бир хил I ва II қисмларга бўлинган берк идишни (69- расм) кўрайлик. Дастлаб идишнинг I қисмида идеал газ молекулаларидан N таси бўлиб, II қисмида эса биророрта ҳам бўлмасин. Вақтнинг $t = 0$ моментида оний равишда AB тўсиқчи оламит. Газ кенгая бошлайди. Молекулалар I қисмдан II қисмга ўта бошлайди. Бирор вақт ўтганидан кейин молекулаларнинг II қисмдан I қисмга тесқари оқими юзага келади, шундан сўнг ҳар иккала қисм орасида молекулалар алмашиниши давом этаверади. Идишнинг ҳар иккала қисмларидаги N_1 ва N_2 молекулалар сони, шунингдек, ҳар икки қисм томонга бўлган сқимлар тенглашганида мувозанат ҳолати рўй беради. Бироқ бу статистик мувозанат бўлмай, динамик мувозанатдир. Динамик мувозанат ҳолатида $N_1 = N_2 = N/2$ тенглик деярли ҳеч вақт амалда бўлмайди. Бу тенглик N_1 ва N_2 нинг оний қийматларига эмас, балки уларнинг узоқ вақт оралиғидаги ўртача қийматларига тегишли бўлади: $\bar{N}_1 = \bar{N}_2 = N/2$. *Иссиқлик ҳаракати туфайли N_1 ва N_2 сонларининг, шунингдек, ҳар қандай бозиқа физик катталикларнинг ўртача қийматларидан ўз-ўзича четлашиши флуктуациялар деб аталади.* Броун ҳаракати ва унга тегишли Броун зарраларининг (78.2) барометрик формула билан ифодаланадиган статистик мувозанат ҳолдаги баландлик бўйича тақсмоти ҳам флуктуация ҳодисаларига киради. чунки бу ҳодисалар ҳам статистик мувозанатнинг бузилиши билан

боғлангандир. Бизнинг мисолимизда шундай флукутация ҳам мумкинки, бунда дастлаб бутун идиш бўйлаб тақсимланган барча молекулалар ўз-ўзидан I ва II тенг қисмларнинг бирига йиғилиб қолади. Бунга ишонч хосил қилиш учун газнинг молекулалари моддий нуқталардир ва идишнинг деворлари абсолют силлиқ деб фараз қиламиз. Агар бирор t вақт моментида барча молекулаларнинг тезликларини тескарисига ўзгартирсак, у ҳолда молекулалар қарама-қарши йўналишда ҳаракатлана бошлайди ва бунда улар аниқ аввалги ўтган вазиятларидан ўта бошлайди. Бундан шу нарса келиб чиқадики, агар вақтнинг 0 моментида барча молекулалар идишнинг I қисмида бўлган бўлсалар, у ҳолда улар $2t$ моментда яна шу қисмда тўпланадилар. Лекин нима учун бундай процесслар ҳеч вақт кузатилмайди. Бунга молекуляр-кинетик назария, бундай ҳодисалар принципиал жиҳатдан мумкин бўлса-да, N молекулалар, сони ниҳоятда катта бўлгани учун ниҳоятда кам эҳтимоллидир деб жавоб беради.



69- расм.

2. Бундай ҳодисаларнинг эҳтимоллигини ҳисоблаб чиқайлик. Айтайлик, идишда битта молекула бўлсин. Бунда агар ташқи куч майдонлари бўлмаса, молекула бирдай эҳтимоллик билан ёки I қисмга, ёки II қисмга тушиши мумкин. Унинг бу икки бирдай қисмга тушиш эҳтимоллиги $P_I = P_{II} = 1/2$. Идишга иккинчи молекулани киритамиз. Идеал газ молекулалари бир-бири билан ўзаро таъсирлашмаганидан, уларнинг идишнинг у ёки бу қисмига тушиши мустақил воқеалар бўлади. Ҳар иккала молекула I қисмда бўлиш эҳтимоллиги эҳтимолликларни кўпайтириш теоремасига мувофиқ топилади ва $P_I = 1/2 \cdot 1/2 = 1/4$ га тенг бўлади. Агар идишда N та молекула бўлса, худди шундай мулоҳаза қилиш йўли билан уларнинг I қисмга тушиш эҳтимоллиги $P = (1/2)^N$ га тенг бўлишини топамиз. $N = 10$ бўлганида $P = (1/2)^{10} = 1/1024 \approx 0,001$ бўлишини топамиз. Агар узоқ вақт (лимитда чексиз узоқ вақтда) давомида молекулаларнинг идишда тақсимланишини тенг вақт оралиқларида фотосуратга олинса, у ҳолда ҳар бир 1000 кадрга барча 10 та молекула идишнинг I қисмида бўлишини қайд қиладиган ўртача тахминан битта кадр тўғри келади. II қисм тўғрисида ҳам худди шуни айтиш мумкин. Эҳтимолликларни қўшиш теоремасига мувофиқ ҳар бир минг молекула идишнинг ёки I, ёки II қисмига (қайси бирида экани бари бир) тўпланган ўртача 2 та кадр тўғри келади. Буларнинг ҳаммасини кузатиш принципиал жиҳатдан мумкингина эмас, балки амалда мумкин дир. Бироқ $N = 100$ бўлганда биз $P_I = (1/2)^{100} \approx 10^{-30}$ эҳтимолликка эга бўламиз ва амалда бундай флукутацияни кузатишга ҳеч қандай ишонч йўқ. $N = 10^{20}$ бўлганида P_I эҳтимоллик учун фавқулудда кичик катталиқ $P_I = (1/2)^{10^{20}} = 10^3 \cdot 10^{19}$ келиб чиқади. Бундай турдаги эҳтимолликлар ва уларга мос келадиган воқеалар билан мутлақо ҳисоблашмаслик мумкин.

Ҳисобларимизни умумлаштирамиз, чунки бундай умумлаштириш бизга шу параграфнинг ўзидаёқ керак бўлади. V_0 — бутун ядишнинг ҳажми, V — унинг қандайдир бир қисмининг ҳажми бўлсин. Бирор молекуланинг V ҳажмга тушиш эҳтимоллиги V/V_0 га тенг, V ҳажмда идеал газнинг барча N молекулалари бўлиши эҳтимоллиги шундай ифодаланади:

$$P = (V/V_0)^N, \quad (80.1)$$

3. Нисбатан катта флуктуациялар кам сондаги зарралар бўлган системаларда учрайди (шу параграфдаги 2-масалага қ). Агар берк системадаги зарралар сони жуда катта бўлса, бу система кўп вақт давомида барча катталиклар ўзларининг ўртача қийматларидан кам фарқ қиладиган ҳолатда бўлади. Зарралар сони жуда катта бўлган системаларда нисбатан катта флуктуациялар амалда учрамайди. Барча флуктуациялар кичик бўлади. Феноменологик термодинамика бундай флуктуацияларни назарга олмайди. Шундай қилиб, термодинамиканинг хужосалари флуктуациялар назарга олинмагандагина тўғривидир. Мувозанат ҳолати яқинида ҳар икки томонга бўладиган флуктуациялар тенг эҳтимолдир. Бироқ агар сунъий равишда мувозанатсиз ҳолатни юзага келтирадиган бўлсак, у ҳолда кўпчилик ҳолларда система ўз-ўзидан эҳтимоллиги катта бўлган ҳолатга ўтиб олади. Иккинчи томондан феноменологик термодинамикага мувофиқ, берк системалардаги барча ўз-ўзидан бўладиган процесслар энтропиянинг ортиши билан содир бўлади. Шунинг учун системанинг ҳар бир ҳолатдаги S энтропияси ва шу ҳолатнинг P эҳтимоллиги орасида бир қийматли боғланиш бўлиши керак деб кутиш мумкин. Больцман томонидан киритилган бундай гипотеза тўғри бўлиб чиқди ва ниҳоятда фойдаланиш экан. Бизнинг вазифамиз ана шундай боғланишни аниқлашдир.

4. Биринчи қарашда ихтиёрий термодинамик системанинг ихтиёрий ҳолатининг эҳтимоллигини қандай аниқлаш умумий ҳолда аниқланмагунига қадар бу масалани ечиб бўлмайди, дегендек, ҳатто бу масала маънога эга эмасдек кўринади. Аслида масалани ечиш учун P эҳтимоллик унинг ҳар қандай аниқланиш усулида эга бўлиши мумкин бўлган энг умумий хоссаларини билиш етарлидир. Фақат энтропия ва эҳтимоллик орасида боғланиш мавжуд эканлиги тўғрисидаги гипотезани бу боғланишнинг *универсал* эканлиги, яъни унинг $S = f(P)$ формула билан ифодаланиши ҳақидаги талаб билан кучайтириш керак, бу ерда $f(P)$ функция барча жисмлар учун уларнинг қандай ҳолатларда эканлигидан қатъи назар, *айни битта*дир.

$f(P)$ функциянинг кўринишини топиш учун иккита мустақил кичик системаларни қарайлик, улар эҳтимолликлари P_1 ва P_2 бўлган ҳолатларда бўлсин. Бу ҳолатларда уларнинг энтропиялари $S_1 = f(P_1)$ ва $S_2 = f(P_2)$ бўлади. Ҳар иккала кичик системани битта системага бирлаштирамиз ва унинг эҳтимоллигини P_{12} билан, энтропиясини эса S_{12} билан белгилаймиз. Кичик системалар мустақил бўлгани учун $P_{12} = P_1 P_2$ бўлади ва шунинг учун $S_{12} = f(P_{12}) = f(P_1 P_2)$. Иккинчи томондан, термодинамика му-

рақаб системанинг энтропияси уни ташкил қилувчи мустақил кичик системалар энтропияларининг йиғиндисига тенг бўлишини талаб қилади. Бинобарин, P_1 ва P_2 эҳтимолликларнинг қийматлари қандай бўлишидан қатъи назар

$$j(P_1 P_2) = j(P_1) + j(P_2) \quad (80.2)$$

бўлиши керак.

(80.2) функционал тенгламани ечиш учун (72.2) тенгламани ечишдаги сингари йўл тутамиз. Фараз қилайлик, P_1 ва P_2 ўзгарувчилар шундай ўзгарадики, уларнинг $P_1 P_2$ кўпайтмалари доимий қолади, шу билан бирга, доимийнинг қиймати унинг ўзгариши мумкин бўлган соҳада ҳар қандай бўлиши мумкин. (80.2) тенгламадан агар

$$j(P_1) + j(P_2) = \text{const}$$

бўлса,

$$P_1 P_2 = \text{const}$$

эканлиги келиб чиқади. Бундан дифференциаллаш билан

$$dj(P_1) = -dj(P_2)$$

бўлишини топамиз, бунинг учун

$$\frac{dP_1}{P_1} = -\frac{dP_2}{P_2}$$

шарт бажарилиши керак.

Ҳадма-ҳад бўлиш қуйидаги $P_1 \frac{df(P_1)}{dP_1} = P_2 \frac{df(P_2)}{dP_2}$ муносабатга олиб келади. Чағда фақат P_1 аргументнинг функцияси, ўнгда эса худди шу функция, бироқ P_2 аргументнинг функцияси турибди. P_1 ва P_2 аргументларнинг ўзларининг қийматлари улар ўзгариши мумкин бўлган соҳада ҳар қандай бўлиши мумкин. Бу деган сўз, $P \frac{df(P)}{dP}$ функция P аргументнинг ўзгариши билан ўзгармайди, яъни доимийдир демакдир. Бу доимий универсал, яъни ҳамма жисмлар учун ягона бўлиши керак, чунки $f(P)$ функциянинг ўзи универсал. Бу доимийни k билан белгилаб, шундай муносабатга келамиз:

$$P \frac{df}{dP} = k$$

ёки

$$df = k \frac{dP}{P}$$

Бундан

$$f(P) = k \ln P + C.$$

Интеграллаш доимийси C нолга тенг бўлиши керак, ҳақиқатан ҳам, топилган ечимни дастлабки (80.2) тенгламага қўйиш шундай муносабатга олиб келади:

$$k \ln(P_1 P_2) + C = (k \ln P_1 + C) + (k \ln P_2 + C),$$

бундан $C = 0$. Шундай қилиб,

$$S = k \ln P. \quad (80.3)$$

5. Энди k доимийнинг сон қийматини аниқлаш қолади. Бунинг учун мустақил усуллар билан икки катталиқ — қандайдир бир системанинг икки ихтиёрий ҳолатлардаги энтропиялари фарқи ва шу ҳолатларда унинг эҳтимолликлари нисбатининг логарифминини топиш ва сўнгра уларни таққослаш етарлидир. Энг осони идеал газдан фойдаланишдир. Айтايлик, V_1 ва V_2 газ молининг бошланғич ва охириги ҳолатдаги ҳажмлари бўлсин, уларнинг температура-лари бирдай деб олинади. Эҳтимолликлар нисбатини (80.1) формулага дастлаб $V = V_1$, сўнгра эса $V = V_2$ ни қўйиш билан олинади. Шундай йўл билан топамиз:

$$S_2 - S_1 = k \ln \frac{P_2}{P_1} = k N \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Худди шу катталиқ учун термодинамик формула (40.7) дан қуйидаги муносабатни оламиз:

$$S_2 - S_1 = R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Ҳар иккала ифодани таққослаш қуйидагини беради:

$$k = \frac{R}{N}, \quad (80.4)$$

яъни бу $[k]$ Больцман доимийсидир. Энтропия ва эҳтимоллик орасидаги фундаментал муносабат (80.3) Больцман томонидан аниқланган ва *Больцман формуласи* деб аталади. (80.3) формуланинг биз келтирган чиқарилиши Планк (1858—1947) томонидан берилган. Планк фундаментал доимий k ни ҳам киритди.

6. Энтропияни термодинамик аниқлашда биз бу тушунчанинг *термодинамик мувозанатда бўлмаган ҳолатларга* қўллашга доир қийинчиликка дуч келдик (42- § га қ.). Больцман формуласи (80.3) бу қийинчиликни бартараф қилишнинг принцинал усулини беради. Унга *энтропиянинг таърифи* деб қараш керак. Тўғри, бу таъриф конкрет мазмунга эга бўлиши учун уни барча талаб қилинган ҳолларда ҳолатлар эҳтимоллигини ҳисоблаш усуллари билан тўлдириш керак. Бироқ бусиз ҳам шу нарса кўриниб турибдики, *энтропияни бундай тушунишда унинг ортиши ҳақидаги қонун ўз харақтерини тубдан ўзгартиради*. Бу қонун ўзининг абсолютлигини *йўқотад*и ва *статистик қонунга айланади*. Берк системанинг *энтропияси* фақат *ўсибгина қолмай, камайиши ҳам мумкин*. Ҳақиқатан ҳам, агар етарлича узоқ кутилса, *энтропия камайд*и. Бироқ камайиш процесси келгусида яна ортиш процесси билан алмашинади. У ҳолда термодинамиканинг иккинчи қонунини нима бўлади? Унинг физик маъноси нимадан иборат бўлади? Унинг физик мазмуни шундан иборат бўладик, *системанинг бирор берилган ҳолатидан кейин яна ҳам эҳтимол бўлган ҳолатлари келади, бу зарурат тарзида содир бўлмаса-да, кўпчилик ҳолларда шундай бўлади*. Агар система катта бўлса, унинг дастлабки ҳолати эса мувозанат ҳола-

тига жуда яқин бўлмаса, у ҳолда системанинг эҳтимоллиги камроқ бўлган ҳолатларга ўтиш эҳтимоллиги шунча камки, амалда ҳеч қандай аҳамиятга молик эмас. Бунда энтропиянинг ортиши ҳақидаги қонун амалда абсолют ишонч билан ўринли бўлади.

42- § да Клаузиуснинг Коинотнинг иссиқлик ҳалокати ҳақидаги концепцияси устида тўхталган эдик. Бу ерда шунини таъкидлаш керакки, Больцман ўзининг бу концепцияга қарама-қарши бўлган *флуктуация гипотезасини* илгари сурди. Больцман термодинамиканинг иккинчи қонунини бутун Коинотга қўлланиши мумкинлигини инкор қилмади. Бироқ термодинамиканинг иккинчи қонуни статистик қонун бўлиб, бу қонунга мувофиқ, термодинамик мувозанатдан четлашиблар — флуктуациялар фақат мумкингина эмас, балки шартдир. Больцман Коинотнинг ҳозирги турган мувозанатсиз ҳолати — улкан флуктуациядир деб ҳисоблади. Бу флуктуация йўқолиши керак. Ана шунда Коинотнинг иссиқлик ҳалокати ҳолати рўй беради. Бироқ бу ҳолат вақтинчадир. Бирор вақт ўтганидан сўнг яна шунга ўхшаш улкан флуктуация вужудга келади ва Коинот иссиқлик ҳалокати ҳолатидан чиқади. Сўнгра яна иссиқлик ҳалокати рўй беради ва шундай чексиз ҳолатлар алмашилиши давом этаверади. Агар Клаузиус концепциясига кўра, иссиқлик ҳалокати Коинотнинг охириги ҳолати бўлса ва Коинот бу ҳолатдан ҳеч вақт чиқмаса, Больцман гипотезасига кўра, Коинот даврий равишда иссиқлик ҳалокати ҳолатига учраб туради ва ундан ўз-ўзидан чиқиб кетади. Бироқ иккита улкан флуктуациялар орасидаги вақт ҳар бир флуктуациянинг мавжуд бўлиш вақтидан тасаввур қилиб бўлмаслик даражада каттадир. Шунинг учун флуктуация гипотезасига кўра Коинот иссиқлик ҳалокати ҳолатида «деярли абадий» қолиши керак. Кўриб турибмизки, флуктуация гипотезаси Клаузиус концепциясидан принципиал фарқ қилгани ҳолда амалда деярли ўша натижага олиб келади. Бутун Коинотга термодинамиканинг иккинчи қонунини, ҳатто уни статистик қонун деб қаралганда ҳам, экстраполяция қилиш мумкин эмас.

7. Термодинамикада энтропия ихтиёрий аддитив доимий аниқлигида топилган. Энтропияларнинг ўзи эмас, уларнинг фарқи физик маънога эга. Ҳолбуки, Больцман формуласи (80.3) энтропияни ҳолат эҳтимоллиги орқали тўла бир қийматли ифодалаб беради. Бу зиддият фақат туюлма зиддиятдир. Эҳтимолликни албатта бир қийматли аниқлаш шарт эмас, деб таъкидлаш билан бу зиддиятни бартараф қилиш мумкин. *Эҳтимолликларнинг ўзи эмас, уларнинг турли ҳолатлардаги нисбатлари бир қийматли аниқланиши керак.* Бундан, эҳтимоллик фақат қандайдир бир сон кўпайтувчи S аниқлигида аниқланиши мумкин, деган хулоса чиқади. Нормалаш шартлари тўғрисида фикр юритилганда бу тўғрисида гапирилган эди. Сон кўпайтувчининг борлиги шунда билинадикки, S нинг формуласида ихтиёрий аддитив доимий $\ln S$ пайдо бўлади.

Агар эҳтимоллик (70.3) шарт билан нормаланган бўлса, у *математик эҳтимоллик* деб аталади. Больцман формулаларини қўллашда Планк тавсия қилган нормалаш усулидан фойдаланиш қулай. Уни шундай танланадими, агар мумкин бўлса, ҳамма эҳтимолликлар бутун мусбат сонлар билан ифодалансин. Бундай нор-

маланган эҳтимолликни *статистик оғирлик ёки ҳолат термодинамик эҳтимоллиги* деб аталади. Статистик оғирликни биз G билан белгилаймиз ва Больцман формуласини шундай кўринишда ёзамиз:

$$S = k \ln G. \quad (80.5)$$

8. Мисол тариқасида яна ичида идеал газнинг N та бир хил молекулалари бўлган V ҳажмли берк идишни кўрамиз. Ҳар бир молекулани классик механика қонунларига бўйсунувчи моддий нуқта деб оламиз. Бир молекулани иккинчи молекуладан фарқ қилиш учун уларни $1, 2, \dots$ билан номерлаймиз. Агар ҳар бир молекуланинг вақтнинг кўрилайётган моментидати вазияти ва тезлиги кўрсатилса, газнинг оний ҳолати тўлиқ кўрсатилиши мумкин. Газ ҳолатининг бундай тавсифланиши *динамик тавсифлаш* деб аталади. Бироқ газни статистик ўрганишда уни динамик тавсифлаш керагидан ортиқ, деб тушунилади. Ҳақиқатан ҳам, агар газнинг оний ҳолатини ҳар бир молекуланинг вазияти ва тезлигини аниқ кўрсатиш билан характерланса, у ҳолда бундай ҳолатнинг эҳтимоллиги нолга тенг бўлади (71- § га қ.). Ҳар бир ҳолатга нолдан фарқли бирор эҳтимолликни бериш учун қўполроқ характерлаш керак. Дастлаб молекуланинг ҳаракатидан мавҳумланамиз ва V ҳажмни V_1, V_2, \dots, V_m ҳажмли етарлича кичик ячейкаларга бўламиз. Газ ҳолатини қўпол таъсифлашда, агар ҳар бир молекулани қайси ҳажм ячейкасида экани кўрсатилса, бу билан молекуланинг вазияти маълум деб ҳисоблашимиз мумкин. Молекула вазиятини белгилашнинг бундай аниқлигида ҳар бир ҳажм ячейкасидаги *молекулаларнинг сони ва уларнинг номерларининг кўрсатиш билан газ ҳолатини характерлаш мумкин*. Газнинг бундай тавсифланган ҳолати *микроҳолат* деб аталади. Равшанки, молекула вазиятининг микроҳолатини тавсифлашда қабул қилинган аниқлигида молекуланинг айни бир ҳажм ячейкаси чегараларидаги ҳар қандай ўчиши газнинг микроҳолатини ўзгартирмайди. Молекуланинг бир ячейкадан иккинчи ячейкага ўтиши эса микроҳолатни ўзгартиради. Айтайлик, p_i қандайдир муайян молекуланинг i - ҳажм ячейкасига тушиш эҳтимоллигини билдирувчи математик эҳтимоллик бўлсин. $p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1$ бўлиши равшан. Агар газга таъсир қилувчи куч майдонлари бўлмаса, у ҳолда $p_i = V_i / V$. 1 ячейкада муайян номерли N_1 молекула, 2 ячейкада ҳам муайян номерли N_2 молекула ва ҳоказо бўлган микроҳолатнинг математик эҳтимоллигини топайлик. Эҳтимолликларни купайтириш теоремасига кўра у $p_1^{N_1} p_2^{N_2} \dots p_m^{N_m}$ га тенг.

Агар биз фараз қилганимиздек, газнинг барча молекулалари айний бўлса, у ҳолда қайси молекулаларнинг қайси ячейкада бўлиши аҳамиятга эга эмас. Газ ҳолатини тўлиқ ифодалаш учун ҳар бир ҳажм ячейкасидаги умумий молекулалар сонини кўрсатиш керак, уларнинг номерлари шарт эмас. Газнинг бундай тавсифланган ҳолати макрҳолат деб аталади. Уни ушбу схема орқали тасвирлаш мумкин:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ячейкалар} & & 1 & 2 & \dots & m & \\ \text{молекулалар сони} & N_1 & N_2 & \dots & N_m & & \end{array} \quad (80.6)$$

Микроҳолатдан фарқли равишда молекулаларнинг N_1, N_2, \dots, N_m сонларини ўзгартирмасдан қилинадиган ҳар қандай ўрин алмаштиришлар, бу ўрин алмаштиришларнинг битта ҳажм ячейкаси чегарасида бўладими ёки газнинг бутун ҳажми чегарасида бўладими бундан қатъи назар, макроҳолатни ўзгартирмайди.

9. Зарраларининг сонлари N_1, N_2, \dots, N_m берилган макроҳолат (80.6) нинг математик эҳтимоллигини аниқлаймиз. Ячейкаларининг ҳажмида худди шундай зарралар сони бўлган бирор микроҳолатни кўрайлик. Бу микроҳолатдаги барча N зарралар ўзларининг ўринларида маҳкамланган деб фараз қиламиз. Сўнгра бу N зарралар учун турли-туман ўрин алмаштиришларни бажарамиз. Улар бўлиши мумкин бўлган жойлар қайд қилинган бўлгани учун бундай ўрин алмаштиришларда ҳар бир ҳажм ячейкасидаги умумий молекулалар сони ўзгаришсиз қолади. Биз зарраларнинг улар маҳкамланган ҳолда туриши лозим бўлган ячейкалардаги N_1, N_2, \dots сонларининг турли мумкин бўлган комбинацияларини ҳосил қиламиз. Бундай комбинациялар сони $N!$. Бироқ бундай ҳисоблашда биз зарраларнинг айни бир ҳажм ячейкаси чегарасидаги ўрин алмаштиришлар туфайли ҳосил бўлган комбинацияларни ҳам турлича деб олдик. Бундай алмаштиришлар янги микроҳолатларга олиб келмайди. Биринчи ячейка чегарасида ўрин алмаштиришлар сони $N_1!$, иккинчи ячейка чегарасидаги ўрин алмаштиришлар сони $N_2!$ ва ҳоказо. Шунинг учун мумкин бўлган барча микроҳолатларнинг G сонини олиш учун $N!$ ни $N_1! N_2! \dots N_m!$ га бўлиш керак. Шундай қилиб,

$$G = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_m!} \quad (80.7)$$

(80.6) макроҳолатнинг эҳтимоллиги P ни аниқлаш учун бу сонларни битта микроҳолатнинг эҳтимоллигига кўпайтириш керак. Бу қўйидаги катталикини беради:

$$P = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_m!} p_1^{N_1} p_2^{N_2} \dots p_m^{N_m} \quad (80.8)$$

Ҳозиргача ячейкаларнинг ҳажмлари V_1, V_2, \dots, V_m ларга биз ҳеч қандай чеклашлар қўймадик. Бизнинг мулоҳазаларимиз газ куч майдонида бўлган ҳоллар учун ҳам қўлланилиши мумкин. Бу ҳолларда p_1, p_2, \dots, p_m эҳтимолликлар, умуман айтганда, турличадир. Энди куч майдонлари йўқ, ячейкаларнинг ҳажмлари V_1, V_2, \dots бирдай танланган деб олайлик. У ҳолда p_1, p_2, \dots эҳтимолликлар ҳам бирдай бўлиб қолади, шу билан бирга $\frac{V_1}{V}$ га тенг бўлади. (80.8) формуланинг ўрнига ушбу формула келиб чиқади:

$$P = G \left(\frac{V_1}{V} \right)^N.$$

G нинг кўпайтувчиси доимий, яъни N_1, N_2, \dots ларга боғлиқ эмас. Унга қисқартириб юбориш ва макроҳолатнинг эҳтимоллиги учун G ни олиш мумкин. Бу катталик кўрилайтган макроҳолат-

нинг статистик оғирлиги бўлади. Шундай қилиб, макроҳолатнинг статистик оғирлиги учун ҳар бири ана шу макроҳолатни юзага келтиришда қатнашаётган тенг эҳтимолли микроҳолатлар сонини олиш мумкин.

МАСАЛАЛАР

1. Ихтиёрий f физик катталикнинг флукутациялари ўртача квадрати $\Delta f^2 = \overline{(f - \bar{f})^2}$ ни \bar{f}^2 ва \bar{f} билан ифодаланг.

Ечилиши. $\Delta f^2 = \overline{(f - \bar{f})^2} = \overline{f^2 - 2\bar{f}f + \bar{f}^2} = \overline{f^2} - 2\bar{f}\bar{f} + \bar{f}^2 = \overline{f^2} - \bar{f}^2$
 Бўлгани учун бундан қуйидагини оламиз:

$$\Delta f^2 = \overline{f^2} - \bar{f}^2. \quad (80.9)$$

2. Айтайлик, F — идеал газнинг N та молекулаларидан иборат системани характерловчи бирор аддитив физик катталик бўлсин. Бунда $F = \sum_i f_i$ бўлсин, бу ерда f_i катталик ўша газнинг i -молекуласини характерлайди. F катталик флукутациясининг ўртача квадрати f_i катталик флукутациясининг ўртача квадрати орқали ифодаланг.

Ечилиши. Таърифга кўра

$$\bar{F} = \sum_i \bar{f}_i = N\bar{f}.$$

(Биз барча молекулалар айний эканлигини назарда тутиб i индексни тушириб қолдирдик.) Сўнгра

$$\overline{F^2} = \overline{(\sum_i f_i)^2} = \sum_i \overline{f_i^2} + 2\sum_{i < j} \overline{f_i f_j} = N\overline{f_1^2} + N(N-1)\overline{f_1 f_2},$$

$$\overline{f_i f_j} = \overline{(f_i + \Delta f_i)(f_j + \Delta f_j)},$$

$\overline{\Delta f_i} = \overline{\Delta f_j} = 0$ эканлигини назарга олиб ва шунингдек, $\overline{f_i^2} = \overline{f_j^2} = \overline{f^2}$ бўлгани учун охириги формуладан $\overline{f_i f_j} = \overline{f^2} + \overline{\Delta f_i \Delta f_j}$ ни келтириб чиқарамиз. Бироқ идеал газнинг молекулалари мустақил, шунинг учун $\overline{\Delta f_i \Delta f_j} = 0$. Бинобарин, $\overline{f_i f_j} = \overline{f^2}$. Тегишли катталикларни (80.9) формулага қўйиб, қуйидаги натижани оламиз:

$$\Delta F^2 = N(\overline{f^2} - \bar{f}^2) = N\Delta f^2. \quad (80.10)$$

Шунингдек, F катталикнинг нисбий флукутациясини ҳисоблаймиз. Таърифга мувофиқ, у қуйидагига тенг:

$$\frac{\sqrt{\Delta F^2}}{\bar{F}} = \frac{\sqrt{N} \sqrt{\Delta f^2}}{N\bar{f}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\sqrt{\Delta f^2}}{\bar{f}}$$

N ортиши билан F катталикнинг нисбий флукутацияси $\frac{1}{\sqrt{N}}$ га тескари пропорционал равишда камаяди. N катта бўлганида нисбий флукутациялар ниҳоятда кичик. Катта системалар учун термодинамик хулосаларнинг тўғри бўлиши ана шунга асосланган.

3. V ҳажмли берк идишда куч майдонлари бўлмаганида идеал газнинг N та молекуласи бор. V ҳажмнинг кичик қисми бўлган v ҳажмдаги молекулаларнинг ўртача сонини ва уларнинг флукутацияларини аниқланг.

Ечилиши. Айтайлик, p —қандайдир муайян молекуланинг v ҳажмда бўлиш эҳтимоллиги, $q = 1 - p$ эса қолган $V - v$ ҳажмда бўлиш эҳтимоллиги бўлсин.

$p = \frac{v}{V}$ эканлиги равшан. (80.8) формулада $p_1 = p$, $p_2 = q$ деб олиб, қуйида дагини оламиз:

$$P_n = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n}, \quad (80.11)$$

шу билан бирга

$$\sum_{n=0}^N P_n = \sum_{n=0}^N \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} = (p+q)^N = 1. \quad (80.12)$$

(80.11) ифода v ҳажмда n молекула бўлишининг математик эҳтимоллигидир (қандай молекулалар бўлиши фарқсиз). Бу ҳажмдаги молекулаларнинг ўртача сонини топish учун (70.10) формулани қўллаймиз ва қуйидагини оламиз:

$$\bar{n} = \sum_{n=1}^N n P_n = Np \sum_{n=1}^N \frac{(N-1)!}{(n-1)!(N-n)!} p^{n-1} q^{N-n}$$

Йиғинди учун янги $n' = n - 1$ индекс киритамиз (сўнгра унн яна n билан алмаштирамиз, чунки йиғиндини одиш индекснинг қандай ҳарф билан белгиланганига боғлиқ эмас). У ҳолда

$$\bar{n} = Np \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(N-1)!}{n!(N-1-n)!} p^n q^{N-1-n}.$$

Бу йиғинди (80.12) муносабатга кўра бирга тенг ва шунинг учун

$$\bar{n} = Np. \quad (80.13)$$

Шундай бўлиб чиқиши керак эди ҳам. Худди шунга ўхшаш қуйидагини топамиз:

$$\overline{n(n-1)} = N(N-1)p^2,$$

бундан

$$\overline{n^2} = N(N-1)p^2 + \bar{n}. \quad (80.13a)$$

(80.9) формулага асосан $\overline{\Delta n^2} = \overline{n^2} - \bar{n}^2$. (80.13)

Бунга (80.13) ва (80.13a) қийматларни қўйиб ҳисобласак,

$$(\overline{\Delta n^2}) = Np(1-p) = \bar{n}(1-p), \quad (80.14)$$

Агар $v \ll V$ бўлса, $p \ll 1$ бўлади, шунинг учун эса

$$(\overline{\Delta n^2}) = \bar{n}. \quad (80.15)$$

Нисбий квадратик флукутация учун қуйидагини топамиз:

$$\frac{\sqrt{\overline{\Delta n^2}}}{\bar{n}} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}. \quad (80.16)$$

Айтилганлардан кўра миқдор, зарралар сони \bar{n} катта бўлган ҳажмларда нисбий флукутациялар кичик бўлади ва уларни кузатиш қийин бўлади. Аксинча, зарралар сони \bar{n} кичик бўлганида нисбий флукутациялар катта бўлади.

4. n ва \bar{n} лар аниқ бўлганида $N \rightarrow \infty$ интилганида (80.11) формула ўтадиган асимптотик ифодани аниқланг. Бундай ифода v ҳажмдаги молекулалар сони n га тенг бўлиш эҳтимоллигини билдиради, бунинг учун v ҳажм бир жинсли газ билан ўралган ва бу газ бутун йўналишларда чексиз ёйилган деган шарт бажарилиши керак.

Ечилиши. $p = \frac{v}{V} = \frac{\bar{n}}{N}$, $q = 1 - p$ эканини қайд қилиб, (80.11) формулани шундай кўринишда қайта ёзамиз:

$$P_n = \frac{1 \cdot \left(1 - \frac{1}{N}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{n-1}{N}\right)}{n!} (N)^n \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n}$$

Бу ифодада \bar{n} ва n аниқ бўлгани ҳолда $N \rightarrow \infty$ лимитга ўтамиз. У ҳолда

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\bar{n}}{N}\right)^{\frac{N}{n} \frac{N-n}{N} n} = e^{-\bar{n}}$$

бўлгани учун бу йўл билан

$$P_n = \frac{(\bar{n})^n}{n!} e^{-\bar{n}} \quad (80.17)$$

формулага келамиз (бу Пуассон формуласидир).

5. (80.17) ифодани Стирлинг асимптотик формуласи (81.5) ёрдамида ўзгартиринг.

Жавоби.

$$P_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \left(\frac{\bar{n}}{n}\right)^n e^{(n-\bar{n})} \quad (80.18)$$

6. Агар n катта бўлса, у ҳолда (80.18) эҳтимоллик $n \approx \bar{n}$ бўлганида жуда кескин максимумга эга бўлади. Бундан (80.18) формулани соддалаштириш учун фойдаланиш мумкин, бунинг учун $\ln P_n$ ни $(n - \bar{n})$ даражалари бўйича Тейлор қаторига ёямиз ва бу ёйишни иккинчи даражали ҳади билан тўхтатамиз. Бундай яқинлашишда P_n эҳтимоллик учун ифодани ҳосил қилинг.

Ечилиши. Ҳосиланинг ифодаси

$$\frac{d}{dn} (\ln P_n) = \ln \bar{n} - \ln n \frac{n + 1/2}{n} + 1$$

да n га нисбатан $1/2$ ни назарга олмаслик мумкин. У ҳолда бу ҳосила $n = \bar{n}$ бўлганда нолга айланади. Бу ҳолда $\ln P_n$ максимал бўлади. Иккинчи ҳосилани ҳисоблаб, талаб қилинган яқинлашишда қуйидагини топамиз:

$$\begin{aligned} \ln P_n &= \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} - \frac{1}{2n} (n - \bar{n})^2, \\ P_n &= \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{(n - \bar{n})^2}{2n}}. \end{aligned} \quad (80.19)$$

(бу Гаусс тақсимотидир).

7. Идеал газ учун энтропиянинг термодинамик ифодаси (40.9) дан фойдаланиб, Больцман формуласи (80.3) дан Гаусс тақсимоти (80.19) ни келтириб чиқаринг.

Ечилиши. Флуктуациягача бутун газнинг ҳолати мувозанатда бўлганда бу энтропия қуйидагича ифодаланади:

$$S_0 = Nc_v \ln T + Nk \ln \frac{V}{N}$$

бу ерда c_v — газнинг бир молекуласига тўғри келадиган иссиқлик сифими. Флуктуациядан сўнг v ҳажмдаги зарралар сони n бўлганида газнинг энтропияси қуйидагича бўлади:

$$S = Nc_v \ln T + k(N - n) \ln \frac{V - v}{N - n} + kn \ln \frac{v}{n}$$

Бу ифодадан олдинги ифодани айирамиз, бунда иккинчи даражали ҳадлари v/V ва n/N ни назарга олмаймиз. Флуктуация натижасида газ энтропиясининг орттирмасини топамиз:

$$\Delta S = k \ln \left[\left(\frac{n}{N}\right)^n e^{n - \bar{n}} \right]$$

Больцман формуласи (80.3) га кўра

$$\Delta S = k \ln \frac{P}{P_0}$$

ва изланаётган эҳтимоллик учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$P_n = P_0 \left(\frac{n}{n} \right)^n e^{n-n}.$$

Гаусс тақсимотиға ўтиш худди (80.18) формуладан (80.19) формулага ўтиш сингари амалға оширилади. Бундай ўтишни бажаргандан кейин нормалаш шарти $\sum P_n = 1$ дан P_0 доимийни аниқлаш мумкин. Бунинг учун йиғиндини интеграл билан алмаштириш керак.

81- §. Больцман статистикасида энг катта эҳтимолли тақсимот методи

1. Системанинг микро- ва макроҳолатларини, уларнинг эҳтимолликлари ва статистик оғирликларини қандай аниқлаш мумкин—бу масалалар статистик термодинамиканинг энг фундаментал ва қийин, шу билан бирга, ҳали тадқиқ қилинмаган масалаларидир. Биз бу ерда бу масалаларни батамом баён қилиш имконига эга эмасмиз, чунки бунинг учун математика, аналитик механика, электродинамика ва квант механикасида чукүр билимлар бўлиши керак. Бундай билимлар зарур бўлган масала ва исботларни келтирмаган ҳолда ҳозирча фақат ғоявий томонини кўрайлик.

Дастлаб қаттиқ иссиқлик ўтказмайдиган берк идишга жойлаштирилган N та айнан бир хил молекулалардан иборат системани кўрайлик. Система ташқи доимий потенциал куч майдонида турган бўлиши мумкин. Унинг тўла энергияси ўзгармайди. Молекулалар орасида ўзаро таъсир бўлиши керак. Бу ўзаро таъсир кучсиз ўзаро таъсир деб фараз қиламиз. Бу деган сўз, ўзаро таъсир энергияси назарга олмаслик даражада кичик ва шунинг учун бутун системанинг энергияси эмас, алоҳида ҳар бир молекуланинг энергияси ҳақида гапириш ҳам маънога эга деб ҳисоблаймиз. Бундай ўзаро таъсир зарур, чунки фақат у туфайлигина системада муайян статистик тақсимот қарор топиши мумкин.

2. Бу масалага дастлаб молекулаларни классик механика қонунига бўйсунувчи моддий нуқталар деб олиб классик ёндашамиз. Системанинг динамик ҳолати ҳар бир молекуланинг x , y , z координаталари ва уларга тегишли p_x , p_y , p_z импульсларини бериш билан аниқланади. Терминологияни соддалаштириш учун олти ўлчовли фаразий фазони киритамиз, бу фазонинг ҳар бир нуқтаси олтига: x , y , z , p_x , p_y , p_z координаталар билан характерланади. Бу фазони молекуланинг *фазавий фазоси* деб, координаталарни эса *фаза нуқталари* деб аталади. Шундай қилиб, алоҳида молекуланинг оний ҳолати унинг фаза нуқтасининг фаза фазосидаги вазияти билан, барча N молекулаларнинг динамик ҳолати эса — бу молекулалар фазавий нуқталарининг худди шу фаза фазосидаги вазиятлари билан аниқланади. Микрос- ва макроҳолатларга ўтиш бундан аввалги параграфдаги сингари амалға оширилади. Фақат ҳажм ячейкалари ўрнига *фазавий ячейкалар*, яъни *фаза фазосидаги ячейкаларни* қа-

рашга тўғри келади. Бироқ, фазавий ячейкаларнинг олти ўлчовли ҳажмларини, шунингдек фазавий фазонинг умуман чекли соҳаларини қандай аниқлаш кераклигини тушунтириш зарур. Бунинг учун, аввало, фазавий ячейка фаза фазосидаги чексиз кичик олти ўлчовли тўғри бурчакли параллелепипед бўлган ҳолни кўрамиз. Координаталари чексиз кичик $(x, x + dx), \dots, (p_z, p_z + dp_z)$ интерваллар ичида ётган фазавий нуқталар тўплами ана шундай параллелепипед бўлади. Бундай элементар олти ўлчовли параллелепипеднинг фазавий ҳажми деб $dx dy \dots dp_z$ кўпайтмага айтилади. Фазавий фазонинг қандайдир бир соҳасини тўлдириб турган барча элементар параллелепипедлар ҳажмларининг йиғиндисини олиб, *бу соҳанинг фазавий ҳажмини* оламиз. Энди молекуланинг бутун фазавий фазосини бирдай фазавий ҳажмли етарлича кичик соҳаларга бўламиз. Ана шундай соҳалар *фазавий ячейкалар* деб аталади. Молекуланинг фазавий фазосидаги фазавий ячейкаларнинг сони чексиз катта, чунки p_x, p_y, p_z лар $-\infty$ дан $+\infty$ гача барча қийматларни қабул қилиши мумкин. Фазавий ячейкаларни 1, 2, 3, ... лар билан номерлаймиз. Молекуланинг у i - ячейкада бўлгандаги энергиясини ϵ_i билан белгилаймиз. Аниқ бўлсин учун номерлашни ϵ энергиянинг ортиши йўналишида қўйишни шартлашамиз, яъни $\epsilon_1 \leq \epsilon_2 \leq \epsilon_3 \dots$. Статистика мақсадлари учун молекула ҳолатини тўлиқ динамик тасвирлашдан кўра унча тўла бўлмаган ва қўполроқ тасвирлашга ўтиш керак. *Агар бирор молекуланинг фазавий ячейкаси кўрсатилган бўлса, бу молекуланинг ҳолати тўлиқ тавсифланган деб ҳисоблаш мумкин.*

3. Молекула ҳолатини бундай тавсифлашнинг принципал камчилиги шундан иборатки, бунда фазавий ячейкаларнинг ҳажмлари қайд қилинмаган. Бундай ноаниқлик изчил классик назария томонидан бартараф қилинмайди, чунки классик назария ҳолатни фақат узлуксиз ўзгаради деб қарайди. Фазавий ячейкаларни, улар қанчалик кичик бўлмасин, чексиз кичик бўлакларга бўлиш мумкин, лекин шунга қарамай, ҳар бир бундай қисмда фазавий нуқталарнинг чексиз ва узлуксиз тўплами жойлашади. Бироқ зарра ҳолатини унинг координаталари ва импульслари орқали бериш йўли билан тавсифлаш усулининг принципал қўлланиш чегаралари бор, бу чегара Гейзенберг ноаниқликлари муносабати билан белгиланади. x координата ва унга тегишли p_x импульсни $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$ шартга бўйсунадиган Δx ва Δp_x ноаниқликлардагина берилиши мумкин. Шунинг учун фазавий ячейканинг ҳажмини ch^3 га тенг деб танлаш табиийдир, бу ерда c — бир тартибдаги ўзгармас катталиқдир. Бу ўзгармаснинг қийматини аниқлашнинг аҳамияти кам. *Ярим классик назарияда $c = 1$ деб олинади.* Кейинроқ шу нарса аниқландики, бундай танлашда зарранинг ярим классик назариядаги квант ҳолатлари сони унинг изчил квант механикасидаги ҳолатлари сонига тенг бўлар экан. Ана шу туфайли биз юқоридаги танлашнинг мақсадга мувофиқ бўлишини кўрамиз.

Изчил квант механикаси умуман динамик ҳолатларни зарраларнинг координаталари ва импульслари орқали тавсифлашдан воз кечди. Квант механикасида зарраларнинг ва улар системаларининг ҳолатлари қандай тавсифланишини батафсил баён қилиб ўтиришга

зарурат йўқ. Шу нарсани қайд қилиш керакки, квант механикаси *дискрет ҳолатлар* бор деб қарайди. Система ёки зарра бир ҳолатдан қўшни ҳолатга узлуксиз ўта олмайди, чунки оралиқ ҳолатлар йўқ. Ўтиш сакраш билан амалга ошади. Квант ҳолатлар деб гапирганимизда келгусида биз битта молекуланинг квант ҳолатини назарда тутамиз. Бунда молекула албатта нуқтасимон зарра деб қаралиши шарт эмас, ички структурага эга бўлиши ҳам мумкин. Бизнинг мақсадларимиз учун *стационар ҳолатларни*, яъни вақт давомида ўзгармайдиган ҳолатларни кўриш билан чегараланиш ётарлидир. Бу ҳолатлар молекула энергиясининг муайян қийматлари ёки энергия сатҳлари $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ билан характерланади. Энергия сатҳлари *оддий* ва *каррали* бўлиши мумкин. Агар молекуланинг айни бир энергия қийматига эга бўлган, бироқ бошқа физик катталиклари билан фарқ қилувчи бир неча ҳолатлари мавжуд бўлса, бу энергия сатҳи ва унга мос келувчи квант ҳолати *каррали* ёки *айниган* ҳолат деб аталади. Акс ҳолда энергия сатҳи ва квант ҳолати *оддий* ёки *айнимаган* ҳолат деб юритилади. Каррали сатҳ ташкил топган кичик сатҳлар сонини *сатҳнинг карраллиги* ёки *айниши карраллиги* деб аталади. Умумийликни йўқотмаслик учун биз барча сатҳларни оддий сатҳлар деб оламиз. Агар шундай бўлмаса, у ҳолда ҳар бир каррали сатҳни тегишли кичик сатҳларга бўлиш билан бу ҳолни бундан аввалги ҳолга келтириш мумкин.

Квант ҳолатлар ёрдамида тавсифлаш квант механикаси принциплари йўл қўядиган *энг батафсил тавсифлашдир*. Бу маънода у классик механиканинг *динамик тавсифлашга* мувофиқ келади. Агар квант ҳолатлари дискрет бўлса, у ҳолда квант механикасидан статистикага ўтишда классик статистикага ўтилганда қилинадиган ҳолатларни қўполроқ ҳолатлар билан алмаштириш принципига ўрин қолмайди. Квант статистикасининг классик статистикадан афзаллиги ана шундадир.

4. Келгуси мулоҳазалар квант ёки классик нуқтаи назар қабул қилинганига бэглиқ бўлмайди. Уларни формал равишда бирлаштириш учун квант терминологиясидан классик назарияда ҳам фойдаланамиз. Агар классик зарра ўзининг фазавий фазосининг i - ячейкасида жойлашган бўлса, классик зарра ϵ_i энергияли i - квант ҳолатида жойлашган деб гапирамиз. Бу параграфда зарралар абсолют айний бўлса ҳам, улар *принципиал фарқлидир* деб фараз қиламиз. Бундай фараз *Больцман статистикаси* деб аталадиган статистикага асосланган. Агар бу статистикани қабул қилинса, у ҳолда зарраларни аввалги параграфдагидек номерлаш мумкин. Изчил квант механикасида системанинг микроҳолати унинг квант ҳолатига мувофиқ келади. Бу назарияда ҳар иккала тушунча айнийдир. Газнинг микроҳолати ҳар бир квант ҳолатидаги зарралар сони билан уларнинг номерларини кўрсатиб характерланади. Макроҳолатни характерлаш учун фақат ҳар бир квант ҳолатдаги N_1, N_2, \dots зарралар сонини кўрсатиш керак.

Газ бўлган шароитларда барча фаразий микроҳолатлар ҳам мумкин бўлавермайди. Масалан, идишнинг деворлари зарраларнинг ўтишига йўл бермаса, зарралар эса пайдо бўлиши ёки йўқ бўлиши мумкин эмас, у ҳолда бир ёки бир неча зарра идишдан ташқарида

бўладиган микроҳолатнинг бўлиши мумкин эмас. Агар система берк бўлса ва унинг энергияси E га тенг бўлса, у ҳолда энергияси E дан фарқли бўлган микроҳолат бўлиши мумкин эмас. Системанинг бўлиши мумкин бўлган барча микроҳолатлари *йўл қўйилган* микроҳолатлар деб аталади. Статистик механикада қабул қилинадиган асосий гипотеза: *берк системанинг йўл қўйилладиган барча микроҳолатлари тенг эҳтимоллидир*, деб тасдиқлайди. Аввалги параграфда зарраларнинг тезликлари эмас, балки фақат вазиятлари тўғрисида гап кетганида бундай гипотеза ҳеч қандай шубҳа туғдирмаса ва ўз-ўзидан равшан бўлса, бу ерда асослаш учун ниҳоятда мураккаб ва нозик мулоҳазалар юритиш керак бўлади. Қиритилган гипотезанинг исботи унинг хулосаларининг тажрибада тасдиқланиши бўлади, деб ҳисоблаймиз. Баён қилинганлардан сўнг равшанки, макроҳолатнинг статистик оғирлиги бу ерда ҳам (80.7) формула билан аниқланар экан; яъни

$$G = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots} \quad (81.1)$$

5. Энди зарраларнинг квант ҳолатлар бўйича шундай тақсимланишини топамизки, бундай ҳолатга G статистик оғирликнинг максимал қиймати, бинобарин, S энтропиянинг ҳам максимал қиймати тўғри келсин. Ана шу ҳолат системанинг статистик мувозанат ҳолати бўлади, ана шу ҳолат атрофида кичик флуктуациялар рўй беради. Максимумни топишда икки қўшимча шартни назарда тутиш керак:

$$N_1 + N_2 + \dots = N = \text{const}, \quad (81.2)$$

$$N_1 \varepsilon_1 + N_2 \varepsilon_2 + \dots = E = \text{const}, \quad (81.3)$$

Бу шартлардан биринчиси системадаги зарралар сони ўзгармаслигини, иккинчиси эса унинг тўла энергиясининг ўзгармаслигини билдиради. Фақат ана шундай шартларни қаноатлантирувчи микроҳолатларгина йўл қўйилган ҳолатлар бўлади, фақат уларгина эътиборга олиниши керак. Қолган барча микроҳолатлар мумкин бўлмаган микроҳолатлардир.

Фақат идишдаги N молекулаларнинг умумий сонигина эмас, ҳар бир квант ҳолатидаги молекулалар сонлари N_1, N_2, \dots ҳам жуда катта деб фараз қиламиз. Тўғри, бу шарт барча N_i лар учун бажарилиши мумкин эмас. Гап шундаки, молекулаларнинг умумий сони N гарчи жуда катта бўлса-да, чеклидир. Шунинг учун бутун сонлар N_i етарлича катта i номерларда албатта кичик бўлиб қолади ва ҳатто i янада ортиши билан нолга айланади. Бироқ бундай молекулалар молекулаларнинг N умумий сонининг жуда оз қисмини ташкил қилади ва уларнинг бўлиши бутун газнинг статистик табиатида ҳеч қандай ўзгаришга олиб келмайди. Агар N ва N_i бутун сонлар жуда катта бўлса, у ҳолда улар узлуксиз ўзгарувчан аргументлар билан алмаштирилиши мумкин. Факториалларни ҳисоблаш учун Стирлинг (1692—1770) формуласидан фойдаланиш мумкин:

$$N! = \sqrt{2\pi N} \left(\frac{N}{e}\right)^N \cdot e^{\frac{1}{12N}}, \quad (81.4)$$

бу ерда $0 < \theta < 1^*$. Бу аниқ формулани биз тахминий

$$N! = \sqrt{2\pi N} \left(\frac{N}{e}\right)^N. \quad (81.5)$$

формула билан алмаштирамиз. Бу формула билан ҳисоблашдаги нисбий хато $e^{1/(12N)} - 1 \approx 1/(12N)$ дан ортиқ бўлмайди. $N = 10$ бўлгандаёқ бу хато бир процентдан кичик. (81.5) ифодани (81.1) формулага қўйиб ва (81.2) муносабатни назарга олиб, қўйидагини ҳосил қиламиз:

$$G = \frac{C(N)}{\prod_i (N_i)^{N_i + 1/2}}, \quad (81.6)$$

бу ерда C доимий фақат N га боғлиқ бўлиши мумкин. Энтропия учун

$$S = -k \sum_i \left(N_i + \frac{1}{2}\right) \ln N_i + \text{const}$$

ни топамиз. Бу ерда $1/2$ ни N_i га нисбатан назарга олмаслик мумкин. У ҳолда

$$S = -k \sum_i N_i \ln N_i + \text{const}. \quad (81.7)$$

Статистик оғирликнинг максимумини топишдан қўра, (81.2) ва (81.3) қўшимча шартларни жалб қилиб энтропиянинг максимуми (81.7) ни топиш қулай. Лагранж методини қўллаб, бу ифодаларни ўзгартирамиз ва максимумда

$$\sum \ln N_i \cdot dN_i = 0, \quad \sum dN_i = 0, \quad \sum \varepsilon_i dN_i = 0 \quad (81.8)$$

бўлишини топамиз.

Бундан

$$\sum (\ln N_i + \beta + \alpha \varepsilon_i) dN_i = 0,$$

бу ерда α ва β — Лагранж кўпайтувчилари бўлиб, барча N_i ўзгарувчиларга боғлиқ эмас. Уларни шундай танлаймизки, dN_1 ва dN_2 лар олдидаги коэффициентлар нолга айлансин. У ҳолда қолган барча dN_i олдидаги коэффициентлар ҳам нолга тенг бўлади, чунки N_3, N_4, \dots ўзгарувчиларни мустақил деб қабул қилиш мумкин бўлади. Шундай қилиб,

$$\ln N_i + \beta + \alpha \varepsilon_i = 0,$$

бундан

$$\bar{N}_i = N_0 e^{-\alpha \varepsilon_i}, \quad (81.9)$$

бу ерда $N_0 = e^{-\beta}$ янги доимий. N_i устидаги чизикча гап N_i сонларининг ўртача қийматлари устида, аниқроғи уларнинг энг эҳтимо-

* Масалан, Г. М. Фихтенгольц. Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси, II т., дан қарашингиз мумкин.

лий ҳолатдаги қийматлари тўғрисида кетаётганини билдириш учун қўйилган.

6. α доимийни аниқлаш учун идишнинг адиабатик деворларини идишнинг ҳажмини ўзгартирмай сақлаган ҳолда иссиқлик ўтказувчан деворларга алмаштирамиз. Идишдаги газ изоляцияланган система бўлмай қолади, бироқ унинг атрофидаги муҳитнинг температураси унинг T температурасига тенг бўлса ва доимий сақланса, газнинг макроскопик ҳолати ўшандайлигича қолади. Энди энергиянинг кичик флуктуациялари пайдо бўлади, система тўлиқ изоляцияланган бўлганда бундай флуктуациялар бўлмас эди. Бироқ системани термодинамик тавсифлашда флуктуациялар назарга олинмайди. Энди атроф муҳитнинг температурасини чексиз секин (квазистатик) ўзгартирамиз. Газнинг ҳажми ўзгаришсиз сақлангани учун газ иш бажармайди, балки фақат атроф муҳит билан иссиқлик алмашади. Шунинг учун $dE = \delta Q = TdS$. Бундай процесда квант сатҳлари энергиялари $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ ўзгаришсиз қолади. Бу энергиялар молекуланинг ички структурасига ва идиш деворларининг вазиятигагина боғлиқ бўлади. Бу вазият эса процесс вақтида ўзгармайди. Фақат молекулаларнинг турли сатҳлар орасида қайта тақсимланиши рўй беради, яъни молекулаларнинг тўлдириш ўртача сони \bar{N}_i ўзгаради. Газ энергиясининг ўзгаришлари учун $dE = \sum \epsilon_i d\bar{N}_i$, энтропиянинг ўзгаришлари учун эса (81.7) формулага мувофиқ $dS = -k \sum \ln \bar{N}_i d\bar{N}_i = k\alpha \sum \epsilon_i d\bar{N}_i$ ни оламиз. Бу қийматларни $dE = TdS$ муносабатга қўйсак, қуйидаги келиб чиқади:

$$\alpha = \frac{1}{kT}, \quad (81.10)$$

шунинг учун эса

$$\bar{N}_i = N_0 e^{-\epsilon_i/kT}. \quad (81.11)$$

Бу Максвелл — Больцман тақсимотидир. Биз баён қилган нуқтаи-назарга мувофиқ бу тақсимотни энг катта эҳтимоли тақсимот деб характерлаш мумкин. Бундан ташқари, бу тақсимот фақат классик статистикада эмас, балки квант статистикасида ҳам тўғри эканлиги кўрсатилган. N_0 доимий нормалаш шартидан топилади:

$$\sum \bar{N}_i = N_0 \sum e^{-\epsilon_i/kT} = N. \quad (81.12)$$

Агар молекуланинг квант сатҳлари айниган бўлса, у ҳолда (81.11) формулани қуйидагича ёзиш керак:

$$\bar{N}_i = N_0 g_i e^{-\epsilon_i/kT}, \quad (81.13)$$

бу ерда g_i — i -сатҳнинг карралиги.

7. Идеал газ энтропияси ифодасини классик статистикадаги тақсимот функцияси орқали топамиз. Бу мақсадда молекуланинг фазавий фазосини фазавий ҳажмлари бирдай бўлган $\Delta\Omega$ ячейка-

ларга бўламиз. i -ячейкадаги зарраларнинг ўртача сони $\bar{N}_i = Nf(\epsilon_i)\Delta\Omega$ бўлади. (81.7) га қўйиб ва $\ln\Delta\Omega$ катталик доимий катталик эканини эътиборга олиб, қўйидагини келтириб чиқарамиз:

$$S = -kN \sum f(\epsilon_i) \ln f(\epsilon_i) \Delta\Omega + \text{const},$$

ёки йиғиндини интеграл билан алмаштириб, изланаётган катталикни топамиз:

$$S = -kN \int f(\epsilon) \ln f(\epsilon) d\Omega + \text{const}. \quad (81.14)$$

8. Ниҳоят, (81.11) формула фақат алоҳида молекулаларнинггина эмас, балки макроскопик системаларнинг ҳам статистик тавсифлаш учун қўлланиши мумкин эканини таъкидлаб ўтамиз. Катта изоляцияланган макроскопик Σ системани олайлик, бу системани фикран кучсиз ўзаро таъсирлашувчи бирдай кичик, бироқ макроскопик σ кичик системаларга ажратиш мумкин бўлсин. Бундай кучсиз ўзаро таъсир туфайли кичик системалар энергия алмашинишлари мумкин ва энергиялари ϵ_i бўлган турли квант ҳолатларида бўлишлари мумкин. Кичик системаларга юқорида алоҳида молекулалар учун келтирилган барча мулоҳазалар тааллуқлидир. i -квант ҳолатида бўлган кичик системаларнинг ўртача сони аввалгидек (81.11) формула билан аниқланади. Бироқ кичик системанинг мувозанат ҳолати унинг қандай муҳит билан ўралганига боғлиқ бўлмайди, балки фақат бу муҳитнинг температурасига боғлиқ бўлади. Шунинг учун саволни бошқача қўйиш мумкин. Айтايлик, σ — температураси доимий сақланадиган ихтиёрий чўзилган (ёйилган) муҳит билан ўралган ихтиёрий макроскопик система бўлсин. Бундай системани *термостат* деб аталади, σ тўғрисида эса *«термостатдаги система»* деб гапирилади. (81.11) формула бу ҳол учун ҳам қўлланилади. \bar{N}_i сони δ системанинг термодинамик мувозанатда i -квант ҳолатида бўлиш нисбий эҳтимолигини билдиради. Бу маънода тушунилган (81.11) формула *Гиббс каноник тақсимооти* деб аталади. Бу тақсимоот статистик механиканинг яратилиши учун энг умумий ва қулай асос бўлиб хизмат қилади.

82- §. Ферми — Дирак ва Бозе — Эйнштейн статистикаси

1. Ҳозирги замон квант механикасига мувофиқ барча элементлар ва мураккаб зарралар икки синфга бўлинади. Биринчи синфга электронлар, протонлар, нейтронлар ва *ярим бутун спинли* зарралар деб аталувчи барча зарралар киради. Бу зарралар *Ферми — Дирак статистикага бўйсун*ади. Улар *фермионлар* деб аталади. Иккинчи синфга фотонлар, π -ва K - мезонлар ва *бутун спинли* барча зарралар киради. Улар Бозе — Эйнштейн статистикасига бўйсун

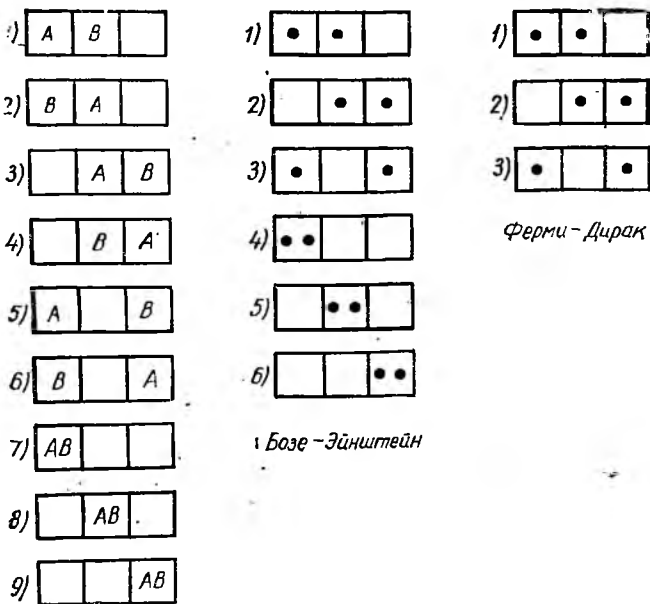
ади. Бу зарраларни бозонлар деб аталади. Квант механикаси бундан бошқача ҳеч қандай имкониятга йўл қўймайди. Аввалги параграфда баён қилинган Больцман статистикаси таҳминий, чегаравий ҳол ҳисобланади ва маълум шароитларда Ферми—Дирак ва Бозе—Эйнштейн статистикаси ҳам унга ўтади. Биз бу томда бу квант статистикасидан деярли фойдаланмаймиз. Бироқ уларнинг

физиканинг турли бўлимларидаги ўрнининг муҳимлигини ҳисобга олиб, ҳозирнинг ўзида иложи борича уларнинг физик (аниқроғи статистик) асосларини баён қилиш зарур.

2. Ҳар учала статистикада ҳам йўл қўйиладиган микроҳолатлар тенг эҳтимолли деб олинади. Бироқ бу статистикалар бир-бирларидан улар микроҳолатларни ва макроҳолатларнинг статистик огирликларини қандай аниқлаши билан фарқ қилади. Больцман статистикаси зарралар ҳатто абсолют айний бўлганларида ҳам зарраларнинг *принципиал фарқ қилиши* нуқтан-назарига асосланади. Агар A зарра I квант ҳолатида, B зарра II квант ҳолатида турган бўлса, бу зарралар ўрин алмашганларида, яъни A зарра II ҳолатга, B зарра I ҳолатга ўтганида янги микроҳолат юзага келади. Ферми — Дирак ва Бозе — Эйнштейн квант статистикалари, аксинча, бундай ўрин алмаштиришда *ҳеч қандай ўзгаришлар бўлмайди* — аниқ аввалги микроҳолат юзага келади деб тасдиқлайди. Ҳар иккала статистика *айний зарраларнинг принципиал фарқ қилмаслиги* нуқтан-назариде туради. Ферми — Дирак ва Бозе — Эйнштейн статистикалари орасидаги фарқ куйидагидан иборат: *Ферми — Дирак статистикасида ҳар бир квант ҳолатида биттадан ортиқ зарра бўла олмайди, деб тасдиқланади. Бозе — Эйнштейн статистикаси бундай чеклашлар қўймайди.* Бу статистика ҳар бир квант ҳолатида ихтиёрий сондаги зарралар бўлиши мумкин деб йўл қўяди. Фермионлар ва бозонларнинг бундай турли табиати квант механикасида асослаб берилади. Бу ерда бу тўғрида гапиришга ҳали эрта.

Буни тушунтириш учун иккита айний A ва B зарраларни оламиз, бу зарраларни учала квант ҳолатларига тақсимлаш керак бўлсин. Ҳолатларни катаклар билан тасвирлаймиз. Больцман статистикасига мувофиқ мумкин бўлган барча тенг эҳтимолли ҳолатлар 70- расмда чапда келтирилган Барча микроҳолатлар тўққизта, улардан ҳар бирининг математик эҳтимоллиги $\frac{1}{9}$. Бозе — Эйнштейн ва Ферми — Дирак статистикаларига кўра (70- расмда марказда ва ўнгда) 1) ва 2), 3) ва 4), 5) ва 6) ҳолатлар принципиал фарқсиз, бундай ҳолатларнинг ҳар бир жуфти битта ҳолат деб қаралиши керак. Зарралар «шаҳсини йўқотган», уларни энди турли A ва B ҳарфлари билан белгилаш мумкин эмас, бизнинг схемамизда улар нуқталар билан белгиланган. Агар зарралар бозонлар бўлса, у ҳолда уларнинг мумкин бўлган ҳамма микроҳолатлари сони олтита, улардан ҳар бирининг эҳтимоллиги $\frac{1}{6}$ бўлади. (Агар эҳтимоллик Больцман статистикаси бўйича аниқланганда эди, биринчи учта ҳолатлардан ҳар бирига $\frac{2}{9}$, математик эҳтимоллик, охиригича учтадан ҳар бирига $\frac{1}{9}$, математик эҳтимоллик беришга тўғри келар эди. Шунинг учун Больцман статистикаси ва Бозе — Эйнштейн, шунингдек Ферми — Дирак статистикалари принципиал фарқли эканлиги равшан). Фермионлар учун ўртадаги устунда охиригича тақсимот амалга ошмайди. Ўнгда тасвирланган фақат учта микроҳолатгина қолади. Улардан ҳар бирининг эҳтимоллиги $\frac{1}{3}$ га тенг (Больцман тақсимотига кўра бу эҳтимоллик $\frac{2}{9}$ га тенг).

3. Баёнимизни давом эттиришдан аввал комбинаторикага тегишли қуйидаги масалани ечамиз. Z квант ҳолатлари бор. Бу ҳо-



70-расм.

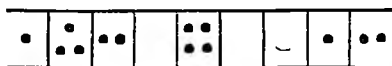
Болъцман

латлар бўйича N айний зарраларни тақсимлаш мумкин бўлган усуллар сонини аниқлаш талаб қилинади. Шундай масала бунинг аналогиси бўлиши мумкин. Z квартира бор, бу квартираларга N кишини жойлаштириш усулларини топиш талаб қилинади. Бунда одамларнинг «шахси йўқолган», яъни қайси кишининг қайси квартирада жойлашиши аҳамиятсиз деб олинади.

Бу масалани дастлаб фермионлар учун ечамиз. Бу ҳолда $Z \geq N$ бўлиши керак, чунки $N > Z$ бўлганида фермионларни квант ҳолатлари бўйлаб жойлаштириш мумкин эмас, чунки ҳар бир квант ҳолатида фермионлар сони биттадан ортиқ бўлмаслиги керак. Бarchа Z квант ҳолатларни катаклар билан тасвирлаймиз (71-расм). Тўлган катакни нуқта билан, бўш катакка эсарангсиз тўгаракча қўямиз. Сўнгра Z элементлари — N нуқталар ва $(Z - N)$ тўгаракчалар орасида мумкин бўлган барча ўрин алмаштиришларни бажарамиз. Натижада нуқталарнинг катаклар бўйлаб турли-туман тақсимланишлари ҳосил бўлади. Бундай тақсимланишлар сони $Z!$ бўлади. Бироқ бу сонни $N!$ марта камайтириш керак, чунки нуқталар ўрнининг алмаштирилиши янги тақсимланишларга олиб келмайди. Бундан ташқари, уни яна $(Z - N)!$ марта камайтириш керак, чунки тўгаракчалар орасидаги ўрин алмаштиришлар ҳам янги тақсимотларга олиб келмайди. Натижада N фермионларни



71-расм.



72-расм.

Z квант ҳолатлари бўйича «жойлаштириш» лар сони унун қуйида гини оламиз:

$$\frac{Z!}{N!(Z-N)!} \quad (82.1)$$

Энди зарралар бозонлардир деб фараз қиламиз. Бу ҳолда Z ва N сонлари орасидаги муносабат исталганча бўлиши мумкин. Яна квант ҳолатларни Z катак билан тасвирлаймиз, бу катаклар бир-биридан $Z - 1$ тўсиқ билан ажратилган (72- расм). Охирги катакларнинг чеккаларига тўсиқлар қўймаймиз. Бу катакларга мутлақо ихтиёрий равишда барча зарралар — нуқталарни жойлаштирамыз.

$Z + N - 1$ элементлар ҳосил бўлади: N та зарра ва $Z - 1$ та тўсиқ. Бу элементлар орасида турли-туман ўрин алмаштиришларни бажарамиз. N зарраларнинг Z катаклар бўйича турли-туман тақсимланишини оламиз. Бироқ бу сонни $N!$ марта камайтириш керак, чунки зарраларнинг ўрнини алмаштириш янги тақсимотларга олиб келмайди. Бундан ташқари, бу сонни яна $(Z - 1)!$ марта камайтириш керак, чунки тўсиқларнинг ўрнини алмаштириш янги тақсимотларга олиб келмайди. Натижада N бозонларнинг Z квант ҳолатлари бўйлаб тақсимланиш сони учун шундай ифода оламиз:

$$\frac{(Z + N - 1)!}{N! (Z - 1)!} \quad (82.2)$$

4. Ферми — Дирак ва Бозе — Эйнштейн тақсимотларини келтириб чиқаришга ўтамиз. Биз ўзгармас ҳажмли қаттиқ, газ ўтмайдиган адиабатик деворли идишга солинган, фермионлар ва бозонлардан иборат идеал газни назарда тутамиз. Аввал газнинг макроҳолатини қандай характерлаш кераклигини ҳал қилиш керак. Бу мақсадда зарранинг барча квант ҳолатларини юпқа энергетик қатламларга ажратамыз. Ҳар бир қатлам зарра энергиясининг бирдай ёки жуда яқин қийматларига эга бўлган квант ҳолатлардан иборат бўлади. i - қатламдаги квант ҳолатларининг энергияси $(\epsilon_i, \epsilon_i + \delta\epsilon_i)$ интервал орасида бўлади. $\delta\epsilon_i$ қатламларнинг кенлигини аниқ қайд қилишнинг зарурати йўқ. $\delta\epsilon_i \ll \epsilon_i$ шартнинг бажарилишини талаб қилишнинг ўзи етарлидир. Бундан ташқари, энергетик қатламдаги квант ҳолатлари Z_i нинг сони катта бўлиши керак. Газнинг макроҳолати ҳар бир энергетик қатламдаги N_i зарралар сонини бериш билан характерланади. Зарраларнинг қатламда ҳар қандай ўрин алмашилини на микро- ва на макроҳолатини ўзгартирмайди. Энди газнинг N_i сонлари қайд қилинган қаралаётган макроҳолатини амалга оширадиган микроҳолатлари сонини аниқлайлик, яъни бу макроҳолатнинг G статистик оғирлигини аниқлайлик. i - қатламнинг Z_i квант ҳолатлари бўйлаб N_i зарраларни тақсимлаш мумкин бўлган усуллар сони фермионлар ва бозонлар учун мос равишда

$$G_i = \frac{Z_i!}{N_i!(d_i - N_i)!} \quad \text{ёки} \quad G_i = \frac{(Z_i + N_i - 1)!}{N_i!(Z_i - 1)!}$$

бўлади. Барча G_i ларни бир-бирига кўпайтириб бутун газнинг қара-

лаётган макроҳолатининг статистик оғирлигини топамиз. Шундай қилиб, фермионлар учун бу статистик оғирлик

$$G = \prod_i \frac{Z_i!}{N_i!(Z_i - N_i)!} \quad (82.3)$$

бозонлар учун эса

$$G = \prod_i \frac{(Z_i + N_i - 1)!}{N_i!(Z_i - 1)!} \quad (82.4)$$

бўлади. Масала шундан иборатки, (82.3) ва (82.4) ифодаларни (81.2) ва (81.3) қўшимча шартларда максимумга айлантирадиган энг эҳтимолли тақсимотларни топиш керак. Фақат Z_i эмас, балки барча N_i лар ҳам катта деб фараз қилиб, Больцман статистикасидагидек иш тугамиз. Стирлинг формуласини қўллаб, фермионлар ва бозонлардан иборат газнинг энтропиясини топамиз:

$$S_\phi = -k \sum_i [N_i \ln N_i + (Z_i - N_i) \ln(Z_i - N_i)] + \text{const}, \quad (82.5)$$

$$S_\phi = k \sum_i [(Z_i + N_i - 1) \ln(Z_i + N_i - 1) - N_i \ln N_i] + \text{const}. \quad (82.6)$$

Максимум шартидан (81.2) ни назарга олиб, қуйидагиларни топамиз:

$$\sum \ln \frac{N_i}{Z_i - N_i} dN_i = 0, \quad (\text{фермионлар учун}),$$

$$\sum \ln \frac{N_i}{Z_i + N_i - 1} dN_i = 0. \quad (\text{бозонлар учун}).$$

Бу муносабатлар (81.8) нинг биринчи муносабатидан фақат $\ln N_i$ нинг ўрнига уларда $\ln \frac{N_i}{Z_i - N_i}$ ва $\ln \frac{N_i}{Z_i + N_i - 1}$ нинг туриши билан фарқ қилади. Шунинг учун (81.9) га ўхшаш тўғридан-тўғри қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$\frac{\bar{N}_i}{Z_i - \bar{N}_i} = A e^{-\alpha \epsilon_i} \quad (\text{фермионлар учун}) \quad (82.7)$$

$$\frac{\bar{N}_i}{Z_i + \bar{N}_i} = A e^{-\alpha \epsilon_i} \quad (\text{бозонлар учун}), \quad (82.8)$$

шу билан бирга охириги формулада биз $Z_i + \bar{N}_i$ га нисбатан бирни назарга олмадик. α доимий ҳудди Больцман статистикасидаги термодинамик мулоҳазаларнинг ўзидан топилади. Бу доимий аввалги (81.10) ифодага тенг экан. Бир квант ҳолатига тўғри келадиган зарраларнинг ўртача сони бу ерда \bar{N}_i/Z_i га тенг бўлади, яъни

$$n_i = \frac{1}{\frac{\epsilon_i - \mu}{kT} + 1} \quad (\text{фермионлар учун}) \quad (82.9)$$

$$\bar{n}_i = \frac{1}{\frac{\epsilon_i - \mu}{e^{kT} - 1}} \quad (\text{бозонлар учун}) \quad (82.10)$$

Бу ерда янги доимий μ киритилган, бу доимий A доимий билан $A = e^{\frac{\mu}{kT}}$ муносабат орқали боғланган. Бу Ферми — Дирак ва Бозе — Эйнштейн тақсимотидир.

5. Агар $\bar{n}_i \ll 1$ бўлса, у ҳолда (82.9) ва (82.10) формулаларнинг маҳражларида бирларни назарга олмаслик мумкин, у ҳолда бу формулалар шундай бўлади:

$$\bar{n}_i = e^{\frac{\mu - \epsilon_i}{kT}} = \text{const} \cdot e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}, \quad (82.11)$$

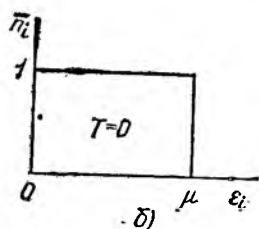
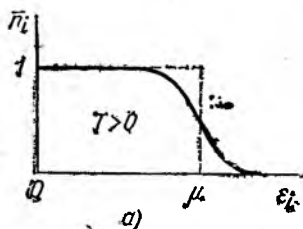
яъни бу Больцман тақсимотининг ўзи. Бинобарин, *Больцман тақсимоти билан квант ячейкаларининг «тўлдириш сонлари» кичик бўлганида*, яъни $\bar{n}_i \ll 1$ бўлган шартда фойдаланиш мумкин экан. Бу тўғрида 71- § нинг охирида гапирилган эди. Ферми — Дирак ва Бозе — Эйнштейн статистикасининг Больцман статистикасига ўтишини шундай тушуниш керакки, $\bar{n}_i \ll 1$ шарт бажарилганда (82.9) ва (82.10) формулалар Больцман формуласи (82.11) га ўтади. Бунда (82.3) ва (82.4) статистик оғирликлар мутлақо Больцман ифодаси (81.1) га ўтмайди. Бироқ статистик оғирликларнинг ўзи эмас, балки уларнинг логарифмлари, аниқроғи энтропиянинг тегишли ортишини аниқловчи турли ҳолатлардаги статистик оғирликлар логарифмларининг айирмаси реал маънога эга.

6. μ доимий қуйидаги нормалаш шартидан аниқланади:

$$\sum Z_i \bar{n}_i = \sum \frac{Z_i}{\frac{e^{\epsilon_i - \mu}}{e^{kT} - 1}} = N. \quad (82.12)$$

Унинг ташқи параметрлар: (бизнинг ҳолда V ҳажмга) газнинг T температураси ва зарралар сони N га боғлиқ бўлиши равшан. μ доимий *газнинг химиявий потенциали* деб аталади. μ химиявий потенциал худди ϵ_i энергия аниқланган аддитив доимий аниқлигида аниқланади. Энг пастки энергия сатҳининг ϵ_i энергиясини нолга тенг деб ҳисоблаймиз. Бу ҳолда химиявий потенциал (82. 2) формула билан бир қийматли аниқланади.

Тўлдириш ўргача сони \bar{n}_i ўзининг маъносига кўра манфий бўла олмайди. Бу бозе-газлар (яъни бозонлардан иборат) бўлганида μ нинг ишорасига маълум чеклашлар қўяди. (82.10) ифоданинг мусбатлигидан барча i ларда $\mu \leq \epsilon_i$ бўлиши келиб чиқади. Хусусан, $i = 1$ да $\mu \leq 0$ ни олаемиз. Шундай қилиб, бозе-газлар учун химиявий потенциал манфий ёки нолга тенг бўлади. Ферми-газлар (яъни фермионлардан иборат бўлган газлар) учун бундай чекланиш йўқ. Больцман статистикасига бўйсунувчи газлар учун ҳам $\mu < 0$. Ҳақиқатан ҳам (82.11) формула μ нинг ишораси ҳар қандай бўлишига йўл қўяди. Бироқ бу формуланинг $\bar{n}_i \ll 1$ бўлган шартдагина қўл-



73- расм.

ланиши мумкин эканлигини эсдан чиқармаслик керак. Бундан $i = 1$ бўлганда яна $\mu < 0$ ни оламиз.

7. 73- а расмда туташ эгри чизиқ билан $\mu > 0$ бўлганида Ферми — Дирак тақсимоти тасвирланган. Агар $T \rightarrow 0$ бўлса, у ҳолда

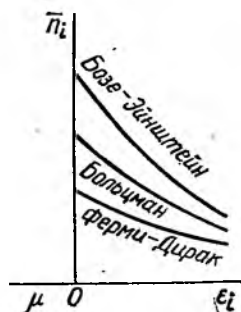
$$\bar{n}_i \rightarrow \begin{cases} \epsilon_i < \mu & \text{бўлганида} & 1 \\ \epsilon_i = \mu & \text{бўлганида} & 1/2 \\ \epsilon_i > \mu & \text{бўлганида} & 0 \end{cases} \quad \text{бўлади.}$$

Бу деган сўз, $T = 0$ бўлганида ферми-газ зарралари энергиялари $\epsilon_i < \mu$ бўлган барча квант ҳолатларни тўлдиради. Юқорироқ энергияга эга бўлган квант ҳолатлари тўлган эмас. $T = 0$ бўлганда ферми-газ *тўлиқ айниган* ҳолда бўлади деб гапирилади. Бундай тақсимотга тўғри келадиган эгри чизиқ тўғри бурчакка айланиб қолади (73, б- расм).

Худди шу расмнинг ўзида Больцман газни ёки бозе-газларнинг тақсимланишини тасвирлашнинг маъноси йўқ, чунки бу газлар учун $\mu < 0$ бўлади. Ферми — Дирак, Бозе — Эйнштейн ва Больцман тақсимотларининг таққосланиши алоҳида 74- расмда кўрсатилган.

Бозе-газнинг $T = 0$ бўлгандаги айниши қизиқ характерда бўлади. Бозе-газнинг $T = 0$ даги химиявий потенциали нолга айланиши керак. Ишот қилиш учун $T = 0$ да унинг химиявий потенциали нолга айланмайди деб фараз қиламиз ($\mu < 0$). У ҳолда (82. 10) формулага кўра, $T = 0$ бўлганда n_1 учун чексиз қийматни олган бўлардик ($\epsilon_1 = 0$ эканини таъкидлаб ўтамиз).

N зарралар сонининг чекли сониди бундай бўлиши мумкин эмас. Шунинг ўзи $T = 0$ бўлганида $\mu = 0$ бўлишини ишот қилиб беради. Бироқ бунда (82.10) формуладан кўриниб турганидек, $T = 0$ бўлганида n_1 дан ташқари барча тўлдириш сонлари n_i нолга айланиб кетади. Шундай қилиб, *абсолют нолга яқинлашгани сари бозе-зарралар борган сари қуйи $\epsilon_1 = 0$ квант сатҳида тўпланаверади, ва ниҳоят, $T = 0$ бўлганда ҳаммаси ана шу қуйи сатҳда бўлади.* Бу ҳодиса Бозе — Эйнштейн конденсацияси номини олган. Бундай конденсациянинг буғнинг суюқликка айланиш идан



74- расм.

иборат конденсация билан ҳеч қандай алоқаси йўқ эканлиги равшан.

(82.9) ва (82.10) тақсимотларни конкрет масалаларга қўллаш учун ϵ_i энергиянинг ифодасини ва унга мос келадиган тегишли квант ҳолатлари сони Z_i ни билиш керак. Буни биз курсимизнинг тегишли жойларида конкрет ҳодисаларни ўрганаётганимизда амалга ошираемиз.

83- §. Химиявий потенциалнинг термодинамик маъноси

1. Зарраларининг сони ўзгарувчан бўлган системаларнинг термодинамикасига оид баъзи умумий муносабатлардан бошлаймиз. Агар системадаги зарралар сони N ўзгариши мумкин бўлса, у ҳолда (45.2) формулада системадаги зарралар сонининг ўзгариши ҳисобига газ ички энергиясининг ўзгаришини назарга олувчи $\mu^* dN$ ҳадни киритиш керак. (45.2) нинг ўрнига шундай ёзиш керак бўлади:

$$dU = TdS - PdV + \mu^* dV. \quad (83.1)$$

(45.3), (45.6) (45.7) формулаларнинг ўнг қисмларида ҳам худди шундай ҳад пайдо бўлади. μ^* катталикини термодинамикада *химиявий потенциал* деб аталади. Бу таърифдан қуйидаги келиб чиқади:

$$\mu^* = \left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_{V,S} = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial N}\right)_{T,V} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial N}\right)_{T,P} = \left(\frac{\partial I}{\partial N}\right)_{P,S}. \quad (83.2)$$

Барча термодинамик катталикларни *интенсив* ва *экстенсив* катталикларга бўлиш мумкин. *Интенсив катталиклар*, шундай катталикларки, улар фақат жисмнинг ички ҳолатларига боғлиқ бўлиб, уларнинг ўлчамларига боғлиқ бўлмайди. *Интенсив катталикларга* температура ва босим мисол бўлади. *Экстенсив катталиклар* шундай катталикларки, улар системанинг ички ҳолати ўзгармаган ҳолда массасининг ўзгаришига пропорционал бўлади. Бундай катталикларга ички ва эркин энергия, энтропия, термодинамик потенциал ва бошқалар мисол бўлади. Бундай катталиклардан баъзиларининг системадаги зарралар сони N га боғлиқ бўлишини ифодаловчи муносабатнинг умумий кўринишини топайлик. Термодинамик потенциал Φ дан бошлайлик. Зарралари сони ўзгарувчан системалар учун у T, P , ва N нинг функциясидир, яъни $\Phi = \Phi(T, P, N)$. T ва P ни доимий сақлаган ҳолда зарралар сонини α марта орттираемиз. Бунда Φ худди шунча марта ортади ва шунинг учун $\alpha\Phi = \Phi(T, P, \alpha N)$. Энди α ни шундай танлаймизки, бунда $\alpha N = 1$ бўлсин, яъни $\alpha = 1/N$. У ҳолда

$$\Phi = N \Phi(T, P, 1). \quad (83.3)$$

Бундан

$$\mu^* = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial N}\right)_{T,P} = \Phi(T, P, 1). \quad (83.4)$$

$$\Phi = \mu^*(T, P)N. \quad (83.5)$$

Шундай қилиб, μ^* химиявий потенциал битта заррага нисбатан олинган термодинамик потенциал деб талқин қилиниши мумкин.

Бошқа термодинамик функциялар орқали химиявий потенциал бундай содда талқин қилиниши мумкин эмас. Масалан, эркин энергия учун $\Psi = \Psi(T, VN)$ деб ёзиш мумкин. N ни α марта орттирганимизда фақат Ψ эмас, шунингдек V ҳам шунча марта ортади, яъни $\alpha \Psi = \Psi(T, \alpha V, \alpha N)$. Яна $\alpha = 1/N$ деб олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Psi = N \Psi\left(T, \frac{V}{N}, 1\right). \quad (83.6)$$

Зарралар сони N фақат кўпайтирувчи сифатида эмас, шунингдек функция белгиси остида ҳам $\Psi\left(T, \frac{V}{N}, 1\right)$ турибди. Шунинг учун

$$\mu^* = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial N}\right)_{T, V} \neq \Psi\left(T, \frac{V}{N}, 1\right).$$

μ^* ни термодинамик аниқланиши бир қийматли эмас. U ва S катталиклар ихтиёрий аддитив доимийлар U_0 ва S_0 аниқлигида топилган, бинобарин, Ψ ва Φ лар $U_0 - S_0 T$ чизиқли функция аниқлигида топилган. Агар U_0 ва S_0 зарралар сони N га боғлиқ бўлмаганларида эди, у ҳолда уларнинг борлиги μ^* катталikka ҳеч таъсир қилмаган бўлар эди. Бироқ U_0 ва S_0 лар N га боғлиқ бўлиши мумкин. Бу ҳолда μ^* нинг ифодасида қўшилувчи сифатида температуранинг ихтиёрий чизиқли функцияси пайдо бўлар эди. Таърифнинг бир қийматли бўлиши учун энергия ва энтропиянинг саноғи бошини қайд қилиш керак.

2. Ферми — Дирак ва Бозе — Эйнштейн статистикасига ўтиб биз энтропиянинг (82.5) ва (82.6) ифодаларидан фойдаланамиз. Уларга кирувчи доимийлар аҳамиятли эмас, чунки улар зарралар сони N га боғлиқ эмас. Конкретлик учун ферми-газнинг химиявий потенциали μ^* ни ҳисоблайлик. Энг қулайи эркин энергия Ψ дан фойдаланишдир. T ва V ни ўзгаришсиз сақлаган ҳолда системадаги зарралар сони N ни ўзгартирамиз. Эркин энергиянинг тегишли орттирмаси $d\Psi$ ни топамиз. V ҳажм ўзгаришсиз қолгани ва зарраларнинг эса ўзаро таъсирда бўлмагани туфайли N_i нинг ўзгаришида энергетик сатҳлар ϵ_i ва унга тегишли Z_i сонлари ўзгармайди. Фақат тўлдиришлар сони N_i ўзгаради. Шунинг учун энтропиянинг орттирмаси (82.5) учун қуйидагини оламиз:

$$dS = -k \sum_i \ln \frac{N_i}{Z_i - N_i} dN_i.$$

Мувозанат ҳолатида (82.7) муносабат ўринли бўлади ва бу муносабатдан $\ln \frac{N_i}{Z_i - N_i} = \frac{\mu - \epsilon_i}{kT}$ (чунки $A = e^{-\frac{\mu}{kT}}$) эканлиги келиб чиқади. Шундай қилиб,

$$dS = -k \sum_i \frac{\mu - \epsilon_i}{kT} dN_i.$$

$\sum \epsilon_i d\bar{N}_i$ йиғинди ички энергия dU нинг орттирмасини беради. Бундан ташқари $\sum dN_i = d\sum N_i = dN$. Натижада қуйидагини оламиз:

$$TdS = -\mu dN + dU$$

ёки

$$d\psi = \mu dN.$$

Бундан

$$\mu^* = \left(\frac{\partial \psi}{\partial N}\right)_{T,V} = \mu. \quad (83.7)$$

Бозе — Эйнштейн статистикасида ҳам шу нарса ўринлидир. Шундай қилиб, биз (82.9) ва (82.10) тақсимотларда μ катталик *термодинамик маънода* талқин қилинган химиявий потенциал эканлигини исботладик.

84- §. Нернст теоремаси

1. 1906 йилда термодинамика Нернст (1864—1941) томонидан эмпирик йўл билан кашф қилинган янги фундаментал қонун билан бойиди. Бу қонун *Нернстнинг иссиқлик теоремаси* деб ном олган. Нернст теоремаси термодинамиканинг бошқа қонунларидан мантиқий равишда келтириб чиқарилиши мумкин эмас, шунинг учун уни кўпинча *термодинамиканинг учинчи қонуни* деб юритилади. Биз теореманинг дасглаб Нернст томонидан берилган ифодаси тўғрисида тўхтамаймиз. Бу кўринишда теорема фақат тарихий аҳамиятга эгадир. Биз теореманинг ҳозирги, асосан Планк томонидан берилган кенгайтирилган таърифини кўраимиз.

Нернст теоремасининг мазмуни икки таърифдан иборат бўлади. Биринчи таъриф шундан иборатки, *абсолют нолга яқинлашишда энтропия муайян чекли чегарага (лимитга) интилади*. Шунинг учун *жисмнинг абсолют ноль температурадаги энтропияси* ҳақида гапириш мумкин. Бу фикрнинг маънога эга эканлиги агар энтропиянинг термодинамик таърифига мурожаат қилинса равшан бўлиб қолади:

$$S - S_0 = \int_{T_0}^T \frac{\delta Q}{T}. \quad (84.1)$$

(Интегралнинг системани бошланғич (нолинчи) ҳолатдан охири ҳолатга квазистатик равишда ўтказувчи ихтиёрий йўл бўйича олинишини таъкидлаб ўтамиз). Интеграл остидаги ифодада T температура махражда турибди. Шунинг учун интегралнинг $T \rightarrow 0$ да яқинлашиши ёки яқинлашмаслиги равшан бўлмайди. Ҳаммаси δQ нинг абсолют ноль яқинидаги табиатига боғлиқ бўлади. Нернст теоремасининг биринчи қисми *интеграл яқинлашади*, деб тасдиқлашдан иборатдир.

Нернст теоремасининг иккинчи қисми *температураларнинг абсолют нолда системани бир мувозанат ҳолатдан иккинчи мувозанат ҳолатга ўтказувчи барча процесслар энтропия ўзгармаган ҳолда содир бўлади* деб тасдиқлайди. Бу фикрдан шу нарса келиб

чиқадики, $T \rightarrow 0$ да (84.1) интеграл интиладиган лимит системанинг қандай охириги ҳолатда эканлигига боғлиқ бўлмайди.

Ҳар иккала қисмини бирлаштириб, Нернст теоремасини шундай таърифлаш мумкин. *Абсолют нолга яқинлашишда энтропия орттирмаси $S - S_0$ система ҳолатини характерловчи барча параметрларнинг (масалан, ҳажми, босими, агрегат ҳолати ва ҳоказоларнинг) қабул қиладиган қийматларига боғлиқ бўлмайдиган аниқ муайян лимитга интилади.*

Нернст теоремаси фақат системаларнинг термодинамик мувозанатдаги ҳолатигагина тегишлидир. Мувозанатсиз ва метастабил ҳолатлар учун бу теоремани қўллаб бўлмайди. Мисол тариқасида аморф қаттиқ жисмларни, масалан, шишани келтириш мумкин, у термодинамик мувозанатсиз системадир. Бироқ улар (аморф қаттиқ жисмлар) термодинамик мувозанат (кристалл) ҳолатга ниҳоятда секин — йиллаб, ўнлаб ва ҳатто юз йиллар давомида ўтади. Бу маънода улар метастабилдир. Бу жисмларга Нернст теоремасини қўллаш мумкин эмаслиги ҳақида гапирганда бу жисмлар абсолют нолга совитилган термостатда турибди ва у билан температура мувозанатиға келган деб фараз қилинади. Қатъий қилиб айтганда, мувозанатсиз ҳолатлар, хусусан, метастабил ҳолатлар учун температура тушунчасини қўллаб бўлмайди. Абсолют нолда жисм эмас, термостат бўлади. Агар температура фақат ана шундай қатъий термодинамик маънода қўлланилганда эди, у ҳолда Нернст теоремасини ифодалашдаги бизнинг система мувозанатсиз ва метастабил ҳолатда деб кўрсатишимизга ҳожат қолмас эди.

Агар ҳар қандай мувозанат ҳолатидаги системанинг энтропияси абсолют ноль температурада нолга тенг деб шартлашсак, у ҳолда энтропия таърифидаги бир қийматлимаслик йўқолади. Бундай аниқланган энтропия *абсолют энтропия* деб аталади. Бинобарин, Нернст теоремаси шундай таърифланиши мумкин. *Абсолют нолга яқинлашишда системанинг абсолют энтропияси ҳам бунда системанинг ҳолатини характерловчи барча параметрларнинг қандай қийматлар қабул қилишидан қатъи назар, абсолют нолга интилади.* Бироқ бу фикрнинг кенг тарқалганига қарамай, шу нарсани таъкидлаш керакки, энтропиянинг ифодасидаги аддитив доимийни бундай танлаш ихтиёрий келишиб олишдан бўлак нарса эмас. Чунки энтропия ўзининг моҳиятига кўра, ҳамма вақт ихтиёрий аддитив доимийгача бўлган аниқликда топилади, Нернст теоремасининг ҳақиқий мазмуни бу доимийни танлаш билан ҳеч қандай боғлиқ эмас, балки биз юқорида келтирган иккита қонданинг ўзидан иборатдир.

2. Абсолют нолга эришиб бўлмайди, шунинг учун Нернст теоремасининг ўринли эканлиги тўғрисида фақат модданинг абсолют нолга яқин температуралардаги табиатига қараб фикр юритиш мумкин. Нернст теоремасининг бу теоремани тасдиқловчи бир қанча натижаларини кўрайлик.

Теореманинг биринчи қисмидан шу нарса келиб чиқадики, абсолют нолга яқинлашишда барча жисмларнинг C_p ва C_v иссиқлик сиғимлари нолга интилади. Ҳақиқатан ҳам, фараз қилайлик,

босим ўзгармас бўлсин. У ҳолда $\delta Q = C_P(T')dT'$. Нернст теоремаси қуйидаги

$$\int_0^T \frac{\delta Q}{T'} = \int_0^T \frac{C_P(T')}{T'} dT'$$

интегралнинг яқинлашишини талаб қилади. Бироқ агар $T = 0$ да C_P иссиқлик сифими нолга айланмаганда бундай бўлиши мумкин эмас эди. Акс ҳолда шундай $0 \leq T' \leq T$ температура интервалини топиш мумкин бўлар эдики, бу интервалда C_P ҳамма жойда нолдан фарқли бўлар ва, бинобарин, ишорасини сақлаган бўлар эди. Айтайлик, C — бу интервалда C_P катталик модулининг минимал қиймати бўлсин. У ҳолда ҳозирги интеграл модули жиҳатидан қуйидаги

$$\int_0^T \frac{C}{T'} dT' = C \int_0^T \frac{dT'}{T'}$$

интегралдан кичик бўлмас эди, бу интеграл эса логарифмик узоқлашади. Бинобарин, дастлабки $\int \frac{C_P}{T'} dT'$ интеграл ҳам узоқлашадиган бўлиши лозим эди, бу эса Нернст теоремасига зиддир. Биз дуч келган зиддият бизнинг C_P тўғрисида айтган фикримизни тасдиқлайди. C_V иссиқлик сифими ҳам худди шундай табиатда бўлиши шунга ўхшаб исбот қилинади.

Олинган натижалар моддаларнинг иссиқлик сифимлари температурага боғлиқ бўлиши кераклигини билдиради. Иссиқлик сифимларининг классик назарияси иссиқлик сифимининг температурага боғлиқ бўлмаслиги ҳақидаги қарама-қарши фикрга олиб келади (66- ва 68- § ларга қ.) Шунинг учун *Нернст теоремаси классик нуқтаи назардан талқин қилиниши мумкин эмас.*

3. Энди Нернст теоремасининг иккинчи қисмидан келиб чиқадиган натижаларга мурожаат қилайлик. Бунинг учун қуйидаги термодинамик муносабатлардан фойдаланамиз:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V.$$

Нернст теоремасидан абсолют нолда бу муносабатларнинг чап қисмларининг нолга айланиши келиб чиқади. Демак, ўнг томонлари ҳам нолга айланиши керак ва шунинг учун

$$\frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \rightarrow 0, \quad \frac{1}{P_0} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \rightarrow 0. \quad (84.2)$$

Бу деган сўз, *абсолют нолга яқинлашишида барча жисмларнинг иссиқликдан кенгайиш коэффициенти ва босим термик коэффициенти нолга интилиши керак.*

Бироқ Клапейрон тенгламасидан шу нарса келиб чиқадикки, ҳар иккала коэффициент (84.2) абсолют нолгача доимий қолиши керак. Бу Нернст теоремасига зид келади. Бундан жуда паст температураларда Клапейрон тенгламаси ҳатто газнинг молекулалари

орасидаги ўзаро таъсир кучлари ҳар қандай кичик бўлганда ҳам бажарилмай қолади. Сўнгра, (84.2) формуланинг иккинчисидан абсолют ноль яқинида газнинг босими амалда температурага боғлиқ бўлмайди, фақат битта зичликнинг функцияси бўлиб қолади. Агар шундай ҳол рўй берса, у ҳолда *газ айниган ҳолатда турибди* деб, газнинг ўзини эса *айниган газ* деб юритилади. Айниган газга одатдаги температуралардаёқ металлда озод бўлган электронларни мисол қилиб келтириш мумкин (71- § га қ.). Больцман статистикаси айниган газларга нисбатан қўлланилмайди. Бу газлар ёки Ферми — Дирак ёки Бозе — Эйнштейн статистикасига бўйсунди, бу уларнинг фермионлардан ёки бозонлардан иборат эканига боғлиқдир.

Газнинг ички энергияси айниган ҳолатида амалда унинг температурасига боғлиқ бўлмайди, фақат зичлигига боғлиқ бўлади. Ҳақиқатан ҳам, термодинамикага мувофиқ

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P.$$

T ва $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ катталиклар $T \rightarrow 0$ да нолга интилади. Айниган газнинг P босими амалда температурага боғлиқ бўлмаслигини кўрдик. Шунинг учун $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ ҳосила, у билан бирга U ички энергия фақат биргина зичликнинг функцияси бўлиб қолади. Металларда электрон газининг одатдаги температураларда металллар иссиқлик сифимига ҳеч қандай ҳиссаси бўлмаслигининг сабаби ана шу.

4. Агар энтропияни Больцман формуласи ёрдамида (80.5) эҳтимоллик нуқтаи назаридан интерпретациясига мурожаат қилинса, у ҳолда Нернст теоремасини тушунтириш мумкин. Бунинг учун абсолют нолда система ҳолатининг статистик оғирлигини аниқлаш керак. Классик ёндашиш бу ерда ярамайди. Классик ёндашиш албатта Нернст теоремасига зид ҳулосага олиб келган бўлар эди. Бунинг сабаби шуки, классик механика ҳатто температураларнинг абсолют нолида ҳам система динамик ҳолатларининг узлуксиз тўплами мавжуддир деб билади. Квант ёндашиш керак. Системанинг ўзини берк система деб оламиз. Абсолют ноль температурада системанинг энергияси минимал бўлади. Системанинг мумкин бўлган квант ҳолатлари сони бунда, агар минимал энергия сатҳи айнимаган бўлса, бирга тенг, агар энергия сатҳи айниган бўлса, айниш карралигига тенг бўлган бирор бутун сонга тенг бўлади. Ҳолатнинг статистик оғирлиги ҳам худди шу сон билан белгиланади. Шунинг учун энтропия учун Больцман формуласига кўра (80.5) *чекли қиймат* келиб чиқади. Нернст теоремасининг биринчи қисмининг тушунтирилиши ана шундай. Энди бу теореманинг иккинчи қисмини тушунтирайлик. Системанинг ташиқи параметрлари, масалан, унинг ҳажми ва босмининг ўзгаришида системанинг квант ҳолати ва бу ҳолатдаги энергияси ўзгаради. Каррали сатҳлар қисман ёки тўлалигича оддий сатҳларга парчаланади. Оддий сатҳлар битта каррали сатҳга бирлашиши мумкин. Бироқ *оддий сатҳ*

ларнинг умумий сони ўзгаришсиз қолади. Агар система термодинамик мувозанатда бўлса, температураларнинг абсолют нолида энг паст энергетик сатҳни эгаллайди, қолган барча сатҳларни эгаллай олмайди. Агар ташқи параметрларнинг ўзгаришида бу сатҳнинг карралиги ўзгармаса, у ҳолда системанинг статистик оғирлиги ва у билан бирга унинг энтропияси ўзгаришсиз қолади, Нернст теоремасининг иккинчи қисми шуни талаб қилар эди. Агар нолинчи сатҳнинг карралиги ўзгарса, у ҳолда системанинг энтропияси ҳам ўзгаради. Бироқ бундай ўзгариш жуда кичик бўлади ва уни назарга олмаслик мумкин. Масалан, агар оддий сатҳнинг ўрнига қўшалоқ сатҳ пайдо бўлса, системанинг статистик оғирлиги 2 марта ортади, энтропия эса $\Delta S \approx k \ln 2$ орттирма олади. Бу орттирма Больцман доимийси k кичик бўлгани учун жуда кичик бўлади. Нолинчи сатҳнинг карралиги 10^{20} марта ортганида ҳам, энтропиянинг ўзгариши ҳаммаси бўлиб $\Delta S \approx 20k \ln 10 \approx 46 k$ бўлар эди. Бу ҳам ниҳоятда кичик катталиқ. Температура кўтарилгани сари система юқори энергетик сатҳларга ўтади. Макроҳолатнинг статистик оғирлиги кескин ортади. Энтропия ҳам орта бошлайди.

М А С А Л А

Температураларнинг абсолют нолида ферми-ва бозе-газларнинг статистик оғирликларини топинг. Бу газларнинг Нернст теоремасини қаноатлантиришига ишонч ҳосил қилинг.

Ечилиши. Айтайлик, $T = 0$. Ферми-газ бўлган ҳолда шундай хусусиятли энергетик сатҳни ($i = n$ номерли) кўрсатиш мумкин. $i < n$ номерли энергетик сатҳлар бутунлай тўлган, $i > n$ номерли сатҳлар бўш. $i = n$ бўлган энергетик сатҳ қисман тўлган (ёки хусусий ҳолда тўлиқ равишда тўлган). Тўлган сатҳлар учун $N_i = Z_i$, тўлмаган сатҳлар учун $N_i = 0$. Ҳар иккала ҳолда ҳам (82.3) кўпайтмадаги ҳамма кўпайтувчилар (n -дан бошқалари) бирга тенг. n номерли кўпайтувчи, агар унга тегишли сатҳ қисман тўлган бўлса, бирдан фарқли бўлади. Шундай қилиб,

$$G_{\text{Ф.-Д.}} = \frac{Z_n}{N_n! (Z_n - N_n)!} \quad (84.3)$$

Худди шунга ўхшаш бозе-газ учун

$$G_{\text{Б.-Э.}} = \frac{(Z_1 + N - 1)!}{N! (Z_1 - 1)!} \quad (84.4)$$

Агар газнинг ҳажми ўзгарса, у ҳолда энергетик сатҳларнинг энергияси ўзгаради. Бироқ Z_1 , Z_n , N_n сонлар, шунингдек, зарраларнинг умумий сони N ўзгаришсиз қолади. Газларнинг статистик оғирликлари ва энтропиялари ҳам ўзгаришсиз қолади. Худди шу хулосага бевосита (82.3) ва (82.4) формулалар асосида ҳам, уларни (84.3) ва (84.4) кўрinishларга келтирмай ҳам келиш мумкин. Квант (классик эмас) Больцман гази ҳам Нернст теоремасини қаноатлантиради. Бироқ бу фикр фақат расмият учунгина айтилади, чунки, температураларнинг абсолют нолида Больцман статистикаси қўлланилмайди.

85-§. Иссиқлик сифмлари учун Эйнштейн квант назарияси

1. Квант назарияси жисмларнинг иссиқлик сифмлари ҳақида классик назария дуч келган қийинчиликларни бартараф қилди. Сифат жиҳатдан бу масала 69-§ да кўрсатилган эди. Энди бу ма-

салани миқдорий жиҳатдан қараймиз. Жисмни бир-бири билан заиф ўзаро таъсирда бўлган N та молекуладан иборат система деб қараймиз. Энергетик сатҳлар дискрет деб қабул қилиб, бу системага Больцман тақсимоти қонунини (81.13) қўллаймиз. Термодинамик мувозанат ҳолатида битта молекулага тўғри келадиган ўртача энергия қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum N_i \varepsilon_i.$$

(81.13) формула ҳисобга олинса ва $\sum N_i = N_0 \sum g_i e^{-\alpha \varepsilon_i} = N$ нормалаш шартидан фойдаланилса, қуйидагини олиш мумкин:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum \varepsilon_i g_i e^{-\alpha \varepsilon_i}}{\sum g_i e^{-\alpha \varepsilon_i}},$$

ёки

$$\bar{\varepsilon} = - \frac{1}{Z} \frac{dZ}{d\alpha} = - \frac{d}{d\alpha} (\ln Z), \quad (85.1)$$

бу ерда

$$Z = \sum g_i e^{-\alpha \varepsilon_i} = \sum g_i e^{-\frac{\varepsilon_i}{kT}} \quad (85.2)$$

белгилаш қабул қилинди. (85.2) ифода *статистик йиғинди* ёки *ҳолатлар йиғиндис* деб аталади ва статистик тадқиқотларда муҳим роль ўйнайди.

2. Мисол тариқасида бир ўлчовли гармоник осцилляторларни кўрайлик. Гармоник осцилляторларнинг энергия сатҳлари содда ва қуйидаги формула билан аниқланади (69- § га қ.):

$$\varepsilon_i = (i + 1/2) h\nu. \quad (85.3)$$

Ҳолатлар йиғиндис учун қуйидаги муносабатни оламиз:

$$Z = e^{-\alpha \frac{h\nu}{2}} \sum_{i=0}^{\infty} e^{-i\alpha h\nu} = \frac{e^{-\frac{\alpha h\nu}{2}}}{1 - e^{-\alpha h\nu}},$$

осцилляторнинг ўртача энергияси учун эса

$$\bar{\varepsilon} = - \frac{d}{d\alpha} (\ln Z) = \frac{h\nu}{2} + \frac{h\nu}{e^{\alpha h\nu} - 1} \quad (85.4)$$

ифода келиб чиқади. Охириги қўшилувчида биз α ни $1/(kT)$ билан алмаштирдик.

$\frac{h\nu}{2}$ қўшилувчи гармоник осцилляторнинг *ноль энергиясидир*.

У температурага боғлиқ эмас ва иссиқлик ҳаракатига ҳеч қандай алоқаси йўқ. Жисмларнинг иссиқлик сифимлари назариясида уни ташлаб юбориш мумкин. Агар шундай қилсак, бу ифоданинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}. \quad (85.5)$$

Бу формулани биринчи бўлиб 1900 йилда Планк ўзининг иссиқлик нурланиши назариясига доир тадқиқотларида чиқарган эди.

$h\nu \ll kT$ бўлганида, яъни юқори температураларда $e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$ бўлади. Бундай яқинлашишда (85.5) формула классик формула

$$\bar{\varepsilon} = kT \quad (85.6)$$

га айланади. Шундай натижа бериши равшан, чунки $kT \gg h\nu$ бўлганда жуда кўплаб энергетик сатҳлар уйғонган бўлиб, уларнинг дискретлиги аҳамиятсиз бўлиб қолади.

3. (85.5) формулани Эйнштейн қаттиқ жисмлар иссиқлик сифмларининг квант назариясига асос қилиб олган эди. Эйнштейн қаттиқ жисмнинг классик назарияда фойдаланиладиган моделидан фойдаланди. Кристалл панжаранинг атомлари мувозанат вазияти атрофида айни бир ν частота билан тебранувчи гармоник осцилляторлар деб олинди. Осцилляторлар уч ўлчовли, яъни учта эркинлик даражасига эга деб олинди. Ҳар бир эркинлик даражасига иссиқлик тебранишларининг $\bar{\varepsilon}$ ўртача энергияси, битта атомга эса $3\bar{\varepsilon}$ ўртача энергия тўғри келади. Бир мольнинг ички энергияси қуйидагича ифодаланади:

$$U = 3N\bar{\varepsilon} = \frac{3U_{h\nu}}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (85.7)$$

бу ерда N — Авогадро сони. Бундан қаттиқ жисмларнинг кристалл панжаралари атом иссиқлик сифми учун шундай ифодани оламиз:

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{3R \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2} e^{\frac{h\nu}{kT}}. \quad (85.8)$$

Бу Эйнштейн формуласидир. Юқори температураларда, $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$ бўлганида бу формула классик формула

$$C_V = 3R$$

га ўтади. Бошқа чегаравий ҳол, яъни паст температураларда $\frac{h\nu}{kT} \gg 1$ бўлганида махраждаги бирни назарга олмаслик мумкин ва қуйидаги ифодани ҳосил қилиш мумкин:

$$C_V = 3R \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 e^{-\frac{h\nu}{kT}}. \quad (85.9)$$

$T \rightarrow 0$ да (85.8) ва (85.9) ифодалар нолга интилади, Нернстнинг иссиқлик теоремаси ҳам шуни талаб қилар эди.

4. Шу билан бирга, тажриба билан мос келишлик фақат сифат характериға эгадир. (84.8) ва (84.9) формулаларға мувофиқ $T \rightarrow 0$ да C_V иссиқлик сиғими нолға жуда тез, тахминан экспоненциал интилади. Тажриба шуни кўрсатадики, аслида иссиқлик сиғимининг нолға интилиши даражали қонун билан, яъни анча секин амалға ошади. Бошқа температураларда ҳам Эйнштейн формуласи тажриба билан миқдорий эмас, фақат сифат жиҳатидан мос келади. Бироқ бундай фарқлар квант назариясининг моҳияти туфайли эмас, балки ҳисобни соддалаштириш учун барча гармоник осцилляторлар айна бирдай частота билан тебранади деб фараз қилиниши туфайли пайдо бўлади. Аслида кристалл панжарани ўзаро таъсирлашувчи зарраларнинг боғланган системаси деб қараш керак. Бундай системанинг кичик тебранишлари турли частотали кўллаб гармоник тебранишларнинг қўшилишидан пайдо бўлади. Частоталарнинг сони жуда катта — системанинг эркинлик даражалари сони тартибда бўлади. Иссиқлик сиғимини ҳисоблашда жисмни гармоник осцилляторлар системаси деб олиш мумкин, бироқ турли частотали гармоник осцилляторлар деб олиш керак. Масала ана шу частоталарни ҳисоблашга, яъни частоталар спектрини излашга келтирилади. Буни Эйнштейн кўрсатиб ўтган эди.

Қаттиқ жисм кристалл панжарасининг частоталар спектри ҳақидаги масала Дебай (1884—1966), сўнгра Борн (1882—1971) ва Карман (1881—1963) томонидан қаралган эди. Борн ва Карман масаланинг ечилишига изчил атомистик нуқтан назардан қарадилар. Бу жуда қийин. Дебай масалани анча соддалаштирди. *Паст температураларда иссиқлик сиғимиға паст частотали тебранишлар, яъни энергиянинг кичик квантлари мос келадиган частоталари асосий ҳисса қўшади.* Энергиянинг катта квантлари мос келадиган юқориқ частотали тебранишлар амалда деярли уйғонмаган. Бироқ қаттиқ жисм иссиқлик тебранишларининг паст частота спектрларини *туташ муҳит механикаси* методлари билан, жисмнинг атомистик структурасини назарга олмаган ҳолда, етарлича аниқлик билан ҳисоблаш мумкин. Бу ҳолда ҳисоблашлар анча соддалашади. Шу йўл билан Дебай қаттиқ жисмлар иссиқлик сиғимининг оддий назариясини яратди, бу назария айниқса паст температураларда тажриба маълумотларига яхши мос келади. Бу назарияға мувофиқ, *абсолют ноль яқинида қаттиқ жисм кристалл панжарасининг иссиқлик сиғими абсолют температуранинг кубига пропорционал* дир. Бу натижа Дебайнинг кублар қонунини деб аталади. Биз бу ерда бу масалаларни янада чуқурроқ ўрганишга тўхтамай олимаймиз.

Равшанки, Эйнштейн назарияси икки атомли ёки кўп атомли газларнинг тебранма иссиқлик сиғимларига қўлланилади. Худди шунга ўхшаб айланма иссиқлик сиғимининг назарияси ҳам яратилиши мумкин. Бунда ҳисоблашлар энергетик спектрнинг янада мураккаброқ бўлиши туфайли бирмунча мураккаб характерда бўлади.

5. Металларда ионлардан ташкил топган кристалл панжарадан ташқари эркин электронлар ҳам бўлади. Энг содда моделда уларни *идеал электрон газ* деб қаралади. Гап шундаки, электронларға мусбат зарядланган ионлар томонидан таъсир қиладиган

электр тортишиш кучлари электронларнинг ўзлари томонидан таъсир қилувчи итаришиш кучлари билан компенсацияланади. Бу моделда электрон газнинг бутун энергияси фақат кинетик энергия бўлади. Шунинг учун унга газлар кинетик назариясининг (59.8) тенгламаси, яъни

$$PV = \frac{2}{3}E$$

ни қўллаш мумкин.

Бироқ 69-§ да кўрсатиб ўтганимиздек, электронлар иссиқлик сифимига ҳеч қандай ҳисса қўшмайди. Бунинг расман тушунтирилишини 84-§ да Нернст теоремаси ёрдамида берган эдик. Электрон газ-металларда ҳамма вақт айнаган бўлади, чунки айнаш температураси барча металлар учун ўнлаб минг градусларни ташкил қилади (71-§ га қ.). Абсолют нолда электронларнинг квант ҳолатлар бўйлаб тақсимланиши тўғри бурчакли чизиқдан иборат бўлади (73-б расмга қ.). Электронлар анча интенсив квантланган ҳаракатда бўлади, бироқ тартибсиз иссиқлик ҳаракатида мутлақо қатнашмайди. Бу квантланган ҳаракатнинг энергияси E ва босими P фақат электронларнинг концентрацияси билан аниқланади. Бу тахминан T температура нолдан фарқли бўлганда ҳам ўринлидир, чунки кўпчилик электронлар учун тақсимот 73-а расмдаги характерда бўлади. Бинобарин, бу электронлар аввалгидек иссиқлик ҳаракатида қатнашмайди ва иссиқлик сифимига таъсир қилмайди. Электронларнинг «тўғри бурчакли» тақсимланиши энергетик қатламнинг чегарага яқин $\epsilon = \mu$ бўлган жуда юпқа қисми ичидагина бузилади. Бу қатламнинг қалинлиги иссиқлик ҳаракатининг энергияси kT тартибида бўлади. Фақат ана шу чегарага яқин бўлган электронларгина иссиқлик ҳаракатида қатнашади. Уларгина E энергия ва P босимга температурага боғлиқ бўлган қўшимча ҳисса қўшади. Ана шу электронлар ҳисобига газнинг иссиқлик сифими юзага келади. Бироқ чегарага яқин бўлган электронлар жуда кам бўлгани учун бу ҳисса ҳам кичик бўлади. Ҳисобларнинг кўрсатишича, *электрон газнинг иссиқлик сифими температурага чизиқли боғлангандир*, яъни бу боғланиш ушбу кўринишда бўлади:

$$c_{эл} = \gamma T$$

у ерда γ — ўзгармас катталиқ.

Худди шунингдек бозе-газнинг айнаган ҳолатдаги иссиқлик сифими ҳам кичик ва $T \rightarrow 0$ да нолга интилади. Бу ҳолда ўзига хослик шундан иборат бўладики, $T = 0$ бўлганда газнинг барча зарралари энергияси нолга тенг бўлган энг паст сатҳда тўпланади. Шунинг учун $T = 0$ бўлганда бозе-газнинг фақат кинетик энергияси эмас, шунингдек унинг босими ҳам нолга айланади.

* *

86- §. Эркин югуриш йўли ўртача узунлиги

1. Газ молекулаларининг иссиқлик ҳаракати ўртача тезлиги (73.6) формула бўйича аниқланади. Хона температурасидаёқ у милтиқ ўқининг учиш тезлигига яқин бўлади. Масалан, 0°С да водород, азот ва кислород молекулалари учун \bar{v} ўртача тезлик мос равишда 1700 м/с, 455 м/с ва 425 м/с га тенг. Газлар кинетик назарияси тараққиётининг дастлабки босқичида баъзи физикларга молекулалар тезликларининг бунчалик катта қийматларга эга бўлиши мумкин эмасдек кўринган эди. Улар агар молекулалар тезликлари ҳақиқатан шундай катта бўлганда эди, у ҳолда ҳидли модданинг ҳиди хонанинг бир четидан иккинчи четигача амалда бир онда етиб борган бўлар эди деб ўйлаган. Ҳақиқатда эса ҳавонинг конектив оқимлари бўлмаса ҳиднинг шундай масофаларга тарқалиш вақти бир неча минут ва ҳатто бир неча соатни ташкил этиши мумкин. Ҳиднинг тарқалиши секин юз берадиган *диффузия процесси* орқали амалга ошади.

Газлар диффузиясининг секин боришини қуйидагича намоён қилиш мумкин. Устига сым тўр ёпилган шиша цилиндр олиб, унинг ўқи бўйлаб ингичка шиша таёқча ёки найча ўтказилади, унга фенолфталеин билан ҳўлланган фильтр қоғозининг ўнчага полоскаси бир-биридан тенг масофада ёпиштирилади. Тўрининг устига нашатир спирт билан ҳўлланган пахта қўйилади. Ажраладиган аммиак паст томонга диффузияланади. Диффузия фильтр қоғоз полоскаларининг қизаришига қараб кузатилади. 1—2 минутдан сўнг юқориги полоска қизара бошлайди. Пастки полоска тахминан 20 минутдан сўнг қизара бошлайди. Аммиак ҳаводан енгил, шунинг учун унинг пастга кириб бориши фақат диффузия натижасида рўй беради. Шиша цилиндр газни ҳаво оқимларидан муҳофаза қилиш учун хизмат қилади.

Диффузия суюқликларда анча секин юз беради, ваҳоланки, иссиқлик ҳаракати тезликлари суюқликларда ҳам газлардагидек ва қаттиқ жисмлардагидек бўлади. Агар ингичка ва баланд шиша цилиндрга дистилланган сув тўлдирилса, кейин эса цилиндр тубига махсус найча ёрдамида эҳтиётлик билан мис купроси кристаллари туширилса, у ҳолда бу кристаллар эриб кетади ва диффузия бошланади. Уни кўз билан пайқаш учун сутка ёки бир неча сутка кутиш керак. Цилиндрнинг бутун баландлиги бўйича бир жинсли эритма ҳосил бўлиши учун эса бир неча ой талаб қилинади. Қаттиқ жисмларда диффузия яна ҳам секин боради ва уни ошкор қилиш учун махсус усуллар талаб қилинади.

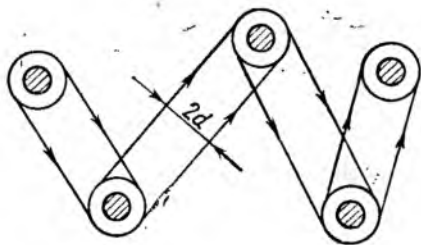
Нотекис иситилган газнинг турли қисмлари орасида температуранинг тенглашиш процесси ёки газнинг макроскопик ҳаракати тезликларининг ички ишқаланиш кучлари воситасида тенглашиш процесси худди ўшандай секин юз беради.

2. Диффузия ва шунга ўхшаш ҳодисаларнинг секин бўлишини Клаузиус *мўлжаллашнинг тўқнашишлари оқибати* деб тушунтирди. Газ молекуласи ҳамма вақт ҳам эркин ҳаракат қилавермайди, балки вақт-вақти билан бошқа молекулалар билан тўқнашиб туради. Бир тўқнашишдан навбатдаги тўқнашишгача бўлган қисқа масофани молекула эркин учиб ўтади. Тўқнашиш пайтида молекула тезлигининг катталиги ва йўналиши кескин ўзгаради. Оқибатда молекуланинг траекторияси тўғри чизик эмас, балки кўп сонли синик чизикдан иборат бўлади. Молекула ҳар тарафга тартибсиз ҳаракат қилади ва унинг олға умумий силжиши нисбатан секин юз беради. Ҳодисани миқдорий тавсифлаш учун Клаузиус *эркин югуриш ўртача узунлиги* тушунчасини, яъни молекуланинг бир тўқнашишдан навбатдаги тўқнашишгача учиб ўтадиган ўртача масофа тушунчасини киритди.

Эркин югуриш ўртача узунлигини ҳисоблаш учун қаттиқ шарлар моделидан фойдаланамиз. Тўқнашишлар орасида молекулалар — шарлар инерция бўйича тўғри чизикли текис ҳаракат қилади. Тўқнашишлар пайтида молекулалар орасида жуда катта итаришиш кучлари вужудга келиб, уларнинг тезликлари ўз катталиги ва йўналишини ўзгартиради. Равшанки, бундай қўпол модель тўқнашишлар вақтида юз берадиган ҳодисаларнинг барча хусусиятларини ҳисобга олалмайди. Молекулалар парчаланиши ва бирикиши мумкин. Атомлар ионланиши, уйғотилган ҳолатларга ўтиши мумкин ва ҳоказо. Буларнинг ҳаммасини эътиборсиз қолдирамиз. Қаттиқ шарлар модели фақат молекулалар сочилиши процессларини тақрибан тўғри тавсифлаб бера олади, бу процессларда молекулаларнинг ўзаро тўқнашишлари ва газ қамалган идиш деворлари билан тўқнашишлари оқибатида уларнинг тезликлари ва ҳаракат йўналишлари ўзгаради.

Ҳисоблашни соддалаштириш мақсадида, фақат бир молекула ўзгармас v тезлик билан ҳаракатланади, барча бошқа молекулалар қўзғалмайди деб фараз қиламиз. Ҳаракатланаётган молекулани A молекула деб атаймиз. A молекула ундан икки марта катта диаметрли ва маркази молекула марказида бўлган қаттиқ S сфера билан маҳкам бўлганган деб тасаввур қилайлик. Бу сферани A молекулани *чегараловчи сфера* деб атаймиз. Тўқнашиш пайтида тўқнашувчи молекулалар марказлари орасидаги масофа молекуланинг d диаметрига тенг бўлади. Бинобарин, бу пайтда A молекула тўқнашган қўзғалмас молекуланинг маркази A молекулани чегараловчи сферанинг сиртида бўлади. Равшанки, у марказ бу сферанинг ичига кириб қолиши мумкин эмас. A молекуланинг икки кетма-кет тўқнашиши орасида уни чегараловчи сфера цилиндр чизади, бу цилиндрнинг узунлиги A молекуланинг эркин югуриш йўли узунлиги бўлади. Чегараловчи сферанинг вақт ўтиши билан чизиб борадиган сирти ана ўшандай цилиндрлардан ташкил топади (75-расм). Қисқача, бу сиртни синик деб атаймиз. Агар бошқа молекуланинг маркази бу цилиндр ичида ёки ён сиртида ётган бўлса, бу ҳолда у A молекула билан тўқнашади. Акс ҳолда тўқнашиш бўлмайди. S сферанинг бирлик вақтда чизган синик цилиндри ҳажми V бўлсин. Ҳаракатланаётган молекуланинг бошқа молекулалар билан

бирлик вақт давомида тўқнашишларининг Z ўртача сони V ҳажмдаги молекулалар ўртача сонига тенг, яъни $Z = V \cdot n$ бўлади, бунда n — бирлик ҳажмдаги молекулалар сони. Эркин югуриш йўлининг λ ўртача узунлиги чегараловчи сферанинг $2d$ диаметридан жуда катта деб фараз қиламиз. У ҳолда V ҳажмнинг цилиндрининг синиқ жойларига тўғри келган қисмларини эътиборга олмаслик мумкин, яъни V ни ҳисоблашда тўғри деб, унинг баландлигини молекуланинг v тезлигига тенг деб олиш мумкин. Бундай яқинлашишда $V = \sigma v$ бўлади, бунда $\sigma = \pi d^2$ — цилиндрининг кўндаланг кесими юзи. Бинобарин.



75- расм.

$$z = n\sigma v. \quad (86.1)$$

А молекуланинг бирлик вақтда ўтган йўли v га тенг. v ни тўқнашишларнинг z ўртача сонига бўлиб, молекуланинг эркин югуриш йўли ўртача узунлигини топамиз:

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}. \quad (86.2)$$

Бу ҳисобдан (86.1) ва (86.2) формулаларни ҳосил қилишда куйидаги фикр юритиш мумкин эканлиги келиб чиқади: А молекула тўқнашадиган барча молекулалар худди нуқтавий бўлиб, А молекула радиусини икки марта катталашган, яъни А молекулани унинг чегараловчи сфераси билан алмаштирилган деб ҳисобласа бўлади. Бундай алмаштириш А молекула билан тўқнашувчи молекулаларнинг чекли ўлчамини ҳисобга олиш усули сифатида қаралиши мумкин. Бу усулдан келгуси параграфда эффектив кесим тушунчасини киритишда фойдаланилади.

Албатта, (86.1) ва (86.2) формулалар аниқ формулалар эмас, чунки уларни келтириб чиқариш асосида биттагина молекула ҳаракат қилади, барча қолганлари эса ҳаракатсиз деган фараз ётади. Максвелл ўзининг молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимотини қўлланган ҳолда аниқ формулани олди:

$$z = \sqrt{2n\sigma v} = 1,41 n\sigma v. \quad (86.3)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2n\sigma}} = \frac{0,707}{n\sigma}. \quad (86.4)$$

(86.3) ва (86.4) ифодалар (86.1) ва (86.2) тақрибий формулалардан фақат 1 га яқин бўлган сон коэффициентлар билангина фарқ қилади. Бироқ ўзи сон коэффициентларигача (яъни 1 гача) аниқликда бажариладиган барча ҳисоблашларда бу фарқ аҳамиятсиздир. *Кўчиш ҳодисалари — диффузия, ички шиқаланиш ва иссиқлик ўтказувчанлик назарияси* баён қилинаётганда худди шундай ҳол юзага келади. Бу ҳодисаларнинг аниқ назарияси мурраккаб

бўлганлиги сабабли баъзан анча ноаниқ бўладиган тақрибий ҳисоблашлар билан қаноатланишга тўғри келади. Одатда, бундай ҳисоблашларда 2 ва $1/\sqrt{2}$ кўпайтувчилар ташлаб юборилади. Соддалашган (86.1) ва (86.2) формулалар катталикларнинг тўғри тартибинигина бериб қолмасдан, энг муҳими, тўқнашишлар сони ва эркин югуриш узунлигининг молекулалар концентрацияси ва ўлчамларига тўғри боғланишига олиб келади.

3. Максвеллнинг ўзи (86.3) ва (86.4) ифодаларни анча-машаққат ва мураккаб ҳисоблашлар оқибатида ҳосил қилган. Ваҳоланки, уларни (86.1) ва (86.2) формулалардан жуда содда мулоҳазалар йўли билан деярли ҳисоблашларсиз ҳосил қилиш мумкин. $\sqrt{2}$ кўпайтувчининг пайдо бўлиши бу ҳолда айниқса равшан кўринади. Шу формулани келтириб чиқарамиз.

Тўқнашиш процессини текширишда танланган A молекуланing абсолют тезлиги эмас, балки унинг ўзи *тўқнашаётган бошқа молекулага нисбатан тезлиги* роль ўйнайди. A молекулага нисбатан бир хил $v_{i \text{ нис}}$ нисбий тезлик билан ҳаракатланаётган] молекулалар группасини фикран ажратиб оламиз. n_i — шундай молекулаларнинг бирлик ҳажмдаги сони бўлсин. A молекуланing ажратиб олинган группа; молекулалари билан бирлик вақтда тўқнашишлари сони z_i ни (86.1) формула бўйича топиш мумкин, ундан $z_i = n_i \sigma v_i$. A молекуланing барча қолган молекулалар билан тўқнашишлари тўла сони шу ифодани барча тезликлар группалари бўйича, яъни i индекснинг барча имконий қийматлари бўйича жамлаш орқали топилади:

$$z = \sum_i n_i \sigma v_i \text{ нис}$$

Ўртача нисбий тезлик

$$\bar{v}_{\text{нис}} = \frac{1}{n} \sum_i n_i v_i \text{ нис}$$

ни киритиб,

$$z = n \sigma \bar{v}_{\text{нис}} \quad (86.5)$$

ва бинобарин,

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{\bar{v}_{\text{нис}}} \frac{1}{n \sigma} \quad (86.6)$$

ифодаларни ҳосил қиламиз. Масала бирор молекуланing газнинг барча бошқа молекулаларига нисбатан ўртача $\bar{v}_{\text{нис}}$ нисбий тезлигини ҳисоблашга келтирилди.

4. Бу масалани ечиш учун Максвелл тезликлар тақсимоти қонунининг бошқача талқинини берамиз. Олдинги талқинда Максвелл қонуни газнинг барча молекулалари тезликларининг айни бир вақт моментидаги тақсимотини беради. Лекин бу қонунга айни бир молекуланing (масалан, A молекуланing) турли вақт моментларида кетма-кет оладиган тезликлари тақсимоти қонуни деб қараш мумкин. Қуйидагича талқин юритамиз. v_1, v_2, \dots, v_N — A молекуланing бевосита биринчи, иккинчи ва кейинги тўқнашишлардан сўнг-қабул қиладиган тезликлари бўлсин. Агар N сони чексизга интилса, у ҳолда бу тезликлар Максвелл қонуни бўйича тақсимланади. Бу натижа барча молекулаларнинг тенг ҳуқуқлилиги ва молекуляр иссиқлик ҳаракатининг хаотиклигидан бевосита келиб чиқади. Тўқнашиш пайтларида A молекулага тартибсиз ўзгарувчи F_1, F_2, \dots кучлар таъсир қилади. Худди шу кучлар A молекуланing қаралаётган вақт моментларида тезликларнинг Максвелл тақсимоти қонуни бўйича тақсимланишига олиб келади. v_1, v_2, \dots, v_N лар деганда газ бир бутун сифатида тинч турадиган саноқ системасига нисбатан тезликларни деб тушунамиз. Энди A молекуланing бошқа молекулаларга нисбатан кетма-кет тўқнашишлар орасида эга бўлган тезликларини киритамиз. $v_{1 \text{ нис}}$ — A молекуланing биринчи

туқнашишдан сўнг ўзи туқнашган молекулага нисбатан тезлиги. $v_{2 \text{ нис}}$ — иккинчи туқнашишдан сўнг ўзи туқнашган молекулага нисбатан тезлиги бўлсин ва ҳоказо. Механикадан маълумки, икки зарранинг нисбий ҳаракатини текширганда улардан бирини ҳаракатсиз деб ҳисоблаш мумкин. Иккинчи зарранинг (масалан, A зарранинг) нисбий ҳаракати ҳаракатсиз системадагидек, Ньютон тенгламаси билан тавсифланади. Бунда F_1, F_2, \dots кучлар оддигидек қолади, лекин A зарранинг массасини келтирилган масса билан алмаштириш керак. Агар молекулалар бир хил ($m_1 = m_2 = m$) бўлса, у ҳолда келтирилган масса $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{r m^2}{2}$ га тенг. Шундай қилиб, нисбий ҳаракатда ҳамма ҳодисалар гўё молекула

массаси икки марта қамайгандек юз беради. F_1, F_2, \dots кучлар ва уларнинг таъсир қилиш вақт моментлари илгаригидек қолганлиги туфайли, бу моментларда A молекуланинг нисбий тезланишлари унинг ҳаракатсиз саноқ системасидаги тезланишларидан икки марта ортиқ бўлади. Бундан, молекулаларнинг нисбий тезликлари тақсимоти максвелл тақсимоти бўлиши бевосита келиб чиқади. Молекуланинг нисбий ҳаракат ҳолида эффектив массаси m дан икки марта кичик бўлганлиги учун, барча ўртача тезликлар мос абсолют тезликлардан $\sqrt{2}$ марта катта бўлади. Хусусан, $\bar{v}_{\text{нис}} = \sqrt{2} \bar{v}$, шундай қилиб, (86.5) ва (86.6) формулалар (86.3) ва (86.4) формулаларга айланади.

5. Энди туқнашувчи молекулалар ҳар хил бўлган муҳимроқ ҳолни қараб чиқамиз. m_1 массали ва r_1 радиусли 1 сорт молекула m_2 массали; r_2 радиусли ва n_2 концентрацияли 2 сорт молекулалар муҳитида ҳаракатланаётган бўлсин. Агар 2 сорт молекулалар ҳаракатсиз бўлганда эди, у ҳолда (86.1) ва (86.2) олдинги формулалар тўғри бўлиб қолаверарди. Уларда фақат z ни z_1 га, n ни n_2 га, v ни v_1 га, σ ни $\sigma_{12} = \pi(r_1 + r_2)^2$ га алмаштириш керак бўларди, 1 молекуланинг чегараловчи сфераси маркази молекула марказида бўлган ва $d = r_1 + r_2$ радиусли сфера бўлади. (86.5) ва 86.6) формулалардан фойдаланиб, энди тезликларнинг максвелл тақсимотини ҳисобга оламиз. Юқорида баён қилинганлар асосида $\bar{v}_{\text{нис}}$ ўртача нисбий тезлик ва I молекуланинг v_1 ўртача тезлиги $\sqrt{\mu}$ ва $\sqrt{m_1}$ квадрат илдизларга тескари пропорционал, яъни

$$\bar{v}_{\text{нис}} = \bar{v}_1 \sqrt{\frac{m_1}{\mu}} = \bar{v}_1 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}}$$

$m_1 \bar{v}_1^2 = m_2 \bar{v}_2^2$ муносабат ҳисобга олинса, бу натижаларни янада симметрик шаклда ифодалаш мумкин:

$$\bar{v}_{\text{нис}} = \sqrt{\bar{v}_1^2 + \bar{v}_2^2} \quad (86.7)$$

1 сорт молекуланинг 2 сорт молекулалар билан бирлик вақтда ўртача туқнашишлар сони z_{12} учун

$$\bar{z}_{12} = n_2 \sigma_{12} \sqrt{\bar{v}_1^2 + \bar{v}_2^2} \quad (86.8)$$

ифодани, 1 сорт молекуланинг эркин югуриши ўртача узунлиги учун эса

$$\lambda_1 = \frac{1}{n_2 \sigma_{12} \sqrt{1 + \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2}} = \frac{1}{n_2 \sigma_{12} \sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2}}} \quad (86.9)$$

ифодани оламиз, $m_1 = m_2$ бўлганда бу ифодалар (86.3) ва (86.4) Максвелл формулаларига айланади.

6. Ниҳоят, икки хил газ аралашмаси бўлган ҳолни қараб чиқамиз. r_1 ва r_2 — иккала газ молекулалари радиуслари, n_1 ва n_2 — уларнинг концентрацияси бўлсин. Энди ҳаракатланаётган молекула фақатгина ўзига ўхшаш молекулалар билангина эмас, балки бошқа

тип молекулалар билан ҳам тўқнашиши мумкин. Шунга мувофиқ, у молекула қайси типдаги молекулалар билан тўқнашишига боғлиқ равишда иккита чегараловчи сфера киритиш лозим. Тўртта катталик киритамиз:

$$\sigma_{11} = \pi(2r_1)^2 = 4\pi r_1^2, \quad \sigma_{12} = \sigma_{21} = \pi(r_1 + r_2)^2, \quad \sigma_{22} = \pi(2r_2)^2 = 4\pi r_2^2.$$

Биринчи газ молекуласи ва иккинчи газ молекуласининг бирлик вақтда тўқнашишлари сони учун мос равишда (тезликларнинг Максвелл тақсимотини ҳисобга олмасдан)

$$z_1 = (n_1\sigma_{11} + n_2\sigma_{12}) \bar{v}_1, \quad z_2 = (n_1\sigma_{21} + n_2\sigma_{22}) \bar{v}_2 \quad (86.10)$$

ифодаларни, эркин югуриш ўртача узунлиги учун эса

$$\lambda_1 = \frac{1}{n_1\sigma_{11} + n_2\sigma_{12}}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{n_1\sigma_{21} + n_2\sigma_{22}} \quad (86.11)$$

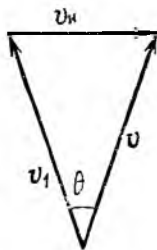
ифодаларни ҳосил қиламиз.

МАСАЛАЛАР

1. Газ мос равишда m_1 ва m_2 массали, n_1 ва n_2 концентрацияли молекулалардан иборат. Тезликларнинг Максвелл тақсимотини ҳисобга олиб, ҳар бир газ молекуласининг эркин югуриш ўртача узунлиги ифодасини топинг.

Жавоб:

$$\lambda_1 = \frac{1}{n_1 \sigma_{11} \sqrt{2} + n_2 \sigma_{12} \sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2}}}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{n_1 \sigma_{21} \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1}} + n_2 \sigma_{22} \sqrt{2}} \quad (86.12)$$



76- расм.

2. Молекуланинг эркин югуриши ўртача узунлигини тақрибан ҳисоблаш учун Клаузиус барча молекулалар бир хил тезликлар билан ҳаракат қилади, уларнинг йўналишлари фазода изотроп тақсимланган деб фараз қилди. Шу фараз асосида λ нинг ифодасини топинг.

Ечилиши. Молекулаларнинг улардан бирига (масалан, ўндоғисига) нисбатан ўртача тезлигини топамиз. Биринчи молекуланинг v_1 тезлиги йўналиши билан θ бурчак ташкил қилиб ҳаракатланаётган молекуланинг нисбий тезлиги

$$v_{\text{нис}} = 2v_1 \sin \frac{\theta}{2}$$

ифода билан аниқланади (76- расм). v_1 нинг йўналиши билан θ ва $\theta + d\theta$ орасидаги бурчаклар ташкил қилувчи тезликларга эга бўлган молекулалар сони (75.4) формула билан ифодаланади. Ундан фойдаланиб қуйидагини оламиз:

$$v_{\text{нис}} = v_1 \int_0^{\pi} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta d\theta = \frac{4}{3} v_1.$$

Сўнгра (86.6) формуладан

$$\lambda = \frac{3}{4} \frac{1}{n\sigma} \quad (86.13)$$

ифодани топамиз.

3. Бирлик ҳажмдаги газ молекулаларининг бирлик вақтда тўқнашишларининг ўртача сони ν нинг ифодасини топинг.

Ечилиши. Бир молекуланинг бошқа молекулалар билан тўқнашишлари сони (86.5) ифода билан аниқланади. n молекулалар учун уни n га кўпайтириш ва иккига бўлиш керак, чунки бизнинг ҳисоблашимизда ҳар бир молекула икки марта: бир марта урувчи сифатида, иккинчи марта урилувчи сифатида ҳисобга олинади. Натижада қуйидагини оламиз:

$$\nu = \frac{zn}{2} = \frac{1}{2} n^2 \sigma \bar{v}_{\text{нис}} = \frac{1}{\sqrt{2}} n^2 \sigma \bar{v}. \quad (86.14)$$

4. Газ n_1 ва n_2 концентрацияли икки газ аралашмасидан иборат. Бир газ молекулаларининг иккинчи газ молекулалари билан бирлик вақтда тўқнашишлари ўртача тўла сони ν_{12} нинг ифодасини топинг.

Жавоби.

$$\nu_{12} = n_1 n_2 \sigma_{12} \bar{v}_{\text{нис}} = \sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2}} n_1 n_2 \sigma_{12} \bar{v}_1 = \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1}} n_1 n_2 \sigma_{12} \bar{v}_2. \quad (86.15)$$

87-§. Эффектив кесим

1. Молекулани чегаралаб турган сферанинг катта доираи бўйича кесим юзи молекуланинг эффектив кесими деб, аниқроғи, молекуланинг бошқа молекулалар билан тўқнашиб сочилишидаги газокинетик эффектив кесими деб аталади. Агар мазкур молекула худди шундай молекулалар билан тўқнашиб сочилаётган бўлса, у ҳолда эффектив кесим $\sigma = \pi d^2$ га тенг бўлади, бунда d — молекулалар диаметри. Агар r_1 радиусли молекула r_2 радиусли молекулаларда сочилаётган бўлса, у ҳолда эффектив кесим $\sigma = \sigma_{12} = \pi(r_1 + r_2)^2$ бўлади.

Эффектив кесим тушунчаси зарралар тўқнашишлари оқибатида вужудга келадиган турли ҳодисаларни текширишда кенг фойдаланилади. Тўқнашишда зарра ўз ҳаракати йўналишини ўзгартириши, яъни сочилиши мумкин. У ютилиши, ўзи тўқнашган молекулани парчадаши ёки атомни ионлаши мумкин. Шунга мувофиқ, *сочилиши*, *ютилиши*, *диссоциация*, *ионизация* ва ҳоказо эффектив кесимлари тўғрисида гапирилади. Барча бундай ҳолларда талаб қилинган натижага олиб келувчи тўқнашишлар ўртача сонини ҳисоблашда яққоллик учун бундай тасаввур қилиш мумкин: қаралаётган зарра (уни A зарра деяверамиз) бирор ўтказмайдиган «чегараловчи сфера» билан ўралган. У тўқнашадиган зарралар эса нуқтавийдир. Агар A зарра ҳаракатланаётган бўлса, бошқа зарралар эса ҳаракатсиз бўлса, у ҳолда уларни *майдон зарралари*, A заррани эса *синов зарраси* дейилади. Синов заррасининг майдон зарралари билан тўқнашишлари ўртача сони (86.1) формула бўйича аниқланади, бунда n — майдон зарралари концентрацияси, v — синов заррасининг майдон зарраларига нисбатан тезлиги, (86.1) формулани тегишли процесс эффектив кесими (σ) тушунчасининг таърифи сифатида қараш керак.

Ядро зарралари ва элементар зарралар тўқнашишлари бўйича ўтказиладиган экспериментларда (86.1) формула ва эффектив кесимнинг бошқача талқини қулаброқ. Бу ерда A зарра одатда ҳаракатсиз бўлади, бошқа зарралар эса у томонга учиб келади ва бомбардимон қилади. Шу муносабат билан агар бу зарралар ўзаро

параллел ҳаракат қилаётган бўлса, уларни *даста* дейилади, бомбардимон қилинаётган *A* заррани *нишон* дейилади. $I = nv$ катталик *дастанинг интенсивлиги*, яъни дастага тик бўлган бирлик юз орқали бирлик вақтда ўтувчи зарралар сони. Қаралаётган ҳолга тадбиқан (86.1) формулани

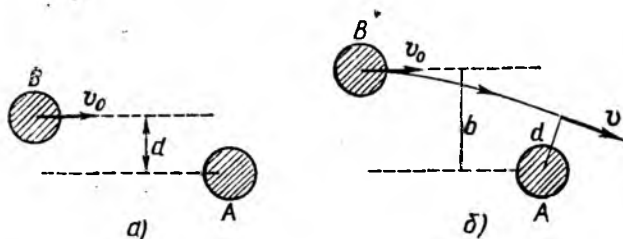
$$\sigma = \frac{z}{I} = \frac{\Delta N}{I} \quad (87.1)$$

кўринишда ёзиб олиш лозим. $\Delta N = z$ катталик *A* зарра — нишон билан тўқнашиш оқибатида бирлик вақтда дастадан чиқиб кетган зарраларнинг ўртача сонини билдиради. Шундай қилиб, зарранинг бирор процессга нисбатан эффектив кесимининг қуйидаги таърифини бериш мумкин. *Талаб қилинган натижгага* (сочилишга, ютилишга, ионизацияга, ёпишишга ва ҳ. к.) *олиб келувчи тўқнашишлар оқибатида бирлик вақтда дастадан чиқиб кетган зарралар ўртача сонининг дастанинг ўз интенсивлигига нисбатини эффектив кесим дейилади.*

2. У ёки бу процессларнинг эффектив кесими, умуман айтганда, тўқнашувчи зарраларнинг нисбий тезлигига кучли боғлиқдир. Масалан, тўқнашишларда атомларнинг ионланишини қарайлик. Агар тўқнашувчи атомларнинг нисбий ҳаракати кинетик энергияси $\epsilon_{\text{нис}}$ атомнинг ионланиш энергиясидан кичик бўлса, ионланиш содир бўлмайди. Бу ҳолда ионизация эффектив кесими нолга тенг бўлади. $\epsilon_{\text{нис}}$ ионланиш энергиясига тенг ёки ундан ортиқ бўлса, ионланиш мумкин бўлади. Шунинг учун, ионланиш эффектив кесими тўқнашувчи атомлар нисбий ҳаракати тезлиги $v_{\text{нис}}$ га боғлиқ бўлиши кераклиги раванш. Атом ядроларининг бўлиниши, химиявий ва термоядро реакциялар ва шу каби процессларда эффектив кесим $v_{\text{нис}}$ га кучли боғлиқ бўлади. Бундай процессларнинг эффектив кесимларини ҳисоблашни квант механикаси қонунлари ва ҳисоблаш методлари ёрдамида бажарилади. Бу бобда молекула ва атомларнинг бошқа молекула ва атомларда фақат эластик сочилиши процесслари ҳақида гап боради. Бу ҳолларда тўқнашувчи зарраларнинг ички ҳолати ўзгармайди. Бундай процессларнинг кўндаланг кесими эса зарраларнинг нисбий тезлигига жуда кучсиз боғланган. Мана шунинг учун уларни ўрганишда қаттиқ шарчалар моделидан фойдаланиш мумкин, бу моделда σ кўндаланг кесим нисбий тезликка бутунлай боғлиқ эмас.

3. Ҳақиқатда нисбий тезлик ошиши билан молекулалар сочилиши кўндаланг кесимининг бирмунча камайиши кузатилади. Бу ҳодисани 1893 йилда Сёзерленд (1859 — 1912) тушунтириб берди. У қаттиқ эластик шарлар моделдан фойдаланди, лекин у тўқнашишлар орасида молекулаларнинг бир-бирига таъсир қиладиган тортишиш кучларини ҳисобга олди. Бири иккинчисини ёнидан учиб ўтаётган молекулаларни тортишиш кучлари бирмунча яқинлаштиради ва бу кучлар йўқлигида мумкин бўлмаган баъзи тўқнашишларни мумкин бўладиган қилади. Бу сабаб сочилишнинг σ эффектив кесимининг ошишига олиб келади.

Масалани, миқдорий жиҳатдан текширамиз. Нисбий ҳаракатни қараётиб, 1 молекула ни ҳаракатсиз, *B* молекула ни эса ҳаракатланади деб ҳисоблаймиз (77-расм). *B* молекуланинг чексизликда нисбий тезлигини v_0 деб белгилаймиз. Молекулалар орасидаги *мўлжал масофа*, яъни *A* молекула марказидан v_0 вектор йўналган тўғри чизиққа туширилган перпендикулярнинг узунлиги *b* бўлсин. Агар молекулалар ўзаро таъсирлашишмаса ва $b > d$ бўлса, бу ҳолда улар ораси



77- расм.

да тўқнашиш бўлиши мумкин эмас. Тортишиш кучлари мавжуд бўлганида эса бу ҳолда ҳам тўқнашиш юз бериши мумкин, бу 77-б расмдан кўриниб турибди. Агар b — мўлжал масофанинг ҳали тўқнашиш мумкин бўлган максимал қиймати бўлса, бу ҳолда эффектив кесим $\sigma = \pi b^2$ бўлади. Тортишиш кучлари бўлмаганидаги эффектив кесим $\sigma = \pi d^2$. Кучлар марказий кучлар бўлмаганлиги сабабли юзлар қонуни бўйича $v_0 b = v d$, бундаги v — B молекуланing A молекула билан максимал яқинлашиш пайтидаги тезлиги. Квадратга ошириб $\sigma v_0^2 = \sigma_0 v^2$

ҳосил қиламиз. v ning катталигини $1/2 \mu v^2 = 1/2 \mu v_0^2 + A$ энергия тенгламасидан топилади, бунда A — марказий тортишиш кучларининг B молекулани «чексизликдан» A молекула билан максимал яқинлашиш вазиятигача кўчиришда бажарган иши. μ — келтирилган масса. Нисбий ҳаракат кинетик энергияси $\epsilon_{\text{нис}} = 1/2 \mu v_0^2$ ни киритамиз. U ҳолда: $\sigma \epsilon_{\text{нис}} = \sigma_0 (\epsilon_{\text{нис}} + A)$, ёки

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \frac{A}{\epsilon_{\text{нис}}} \right).$$

Бу формула, унинг келтириб чиқарилишидан равшанки, ўзаро таъсирлашувчи A ва B мол екулаларнинг бир жуфтига бўлган ҳолларда қўлланилиши мумкин. Газда молекулалар орасидаги ўзаро таъсирни *жуфт-жуфт* таъсирлашиш деб қараш мумкин бўлган шароитдагина юқоридаги формулани газ молекулаларига қўллаш мумкин. Бу тақрибда молекулага унга етарлича яқинлашган бошқа бир молекула томонидан таъсир қилувчи тортишиш кучлари ҳисобга олинади. Барча бошқа молекулаларнинг таъсир ҳисобга олинмайди. Газ етарлича сийрак бўлган, молекуляр тортишиш кучлари ўзаро таъсирлашувчи молекулалар орасидаги масофа ортиси билан етарлича тез камаядиган ҳолдагина ўшандай қилиш мумкин. Сийрак газда бир вақтда учта ва ундан кўп молекула яқинлашадиган ва ўзаро таъсирлаша бошлайдиган ҳоллар кам эҳтимолли ва шу сабабдан улар эътиборга олинмайди.

Газ ҳолида $\epsilon_{\text{нис}}$ ўзаро таъсирлашувчи молекулаларнинг бир жуфтидан иккинчисига ўтишда барча мумкин бўлган қийматларни қасул қилиши мумкин. Шунинг учун $1/\epsilon_{\text{нис}}$ катталикни барча нисбий тезликлар бўйича ўртачалаштириб, молекуланинг бирор ўртача эффектив кесими тушунчасини кўйтиш мақсадга мувофиқдир. Буни бажариб ва ўртачалаштирилган эффектив кесимни олдинг σ ҳарф билан белгилаб,

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \frac{S}{T} \right) \quad (87.2)$$

кўринишдаги формулага келамиз, бундаги S — *Сезерленд доимийси* деб аталадиган янги доимий. U температура ўлчамлигига эга. (87.2) формулани *Сезерленд формуласи* дейилади.

4. Агар σ эффектив кесим тўқнашувчи зарралар нисбий тезлигига жуда боғлиқ бўлса, у ҳолда (86.14) ва (86.15) формулаларни

$$v = \frac{1}{2} n^2 \langle \sigma v_{\text{нис}} \rangle, \quad (87.3)$$

$$v_{12} = n_1 n_2 \langle \sigma v_{\text{нис}} \rangle \quad (87.4)$$

кўринишда ёзиш лозим, бунда ўртачалаштиришни *газ зарралари нисбий тезликларининг бутун спектри* бўйича хусусан, агар Максвелл тақсимоти ўрнашган бўлса, шу тақсимот бўйича бажариш керак. (87.3) ва (87.4) формулалар химиявий ва термоядро реакциялари тезлигини ҳисоблашда қўлланади. Бу ҳолларда σ катталики $v_{\text{нис}}$ га жуда кучли боғлиқ бўлади. (Ёнувчи аралашма алангаланиши учун уни бирор минимал температурагача қиздириш керак!) Барча реакцияга киришувчи зарралар бир хил бўлган ҳолда (87.3) формула, реакцияга киришувчи зарралар ҳар хил бўлган ҳолда (87.4), формула бирлик ҳажмдаги реакциялар ўртача сонини беради. Агар ҳар бир реакцияда E энергия ажралса, u ҳолда, равшанки, бирлик ҳажмга нисбатан «реактор»нинг энергетик қуввати қуйидагича бўлади:

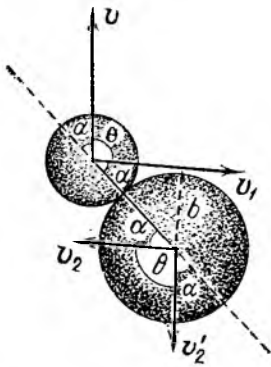
$$P = vE \quad (87.5)$$

МАСАЛА

Массалар маркази системасида эластик тўқнашишларда шарларнинг сочилиши сферик симметрик бўлишини кўрсатинг.

Ечилиши. Фараз қилайлик, v_1 биринчи шарнинг, v_2 иккинчи шарнинг тезлиги бўлсин (78-расм). Массалар маркази системасида

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0.$$



78-расм,

Тўқнашишда шарлар бу системада импульсларнинг нормал ташкил этувчиларини ўзаро алмашишдади, аммо уларнинг уринма (тангенциал) ташкил этувчилари ўзгармай қолади. Бундан келиб чиқадики, массалар маркази системасидаги шарларнинг тезликлари ўз қиймати бўйича ўзгармайди, балки бир хил θ бурчакка (*сочилиш бурчаги*) бурилади, холос. α — зарб пайтида шарларнинг бошланғич тезликларининг марказлари чизиги билан ташкил қилган бурчак бўлсин. У ҳолда, расмдан кўриниб турганидек,

$$2\alpha + \theta = \pi, \text{ яъни } \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}.$$

Мўлжал масса-софа. $b = d \sin \alpha = d \cos \frac{\theta}{2}$. Энди $\sigma = \pi d^2$ ўл-

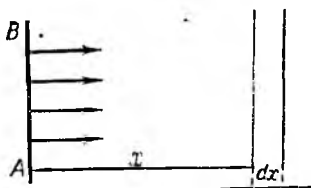
син. $d\sigma = 2\pi b db$ эса b ва $b + db$ радиусларга эга бўлган ҳалқанинг юзи. У ҳолда $d\sigma = \frac{1}{2} \times \pi d^2 \sin \theta d\theta$. Фазовий $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ бурчакка сочилиш эҳтимоллиги

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{d\Omega}{4\pi}$$

га теиг, яъни $d\Omega$ катталиikka пропорционал. $1/4 \pi$ пропорционаллик коэффициентини θ га боғлиқ эмас. Бу эса сочилишнинг сферик симметрик бўлишини билдиради.

88-§. Молекулаларнинг эркин югуриш узунликлари бўйича тақсимоти

1. Газда молекулаларнинг параллел дастгаси тарқалмоқда деб фараз қилайлик. Бу даста бошқа газ молекулаларидан ташкил топган ташқи даста бўлиши мумкин. Лекин даста ўша газнинг молекулаларидан ташкил топган бўлиши ҳам мумкин. Масалан, бирор вақт momentiда газда маълум бир йўналишли тезликка эга бўлган молекулалар белгиланган деб тасаввур қилиш мумкин. J_0 — дастанинг ўзига перпендикуляр бўлган AB текисликни кесиб ўтаётганидаги интенсивлиги бўлсин (79-расм). Ўша дастанинг AB текисликдан x масофадаги J интенсивлигини топайлик. Қалинлиги dx кўндаланг кесим юзи $S=1$ бўлган чексиз юпқа газ қатламини олайлик. Ундаги газ молекулалари сони: $nSdx$. Эффе́ктив кесимнинг



79-расм*

(87.1) таърифига мувофиқ, газнинг бир молекуласи билан тўқнашиш оқибатида дастадан чиқиб кетган зарраларнинг ўртача сони $J\sigma$ га тенг, $n dx$ молекулалар билан тўқнашиш оқибатида эса дастадан чиқиб кетган зарралар ўртача сони $dN = J_0 n dx = \frac{J}{\lambda} dx$. dx қатламдан ўтгандан сўнг даста интенсивлиги dN миқдор қадар камаяди, шунинг учун

$$dJ = -\frac{J}{\lambda} dx. \quad (88.1)$$

Бу ифодани интеграллаш қуйидагини беради:

$$J = J_0 e^{-x/\lambda}. \quad (88.2)$$

Сочилиш туфайли дастанинг интенсивлиги экспоненциал равишда камаяди. Шу билан боғлиқ равишда $1/\lambda$ ни *сочилиш коэффициентини* дейилади. (88.1) формулага мувофиқ, dx/λ катталик dx йўлда сочилиш эҳтимоллигини, $1/\lambda$ эса *бирлик узунликда сочилиш эҳтимоллигини* аниқлайди.

(88.2) формулани қуйидагича талқин қилиш ҳам мумкин. Агар N_0 катталик AB юз орқали ўтган зарралар сони бўлса, у ҳолда x масофани тўқнашишсиз ўтган зарралар сони қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$N = N_0 e^{-x/\lambda}. \quad (88.3)$$

($x, x + dx$) қатламда тўқнашишга дуч келган зарралар сони: $|dN| = \frac{1}{\lambda} N_0 e^{-x/\lambda} dx$. Зарралар тўқнашишсиз ўтган ўртача йўл:

$$\bar{x} = \frac{1}{N_0} \int x |dN| = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} x e^{-x/\lambda} dx = \lambda,$$

У, худди кутилганидек, эркин югуриш узунлиги λ билан мос тушади.

2. Қуйида баён қилинадиган кўчиш ҳодисалари элементар на-

зарияси учун муҳим бўлган бошқа бир ҳолга ҳам (88.3) формулани татбиқ қилиш мумкин. Бирор вақт momentiда газнинг барча молекулалари тезликлари йўналишларини қарама-қаршисига ўзгартирди, лекин ўз сон қийматларини сақлаб қолди деб тасаввур қилайлик. Бундай алмаштириш газ молекулалари ҳаракати тартибсизлигига таъсир қилмайди. Бироқ, ҳар бир молекула олдинги ҳаракатини аниқ, лекин тескари йўналишда такрорлайди. Бундан қуйидаги натижа келиб чиқади. AB юзни унга тик йўналишда ҳаракатланаётган W_0 та молекула кесиб ўтган бўлсин. Барча бу молекулаларни белгилаб оламиз. AB юздан x масофада белгили молекулалар сони $N = N_0 e^{-x/\lambda}$ бўлади. AB юзга яқинлашган сари, тўқнашишлар оқибатида, бу сон орта боради. x ва $x + dx$ орасида тўқнашишларга дуч келган белгили молекулалар сони олдинги $|dN| = \frac{1}{\lambda} N_0 e^{-x/\lambda} dx = N \frac{dx}{\lambda}$ ифода билан аниқланади.

3. Эркин югуриш узунлигини ўлчашнинг тўғридан-тўғри усули (88. 2) ва (88.3) формулаларга асосланган. Бу усулни М. Борн (1882—1970) ва Е. Борман 1921 йилда таклиф қилган ва амалга оширган.

Тажриба ғояси қуйидагидан иборат. Буғлантириш йўли билан кумуш атомлари (диафрагмалар билан кескин чегараланган) дастаси ҳосил қилинган. Дастанинг йўлида бир-биридан 1 см масофада 4 та коаксиал диск ўрнатилган (80- расм), бу дискларда марказ-



80- расм.

лари система ўқида ётган бир хил доиравий тешиklar кесилган. Шу тешиklar орқали кумуш атомлари ўтадиган бўлган. Ҳар бир дискда учи система ўқида ётган шиша квадрант маҳкамланган (80-расмда квадрантлардан бири ён томондан тасвирланган). Квадрантлар бир-бирига нисбатан 90° га бурилган, шу сабабли уларнинг ҳар бирига даста атомларининг чорак қисми йўналган. Бутун система кварц найчада жойлашган бўлиб, ундаги ҳаво босимини насос ёрдамида ўзгартирилар ва манометр билан ўлчанар эди. Дисклар-

ни суюқ азот билан совитиб турилган. Манбадан келиш йўлида кумуш атомлари ҳаво молекулалари томонидан қисман сочилиб, кейин эса даста йўлидаги квадрантларда конденсацияланар эди. Фараз қилайлик, N_1, N_2, N_3, N_4 — квадрантларда ўтириб қолган кумуш атомлари сонлари бўлсин. У ҳолда (88.3) формулага мувофиқ,

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{x_2 - x_1}{\lambda}}, \quad \lambda = \frac{x_2 - x_1}{\ln \frac{N_1}{N_2}}$$

бўлиши керак. Ҳар бир квадрантлар жуфти учун шунга ўхшаш муносабатларни ёзиш мумкин. N_1/N_2 нисбатни квадрантлар қорайиши (фотометрия усули билан аниқланадиган) даражасига қараб

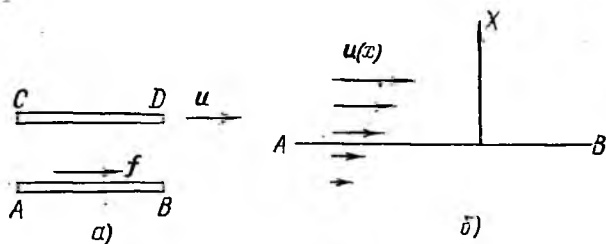
ўлчаш мумкин. Сўнгра, дисклар орасидаги ($x_2 - x_1$) масофани билган ҳолда, эркин югуриш ўртача узунлиги λ ни ҳам топиш мумкин. Шу йўл билан топилган λ нинг қийматлари пастроқда баён қилинадиган бошқа усуллар берадиган натижалар билан қониқарли мос тушади. Шунингдек, λ катталиқ, (86.2) формула талаб қилганидек, найчадаги ҳавонинг P босимига тескари пропорционал бўлиши кўрсатиб ўтилган эди.

4. Борн ва Борман тажрибалари кумуш атомларининг ҳаво молекулаларида сочилишининг эффектив кесимини беради. Даста ҳам, газ ҳам *бир хил* молекулалардан иборат бўлган ҳол яна ҳам муҳимдир. У ҳолда λ эркин югуриш ўртача узунлиги газнинг ўз характеристикаси бўлади. Уни билган ҳолда, (86.3) формула бўйича σ эффектив кўндаланг кесимни ҳисоблаш мумкин, сўнгра эса σ билан $\sigma = \pi d^2$ муносабат орқали боғланган молекуланинг газокинетик диаметрини (d) топиш мумкин. Худди шу йўл билан биринчи марта Лошмидт (1821—1895) молекулаларнинг геометрик ўлчамини аниқлаган.

Эркин югуриш узунликлари ҳақидаги асосий маълумотлар билвосита усуллар билан олинган эди. Бу усуллар *кўчиш ҳодисаларини*: ички ишқаланиш, иссиқлик ўтказувчанлик ва диффузия ҳодисаларини ўрганишга асосланган эди. Феноменологик нуқтаи назардан ички ишқаланиш ҳодисасини I томда суюқликлар ва газлар механикаси бўлимида, иссиқлик ўтказувчанликни шу томнинг тўртинчи бобида қараб чиққан эдик. Кейинги параграфларда бу ҳодисаларни, шунингдек, диффузия ҳодисасини молекуляр-кинетик нуқтаи назардан баён қиламиз. Айтиб ўтилган ҳодисаларнинг қатъий молекуляр-кинетик назарияси жуда мураккаб. У *Больцман кинетик тенгламаси* дейилувчи тенгламанинг тақрибий ечимларидан иборат бўлади. Бу тенглама газлар кинетик назариясида асосий тенгламадир. Принцип жиҳатдан, бу тенглама фақат газнинг мувозанат ҳолатидагина эмас, балки газда турли процесслар юз бераётган ҳолда ҳам газ молекулаларининг координаталар ва тезликлар бўйича тақсимооти функциясини топиш имконини беради. Бироқ биз Больцман тенгламасидан фойдаланмаймиз. Ички ишқаланиш ва иссиқлик ўтказувчанликни баён қилишда эркин югуриш ўртача узунлиги тушунчасидан фойдаланиладиган анча соддароқ йўлни танлаб оламиз. Диффузия назариясида эркин югуриш ўртача узунлиги ҳамма вақт ҳам қулай бўлавермайди. Шунинг учун диффузия назариясини баён қилишда у усулни биз (91.3) *Эйнштейн муносабати*га асосланган бошқа усул билан тўлдирамиз. Соддалаштирилган назариялар кўчиш ҳодисаларининг барча муҳим хусусиятларини қамраб олади. Унда фақат формулалардаги сон коэффициентларнинг қийматларигина унча аниқ чиқмайди.

89-§. Газларнинг ички ишқаланиши ва иссиқлик ўтказувчанлиги

1. Газларда *ички ишқаланишининг* мавжудлиги қуйидаги мисолда намоён қилинади. Иккита параллел AB ва CD пластинкалар орасида ҳаво ёки бошқа газ бор (81-а расм). CD пластинка



81- расм.

ҳаракат қилганида AB пластинкага таъсир қилувчи ва ҳаракат томонига йўналган куч пайдо бўлади. Бу куч ички ишқаланиш кучининг ўзидир. Аммо AB ва CD пластинкалар оралиғи газ молекуласи эркин югуриш ўртача узунлигига нисбатан жуда катта бўлган ҳолдагина ички ишқаланиш ҳақида гапириш мумкин. У ҳолда пластинкалар борлигига эътибор қилмасдан, газнинг ўзининг ичида таъсир қилаётган кучлар тўғрисида гапириш мумкин. Газ чексиз ва горизонтал йўналишда ясси-параллел қатламлар кўринишида стационар ҳаракат қилмоқда деб тасаввур қилайлик. Бу макроскопик ҳаракатнинг u тезлиги қатламларга перпендикуляр йўналишда ўзгаради. Бу йўналишни X ўқи деб қабул қиламиз (81-б расм). Шундай қилиб, $u = u(x)$ деб фарз қиламиз. Газни қатламларга параллел AB текислик билан тенг иккига бўламиз. Аниқлик учун $u(x)$ тезлик x ортиши билан ортади деб фарз қиламиз. У ҳолда газнинг юқориги ярми пастки ярмига ўнгга йўналган куч билан, пасткиси эса юқоригисига — чапга йўналган куч билан, таъсир қилади. Бу кучлар ички ишқаланиш кучларидир.

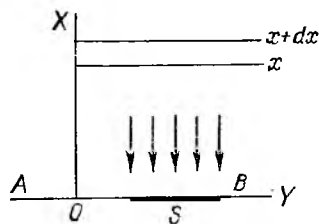
Молекуляр нуқтани назардан ички ишқаланиш кучларининг келиб чиқиши қуйидаги тарзда тушунтирилади. Агар газ тинч турса, у ҳолда унинг молекулалари тезликларининг барча йўналишлари тенг эҳтимолли бўлар эди. Ҳар бир молекуланинг ўртача тезлиги ва ўртача ҳаракат миқдори нолга тенг бўлар эди. Газнинг тартибли ҳаракати мавжуд бўлганида молекуланинг ўртача тезлиги нолга эмас, балки $u = u(x)$ га тенг. Бу тезлик қаралаётган молекула эга бўладиган $g = tu$ ҳаракат миқдори билан боғлиқ. Уни тартибли ҳаракат миқдори дейишга шартлашамиз. AB текисликдан юқоридаги молекулалар унинг остидаги молекулалардан кўра каттароқ тартибли ҳаракат миқдорига эга бўлади. AB текислик юқорисидаги фазодан унинг остидаги фазога ўтган молекулалар AB текислик остидаги фазода ўзи тўқнашган молекулаларга ўз тартибли ҳаракат миқдорининг бир қисмини беради. Бу қуйидагича намоён бўлади: AB текислик остидаги газга u тезлик томонига йўналган куч таъсир қилади. Худди шундай, секинроқ молекулалар «пастки» фазодан «юқориги» фазога ўтиб, тўқнашишларда AB текислик устидаги молекулалардан тартибли ҳаракат миқдорининг бир қисмини тортиб олади. Натижада юқориги фазодаги газга u тезликка қарши йўналишда тормозловчи куч таъсир қилади. Бу кучлар ички ишқаланиш кучлари бўлади.

Ички ишқаланишнинг вужудга келишини тушунтириш учун

қуйидаги ўхшатиш фойдалидир. Икки темир йўл платформаси параллел рельслар бўйича бир оз фарқланувчи тезликлар билан ҳаракат қилмоқда. Платформалардаги юкчилар ўз платформасидан қўшни платформага қум солинган қоқларни ташламоқдалар. Равшанки, бунинг оқибатида тезроқ ҳаракатланаётган платформа тор-мозланади, секинроқ ҳаракатланаётгани эса тезлашади.

2. Энди ички ишқаланиш ҳодисасини миқдорий жиҳатдан текшираемиз. Масаланинг моҳиятини яхшироқ аниқлаб олиш мақсадида дастлаб жуда соддалашган ҳисобни қараб чиқамиз. Барча молекулалар иссиқлик ҳаракати тезликларини бир хил ва v га тенг деб ҳисоблаймиз. Бундан ташқари, иссиқлик ҳаракатини текширганда гўё барча молекулалар координаталар ўқларига параллел олтига бир хил оқимга ажралган деб мулоҳаза юритамиз. Шундай қилиб, барча молекулаларнинг олтидан бири юқоридан пастга, яна олтидан бири пастдан юқорига ҳаракат қилади. Фақат шу икки оқимнинг молекулаларигина ҳаракат миқдорини узатишда иштирок қилади. Қолган тўрт оқимнинг молекулалари AB текисликка параллел ҳаракатланади. Улар эркин югуриш ўртача узунлиги λ га таъсир қилади, лекин ҳаракат миқдорини узатишга бевосита алоқадор бўлмайди. Молекулаларнинг юқоридан пастга ва пастдан юқорига томон иссиқлик ҳаракатига ўннга томон тартибли ҳаракат қўшилади, бунда бу ҳаракатнинг u тезлиги бир қийматли равишда молекуланинг вазияти, аниқроғи, унинг x координатаси билан аниқланади. Тартибли ҳаракат тезлиги u нинг эркин югуриш узунлиги масофасида ўзгаришини иссиқлик ҳаракати тезлиги v га нисбатан анча кичик деб фараз қиламиз. У ҳолда бу системада тартибли ҳаракат u тезлиги газнинг бизни қизиқтирадиган қисмида иссиқлик ҳаракати v тезлигидан жуда кичик бўладиган саноқ системасини танлаб олиш мумкин. Келгусида, ҳаракатни худди шундай саноқ системасида қаралади.

AB текисликда бирлик S юзни оламиз (82- расм). Координаталар бошини ҳам шу текисликда жойлаймиз. Ҳар секундда газ молекулалари шу S юз орқали олиб ўтадиган ҳаракат миқдорини ҳисоблаймиз. S юзни бирлик вақтда юқоридан пастга кесиб ўтувчи молекулалар сони (75.1) формула билан аниқланади, яъни қуйидагига тенг:



82- расм.

$$N_0 = \frac{1}{6} nv.$$

Бу молекулаларнинг N таси S юз олдида тўқнашишсиз x йўл ўтган бўлсин. N сон (88.3) формуладан аниқланади. Бу формуладан x ва $x + dx$ орасидаги қатламда охириги тўқнашишга дуч келган молекулалар сони

$$dN = \frac{1}{\lambda} N_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} dx = \frac{nv}{6\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} dx$$

га тенг эканлигини топамиз. Бу қатламда тўқнашишда молекула $g(x)$ ҳаракат миқдори олади ва тўқнашишсиз ҳаракатланиб, бу ҳаракат миқдорини S юз орқали олиб ўтади. Барча N_0 молекуларнинг S юз орқали бирлик вақтда олиб ўтган ҳаракат миқдори

$$G_+ = \int g(x) dN$$

интеграл орқали аниқланади. Эркин югуриш узунлиги масофасида u тезлик кам ўзгаргани туфайли $g(x)$ функцияни x нинг даражалари бўйича қаторга ёйиш, бу қаторнинг чизиқли ҳади билан чекланиш мумкин, яъни $g(x) = g_0 + x \left(\frac{dg}{dx} \right)_0$. Бу яқинлашишда:

$$G_+ = g_0 \int dN + \frac{n v}{6 \lambda} \frac{dg}{dx} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{\lambda}} x dx.$$

Интегралларни ҳисоблаб чиқиб, қуйидагини топамиз:

$$G_+ = \frac{1}{6} n v g_0 + \frac{1}{6} n v \lambda \frac{dg}{dx}. \quad (89.1)$$

Бу ифодани $G_+ = 1/6 n v g(\lambda)$ кўринишда ёзиш мумкинлигини таъкидлаймиз. Бундан кўринишича, G_+ ни ҳисоблашда, гўё S юзга томон учиб бораётган барча молекулалар бу юздан λ масофада охириги марта тўқнашган ва кейин унга томон тўқнашишсиз ҳаракат қилган деб мулоҳаза юритиш мумкин. Бошқа кўчиш ҳодисаларини ўрганишда ҳам, (баённи қисқа қилиш учун) исботланган қоидадан фойдаланиш мумкин. Фақат шуни айтиш керакки, n концентрация фазода ўзгариши мумкин. Аммо бу ҳол (89.1) формуласининг тўғрилигига ҳеч таъсир қилмайди. Ҳақиқатан, уни келтириб чиқаришдан равшанки, g миқдорни кўчиришда иштирок этаётган молекулаларнинг юқориги ёки пастки дасталари қаралаётганидан қатъи назар, n деганда концентрациянинг худди S юздаги қийматини тушуниш керак. Молекулалар «охириги тўқнашишларга» дуч келган S юздан $\pm \lambda$ масофадаги n концентрациянинг қийматини олиш керак деб ҳисоблаш қўпол хато бўлар эди. Ҳисоблашнинг бундай усулини фақат кўчирилиш g миқдорга нисбатан қўллаш мумкин, лекин n концентрацияга нисбатан мумкин эмас.

(89.1) га ўхшаш, пастдан юқорига учиб борувчи молекулалар шу йўналишда

$$G_- = \frac{1}{6} n v g_0 - \frac{1}{6} n v \lambda \frac{dg}{dx}. \quad (89.1 \text{ а})$$

ҳаракат миқдори олиб ўтади деб тасдиқлаш мумкин. S юз орқали X ўқнинг мусбат йўналишида (пастдан юқорига) ҳар секундда олиб ўтиладиган тўла ҳаракат миқдорини (89.1) ни (89.1а) дан айириш билан топилади. У қуйидагига тенг:

$$G = -\frac{1}{3} n v \lambda \frac{dg}{dx} = -\frac{1}{3} n m v \lambda \frac{dU}{dx}. \quad (89.2)$$

Бу кўчиш AB текислик бўйлаб таъсир қилувчи

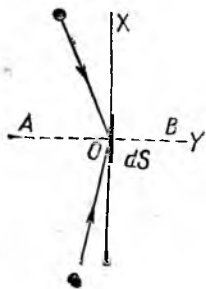
$$\tau_{xy} = \eta \frac{du}{dx} \quad (89.3)$$

қовушоқлик тангенциал кучланиш кўринишида намоён бўлади, бунда

$$\eta = \frac{1}{3} n m v \lambda. \quad (89.4)$$

Биз фақат ички шиқаланишининг Ньютон қонунини ҳосил қилиб қолмай, балки ички шиқаланиш μ коэффициентини ушун ҳам ифода топдик.

3. Аммо ҳар қандай кучланишлар тензори симметрик тензор бўлиши керак. Акс ҳолда ҳаракат миқдори моментининг сақланиш қонуни бузилган бўлар эди (I т., 74- § га қ.). Шунинг учун қовушоқлик кучланишлари фақатгина газ оқими текисликларида эмас, балки уларга перпендикуляр бўлган текисликларда ҳам таъсир қилиши керак. Шу сабабли бу кучланишлар қандай вужудга келишини аниқлаш ва уларнинг симметрия шарти $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ни қаноатлантиришига ишонч ҳосил қилиш зарур. Шу мақсад билан чексиз кичик dS юзни газ оқими йўналишига перпендикуляр равишда ориентирлаймиз (83- расм). Шундай қилиб, олдингидек, газ Y ўққа параллел оқади деб фараз қилинади ва иссиқлик ҳаракати тезликлари X ўққа параллел бўлган молекулалар группаси қаралади. Молекуляр оқим мавжуд бўлганлиги туфайли, молекулалар тезлигининг $u(x)$ ён ташкил этувчиси бўлади. Шу туфайли ҳам текшириляётган ҳолда dS юзни кесиб ўтувчи молекулалар оқи-



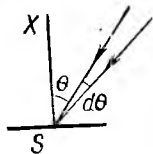
83- расм.

ми пайдо бўлади. Юқоридан келаётган молекулалар дастасини қарайлик. Юқоридаги исбот асосида гўё дастанинг барча молекулалари dS юздан (X ўқи бўйлаб ўлчанган) λ масофада охириги марта тўқнашган деб мулоҳаза юритиш мумкин. dS юзни бирлик вақтда кесиб ўтаётган бундай молекулалар сони $\frac{1}{6} n u(\lambda) dS$ га тенг. Улар олиб ўтаётган ҳаракат миқдори $dG_+ = \frac{1}{6} m v n u(\lambda) dS$ бўлиб, у пастга йўналган. Пастдан келаётган молекулалар сони камроқ ва $\frac{1}{6} n u(-\lambda) dS$ га тенг бўлади. Улар билан боғланган ҳаракат миқдори оқими $dG_- = \frac{1}{6} m v n u(-\lambda) dS$ бўлиб, у юқорига йўналган.

Бу икки оқимнинг $dG = dG_- - dG_+ = -\frac{1}{3} m v n \lambda \frac{dU}{dx}$ айирмаси dS юз орқали юқорига бирлик вақтда кўчирилган тўла ҳаракат миқдори оқимини беради. Y газ оқими йўналишига перпендикуляр бўлган текисликларда таъсир этувчи $\tau_{yx} = \frac{1}{3} m n v \lambda \frac{dU}{dx}$ тангенциал (уринма) кучланиш пайдо бўлишида намоён бўлади. Шундай қилиб, «кўндаланг» тангенциал кучланишлар келиб чиқишини аниқладик ва $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ бўлишини исботладик.

4. Молекулаларни олтига ўзаро перпендикуляр оқимларга сунъий ажратмасдан ҳам мулоҳазаларни такомиллаштириш мумкин эди. Дастлаб, молекулалар тезликлари миқдор жиҳатидан бир хил, лекин йўналишлар бўйича изотроп тақ-

симланган деб ҳисоблаймиз. Оқаяётган газнинг қатламларига параллел текисликларда таъсир этувчи τ_{xy} тангенциал кучланишни ҳисоблаймиз. Перпендикуляр текисликлардаги τ_{yx} тангенциал кучланишларни ҳисоблаш ҳам шунга ўхшаш бўлади. S юзга нормал билан θ ва $\theta + d\theta$ бурчак ташкил қилиб йўналган (84-расм) тезликларга эга бўлган бирлик ҳажмдаги молекулалар сони (75.4) орқали ифодаланади, яъни у $1/2 n \sin \theta d\theta$ га тенг. Улар кўчириб ўтадиган ҳаракат миқдорини ҳисоблашда g ўё уларнинг ҳаммаси S юздан λ масофада (агар бу масофани молекула ҳаракати йўналишида ўлчанса) ёки $\lambda \cos \theta$ масофада (агар бу масофани X ўқи бўйлаб ўлчанса) охириги тўқнашишга дуч келган деб мулоҳаза юритиш мумкин. Қаралаётган молекулалар юқоридан пастга



84-расм.

$$dG_+ = \frac{nv}{2} \sin \theta d\theta g(\lambda \cos \theta) \cos \theta = \frac{nv}{2} g_0 \sin \theta \cos \theta d\theta + \frac{nv\lambda}{2} \frac{dg}{dx} \cos^2 \theta \times \sin \theta d\theta.$$

ҳаракат миқдорини кўчириб ўтади. Юқоридан пастга кўчирилган тўла ҳаракат миқдори бу ифодани $\theta = 0$ дан $\theta = \pi/2$ оралиқда интеграллаш орқали топилади. У $G_+ = \frac{nv}{4} g_0 + \frac{nv\lambda}{6} \frac{dg}{dx}$ га тенг. Шунга ўхшаш равишда п астан юқорига кўчирилган G_- ҳаракат миқдори топилади. Ҳаракат миқдори тўла оқими учун, юқорида келтирилган содда ҳисоблашдагидек, $G = G_- - G_+ = -\frac{nv\lambda}{3} \frac{dg}{dx}$ ифода, η учун эса олдинги (89.4) ифода ҳосил бўлади.

Энди тезликлар тарқоқлигини ҳисобга олиш қийин эмас. Бунинг учун фақат $v\lambda$ кўпайтмани барча тезликлар бўйича ўртачалаш керак, яъни (89.4) ўрнига

$$\eta = 1/3 nm \langle v\lambda \rangle \quad (89.5)$$

деб ёзиш керак. Агар σ кўндаланг кесимнинг тезликка боғлиқлиги эътиборга олинмаса, у ҳолда фақат v ни ўртачалаш керак, яъни

$$\eta = 1/3 nm \bar{v}. \quad (89.6)$$

5. Худди шундай тарзда *иссиқлик ўтказувчанлик* ҳодисасини ҳам текшириш мумкин. Бу ерда ҳаракат миқдори кўчиши ўрнига *гап энергия кўчиши* ҳақида кетади. *Иссиқлик сифимлар классик назарияси* ўринли бўлган температуралар соҳасида молекула энергияси температурага пропорционал ва $\epsilon = mc_v T$ кўринишда ифодаланиши мумкин, бунда c_v газнинг ҳажми доимий бўлгандаги иссиқлик сифими. Газ X ўқиға перпендикуляр бўлган икки ўтказувчан текисликлар орасида жойлашган ва бу текисликларнинг T_1 ва T_2 температураси ўзгармас бўлсин. У ҳолда, худди шунга ўхшаш ҳолда ҳаракат миқдори узатилиши қандай рўй берган бўлса, худди ўшандай тарзда иссиқлик узатилиши юз беради. q иссиқлик оқимини ҳисоблаш учун (89.2) формуладан (унда g импульсни $\epsilon = mc_v T$ энергияга алмаштириб) фойдаланиш мумкин. Бу ҳолда

$$q = -\frac{1}{3} nm \bar{v} \bar{c}_v \frac{dT}{dx}$$

ҳосил бўлади. Бу формулани (52.3) формула билан таққослаб, газнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти ифодасини олаемиз:

$$\kappa = 1/3 nm \bar{v} \bar{c}_v \lambda. \quad (89.7)$$

Нотекис иситилган ҳаракатсиз газда концентрация ҳамма жойда бир хил қолмаслигини таъкидлаш зарур. Макроскопик ҳаракатлар вужудга келишини истисно қилиш учун газнинг бутун ҳажмида P босим, бинобарин, nT кўпайтма ўзгармас қолиши керак. Нотекис иситилган газда n концентрация координата бўйича ўзгарадиган бўлган ҳолда ана ўшандай бўлиши мумкин. Бу талаб, 2-пунктда кўрсатилганидек, (89.2) формуланинг қўлланиши учун унчалик муҳим эмас.

6. (89.6) ва (89.7) формулаларни таққослаб, ажойиб мўносабатни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\kappa}{\eta} = c_v \quad (89.8)$$

Тажриба асосан бу боғланишни тасдиқлади, аммо бирмунча умумийроқ

$$\frac{\kappa}{\eta} = A c_v \quad (89.9)$$

шаклда тасдиқлади, бунда A — бир тартибдаги сои коэффициент. Турли газлар учун A турли қийматларга эга ва температурага кучсиз боғлиқ бўлади. 9-жадвалда A коэффициентнинг баъзи газлар учун 0°C даги қийматлари келтирилган. Назариянинг тақрибий характерда бўлганлиги туфайли, тажриба ва назария орасидаги фарқ тамомилан табиийдир. Чепмен ривожлантирган қатъий, аммо жуда мураккаб назария барча сферик симметрик бўлган айланмас молекулалар учун $A \geq 5/2$ бўлишини кўрсатди. Молекулаларнинг махсус моделлари (масалан, қаттиқ шарлар) асосида бажарилган сонли ҳисоблар A нинг $5/2$ дан озгина катта бўлишини кўрсатади. Инерт газлар учун A нинг қийматлари шу натижага мос келади.

9-жадвал

Газ	A	Газ	A
Гелий	2,51	Хлор	1,79
Неон	2,47	Углерод (II)- оксиди	1,91
Аргон	2,53	Азот (II)- оксиди	1,86
Криптон	2,54	Углерод (IV)- оксиди	1,67
Ксенон	2,57	Азот (I)- оксиди	1,74
Водород	2,02	Аммиак	1,41
Азот	1,97	Метан	1,73
Кислород	1,91	Этилен	1,44

Агар газнинг температураси айланма характеристик температурадан сезиларли даражада паст бўлса, молекулаларнинг иссиқлик айланма ҳаракатлари тўхтайди. Буни иссиқлик сизимлари назариясини (69-§ га қ.) баён қилишда кўрсатилган эди. Газ ўзини бир атомли газдек тутати. Шу сабабдан барча газлар учун A коэффициент паст температураларда ўзининг чегаравий (бир атомли газ учун эга бўлган) $5/2$ қийматига интилиши керак. Бу хулосани Эйкен (1884—1950) водород учун тасдиқлади. Эйкен шунинг топди: водород учун $T_2 = 81\text{ K}$ да $A = 2,25$ ва $T = 21\text{ K}$ да $A = 2,37$, ваҳоланки, 0°C да $A = 2,02$. (Айланма характеристик температура водород учун $T_2 = 175\text{ K}$ эканлигини эслатамиз).

7. Газнинг $\rho = nm$ зичлигини киритиб, (89.6) ва (89.7) формулаларни

$$\eta = 1/3 \bar{\rho} c \lambda, \quad \kappa = 1/3 \bar{\rho} \bar{v} \lambda c, \quad (89.10)$$

кўринишда ёзиб оламиз. λ катталики ρ га тескари пропорционал бўлганлиги учун бу формулалардан *ички ишқаланиш ва иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентлари газнинг зичлигига боғлиқ бўлмаслиги* келиб чиқади. Бу хулосага биринча марта Максвелл келди ва у Максвеллга парадоксал бўлиб кўринди. Максвеллнинг ўзи ва бошқа физиклар бажарган тажрибалар кўрсатилган хулосанинг тўғрилигини тасдиқлади.

Ички ишқаланиш ва иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентларининг газнинг зичлигига боғлиқ бўлмаслигини содда тушунтириш мумкин. Агар газ зичлиги катта бўлса, у ҳолда импульс ва энергияни узатишда *кўп молекулалар* қатнашади. Аммо икки кетма-кет тўқнашишлар оралиғидаги вақтда импульс ва энергия *кичик порциялар* билан ва *кичик масофаларга* узатилади. Агар зичлик кичик бўлса, узатишда қатнашувчи молекулалар сони ҳам камаяди. Лекин бу камайиш тўла компенсацияланади; энди молекулалар импульс ва энергияни *каттароқ порциялар* билан ва *каттароқ масофаларга* узатади.

8. Газ зичлиги ρ жуда ҳам кичик бўлмагунча ҳодисалар юқорида айтилганидек бўлади. Фараз қилайлик, олдингидек, бир пластинкадан унга параллел иккинчи пластинкага импульс ёки иссиқлик узатилиши ҳақида гап бораётган бўлсин. *Пластинкалар орасидаги d масофа эркин югуриш узунлиги λ га нисбатан катта бўлганда η ва κ коэффициентлар ρ зичликка боғлиқ бўлмайди.* Акс ҳолда, $\lambda \gg d$ бўлганда, газнинг молекулалари орасидаги тўқнашувлар кўчиш ҳодисаларида роль ўйнамай қолади. Фақат газ тўлдирилган идишнинг деворлари билан молекулаларнинг тўқнашишларигина муҳим бўлади. Молекула иссиқ девор билан тўқнашиб, ундан кинетик энергия олади ва оралиқ тўқнашишларга дуч келмасдан уни совуқ деворга олиб ўтади. Импульс кўчирилиши ҳақида ҳам худди шуни айтиш мумкин. Равшанки, бундай ҳолда газ қанча сийрак бўлса, иссиқлик ёки импульс кўчирилиши шунча секин юз беради. Бундай процессни шаклан олдинги (89.3) ва (89.7) формулалар билан тавсифлаш мумкин. Фақат энди η ва κ ни шартли равишда ички ишқаланиш ва иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентлари деб аташ мумкин. Улар фақат газнинг ўз хоссаларигагина эмас, балки пластинкалар орасидаги масофага ҳам боғлиқ бўлади. λ катталикини пластинкалар орасидаги d масофа билан алмаштириб η ва κ ни олдинги (89.6) ва (89.7) формулалар ёрдамида баҳолаш мумкин. Шундай қилиб, *эркин югуриш λ узунлиги идишнинг бирор характерли d ўлчамига (масалан, қирама-қарши параллел деворлар орасидаги масофага) нисбатан кичик бўлган ҳол учунгина, ички ишқаланиш ва иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентлари газ зичлигига боғлиқ бўлмайди.* λ ва d бир-бири билан таққосланарли бўлиб қолгани ҳолда, зичлик камайганида η ва κ коэффициентлар камая бошлайди. Кейинчалик бу камайиш чизиқли қонун бўйича боради: η ва κ коэффициентлар зичликка пропорционал бўлиб қолади. Дьюар

идишининг тузилиши (1-§ га қ.) шунга асосланган. Дьюар идишининг икки қават деворлари орасидаги d масофа λ га нисбатан катта бўлса, бу деворлар орасидаги фазодан ҳавони сўриб олиш иссиқлик изоляцияси учун ҳеч фойда бермайди. Лекин $\lambda \geq d$ бўлган ҳолларда ҳавони сўриб олиш эффектив бўлади.

9. Ички ишқаланиш ва иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентларининг зичликка боғлиқ бўлмаслиги ҳақидаги Максвелл қонуни зич газлар учун бузилиши керак, чунки бунда молекулалар ўлчамини эркин югуриш узунлигига нисбатан эътиборга олмаса бўладиган даражада кичик деб бўлмайди. Тажриба кўрсатадики, бундай ҳолларда газларнинг қовушоқлик коэффициенти зичлик ортган сари ортади, айниқса паст температураларда, тез ортади. Қонденсацияланишга яқин бўлган буглар учун молекулаларнинг, уларнинг бир нечтасидан иборат гуруҳларга бирлашиши ҳоли роль ўйнаши мумкин. Одатдаги зичликларда кўпчилик газлар учун η нинг зичликка (к узатиладиган) боғланиши ўлчамлар эҳтимолий хатоликлари чегарасидан ташқарига чиқмайди. Бу ҳоллардаги зичликка кучсиз боғланиш кўчиш ҳодисалари элементар назариясида ҳисобга олинмайдиган молекуляр кучлар таъсири орқали тушунтирилиши мумкин.

10. Охирида, η ва κ кўчиш коэффициентларининг температурага боғлиқлиги тўғрисидаги масала устида тўхталиб ўтамиз. Шу мақсадда (89.6) ва (89.7) формулаларга λ нинг (89.2) даги қийматини келтириб қўямиз:

$$\eta = \frac{m}{3\sigma} \bar{v}, \quad \kappa = \frac{mc_v}{3\delta} \bar{v}. \quad (89.11)$$

Агар σ ни температурага боғлиқ эмас деб ҳисобласак, у ҳолда η ва κ иккала коэффициентлар \bar{v} га, яъни \sqrt{T} га пропорционал бўлади. Ҳақиқатда улар температура ортиши билан тезроқ ўсади. Бундан температура ортиши билан σ эффектив кесимнинг камайиши келиб чиқади. Буни молекуляр кучлар таъсири орқали тушунтириш мумкин. Масалан, агар Сёзерленднинг (87.2) формуласидан фойдалансак, қовушоқлик учун қуйидагини оламиз:

$$\eta = \frac{A \sqrt{T}}{1 + \frac{S}{T}}, \quad (89.12)$$

бунда A — ўзгармас катталиқ. Баъзи газлар учун бу формула анча кенг температура интервалида температура ўзгариши билан η коэффициентнинг ўзгаришини яхши тасвирлайди. Масалан, бу хулоса N_2 учун (температура интервали — 76°C дан 250°C гача) ва CO_2 учун (-21°C дан 302°C гача) тажрибада тасдиқланган. Бу газлар учун кўрсатилган температура интервалларда Сёзерленд доимийси (S) 103 K (N_2 учун) ва 240 K (CO_2 учун) га тенг. Паст температурада (89.12) формула барча газлар учун η нинг жуда кичик қийматларини беради. Водород ва гелийга нисбатан (89.12) формула ёмон иш тайди. Масалан гелий учун (89.12) формуланинг тажриба билан мос тушишини таъминловчи S нинг қийматлари оддий температурадаги 80 дан 830°C га яқин температурадаги тахминан 200 гача исиб боради.

МАСАЛАЛАР

1. Газнинг l узунликка ва доимий S кўндаланг кесимга эга бўлган тўғри труба бўйлаб изотермик стационар пуазейлча оқиши процессида газ массаси сарфи Q ни аниқланг.

Ечилиши. Трубанинг dx узунликдаги чексиз кичик участкасини оламиз. Газ бу участкадан оқаётганда уни қисилмас деб ҳисоблаш ва унга Пуазейль (1799—1869) формуласини татбиқлаш мумкин:

$$Q = -C \frac{\rho S^2}{\eta} \frac{dP}{dx}$$

сидаги бурчаклар. N_{cr} катталиқ dS' юзчанинг турган жойига тегишли бўлиб, унинг x координатаси функцияси дидир:

$$N_{\text{cr}} = N_{\text{cr}}(x).$$

S кесим орқали бирлик вақтда ўтаётган молекулаларнинг N тўла сонини аниқлаш учун dN ифодасини S кесим бўйича ва цилиндрнинг ён сирти бўйича интеграллаш керак. Лекин, барча dS' юзлар камарчада S' кесимга нисбатан мутлақо бир хил жойлашгани туфайли dS' ни бирданига $2\pi a dx$ га алмаштириш мумкин. Ҳисоблашни соддалаштириш учун $d\Omega$ фазовий бурчак учини Y ўқ устида жойлаш мумкин; 93-расмда шундай қилинган. dS марказининг координаталари y ва z бўлсин. Y ҳолда

$$\cos \theta = \frac{x}{R}, \quad \cos \theta' = \frac{y}{R},$$

$$N = 2a \int y dS \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} N_{\text{cr}}(x) \frac{x}{R^4} dx.$$

Агар N_{cr} зарблар сони трубаининг бутун узунлиги бўйича бир хил бўлганида, яъни x га боғлиқ бўлмаганида эди, y ҳолда интеграл остидаги $N_{\text{cr}}(x) \cdot x/R^4$ ифода x нинг тоқ функцияси бўлар эди ва x бўйича интеграл нолга айланмас эди. Буни эътиборга олиб ва $N_{\text{cr}}(x)$ функция труба бўйлаб унча тез ўзгармайди деб фараз қилиб, уни x нинг даражалари бўйича қаторга ёямиз ва ёйилмани квадратик ҳад билан тугаллаймиз:

$$N_{\text{cr}} = N_{\text{cr}}(0) + \left(\frac{dN_{\text{cr}}}{dx}\right)_{x=0} x + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2N_{\text{cr}}}{dx^2}\right)_{x=0} x^2.$$

x бўйича интеграллашда биринчи ва охириги ҳадлар интегралга ҳеч қандай ҳисса қўшмайди ва биз қуйидагини оламиз:

$$N = 2a \frac{dN_{\text{cr}}}{dx} \int y dS \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{x^2}{R^4} dx.$$

Трубаини чексиз узун деб ҳисоблаб, охириги интегралда чекли чегараларни чексиз чегараларга алмаштирамиз. Бутун интегрални ҳисоблаш учун S кесим юзида r ва φ қутб координаталари киратамиз ва қутб координаталар системаси бошини O нуқтада жойлаймиз. Y ҳолда $y = r \cos \varphi$, $R^2 = r^2 + x^2$, $dS = r dr d\varphi$, шунинг учун

$$N = 2a \frac{dN_{\text{cr}}}{dx} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_0^{2a \cos \varphi} r^2 dr \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{r^2 + x^2} dx.$$

x бўйича интеграл оламиз:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{r^2+x^2} dx = \left(\frac{1}{2r} \operatorname{arctg} \frac{x}{r} - \frac{1}{2} \frac{x}{r^2+x^2} \right) \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\pi}{2r}.$$

Бошқа интеграллаш амалини ҳам бажаргандан сўнг:

$$N = \frac{8\pi a^3}{3} \frac{dN_{\text{ст}}}{dx}. \quad (96.8)$$

Стационар оқиш шароитда N катталик, u билан бирга эса $\frac{dN_{\text{ст}}}{dx}$ ҳосила труба бўйлаб ўзгармас қолади. Бундан ва $N_{\text{ст}} = 1/4n\bar{v}$ ифодадан фойдаланиб, осонгина

$$\frac{dN_{\text{ст}}}{dx} = \frac{N_1 - N_2}{\pi a^2 l}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бундан кейин (98.8) формула (96.5) кўринишга келади. C коэффициент сон қийматларининг қатъий ва баҳолаш ҳисобларида мос тушиши, албатта тасодифийдир.

М А С А Л А Л А Р

1. Деворлари қалинлиги $l = 5$ мм ва ҳажми $V = 1$ л бўлган шиша идиш азот билан тўлдирилган ва вакуум билан ўралган. Идиш деворида $a = 0,1$ мм радиусли ингичка цилиндрик канал ҳосил бўлган. Газнинг идишдаги бошланғич босими шунчалик кичикки, бу ҳолда каналнинг радиуси газ молекулалари эркин югуриш узунлигига нисбатан назарга олмаслик даражада кичик. Идишда газ молекулалари концентрацияси вақтга боғлиқ равишда қандай ўзгаради? Агар температура ўзгармас тутилса ва $T = 300^\circ \text{K}$ га тенг бўлса, газнинг идишдаги босими e марта камайиши учун кетадиган τ вақтни аниқланг.

Жавоб и. $n = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = \frac{3Vl}{2\pi a^3 v} = 5 \cdot 10^3 \text{с} = 83,4$ мин.

2. Ҳавоси тўла сўриб олинган, девори қалинлиги $l = 3$ мм ва ҳажми $V = 1$ л бўлган шиша идиш карбонад ангидрид газ (CO_2) атмосферасига жойлашган. Шиша деворида $D = 0,1$ мм диаметрли ингичка цилиндрик канал ҳосил бўлган. Атрофдаги газнинг босими шунчалик кичикки, бу ҳолда каналнинг диаметри газ молекулалари эркин югуриш узунлигига нисбатан назарга олмаслик даражасида кичик. Идишда газ молекулалари концентрацияси вақтга боғлиқ равишда қандай ўзгаради? Температура ўзгармас тутилдиган ва $T = 300 \text{K}$ га тенг бўлган шароитда идишдаги газ босими атрофдаги газ босимнинг $(e-1)/e = 0,628$ қисмини ташкил этадиган пайтгача ўтган τ вақтни аниқланг.

Жавоб и. $n = n_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$,
 $\tau = \frac{12Vl}{\pi D^3 v} = 3 \cdot 10^4 \text{с} = 5 \cdot 10^2$ мин = 8,33 соат.

3. V_1 ва V_2 ҳажмли идишлар a радиусли ва l узунликли цилиндрик канал воситасида ўзаро туташтирилган, бу канал бир идишдан иккинчи идишга газнинг изотермик Кнудсенча оқиб ўтиши юз бераётир. Агар газ молекулаларнинг идишлардаги бошланғич концентрациялари n_{10} ва n_{20} бўлса, u ҳолда уларнинг n_1 ва n_2 концентрациялари вақт ўтиши билан қандай ўзгаради?

Е ч и л и ш и. Оқиб ўтиш

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{n_2 - n_1}{\tau_1}, \quad \frac{dn_2}{dt} = \frac{n_1 - n_2}{\tau_2}$$

дифференциал тенгламалар системаси ёрдамида тавсифланади, бунда

$$\tau_1 = \frac{3V_1 l}{2\pi a^3 v}, \quad \tau_2 = \frac{3V_2 l}{2\pi a^3 v}.$$

ширилаётган газ молекулалари орасидаги ўзаро тўқнашишлар эса (бу газ концентрацияси кичик бўлганлиги сабабли) роль ўйнамайди. Ана шундай ҳолат графитда *нейтронлар диффузияси* ҳодисасида учрайди. Бу ҳодисадан ядро реакторларида *нейтронларни секинлатиш* учун фойдаланилади. Нейтронлар концентрацияси кичик бўлганлиги сабабли, улар графит атомлари ядролари билан вақти-вақти билан тўқнашиб қолувчи идеал газ молекулаларидек ҳаракат қилади. Нейтронлар диффузиясини (90.3) формула яхши тавсифлайди. Графитда нейтронлар эркин югуриш узунлиги сантиметр тартибда бўлади.

Аралашмада иккита газ концентрацияси бир тартибда бўлса, у ҳолда концентрацион диффузия назариясини эркин югуриш ўртача узунлиги методи бўйича қурилганда иккита (биринчи ва иккинчи газ молекулалари учун) эркин югуриш ўртача узунлигини қиритиш керак. Бу эркин югуриш узунликлари текширилаётган газлар аралашмасининг характеристикалари бўлади. Назарияси анча катта бўлиб, эксперимент билан ёмон мослашади. Эркин югуриш узунлиги тушунчасидан фойдаланимайдиган назариялар яхшироқ натижалар беради. 92- § да шу типдаги тақрибий назарияларнинг бир вариантыни баён қиламиз, унинг асосида келгуси параграфда келтириб чиқариладиган Эйнштейн формуласи ётади.

91-§. Диффузия коэффициентининг зарра ҳаракатчанлиги билан боғланиши

1. Броун ҳаракати назариясини 64- § да қараб чиққанда биз *ҳаракатчанлик* тушунчасидан фойдаланган эдик. У ерда бу тушунчани суюқликда доимий кучлар таъсирида ҳаракатланувчи броун зарраларига татбиқланган эди. Лекин уни молекула ва атом ўлчамларига, масалан, электролитда ҳаракатланувчи ионларга татбиқлаш ҳам мумкин. Зарядланган ионга доимий электр майдонда электр майдон кучланганлигига пропорционал бўлган доимий F куч таъсир қилади. Бундан ташқари, ҳаракат вақтида ион атрофдаги молекулалар ва ионлар билан тўқнашади. F ташқи куч бўлмаганида ионнинг ҳаракати *тамомила тартибсиз* бўлар эди. F доимий куч таъсир қилганида ион *тезлигининг афзал йўналиши пайдо* бўлади. Тартибсиз иссиқлик ҳаракатига F куч йўналишидаги *тартибли ҳаракат* қўшилади. Бу тартибли ҳаракат тезлигини u билан белгилаймиз. u вектор ион ҳаракати ўртача тезлигининг ўзгинасидир: $u = \langle v \rangle$. Агар электр майдон жуда ҳам кучли бўлмаса, у ҳолда ионнинг турғунлашган тезлиги унга таъсир этувчи F кучга пропорционал бўлади. Ҳаракатчанлик тушунчаси худди шу ҳолга тегишли бўлади. *Тартибли ҳаракат тезлиги u билан F куч орасидаги пропорционаллик коэффициенти B ни зарранинг ҳаракатчанлиги дейилади.*

$$u = BF. \quad (91.1)$$

Зарраларнинг ионлардан иборат эканлиги муҳим эмас. Ҳамма айтилган гап молекулалар учун ҳам, ҳар қандай бошқа зарралар учун ҳам ўринлидир.

2. Энди ўзгармас ва бир жинсли куч майдонида қандайдир зарралар «гази» бор деб фарз қиламиз. «Газ шунча сийракки, унинг зарралари орасида ўзаро таъсир кучларини тамомила назарга олмаслик мумкин. Шундай «газ» мисоли бўлиб суюқликда муаллақ бўлган броун зарралари тўплами хизмат қила олади. Бошқа мисол — куч майдонидаги оддий идеал газдир. Агар F — «газ» заррасига куч майдонида таъсир қилувчи куч бўлса, бу ҳолда зарранинг шу майдондаги потенциал энергияси $\epsilon_p = -Fx$ бўлади (X ўқ таъсир қилувчи куч томонига йўналган деб фарз қилинади). Агар ҳолат стационар бўлса, у ҳолда «газ» концентрацияси фазода Больцман формуласига мувофиқ ўзгаради:

$$n = n_0 e^{-\frac{\epsilon_p}{kT}} = n_0 e^{-\frac{Fx}{kT}} \quad (91.2)$$

Аммо микропроцесслар ҳатто ҳолат стационар бўлганда ҳам тўхтамайди. Концентрация градиенти мавжуд бўлгани сабабли газда диффузия юз беради. X ўқи йўналишидаги диффузион оқим $\Gamma_{\text{диф}} = -D \frac{dn}{dx}$ ифода билан аниқланади. «Газ» куч майдонида тургани учун молекулаларнинг $\Gamma_{\text{куч}} = BFn$ зичликли «куч оқими» ҳам мавжуд бўлади. Мувозанат ҳолатида

$$-D \frac{dn}{dx} + BFn \equiv 0$$

бўлиши керак. Бу ерга (91.2) ифодани қўйиб, n га қисқартириб, қуйидагини оламиз:

$$D = kTB. \quad (91.3)$$

Диффузия коэффициенти ва зарранинг ҳаракатчанлиги орасидаги бу муносабатни Эйнштейн топган ва унинг номига қўйилган.

92-§. Газларда концентрацион диффузия

1. Энди X ўқи йўналишида ўзгарадиган n_1 ва n_2 концентрацияли икки хил газ аралашмасини текшираемиз. Аралашманинг босими ва температураси ўзгармас деб фарз қилинади, бинобарин, бутун газ ҳажмида умумий $n = n_1(x) + n_2(x)$ концентрация бир хил. Газларнинг диффузион оқимлари

$$\Gamma_1 = -D_{12} \frac{dn_1}{dx}, \quad \Gamma_2 = -D_{21} \frac{dn_2}{dx}$$

ифода лар билан аниқланади, бу ерда D_{12} кўпайтувчи — 1 газнинг 2 газ ичига диффузияси коэффициенти, D_{21} — 2 газнинг 1 газ ичига диффузияси коэффициент. Диффузион оқимлар борлиги туфайли газларнинг иссиқлик ҳаракатига уларнинг X ўқи йўналишидаги тартибли ҳаракати қўшилади. Бу тартибли ҳаракатнинг тезликларини u_1 ва u_2 билан белгилаймиз. (91.3) Эйнштейн муносабатига мувофиқ D_{12} ва D_{21} диффузия коэффициентларини ҳисоблаш газлар молекулалари ҳаракатчанликларини ҳисоблашга келтирилади. Биз шу усулдан фойдаланамиз.

2. Биринчи газ молекулаларининг V_1 ҳаракатчанлигини ҳисоблаймиз. Бунинг учун бу газнинг бирор молекуласини қараймиз, уни бир молекула деб атаймиз. Дастлаб қуйидаги масалани ечамиз. 1 молекуланинг u_1 ўзгармас тезлик билан қиладиган тартибли ҳаракатини сақлаб туриш учун унга қандай ўзгармас F_1

куч таъсир қилиб туриши керак? Агар бу куч топилса, у ҳолда B_1 ҳаракатчанлик $u_1 = BF_1$ муносабатдан топилади. Равшанки, F_1 куч ўртача равишда 1 молекулага тўқнашишларда таъсир қилаётган зарб кучлари билан мувозанатлаштириши керак. Уни ҳисоблашда n_1 ва n_2 концентрациянинг фазода ўзгаришини назарга олмаслик ва бу концентрацияларни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда 1 молекуланing шу (биринчи газнинг) бошқа молекулалари билан тўқнашишларини эътиборга олмаслик мумкин. Улар ўша u_1 тезлик билан ҳаракатланади, шунинг учун ҳам улар билан тўқнашишлар бизни қизиқтираётган куч катталигига ҳеч қандай ҳисса қўшмайди. Фақат иккинчи газ молекулалари билан тўқнашишларини ҳисобга олиш керак.

1 молекуланing бир секундда иккинчи газ молекулалари билан тўқнашишлари сони z_{12} бўлсин, бир тўқнашишда унинг импульсининг ўзгариши Δp_1 бўлсин. Иккинчи газ молекулалари билан тўқнашиш оқибатида 1 молекула импульсининг бир секундда тўла ўзгариши $z_{12}\Delta p_1$ бўлади. Агар бу катталиқ ишорасини ўзгартирилса ва уни барча тўқнашишлар бўйича ўртачалаштирилса, у ҳолда бизни қизиқтирувчи F_1 кучни ҳосил қиламиз. Икки катталиқ кўпайтмаси ўртача қийматини, умуман айтганда, бу катталиқларнинг ўртача қийматлари кўпайтмаси билан алмаштириш мумкин эмас. Алмо, агар шундай алмаштириш қилинса, у ҳолда бу фақат бир тартибдаги муҳим бўлмаган сон коэффициентга таъсир қилиши мумкин. Шунинг учун ҳисоблашни соддалаштириш мақсадида $F_1 = -z_{12} <\Delta p_1>$ деб қабул қиламиз. Тўқнашишларнинг z_{12} ўртача сонини (86.8) ифода беради. Δp_1 катталиқнинг иссиқлик ҳаракати билан боғлиқ қисми ўртачалашда тушиб қолади. Шунинг учун 1 молекуланing иссиқлик ҳаракатини эътиборга олмаслик мумкин ва $<\Delta p_1> = m_1 <\Delta u_1>$ деб ёзамиз. Худди шундай, 1 молек ула тўқнашадиган 2 молекуланing иссиқлик ҳаракатини ҳам эътиборга олмаслик мумкин. Шундай қилиб, масала лаборатория санок системасида u_1 ва u_2 тезликлар билан ҳаракат қилаётган m_1 ва m_2 массали икки молекуланing тўқнашишини текширишга келтирилди. Бу молекулаларнинг массалар маркази

$V = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}$ тезлик билан ҳаракатланади. Агар молекулаларни идеал эластик шарлар деб ҳисобланса, у ҳолда массалар маркази системасида улар сферик симметрик равишда сочилида (87-§ даги масалага қ.). Бу, массалар маркази системасида тўқнашишдан кейин молекулаларнинг тартибли ҳаракат ўртача тезлиги нолга тенг бўлишини билдиради. Демак, лаборатория системасида бу иккала тезлик V га тенг бўлади. Шунинг учун, тўқнашишда u_1 тезлиқнинг ўртача ўзгариши учун қуйидагини оламиз:

$$\langle \Delta u_1 \rangle = V - u_1 = \frac{m_2 (u_2 - u_1)}{m_1 + m_2},$$

шунинг учун эса

$$F_1 = z_{12} \frac{m_1 m_2 (u_1 - u_2)}{m_1 + m_2} = z_{12} \mu (u_1 - u_2), \quad (92.1)$$

бундаги μ — келтирилган масса.

Дарвоқе, айтиб ўтиш керакки, агар 1 молекуланing биринчи газ молекулалари билан тўқнашишларини қараганимизда эди, биз m_2 масса ўрнида m_1 масса турадиган, $u_1 - u_2$ айрма ўрнида $u_1 - u_1$ айрма, яъни ноль турадиган ифодани ҳосил қилган бўлар эдик. Бу натижа биринчи газ молекулалари билан тўқнашишларни эътиборга олмаслик мумкинлигини яна бир марта исботлайди.

Энди $n_1 u_1 + n_2 u_2 = 0$ эканини ҳисобга оламиз. Агар бундай бўлмаганида эди, зарраларнинг n тўла концентрациясининг ўзгармаслик шarti бузиларди. Бу эса бутун газнинг макроскопик ҳаракат қилишига олиб келарди. Буни ҳисобга олсак,

$$F_1 = \frac{n}{n_2} z_{12} u_1,$$

шунинг учун эса,

$$B_1 = \frac{n_2}{n z_{12}}.$$

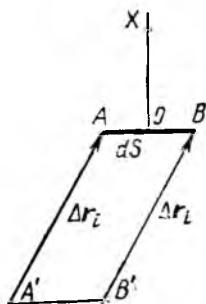
Бу ифодага \bar{z}_{12} нинг (86.8) даги қийматини қўйсақ:

$$B_1 = \frac{1}{\mu n \sigma_{12} \sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \quad (92.2)$$

(92.3) формулага n_1 ҳам, n_2 ҳам қирмайди. Бундан газлар концентрацион диффузия коэффициентининг газлар ағалашмаси қосиментгаги концентрациясига боғлиқ эмаслиги келиб чиқади. Бу хулосани тажриба тасдиқлайди.

93-§. Броун ҳаракати диффузия процесси сифатида

1. 64-§ да броун ҳаракати назарияси бир зарра ҳаракатини текшириш асосида яратилган эди. Лекин бу ҳодисага бошқа нуқтни назардан қараш ҳам мумкин. Суюқликдаги бир хил броун зарралари тўпламини фазони тўлдирган бирор «газ» деб қараш мумкин. Броун ҳаракати тўфайли бундай газда концентрация градиентлари бўлгани ҳолда диффузия ҳодисаси юз беради. D диффузия коэффициентини маълум τ вақтда броун зарраси силжишининг ўртача квадрати орқали ифодалаш мумкин. Агар олинган муносабатга D ўрнига унинг (91.3) Эйнштейн формуласи бўйича ифодаси қўйилса, у ҳолда натижада броун ҳаракати назариясининг (64.4) асосий формуласи ҳосил бўлиши керак. Ушбу параграфнинг мақсади — шу нуқтан назардан броун ҳаракати назариясини қараб чиқишдир.



85- расм.

Бир жинсли суюқликда, ташқи кучлар майдони бўлмагани ҳолда фақат x ўқи бўйлаб ўзгарадиган $n(x)$ концентрацияга эга бўлган айнан бир хил броун зарралари тақсимланган бўлсин. X ўқиға перпендикуляр бўлган ихтиёрий кесим орқали шундай зарраларнинг Γ диффузион оқимини ҳисоблаймиз. Бу кесимда чексиз кичик dS юзни оламиз (85- расм). τ вақт давомида бир хил Δr_i вектор қадар силжийдиган броун зарралари группасини ажратамиз. Фақат броун зарраларининг n тўла концентрациясигина эмас, балки уларнинг ҳар бир группадagi $n_i(x)$ концентрацияси ҳам катта бўлсин. τ вақт давомида dS юз орқали ўтувчи i -группа зарралари сони dN_i улағининг AB асосли ва Δr_i ясовчили $ABB'A'$ қийшиқ цилиндр ичидаги сонига тенг, яъни

$$dN_i = \int n_i(x) dV.$$

dS юзнинг чизиқли ўлчамини Δr_i га нисбатан кичкина қилиб танлаш мумкин. \mathcal{V} ҳолда ҳажм элементини $dV = dS dx$ кўринишда ифодалаш ва

$$dN_i = dS \int_{-\Delta x_i}^0 n_i(x) dx = dS \int_{-\Delta x_i}^0 n_i(x_0 + \xi) d\xi$$

деб ёзиш мумкин, бунда x_0 — dS юзнинг O маркази координатаси. τ ни, бинобарин, Δx_i ни ҳам етарлича кичик қилиб тайлаб, $n_i(x_0 + \xi)$ функцияни ξ даражалари бўйича қаторга ёямиз ва бу қаторни чизиқли ҳадда тўхтатамиз. \mathcal{V} ҳолда

$$dN_i = n_i(0) dS \int_{-\Delta x_i}^0 d\xi + \left(\frac{dn_i}{dx} \right)_{x=x_0} dS \int_{-\Delta x_i}^0 \xi d\xi,$$

ёки интеграллашдан сўнг:

$$dN_i = dS \left[n_i \Delta x_i - \frac{1}{2} \frac{dn_i}{dx} (\Delta x_i)^2 \right].$$

n_i концентрацияни ва унинг dn_i/dx ҳосиласини dS юзнинг марказида оли-
нади деб фараз қилиб, x_0 аргументни тушириб қолдирдик.

X ўқи мусбат йўналишда dS юз орқали ўтувчи броун зарраларининг сонининг
қарама-қарши йўналишда ўтувчи зарралар сонидан ортиқчаси dN ни олдинги
ифодани барча группалари бўйича жамлаш йўли билан топилди:

$$dN = dS \sum_i n_i \Delta x_i - \frac{dS}{2} \sum_i \frac{dn_i}{dx} (\Delta x_i)^2.$$

Биринчи йўғиндининг ўртача қиймати нолга тенг. Ҳақиқатан, n_i концент-
рациялар dS юзнинг марказига тааллуқли, броун зарраларининг мусбат ва манфий
йўналишлардаги силжишлари эса тенг эҳтимоллидир. Иккинчи йўғиндини ҳисоб-
лаш учун ўртачанинг таърифи бўйича

$$n < \Delta x^2 > = \sum n_i (\Delta x_i)^2$$

бўлишини таъкидлаймиз. Мустақил параметрлар сифатидаги Δx_i катталиклар x
га боғлиқ эмас. Силжишнинг $< \Delta x^2 >$ ўртача квадрати ҳам, суюқликнинг бир
жинслилиги ва кучлар майдонининг йўқлиги туфайли, x га боғлиқ бўла олмай-
ди. Шунинг учун олдинги муносабатни x бўйича дифференциалладан:

$$< \Delta x^2 > \frac{dn}{dx} = \sum \frac{dn_i}{dx} (\Delta x_i)^2.$$

Натижада $d\bar{N}$ ўртача қиймат учун қуйидагини оламиз:

$$d\bar{N} = -dS \frac{< \Delta x^2 >}{2} \frac{dn}{dx}.$$

Броун зарралари ўртача Γ диффузион оқимини топиш учун $d\bar{N}$ катталиқни
 τdS га бўлиш керак. Шундай йўл билан қуйидагини оламиз:

$$\Gamma = - \frac{< \Delta x^2 >}{2\tau} \frac{dn}{dx}. \quad (93.1)$$

Бундан кўринишича, броун зарралари концентрациялари тенглашиши процессини

$$D = \frac{1}{2} \frac{< \Delta x^2 >}{\tau} \quad (93.2)$$

диффузия коэффициентли диффузия процесси сифатида қаралиши мумкин.

2. Ўз маъносига кўра D диффузия коэффициенти ихтиёрий равишда танлан-
ган τ вақтга боғлиқ бўлмаслиги сабабли, (93.2) формуланинг ўзидан $< \Delta x^2 > \sim \tau$
бўлиши кўриниб турибди. Бу боғланишни Перрен 64-§ да баёнлаган тажриба-
ларда текшириб кўрган. Сўнгра (91.3) формуладан фойдаланиб, қуйидагини ҳо-
сил қиламиз:

$$< \Delta x^2 > = 2kT\tau. \quad (93.3)$$

Бу формула броун ҳаракати назариясининг асосий формуласидир. У (64.4) фор-
муладан фақат ҳарфий белгилар билан фарқ қилади. Тўғри, (64.4) формулада
биргина зарранинг кетма-кет ва бир-бирига тенг вақт оралиқларидаги силжиш-
лари ҳақида гап борар эди. (93.3) формула эса броун зарралари тўпламининг
бир вақтдаги силжишлари юз беради деб фараз қилади. Аммо броун зарралари
айнан бир хил бўлганлиги ва суюқлик бир жинсли бўлганлиги туфайли бу сил-
жишлар орасида муҳим фарқ йўқ.

Агар броун заррасининг тўла силжиши ўртача квадрати киритилса, у ҳолда
қуйидаги ҳосил бўлади:

$$D = \frac{< \Delta r^2 >}{6\tau}. \quad (93.4)$$

3. (93.2) ва (93.4) формулалар, албатта, газ ёки суюқлик молекулалари
диффузияси учун ҳам ўринлидир. Аммо бу ҳолларда диффузия коэффициентини
бу формулалар бўйича ҳисоблаш амалда мумкин эмас. Бунинг учун молекула-

ниги τ вақт давомида силжиши ўртача квадратни аниқ билиш керак бўлар эди. Амалда уни фақат тақрибий баҳслаш мумкин, ҳолсс. Масалан, (93.4) формула ёрдамида газ молекулалари диффузия коэффициентини баҳслайлик. Ҳисобни соддалаштириб, молекуланинг икки кетма-кет тўқнашишлари орасидаги вақтни бир хил деб ҳисоблаймиз. Уни τ сифатида оламиз. Бундан ташқари, молекуланинг икки кетма-кет тўқнашишлари орасидаги силжишни бир хил ва $\lambda = \bar{v}\tau$ га тенг деб ҳисоблаймиз. (93.4) формулага $\langle \Delta r^2 \rangle = \gamma^2$ ни қўйсак,

$$D = \frac{\lambda^2}{6\tau} = \frac{\lambda \bar{v}\tau}{6\tau} = \frac{1}{6} \lambda \bar{v}.$$

Бу натижа олдин чиқарилган (93.3) формуладан $1/2$ кўпайтувчи Силан фарқ қилади.

94-§. Газларда термик диффузия

1. Агар икки турли газнинг бир жинсли аралашмаси билан тўлдирилган тўғри трубанинг учлари турли температурали бўлса, у ҳолда бу газларнинг труба бўйлаб қарама-қарши йўналган диффузион оқимлари вужудга келади. Оқимлар йўналишлари қуйидаги қонда бўйича аниқланади. Агар молекулаларнинг m_1 ва m_2 массалари бир-бирига унча яқин бўлмаса, у ҳолда массаси каттароқ молекулалар совуқроқ соҳаларга, массаси кичикроқлари иссиқроқ соҳаларга ўтишга интилади. Агар m_1 ва m_2 деярли бир хил, лекин молекулалар турли ўлчамли бўлса, у ҳолда совуқ соҳаларга йирикроқ молекулалар, иссиқ соҳаларга эса кичикроқ молекулалар интилади. Тасвирланган ҳодисани *термик диффузия* ёки қисқача *термодиффузия* дейилади.

Феноменологик нуқтаи назардан температура градиенти таъсири остида зарралар оқимининг вужудга келиши мутлақо табиийдир. Температура градиенти мавжуд бўлганидаги термодиффузия турли жинс молекулалар орасидаги тўқнашишлар оқибатида вужудга келади, бу ҳодисанинг конкретроқ яққол талқинини бериш анча қийин. Афтидан, бунинг чуқур асоси бор. Термодиффузион оқим йўналиши молекулалар орасидаги ўзаро таъсир характериغا жуда боғлиқ бўлади. Масалан, агар молекулаларни $F \sim 1/v$ қонун бўйича бир-биридан итарилувчи куч марказлари деб ҳисобланса, у ҳолда қатъий назариянинг кўрсатишича, термодиффузион оқимлар $\nu = 5$ орқали ўтишда ишорасини ўзгартиради. $\nu = 5$ бўлганда термодиффузия йўқолади. Қизиғи шуки, $F \sim 1/r^5$ қонунни Максвелл қабул қилган, чунки бу ҳолда ҳисоб анча содда-лашади ва бажариладиган бўлади. Шунинг учун ҳам термодиффузия сезилмасдан қолиб келган. Бу ҳодисани бир-биридан мустақил равишда Энског ва Чепмен 1917 йилда назарий башорат қилган. Тажрибада газлардаги термодиффузияни ўша йилда Чепмен ва Дутсон кузатганлар. Энског ва Чепменнинг термодиффузия қатъий назариялари жуда мураккаб ва катта. Бу ерда уларни баён қилиш имкониятига эга эмасмиз. Термодиффузия ҳодисасини элементар тарзда тушунтиришга уринишлар қаноатланарли эмас ва уларда тўхталишнинг маъноси йўқ. Суюқликларда термодиффузия ўтган аср ўртасида экспериментда ошкор килинган.

2. Термодиффузия натижасида газ аралашмасининг қисман ажралиши ва у билан боғлиқ равишда компоненталардан ҳар бирининг концентрацияси градиенти пайдо бўлиши юз беради. Бу эса кўрсатилган ажралишни бартараф қилишга интилувчи концентрацион диффузияни вужудга келтиради. Масалан, 50% кислород (O_2) ва 50% азот (N_2) молекулаларидан иборат бир жинсли аралашма тўлдирилган трубанинг учларида 0 ва $500^\circ C$ температура тутиб турилади деб фараз қилайлик. У ҳолда, тажриба кўрсатишича, барқарор ҳолатда иссиқроқ учда 50,27% N_2 ва 49,73% O_2 , совуқроқ учда 49,73% N_2 ва 50,27% O_2 бўлади.

Газ аралашмаси 1 ва 2 икки компонентадан иборат бўлсин. Ҳам концентрация градиенти, ҳам температура градиенти мавжуд бўлган ҳолда 1 компонента зарралари оқими

$$\Gamma_1 = -nD_{12} \frac{dc_1}{dx} + n \frac{D_T}{T} \frac{dT}{dx} \quad (94.1)$$

кўринишида ёзилади, бунда: $c_1 = n_1/n = n_1/(n_1 + n_2)$ — бу компонентанинг нисбий концентрацияси, D_{12} — диффузия коэффициентини, D_T — термодиффузия коэффициентини. Γ_1 оқимни

$$\Gamma_1 = -nD_{12} \left(\frac{dc_1}{dx} - \frac{k_T}{T} \frac{dT}{dx} \right) \quad (94.2)$$

кўринишида ёзиш ҳам мумкин. $k_T = D_T/D_{12}$ катталикни термодиффузион нисбат дейилади. Ёпиқ трубада стационар ҳолатда $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$, шунинг учун

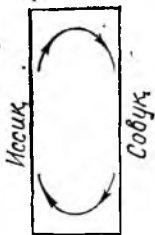
$$\frac{dc_1}{dx} = \frac{k_T}{T} \frac{dT}{dx}.$$

Агар k_T ни ўзгармас деб ҳисобланса, у ҳолда интеграллаш қуйидагини беради:

$$c_1(T) - c_1(T_0) = k_T \ln \frac{T}{T_0}. \quad (94.3)$$

T ва T_0 температуралардаги концентрациялар фарқи $c_1(T) - c_1(T_0)$ ни ажралиши дейилади. Одатда k_T температурага деярли боғлиқ эмас, аммо аралашма таркиби ўзгариши билан сезиларли ўзгаради, шунинг учун (94.3) формула идишда газ таркиби оздаражада бир жинсли бўлмаган шароитдагина ўз маъносини сақлайди.

3. Термик диффузия (одатдаги концентрацион диффузия каби) иссиқлик конвекцияси билан биргаликда практикада изотопларни ажратилиш учун фойдаланилади. Бу методни 1938 йилда Клаузиус ва Дикель таклиф қилди ва амалга оширди. Методнинг принципи жуда содда. Икки хил газ аралашмаси тўлдирилган ва вертикал ўрнатилган ёпиқ, баланд тўғри бурчакли яшиқни кўз олдимизга келтирайлик (86-расм). Яшиқнинг қарама-қарши деворлари турли температурада тутиб турилган бўлсин. Термодиффузия оқибатида енгилроқ газ иссиқ девор ёнида, оғирроқ газ совуқ девор ёнида тўпланади. Ҳар бир компонентанинг мувозанат ҳолатидаги концентрациялари айирмаси (94.3) формула орқали



86- расм.

аниқланади. Енгил компонента билан бойиган иссиқ девор ёнидаги газ юқорига кўтарилади, оғир компонента билан бойигани — пастга тушади. Бунинг натижасида юқорида аралашманинг енгил компонентаси кўпроқ тўпланади, пастда эса оғири кўпроқ тўпланади. Практикада 5—10 м узунликка ва 10 мм гача диаметрга эга бўлган цилиндрлар қўлланилади. Труба ўқи бўйлаб платина сим тортилади, уни электр токи билан 1000—1700° С гача қиздирилади. Платина сим иссиқ девор ролини, трубаинг ички сирти — совуқ девор ролини ўйнайди. Бир-бирининг устига қўйилган шундай тру-

балардан ажратувчи колонка ҳосил қилинади. Енгил компонента билан бойиган газ ҳар бир трубадан ундан юқоридаги трубага кўтарилади ва у ерда яна бойийди.

95- §. Сийрак газлардаги ҳодисалар

1. Агар λ эркин югуриши ўртача узунлиги газ тўлдирилган идишининг характерли d ўлчами билан бир хил тартибда ёки ундан катта бўлса, у ҳолда газнинг бу ҳолатини вакуум дейилади. Хонадаги ҳаво, масалан, атмосфера босимида вакуум ҳолатида бўлмайди, чунки бу ҳолда $\lambda \sim 10^{-5}$ см. Аммо чиқиқли ўлчами 10^{-6} см дан кичик бўлган идишда (ёғочнинг ва кўп бошқа ғовак жисмларнинг коваклариди) ўша ҳавонинг ўзи вакуум шароитида бўлади.

Вакуум уч хил бўлади: 1) *паст вакуум*, бунда λ идишининг характерли d ўлчамидан кичик, лекин унга яқин; 2) *ўртача вакуум* бунда λ билан d таққосланарли; 3) *юқори (ёки чуқур) вакуум*, бунда λ катталик d дан анча катта. Юқори вакуум ҳолатидаги газ *ультрасийрак* газ дейилади.

Зич газларда $\lambda \ll d$ бўлади. Бу ҳолларда газ табиатидаги асосий ролни газнинг молекулалари орасидаги тўқнашишлар ўйнайди. Бутун олдинги баёнимизда (89- § нинг 8- пунктидан ташқари) фақат шундай ҳоллар назарда тутилган эди. Бошқа бир чегаравий ҳолда — газ ультрасийрак бўлиб қолган ҳолда — молекулаларнинг ўзлари орасидаги тўқнашишлар нисбатан кам ва сезиларли роль ўйнамайди. Бу ҳолда асосий ролни молекулаларнинг идиш деворлари билан тўқнашишлари ўйнайди. Газнинг ишқаланиши ва иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентларининг унинг зичлигига боғланиши мисолида буни кўрган эдик (89- §, 8- пунктига қ.).

Юқори вакуумнинг хусусиятларидан бири унда конвекцион оқимларнинг пайдо бўлмаслигидир. Бунга сабаб шуки, юқори вакуумда молекулалар ўзаро тўқнашмайди, девордан-деворга мутлақо мустақил ҳаракат қилади. Назария учун энг қийин ҳол — $\lambda \sim d$ бўлган ўрта вакуум ҳолидир.

2. *Сийрак газ диффузияси*. Идишни тўсиқ билан A ва B қисмга ажратилган бўлсин. A қисм газ билан тўлдирилган, B қисмда газ йўқ. Фикран, тўсиқ сиртида S юзни ажратамиз. Бу юзга ҳар

секунда урилайётган молекулалар сони (75.5) ёки (75.6) формула билан аниқланади, яъни қуйидагига тенг:

$$N = \frac{1}{4} n \bar{v} S = n S \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} = C \frac{PS}{\sqrt{mT}}, \quad (95.1)$$

бундаги C — ўзгармас катталиқ, у $\sqrt{\frac{1}{2\pi m}}$ га тенг. Энди тўсиқда S юзли тешик очамиз. A дан B га бу тешик орқали ҳар секундда учиб ўтувчи молекулар сони нимага тенг? Жавоб тешик ўлчамига, тўсиқ қалинлигига ва λ эркин югуриш ўртача узунлигига боғлиқ бўлади.

Оддий босимлар шароитида ва тешик унча кичик бўлмаганда эркин югуриш ўртача узунлиги тешик ўлчамидан анча кичик бўлади. Бу ҳолда тешик яқинида газнинг тешик томонга йўналган тартибли коллектив ҳаракати вужудга келади. Уни газдаги босимлар фарқидан келиб чиқадиган гидростатик оқим сифатида қараш мумкин. Тешик яқинида газ молекулалари концентрацияси ва тезликлари тақсимотлари тешик бўлмаган ҳолдагига нисбатан анча ўзгаради. (95.1) формулани қаралаётган ҳолга татбиқ қилиб бўлмайди, чунки у газ молекулалари тартибсиз ҳаракат қилади деган фаразга асосланиб чиқарилган. Лекин, агар тешикнинг ўлчами, шунингдек тўсиқнинг қалинлиги λ га нисбатан кичик бўлса, у ҳолда молекулалараро тўқнашишлар роль ўйнамай қўяди. Ҳамма катталиқларни молекулаларнинг идиш деворлари билан тўқнашишлари орқали аниқланади. Агар тўсиқда кичик тешик очилса, у ҳолда молекулалар тўқнашадиган деворларнинг юзи жуда кам ўзгаради. Бутун идишда, хусусан, тешик яқинида ҳам молекулалар концентрацияси ва тезликлари тақсимотига бу тешикнинг борлиги таъсир кўрсатмайди. Бу ҳолда (95.1) формула қўлланиши мумкин.

Агар тешикнинг ўлчами ва деворнинг қалинлиги эркин югуриш λ узунлигидан кичик бўлса, девордаги тешик орқали газ молекулалари оқими *эффузион оқим* дейилади.

Энди тўсиқнинг икки томонида ҳам турли босим ва температурали бир хил газ бор деб фараз қиламиз. Агар газ юқори вакуум ҳолатида турган бўлса, у ҳолда A дан B га ва B дан A га икки эффузион оқим пайдо бўлади. Молекулалараро тўқнашувлар бўлмаганлиги туфайли бу икки оқим бир-биридан мутлақс мустақилдир. Шунинг учун ҳар бир секундда S тешик орқали A дан B га ўтувчи молекулалар сони

$$N = \frac{CS}{V\bar{m}} = \left(\frac{P_A}{\sqrt{T_A}} - \frac{P_B}{\sqrt{T_B}} \right) \quad (95.2)$$

ифода билан аниқланади, бунда P_A , P_B , T_A , T_B — газнинг A ва B қисмидаги босими ва температураси. A ва B даги молекулалар ўртача сонлари ўзгармай қоладиган мувозанат ҳолатида $N=0$ бўлиши, яъни

$$\frac{P_A}{\sqrt{T_A}} = \frac{P_B}{\sqrt{T_B}} \quad (95.3)$$

бўлиши керак.

Ниҳоят, тўсиқнинг икки томонида турли газлар бўлгандаги ҳолни қараб чиқамиз: A қисмда — молекуласи m_1 массали бўлган 1 газ, B қисмда молекуласи m_2 массали бўлган 2 газ. Эффузия натижасида 1 газ B га киради, 2 газ A га киради. $P_{1,A}$ ва $P_{1,B}$ — тўсиқнинг турли томонида 1 газнинг парциал босими бўлсин. 2 газ учун худди шундай белгилашлар киритамиз. 1 газнинг A дан B га оқими:

$$N_1 = \frac{CS}{\sqrt{m_1}} \left(\frac{P_{1,A}}{\sqrt{T_A}} - \frac{P_{1,B}}{\sqrt{T_B}} \right).$$

2 газнинг B дан A га тескари оқими:

$$N_2 = \frac{CS}{\sqrt{m_2}} \left(\frac{P_{2,B}}{\sqrt{T_B}} - \frac{P_{2,A}}{\sqrt{T_A}} \right).$$

Бошланғич моментда, $P_{2,A} = P_{1,B}$ бўлганида:

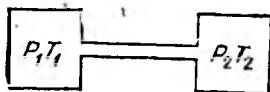
$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \sqrt{\frac{T_B}{T_A}} \frac{P_1}{P_2} \quad (95.4)$$

Хусусан, температуралар ва бошланғич босимлар бир хил бўлганида:

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}.$$

Бошқа шароитлар бир хил бўлганида эффузион оқимлар молекулалар массаларининг квадрат илдизига тескари пропорционал бўлади. Изотопларни ажратишнинг бир методи шунга асосланган. Бу методда кўп кичик тешиклари бўлган мембрана орқали эффузиядан фойдаланилади.

3. Иссиқлик (термик) эффузия. 1 ва 2 икки идиш трубка ёрдамида ўзаро туташган (87- расм) ва турли T_1 ва T_2 температурада тутиб турилган бўлсин. Трубканинг кесими эркин югуриш узунлигига нисбатан жуда катта бўлганда газни туташ муҳит сифатида қараш мумкин. Бу ҳолда мувозанат шarti гидродинамик характерга эга: иккала идишдаги P_1 ва P_2 босимлар тенг бўлиши керак. Акс ҳолда, эркин югуриш узунлиги трубка кўндаланг ўлчамига



87- расм.

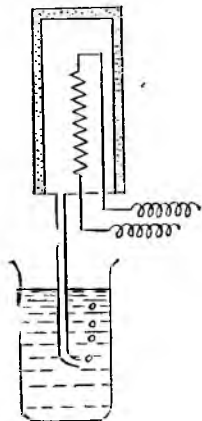
нисбатан жуда катта бўлганда гидродинамик методни қўлланиб бўлмайди. Мувозанат шarti трубка орқали бир йўналишда ўтаётган газ зарраларининг ўртача сони қарама-қарши йўналишда ўтаётган зарралар ўртача сонига тенг бўлишини талаб этади. Бу шарт (95.3) муносабатга олиб келади ёки уни янги белгилар билан ёзсак:

$$\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{P_2}{\sqrt{T_2}} \quad (95.5)$$

Бинобарин, агар T_1 ва T_2 температуралар ҳар хил бўлса, у ҳолда мувозанатда P_1 ва P_2 босимлар ҳам ҳар хил бўлади.

Энди идишни T_1 ва T_2 турли температурада тутиб туриладиган икки қисмга ғовак тўсиқ билан бўлинган деб фараз қиламиз. Эркин югуриш узунлигига нисбатан ғовақларнинг ўлчами кичик бўлсин. (Одатда ғовак тўсиқлар бу шартни атмосфера босимидаёқ каноатлантиради.) Унда қаралаётган ҳолда (95.5) муносабатни қўллаш мумкин. Агар дастлабки P_1 ва P_2 босимлар тенг бўлса, у ҳолда газ пастроқ температурадан юқорироқ температурага томон оқиб ўта бошлайди. Бу ҳодисани *иссиқлик эффузияси* ёки *Кнудсен (1871—1949) эффекти* дейилади.

Поль (1884 йилда туғилган) бу ҳодисани қуйидагича намоёниш қилишни таклиф қилди. Пиширилмаган лойдан ясалган ва ичига электр иситгич жойланган ғовак стакан олинади (88-расм). Ҳаво идишдан ташқарига пастки учи сувга ботирилган шиша трубка орқали чиқиши мумкин. Идиш ичидаги температура атрофдаги ҳаво температурасидан юқори бўлганлиги туфайли, ташқи ҳаво идиш ичига узлуксиз сўрилиб туради. Идиш ичида босим ортади ва ҳавонинг ортиқчаси шиша трубка орқали пуфақлар кўринишида узлуксиз чиқиб туради.



88- расм.

Иссиқлик эффузия табиат ҳодисаларида муҳим роль ўйнайди. Кундузи ер сирти қуёш нурлари билан қизийди. Ҳаво тупроқнинг чуқурроқ қатламларидан капиллярлар бўйлаб сиртга чиқади ва шамол билан тарқалиб кетади. Кечаси тупроқнинг ташқи қатлами совийди ва ҳавонинг сиртдан тупроқнинг чуқурроқ қатламларига оқими вужудга келади. Ўсимликларнинг нормал ҳаёти учун зарур бўлган тупроқда ҳаво алмашиниши ана шундай содир бўлади.

4. (95.5) шартни асослаш унга ҳам содда эмас. Агар туташтирувчи трубка чексиз қисқа бўлганда, бу шарт равшан кўринар эди. У ҳолда уни 1 ва 2 идишлар орасидаги девордаги кичик тешик деб қараш мумкин бўлар эди. Лекин, агар туташтирувчи трубка узун бўлса, у ҳолда масала мураккаброқ бўлади. Туташтирувчи трубка цилиндр шаклига эга деб фараз қиламиз. Чап учидан унга ҳар секундда $N_1 = 1/4 n_1 \bar{v}_1 S$ зарра киради. Бу зарраларнинг бир қисми 1 идишга яна қайтарилади, бир қисми 2 идишга ўтади. Ўтиб кетган зарралар сонини $N_{12} = 1/4 n_1 \bar{v}_1 S \alpha_{12}$ кўринишда ифодалаш мумкин, бунда α_{12} — 1 идишдан 2 идишга томон йўналишида «ўтиш коэффициенти». Тескари йўналишда 2 дан 1 га $N_{21} = 1/4 n_2 \bar{v}_2 S \alpha_{21}$ зарра ўтади, бунда α_{21} шу йўналишда ўтиш коэффициенти. Турғун ҳолатда $N_{12} = N_{21}$, яъни

$$\alpha_{12} n_1 \bar{v}_1 = \alpha_{21} n_2 \bar{v}_2 \quad (95.6)$$

Масаланинг қийинлиги $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ муносабатни исботлашдир. Бу муносабатнинг, афтидан, тўғри эканлигини қуйидаги мулоҳазалар кўрсатади. Ультрасийрак газнинг трубка орқали ўтиш коэффициенти босимга боғлиқ бўлмаслиги керак, чунки бундай газнинг молекулярлари амалда ўзаро тўқнашмайди, балки фақат трубка деворлари билан тўқнашади. Температура таъсирини аниқлаш анча қийин. α_{12} ва α_{21} коэффициентларнинг қийматлари тўқнашишларда молекула ларнинг девор билан ўзаро таъсири характери га боғлиқ бўлади. Газ молекула лари бир

ёки бир неча тўқнашиш натижасидаёқ девор билан иссиқлик мувозанатига келади, бунда уларнинг қайтишини изотроп бўлади деб фараз қиламиз. Агар бу фараз тўғри бўлса, у ҳолда девордан қайтарилиш оқибатида дастадан чиқиб кетувчи молекулаларнинг нисбий ҳиссаси фақат тўқнашиш нуқтасидаги температурага боғлиқ бўлади, лекин дастанинг тарқалиш йўналишига боғлиқ бўлмайди. Бир даста температуранинг кўтарилиши томонига, иккинчиси — пасайиш томонига тарқалади. Трубка сиртининг молекулалар қайтадиган ва дастадан чиқиб қоладиган нуқталаридан дасталар тескари кетма-кетликда ўтади. Лекин бу ҳолат бутун қайтишлар натижасида зарралар йўқолишига таъсир кўрсатмайди, шунинг учун ҳам $\alpha_{12} = \alpha_{21}$. У ҳолда (95.6)

$$n_1 \bar{v}_1 = n_1 \bar{v}_2 \quad (95.7)$$

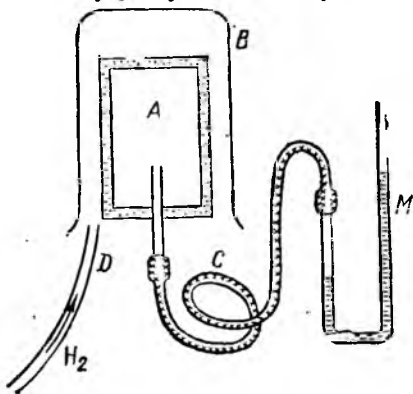
кўринишни олади, бу муносабат эса (95.5) кўринишга осон келтирилади. (95.5) қонуннинг тажрибада тасдиқланишини $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ муносабатнинг экспериментал исботи деб қараш мумкин.

5. Ғовак тўсиқ орқали изотермик эффузия. Идишни ғовак тўсиқ билан икки қисмга ажратилган деб фараз қиламиз. Тўсиқдан турли тарафда турли газлар бор, ғоваклар ўлчами эркин югуриш узунлигига нисбатан кичик бўлсин. Газлар босими ва температураси бир хил деб фараз қилайлик. У ҳолда (95.5) муносабат тўғри бўлади. Агар $m_1 > m_2$ бўлса, $N_1 < N_2$ бўлади. Бу, енгилроқ газ оғирроғига нисбатан ғовак тўсиқ орқали тезроқ ўтади демакдир. Бу ҳодисани ғовак тўсиқ орқали изотермик эффузия дейилади.

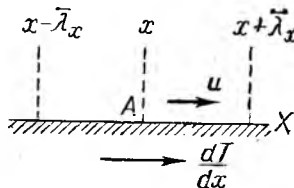
Ғовак лойдан ясалган A стакан оламыз, у C резина трубка ёрдамида сувли U -симон M монометрга туташтирилган (89-расм). Юқорисидан унга кенгроқ B шиша стакан кийдирамиз. Водород ўтказиладиган D резина трубкини шиша стакан остига келтирамиз. Изотермик эффузия оқибатида ғовак стакандан ҳаво чиқишига нисбатан унинг ичига водород тезроқ киради. Монометр ғовак стакан ичида газнинг босими ортишини кўрсатади. Агар шиша стакан олиб қўйилса, у ҳолда, аксинча, ғовак стакан ичида газ босими пасая бошлайди ва ташқи ҳаво босимидан кичик бўлиб қолади (89-расм).

6. Иссиқлик сирпаниш. Жисмнинг сирти нотекис иситилган деб фараз қилайлик. Соддалик учун, бу сирт ясси, температура эса X ўқи йўналишида ўсиб боради деб фараз қиламиз (90-расм).

Жисм сирти яқинидаги газ ҳам нотекис иситилган бўлиб қолади. Газ молекулалари жисмдан қайтганида унга фақат нормал импульс эмас, балки тангенциал импульс ҳам беради. Лекин молекулалар



89-расм.



90-расм.

ўнг томондан каттароқ тезликлар билан келганлари сабабли улар жисмга чапдан келаётган молекулаларга нисбатан каттароқ тангенциал импульс беради. Натижада жисмга ўнгдан чапга томон таъсир қилувчи кучнинг тангенциал ташкил этувчиси вужудга келади. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, девор яқинидаги газ қатламига тенг ва қарама-қарши йўналган куч таъсир этади. Газ X ўқи йўналишида, яъни температура ўса борадиган йўналишда ҳаракат қила бошлайди. Бу ҳодисани *иссиқлик сирпаниши* дейилади.

Иссиқлик сирпаниш стационар бўлиб қолганида газнинг u тезлигини баҳолаш қийин эмас. Газ молекуласи иссиқлик тезлигининг x ташкил этувчиси модулининг ўртача қиймати \bar{v}_x , X ўққа эркин югуриш узунлиги проекцияси модулининг ўртача қиймати $\bar{\lambda}_x$ бўлсин. Жисм сиртида x координатали бирор A нуқтани қараймиз. A нуқтада узатиладиган импульсни текширишда, гўё бу нуқтага урилувчи молекулалар $x + \bar{\lambda}_x$ ва $x - \bar{\lambda}_x$ текисликларда охириги тўқнашишларга дуч келган деб мулоҳаза юритамиз (89-§ 2-пунктга қ.). Агар газ u тезлик билан сирпанаётган бўлса, у ҳолда бу текисликларда молекуланинг X ўқи бўйлаб тезлиги ўртача қиймати мос равишда $\bar{v}_x(x + \bar{\lambda}_x) - u$ ва $\bar{v}_x(x - \bar{\lambda}_x) + u$ бўлади. Стационар сирпанишда газдан жисмга ва жисмдан газга тангенциал импульс узатилиши тўхтайдди. Бу қуйидаги шарт бажарилганида содир бўлади:

$$\bar{v}_x(x + \bar{\lambda}_x) - u = \bar{v}_x(x - \bar{\lambda}_x) + u,$$

бундан

$$u = \bar{\lambda}_x \frac{d\bar{v}_x}{dx}.$$

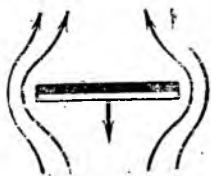
Равшанки, $\bar{\lambda}^2 = \bar{\lambda}_x^2 + \bar{\lambda}_y^2 + \bar{\lambda}_z^2 = 3\bar{\lambda}_x^2$. Агар $\bar{\lambda}_x = \lambda/\sqrt{3}$ деб олинса, катта хато бўлмайди. Сўнгра $m\bar{v}_x^2 \approx kT$. Бу муносабатлардан фойдаланиб, қуйидаг ини ҳосил қиламиз:

$$u \approx \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{k}{3mT}} \frac{dT}{dx} \approx \frac{\lambda}{3} \sqrt{\frac{k}{mT}} \frac{dT}{dx}. \quad (95.8)$$

Бундан кўринишича, иссиқлик сирпаниш фақат сийрак газлардагина сезиларли бўлиши мумкин, чунки $\lambda \sim 1/P$.

7. Радиометрик эффект. *Радиометрик эффект сийрак газларга жойлашган нотекис иситилган жисмларнинг иссиқроқ томондан камроқ иситилган томон йўналишида ўз-ўзидан ҳаракатга келишидан иборат.* Одатда нотекис иситиш жисмни бир томонлама ёритиш йўли билан амалга оширилади, унинг номи ана шундан келиб чиққан. Жисмни ҳаракатга келтирувчи кучларни *радиометрик кучлар* дейилади. Уларнинг келиб чиқиши икки ёқламадир.

Биринчи куч жисм сиртнинг иссиқроқ қисмидан совуқроқ қисмига томон газнинг иссиқлик (термик) сирпаниши туфайли вужудга келади. Қовушоқлик туфайли жисм атрофидаги газнинг асосий қисми ҳам ҳаракатга тортилади (91-расмга қ., газнинг пластинка а трофида оқими кесимда тасвирланган. Пластинканинг иссиқроқ қисми қорайтирилган). Импульс сақланиш қонунига мувофиқ жисм тескари йўналишда, анча совуқроқ томони билан олдига ҳаракатга келиши керак. Демак, унга



91-расм.

ўша йўналишда таъсир қилувчи куч пайдо бўлади. Марказий иситиш батареялари яқинида совуқ деворда чангнинг ўтириб қолишига сабаб шу куч таъсиридир, бу куч ҳавода муаллақ зарраларни иссиқ жисмлардан совуқ жисмларга томон йўналишда кўчиради.

Иккинчи кучнинг келиб чиқиши қуйидагича. Жисмнинг иссиқроқ томонидан қайтарилган молекулалар совуқроқ томондан қайтарилган молекулаларга нисбатан жисмга камроқ импульс беради. Шунинг учун ҳам жисмнинг иссиқ томонидан совуқ томонига йўналган радиометрик куч вужудга келади.

Биринчи куч озроқ сийракланган газларда асосий куч бўлади. (95.8) формула ёрдамида унинг босимга тескари пропорционал бўлишига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Иккинчи куч кучли сийракланган газларда асосий роль ўйнайди. У босимга пропорционал. Оралиқ соҳада ҳар иккала куч муҳим роль ўйнайди.

Радиометрик эффектни паст босимларда *Крукс* (1832—1919) *радиометри* ёрдамида кузатиш қулай. Бу асбобнинг асосий қисми — игна учига кийдирилган қалпоқчага маҳкамланган слюда қанотчалардир. Шундай қилиб, қанотчалар вертикал ўқ атрофида амалда ишқаланишсиз айлана олади. Қанотчалар бир томонидан қорайтирилган ва юқори вакуумли шиша баллон ичида жойланган. Ёритилганда қанотчалар ёруғ томони билан олдинга айлана бошлайди.

МАСАЛА

Газнинг ғовак тўснқ (ғоваклар эркин югуриш узунлигига нисбатан кичик) орқали изотермик эффузиясидан изотопларни ажратиш учун фойдаланилади. Изотопларнинг табиий аралашмасини ғовак деворли идишга тўлдирилади. Эффузия натижасида идиш ғоваклари орқали ўтган газ сўриб олинади ва махсус резервуарда тўпланади. У билан эффузия иккинчи цикли, кейин учинчиси ва ҳоказо ўтказилади, изотопларнинг талаб қилинган даражадаги ажралишига эришгунча бу цикллар давом эттирилади. Агар енгил ва оғир изотопларнинг молекуляр оғирликлари мос равишда μ_1 ва μ_2 бўлса, у ҳолда енгил ва оғир изотоплар зарралари концентрацияси нисбатини 10 марта орттириш учун неча цикл эффузия ўтказиш зарур?

Ж а в о б и.

$$N \geq \frac{2}{\lg \frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

96-§. Ультрасийрак газнинг тўғри труба орқали молекуляр оқиши

1. Ультрасийрак газнинг труба орқали оқиши қовушоқ суюқликнинг ёки зич газнинг оқишидан анча фарқ қилади. Ультрасийрак газнинг оқиши унинг молекулаларининг фақат труба деворларига тўқнашишлари билан аниқланади. Молекулаларо тўқнашишлар ҳеч қандай роль ўйнамайди. Бунинг натижаси — ультрасийрак газ оқишининг қуйидаги хусусиятидир. Трубанинг бир учидан кираётган газ молекулалари ҳаракати унинг иккинчи учидан кираётган молекулалар ҳаракатига мутлақо боғлиқ бўлмайди. Труба орқали молекулалар тўла оқими қарама-қарши йўналишда

Ўтувчи икки мустақил оқимлар айирмаси сифатида ифодаланиши мумкин. Агар бу шарт бажарилса, у ҳолда газ оқишини *молекуляр оқиш* ёки *Кнудсен оқиши* дейилади.

2. l узунлиги a кўндаланг ўлчамидан жуда катта бўлган труба орқали стационар молекуляр оқишни текширайлик. (Цилиндрик труба ҳолида a деб унинг радиусини тушунамиз.)

Даставвал, трубанинг бир учидаги тешикдан ҳар секундда N_1 молекула киради, иккинчи учидан эса тўла вакуум тутиб турилади, деб фараз қиламиз. Труба орқали ўтиб, унинг иккинчи учидан чиқиб кетаётган молекулалар N сонини аниқлаймиз. N сони труба деворидан молекулаларнинг қайтарилиши характерига кўп боғлиқдир. Агар, масалан, труба девори абсолют силлиқ бўлганида, молекулалар эса ундан кўзгусимон қайтганида эди, у ҳолда трубага бир учидан кирган барча молекулалар иккинчи учидан чиқиб кетган бўлар, яъни $N = N_1$ бўлар эди. Ҳақиқатда бундай идеаллаштирилган ҳол ҳеч қачон мавжуд бўлмайди. Ҳақиқий таржибада труба деворига урилган молекулаларнинг анча қисми орқага қайтади. N нинг N_1 га ва труба параметрларига боғлианиши кўринишини ўлчамлилик мулоҳазаларни асосида аниқлаш мумкин. Ҳодисанинг механизидан N , N_1 , a , l катталиклар орасида функционал боғлианишлар бўлиши кераклиги келиб чиқади. Бу катталиклардан икки мустақил ўлчамсиз комбинация, хусусан, N/N_1 ва a/l нисбатларни тузиш мумкин. Труба бўйлаб оқиш процессида уларнинг бири иккинчисининг функцияси бўлиши керак: $\frac{N}{N_1} = f(a/l)$, бинобарин,

$$N = N_1 f(a/l).$$

$f[a/l]$ функция трубанинг кўндаланг кесими шаклига, шунингдек молекулаларнинг идиш деворидан қайтарилиш характерига боғлиқ бўлади. $f(0) = 0$ бўлиши равшан, чунки $a = 0$ бўлганда, N_1 нинг қиймати қандай бўлишидан қатъи назар, чиқувчи N оқим нолга айланади. $f(a/l)$ функцияни қаторга ёйиш мумкин деб фараз қилиб, бу ёйишни бажарамиз ва уни чизиқли ҳадда тўхтатамиз. У ҳолда

$$N = CN_1 \frac{a}{l}$$

ҳосил қиламиз, бунда C — трубанинг кўндаланг кесими шаклига ва молекулаларни унинг деворидан қайтарилиши характерига боғлиқ бўлган ўзгармас катталик. Хусусан, у труба бўйлаб деворнинг температурасининг қай тарзда ўзгаришига боғлиқ бўлиши мумкин.

Энди бир учидан трубага ҳар секундда N_1 молекула, иккинчи учидан эса N_2 молекула кираётган бўлсин. Иккала оқимнинг мустақил бўлганлиги туфайли, трубанинг кўндаланг кесими орқали ўтувчи молекулалар сони

$$N = C \frac{a}{l} (N_1 - N_2). \quad (96.1)$$

га тенг бўлади. Труба икки идишни туташтиради, деб тасаввур қилиш мумкин. Идишларнинг бирида P_1 босим ва T_1 температура,

иккинчисида P_2 босим ва T_2 температура тутиб турилади. Агар идишларда молекулалар концентрацияси мос равишда n_1 ва n_2 бўлса, у ҳолда

$$N_1 = 1/4 S n_1 \bar{v}_1 \quad N_2 = 1/4 S n_2 \bar{v}_2,$$

бунда S — труба кўндаланг кесими юзи.

$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{kT}{m}}$ ва $P = nkT$ муносабатлардан фойдаланиб, N нинг ифодасини

$$N = A \frac{a^3}{l \sqrt{m}} \left(\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} - \frac{P_2}{\sqrt{T_2}} \right) \quad (96.2)$$

кўринишга келтирамиз, бунда A — янги ўзгармас катталиқ:

$$A = \frac{C}{\sqrt{2\pi k}} \frac{S}{a^2}. \quad (96.3)$$

Трубанинг кўндаланг кесими орқали ҳар секундда оқиб ўтаётган газ массаси учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$Q = A \sqrt{m} \frac{a^{3*}}{l} \left(\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} - \frac{P_2}{\sqrt{T_2}} \right). \quad (96.4)$$

3. C ва A сон коэффициентларни қуйидаги элементар мулоҳазалар ёрдамида баҳолаш мумкин. Доиравий трубани қараймиз ва бутун труба бўйича газнинг температураси бир хил деб ҳисоблаймиз. Газнинг труба орқали оқишини диффузия процесси сифатида қараш мумкин. Бинобарин, $N = -DSdn/dx$, бунда $D = 1/3\lambda\bar{v}$ — диффузия коэффициенти (X ўқи труба ўқи бўйлаб йўналган). Стационар процесс учун $N = \text{const}$, шунинг учун $dn/dx = \text{const}$. Демак, $dn/dx = (n_2 - n_1)/l$ ва

$$N = \frac{1}{3} \lambda \bar{v} S \frac{n_1 - n_2}{l}$$

Кнудсенча оқишда молекулаларо тўқнашишларни назарга олмаса ҳам бўлади. Эркин югуриш узунлигини молекулаларнинг труба девори билан тўқнашишлари орқали тўла аниқлаш мумкин. Катталигининг тартиби бўйича у трубанинг $2a$ диаметрига тенг. Бу қийматни қабул қилган ҳолда, қуйидаги ифодани оламиз:

$$N = \frac{2}{3} \alpha \bar{v} S \frac{n_1 - n_2}{l}$$

ёки

$$N = \frac{8}{3} \frac{\alpha}{l} (N_1 - N_2). \quad (96.5)$$

Бу формулани (96.1) билан таққослаш доиравий труба учун

$$C = \frac{8}{3}, \quad A = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2k}} \quad (96.6)$$

эканлигини кўрсатади.

Келтирилган элементар ҳисоб труба бўйлаб температура ўзгармас бўлганда N ва Q катталиқлар босимларнинг $P_1 - P_2$ фарқига қатъий пропорционал бўлишини кўрсатади. Аксинча, труба бўй-

лаб температура ўзгарганида N ва Q катталиклар ва $\left(\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} - \frac{P_2}{\sqrt{T_2}}\right)$

айрма орасидаги пропорционаллик фақат тақрибий бўлади. $f(a/l)$ функциянинг даражали қаторга ёйилмасида фақат чизиқли ҳад билан чекланиш мумкин бўлган ҳолдагина юқоридаги пропорционаллик ўридли бўлади.

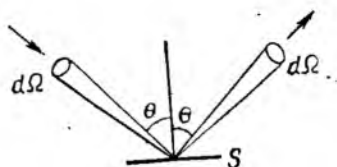
(96.6) қийматли C ва A доимийларни ўз ичига олган (96.2) ва (96.3) формулаларни *Кнудсен формулалари* дейилади.

4. (96.4) формула, бошқа барча шароитлар бир хил бўлганда газнинг Q сарфи труба радиусининг кубига пропорционал бўлишини кўрсатади. Буни вакуум асбобларни конструкциялашда ҳисобга олиш керак. Фараз қилайлик, юқори вакуум насосининг қуввати ҳар секундда V литр газни сўра олади, насосни газдан бўшатилаётган идиш билан туташтирувчи труба ҳар секундда v литр газни ўтказиб юбора олади. Агар $v \ll V$ бўлса, у ҳолда катта қувватли насосни ишлатиш маъносиз. Насосдан тўғри фойдаланиш учун туташтирувчи труба ўлчамини $v \sim V$ бўладиган қилиб танлаш керак.

5. Энди олинган формулаларни молекуляр-кинетик нуқтан назардан келтириб чиқарамиз. Бу ишнинг энг муҳим жойи урилувчи молекулаларнинг труба девори билан ўзаро таъсири характери тўғрисидаги фараздир. Деворга урилишдан кейин қайтган молекулалар тезликлари девор температурасига тенг температурали Максвелл қонуни бўйича тақсимланадиган бўлади деб фараз қиламиз. Бу фараз, газ молекулалари девор температурасини қабул қилишини, уларнинг тезликлари эса деворга бир карра урилиш оқибатидаёқ изотроп тақсимланган бўлиб қолишини англатади. Бу жуда тўғри бўлмаса ҳам, бундай фараз энг содда фараздир ва қаралаётган масалада асосан тўғри натижаларга олиб келади.

Қатъий қилиб гапирганда, биз унча аниқ ифодаланмадик. Қайтган молекулалар фақат девор томондан ҳаракатланади, улар орасида девор томонга ҳаракатланувчи молекулалар йўқ. Шунинг учун қайтган молекулалар тезликларининг Максвелл қонуни бўйича тақсимоти тўғрисида фақат шартли гапириш мумкин. Бизнинг фаразнинг маъноси қуйидагича: агар қайтган молекулалар туркумига шундай сондаги, қиймати шундай, лекин йўналиши қарама-қарши бўлган молекулалар қўшилса, у ҳолда Максвелл тақсимоти ҳосил бўлади.

Энди бирлик S юз билан бир секундда $N_{\text{ст}}$ молекула тўқнашади деб фараз қиламиз. Бу молекулаларнинг $d\Omega$ фазовий бурчакка қайтарилувчи $dN_{\text{ст}}$ ҳиссасини



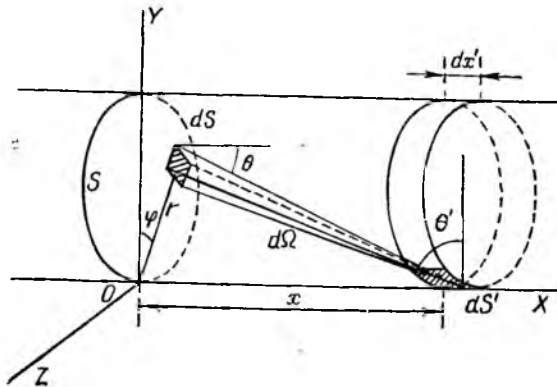
92-расм.

топамиз; фазовий бурчак ўқи S юз нормалига нисбатан θ бурчак ташкил қилади (92-расм). Бизнинг фаразимизга кўра, қайтган молекулаларнинг бурчаклар ва тезликлар бўйича тақсимоти тушаётган молекулалар ҳаракат тез-

ликлари ва йўналишига боғлиқ бўлмаганлиги учун тушаётган молекулалар қайтган молекулалар билан биргаликда Максвелл қонуни бўйича тақсимланган деб ҳисоблаш мумкин. n — бирлик ҳажмдаги барча молекулалар сони бўлсин. Y ҳолда нормаль билан θ бурчак ташкил этиб, S юзга бирлик вақтда $d\Omega$ фазовий бурчак ичида тушаётган молекулалар сони $n \bar{v} S \cos\theta \frac{d\Omega}{4\pi}$ бўлади. Нормалнинг бошқа томонида симметрик жойлашган фазовий $d\Omega$ бурчакка қайтарилган молекулалар $dN_{\text{стр}}$ сони ҳам ўшандай бўлади. Тушаётган молекулалар тўла сони (75.5) формуладан аниқланади, яъни $N_{\text{стр}} = 1/4n\bar{v}$. Уни киритиб, қуйидагини оламиз:

$$dN_{\text{стр}} = \frac{N_{\text{стр}}}{\pi} \cos\theta d\Omega. \quad (96.7)$$

6. Газнинг труба орқали молекуляр оқиши масаласига қайтамиз. Трубани a радиусли цилиндр шаклида деб ҳисоблаймиз. Трубанинг барча кесимлари орқали газ сарфи бир хил бўлганлиги туфайли уни ҳисоблаш учун трубанинг ўртаси орқали ўтган S кесимни олиш мумкин (93-расм). S кесим текислигини YZ



93-расм.

координата текислиги деб қабул қиламиз, X ўқни цилиндр ясовчиларидан бири бўйлаб йўналтирамыз. dS юз S кесимдаги элементар юз бўлсин. Цилиндрнинг ён сиртида dx' кенгликка эга бўлган чексиз қисқа камарча ва унда dS' элементар юзни олиб қараймиз. dS' юзининг марказидан dS юз $d\Omega = \frac{dS \cos\theta}{R^2}$ фазовий бурчак остида кўринади. dS' юз томондан учиб, dS орқали бир секундда ўтайдиган молекулалар сони

$$dN = \frac{N_{\text{стр}}}{\pi} \cos\theta' d\Omega = \frac{N_{\text{стр}} \cos\theta \cos\theta'}{\pi R^2} dS dS'$$

орқали ифодаланади, бунда: R — юзлар орасидаги масофа, θ ва θ' — уларнинг нормаллари ва юзлар марказларини туташтирувчи чизиқ ора-

сидаги бурчаклар. N_{cr} катталиқ dS' юзчанинг турган жойига тегишли бўлиб, унинг x координатаси функцияси дур:

$$N_{\text{cr}} = N_{\text{cr}}(x).$$

S кесим орқали бирлик вақтда ўтаётган молекулаларнинг N тўла сонини аниқлаш учун dN ифодасини S кесим бўйича ва цилиндрнинг ён сирти бўйича интеграллаш керак. Лекин, барча dS' юзлар камарчада S' кесимга нисбатан мутлақо бир хил жойлашгани туфайли dS' ни бирданига $2\pi a dx$ га алмаштириш мумкин. Ҳисоблашни соддалаштириш учун $d\Omega$ фазовий бурчак учини Y ўқ устида жойлаш мумкин; 93-расмда шундай қилинган. dS марказининг координаталари y ва z бўлсин. Y ҳолда

$$\cos \theta = \frac{x}{R}, \quad \cos \theta' = \frac{y}{R},$$

$$N = 2a \int y dS \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} N_{\text{cr}}(x) \frac{x}{R^4} dx.$$

Агар N_{cr} зарблар сони трубаинг бутун узунлиги бўйича бир хил бўлганида, яъни x га боғлиқ бўлмаганида эди, y ҳолда интеграл остидаги $N_{\text{cr}}(x) \cdot x/R^4$ ифода x нинг тоқ функцияси бўлар эди ва x бўйича интеграл нолга айланмас эди. Буни эътиборга олиб ва $N_{\text{cr}}(x)$ функция труба бўйлаб унча тез ўзгармайди деб фараз қилиб, уни x нинг даражалари бўйича қаторга ёямиз ва ёйилмани квадратик ҳад билан тугаллаймиз:

$$N_{\text{cr}} = N_{\text{cr}}(0) + \left(\frac{dN_{\text{cr}}}{dx} \right) x + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 N_{\text{cr}}}{dx^2} \right) x^2.$$

x бўйича интеграллашда биринчи ва охири ҳадлар интегралга ҳеч қандай ҳисса қўшмайди ва биз қуйидагини оламиз:

$$N = 2a \frac{dN_{\text{cr}}}{dx} \int y dS \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{x^2}{R^4} dx.$$

Трубаини чексиз узун деб ҳисоблаб, охириги интегралда чекли чегараларни чексиз чегараларга алмаштирамиз. Бутун интегрални ҳисоблаш учун S кесим юзида r ва φ қутб координаталари киратамиз ва қутб координаталар системаси бошини O нуқтада жойлаймиз. Y ҳолда $y = r \cos \varphi$, $R^2 = r^2 + x^2$, $dS = r dr d\varphi$, шунинг учун

$$N = 2a \frac{dN_{\text{cr}}}{dx} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_0^{2a \cos \varphi} r^2 dr \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{r^2 + x^2} dx.$$

x бўйича интеграл оламиз:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{r^2+x^2} dx = \left(\frac{1}{2r} \operatorname{arctg} \frac{x}{r} - \frac{1}{2} \frac{x}{r^2+x^2} \right) \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\pi}{2r}.$$

Бошқа интеграллаш амалини ҳам бажаргандан сўнг:

$$N = \frac{8\pi a^3}{3} \frac{dN_{\text{ст}}}{dx}. \quad (96.8)$$

Стационар оқиш шароитда N катталиқ, u билан бирга эса $\frac{dN_{\text{ст}}}{dx}$ ҳосила труба бўйлаб ўзгармас қолади. Бундан ва $N_{\text{ст}} = 1/4n\bar{v}$ ифодадан фойдаланиб, осонгина

$$\frac{dN_{\text{ст}}}{dx} = \frac{N_1 - N_2}{\pi a^2 l}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бундан кейин (98.8) формула (96.5) кўринишга келади. S коэффициент сон қийматларининг қатъий ва баҳолаш ҳисобларида мос тушириш, албатта тасодифийдир.

МАСАЛАЛАР

1. Деворлари қалинлиги $l = 5$ мм ва ҳажми $V = 1$ л бўлган шиша идиш азот билан тўлдирилган ва вакуум билан ўралган. Идиш деворида $a = 0,1$ мм радиусли ингичка цилиндрик канал ҳосил бўлган. Газнинг идишдаги бошланғич босими шунчалик кичикки, бу ҳолда каналнинг радиуси газ молекулалари эркин югуриш узунлигига нисбатан назарга олмаслик даражада кичик. Идишда газ молекулалари концентрацияси вақтга боғлиқ равишда қандай ўзгаради? Агар температура ўзгармас тутилса ва $T = 300^\circ \text{K}$ га тенг бўлса, газнинг идишдаги босими e марта камайиши учун кетадиган τ вақтни аниқланг.

Жавоб и. $n = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = \frac{3Vl}{2\pi a^3 v} = 5 \cdot 10^3 \text{с} = 83,4$ мин.

2. Ҳавоси тўла сўриб олинган, девори қалинлиги $l = 3$ мм ва ҳажми $V = 1$ л бўлган шиша идиш карбонад ангидрид газ (CO_2) атмосферасига жойлашган. Шиша деворида $D = 0,1$ мм диаметри ингичка цилиндрик канал ҳосил бўлган. Атрофдаги газнинг босими шунчалик кичикки, бу ҳолда каналнинг диаметри газ молекулалари эркин югуриш узунлигига нисбатан назарга олмаслик даражасида кичик. Идишда газ молекулалари концентрацияси вақтга боғлиқ равишда қандай ўзгаради? Температура ўзгармас тутилди ва $T = 300 \text{K}$ га тенг бўлган шароитда идишдаги газ босими атрофдаги газ босимнинг $(e-1)/e = 0,628$ қисмини ташкил этадиган пайтгача ўтган τ вақтни аниқланг.

Жавоб и. $n = n_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$,
 $\tau = \frac{12Vl}{\pi D^3 v} = 3 \cdot 10^4 \text{с} = 5 \cdot 10^2$ мин = 8,33 соат.

3. V_1 ва V_2 ҳажмли идишлар a радиусли ва l узунликли цилиндрик канал воситасида ўзаро туташтирилган, бу канал бир идишдан иккинчи идишга газнинг изотермик Кнудсенча оқиб ўтиши юз бераётир. Агар газ молекулаларнинг идишлардаги бошланғич концентрациялари n_{10} ва n_{20} бўлса, u ҳолда уларнинг n_1 ва n_2 концентрациялари вақт ўтиши билан қандай ўзгаради?

Ечилиши. Оқиб ўтиш

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{n_2 - n_1}{\tau_1}, \quad \frac{dn_2}{dt} = \frac{n_1 - n_2}{\tau_2}$$

дифференциал тенгламалар системаси ёрдамида тавсифланади, бунда

$$\tau_1 = \frac{3V_1 l}{2\pi a^3 v}, \quad \tau_2 = \frac{3V_2 l}{2\pi a^3 v}.$$

Бир тенгламадан иккинчисини айриб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{d}{dt}(n_1 - n_2) = -\frac{n_1 - n_2}{\tau},$$

бунда

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}.$$

Интеграллаб ва бошланғич шартлардан фойдаланиб,

$$n_1 - n_2 = (n_{10} - n_{20}) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ифодани топамиз. Бу қийматни тенгламалар бошланғич системасига қўямиз ва интеграллаймиз. Натижада:

$$n_1 = \frac{n_{10}\tau_1 + n_{20}\tau_2}{\tau_1 + \tau_2} + \frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2} (n_{10} - n_{20}) e^{-\frac{t}{\tau}},$$

$$n_2 = \frac{n_{20}\tau_2 + n_{10}\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} + \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} (n_{20} - n_{10}) e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

VIII БОБ
РЕАЛ ГАЗЛАР

* * *

97-§. Молекуляр кучлар ва идеал газ қонунларидан четланишлар

1. Идеал газ қонунлари — тақрибий қонунлардир. Улардан четланишлар ҳам миқдорий, ҳам сифат характерга эгадир. $PV = RT$ Клапейрон тенгламасининг реал газлар учун фақат тақрибан бажарилиши туфайли ундан миқдорий четланишлар намоён бўлади. Сифат жиҳатдан четланишлар чуқурроқ характерли бўлади. Реал газлар суюқ ва қаттиқ ҳолатларга ўтказилиши мумкин. Агар газлар Клапейрон тенгламасига қатъий бўйсунганида бундай бўлмас эди.

Идеал газ қонунларидан четланишлар газ молекулалари орасида (идеал газ назариясида эътиборга олинмайдиган) кучлар таъсир қилиши билан боғлиқдир. Бу кучлар химиявий бирикмалар ҳосил бўлишига олиб келиши мумкин. У ҳолда бу кучларни *химиявий ёки валент кучлар* дейилади. Агар химиявий бирикмалар ҳосил бўлмаса, у ҳолда молекулалар ва атомлар орасидаги ўзаро таъсир кучларини *молекуляр кучлар* дейилади. Газда химиявий реакциялар юз бермайди ёки реакция тамом бўлган деб фараз қиламиз, бинобарин, химиявий кучлар бизни қизиқтирмайди. Агар газ ионлашган бўлса, у ҳолда газдаги ионлар орасида *Кулон қонуни бўйича тортишиши ва итартишиши* кучлари пайдо бўлади. Бундай кучлар *плазманинг*, яъни *ионлашган квазинейтрал газнинг* хулқ-атворини аниқлайди. (Мусбат ионлар зарядини манфий ионлар заряди катта аниқликда компенсациялайдиган газ квазинейтрал газ дейилади.) Плазма физикаси физиканинг кенг ва жуда тез ривожланаётган бўлими бўлиб, у астрофизикада, радиотўлқинлар тарқалиши назариясида, термоядро реакцияларини бошқаришда ва бошқа соҳаларда кенг қўлланилмоқда. Аммо плазма хоссалари тўғрисида бу ерда гапириш ҳали эрта. Физиканинг бошқа (электр, атом физикаси) бўлимларини ўргангандан кейин плазма тўғрисида гапирилади. Бу ерда биз фақат *электр жиҳатдан нейтрал бўлган* молекулалар ёки атомлардан ташкил топган газларнинг текширамыз. Химиявий кучлар ўз табиати бўйича молекуляр кучлардан фарқ қилмайди. Бу иккала куч ҳам атомлар ва молекулаларни ташкил этган элементар зарядлар орасидаги *электр ўзаро таъсир* кучларидан иборат. Бироқ фақат квант механикаси вужудга келганидан кейингина молекуляр ва химиявий кучлар табиатини тўла тушуниш мумкин

бўлди. Бу масала устида тўхталиш учун имконият бўлмагани сабабли, классик тасаввурлар асосидаги баъзи бир мулоҳазалар билан чекланамиз.

2. Узоқ масофалардан таъсир этувчи молекуляр кучлар тортишиш кучлари бўлади. Бу тортишиш кучларини реал газлар молекуляр назарияси асосларини яратган голланд олими шарафига *Вандер-Ваальс* (1837—1923) *кучлари* дейилади. Агар элементар зарядлардан тузилган мураккаб зарралар, бир бутун, сифатида олинганда электр жиҳатдан нейтрал бўлса, улар орасида қандай қилиб тортилиш кучлари вужудга келиши мумкин? Буни тушуниб олиш учун икки ҳолатни эътиборга олиш зарур. Биринчидан, зарра ичида қарама-қарши ишорали зарядлар бир нуқтада устма-уст тушмайди. Шу туфайли уларнинг ташқи таъсири тамомила бир-бирини йўқотмайди — ҳар қандай атом ёки молекуланинг атрофида масофа ортиши билан тез камайиб борадиган электр майдон мавжуд бўлади. Иккинчидан, ташқи майдон таъсири остида молекула ичида зарядлар вазияти ёки ҳаракати озгина ўзгариши оқибатида мусбат зарядлар электр майдон йўналишида, манфийлари — қарама-қарши йўналишда силжийди. Бу ҳодисани *электр қутбланиши* (*поляризация*) дейилади. Энди 1 ва 2 мураккаб нейтрал зарралар бир-бирдан шундай яқин масофада турадики, биринчи зарранинг иккинчи зарра турган жойда ҳосил қилган E_1 электр майдони сезиларли катталикка эга деб тасаввур қилайлик. Бу майдон таъсирида 2 зарра қутбланади ва унинг биринчи зарра турган жойда ҳосил қилган E_2 электр майдони кучаяди. E_2 майдон таъсирида биринчи зарра ҳам қутбланади, бу эса E_1 майдонни кучайтиради ва ҳоказо. Оқибатда зарралар бир-бирига қарама-қарши зарядланган томонлари билан қараб қолади. Улар худди қарама-қарши қутблари билан бир-бирига қараган магнитлар каби тортишишади. Қараб чиқилган кучларни *дисперсион кучлар* дейилади. Бу терминнинг келиб чиқиши газнинг *диэлектрик синдирувчанлиги* ва *синдириш кўрсаткичи* (оптик дисперсия) ҳам молекулалар қутбланувчанлиги орқали аниқланиши билан боғлиқ.

Газ молекулалари орасида, дисперсион кучлардан ташқари яна *дипол-ориентацион кучлар* деб аталган кучлар таъсир этиши ҳам мумкин. Бу кучлар ҳам тортишиш кучлари бўлиб, одатда улар дисперсион кучлардан кичик. Бундан ташқари, дипол-ориентацион кучлар газ температурасига боғлиқ. Бу кучлар газ молекулалари ҳали ташқи электр майдони йўқлигида қутбланган ҳолга пайдо бўлади. Бундай молекулаларни *қутбли* молекулалар дейилади. Худди магнит стрелкаси магнит майдонда бурилгани каби, қутбли молекулалар ташқи электр майдонда бурилади. Ўзаро таъсирлашувчи икки қутбланган молекулани яна тасаввур қилайлик. Бир молекуланинг электр майдонинда иккинчи молекула бурилади. Молекулалар уларнинг қарама-қарши учлари бир-бирига қарайдиган вазиятгача бурилишга интилади. Оқибатда тортишиш кучи вужудга келади. Ориентацияни доимий равишда иссиқлик ҳаракати бузиб тургани учун дипол-ориентацион кучлар газ температурасига боғлиқ бўлиши керак.

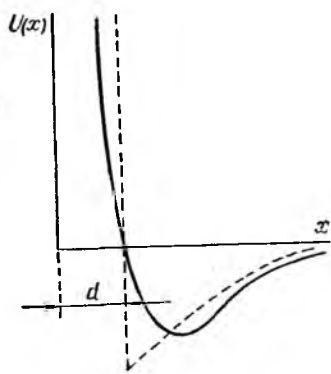
Агар молекулалараро масофа уларнинг ўлчамига нисбатан катта

Бўлса, у ҳолда дисперсион ва дипол-ориентацион кучларнинг масофанинг еттинчи даражасига тескари пропорционал равишда камайиши кераклигини кўрсатиш осон. Бу натижадан биз ҳеч жойда фойдаланмаймиз, шунинг учун ҳам, унинг исботини келтирмаймиз. Электр бўлимини ўрганишга киришгандан сўнг ўқувчининг ўзи тегишли ҳисобларни осон бажариши мумкин.

Албатта, баён қилинган мулоҳазалар етарли эмас. Классик назария умуман молекуляр ва химиявий кучлар проблемасини изчил ечишга қодир эмас. Молекулалар ва атомларнинг ўзини электр зарядли элементар зарралардан тузилган системалар сифатида мавжуд бўлишини классик назария тушунтириб бера олмаслиги юқоридаги фикрни тасдиқлайди. Бу назарияга мувофиқ бундай системалар турғун бўлиши мумкин эмас.

Ўзаро таъсирлашувчи зарраларнинг электрон қобиклари бир-бирининг ичига кирадиган ҳолдаги яқин масофаларда молекуляр тортишиш кучлари ўрнини итаришиш кучлари олади. Квант механикаси асосидаги назария ўзаро таъсирлашувчи зарралар орасидаги масофа кичик бўлганда итаришиш кучлари жуда катта бўлишини кўрсатади. Улар масофа ортган сари жуда тез камая боради. Масофа ўзаро таъсирлашувчи зарралар «диаметри» дан катта бўлган ҳолда, масофа ортган сари итаришиш кучлари экспоненциал камая боради.

3. Молекулалар ўзаро таъсирини $U(x)$ ўзаро таъсир потенциал энергияси билан характерлаш қулай, бунда $U(x)$ яқинлашган молекулалар марказлари орасидаги x масофанинг функциясидир. Баён қилинганларга асосан, $U(x)$ функция схематик 94-расмда график равишда тасвирланган кўринишга эга бўлиши керак. Тортишиш кучларини итаришиш кучлари мувозанатлаганда у минимумга эга.



94-расм.

Газлар назариясининг кўп масалаларида $U(x)$ функциянинг қуйидаги

$$U(x) = \frac{a_1}{x^{12}} - \frac{a_2}{x^6} \quad (97.1)$$

тақрибий кўриниши (аппроксимацияси) яхши натижага олиб келади, бунда a_1 ва a_2 — ўзгармас катталиклар. Уни *Леннард-Жонс* потенциали дейилади. Биринчи ҳад итаришиш кучларига, иккинчиси — Ван-дер-Ваальс тортишиш кучларига мос келади. Тортишиш кучлари масофанинг еттинчи даражасига тескари пропорционал равишда ($F = -dU/dx$ бўлганлиги учун) камаяди. Шунинг учун — a_2/x_6 ҳад назарий жиҳатдан (катта x ларда) асосланган деб ҳисобланиши мумкин. Биринчи ҳадга содда аппроксимация деб қараш лозим.

Ван-дер-Ваальс ҳолат тенгламаси назариясида янада қўполроқ аппроксимация қўлланилади. $U(x)$ эгри чизиқ минимумдан чапда

юқорига тикроқ кўтарилганлиги учун эгри чизиқнинг бу участкасини 94-расмда пунктир билан тасвирланган вертикал тўғри чизиқ билан алмаштирилади. Агар d — бу тўғри чизиқдан координата бошигача масофа бўлса, у ҳолда ўзаро таъсирлашувчи зарралар марказлари d дан кичик масофагача яқинлашиши мумкин эмас. Шунинг учун қаралаётган аппроксимация орасида тортишиш кучлари таъсир этувчи *қаттиқ эластик шарлар моделига* мос келади. Келгусида биз худди шу моделдан фойдаланамиз. Шарлар ўлчамини чекли деб ҳисоблаш билан итаришиш кучлари ҳисобга олинади. Бу кучлар фақат тўқнашишлар пайтидагина намоён бўлади. d масофа молекула диаметри ролини ўйнайди. Албатта, молекула диаметри унчалик аниқ ўлчанмаган катталиклар қаторига киради.

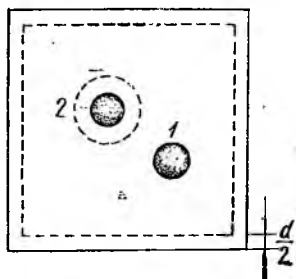
Баъзан муҳокамага киритиладиган *молекуляр таъсир сфераси* тушунчаси эса бундан ҳам аниқмас катталикдир. Унинг таърифига кўра, молекуланинг тортишиш кучлари фақат молекуляр таъсир сфераси ичидагина намоён бўлади, бу сферадан ташқарида эса нолга тенг бўлади деб ҳисобланади. Равшанки, молекуляр таъсир сфераси радиусини мутлақо аниқ кўрсатиш мумкин эмас, чунки бу қандай аниқлик даражасида ҳисоблаш талаб қилинишига боғлиқ бўлади. У тахминан 10^{-7} см тартибида бўлади.

98- §. Ван-дер-Ваальс тенгламаси

1. Энди қаттиқ эластик шарлар моделидан фойдаланиб, газлар ҳолати тенгламаси кўринишига молекуляр кучлар таъсирини ҳисобга оламиз. Дастлаб *итаришиш кучларининг* таъсиридан ёки (худди ўшанинг ўзи) молекулалар чекли ўлчамининг таъсиридан бошлаймиз. Молекулалар орасида тортишиш кучлари таъсир қилмайди деб фараз қиламиз. Молекулалар чекли ўлчами таъсирини сифат жиҳатдан тушуниш осон. Температуралар ва концентрациялар бир хил бўлган шароитда, нуқтавий молекулалар ҳолига нисбатан чекли ўлчамли молекулалар ҳолида деворга урилишлар сон кўпроқ бўлади. Бу шундай тушунтирилади: молекулалар билан банд қилинмаган фазодаги газда ҳаракат миқдори *иссиқлик тезликлари* билан узатилади, абсолют қаттиқ молекулалар билан банд қилинган фазода эса *чексиз тезлик* билан узатилади. Натижада газнинг босими ортади.

Энди масалани миқдорий жиҳатдан текшираемиз. Газнинг зичлиги унча катта эмас деб фараз қиламиз. У ҳолда учта ёки ундан ортиқ молекулалар бир вақтда тўқнашадиган ва ўзаро таъсирлашадиган ҳоллар нисбатан жуда кам бўлади. Фақат икки молекула тўқнашадиган, бошқа молекулалар эса уларга бу тўқнашиш вақтида таъсир қилмайдиган ҳоллар кўп марта ортиқ учрайди. Бундай тўқнашишлар *жуфт* тўқнашишлар дейилади. Биз фақат жуфт тўқнашишларни ҳисобга оламиз ва учталаб, тўртталаб ва ҳоказо тўқнашишларни тамомила эътиборга олмаймиз. Бу йўл билан катта зичликли газ ҳолати тенгламасини ҳосил қилиш мумкин эмаслиги равшан. Бундан Клапейрон тенгламасига киритиладиган тузатмаларнигина ҳисоблаб топиш мумкин.

Дастлаб, силлиқ деворли, V ҳажмли идишда иссиқлик ҳаракатида бўлган иккита бир хил 1 ва 2 молекула бор деб фараз қиламиз (95-расм). Молекулалар деворлар билан ва ўзаро тўқнашади. Шу сабабли деворларга босим вужудга келади. Босимнинг катталиги икки молекула кинетик энергиялари йиғиндиси билан аниқланади ва молекулалар орасида бу энергия қандай тақсимланганига боғлиқ бўлмайди (59- § га қ.). Босимни ҳисоблашда бир молекула (масалан, 2 молекула) ҳамма вақт ҳаракатсиз қолади, бошқа молекула (1 молекула), иккиланган кинетик энергия билан ҳаракатланади, деб ҳисоблаш мумкин. Бундан ҳисоб натижаси ўзгармайди. Молекулалар марказлари d дан кичик масофагача яқинлаша олмайди. 86- § да эркин югуриш ўртача узунлигини ҳисоблашда қилганимиз сингари, 2 молекулани d радиусли чегараловчи сфера билан ўрай-



95-расм.

миз. Ҳаракатланаётган 1 молекулани нуқтавий деб ҳисоблаш мумкин. Равшанки, у ҳаракатсиз молекуланинг чегараловчи сфераси ичига кира олмайди. 1 молекула оладиган ҳажм, 2 молекула борлиги туфайли, чегараловчи сфера ҳажми қадар, яъни $\frac{4}{3}\pi d^3$ миқдор қадар камаяди. Бу миқдор иккала молекула ҳажмларининг тўртланган ҳажмига тенг бўлади.

Энди идишда N та бир хил молекула бўлсин. Идиш деворига бўладиган босимни ҳисоблашда қуйидагича мулоҳаза юритиш мумкин: гўё молекулаларнинг ярми ($1/2N$) тинч туради ва уларни тегишли чегараловчи сфералар билан алмаштирилади, молекулаларнинг қолган ярми эса нуқтавий молекулалар ва иккиланган кинетик энергия билан ҳаракат қилади. У ҳолда биз $N' = N/2$ нуқтавий молекуладан иборат $T' = 2T$ температурали идеал газга эга бўлардик. Бу молекулалар эгаллай оладиган ҳажм V ҳажмдан $N/2$ та бошқа молекулаларнинг чегараловчи сфералари эгаллаган ҳажмининг айрилганига тенг бўлади. Бу охириги ҳажмни b билан белгилаймиз. У ҳолда ҳаракатланаётган молекулалар эгаллай оладиган ҳажм $V - b$ га тенг бўлади. Бу молекулаларнинг идиш деворларига берадиган босими:

$$P = n'kT' = \frac{N'}{V-b} kT' = \frac{NkT}{V-b}.$$

Агар идишда бир грамм-моль газ жойлашган бўлса, у ҳолда

$$P(V-b) = RT. \quad (98.1)$$

b катталик, равшанки, $b = \frac{N}{2} \frac{4\pi}{3} d^3 = \frac{2\pi}{3} Nd^3$ га, яъни газнинг барча N молекулаларининг тўртланган ҳажмига тенг.

2. Юқоридаги натижани олишда қуйидаги ҳолатни назарга олмадик. Ҳаракатланаётган молекуланинг маркази деворга $d/2$ масофадан яқинроққа кела олмайди. $d/2$ қалииликли девор ёнидаги

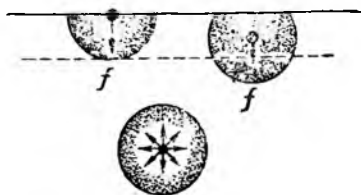
қатлам ҳажми унинг учун кириб бўлмас ҳажмдир. Бундай қатламнинг чегараси 95-расмда пунктир билан тасвирланган. Унинг ҳажми $S \cdot d/2$ га тенг, бунда S — идиш ички сиртининг юзи. Бу ҳажм ҳисобга олингани йўқ эди. Агар $Sd/2 \ll b$ бўлса, яъни $S \ll \frac{4}{3}\pi Nd^3$ бўлгандагина шундай қилиш мумкин эди. Агар идиш R радиусли шар шаклида бўлса, у ҳолда бу шарт

$$R \ll d \sqrt{N} \quad (98.2)$$

қўринишда бўлади. 1 моль газ учун, $d \sim 10^{-8}$ см бўлганида, бу $R \ll 10^4$ см = 10 м тенгсизликни беради. Бундай радиусли шар ичида газ босими $\sim 10^{-9}$ атм бўлар эди.

3. Газнинг P босими манфий бўла олмаганлиги учун (98.1) формуладан барча босимларда $V > b$ эканлиги келиб чиқади. $V = b$ қийматга фақат $P = \infty$ да эришилади. Бу хулоса нотўғри. b доимий газнинг барча молекулалари тўртланган ҳажмига тенг. Ваҳоланки, бизнинг моделimizда молекулаларни тасвирлайдиган қаттиқ шарларни кичикроқ ҳажмда жойлаштириш мумкин. Албатта, уларни барча шарлар ҳажмлари йиғиндисига аниқ тенг бўлган $b/4$ ҳажмда жойлаш мумкин эмас. Ҳатто энг зич жойлаштиришда ҳам шарлар орасида бўш оралиқлар қолади. Энг зич жойлаштиришда (175-а расмга қ.) барча шарларнинг $b/4$ умумий ҳажми бутун жисмнинг $\pi/(3\sqrt{2}) = 0,74$ ҳажмини эгаллайди (134-§ га қ.). Бундан келиб чиқишича, бизнинг моделдаги газ эгаллаши мумкин бўлган минимал ҳажм (98.1) тенгламадан олинган b эмас, балки $\frac{3\sqrt{2}}{4\pi} b = 0,337b$ бўлади. Нима учун (98.1) тенглама бизни нотўғри хулосага олиб келди? Шунинг учунки, биз бу тенгламани жуфт тўқнашишлар фарази асосида келтириб чиқарган эдик, уни эса бу шарт бажарилмайдиган ҳолда қўлландик. Ҳар қандай зичроқ жойлаштиришда ҳар бир шар бир неча қўшни шарларга тегади, бундай ҳоллар эса (98.1) ни келтириб чиқаришда текширишдан истисно қилинган эди.

4. Энди молекуляр тортишиш кучларини қараб чиқамиз. Ита-ришиш кучлари йўқ деб фараз қилиб, газ моделини ўзгартирамиз. Молекулаларни ораларида тортишиш кучлари таъсир қиладиган нуқталар деб ҳисоблаймиз. Яқин масофаларда таъсир этувчи итаришиш кучларидан фарқли равишда, молекуляр тортишиш кучлари узоқдан таъсир қилувчи кучлар бўлади. Ўзаро таъсирда бирданига кўп молекула иштирок қиладиган ва жуфт тўқнашишлар схемаси яроқсиз бўлиб қолади. Ҳар бир молекулани молекуляр таъсир сфераси билан ўраб оламиз. Агар, бу сфера бутунлай газ ичида бўл-



96-расм.

са, у ҳолда қаралаётган молекулага атрофдаги молекулалар томонидан таъсир қилувчи кучлар ўртача бир-бирини мувозанатлайди (96-расм). Молекула газ ва девор орасидаги чегара яқинида турганда бундай бўлмайди. Бу ерда молекуляр таъсир сфераси фақат қисман газ ичида ўтади. Молеку-

лани газ ичига тортадиган молекулалар уни ташқарига тортадиган молекулалардан ортиқ бўлади. Шундай қилиб, девор яқинида газнинг девор ёнидаги қатлами вужудга келиб, унинг қалинлиги молекуляр таъсир сфераси радиусига тенг бўлади. Бу қатламнинг ҳар бир молекуласи, ўртача, газ томонга йўналган f куч таъсирига дучор бўлади. f кучнинг катталиги молекула деворнинг энг яқинида бўлганда максимал бўлади, ундан узоқлашган сари камайиб боради.

Газ молекуласи деворга томон учиб борган, кейин эса ундан қайтган вақтда молекуланинг импульси ўзгаради. Импульс ўзгариши 59- § да идеал газ босимини ҳисоблаганимиз сингари ҳисобланади. Ҳар секундда деворнинг бирлик юзига тушиб ундан қайтаётган барча молекулалар импульси ўзгариши $\frac{1}{3}nm\langle v^2 \rangle$ бўлади. Аммо идеал газлардан фарқли равишда, девор томонга учиб бораётган молекулалар импульси фақат девор томонидан бўладиган босим кучлари таъсири остидагина эмас, балки девор ёнидаги қатлам молекулаларининг газ ичига тортувчи кучлари таъсири остида ҳам ўзгаради. Хусусан, бу охириги кучлар таъсири остида молекула деворга етиб бормасиданоқ девор ёнидаги қатлам ичига қайтарилиши мумкин. Девор томонга учиб бораётган молекулаларга таъсир қилувчи кучлар ўрнига, Ньютоннинг учинчи қонуни бўйича уларга тенг ва қарама-қарши йўналган, деворга ва девор ёнидаги қатлам молекулаларига таъсир қилувчи кучларни киритиш мумкин. P — газнинг деворга босими ўртача кучи, P_i — девор ёнидаги қатлам молекулаларини газ ичига тортувчи (бирлик юзга нисбатан) ўртача куч. У ҳолда

$$P + P_i = \frac{1}{3} nm \langle v^2 \rangle$$

ёки

$$P + P_i = nkT. \quad (98.3)$$

Баён қилинганлардан кўринишича, деворга таъсир қилаётган P босим девор материалига боғлиқ эмас. Девор вазифасини газнинг ўзи бажариши мумкин. Газни икки қисмга ажратувчи ихтиёрий кесимни фикран ўтказамиз. Бир қисмнинг иккинчисига босими, гўё бу иккинчи қисм қаттиқ девор бўлганидаги сингари бўлади. У $P + P_i$ га ёки бу катталикларнинг қандайдир бошқа комбинациясига эмас, балки P га тенг бўлади. Худди шу P босим гидродинамика ва газодинамика тенгламаларига киради.

P_i кучни ички ёки молекуляр босим дейилади. Уни $P_i = \langle N_{\text{кат}} f \rangle$ кўринишда ифодалаш мумкин, бундаги f — девор ёнидаги қатлам молекуласига таъсир этувчи куч, $N_{\text{кат}}$ эса бу қатламдаги бирлик юзга тўғри келган молекулалар сони. Шунингдек, $P_i \sim \langle N_{\text{кат}} \rangle \langle f \rangle$ деб ёзиш мумкин. $\langle N_{\text{кат}} \rangle$ ва $\langle f \rangle$ иккала катталик газнинг зичлигига пропорционал ёки ҳажмига тескари пропорционал бўлади. Яна газ бир грамм-моль миқдориди олинган деб фараз қилиб,

$$P_i = \frac{a}{V^2} \quad (98.4)$$

деб ёзиш мумкин, бундаги a — теқширилаётган газ учун характерли доимий. У ҳолда (98.3) ифода

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right) V = RT \quad (98.5)$$

ифодага ўтади.

5. Энди тортишиш кучлари ва итаришиш кучларининг биргаликда таъсирини ҳисобга олиш керак. Бизнинг мулоҳазаларимиз тааллуқли бўлган зичмас газлар учун тортишиш ва итаришиш кучларига тузатмаларни *муस्ताқил* киритиш мумкин. У ҳолда (98.1) ва (98.5) формулаларни комбинациялаш натижасида

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right) (V - b) = RT \quad (98.6)$$

ҳосил бўлади. Бу тенгламани *Ван-дер-Ваальс тенгламаси* дейилади. Уни Ван-дер-Ваальс 1873 йилда назарий равишда олган. (98.6) тенгламанинг назарий келтириб чиқарилиши

$$b \ll V, \quad \frac{a}{V^2} \ll P \quad (98.7)$$

шартлар бажарилганидагина тўғридир. Бундан ташқари (98.6) ни келтириб чиқаришда газ молекулаларининг сферик симметрик бўлиши назарда тутилади, чунки у қаттиқ эластик шарлар моделига тааллуқлидир. Ҳақиқатда ҳатто зичмас газлар учун ҳам a ва b катталикларнинг температурага боғлиқ бўлиши ана шу сабабдандир.

Зич газлар учун Ван-дер-Ваальс тенгламаси миқдорий муносабат сифатида ярамайди. Аммо у бу газларнинг характерини ҳам сифат жиҳатдан тўғри ифодалайди. Шунинг учун модданинг сифат характерини ўрганиш учун келгусида биз Ван-дер-Ваальс тенгламасини босим ва температуранинг бутун ўзгариш соҳасида қўлланамиз. Лекин бу ҳолда унга *тақрибий ярим эмпирик тенглама* сифатида қараш керак. Ван-дер-Ваальс тенгламасига аниқ бўйсунадиган газларни *Ван-дер-Ваальс газлари* дейилади. Равшанки, улар идеаллаштирилган газлардир.

Ван-дер-Ваальс тенгламасини газ мольлари ихтиёрий сони ν учун ёзиш қийин эмас. Агар газ V ҳажми эгалласа, у ҳолда моляр ҳажм V/ν бўлади. (98.6) тенгламада V ни V/ν катталик билан алмаштирамиз. Натижада:

$$\left(P + \frac{a\nu^2}{V^2}\right) \left(\frac{V}{\nu} - b\right) = RT \quad (98.8)$$

ёки

$$\left(P + \frac{a\nu^2}{V^2}\right) (V - \nu b) = \nu RT. \quad (98.9)$$

6. Бойль — Мариотт қонунига мувофиқ, агар фақат температура ўзгармас тутиб турилса, у ҳолда PV кўпайтма идеал газ учун ўзгармас қолади. Бу кўпайтманинг Ван-дер-Ваальс гази учун қандай бўлишини кўрайлик. Тажрибада температурани ўзгармас қолдириб, PV кўпайтманинг P га боғлианишини текшириш қулай. Аммо назарий равишда PV нинг газ зичлиги $\delta = \mu/V$ га боғлианишини олиш соддароқдир. (98.6) тенгламани

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \quad (98.10)$$

кўринишда қайта ётамиз. (98.10) ни V га кўпайтириб ва ўнг томонда V ни μ/δ га алмаштириб, қўйидагини оламиз:

$$PV = \frac{\mu RT}{\mu - b\delta} - \frac{a}{\mu} \delta,$$

бундаги μ — газнинг молекуляр оғирлиги. Бу ифоданинг экстремумини топиш учун унинг δ бўйича ҳосиласини оламиз. Уни нолга тенглаб ва $\mu > b\delta$ эканлигини ҳисобга олиб, экстремум

$$\delta = \frac{\mu}{b} \left(1 - \sqrt{\frac{RTb}{a}} \right) \quad (98.11)$$

бўлганида мавжуд бўлишлигини топамиз. Иккинчи ҳосилани текшириш бунинг минимум эканлигини кўрсатади. Шундай қилиб, агар газни чексиз сийраклик ҳолатидан изотермик равишда сиқиб борилса, бу ҳолда у дастлаб идеал газга нисбатан кучлироқ сиқилади, PV минимумидан ўтгандан кейин кучсизроқ сиқилади. Бу тушунарлидир. Сийрак газ учун сиқилишга ёрдамлашувчи тортишиш кучлари сиқилишга тўсқинлик қилувчи итаришиш кучларидан кўра каттароқ роль ўйнайди. Аксинча, зич газлар учун итаришиш кучлари уларнинг табиатига катта таъсир кўрсатади. Температура кўтарилиши билан биргаликда PV минимуми кичик δ лар томонга силжийди. Бу — температура кўтарилган сайин тўқнашишлар сони ортиши, шунинг учун эса тортишиш кучлари роли ортиши билан боғлиқдир. Агар $RTb/a = 1$ бўлса, у ҳолда минимум координаталар бошига ($\delta = 0$) силжийди. Бу ҳодиса юз берадиган температурани *Бойль температураси* дейилади. У қўйидагига тенг:

$$T_B = \frac{a}{Rb}. \quad (98.12)$$

Бойль температурасидан пастда газни сиққанда PV кўпайтма минимум орқали ўтади. Уй температурасида кўпчилик газлар ўзини шундай тутади. Бойль температурасидан юқорида итаришиш кучлари тортишиш кучларидан ҳамма вақт каттароқ; δ ошган сайин PV кўпайтма монотон ўса боради. Уй температурасида водород ва гелий ўзини худди шундай тутади.

99- §. Молекулалараро тортишиш кучларига тузатма киритишнинг бошқа методи. Дитеричи тенгламаси

1. Девор ёнидаги молекуляр қатламнинг ҳолат тенгламасига таъсирини қуйида келтирилган бошқа усул билан ҳисобга олиш мумкин. Дастлаб деворнинг газ молекулаларига таъсир қила оладиган молекуляр тортишиш кучларини эътиборга олмаймиз. Девор газ молекулаларига фақат улар билан тўқнашишлар пайтидагина таъсир қилади, деб фараз қиламиз. Олдинги параграфда аниқланганидек, девор ёнидаги қатлам молекулаларига газ ичига йўналган натижавий куч таъсир қилади. Шу тўғрисида девор ёнидаги қатламда молекулалар концентрацияси деворга яқинлашган сари

$$n = n_{\infty} e^{-\frac{U}{kT}}. \quad (99.1)$$

Больцман формуласига мувофиқ равишда камайиб бориши керак, бунда U — молекуланинг потенциал энергияси. Бу билан деворга газ босимининг камайиши тушунтирилади. U энергия молекуланинг девордан x узоқлиги функциясидир. У деворнинг энг яқинида мақсимал бўлади ва x ортган сари тез камайиб боради. Унинг чексизликдаги U_{∞} қийматини нолга тенг деб ҳисоблашга шартлашамиз. (Чексиз деб молекуляр таъсир сфераси радиусидан катта масофалар ҳисобланади.) Деворга босим ички n_{∞} концентрация билан эмас, балки девор ёнидаги n_0 концентрация орқали аниқланади. Молекулаларни нуқтавий деб ҳисоблаб, идеал газ учун ёзилгани сингарин, қуйидагини ёза оламиз:

$$P = n_0 kT = n_{\infty} kT e^{-\frac{U}{kT}}, \quad (99.2)$$

бундаги U_0 — молекуланинг идиш девори ёнидаги потенциал энергияси. Агар $U_0 \ll kT$ шарт бажарилса, у ҳолда $e^{\frac{U_0}{kT}} \approx 1 + \frac{U_0}{kT}$, шунинг учун

$$P + n_{\infty} U_0 = n_{\infty} kT. \quad (99.3)$$

Девор ёнидаги қатламдаги молекулага таъсир этувчи тортишиш кучи, у билан бирга U_0 потенциал энергия ҳам, газ молекулалари $n_{\infty} = N/V$ концентрациясига пропорционалдир. Шунинг учун $U_0 = \alpha n_{\infty}$ деб ёзиш мумкин, бунда α — текширилатган газ учун доимий катталиқ. Олдинги формула ($P + \alpha n_{\infty}^2$) = $= n_{\infty} kT$ ёки

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right) V = RT \quad (99.4)$$

кўринишга келади, бунда $a = \alpha N^2$ янги доимий киритилди. Бу натижа (98.5) билан мос тушади. a доимий орқали U_0 потенциал энергия

$$U_0 = \frac{a}{NV}. \quad (99.5)$$

формула билан ифодаланишligини ҳам таъкидлаймиз.

2. Девор ёнидаги қатлам молекулаларини фақат газ молекулаларигина эмас, балки девор молекулалари ҳам тортади. Бу эса девор ёнидаги қатламнинг зичланиши ва деворга газ босимининг ортишига олиб келиши керак. Парадоксал натижа ҳосил бўлади: газнинг деворга босими ва Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги a доимий девор материалига боғлиқ бўлиши керак. Бу натижа тажрибага мос келмайди, унинг келиб чиқиши нотўғри. Бу масалани текширамиз.

Учиб келаётган молекулаларнинг урилиши туфайли деворнинг бирлик юзига таъсир қилувчи F куч, ҳақиқатан, ортади. Лекин, бу куч деворга таъсир қилувчи ягона куч эмас. Девор газни тортади. Ньютоннинг учинчи қонунига мувофиқ, газ деворни тенг, лекин қарама-қарши йўналган куч билан тортади. Унинг катталигини F_1 билан белгилаймиз. Газнинг деворга босимини олиш учун F_1 кучни F дан айириш керак. Ван-дер-Ваальс тенгламасини чиқаришда қабул қилинган ҳисоб аниқлиги чегарасида натижа девор материалига боғлиқ бўлмаслигини кўрсатамиз.

$U'(x)$ — деворнинг тортиш кучлари майдонида молекуланинг потенциал энергияси бўлсин. Больцман формуласини энди

$$n = n_{\infty} e^{-\frac{U+U'}{kT}}$$

кўринишда ёзиш керак. Шунинг учун (99.3) ўрнига биз

$$F = n_{\infty} kT - n_{\infty} (U_0 + U'_0)$$

муносабатга келамиз. Энди F_1 кучини ҳисоблайлик. Девор молекулани абсолют қиймати $f_1 = dU'/dx$ га тенг бўлган f_1 куч билан тортади. Бирлик юзли ва dx қалинлиқли қатламдаги молекулалар сони ndx . Бинобарин,

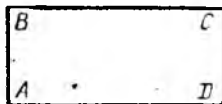
$$F_1 = \int_0^{\infty} n f_1 dx = \int_0^{\infty} n \frac{dU'}{dx} dx = \int_{U_0}^0 ndU'.$$

Бу яқинлашишда n концентрациянинг x координатага боғлиғлигини ҳисобга олиш керак эмас, шунинг учун эса $F_1 = -n_{\infty}U'_0$. Бу катталикини F дан айириб, қуйидагини топамиз:

$$P = F - F_1 = n_{\infty}kT - n_{\infty}kT - n_{\infty}U_0.$$

Бу (99.3) билан мос тушади. Шундай қилиб, P босим девор материалига боғлиқ эмас.

Ҳодиса механизмини текшириш асосида бу исботни газнинг ихтиёрый катта зичликлари ҳоли учун умумлаштириш анча қийиндир. Аммо бунга эҳтиёж ҳам йўқ. Газнинг идиш деворига босимнинг девор материалига боғлиқ эмаслигини умумий мулоҳазалар асосида исботлаш мумкин. Газ тўлдирилган, қарама-қарши AB ва CD асослари турли материалдан қилинган ёпиқ цилиндрик идишни қараймиз (97-расм). Мувозанат ҳолати ўрнашган деб фараз қиламиз. Агар AB ва CD деворларга босимлар турлича бўлганида эди, у ҳолда идиш ҳаракатга келган бўлар эди ва фаразга қарши, мувозанат мумкин бўлмас эди.



97- расм.

3. (99.2) формулага қайтамиз, лекин кўрсаткичли функцияни чизиқли функция билан аппроксимация қилмаймиз. У ҳолда (99.5) муносабатни ҳисобга олиб

$$P = n_{\infty} kTe^{-\frac{a}{RTV}} = \frac{RT}{V} e^{-\frac{a}{RTV}}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Худди олдинги параграфдагидек, бу ифодага молекулар чекли ҳажмига тузатма киритамиз. У ҳолда

$$P(V-b) = RT e^{-\frac{a}{RTV}}. \quad (99.6)$$

Бу — Дитеричи тенгламасидир. $b \ll V$, $a \ll RTV$ бўлган чегаравий ҳолда (99.6) тенглама Ван-дер-Ваальс тенгламасига айланади. Бундай чегаравий ўтишни бажариш учун (99.6) формулада кўрсаткичли функцияни чизиқли функция билан аппроксимация қиламиз. Сўнгра қуйидагини оламиз:

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V(V-b)}.$$

Охириги ҳадда b катталикини ташлаб юбориш лозим. Бу — a ва b кичик тузатмаларга нисбатан иккинчи тартибли хатога олиб келади. Ван-дер-Ваальс тенгламасини чиқаришда бундай тартибли катталикларни ташлаб юборган эдик. Шундай қилиб, биз яна (98.10) тенгламага қайтамиз.

Дитеричи тенгламаси ҳам Ван-дер-Ваальс тенгламасидек ярим эмпирик тенгламадир. Иккала тенгламани фақат (98.7) шартлар бажарилгандагина назарий асосланган деб ҳисоблаш мумкин. Муътадил босимлар учун Дитеричи тенгламаси Ван-дер-Ваальс тенгламасидан анча яхши, лекин юқори босимлар учун мутлақо яроқсиздир.

4. Ван-Дер-Ваальс тенгламасидан ташқари, реал газлар ҳолатининг кўпгина эмпирик ёки ярим эмпирик тенгламалари таклиф қилинди. Бу тенгламаларга кирувчи эмпирик доимийлар сонини кўпайтириш ҳисобига Ван-дер-Ваальс тенгламасига нисбатан, тажриба билан яхшироқ мосликка эришилади. Аммо Ван-дер-Ваальс тенгламаси, ўзининг соддалиги ва унга кирган доимийларнинг равшан физик маънога эгаллиги туйғайли, ҳозиргача реал газ ва суюқликларнинг сифат характери таҳлил қилиш учун энг кўп қўлланиладиган тенгламадир. Энди маълум ҳолат тенгламаларидан баъзиларини келтирамиз.

Бертло тенгламаси:

$$\left(P + \frac{a}{TV^2}\right)(V - b) = RT. \quad (99.7)$$

Клаузиус тенгламаси:

$$\left(P + \frac{a}{T(V+c)^2}\right)(V - b) = RT. \quad (99.8)$$

Камерлинг-Оннес тенгламаси:

$$PV = RT \left(1 + \frac{B_2}{V} + \frac{B_3}{V^2} + \dots\right), \quad (99.9)$$

бунда B_2, B_3, \dots лар иккинчи, учинчи ва кейинги *вариал коэффициентлар* дейилади. Улар температуранинг функциялари бўлади. Бундай тенгламадан 33-§ да газли термометр шкаласини термодинамик шкалага келтиришда фойдаланган эдик. Уша жойда ҳар қандай газ ҳолати тенгламаси (99.9) кўринишга келтирилиши мумкинлиги кўрсатилган эди. Аммо (99.9) тенглама фақат унга кирувчи вариал коэффициентларнинг температура функцияси сифатидаги ифодалари топилгандан кейингина, конкрет мазмунга эга бўлади.

Бертло ва Клаузиус тенгламалари Ван-дер-Ваальс тенгламаларидан соф эмпирик йўл билан киритиладиган тузатмалар билан фарқ қилади. Бертло тенгламаси критик нуқта яқинида (келгуси параграфга қ.) Ван-дер-Ваальс тенгламасига нисбатан ҳеч қандай устунликка эга эмас. Аммо мўътадил босимларда у тажрибага яхши мос келади. Клаузиус тенгламаси Ван-дер-Ваальс тенгламасидан аниқроқ, чунки у учинчи c эмпирик доимийни ўз ичига олган. Шу тугайли Клаузиус тенгламаси ёрдамида мос ҳолатлар қонунидан четланишларни ҳисобга олиш мумкин (келгуси параграфга қ.).

М А С А Л А

Дитеричи тенгламасига бўйсунадиган газ учун Бойль температурасини ҳисобланг.

Ж а в о б и.

$$T_B = \frac{a}{Rb}. \quad (99.10)$$

100- §. Ван-дер-Ваальс гази изотермалари

1. Ван-дер-Ваальс тенгламасидан энг мазмундор натижалар унинг изотермаларини анализ қилиш йўли билан олинади. Агар T температура ўзгармас деб ҳисобланса, у ҳолда изотермаларни (98.6) ёки (98.10) кўринишида тасвирлаш мумкин. Юқори температурада (98.10) даги ўзгармас ҳадни ташлаб юбориш мумкин. У ҳолда изотерма гиперболадан иборат бўлиб, унинг асимптоталари $P = 0$ изобара ва $V = b$ изохора бўлади. Ҳар қандай бошқа $P = \text{const}$ изобара бундай изотермани бир нуқтада кесиб ўтади.

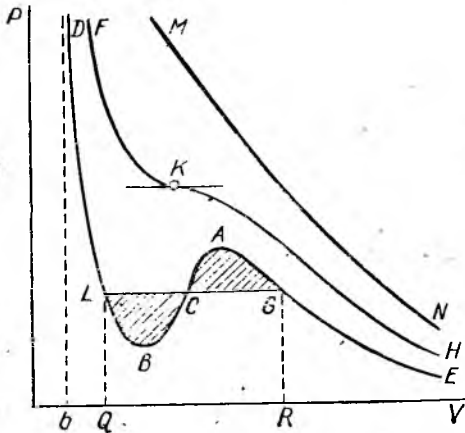
Изотермаларни T нинг ҳар қандай қийматларида ўрганиш учун (98.6) тенгламани V^2 га кўпайтирамиз.

Қавсларни очгандан кейин изотерма тенгламаси

$$PV^3 - (RT + Pb)V^2 + aV - ab = 0 \quad (100.1)$$

кўринишни қабул қилади. Бу тенглама V бўйича учинчи даражали тенглама бўлиб, унга P босим параметр сифатида киради. Унинг коэффициентлари ҳақиқий миқдорлар бўлгани сабабли, тенглама ёки битта ҳақиқий ё учта ҳақиқий илдизга эга бўлади. Ҳар бир

илдизга (V, P) текисликда бир нуқта мос келади, бу нуқтада $P = \text{const}$ изобара изотермани кесиб ўтади. Биринчи ҳолда — битта илдииз бўлганда — кесишиш нуқтаси ҳам битта. Агар температура етарлича юқори бўлса, юқорида кўриб ўтилганидек барча босимларда ана шундай бўлади. Изотерма монотон пасаювчи MN эгри чизиқ кўринишига эга (98- расм). Пастроқ температураларда ва P босимнинг тегишига қийматларида (100.1) тенглама V_1, V_2, V_3 учта илдиизга эга. Бундай ҳолларда $P = \text{const}$ изобара изотермани L, C, G учта нуқтада кесиб ўтади (98- расм). Изотерманинг тўлқинсимон $LBCAG$ участкаси бор.



98- расм.

У дастлаб пастга монотон тушади (DB участка), кейин BA участкада юқорига монотон кўтарилади, A нуқтадан сўнг эса яна монотон пасаяди. Бирор оралиқ температурада V_1, V_2, V_3 учта илдииз бир-бирига тенг бўлиб қолади. Бундай температурани ва унга мос келувчи изотермани *критик температура* ва *критик изотерма* дейилади. FKN критик изотерма унинг букилиш нуқтаси бўлган битта K нуқтадан бошқа ҳамма жойда монотон пастга тушади. Изотермага K нуқтадаги уринма горизонтал бўлади. K нуқтани *критик нуқта* дейилади. Унга мос келган P_K босимни, V_K ҳажмни ва T_K температурани ҳам *критик* дейилади. Агар модданинг ҳажми ва босими (бинобарин, температураси ҳам) критик қийматларга тенг бўлса, у ҳолда модда *критик ҳолатда* турипти дейилади.

Критик температура ва критик ҳолат тушунчалари фақатгина Ван-дер-Ваальс тенгламаси билан боғланган тушунчалар эмас. Изотермалари тўлқинсимон характерли бўлган, аммо температура кўтарилганида монотон эгри чизиққа айланадиган ихтиёрий ҳолат тенгламаси учун бундай тушунчаларни киритиш мумкин эди. Бутун келгуси баёнимиз учун ҳолат тенгламасининг махсус шакли эмас, балки фақат изотермаларнинг ана шундай характери муҳимдир. Бунинг устига, модданинг критик ҳолатда бўлиши мумкинлигини Ван-дер-Ваальс тенгламаси ёрдамда асослаш мумкин эмас. Ван-дер-Ваальс тенгламасидан унинг қўлланилиш соҳасидан ташқарида ҳам фойдаланишга тўғри келганлигининг ўзи юқоридаги фикрни тасдиқлайди. Ҳақиқатда бўлганидек, ҳеч қанақа «назарий» ҳолат тенгламасидан фойдаланмасдан, модданинг экспериментал изотермаларини анализ қилиш йўли билан критик ҳолат тушунчасига келиш мумкин. Аммо биз бундай соф эмпиризм йўлидан бормаймиз, балки критик ҳодисалар, ҳолат тенгламаси ва термодинамик мувозанат умумий шартлари орасида қандай боғланиш борлигини кўрсатишга ҳаракат қиламиз. Соддалик учун, барча мулоҳазаларни деярли фақат Ван-дер-Ваальс тенгламаси асосида олиб

борамиз. Лекин уни модда ҳолати чин тенгламаси деб эмас, балки «модель» тенгламаси деб қараш лозим. Бу тушунтиришдан сўнг ўқувчида Ван-дер-Ваальс тенгламаси ёрдамсиз критик ҳодисаларни тушуниб бўлмайди деган нотўғри тасаввур пайдо бўлишидан хавфсирамаса ҳам бўлади.

2. P_k , V_k , T_k критик параметрларни топиш учун (100.1) тенглама критик нуқтада

$$P_k V^3 - (RT_k + P_k b)V^2 + aV - ab = 0$$

тенгламага айланишини ҳисобга оламиз. Бу ҳолда ҳамма уч илдиз бир хил ва V_k га тенг бўлгани учун тенглама ушбу

$$P_k (V - V_k)^3 = 0$$

кўринишга келиши керак. Кубга кўтариб ва коэффицентларни бир-бирига таққослаб, қуйидаги уч тенгламани ҳосил қиламиз:

$$P_k V_k^3 = ab, \quad 3P_k V_k^2 = a, \quad 3P_k V_k = RT_k + P_k b.$$

Уларни ечиб, ушбунни топамиз:

$$P_k = 3b, \quad P_k = \frac{a}{27b^2}, \quad T_k = \frac{3a}{27Rb}. \quad (100.2)$$

Худди шу натижаларга қуйидагича келиш ҳам мумкин. Критик K нуқта изотерманинг букилиш нуқтаси бўлиб, ундан ўтган уринма горизонтал бўлади, шунинг учун ҳам K нуқтада

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = 0 \quad (100.3)$$

муносабатлар ўринли бўлиши керак. Бу тенгламаларни (98.6) изотерма тенгламаси билан бирга ечиб, яна (100.2) формулаларни ҳосил қиламиз.

$K_k = \frac{RT_k}{P_k V_k}$ нисбатни критик коэффицент дейилади. Ван-дер-Ваальс тенгламасига мувофиқ, критик коэффицент:

$$K_k = \frac{RT_k}{P_k V_k} = \frac{8}{3} = 2,67. \quad (100.4)$$

Ҳақиқатан, 10-жадвалдан кўриниб турибдики, реал газлар учун критик коэффицентлар турли қийматларга эга ва уларнинг ҳаммаси $\frac{8}{3}$ дан катта.

10- ж а д в а л

Модда	K_k	Модда	K_k
H ₂	3,03	SO ₂	3,60
He	3,13	C ₆ H ₆	3,76
N ₂	3,42	H ₂ O	4,46
O ₂	3,42	CO ₂	4,49

Ван-дер-Ваальс тенгламасига асосан, критик температура (98.6) Бойль температураси билан

$$T_B = \frac{27}{8} T_k = 3,375 T_k \quad (100.5)$$

муносабат орқали боғланган. Сифат жиҳатдан бу муносабат тажрибага мос келади. T_B ва T_k орасидаги муносабатдаги сон коэффициентнинг тажрибада ўлчанган қийматлари гелий учун 3,5, водород учун 3,3, азот учун 2,4 бўлиб чиқди.

3. Ҳажм, босим ва температура бирликлари сифатида уларнинг критик қийматларини қабул қиламиз. Бундай бирликларда ўлчанган бу катталикларни *келтирилган* босим, ҳажм ва температура дейилади. Уларни

$$\varphi = \frac{V}{V_k}, \quad \pi = \frac{P}{P_k}, \quad \tau = \frac{T}{T_k} \quad (100.6)$$

ифодалар аниқлайди. Бу ўлчамсиз ўзгарувчилар орқали ёзилган ҳолат тенгламасини *келтирилган ҳолат тенгламаси* дейилади. Ван-дер-Ваальс гази учун (100.2) тенгламадан топамиз:

$$V = 3b\varphi, \quad P = \frac{a\pi}{27b^2}, \quad T = \frac{8a}{27Rb}\tau.$$

Бу ифодаларни Ван-дер-Ваальс тенгламасига қўйгандан кейин

$$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right) \left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}\tau \quad (100.7)$$

кўринишни қабул қилади. Бу кўринишда ҳолат тенгламаси модданинг ҳеч қандай индивидуал константаларини ўз ичига олмайди. *Келтирилган ҳолат тенгламалари барча моддалар учун бирдай.* Бу хулоса ўзи келтириб чиқарилган Ван-дер-Ваальс тенгламасига нисбатан умумийроқдир. Хулосанинг тўғри бўлиши учун ҳолат тенгламасининг конкрет кўриниши роль ўйнамайди. Муҳими, фақат унинг *учта* параметрини: a , b ва R ни ўз ичига олишидир. Бу хоссага эга бўлган ва φ , π , τ ўлчамсиз катталиклар орқали ёзилган ҳар қандай ҳолат тенгламаси ҳам барча моддалар учун бир хил бўлиши керак. Бу қонидани *мос ҳолатлар* қонуни дейилади. Турли моддаларнинг келтирилган φ , π ва τ параметрларнинг бир хил қийматларига эга бўлган ҳолатларини *мос ҳолатлар* дейилади. *Мос ҳолатлар қонунидан қуйидаги хулоса келиб чиқади: агар турли моддалар учун φ , π , τ учта параметрдан қайсидир иккитасининг қийматлари мос тушса, у ҳолда учинчи параметрнинг қиймати ҳам мос тушади, яъни бу моддалар мос ҳолатларда бўлади.*

МАСАЛАЛАР

1. Дитеричи тенгламасига бўйсунадиган газнинг изотермаларини текширинг ва критик параметрлари ифодаларини олинг.

Ечилиши. T температура ўзгармас деб ҳисобланган (99.6) ифода изотерма тенгламаси бўлади. $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ ҳосилани олиб, унинг ишораси $f(V) = -RTV^2 +$

$+a(V-b)$ квадрат учқад ишорасига мос тушишига ишонч ҳосил қилиш осон. $V < b$ соҳада учқад шубҳасиз манфий, яъни бу соҳада у илдишларга эга эмас. Агар $a - 4RTb > 0$ бўлса, у ҳолда учқад V_1 ва V_2 иккита илдишга эга, бунда $V = V_1$ ва $V = V_2$ нуқталарда учқад, у билан бирга $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ ҳосила ҳам ишораларини ўзгартиради. Бундан, изотерманинг DBAE тўлқинсимон эгри чизик типига бўлиши келиб чиқади (98-расмга қ.) $a - 4RTb < 0$ бўлган ҳолда $f(V)$ учқад ҳақиқий илдишларга эга эмас, $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ ҳосила ҳамма жойда манфий, изотерма MN типидagi монотон пасаювчи эгри чизикдан иборат. Илдишлар тенглигининг $a - 4RTb = 0$ шarti критик температурани аниқлайди. Критик ҳажми $-RT_k V^2 + a(V-b) = 0$ тенгламани ечиб топамиз. Ҳисоблашни бажариб, қуйидагини топамиз:

$$T_k = \frac{a}{4Rb}, \quad V_k = 2b, \quad P_k = \frac{a}{4b^2 e^2}. \quad (100.8)$$

Критик коэффициент:

$$K_k = \frac{RT_k}{P_k V_k} = \frac{e^2}{2} = 3,7, \quad (100.9)$$

Бойль температураси:

$$T_B = 4T_k. \quad (100.10)$$

2. Дитеричининг келтирилган ҳолат тенгламасини ёзинг.
Жавобни.

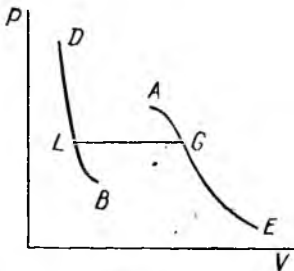
$$\pi \left(\Phi - \frac{1}{2} \right) = \frac{e^2}{2} \tau e^{-\frac{2}{\Phi^2}}. \quad (100.11)$$

101- §. Реал газ изотермалари. Максвелл қондаси. Модданинг газсимон ва суёқ ҳолатларининг узлуксизлиги

Ван-дер-Ваальс тенгламасига мос келадиган модда ҳолатларининг ҳаммаси ҳам ҳақиқатда мавжуд бўла олмайди. Бу ҳолатларнинг мавжуд бўлиши учун улар *термодинамик турғун* бўлиши зарур. Физик жиҳатдан бир жинсли модданинг термодинамик турғунлик зарурий шартларидан бири (51.14) тенгсизлигининг, яъни

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T < 0 \quad (101.1)$$

тенгсизлигининг бажарилиш шартидир. Физика нуқтаи назаридан у, босим изотермик ортиб борганда жисм ҳажми камая бориши керак демакдир. Бошқача айтганда, V орта борган сари барча изотермалар монотон пасая бориши керак. Ваҳоланки, критик температурадан пастда, Ван-дер-Ваальс изотермаларида BSA типдаги (98-расм) кўтарилувчи участкалар бор. Шундай участкаларда ётган нуқталар модданинг амалда мавжуд бўла олмайдиган турғунмас ҳолатларига мос келади. Амалий изотермаларга ўтганда бу участкалар, 99-расмда қилинганидек, ташлаб юборилиши керак.



99- расм.

Шундай қилиб, ҳақиқий изотерма бир-бирдан ажралган EGA ва BLD икки тармоққа бўлинади. Бу икки тармоққа модданинг турли агрегат ҳолатлари мос келади. EA тармоқ ҳажмининг нисбатан катта ёки зичликнинг нисбатан кичик қийматлари билан характерланади; у *модданинг газсимон ҳолатига* мос келади. Аксинча, BD тармоқ нисбатан кичик ҳажмлар, бинобарин, нисбатан катта зичликлар билан характерланади; у *модданинг суюқлик ҳолатига* мос келади. Бинобарин, биз Ван-дер-Ваальс тенгламасини суюқлик ҳолати соҳасига ҳам татбиқ қилдик. Шу йўл билан газнинг суюқликка ва аксинча ўтиш ҳодисаси сифат жиҳатдан қаноатланарли тавсифланади.

2. Критик температурадан паст температурада етарлича сийрак газ олайлик. Унинг бошланғич ҳолати VP диаграммада E нуқта билан тасвирланади (99- расм). T температурани ўзгармас сақлаб, газни квазистатик равишда қисамиз. У ҳолда газ ҳолатини тасвирловчи нуқта изотерма бўйича юқорига силжийди. У изотерма узиладиган четки A вазиятга эришади, деб ўйлаш мумкин эди. Бироқ ҳақиқатда эса бирор G нуқтадан бошлаб, системада босим кўтарилиши тўхтайдиган ва система *физик жиҳатдан бир жинсли бўлган иккита қисм ёки фазага*: газсимон ва суюқлик фазаларига ажралади.

Бундай икки фазали системанинг изотермик қисилиши процесини горизонтал тўғри чизиқнинг GL участкаси тасвирлайди. Бунда қисилиш вақтида суюқлик ва газнинг зичликлари ўзгармас ва уларнинг мос равишда L ва G нуқталардаги қийматларига тенглигича қолади. Қисила борган сари газсимон фазада модда миқдори узлуксиз камаё боради, суюқлик фазасида эса орта боради, бу бутун модда суюқлик ҳолатига ўтадиган L нуқтага етгунча давом этади.

18- асрнинг охирида голланд олими Ван Марум (1750—1837) изотермаларнинг бундай ўзгаришини тажрибада биринчи марта аниқлаган эди. Бойль — Мариотт қонунини текшириш мақсадида Ван Марум бир серия тажрибалар ўтказди. Текширилаётган газлардан бири аммиак эди. Босим ортиши билан газнинг ҳажми дастлаб, Бойль—Мариотт қонуни талаб қилганидек, босимга тескари пропорционал ўзгарган. Аммо, босим 7 атм га етгач, қисилгани яна давом эттирилганда босим кутилмаганда ўсишдан тўхтаган. 7 атм босимда газсимон аммиакнинг суюлиши содир бўлган. Шу пайтдан бошлаб, моддани яна қисил фақат суюқ аммиак миқдорининг ортиши ва газсимон аммиак миқдорининг камайишига олиб келган.

Ван Марумдан сўнг газларни қисил йўли билан суюқ ҳолатга ўтказиш борасида кўп уринишлар бўлди. Бу йўналишда Фарадей (1791—1867) айниқса катта ютуқларга эришди. У газни сиқилгани уни совитиш билан биргаликда олиб борувчи комбинацион методни қўлланди. Бироқ барча бу тадқиқотлар тусмоллаб олиб борилган эди. Нима учун баъзи газларни қисганда суюлиш юз бериши, бошқаларини қисганда — суюлиш юз бермаслиги ноаниқ қолаверди. Совитишнинг таъсири ва газларни суюлтириш имкониятининг ўзи аниқланмай қолаверди. Инглиз физиги Томас Эндрюс (1813—1885) нинг 1861—1869 йиллар давомида бажарган классик ишларидан сўнг аҳвол равшанлашди. Эндрюс карбонат ангидриднинг

(CO₂) изотермалари шаклини турли температураларда систематик ўрганди ва бу тадқиқотлар асосида критик температура тушунчасини киритди. Карбонат ангидридни Эндриус билиб танлаган, чунки CO₂ уй температурасидан фақат озгина юқори (31°С) критик температурага эга ва нисбатан унча юқори бўлмаган (72,9 атм) критик босимга эга. Маълум бўлишича, 31°С дан юқори температурада карбонат ангидрид изотермалари монотон пасаяди, яъни гиперболик кўринишга эга. Бу температурадан паст температурада карбонат ангидрид изотермаларида горизонтал участкалар пайдо бўлади, бу участкаларда газни сиқиш унинг конденсацияланишига олиб келади, лекин унинг босимини орттирмайди. Шундай йўл билан қуйидаги аниқланган: *газнинг температураси критик температурадан фақат пастда бўлган ҳолдагина газни сиқиш йўли билан суюқликка айлантириши мумкин. Агар газ температураси критик температурадан юқори бўлса, босимни ҳар қанча оширсанда ҳам газни суюқликка айлантириб бўлмайди.*

3. Клаузиуснинг

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (101.2)$$

термодинамик тенглигидан фойдаланиб, изотерманинг горизонтал GL участкаси вазиятини аниқлаш осон. Бунинг учун қуйидагини таъкидлаймиз. G ҳолатдан (98- расм) моддани L ҳолатга икки изотермик процесс орқали: модданинг икки фазали ҳолати GCL изотермаси бўйлаб ва физика жиҳатидан бир жинсли модданинг ACB турғунмас участкали $GACBL$ назарий изотермаси бўйлаб ўтказиш мумкин. Клаузиус тенглигини квазистатик $GCLBCAG$ циклик процессга татбиқ этамиз. Бу — изотермик процесс, шунинг учун ҳам Клаузиус тенглиги $\oint \delta Q = 0$ кўринишни олади. Бундан ташқари, $\delta Q = dU + PdV$, $\oint dU = 0$, бинобарин, $\oint PdV = 0$ ёки

$$\int_{GCL} PdV + \int_{LBCAG} PdV = 0.$$

Бу муносабатни бундай ёзиш мумкин:

$$\int_{LCG} PdV = \int_{LBCAG} PdV.$$

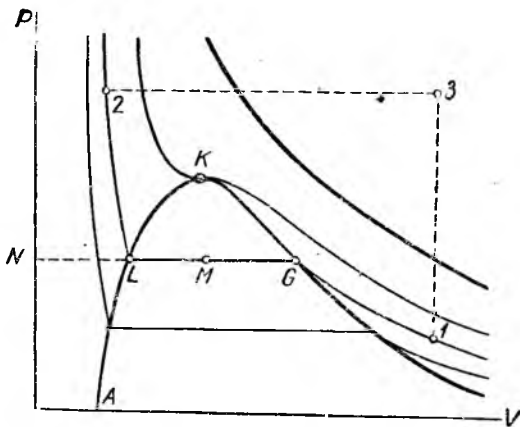
Бундан тўғри тўртбурчак $QLGR$ нинг юзи эгри чизиқли $QLBCAGR$ шаклнинг юзига тенг бўлиши керак деган хулоса чиқади. Демак, GCL тўғри чизиқни, 98- расмда штрихланган $GACG$ ва $CBLC$ юзлар баробар бўладиган қилиб ўтказиш керак. Бу қондани Максвелл қондаси дейилади. 112- § да (2- пункт) бу қонданинг бошқа исботини келтирамиз.

4. Агар модданинг бошланғич ҳолати сифатида суюқлик ҳолатни (изотермада D нуқта) олинса, бу ҳолда унинг ҳолатини тасвирловчи нуқта изотермик кенгайишда изотерма бўйича, у L вазиятга етгунча пастга силжийди, L вазиятдан бошлаб янги — газсимон фаза пайдо бўлади. Икки фазали системанинг келгуси изотермик кенгайиши процесси изотерманинг LCG горизонтал участкаси бўйлаб боради. G нуқтада бутун модда газсимон ҳолатга ўтади.

Сўнгра изотермик кенгайиш изотерманинг GE участкаси бўйича кетади, бунда модда ҳамма вақт газсимон ҳолатда қолади.

Махсус шароитда изотерманинг GA ва BL участкалари билан тасвирланувчи ҳолатлар амалга оширилиши мумкин. Бу ҳолатларни *метастабил* ҳолатлар дейилади. GA участка *ўта тўйинган бугни*, BL участка *ўта иситилган суюқликни* тасвирлайди. Иккала фаза чекли турғунликка эгадир. Уларнинг ҳар бири бошқа турғунроқ фаза билан чегарадош бўлмагунча, мавжуд бўла олади. Масалан, агар ўта тўйинган буғ ичига суюқлик томчиси киритилса, у тўйинган бугга айланади. Ўта иситилган суюқлик, агар унинг ичига ҳаво ёки буғ пуфаклари кириб қолса, қайнай бошлайди*). *Метастабил* ҳолатлар батафсилроқ X бобда қаралади.

5. Реал изотермалар оиласи 100-расмда схематик тасвирланган. Изотермалар горизонтал участкалари учларини туташтирувчи йўғон $ALKG$ эгри чизиқ VP текисликни икки соҳага ажратади. $ALKG$ эгри чизиқ билан $P = 0$ изобара орасидаги соҳа *модданинг икки фазали ҳолатларига* мос келади. Бу—шу соҳанинг ҳар бир нуқтаси модданинг шундай ҳолатини тасвирлайдики, бу ҳолда модда физик жиҳатдан бир жинсли эмас, балки суюқлик ва унинг тўйинган бугидан иборат демакдир, $P = 0$ изобарадан пастда икки фазали ҳолат бўла олмайди, чунки буғ босими нолдан кам бўлиши мумкин эмас. $ALKG$ эгри чизиқ устидаги ва $P = 0$ изобара устидаги соҳа аксинча, *бир фазали ҳолатларга* мос келади. Бу соҳанинг ҳар бир нуқтаси физик жиҳатдан бир жинсли модда ҳолатини тасвирлайди. Аммо $ALKG$ эгри чизиқ остидаги нуқталар модданинг икки фазали ҳолатлари билан бир қаторда, тўлқинсимон характерли назарий изотермаларга мос келадиган бир фазали ҳолатларни ҳам тасвирлаши мумкин. Бундай ҳолатлар, биринчидан — *метастабил* ҳолатлар—*ўта иситилган суюқлик* ва *ўта тўйинган буғ*. Иккинчидан, бу—назарий изотермаларнинг кўтаришувчи участкаларига мос келадиган абсолют (мухлақ) турғунмас ҳолатлардир. Фақат Макс-



100- расм.

*) «Газ» термини билан бир қаторда «буғ» термини ҳам кенг қўлланилади. Бу қўшалоқ терминология буғни суюқликка айлантириш мумкин, аммо газни суюқликка айлантириб бўлмайди деб ҳисобланган пайтда пайдо бўлган. Барча газлар суюлтирилгандан кейин бундай қўшалоқ терминология учун асос қолмади. Газ ва буғ — бу битта нарсанинг ўзи. Бирор суюқлик буғи тўғрисида гапирилганда бу суюқликнинг буғланишидан ҳосил бўлган газ назарда тутилади. Фақат олат бўйича биз сув газни эмас, балки сув буғи, тўйинган газ эмас, балки тўйинган буғ деймиз.

велл қондасини исботлашда қўлланилганига ўхшаш назарий мулоҳазаларда бундай ҳолатлар роль ўйнаши мумкин.

6. Икки фазали соҳада қандайдир M нуқтани оламиз (100-расм). Бу нуқта билан ҳолати тасвирланадиган модда суюқлик ва газдан иборат. Бу фазаларнинг нисбий миқдорини аниқлайлик. Соддалик учун, олинган модданинг массаси бир бирликка тенг деб фараз қиламиз. У ҳолда суюқлик ва газнинг солиштирма ҳажмлари мос равишда NL ва NG кесмалар узунлиги билан, бутун модданинг V_M ҳажми эса NM кесма узунлиги билан тасвирланади. Агар газ массаси m_c , суюқлик массаси m_e бўлса, у ҳолда

$$V_M = NM = m_c NL + m_e NG.$$

$m_c + m_e = 1$ бўлгани учун, бу муносабатни

$$(m_c + m_e) NM = m_c NL + m_e NG$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бундан:

$$\frac{m_c}{m_e} = \frac{NG - NM}{NM - NL},$$

ёки

$$\frac{m_c}{m_e} = \frac{MG}{LM}. \quad (101.3)$$

Шундай қилиб, M нуқта LG кесмани суюқлик ва газ массаларига тескари пропорционал бўлган LM ва MG қисмларга бўлади. Бу натижани *ричаг қондаси* дейилади.

7. 100-расмни қараб чиқиб, муҳим принципа хулосага келиш мумкин. Критик температурадан пастда газнинг бошланғич ҳолати 1 нуқта билан тасвирлансин. Газни изотермик равишда қисамиз. G нуқтада унинг суюқликка айланиши бошланади. Бу процесс L нуқтада тугалланади. L изотерма бўйича янада қисилганда модда ҳамма вақт суюқ бўлиб қолаверади. Биз моддани газсимон 1 ҳолатдан 2 суюқлик ҳолатга ўтказдик ва *бу ўтиши (айланиши) қаерда бошланиши ва қандай юз беришини* кузатиш имкониятига эга бўлдик. Лекин, ўша ўтишни бошқача амалга ошириш ҳам мумкин. Газнинг ҳажмини ўзгармас сақлаб, уни температураси ва босими критик катталикларидан юқори бўладиган даражагача қиздирамыз (13 тўғри чизиқ). Сўнгра, босимни ўзгармас қолдириб, газни критик температурадан паст температурагача совитамиз (32 тўғри чизиқ). Биз ўша 2 ҳолатга келамиз, яъни газни суюқликка айлантирамыз. Бироқ, бунда *модда ҳамма вақт физик жиҳатдан бир жинсли бўлиб қолаверади, унинг хоссалари узлуксиз ўзгаради* ва бирор моментда конденсация юз берди деб айтиш маъносиздир.

Бир фазали соҳада физик жиҳатдан бир жинсли бўлган модданинг 1 ва 2 бошланғич ва охириги ҳолатларини хоҳлаганча тавлаш мумкин. Бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтишни 1 ва 2 нуқталарни туташтирувчи ихтиёрий чизиқ бўйлаб амалга ошириш мумкин. Агар бу чизиқ икки фазали соҳани кесиб ўтса, у ҳолда модданинг бир жинслилиги бузилади — модда суюқликка ва газга ажралади. Икки фазали соҳадан чиқишда модда яна физик жиҳатдан бир жинс-

ли бўлиб олади ва охириги 2 ҳолатгача шундайлигича қолади. Агар ўтиш чизиги икки фазали соҳани айланиб ўтса, у ҳолда модданинг газдан суюқликка ёки суюқликдан газга ҳеч қандай сакрашсимон айланишлари кузатилмайди — модда ҳамма вақт физик жиҳатдан бир жинсли бўлиб қолаверади. Модданинг бундай табиатини Эндриус карбонат ангидрид экспериментал изотермаларини анализи қилиш йўли билан аниқлади. Модданинг ҳолати чегаравий *ALKG* эгри чизиқ устидаги нуқта билан тасвирланган вақтда, Эндриус хулосаларига мувофиқ, суюқлик ва газ орасида фақат *миқдорий жиҳатдан фарқ* бўлади. Моддани бир ҳолатдан иккинчисига узлуксиз равишда ўтказиш мумкин. Ван-дер-Ваальс назариясига асосланиб, *модданинг суюқлик ва газсимон ҳолатларининг узлуксизлиги* ҳақида гапирилганда худди юқорида айtilган хулоса назарда тутилади. Фақат моддани (бир-биридан ажралиш чегараси билан чегараланган ва турли физик хоссаларга эга бўлган) икки фазага ажратадиган *ALKG* чегаравий эгри чизиқ остидаги соҳада модданинг суюқлик ва газсимон ҳолатларини фарқлаш физик жиҳатдан асослидир.

8. Юқорида баён қилинган Ван-дер-Ваальс назарияси ўзининг соддалигига қарамасдан суюқлик ҳолатидан газсимон ҳолатга ва газсимон ҳолатдан суюқлик ҳолатига ўтишида модда табиатининг изчил, сифат жиҳатдан тўғри манзарасини беради. Бундай айланишлар билан боғлиқ бўлган чигал ҳодисаларни бу назария тартибга келтирди. Ҳодисаларнинг шунчалик улкан доирасини қамраб олган назариянинг соддалиги ва гўзаллиги олдида беихтиёр ҳайратланиш ҳисси сезилади. Шунга қарамасдан, биз бу ҳодисаларни физик жиҳатдан тўла тушунишдан ҳали анча узоқдамиз. Энг қизиқарли соҳада — кучли сиқилган газлар ва суюқликлар соҳасида (бунга модданинг икки фазали ҳолатлари соҳаси ҳам кирди) Ван-дер-Ваальс тенгламаси фақат назарий жиҳатдан асосланмагангина эмас, балки тажриба билан катта миқдорий келишмасликларга ҳам олиб келади. Ван-дер-Ваальс назариясини (назарий ва экспериментал маълумотни экстраполяция қилиш натижаси бўлмиш) ҳолат тенгламасига асосланган термодинамик назария деб характерлаш мумкин. Ваҳоланки, ҳар қандай изчил молекуляр назария, ҳеч қандай қўшимча мулоҳазалардан фойдаланмасдан, модда табиатининг, хусусан, унинг фазавий айланишларининг тўла миқдорий ва сифатий манзарасини бериши керак. Бундай физик назария ҳозиргача йўқ.

МАСАЛАЛАР

1. *LBCL* ва *CAGC* айланма процессларга (98-расм) Клаузиуснинг (101.2) тенглигини қўлланамиз. У ҳолда *LBCL* ва *CAGC* цикллари юзлари нолга тенглигини, яъни *LBCAG* эгри чизиқ *LCG* тўғри чизиққа мос тушишини топамиз. Бу зиддиятнинг сабаби нимада?

Ечилиши. Гап шундаки, икки фазали соҳада тасвирловчи нуқта модда ҳолатини бир қийматли аниқлай олмайди. У ёки икки фазали системанинг, ёки физик жиҳатдан бир жинсли, аммо абсолют турғунмас модданинг мувозанатли ҳолатини тасвирлаши мумкин. Масалан, *LBCL* циклини қараб чиқамиз. *C* нуқтада *BC* эгри чизиқдан *CL* тўғри чизиққа ўтишда физик жиҳатдан бир жинсли модда суюқликка ва газга ажралади. Бу — қайтмас процесс. Унга Клаузиус тенглигини

қўлланиб бўлмайди. (38.5) тенгсизликдан фойдаланиш керак. Қаралаётган ҳолда бу тенгсизлик $\oint_{LBCL} PdV < 0$ тенгсизликка айланади ва *LBCL* цикл юзи манфий

бўлишини билдиради. Бу ҳақиқатан шундай. Тескари цикл учун *LCBL* юз мусбат ва Клаузиус тенгсизлиги бажарилиши мумкин эмас. Бу натижа бундай цикл мумкин эмаслигини, яъни *S* нуқтада модда икки фазали ҳолатдан бир фазали ҳолатга ўтиши мумкин эмаслигини билдиради. *GACG* циклга нисбатан ҳам шунга ўхшаш бўлади. Тўғри *GACG* цикл бўлиши термодинамик жиҳатдан мумкин, тескариси мумкин эмас.

2. *ALKG* эгри чизиқ (100- расм) остидаги нуқта билан тасвирланадиган икки фазали ҳолатдаги модданинг *C_p* иссиқлик сифими нимага тенг?

Жавоб и *C_p* = ∞. Кўрсатилган соҳада изобараларнинг изотермалар билан мос тушишини айтиб ўтиш етарли.

102- §. Критик ҳолатда модда хоссалари. Критик параметрларни аниқлаш

1. Юқорида айтиб ўтилганидек, критик температура ва критик ҳолат тушунчасини карбонат ангидрид (*CO₂*) экспериментал изотермаларини текшириш асосида Эндрюс киритган эди. Эндрюсдан олдин бу соҳада Каньяр де ля Тур (1776—1859) ва Д. И. Менделеев (1834—1907) ишлаган эди. Каньяр де ля Тур 1822 йилда куйидагини сезган: спирт тўлдирилган, икки учи беркитилган йўғон металл труба ичига жойланган кварц шарча, трубани маълум температурадан юқорироққача қиздирганда, деярли қаршиликка дуч келмасдан трубанинг ичида думалаган. Ҳодисани кўринадиган қилиш мақсадида Каньяр де ля Тур металл трубани турли суюқликлар тўлдирилган, учлари беркитилган қалин деворли шиша трубкалар билан алмаштириб, тажрибани такрорлаган. Маълум бўлишича, кўрсатилган ҳодиса буғ билан суюқлик орасида кўринувчи чегара йўқоладиган температурада пайдо бўлади. Шундай тажрибалар асосида Каньяр де ля Тур ҳар бир суюқлик учун шундай температура мавжудки, бу температурадан юқорида модда фақат газсимон ҳолатда мавжуд бўлиши мумкин деган хулосага келди. Д. И. Менделеев ҳам 1861 йилда худди шундай хулосага келди. У, маълум температурада суюқликнинг капиллярлар бўйича кўтарилиши тўхтаганлигини, яъни сирт таранглик нолга айланганлигини сизди. Уша температурада буғланиш яширин иссиқлиги ҳам нолга айланарди. Бундай температурани Менделеев *абсолют қайнаш температураси* деб атади. Бу температурадан юқорида, Менделеев фикрича, босимни ҳар қанча ошириш билан ҳам газни суюқликка айлантириб бўлмайди.

2. Критик нуқтани биз критик изотерманинг унга ўтказилган уринма горизонтал бўладиган букилиш нуқтаси деб таърифлаган эдик (100-§, 1-пунктга қ.). Температурани критик қийматигача кўтаришда, изотермаларнинг горизонтал участкалари лимитда нуқтага айланади, шу нуқтани критик нуқта деб таърифлаш ҳам мумкин (100-расмга қ.). Критик *P_k*, *V_k*, *T_k* параметрларни аниқлашнинг Эндрюс усули шунга асосланган. Турли температураларда изотермалар системаси ясалади. *LG* участкаси нуқтага айланадиган чегаравий изотерма критик изотерма бўлади, кўрсатилган нуқ-

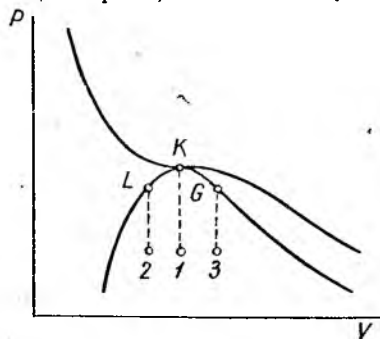
та эса критик нуқта бўлади. Эндриус усулининг камчилиги — унинг узундан узоқлигидир.

3. Моҳияти бўйича Каньяр де ля Турга тегишли бўлган мениск йўқолиши методи анча соддароқдир. Суюқлик билан қисман тўлдирилган шиша ёки кварц ампула олинади. Ампуладан ҳавони қайнатиш йўли билан чиқарилади, кейин эса ампула пайвандланади. Бундан кейин ампулани суюқлик ва унинг тўйинган буғидан иборат физик жиҳатдан бир жинсмас модда билан тўлдирилади. Суюқлик ва буғ бир-биридан мениск деб аталадиган кескин кўринадиган чегара билан ажралган (101- расм). Намойиш қилиш

учун қулай моддалар бўлиб суюқ карбонат ангидрид ($t_k = 31^\circ\text{C}$, $P_k = 72,9$ атм) ёки эфир ($t_k = 194^\circ\text{C}$, $P_k = 35$ атм) хизмат қилиши мумкин. Тўлдирилган ампула печь ичига жойланади ва қиздирилади. Қиздириш бир текис бўлиши учун печдаги ҳаво интенсив аралаштириб турилади. Ампула деворларининг иссиқликдан кен-



101- расм.



102- расм.

гайишини эътиборга олмаса ҳам бўлади, бинобарин, қиздириш процесси амалда ҳажм ўзгармагани ҳолда боради. Фараз қилайлик, модда миқдори шундай танланганки, унинг бошланғич ҳолатини тасвирловчи 1 нуқта критик K нуқтадан ўтувчи IK вертикал тўғри чизиқ устида ётади (102- расм). Моддани қиздира борган сари тасвирловчи нуқта IK бўйлаб юқорига кўтарилади. Температура ҳали критик температурадан пастда экан, мениск аниқ кўринади. Қиздиришда мениск амалда бир хил балангликда тураверади. Критик температурага яқинлашган сари, суюқлик ва унинг тўйинган буғи орасидаги чегарада сирт таранглигининг камайиши туфайли менискнинг эгрилиги узлуксиз камай боради. Мениск яссиланади, ва ниҳоят, температура критик T_k қийматга эришганда, мениск бутунлай йўқолади. Шу пайтдан бошлаб, модда физик жиҳатдан бир жинсли бўлиб олади ва қиздириш яна давом эттирилганда шундайлигича қолаверади. Тескарисига совитишда модда унинг температураси ҳали критик температурадан юқори экан, физик жиҳатдан бир жинсли бўлиб қолаверади. K критик нуқтадан ўтишда модданинг яна икки фазага ажралиши содир бўлади. Том-чичалар тезда чўқади ва суюқлик билан буғни ажратувчи мениск яна пайдо бўлади.

4. Энди ампулага суюқлик «керак бўлганидан» кўпроқ солинган деб фараз қиламиз. U ҳолда модда ҳолатини тасвирловчи нуқта қиздириш вақтида бошланғич 2 вазиятдан $2L$ вертикал тўғри чизиқ бўйлаб силжийди (102- расм). Температура ҳали критик температурадан паст бўлган L вазиятда бутун модда суюқликка айланади. Шунинг учун қиздириш вақтида менискнинг ҳеч қандай

йўқолиши юз бермаслиги керакдай кўринади. Мениск ампуланинг юқорисига тўғридан-тўғри монотон силжиб боради. У ампуланинг юқориги учига етганда ампула бутунича бир жинсли суюқлик билан тўлган бўлади. Суюқлик ампулага «керак бўлганидан» камроқ солинган ҳолда ҳам ана шунга ўхшаш ҳодиса юз бериши керак эди. Бошланғич 3 ҳолатдан тасвирловчи нуқта қиздириш вақтида $3G$ вертикал тўғри чизиқ бўйлаб юқорига силжий бориши керак. G нуқтада, яъни ҳали критик температурага етмасдан, бутун модда газсимон ҳолатга ўтади. Яна суюқлик ва буғ орасидаги чега-рада менискнинг ҳеч қандай йўқолиши кузатилмаслиги керакдай кўринади. Температура ҳали критик температурага етмагани ҳолда, мениск пастга силжий бориши ва ампула тубида йўқолиши керак эди.

Шундай қилиб, менискнинг йўқолишини кузатиш учун ампулага аниқ миқдорда суюқлик солиниши керакдай кўринади. Агар шундай бўлганида эди, мениск йўқолиши методини практикада амалга ошириш мумкин бўлмас эди. Ҳақиқатда иш бутунлай бундай эмас. Менискнинг йўқолишини кузатиш учун ампулани аниқ миқдорда суюқлик билан тўлдириш бутунлай мажбурий эмас. Агар фақат ампуладаги модданинг миқдори «талаб қилинган» миқдордан жуда ҳам кўп фарқ қилмаса, у ҳолда ампуладаги суюқлик миқдори ҳам қандай бўлганида ҳам менискнинг йўқолиши кузатилади. Гап шундаки, биринчи (100.3) тенгламага мувофиқ, модданинг критик нуқтада сиқилувчанлиги чексиз катта:

$$\gamma \equiv \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \infty \quad (102.1)$$

Шунинг учун критик нуқтада ва унинг атрофида ампула пастидagi модда ўз оғирлиги таъсирида сезиларли зичланиши керак, юқорида эса унинг зичлиги камайиши керак. Бельгиялик физик Гуи 1892 йилдаёқ ана шундай «гравитацион эффект»га эътиборни жалб қилди. Аммо бу экспериментда яқин вақтларга келиб кузатилди. Эффектнинг катталиги тўғрисида тасаввур ҳосил қилиш учун биз 11-жадвалда гептан (C_7H_{16}) зичлигининг баландлик бўйича тақсимотини келтирамиз (шу параграфдаги масалага қ.). Бу ўлчашларни Киев университетиди А. З. Голик ва Е. Т. Шиманская ба-жарган. Жадвалда t_m мениск йўқоладигандаги температурани билдиради, уни критик температурага тенг деб қабул қилинади. Гептан учун критик зичлик $0,2355 \text{ г/см}^3$, критик температурага $266,8^\circ\text{C}$ критик босим $26,8 \text{ атм}$ бўлади. Жадвалдан кўринишича, агар критик зичликни 100% деб қабул қилинса, у ҳолда баландлик атиги $6,6 \text{ см}$ қадар ўзгарганда гептан зичлиги критик температурада 37% га, 1 градус юқорироқ температурада 22% га ўзгаради. Таққослаш учун, $T = 273 \text{ К}$ температурада баландлик $6,6 \text{ см}$ ўзгарганда ҳаво зичлиги нисбий ўзгаришини барометрик формула бўйича ҳисоблаймиз. У қуйидагига тенг:

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{\mu gh}{RT} = 0,82 \cdot 10^{-5} = 0,82 \cdot 10^{-3} \%,$$

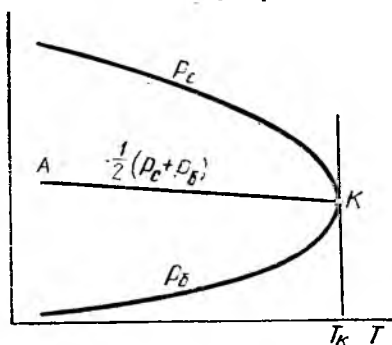
яъни у гептан учун критик нуқта атрофида олинган қийматга нисбатан тахминан эллик минг марта кичик. Қўпчилик тажриба маълумотини талқин қилишда гравитацион эффект эътиборга олинмаган

II - жадвал

Ампула тубидан ҳисобланган масофа, см	0,2	3,8	4,6	5,8	6,8
Зичлик, $t = t_m$ да, г/см ³	0,273	0,235	0,205	0,195	0,185
Зичлик $t - t_m = 1^\circ\text{C}$ да, г/см ³	0,252	0,240	0,230	0,215	0,200

эди, бу эса баъзан хато хулосаларга олиб келган эди. Энди юқорида тавсифланган тажрибаларда ампулани қатъий маълум миқдордаги суюқлик билан тўлдириш бутунлай мажбурий эмаслиги равшан бўлиб қолди. Модда зичлигининг критик температурада баландлик ортиши билан биргаликда кучли ўзгариши туфайли ампулада критик ҳолатда (яъни яна критик зичликка ҳам эга) фақат чексиз юпқа модда қатлами бўлиши мумкин. Бу қатламнинг ўзида мениск йўқолиши содир бўлади. Шундай қилиб, ампулага солинган суюқлик миқдорига нисбатан қўйиладиган талаб бутунлай қаттиқ эмас. Мениск йўқолиши методини қўлланиш учун фақат юқорида айтилган чексиз юпқа модда қатлами ампула чегарасидан ташқарига чиқмаслиги талаб қилинади.

5. Менискнинг йўқолиши методи критик температурани аниқ ўлчаш учун қулайдир. Критик температурани аниқлаб, кейин критик босимни ўлчаш нисбатан содда бўлади. Бунинг учун, масалан, моддани изотермик равишда сиқиш ва критик изотермада қачон букилиш нуқтаси пайдо бўлишини кузатиш мумкин. Критик зичликни ўлчаш жуда қийин, чунки критик нуқтада модданинг сиқилувчанлиги чексиз. Критик зичликни мениск йўқолиши методида қўлланиладиган қурилма ёрдамида ўлчаш мумкин. Бунинг учун кўп ампула олиш ва уларга ёки «керагидан кўп», ё «керагидан кам» суюқлик солиш керакки, бунда қиздириш вақтида мениск учига ёки тубига етсин. Бу ҳодиса юз берган пайтларда ампула бутунича ё фақат суюқлик билан, ёки фақат тўйинган буғ билан тўлган бўлади.

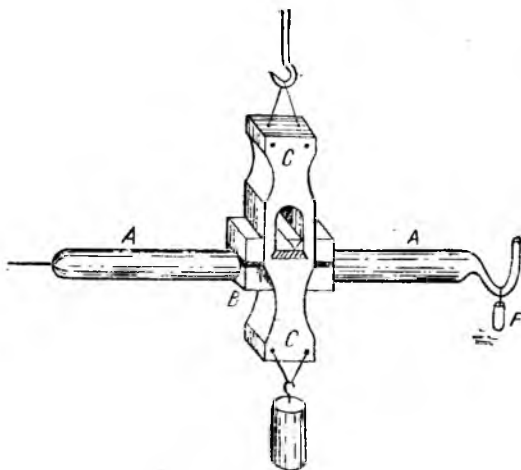


103- расм.

ган бўлади. Бу пайтларда модда массасини ампула ҳажмига бўлиб, мос температурада суюқликнинг ρ_c зичлигини ва буғнинг зичлигини топамиз. Энди тўйинган буғ учун (103- расмда пастки эгри чизиқ) ва у билан мувозанатдаги суюқлик учун (103- расмда юқorigи эгри чизиқ) зичликнинг температурага боғланиши эгри чизиқларини ясаймиз. Бундан ташқари, суюқлик билан буғнинг ўртача арифметик зич-

лиги, яъни $\frac{1}{2}(\rho_c + \rho_0)$ катталиқ учун AK чизиқни ясаймиз. Тажриба унинг ҳақиқатда катта аниқликда тўғри чизиқ бўлишини кўрсатади. Бу тўғри чизиқнинг вертикал $T = T_k$ изотерма билан кесишиш нуқтаси критик нуқтанинг худди ўзи бўлади.

6. Профессор М. П. Авенариуснинг (1835—1895) шогирдларидан бири А. И. Надеждин (1858—1886) критик температуранинг аниқлаш учун бирмунча бошқача методни қўллаган. У ўзи *дифференциал денсиметр* деб атаган асбобни ихтиро қилган эди. Асбобнинг тузилиши 104- расмдан кўриниб турибди. AA бўш трубкани F юкча ёрдамида горизонтал вазиятда ўрнатилади. Агар трубкани суюқлик билан қисман тўлдирилса, бу ҳолда унинг бир учидан суюқлик йиғилади ва мувозанат бузилади. Аммо суюқлик ва буғнинг зичликлари тенг бўладиган критик температурага қиздирилганда мувозанат яна тикланади. Бу ажойиб методнинг фазилати — уни мениск кўринмайдиган ношаффоф моддалар (бром, йод) учун ҳам, шунингдек, модда шишани емирадиган (юқори температурадаги сув) бўлган ҳолларда ҳам қўлланиш мумкинлигидир.



104- расм.

дир. Аммо унинг мениск йўқолиши методига нисбатан аниқлиги кам ва гравитацион эффект туфайли ҳамма вақт критик температуранинг орттирилган қийматини беради.

7. Охирида модданинг критик нуқта ва унинг атрофидаги яна баъзи бир хоссаларини айтиб ўтамиз. (35.3) формуладан, яъни

$$C_p - C_v = -T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V^2 \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T. \quad (102.2)$$

формуладан иссиқлик сизимлар айирмаси $C_p - C_v$ критик нуқтада чексизга айланиши келиб чиқади. Ҳақиқатан, бу нуқтада изотермик сиқилувчанлик чексиз катта, $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$ ҳосила эса ҳеч қандай махсусликка эга эмас. Шунинг учун C_p иссиқлик сизими ҳам чексизга айланиши керак, чунки модданинг турғунлиги учун C_v нолдан катта бўлиши зарур. Агар модданинг икки фазали ҳолатида C_p иссиқлик сизими чексиз катта экани эътиборга олинса, бундай натижа мутлақо табиий бўлади (олдинги параграфдаги 2- масалага қ.). Икки фазали ҳолатдан критик ҳолатга ўтилганда ҳам C_p

ўшандай қолади. C_V иссиқлик сифими ҳақида шуни айтиш мумкин: биз бу ерда тўхталмайдиган назарий мулоҳазалар критик нуқтада $C_V = \infty$ бўлишга олиб келади. Бу хулосани, чамаси, тажриба тасдиқлайди.

Критик ҳолатдаги модданинг яна ҳам қизиқроқ хусусияти — *мувозанат ҳолат ўрнатилишининг секинлигидир*. Масалан, гептан учун; температурани қатъий ўзгармас сақлангани ҳолда, оғирлик кучи майдонида модда зичлиги мувозанатли тақсимоти суткадан кўпроқ вақт давомида ўрнашади. Агар мувозанат ўрнашгандан сўнг температура атиги градуснинг юзли улуши қадар ўзгарса, у ҳолда яна мувозанатли ҳолат ўрнашиши учун суткадан кўпроқ вақт талаб қилинади. Бу ҳодиса билан *зичлик гистерезиси* ҳодисаси боғланган. У қуйидагидан иборат. Агар ампуладаги модда зичлигини (температурани аста-секин ошириб, кейин эса уни аста-секин камайтириб) биргина нуқтада ўлчанса, у ҳолда биргина температурада (бу температурага қиздиришда ёки совитишда эришилганига боғлиқ равишда) зичликнинг турли қийматлари олинади. Зичлик гистерезиси (гептан учун) критик температурасидан $10-15^\circ$ юқори температурада йўқолади.

МАСАЛА

Ван-дер-Ваальс тенгламасига бўйсунадиган, физик жиҳатдан бир жинсли модда зичлигининг оғирлик кучи майдонида критик нуқта яқинидаги тақсимотини топинг.

Ечилиши. Критик нуқтада $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = 0$. Шунинг учун бу нуқта яқинида Тейлор қатори ёйилмасининг биринчи ҳади қуйидаги кўринишга эга:

$$P - P_k = \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 P}{\partial V^3}\right)_{кр} (V - V_k)^3 - \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{кр} (T - T_k).$$

Ван-дер-Ваальс тенгламасидан ҳосилаларни ҳисоблаб ва (100.2) формулалардан фойдаланиб:

$$P - P_k = -\frac{9}{16} \frac{RT_k}{V_k^4} (V - V_k)^3 + \frac{3}{2} \frac{R}{V_k} (T - T_k)$$

ифодани оламиз. V ўрнига $\rho = \frac{\mu}{V}$ зичлик киритамиз, бу ерда μ — молекуляр оғирлик. Яна гидростатиканинг $P - P_k = -\rho_k gh$ тенгламасидан фойдаланиб, қаралаётган яқинлашишда қуйидагини оламиз:

$$\frac{\rho - \rho_k}{\rho_k} = \frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{\mu gh + \frac{3}{2} R(T - T_k)}{RT_k}}. \quad (102.3)$$

h баландлик модданинг зичлиги критик зичликка тенг бўлган сатҳдан бошлаб ҳисобланади, бунда юқорига йўналишни мусбат деб олинади. Хусусан, $T = T_k$ бўлганда:

$$\frac{\rho - \rho_k}{\rho_k} = -\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{6 \mu gh}{RT_k}}. \quad (102.4)$$

Критик нуқтадан узоқда газни идеал газ деб ҳисоблаш мумкин. Бу ҳолда баландлик ўзгарган сари зичликнинг нисбий ўзгариши учун

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = - \frac{\mu g h}{RT}. \quad (102.5)$$

муносабатга эга бўлар эдик. Температура ва молекуляр оғирлик бир хил бўлганда бу катталик олдингидан $\alpha = \frac{2\sqrt[6]{6}}{3} \left(\frac{RT}{\mu g h}\right)^{2/3}$ марта кичик. Ҳаво учун ($\mu = 28,8$, $T_k = 132,5$ К) баландлик $h = 1$ см бўлганда $\alpha \approx 8700$, $(\rho - \rho_k)/\rho_k = -1/100$.

103- §. Ван-дер-Ваальс газининг ички энергияси

1. Агар физик жиҳатдан бир жинсли модданинг ҳолат тенгламаси маълум бўлса, у ҳолда термодинамиканинг умумий методлари ёрдами билан унинг ўзгармас температурадаги ички энергиясини V ҳажмининг функцияси сифатида топиш мумкин. Бунинг учун (34.2) тенгламадан фойдаланиш керак. Бу методни Ван-дер-Ваальс газига қўллаймиз, газни бир моль миқдорда олинган деб фараз қиламиз. Яна бир марта (34.2) тенгламани ёзиб оламиз:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P. \quad (103.1)$$

Ван-дер-Ваальс тенгламасидан:

$$T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{RT}{V-b} = P + \frac{a}{V^2}.$$

Шундай қилиб,

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{a}{V^2}. \quad (103.2)$$

Изотерма бўйлаб интеграллаш ушбуни беради:

$$U = - \frac{a}{V} + f(T), \quad (103.3)$$

бунда $f(T)$ — температура T га боғлиқ бўлиши мумкин бўлган «интеграллаш доимийси». Уни газнинг C_V иссиқлик сифими орқали ифодалаш мумкин. (18.3) га мувофиқ:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{df}{dT}. \quad (103.4)$$

Бундан Ван-дер-Ваальс газининг C_V иссиқлик сифимининг фақат температурага боғлиқ бўла олиши келиб чиқади. Шунинг учун охириги муносабатдан

$$f(T) = \int C_V(T) dT$$

ифодани оламиз ва бинобарин,

$$U = \int C_V(T) dT - \frac{a}{V}. \quad (103.5)$$

Агар иссиқлик сифмининг температурага боғлиқлиги эътиборга олинмаса, у ҳолда бу формула соддароқ формулага айланади:

$$U = C_V T - \frac{a}{V}. \quad (103.6)$$

Бу ифодаларни келтириб чиқаришда моддани физик жиҳатдан бир жинсли деб фараз қилинган эди. Шунинг учун олинган натижалар модданинг фақат бир фазали ҳолатлари учун тўғридир. Икки фазали ҳолатлар учун улар тўғри эмас. Хусусан, агар (103.3) формулани олишда интеграллаш у бўйлаб бажарилган изотерма икки фазали соҳани кесиб ўтса, у ҳолда реал изотерма бўйича интеграллаш эмас, балки модданинг абсолют турғунмас ҳолатларига мос кўтарилиувчи участкали назарий изотерма бўйича интеграллаш керак.

2. (103.5) формулани шунингдек содда молекуляр-кинетик мулоҳазалар асосида келтириб чиқариш мумкин. Газнинг ички энергияси унинг молекулалари иссиқлик ҳаракати кинетик энергияси билан уларнинг ўзаро таъсир потенциал энергияси йиғиндисидан иборат. Кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича текис тақсимоли тўғрисидаги теоремага асосан, иссиқлик ҳаракати кинетик энергияси газнинг температураси орқали бир қийматли аниқланади ва унинг ҳажмига боғлиқ бўлмайди. Агар температура ўзгармас сақланса, у ҳолда кинетик энергия ҳам ўзгармас бўлади. Агар идеал қаттиқ шарлар моделидан фойдаланилса, у ҳолда (шарлар тўқнашганда пайдо бўладиган) итаришиш кучларига ҳеч қандай потенциал энергия мос келмайди. Бутун потенциал энергия фақат молекулалараро тортишиш кучларига алоқадор. Уни макроскопик равишда ҳисоблаб топиш мумкин, чунки молекулалараро тортишиш кучлари — газнинг сирт қатламининг қолган массасига берадиган $P_i = \frac{a}{V^2}$ молекуляр босимни келтириб чиқаради. Бу ички босимга қарши сарфланиши керак бўлган иш газнинг изотермик кенгайишида унинг потенциал энергияси орттирмасига тенг бўлади. V_1 ҳажмдан V ҳажмгача кенгайишидаги бу орттирма қуйидагига тенг:

$$\int_{V_1}^V P_i dV = \int_{V_1}^V \frac{a}{V^2} dV = -\frac{a}{V} + \frac{a}{V_1} = -\frac{a}{V} + \text{const.}$$

Буни иссиқлик ҳаракати $f(T)$ кинетик энергиясига қўшиб, биз яна (103.3) формулага келамиз.

М А С А Л А

Ван-дер-Ваальс газы энтропияси ифодасини топинг.

Ечилиши. $dS = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT$. (45.17) формуладан ва иссиқ-

лик сифми таърифидан фойдаланиб, қуйидагини оламиз:

$$dS = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV + \frac{C_V}{T} dT.$$

Энди Ван-дер-Ваальс тенгламасидан фойдаланамиз ва интеграллаймиз. Бир моль газ энтропияси учун

$$S = R \ln(V - b) + \int \frac{C_V(T)}{T} dT + \text{const} \quad (103.7)$$

ифодани оламиз. Зарралари сони ўзгарувчан бўлган газ учун:

$$S = \nu \left[R \ln \frac{V - \nu b}{\nu} + \int \frac{C_V(T)}{T} dT + \text{const} \right] \quad (103.8)$$

бундаги ν — газда мольлар сони, квадрат қавс ичидаги аддитив доимий зарралар сонига боғлиқ эмас. Агар C_V иссиқлик сийғими температурага боғлиқ бўлмаса, у ҳолда

$$S = \nu \left[R \ln \frac{V - \nu b}{\nu} + C_V \ln T + \text{const} \right]. \quad (103.9)$$

104- §. Ван-дер-Ваальс гази учун Жоуль — Томсон эффекти

1. 46- § да Жоуль — Томсон эффектнинг умумий термодинамик назарияси баён қилинган эди. Ундан конкрет натижалар олиш учун газ ҳолат тенгламасини билиш керак. Ван-дер-Ваальс тенгламасини шундай тенглама деб қабул қиламиз. Дастлаб Жоуль — Томсон дифференциал эффектдан бошлаймиз. 46- § да кўрсатилган эдики, агар Жоуль — Томсон тажрибасида пўкакнинг турли томонида кичик $P_2 - P_1 \approx \Delta P$ босимлар фарқи тутиб турилса, у ҳолда газнинг стационар оқишида вужудга келадиган мос температуралар фарқи

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_I = \frac{T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_P - V}{C_P} \quad (104.1)$$

формуладан аниқланади.

Газнинг катта босимли жойдан кичик босимли томонга оқиши туфайли $P_2 - P_1$ айирма манфий катталик бўлади. Агар пўкак орқали оқиб ўтишда газнинг температураси камайса $\left(\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0 \right)$, у ҳолда Жоуль — Томсон эффектни *мусбат* эффект дейилади. Температура ошадиган аксинча ҳолда $\left(\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0 \right)$ эффектни *манфий* эффект дейилади.

$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ ҳосилани Ван-дер-Ваальс тенгламасидан ҳисоблаб топиш ноқулай, чунки у V га нисбатан учинчи даражали тенгламадир. Аммо

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = - \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = - \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V / \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

айниятдан фойдаланиш ва (104.1) формулани

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = - \frac{T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V + V \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T}{C_P \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T} \quad (104.2)$$

кўринишга келтириш қулай. $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$ ва $\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$ ҳосилаларни Ван-дер-Ваалс тенгламасидан ҳисоблаб ва бу формулага уларнинг қийматини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{b RT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2}{C_P \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T} \quad (104.3)$$

2. Сийрак газ учун содда ҳолни қараймиз. Бу ҳолда a ва b лар кирган ҳадлар кичик тузатмалар бўлади. a ва b нинг юқори даражалари иштирок қилган барча ҳадларни ташлаб, чизиқли яқинлашиш билан чегараланиш мумкин. Бу яқинлашишда $V - b$ ни V га алмаштириш, $\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$ ҳосилани Клапейрон тенгламасидан ҳисоблаш лозим. У ҳолда

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{2a}{RT} - b}{C_P} \quad (104.4)$$

Агар $\frac{2a}{RT} - b > 0$ бўлса; $\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0$ бўлади ва газ совийди. Агар, аксинча; $\frac{2a}{RT} - b < 0$ бўлса, $\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0$ бўлади ва газ исийди. Хусусан, $b=0$ ва $a \neq 0$ бўлганда газ ҳамма вақт совийди: $a=0$, $b \neq 0$ бўлганда газ ҳамма вақт исийди. Биринчи натижа тушунарли, чунки кенгайишда газ иссиқлик ҳаракати кинетик энергияси молекуляр-тортишиш кучларига қарши иш бажаришга сарфланади. Иккинчи натижа унча равшан эмас, чунки бунда кенгайишда молекуляр кучлар ҳеч қандай иш бажармайди. Аммо Жоуль—Томсон процесси натижаси фақат газ ички энергияси ўзгаришигагина эмас, балки газнинг кенгайишида бажарган ташқи ишига ҳам боғлиқ бўлади. Жоуль—Томсон процесси энтальпия ўзгармас бўлгани ҳолда юз берадиган процесдир. Агар $a=0$ бўлса, у ҳолда Ван-дер-Ваалс тенгламаси $P(V-b) = RT$ тенгламага айланади. Шунинг учун газ энтальпияси қуйидагига тенг*:

$$I = U + PV = (C_V + R)T + Pb = C_P T + Pb.$$

Энтальпиянинг ўзгармаслиги шартидан: $C_P \Delta T + b \Delta P = 0$, яъни

* (35.2) формула ёрдамида бу ҳол учун Р. Майер муносабати $C_P = C_V + R$ ўридли эканига ишонч ҳосил қилиш мумкин.

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = -\frac{b}{C_p} < 0.$$

бу натижа (104.4) формулага мувофиқ келади.

$T = 2a/Rb$ бўлганида температура ўзгариши нолга тенг:

$$T_i = \frac{2a}{Rb} = \frac{27}{4} T_k = 2T_B, \quad (104.5)$$

бу температурани *Жоуль—Томсон дифференциал эффекти инверсия температураси* дейилади. Бу температурадан паст температураларда Жоуль—Томсон тажрибасида газ совийди, юқори температураларда исийди. Кўпчилик газлар учун инверсия температураси уй температурасидан анча юқори бўлади. Бундай газлар Жоуль—Томсон тажрибасида совийди. Водород ва гелий учун инверсия температураси уй температурасидан анча пастда бўлади. Улар учун Жоуль—Томсон эффекти манфий, яъни бу газлар исийди.

3. Энди зич газлар ҳолига ўтамиз. Ван-дер-Ваальс тенгламасини уларга татбиқ қилиб, фақат сифат жиҳатдан тўғри натижаларни оламиз. Лекин баён қилинадиган методларни фақат Ван-дер-Ваальс тенгламасига эмас, балки ҳар қандай ҳолат тенгламасига ҳам татбиқ қилса бўлади. Ҳисоблашни бирор аниқроқ эмпирик ҳолат тенгламаси асосида бажариб, янада аниқроқ натижалар олиш мумкин.

C_p катталиқ мусбат, $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ ҳосила манфий бўлганлиги учун Жоуль—Томсон эффекти ишораси (104.3) формуладаги суратнинг ишораси билан бир хил бўлади. Агар

$$\frac{bRT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2} > 0$$

ёки

$$T > \frac{2a}{Rb} \left(\frac{V-b}{T}\right)^2 \quad (104.6)$$

бўлса, эффект манфий, яъни газ исийди.

$$T < \frac{2a}{Rb} \left(\frac{V-b}{V}\right)^2 \quad (104.7)$$

бўлган ҳолда эффект мусбат, яъни газ совийди.

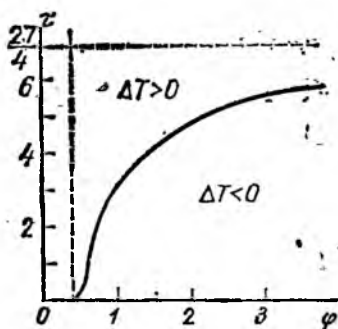
$$T = \frac{2a}{Rb} \left(\frac{V-b}{V}\right)^2 \quad (104.8)$$

температурада Ван-дер-Ваальс a ва b тузатмалари бир-бирини компенсациялайди ва Жоуль—Томсон дифференциал эффекти содир бўлмайди. (104.8) тенглама VT текисликда Жоуль—Томсон дифференциал эффекти инверсия эгри чизиғи деб аталувчи эгри чизиқни тасвирлайди. Келтирилган τ ва φ параметрлар орқали уни

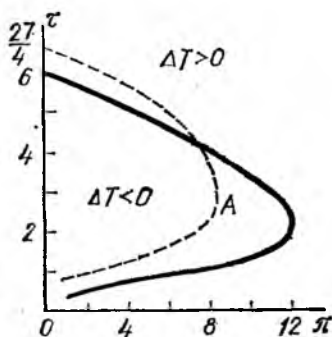
$$\tau = \frac{27}{4} \left(\frac{\varphi - \frac{1}{3}}{\varphi}\right)^2 \quad (104.9)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Тегишли инверсия эгри чизиғи 105-расмда яхлит чизиқ билан тасвирланган. Бу эгри чизиқ билан абсцисса ўқи чегараланган соҳада Жоуль—Томсон дифференциал эффекти мусбат ($\Delta T < 0$). Инверсия эгри чизигининг юқорисидаги соҳада эффект манфий ($\Delta T > 0$). $\varphi < 1/3$ соҳа физик маънога эга эмас, чунки Ван-дер-Ваальс гази учун V ҳажм b дан кичик бўлмайди, бинобарин, $\varphi > 1/3$.

Амалий татбиқлар учун инверсия эгри чизиғи (104.9) тенгламасини τ , π координаталарда ёзиб олиш қулайроқ. Шу мақсадда (100.7) келтирилган Ван-дер-Ваальс тенгламасидан фойдаланамиз.



105- расм.



106- расм.

Ундан ва (104.9) тенгламадан φ ҳажмини йўқотиб, унча мураккаб бўлмаган ҳисоблашлардан сўнг инверсия эгри чизигининг қуйидаги тенгламасини оламиз:

$$\pi = 24 \sqrt{3\tau} - 12\tau - 27. \quad (104.10)$$

Бу тенгламани ечиб, ушбуни топамиз:

$$\tau = 3 \left(1 \pm \frac{1}{6} \sqrt{9 - \pi} \right)^2. \quad (104.11)$$

Бу икки ишорали функциянинг графиги 106-расмда (пунктир чизиқ) келтирилган. Унинг кўрсатишича, маълум чегарадан юқори бўлмаган ($\pi < 9$) ҳар бир босимда Жоуль—Томсон дифференциал эффектнинг икки инверсия нуқтаси мавжуд бўлади. Юқориги инверсия нуқтасидан пастда ва пастки инверсия нуқтасидан юқорида Жоуль—Томсон эффекти мусбат ($\Delta T < 0$) бўлади. Инверсия нуқталари вазияти босимга боғлиқ бўлади. Босим орган сари пастки инверсия нуқтаси кўтарилади, юқоригиси пасаяди, оқибат натижада улар умумий A нуқтада бирлашади (106-расм). Ван-дер-Ваальс назариясининг бу башорати тажриба билан сифат жиҳатдан мос тушади, аммо анча миқдорий келишмовчилик мавжуд. Ван-дер-Ваальс инверсия эгри чизиғи билан бир қаторда водород учун экспериментал инверсия чизигини келтирамиз. У 106-расмда яхлит чизиқ билан тасвирланган. (Водород учун $T_k = 33,3$ К, $P_k = 12,8$ атм.)

4. Энди Жоуль—Томсон интеграл эффектини текширишга ўтамиз. 46- § да гапирилганидек, турли томонида катта босимлар фарқи тутиб туриладиган вентиль орқали газни ўтказиб, Жоуль—Томсон интеграл эффектини ҳосил қилиш мумкин. Интеграл эффект содир бўлишидаги газ температурасининг $T_2 - T_1$ ўзгаришини (46.2) формула аниқлайди, уни биз бу ерда қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$T_2 - T_1 = \int_{P_1}^{P_2} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_I dP = \int_{P_1}^{P_2} \frac{T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V}{C_P} dP. \quad (104.12)$$

Интеграл остидаги ифоданинг ишорасига боғлиқ равишда температура $T_2 - T_1$ ўзгаришининг ишораси мусбат ҳам, манфий ҳам бўлиши мумкин. Хусусан, агар босимларнинг бутун диапазонида Жоуль—Томсон дифференциал эффекти мусбат бўлса, интеграл эффект ҳам шундай бўлади, яъни дросселланиш оқибатида газ совиёди. Уй температурасида бу кўпчилик газлар учун, хусусан, ҳаво ва углерод ангидрид учун ўринли бўлади. Агар 100—200 атм босим остидаги газсимон карбонат ангидрид тўлдирилган баллон олинса ва бу газни жўмрак орқали атмосферага чиқарилса, у ҳолда карбонат ангидрид қаттиқ ҳолатга ўтадиган даражада совиш ҳосил бўлади. Водород эса ўзини бошқача тутди. Унинг учун уй температурасида Жоуль—Томсон дифференциал эффекти, бинобарин, интеграл эффекти ҳам манфий; дросселланишда водород исийди. Бундай исийш баъзан ҳалокатларга олиб келади, (бунда кучли даражада қисилган водород шикастланган трубалардан чиқишда алангаланиб кетади). Тўсатдан кенгайишда водороднинг температураси -80°C дан паст бўлгандагина у совиши мумкин. Бундан юқори температураларда у ҳамма вақт исийди.

Жоуль—Томсон интеграл эффектдан паст температуралар олиш учун фойдаланиш муносабати билан қуйидаги масала эътиборга сазовор. Бошланғич температураси T_1 бўлган газ Жоуль—Томсон процесси орқали бирор донмий P_2 босимгача (масалан, атмосфера босимгача) кенгайган бўлсин. Қандай бошланғич P_1 босим олинганда максимал совиш ҳосил бўлади? Температуралар $T_2 - T_1$ айирмасини (104.12) формула аниқлайди. Ўзгармас T_1 температурада у фақат бошланғич P_1 босимга боғлиқ бўлади (чунки охириги P_2 босим ҳам ўзгармас). (104.12) формулага асосан,

$$\frac{d}{dP_1} (T_2 - T_1) = \frac{dT_2}{dP_1} = - \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right) \Big|_{P=P_1, T=T_1}$$

Бу ҳосиланинг нолга тенглаб, максимумлик шартин топилди:

$$P = P_1, T = T_1 \text{ бўлганда } \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_I = 0. \quad (104.13)$$

Аммо, $\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_I = 0$ тенглама дифференциал эффект инверсии эгри чизиги тенгламасидир. Шундай қилиб, максимал совиш ҳосил қилиш учун бошланғич T_1, P_1 нуқтани Жоуль—Томсон дифференциал эффекти инверсия эгри чизиги устида олиш керак.

Бир энг муҳим ҳолда (104.12) формулада интеграллаш охиригача етказилди. Бу шундай ҳолдир: Газ бошланғич ҳолатда катта босим остида туради, дроссел-

лани шдан сўнг эса унинг босим шунчалик камайиб кетадики, газни бу охириг ҳолат да идеал газ деб ҳисобласа бўлади. Ҳисоблашни (104.12) формула бўйича эмас, балки газнинг бошланғич ва охириг ҳолатларн энгальпияларн тенглигн шартн ёрдамида бажариш соддароқ. (103.5) ифодадан фойдаланиб, Ван-дер-Ваальс газн учун энгальпиялар тенглигинн бундай кўринишда ёзиш мумкин:

$$\int_{T_0}^{T_1} C_V(T) dT - \frac{a}{V_1} + P_1 V_1 = \int_{T_0}^{T_2} C_V(T) dT - \frac{a}{V_2} - P_2 V_2.$$

Бу ифодага кирган иккала интегрални битта интеграл қилиб бирлаштираемиз. Унг томонда a/V_2 ҳадни ташлаб юбориш ва $P_2 V_2 = RT_2$ Клапейрон тенгламасндан фойдаланиш мумкин. Бу яқинлашишда:

$$\int_{T_1}^{T_2} C_V(T) dT - \frac{a}{V_1} + P_1 V_1 = RT_2.$$

P_1 босимни Ван-дер-Ваальс тенгламасндан топамиз. Натнжада

$$\bar{C}_V(T_1 - T_2) - \frac{2a}{V_1} + \frac{RT_1 V_1}{V_1 - b} = RT_2$$

ифодани оламиз, бунда \bar{C}_V — температуранинг T_1 дан T_2 гача интервалнда ҳажм ўзгармас бўлганди газнинг ўртача иссиқлик сиғими, охириг формуладан

$$T_1 - T_2 = \frac{Rb}{V_1 - b} \frac{T_1 - \frac{2a}{V_1}}{R + \bar{C}_V}. \quad (104.14)$$

Махраж муҳим мусбат катталиқ бўлганлиги учун эффектнинг ишорасн фақат суратнинг ишораси билан аниқланади. $T_1 > \frac{2a}{Rb} \frac{V_1 - b}{V_1}$ бўлганда эффект мусбат

(совиш) ва $T_1 > \frac{2a}{Rb} \frac{V_1 - b}{V_1}$ бўлганда эффект манфий (исси). Келгусида формулалар ёзувини содалаш мақсаднда I индексни тушнриб қолдириб тўғридан-тўғри T, V, P деб белгилайверамиз.

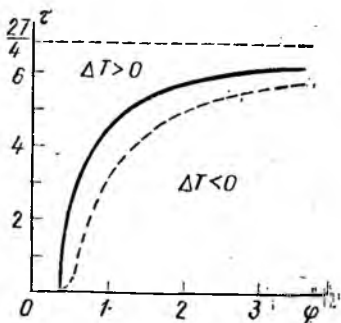
Температура

$$T = \frac{2a}{Rb} \frac{V_1 - b}{V_1}. \quad (104.15)$$

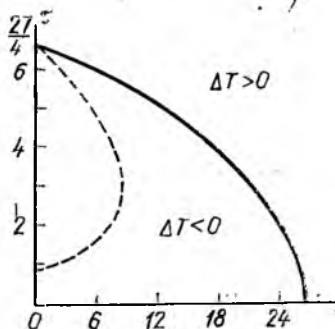
бўлганда эффект йўқолади. Бу температуранн *Жоуль—Томсон интеграл эффекти инверсия температураси* дейилади. У ҳамма вақт дифференциал эффектнинг инверсия температурасидан юқори бўлади. (104.15) тенглама текисликда *Жоуль—Томсон интеграл эффекти инверсия эгри чизиғи* деб аталувчи эгри чизиқни тасвирлайди. Келтирилган параметрларда ёзилган (104.15) тенглама

$$\tau = \frac{27}{4} \frac{\varphi - 1/3}{\varphi}. \quad (104.16)$$

(104.16) тенглама тасвирлайдиган эгри чизиқ 107-расмда келтирилган (ту-таш чизиқ). Агар келтирилган φ ҳажмли ва келтирилган τ температурали газнинг бошланғич ҳолатини тасвирловчи нуқта (104.16) инверсия эгри чизиг билан абсцисса ўқн орасида ётса, у ҳолда дросселланишда газ совийди. Агар у интеграл эффект инверсия эгри чизигдан юқорида ётса, бу ҳолда исси содир бўлади. Шунингдек 107-расмда дифференциал эффект инверсия эгри чизигн пунктнр чизик билан тасвирланган. У ҳамма вақт интеграл эффект инверсия эгри чизигн остида ётади. Бу—тушунарли. Ҳақиқатан, агар босимнинг бутун ўзгариш интервалида дифференциал эффект мусбат (манфий) бўлса, у ҳолда албатта интеграл эффект мусбат (манфий) бўлиши юқорида таъкидланган эди. Бунга тескарн ху-



107- расм.



108- расм.

лоса тўғри эмас, чунки интеграл эффектнинг мусбат бўлиши учун (104.12) формуладаги интеграл остидаги ифода ҳамма жойда мусбат бўлиши мажбурий эмас. Айрим участкаларда у манфий бўлиши ҳам мумкин, аммо Жоуль—Томсон интеграл эффекти мусбат бўлиб қолиши мумкин. Шундай қилиб, дифференциал эффект мусбат бўладиган VT текислик соҳаси ҳамма вақт интеграл эффект мусбат бўладиган соҳа ичида ётади.

π ва τ ўзгарувчилар орқали ёзилган (104.16) тенглама

$$\tau = 3/4 \sqrt{81 - 3\pi} \quad (104.17)$$

қўрinishга эга. Бу тенглама ифодага келтирилган эгри чизик 108- расмда туташ чизик билан тасвирланган. Дифференциал эффект учун тегишли инверсия эгри чизикнинг пунктир чизик билан тасвирланган. Дифференциал эффектдан фўрқли равишда Жоуль—Томсон интеграл эффекти ҳар бир босим учун ($\pi < 27$) фақат битта инверсия нуқтасига эга.

МАСАЛА

Дитерчи тенгласига бўйсунадиган газ учун Жоуль—Томсон дифференциал эффекти инверсия эгри чизигини топинг.

Жавоб. $T = \frac{2a}{Rb} \left(1 - \frac{b}{V}\right)$. Келтирилган параметрларда

$$\tau = 8 \left(1 - \frac{1}{2\varphi}\right) \text{ ёки } \pi = (8 - \tau) e^{\frac{5}{2} - \frac{1}{\tau}}.$$

105- §. Паст температуралар ҳосил қилиш ва газларни суюлтириш методлари

1. Техникада паст температуралар ҳосил қилишнинг уч асосий методи қўлланилади: 1) суюқликни буғлантириш, 2) Жоуль—Томсон эффектидан фойдаланиш, 3) газни ташқи иш бажарган ҳолда қайтувчан адиабатик кенгайтириш. Шунингдек, турли совитувчи аралашмалар ҳам қўлланилади. Масалан, ош тузи билан қорни аралаштириш йўли билан -20°C дан паст, хлороформ билан қаттиқ углеродни аралаштириш йўли билан -77°C дан паст температуралар ҳосил қилиш мумкин. Уй-хўжалик холодильниклари суюқликларни буғлантириш принципи бўйича ишлайди. 2) ва 3) методлар газ қонунларига асосланган. 2) методнинг термодинамик назарияси (104.12) формула билан ифодаланган. 3) методнинг ғояси моҳияти бўйича (21.4) шаклдаги Пуассон адиабата тенгласида

мухассамланган. Аммо бу тенглама фақат идеал газлар учун тўғридир. Паст температураларда, айниқса газнинг суюлиш температураси яқинида тенглама тўғри эмас. Шунинг учун, газнинг идеаллиги тўғрисида фараз қилмасдан, 3) методнинг назарияси устида батафсилроқ тўхталиб ўтиш зарур.

Қайтувчан адиабатик кенгайишда газнинг S энтропияси ўзгармай қолади. Уни температура ва босим функцияси сифатида қараб, элементар қайтарувчан кенгайиш процесси учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\Delta S = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \Delta T + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T \Delta P = 0.$$

Равшанки,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{T} \left(\frac{T\partial S}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{T} \left(\frac{\delta Q}{\delta T}\right)_P = \frac{C_P}{T}.$$

Бундан ташқари, (45.18) формулага мувофиқ,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P.$$

Шунинг учун

$$\frac{C_P}{T} \Delta T - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \Delta P = 0.$$

Бундан

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \frac{T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S}{C_P}. \quad (105.1)$$

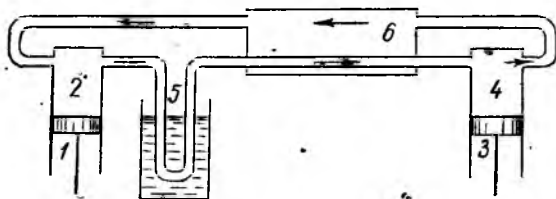
Агар иссиқликдан кенгайиш коэффициенти мусбат бўлса (газларда шундай), у ҳолда адиабатик кенгайишда совиш ҳосил бўлади. Тегишли интеграл эффект

$$T_2 - T_1 = \int_{P_1}^{P_2} \frac{T'}{C_P} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dP \quad (105.2)$$

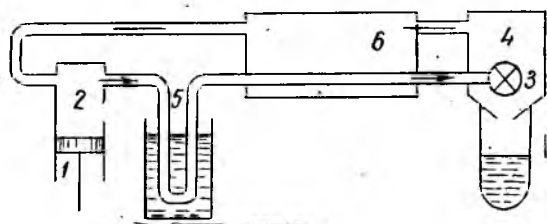
формула билан тавсифланади. Буни (104.12) формула билан таққослаб, барча бошқа шароит тенг бўлганда дросселланишга нисбатан қайтувчан адиабатик кенгайишда совиш каттароқ бўлишини кўрамиз. Совиш фақат реал газлар ҳолидагина эмас, балки идеал газлар ҳолида ҳам юз беради. Буни бундай тушунтирилади. Иш газнинг ички энергияси камайиши эвазига бажарилади, ички энергия эса идеал газлар учун фақат биргина температуранинг монотон ўсувчи функцияси бўлади. Молекуляр-кинетик нуқтаи назардан бу ҳодисани 67-§ да батафсил қараб чиққан эдик. Совишни — газ молекулаларининг ҳаракатланаётган поршендан урилиб қайтишга мажбур қилингани билан тушунтирилган эди. Зарарли қаршиликларни енгиш ва поршенни ҳаракатга келтириш учун газнинг босими етарли бўлмаслиги мумкин. У ҳолда поршенни мотор ёрдамида ҳаракатга

келтириш мумкин. Барибир совиш юз бераверади. Мотордан фойдаланиб; биз газ молекулаларини ҳаракатланаётган девордан қайтиш ва иш бажаришга мажбур қиламиз. Жоуль—Томсон эффекти идеал газларда содир бўлмайди (46- § га қ.), шунинг учун унинг ёрдамида идеал газлар билан ҳеч қандай совиш ҳосил қилиб бўлмайди.

2. 109- ва 110- расмларда адиабатик кенгайиш ва дросселланиш принципи бўйича ишлайдиган совитиш циклларининг принципиал схемалари тасвирланган. Газни дросселлаш қўлланиладиган циклни бир-бирдан мустақил равишда 1835 йилда Англияда Хемп-



109- расм.



110- расм.

сон (1840—1900) ва Германияда Линде таклиф қилган. Газнинг адиабатик кенгайиши қўлланиладиган циклни (109- расм) 1857 йилдаёқ Сименс (1816—1892) амалда патент қилган. Аммо, фақат 1902 йилда француз инженери Клод бу цикл ёрдамида суюқ ҳаво олишга муваффақ бўлган. Шунинг учун бу цикл Клод цикли деб аталган.

Биз реал совитгич қурилмаларнинг конструктив тафсилотлари устида тўхталмаймиз. Фақат уларнинг ишлаш принципларини қараб чиқиш билан чегараланамиз, холос. 1 компрессорнинг поршени 2 цилиндрдаги газни сиқади. Бунда газ исийди. Сиқилган ва исиган газ 2 цилиндрдан кетаётиб 5 сув билан совитилади. Кейин Клод типидagi қурилмада газ 4 детандернинг, яъни поршенли машинанинг цилиндрига киради. Унда газнинг адиабатик кенгайиши амалга оширилади — газ 3 поршень устида иш бажаради. Хемпсон-Линде типидagi қурилмада 3 жўмрак қўлланилади, у орқали газнинг дросселланиши амалга оширилади. Иккала ҳолда ҳам газ совийди. Совиган газ 2 цилиндрга қайтишдан олдин, иссиқлик алмашингич деб аталувчи 6 ёрдамчи қурилма орқали ўтади. Одатда иссиқлик алмашингич қўш трубадан — ташқи труба ва унга кири-

тилган ички трубадан иборат бўлади. Трубалар винтсимон спираль (змеевик) кўринишида берилган бўлади. Ички труба бўйича газ детандерга ёки жўмакка боради, қаттиқ труба бўйича детандерда совитилган ёки жўмак орқали дросселланган газ қайтади. Ташқи трубадаги совитилган газ оқими унга қарама-қарши йўналишда ички труба бўйича детандерга ёки жўмакка томон оқаётган газ янги порциясини қўшимча совитади. Бу совитиш иссиқлик алмаштингичнинг вазифасидир. Шундай қилиб, поршеннинг ҳар бир юришидан кейин детандерга ёки жўмакка тобора совуқроқ газ келади. Ниҳоят, келаётган газ шу даражада кучли совийдики, бунда навбатдаги адиабатик кенгайиш ёки дросселланишдан кейин у суюла бошлайди.

3. Адиабатик совитиш методига нисбатан Жоуль—Томсон эффектига асосланган метод бирмунча соддароқдир. Бу методда мойлаш муаммоси пайдо бўлмайди, чунки фойдаланиладиган аппаратура паст температурада ишлайдиган ҳаракатчан қисмларга эга эмас. Аммо бу соддалиқ қимматга тушади — совитиш унумдорлиги анча камаяди ва кўп миқдор газдан фойдаланиб юқори босимларда ишлашга тўғри келади. Адиабатик кенгайиш йўли билан ҳосил қилинадиган совитиш Жоуль — Томсон эффекти берадиган совитишдан одатда кўп марта ортиқ бўлади. Лекин бунда ҳаракатчан қисмларни мойлаш билан боғлиқ бўлган муҳим қийинчиликлар учрайди: паст температураларда мой музлаб қолади. Клод қуруқ мойсизлантирилган чармдан қилинган прокладкалар қўллаган. Поршеннинг жипсловчи қатлами билан цилиндр девори орасида оз миқдорда сирқиб ўтувчи ҳавонинг ўзи мой ролини ўйнаган. П. Л. Капица (1894 йилда туғилган) 1934 йилда поршенли детандерларда жипсловчи чарм ҳалқаси бўлмаган поршендан фойдаланишни таклиф қилди. У қурган детандерда цилиндрининг ён сирти билан поршень орасида газ тўлдирилган $\sim 0,035$ мм (поршеннинг диаметри 30 мм бўлгани ҳолда) оралиқ (азор) бўлиб, бу газ мой вазифасини бажарган. «Поршеннинг тиралиб қолиши»ни олдини олиш учун унинг сиртида чуқурлиги ва кенлиги 0,25 мм дан бўлган ҳалқасимон ўйиқлар қилинган; улар бир-биридан ~ 5 мм масофада жойлашган ва поршень ён сиртига босимни тенглаб туришни таъминлайди. Капица ўз детандерини гелийни суюлтириш учун қўллади. Газсимон гелийни дастлабки совитишни суяқ азот ёрдамида амалга оширган. Мойлаш муаммосини бартараф қилувчи бошқа йўл — поршенли детандерни турбина билан алмаштиришдир. Релей (1842—1919) бунини 1898 йилдаёқ таклиф қилган. Аммо, биринчи ишловчи *турбодетандерлар*, чамаси, фақат 30-йиллар бошида Германияда ишлаб чиқарилган. Турбодетандерлар ишлашини биринчи марта П. Л. Капица анализ қилган. У турбодетандерларнинг олдин қўлланиб келган поршенли детандерлардан афзалликларини кўрсатиб берди. Ҳозирги замон қудратли суюлтиргичлари турбодетандер принципи асосида ишлайди.

4. Юқорида тавсифланган цикллар газларни узлуксиз суюлтириш учун мўлжалланган. Аммо, *сиқилган газни бир каррали адиабатик кенгайтириш* методи билан *даврий равишда* суюлтиришни амалга ошириш анча соддароқдир. Бундай методни Кальете (1832—

1913) ҳавони суюлтириш учун 1877 йилда, кейин эса Ольшевский (1846—1915) водородни суюлтириш учун 1887 йилда қўллаган эди. Сиқилган газ, аввало, имкони бўлганича дастлабки совитишга дучор қилинади, кейин эса адиабатик кенгайди. Айтиб ўтилган олимларнинг кўрсатилган газларни суюлтиришга уриниши фақат қисман муваффақиятли бўлди. Қальете суюқ ҳавони, Ольшевский эса суюқ водородни ҳосил қила олмади. Улар фақат бу суюқликларнинг майда томчиларидан иборат бўлган туманнинг қисқа вақтли пайдо бўлишини кузатдилар, холос. Бир каррали адиабатик кенгайтириш методини муваффақиятли қўлланиш 1932 йилга тегишлидир, бу йилда Симон шундай йўл билан суюқ гелий олишга муваффақ бўлди. Шу вақтдан бошлаб, бу метод оз миқдорда суюқ гелий олиш учун кенг қўлланилмоқда. Бу метод *экспансион метод* номини олган. 1935 йилда Симон, Кук ва Пирсон худди шу метод ёрдамида суюқ водород олдилар. Экспансион метод фақат идишнинг иссиқлик сиғими ундаги газнинг иссиқлик сиғимидан кичик бўлган ҳолдагина яроқлидир. Бу шарт фақат қаттиқ жисмлар иссиқлик сиғими кучли равишда пасайиб кетадиган жуда паст температурадагина бажарилади. Шунинг учун экспансион метод амалда фақат водород ва гелийни суюлтириш учунгина қўлланилади. Шу сабабли Қальетенинг кислородни суюлтириш бўйича ўтказган тажрибалари муваффақиятсиз бўлди.

5. Суюлтирилган газга эга бўлган ҳолда, суюқликни пасайган босим шароитида қайнатиб, температурани янада пасайтириш мумкин. Бундан польша олимлари Вроблевский (1845—1888) ва Ольшевский (1820—1883) фойдаландилар ва биринчи марта суюқ кислород ҳосил қилдилар. Улар Фарадей фойдаланган газларни суюлтириш усулини қўлладилар. Бир учи пайвандланган, қалин деворли эгилган шиша трубка олинган эди. Трубканинг пайвандланган учини паст босим остида -130°C да (яъни кислороднинг критик температураси $-118,8^{\circ}\text{C}$ дан пастда) қайнайдиган суюқ этиленга туширилган. Трубканинг бошқа учини ичида кучли даражада сиқилган кислород бўлган баллонга туташтирилган. Туташтирувчи жўмакни очиб юборганда трубка деворида суюқ кислород томчилари пайдо бўлган, улар думаланиб, трубка тубида тўпланган.

6. Суюқ водородни биринчи марта Дьюар (1842—1923) Лондон Қироллик институтида 1898 йилда олган. У Жоуль — Томсон эффектидан фойдаланди. Юқори босимгача қисилган водород дастлаб (паст босим остида қайнайдиган суюқ ҳаво муҳитига ботирилган змеевикда) инверсия температурасидан паст температурагача совитилган, кейин эса дросселланган. Камерлинг — Оннес (1853—1926) ва унинг ҳамкорлари Лейден университетида гелийни суюқ ҳолатга ўтказгунча яна ўн йил ўтди. Яна 15 йил ўтгач, суюқ гелийни бошқа жойларда ҳам ишлаб чиқара бошланди. Ҳозирги вақтда суюқ гелий кўп миқдорда фақат илмий лабораториялардагина эмас, балки заводларда ҳам олинади.

Одий гелийнинг (He^4) нормал босимда қайнаш температураси 4,2 К га тенг. He^4 ни паст босим остида қайнатиб, 0,7—1 К температурага эришиш мумкин. 1 К дан паст температураларни ҳосил

қилиш учун янада пастроқ қайнаш температурасига (3,2 К) эга бўлган суюқ He^3 ванналари ишлатилади. Суюқ He^3 солинган ванналарнинг ҳавосини сўриб олиб, температурани 0,3 К гача пасайтириш мумкин. Яна ҳам паст температуралар ҳосил қилиш учун парамагнит тузларни адиабатик магнитсизлантириш методи ва He^3 нинг ўта оқувчан He^4 да эришидаги совиш эффекти қўлланилади. Адиабатик магнитсизлантириш методи тўғрисида биз курсимизнинг учинчи томида гапиримиз. Бундай метод билан эришилган энг паст температура 0,0014 К ни ташкил қилади.

М А С А Л А

Термоизоляцияланган идиш $T_0 = 10$ К (критик нуқтадан юқори) температурада газсимон гелий билан тўлдирилган. Газ капилляр трубка орқали, идишдагн босим $P_1 = 1$ атм, температура $T_1 = 4,2$ К (гелийнинг нормал босимдагн қайнаш нуқтаси) бўлиб қолгунча секин оқиб чиқади. Агар процесснинг охирида идиш тамомила суюқ гелий билан тўлиб қолса, идишдаги газнинг бошланғич P_0 босимини топинг. 4,2 К да гелийнинг буғланиш иссиқлигн $q = 20$ кал/моль га тенг. Газсимон гелийни идеал газ деб ҳисобланг.

Ечилиши. Газнинг секин оқиб чиқиши вақтида идишдаги модданинг ҳолатини мувозанатли ҳолат деб ҳисобласа бўлади. Идиш термоизоляцияланган бўлганлигн туфайли, идишдаги газнинг солиштирма (бинобарин, моляр) энтропиясн ўзгармас қолиши керак. Ташқи иш бажариб қайтувчан адиабатик кенгайишда газ совийди. Бирор температурага эришганда газ босимининг янада пасайишн билан бирга фақат температуранинг пасайишигина эмас, балки унинг суюқ ҳолатга ўтишн ҳам содир бўлади. Бу ҳам мувозанатли процесс бўлади ва энтропия ўзгариши-снз боради. Бир моль модда энтропиясининг бошланғич (газсимон) ҳолатдан охириги (суюқлик) ҳолатга ўтишда ўзгариши учун қуйидаги ифоданн ёзиш мумкин:

$$\Delta S = \int \left(C_V \frac{dT}{T} + P \frac{dV}{T} \right) - \frac{q}{T_1}.$$

Бу ифодага $PdV = RdT - VdP = RdT - RT \frac{dp}{p}$ ни қўйиб ва $C_P = C_V + R$ муносабатдан фойдаланиб, қуйидагини оламиз:

$$\Delta S = C_P \ln \frac{T_1}{T_0} - R \ln \frac{P_1}{P_0} - \frac{q}{T_1} = R \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_1}{T_0} \ln \frac{P_1}{P_0} - \frac{q}{RT_1} \right).$$

ΔS нн нолга тенглаб, ушбунн топамиз:

$$P_0 = P_1 \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} e^{\frac{q}{RT_1}} \approx 100 \text{ атм.}$$

IX БОБ
СИРТ ТАРАНГЛИК

106- §. Сирт таранглик ва у билан боғлиқ бўлган
баъзи ҳодисалар

1. Суюқлик молекуласига атрофидаги молекулаларнинг тортишиш кучлари таъсир қилади. Агар молекула суюқлик ичида бўлса ва унинг сиртидан молекуляр таъсир сфераси радиусидан каттароқ масофада турса, у ҳолда 98- § да аниқланганидек (96-расмга қ.), бу кучлар ўрта ҳисобда бир-бирини мувозанатлайди. Агар молекула сирт яқинидаги, қалинлиги молекуляр таъсир сфераси радиусига тенг бўлган қатламда турса, у ҳолда суюқлик ичига томон йўналган натижавий куч пайдо бўлади. Шунинг учун молекулани суюқлик ичидаги қисмдан унинг сиртига чиқариш учун иш бажариш талаб қилинади. *Суюқликнинг ҳажмини ўзгармас сақлаган ҳолда суюқлик сиртини бир бирликка изотермик равишда орттириш учун сарфлаш керак бўлган ишни сирт таранглик коэффициентини ёки содда қилиб сирт таранглик дейилади.*

Маълумки, изотермик иш системанинг эркин энергияси камайишига тенг бўлади (45- § га қ.). Ташқи кучлар таъсир қилмаётган суюқликнинг эркин энергиясини

$$\Psi = \Psi_x + \Psi_c \quad (106.1)$$

кўринишда ифодалаш мумкин, бундаги Ψ_x — эркин энергиянинг ҳажмий ташкил этувчиси, Ψ_c — сиртий ташкил этувчиси. Биринчи ташкил этувчи суюқликнинг ҳажмига, иккинчиси — унинг сиртига пропорционал (суюқлик зичлиги ва унинг температураси ўзгармас сақланган шароитда). Тўла эркин энергия Ψ ни кўрсатилган икки қисмга принципиал қуйидаги тарзда ажратиш мумкин. Суюқлик ҳажми (унинг шакли ўзгармас қолгани ҳолда) ортганида сиртнинг ҳажмига нисбати камайди ва лимитда нолга айланади. Агар суюқликнинг V ҳажми етарлича катта бўлса, у ҳолда эркин энергиянинг сиртга тегишли қисмини эътиборга олмаслик ва эркин энергиянинг ҳажмий зичлигини $\Psi_x = \Psi_x/V = \Psi/V$ формула бўйича ҳисоблаш мумкин. Ψ_x катталиқ суюқлик ҳажмига боғлиқ эмас, фақат унинг зичлигига ва температурасига боғлиқ. Агар суюқлик ҳажми катта бўлмаса, у ҳолда Ψ_x/V катталиқ энди суюқликнинг бутун Ψ эркин энергиясига тенг бўлмайди. Қолган $\Psi - \Psi_x/V$ қисм сиртнинг эркин энергиясини беради.

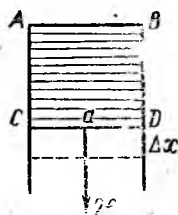
Юқорида киритилган таъриф асосида

$$\psi_c = \sigma F$$

деб ёзиш мумкин, бунда F — суюқлик сиртининг юзи, σ — сирт таранглик. Шундай қилиб, *сирт тарангликни суюқлик сиртининг бир бирлигига тўғри келадиган суюқлик сирти эркин энергияси сифатида таърифлаш ҳам мумкин.*

Бир чегаравий ҳолда эркин энергиянинг ҳажмий қисмини тамомила эътиборга олмаслик мумкин. Бу — суюқлик юпқа пардалар шаклида мавжуд бўлган ҳолдир. Бунга совун пардалари мисол бўлиб хизмат қила олади. Бундай ҳолларда суюқлик *пластинасимон ҳолатда* турипти дейилади. Бундай ҳолатларда сирт таранглик билан боғлиқ бўлган ҳодисалар энг содда ва соф кўринишда юз беради, чунки улар устига жисмларнинг ҳажмий хоссаларига оид эффектлар қўшилмайди. Олинадиган натижалар фақатгина суюқлик пардалари учун эмас, балки умуман суюқликлар учун ҳам тўғри бўлади. Фақат олинадиган пардаларнинг қалинлиги молекуляр таъсир сфераси диаметридан кичик бўлмаслиги керак.

2. Нима учун σ катталикини сирт таранглик дейилади? Бу саволга жавоб бериш учун қуйидаги тажрибани қараб чиқамиз. Тўғри тўртбурчак шаклидаги сим каркасни оламиз (111-расм).



111-расм.

Каркасининг CD томони AC ва BD йўналтирувчи симлар бўйлаб эркин сурила олади. $ABCD$ юзда совун парда ҳосил қиламиз. Бу парда икки қават. У қоғоз варағига ўхшаш икки томонга—олдинги ва орқанги томонга эга ва орасида суюқлик бўлган икки бир хил содда пардадан иборат. Тажриба парданинг қисқаришга интилишини ва CD томоннинг юқорига қараб ҳаракатга келишини кўрсатади. CD томонни мувозанатда ушлаб туриш учун унга маълум куч қўйиш керак, масалан, унга юкча осиб қўйиш керак. Парда икки содда пардадан иборат бўлганлиги учун, ҳар бир содда пардага f куч

таъсир қилади деб ҳисоблаб, бутун пардага таъсир этувчи кучни $2f$ деб белгилаш қулай. f катталикини топайлик. Температурани ўзгармас тутиб, f кучни чексиз кичик миқдорга орттирамиз. У ҳолда CD томон пастрга чексиз секин силжий бошлайди. CD томон Δx масофага силжиганда парда устида $\Delta A = 2f\Delta x$ иш бажарилади, Бу вақтда парда сиртининг юзи $2\Delta F = 2a\Delta x$ га ортади, бунда a — CD томон узунлиги, ΔF эса икки қават пардани ташкил этган ҳар бир содда парда сиртининг ортиши. Сирт таранглик таърифига кўра, ΔA ишни $\Delta A = 2\sigma\Delta F = 2\sigma a\Delta x$ кўринишда ифодалаш мумкин. Иккала ифодани тенглаб,

$$\sigma = \frac{f}{a} \quad (106.2)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бундан парданинг *таранглик ҳолатида* туришлиги кўринади. Умуман, ҳар қандай суюқликнинг сирти ана шундай ҳолатда туради. Бу қуйидагини билдиради. Фикран пардани тўғри чйзиқ кесмаси бўйлаб кесамиз. У ҳолда кесилган

парданинг ҳар бир ярми кесим чизигига маълум куч билан таъсир қилади, бу куч пардага уринма ва кесим чизигига тик бўлган таранглик характеридаги кучдир. Кесим чизиги узунлиги бирлигига тўғри келган куч худди σ сирт тарангликнинг ўзидир.

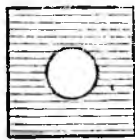
Шундай қилиб, суюқлик ўзини худди эластик (масалан, резина) пардага жойлангандагидек тутати. Аммо, бундай ўхшатиш соф юзаки бўлади. Резина пардани чўзганда чўзилиш йўналишида зарралар парда орасидаги масофа ортади, бунинг учун бу зарралар орасида таъсир этувчи тутиниш кучларига қарши иш сарфлаш талаб қилинади. Аксинча, суюқлик сирти катталашганида иш молекулаларни суюқлик ички қисмидан сирт қатламга кўчиришга сарфланади. Бундан ташқари, парда қанча кўп чўзилган бўлса, резина пардани яна чўзиш учун шунча катта куч талаб қилинади, ваҳоланки, суюқлик сиртини катталаштириш учун талаб қилинадиган куч сирт пардасининг чўзилиш даражасига боғлиқ эмас. Сирт пардасининг чўзилишида фақат унинг сирти ортади, бошқа жиҳатдан парда ўшандайлигича қолади, чунки у суюқликнинг ички қатламларидан келган молекулалар ҳисобига катталашади.

3. Сирт таранглик таърифи тўла бўлиши учун яна суюқлик билан чегарадош бўлган муҳитни кўрсатиш керак. Гап шундаки, сирт қатлами молекулаларига фақат қаралаётган суюқлик молекулалари томонидангина эмас, балки атрофдаги муҳит молекулалари томонидан ҳам молекуляр кучлар таъсир қилади. Молекулани суюқликнинг ички қатламларидан унинг сиртига чиқариш учун сарфланиши керак бўлган иш, бинобарин, сирт таранглик фақат суюқликнинг ўзигагина эмас, балки у билан *чегарадош бўлган муҳитга* ҳам боғлиқ бўлади. Жадвалларда одатда суюқликнинг ҳаво билан ёки ўзининг тўйинган буғи билан чегарасидаги сирт таранглик қатламлари келтирилади. Чунончи 0°C да сувнинг ҳаво билан чегарасидаги сирт таранглиги $75,6$ дин/см га тенг, тўйинган буғи билан чегарасида эса $73,2$ дин/см га тенг. Шунингдек, аралашмайдиган икки суюқликнинг ажралиш чегарасидаги ёки суюқлик билан қаттиқ жисм ажралиш чегарасидаги сирт таранглик тўғрисида ҳам гапириш мумкин.

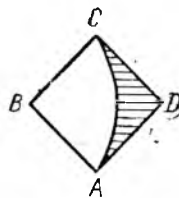
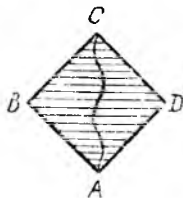
4. Сирт таранглик орқали тушунтириладиган баъзи тажриба ва ҳодисаларни тавсифлаб ўтамыз.

Совун пардаси тортилган сим каркас олиб, парда устига ип сиртмоқ қўямиз (112- расм). Сиртмоқ ичидаги парда ёрилгунча сиртмоқ ҳар қандай шаклни қабул қилиши мумкин. Лекин, агар сиртмоқ ичидаги пардани тешиб юборса, бунда фақат ип билан ташқи сим орасидаги парда қолса, у ҳолда таранглик кучлари таъсир остида ип доира шаклини олади, бу 112- расмда ўнгда кўрсатилган.

$ABCD$ тўртбурчак сим каркаснинг A ва C учларини эгилувчан тарангликнинг



112- расм.

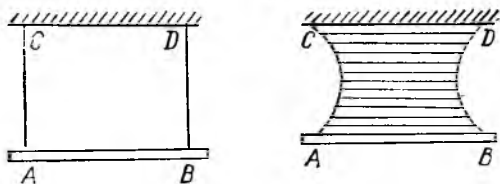


113- расм.

ган ип билан туташтирамиз (113- расм). Қаркас юзини совун парда билан қоплаймиз. Парда устидаги *АС* ип мунтазам эгри чизик шаклини олиб, уни деформациялаганда ҳеч қандай қаршилик кўрсатмайди. Аммо, агар ипнинг бир томонидаги парда тешиб йўқотилса, у ҳолда парданинг қолган қисмининг сирт таранглиги таъсири остида ип айлана ёни шаклини олади.

АВ таёқчани иккита параллел, эгилувчан *АС* ва *ВD* ипларга осиб қўямиз (114- расм). Иплар таранг ва тўғри чизик шаклида. Агар *ABCD* юзга совун парда қопланса, у ҳолда таёқча кўтарилади, иплар эгриланади, бу 114- расмда ўнгда кўрсатилган.

Қилин шчётка сувга туширилганда унинг қиллари ажралади. Агар шчёткани сувдан олинса, у ҳолда қиллар бир-бирига ёпишиб қолади. Қиллар орасидаги



114- расм.

оралиқларда озгина сув қолади, унинг эркин сирти сирт таранглик таъсирида қисқаради ва қилларни бир-бирига ёпиштиради.

Кенг идишга солинган симобнинг эркин сиртига бирор порошокни тўкамиз. Кейин унга вертикал йўғон шиша таёқча туширамиз. Худди симоб унга таёқча ботирил-

ганда йиртилмайдиган парда билан қоплангандек, порошок таёқча атрофидаги чуқурликка тўпланади. Таёқчани аввал озгина мойлаб, бу тажрибани сув билан ҳам амалга ошириш мумкин.

Қўп ҳодисаларни суяқликларнинг сирт таранглиги ҳар хил бўлиши билан тушунтириш мумкин. Масалан, орқа томонида кичик тешик очилган тунукадан қилинган кичик кемача моделини олэйлик. Эфирнинг эркин сиртқи сатҳи тешикдан бир оз юқорида бўладиган қилиб кемачага озгина эфир қуямиз. Кейин кемачани сув сиртида сузишга қўйиб юборамиз. Бу ҳолда у олдинга, яъни орқа томондан бурнига томон йўналишда ҳаракат қила бошлайди. Ҳодисанинг сабаби эфир сирт таранглигининг сув сирт таранглигидан кичик бўлишидир. Орқа томондаги тешикдан сирқиб чиқувчи эфир кемача орқасида сув сиртини қоплайди. Эфир сирт таранглиги кемачани орқага тортади. Аммо бу куч кемачани олдинга тортаётган сув сирт таранглиги кучидан кичик. Бу икки кучнинг натижаловчиси олдинга томон йўналган ва кемачани ҳаракатга келтиради.

Қамфоранинг кичик бўлақчаларини тоза сув сиртига ташлаганда ҳам шу ҳодиса кузатилади. Қамфора сувда секин эрийди ва унинг сирт таранглигини камайтиради. Қамфора бўлақчанинг турли жойларда эриш тезлиги турлича ва унинг шаклига боғлиқ. У бўлақчанинг чиқиб турган ўткир учлари яқинида каттароқ. Натижада қамфора бўлақчасини тартибсиз ва жадал айланма ва илгариланма ҳаракатга келтирувчи сирт тарангликлар айирмаси вужудга келади. Фақат сув сирти етарлича тоза бўлгандагина бу ҳодиса кузатилади. Юпқа мой қатлами сув сирти таранглигини шунчалик камайтириб юборадик, қамфоранинг эриши уни янада камайтира олмайди. Релей тадқиқотида муьофик, сув сиртидаги мой қатлами қалинлиги $2 \cdot 10^{-7}$ см га эришганда қамфоранинг ҳаракати тўхтайтиди. Бу ҳолда сувнинг сирт таранглиги тоза сувнинг сирт таранглигидан 28% кам бўлади. Қалинлиги $1 \cdot 10^{-7}$ см ва бундан кам бўлган мой қатлами, Релей натижаларига мувофиқ, сувнинг сирт таранглигига амалда ҳеч қандай таъсир кўрсатмайди.

Платон (1801—1883) магнит стрелкаси сув сиртида ётадиган қилиб осиб қўйилганда унинг тебранишлари, у бутунича сувга ботириб қўйилган ҳолдагидан кўра, анча кучли сўнишини аниқлади. Буни сув сиртининг ҳамма вақт мой билан озгина инфлосланганлиги оқибати деб тушунтириш мумкин. Стрелка сув сирти бўйлаб ҳаракатланганида мой унинг олдига тўпланади, ортида эса сув сирти тозароқ бўлиб қолади. Натижада стрелка ҳаракатини тормозловчи сирт таранглик кучлари айирмаси вужудга келади.

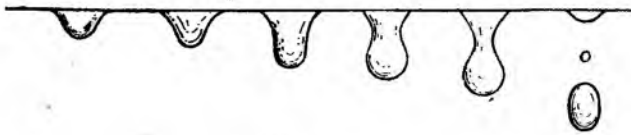
Сув сиртига мой тўкиб, денгиздаги тўлқинланишни анча сусайтириш мумкин. Мой билан қопланган сув сиртига шамол таъсир қилиб, мойни олдинга ҳайдайди ва ўз ортида тозароқ сув сиртини қолдиради. Ҳаракатга келтирилган сув сиртини тормозлашга интилувчи (шамолга тескари йўналган) сирт таранглик кучи пайдо бўлади. Ҳатто тўлқинлар шаклланиб бўлган тақдирда ҳам мой қатлами тўлқинланишни тормозловчи қўшимча кучни вужудга келтиради. Мой пардаси қалинли-

гининг бир жойда ортиши ва қўшни жойларда камайиши тўлқинланиш билан боғлиқдир. Бу — тўлқинланишни камайтиришга интилувчи сирт тарангликлар айирмасини яратади.

Идишдаги сув сиртига лейкоподий порошогини сепамиз. Стакан олиб, унга эфирнинг бир неча томчисини қуйиб, стаканнинг туби ва деворини ҳўллаймиз, қолган эфирни тўкиб юборамиз. Стаканда эфирнинг оғир буғи қолади. Уни лейкоподий порошогини билан қопланган сув сиртига тўкамиз. Порошок эфир буғи тушган жойдан ҳар томонга тез ёйилиб кетади. Ҳодиса жуда эффеќтли, чунки эфир буғи қўринмайди ва тажриба бўш стакан билан ўтказилаётгандек туюлади. Ҳодисанинг сабаби — эфир бугининг сув сирти таранглигини камайиришидир. Вужудга келган сирт тарангликлар фарқи таъсирида порошок идиш четлари томонга қочиб кетади. Агар унинг яқинига эфир қуйилса, вертикал трубканинг пастки учидати сув томчиси узилади ва тушиб кетади.

5. *Мувозанат ҳолатида системанинг эркин энергияси минимал бўлиши керак.* Суюқлик мутлақо эркин, яъни идиш девори билан чегараланмаган ва ташқи куч майдони таъсирида эмас деб фараз қиламиз. У ҳолда сирт таранглик кучлари таъсири остида суюқлик шар шаклини олиши керак, чунки бир хил ҳажмли жисмлар орасида шар энг кичик сиртга эга, шунинг учун ҳам сиртининг эркин энергияси энг кичик бўлади. Суюқлик томчисининг шар шаклини олишига оғирлик кучи тўсқинлик қилади. Оғирлик кучи потенциал энергияси суюқлик ҳажмига пропорционал, сирт таранглик энергияси эса суюқлик сиртига пропорционал. Шунинг учун томчи ҳажми қанча катта бўлса, оғирлик кучининг сирт тарангликнинг таъсирига кўра нисбий таъсири шунча катта бўлади. Сувнинг, айниқса, симобнинг кичик томчилари амалда шарсимон. Лекин вазнсизлик шароитида ҳар қандай суюқлик томчиси, унинг ўлчамадан қатъи назар, сфера шаклига эга. Буни космик кемалар учиши вақтида ҳақиқатан кузатилади. Ер шароитида суюқликнинг маълум миқдорини у билан аралашмайдиган бошқа суюқлик солинган идишга ботириб, оғирлик кучи таъсирини тамомила истисно қилиш мумкин. Иккала суюқликнинг зичликлари бир хил бўлиши керак. Бундай тажрибани Плато амалга оширган. У спирт билан сув аралашмаси олиб, унга зайтун мойининг катта томчисини ботирган. Иккала суюқликнинг зичликлари бир хил қилиб олинган ва зайтун мойи томчиси шар шаклини олган. Плато тажрибасини кўп бошқа суюқликлар билан ҳам такрорлаш мумкин. Масалан, ош тузи эритмасини олиб, унинг концентрациясини эритма зичлиги анилин зичлигига тенг бўладиган қилиб танлаш керак. Эритмада анилин томчиси шар шаклини қабул қилади. Иккала суюқлик зичликларини аниқ танлаб олиш қийин бўлганлиги сабабли, ҳодисани намойиш қилиш учун эритмада баландлик ортган сари камайиб борувчи туз концентрацияси ҳосил қилиш қулайдир. Анилиннинг зичлиги эритма зичлигига тенг бўлган баландликда анилин томчиси маркази мувозанатда бўлади.

6. Муаллақ томчи резина халтада осиб қўйилган суюқликни эслаглади. Аммо резина халтанинг таранглиги ундаги суюқлик миқдори ўзгариши билан ўзгаради, ҳолбуки сирт таранглик томчининг ўлчамига боғлиқ эмас. *Томчиларнинг узилиш* ҳодисаси шу билан боғлангандир. 115- расмда томчи ўсишининг кетма-кет босқичлари схематик равишда кўрсатилган. Томчи маълум ўлчамга эга



115- расм.

бўлганда унда бўйин (ингичка жой) ҳосил бўлади. Томчи ўлчам и ошган сари бўйин тобора ингичка бўлиб боради. Маълум пайтда бўйинда иккинчи ингичка жой пайдо бўлади ва ниҳоят, томчи бирданига икки жойда узилади. Бунинг оқибатида катта томчи узилганда ҳамма вақт унинг кетидан кичик томчича узилади: бу ҳодисани уни биринчи бўлиб кузатган олим номи билан *Плато шарчаси* дейилади. Катта томчи тушаётган вақтда сирт таранглик таъсири оқибатида томчи шаклининг даврий ўзгаришлари намоён бўлади. Томчи аввал чўзиқ айланиш эллипсоиди шаклига, сўнг эллипсоид шар шаклига ўтади, у эса қисилган эллипсоид шаклига ўтади ва ҳ. к.

Ҳодиса жуда тез юз берганлиги туфайли, томчиларнинг ҳосил бўлиши ва узилишини намоён қилиш қийин. Плато ўзининг машҳур тажрибасида қилгани каби, Дарлинг оғирлик кучини сунъий равишда камайтира бориш йўли билан бу қийинчилиكنи бартараф қилди. 80°C дан юқори температурада суюқ анилин зичлиги сувниқидан кичик, паст температурада эса катта. Бундан ташқари, анилин сув билан аралашмайди. Тажриба учун баландлиги 20—25 см, диаметри 10—12 см бўлган дистилланган сув тўлдирилган стакан олинад. Сувга 80—100 см³ анилин қўшилади. Стакани газ горелкаси иситадиган қум ҳаммом устига қўйилади. Қиздирилган анилин юқорига қалқиб чиқади ва сувнинг эркин сирти яқинида (диаметри 2—3 см бўлган) томчилар кўринишида йиғилади. Сиртда сувнинг температураси 80°C дан паст бўлгани туфайли, анилин томчилари совий бориб, узилади ва тубга аста-секин тушади. Бу ерда яна қизийди ва юқорига кўтарилади. Стакан туби ва ундаги сув сирти температуралари фарқи зарур даражада тутиб турилса, процесс чексиз кўп такрорланиши мумкин.

7. Суюқлик сирти эркин энергиясининг минимал бўлиши принципини эритмаларга татбиқ этиш янги ажойиб ҳулосага олиб келади. Эритмада сирт қатлам таркиби суюқлик асосий массаси таркибидан анча фарқ қилади. Ҳамма гап турли тоза моддаларнинг турли сирт тарангликка эга бўлишидадир, σ катталиқ, бинобарин, суюқлик сиртининг эркин энергияси ҳам молекулаларо кучларга боғлиқ бўлади; бу кучларни, ўз навбатида, молекулаларнинг тузилиши аниқлайди. Суюқлик сирти эркин энергиясининг минимал бўлишига фақат унинг сиртининг қисқариши орқали эмас, балки сирт қатламининг σ ни минимал қиладиган, тегишли молекулалар билан комплексланиши йўли билан эришилади. Ажралиш чегарасида адсорбцияланиб, сиртнинг эркин энергиясини тегишли равишда камайтирадиган моддаларни *сирт-актив* моддалар дейилади. Уларни ҳатто озгина концентрацияда қўшиш сирт тарангликни муҳим даражада камайтиради. Бундай моддаларнинг молекулалари аввал сирт қатламга киради ва бу қатлам улар билан етарлича зич тўлгандан кейингина суюқликнинг асосий ҳажмига ўтади.

Молекулалари чўзиқ шаклга эга бўлган органик моддалар одатда сирт-актив моддалар бўлади. Бу молекулалар қутбли группа (ма-

салан, $-\text{OH}$, $-\text{COOH}$, $-\text{NH}_2$) билан қутбсиз группа (масалан, углеводород занжири ёки ҳалқаси) қўшилишидан таркиб топган. Қутбли группа молекуласи куч майдонининг маркази бўладиган катта диполь моментга эга. Молекула қутбсиз қисмининг диполь моменти амалда нолга тенг. Суюқликнинг сирт қатламида сирт-актив моддалар молекулалари бир-бирига параллел равишда қаторлашади, бунда қутбли группалар суюқлик ичи томонда, қутбсиз группалар ташқи томонда жойлашади.

Сирт-актив моддаларнинг энг машҳур мисоли совундир. Катта совун пуфаклари шишириш имконияти (буни ҳеч қачон соф сув билан амалга ошириб бўлмайди) совунли эритма сирт таранглигининг кескин камайиши (шунингдек, унинг қовушоқлиги ортиши) билан боғлиқдир. Соф сув ҳолида парда чегарасидаги молекулалар парда ичига кучли тортилади, шу туфайли парда жуда юпқалашади ва ёрилиб кетади.

Сувга қўшилганда унинг сирт таранглигини оширадиган моддалар (туз, қанд) ҳам мавжуд. Шу туфайли совунли эритмага туз қўшганда суюқликнинг сирт қатламига (чучук сувдагига нисбатан) янада кўпроқ совун молекулалари итариб чиқарилади. Бундан совун ишлаш техникасида «тузлаш» йўли билан эритмадан совунни ажратиб олишда фойдаланилади.

107-§. Сирт таранглик термодинамикаси

Парда сиртини dF қадар катталаштириш учун унинг устида σdF иш бажариш керак. Бунда парданинг ўзи $\delta A = -\sigma dF$ иш бажаради. Термодинамиканинг биринчи қонунига мувофиқ, $\delta Q = dU + \delta A$ ёки

$$\delta Q = dU - \sigma dF. \quad (107.1)$$

S энтропияни киритиб, бу тенгликни

$$dU = TdS + \sigma dF \quad (107.2)$$

кўринишда ёзиб оламиз. Эркин энергия

$$\Psi = U - TS \quad (107.3)$$

бўлади, шунинг учун эса

$$d\Psi = -SdT + \sigma dF. \quad (107.4)$$

Бундан $S = -\left(\frac{\partial\Psi}{\partial T}\right)_F$ ва бинобарин,

$$\Psi = U + T \left(\frac{\partial\Psi}{\partial T}\right)_F. \quad (107.5)$$

Бу ифодага $\Psi = \sigma F$ ни қўямиз. Сирт таранглик парданинг температурасига боғлиқ, лекин унинг юзига боғлиқ эмас. Шунинг учун ўрнига қўйишдан сўнг қуйидагини оламиз:

$$U = \left(\sigma - T \frac{d\sigma}{dT}\right) F. \quad (107.6)$$

Агар парда изотермик равишда кенгайса, бу ҳолда унга

$$Q = \Delta U - \sigma F = -T \frac{d\sigma}{dT} dF$$

иссиқлик бериш керак. Парда сиртининг бир бирлигига изотермик равишда кенгайишда берилган иссиқлик

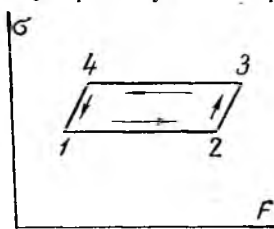
$$q = -T \frac{d\sigma}{dT} \quad (107.7)$$

га тенг. У мусбат, чунки, тажриба кўрсатишича, температура пайсаниши билан σ катталиқ орғади. q катталиқни бир бирлик парда сиртини ҳосил қилиш иссиқлиғи дейилади. ((107.7) формулани бошқача чиқаришни шу параграфдаги 1-масаладан қ.).

МАСАЛАЛАР

1. (107.7) муносабатни цикллари методи ёрдамида келтириб чиқаринг.

Ечилиши. Суюқлик пардасини қараймиш ва у билан чексиз кичик Карно цикли ўтказамиз. Горизонтал ўқ бўйича парда юзи F ни, вертикал ўқ бўйича эса сирт таранглик σ ни қўямиз (116- расм). Температура ўзгармас бўлганда сирт таранглик ҳам ўзгармас. Шунинг учун диаграммада изотермалар горизонтал тўғри чизиқлар билан тасвирланади. Парданинг бошланғич ҳолатини 1 нуқта ҳарактерлайди. Температураси парданинг 1 ҳолатдаги температурасига тенг бўлган иситкич билан парда орасида иссиқлик контакти ўрнатамиш. Кейин пардани квазистатик равишда 2 ҳолатгача чўзамиз. Бунга иш сарфлаш керак. Парданинг ўзи бажарган иш манфий ва $A_1 = -\sigma(T_1) \Delta F$ га тенг, бунда ΔF — пардани 12 изотерма бўйича чўзишда унинг юзини орттирмаси. Изотермик равишда чўзишда пардага иссиқлик келтириш керак. Келтирилган иссиқлик миқдори $Q = q \Delta F$. Пардани 2 ҳолатда иситкичдан ажратамиш ва адиабатик равишда 3 ҳолатгача чексиз озгина чўзамиз, бу ҳолатда парда T_2 совиткич температурасини қабул қилади. T_1 ва T_2 температуралар бир-бирдан чексиз оз фарқ қилади. 3 ҳолатда парда билан совиткич орасида контакт ўрнатамиш ва уни изотермик равишда 4 ҳолатга ўтказамиз. Парданинг сирти ΔF қадар камаяди ва у $A_2 = \sigma(T_2) \Delta F$ мусбат иш бажаради. Пардани 4 ҳолатдан бошланғич 1 ҳолатга қайтарамиз. Парданинг 23 ва 41 адиабаталарда бажарган ишини (юқорироқ кичиклик тартибдаги катталиқ сифатида) эътиборга олмашлик мумкин. Парданинг циклик процесс вақтида бажарган тўла иши:



116- расм.

$$A = A_1 + A_2 = [\sigma(T_2) - \sigma(T_1)] \Delta F = \frac{d\sigma}{dT} (T_2 - T_1) \Delta F.$$

Карно теоремасига мувофиқ,

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Бу ифодага A ва Q_1 учун юқорида топишган қийматларни қўйиб, қисқартириш қилгандан сўнг (107.7) формулани оламиз.

2. Адиабатик кенгайишда парда температураси ўзгариши аниқлансин. Жавобни:

$$dT = -\frac{q}{c_F} dF. \quad (107.8)$$

бунда c_F парда сирти бирлигининг F нинг қиймати ўзгармас бўлгандаги иссиқлик сифими, q эса (107.7) формуладан аниқланади. Адиабатик кенгайишда парда совийди.

3. Совун парда $h = 10^{-3}$ мм қалинликка ва $T = 300$ К температурага эга. Агар пардани унинг юзи икки марта ортгунча адиабатик чўзилса, у ҳолда бу парданинг температураси қанча камайишини ҳисобланг. Температура 1° ортганда совун парданинг сирт таранглиги $0,15$ дина/см қадар камаяди.

Жавоби: $c_F = c_v h$ (c_v — сувнинг иссиқлик сифими) деб ҳисоблаб, қуйидагини оламиз:

$$\Delta T = \frac{2T}{c_v h} \frac{d\sigma}{dT} \approx -0,02 \text{ К}$$

(2 коэффициент парданинг икки томонламалигини ҳисобга олади.)

4. Абсолют ноль температура яқинида суюқликнинг сирт таранглиги температурага боғлиқ бўлмай қолишини, яъни

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{d\sigma}{dT} = 0 \quad (107.9)$$

бўлишини исботланг. (Абсолют ноль температурада суюқлик ҳолатида қоладиган ягона модда — гелий тўғрисидагина конкрет гапириш мумкин).

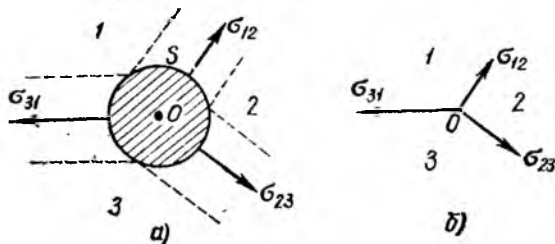
Ечилиши. (107.7) формулага $q = T\Delta S$ ни қўямиз, бунда ΔS — парданинг сирти сир бирликка ошгандаги парда энтропияси. Бу ҳолда

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\Delta S$$

ифодани оламиз. Нернст теоремасига мувофиқ, абсолют ноль температурада барча процесслар энтропия ўзгаришсиз боради, яъни $\Delta S = 0$. Бундан (107.9) келиб чиқади.

108-§. Чегаравий бурчаклар. Ҳўллаш ва ҳўлламаслик

1. Учта (1, 2, 3) суюқлик муҳити (улардан бири газсимон бўлиши мумкин) бирор O чизиқ бўйлаб кесишувчи уч сирт бўйича жуфтма-жуфт ўзаро чегараланган деб фараз қиламиз (117-расмда O чизиққа перпендикуляр бўлган расм текислиги кесиб ўтган текшириладгган система кесими тасвирланган; O чизиқ тасвирланмаган, фақат унинг расм текислиги билан кесишиш нуқтаси кўрсатилган). Бу муҳитлар орасида механик мувозанат бўла оладими ва қандай шароитда бўлади? Бу саволга жавоб беришда шуни назарда тутиш керакки, суюқликлар орасидаги ажралиш чегаралари геометрик сиртлар бўлмасдан, балки сирт таранглик кучлари таъсир этадиган ўтиш (чегаравий) қатламларидан иборат. Бу қатламлар қалинлиги молекуляр кучлар таъсири радиуси тартибида бўлади. O чизиқда бирлик узунликка эга бўлган кесма оламиз ва уни 117-а



117-расм.

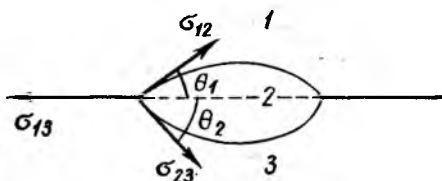
расмда кўрсатилгандек, цилиндрик S сирт билан ўраймиз. Суюқликлар орасидаги сирт қатламлар чегаралари пунктир билан белгиланган. Мувозанат бўлиши учун S цилиндр ичидаги суюқликка таъсир этувчи барча кучлар бир-бирини мувозанатлаши зарур. Бу кучлар суюқликлар орасидаги чегаралар бўйлаб таъсир қилувчи σ_{12} , σ_{23} , σ_{31} сирт таранглик кучларидан, S сиртга таъсир этувчи гидростатик босим кучларидан ва S сирт чегаралаган ҳажм ичидаги суюқликнинг оғирлик кучидан иборат. Архимед қонунига асосан, гидростатик босим кучларининг натижаловчиси S цилиндрдаги суюқлик оғирлиги тартибида бўлади. Бу кучларнинг иккеласи цилиндр ҳажмига пропорционал. Катталиги жиҳатидан улар $f \sim \rho \pi r^2 g$ га тенг, бундаги ρ — суюқлик зичлиги, r — молекуляр кучлар таъсири радиуси. $\rho \sim 1 \text{ г/см}^3$, $r \sim 10^{-6} \text{ см}$ деб олиб, $f \sim \sim 10^{-8} \text{ дина/см}$ ҳосил қиламиз, ваҳоланки, σ сирт таранглик ўнлаб дина/см ни ташкил қилади. Шунинг учун, равшанки, оғирлик ва гидростатик босим кучларини тамомила эътиборга олмаसा ва мувозанат шартини

$$\sigma_{12} + \sigma_{23} + \sigma_{31} = 0 \quad (108.1)$$

кўринишда ёзса бўлади. Шундай қилиб, гап худди бир O нуқтага қўйилган учта σ_{12} , σ_{23} , σ_{31} кучлар мувозанати тўғрисида бораётгандек бўлади (117-б расм).

(108.1) геометрик шарт σ_{12} , σ_{23} , σ_{31} узунликли кесмалардан ёпиқ учбурчак тузиш мумкинлигини билдиради. Учбурчак томонлари узунликлари учбурчакнинг ўзини ҳам аниқлайди. Шунинг учун, мувозанат шартида O чизиқда ажралиш чегаралари учрашиб ҳосил қиладиган бурчакларни σ_{12} , σ_{23} , σ_{31} сирт тарангликлардан бири қолган иккитасининг йнфиндисидан катта бўлса, у ҳолда учбурчак қуриб бўлмайди ва мувозанат бўлиши мумкин эмас.

2. Учта муҳит ўзаро чегараш бўлган ҳолга мисол бўлиб бир суюқлик сирти устида бошқа суюқлик томчиси бўлган ҳол хизмат қилади. Томчи яслиқ шаклига эга (118-расм). Бу ҳолда (108.1) вектор шаклидаги мувозанат шарти икки скаляр тенгламага ажратилади:



118-расм.

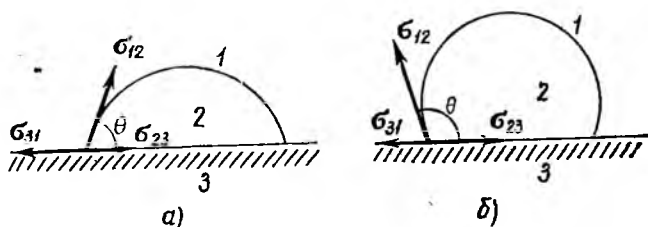
$$\begin{aligned} \sigma_{13} &= \sigma_{12} \cos \theta_1 + \sigma_{23} \cos \theta_3, \\ \sigma_{12} \sin \theta_1 &= \sigma_{23} \sin \theta_3. \end{aligned} \quad (108.2)$$

Улардан:

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 &= \frac{\sigma_{13}^2 + \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2}{2 \sigma_{13} \sigma_{12}}, \\ \cos \theta_3 &= \frac{\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{12}^2}{2 \sigma_{13} \sigma_{23}}. \end{aligned} \quad (108.3)$$

Бу формулалар θ_1 ва θ_2 бурчакларни бир қийматли равишда аниқлайди. (108.2) даги биринчи тенгламадан кўриниб турганидек, фақат $\sigma_{13} < \sigma_{12} + \sigma_{23}$ бўлган ҳолда мувозанат бўлиши мумкин. Бу ҳолда томчи ҳақиқатан ёсмиқ шаклига эга. Масалан, сув сиртидаги мой томчиси ана шундай шаклга эга. Агар $\sigma_{12} > \sigma_{12} + \sigma_{23}$ бўлса, у ҳолда (108.2) шартларни қанотлантирувчи θ_1 ва θ_3 бурчаклар мавжуд бўлмайди. Томчининг мувозанатда бўлиши мумкин эмас ва у 3 суюқлик сирти бўйича ёйилиб кетиб, уни юпқа парда билан қоплайди. Сув сиртидаги бензин ёки керосин пардаси бунга мисол бўла олади. Бундай пардалар одатда камалак рангига эга, бунга ёруғлик интерференцияси сабаб бўлади. Қаралаётган ҳолда 3 суюқлик 2 суюқлик билан *тамомила ҳўлланади* (ёки ҳўлланмайди) дейилади.

3. Қаттиқ жисм сиртидаги суюқлик томчиси ҳам ўзини худди шунга ўхшаш тутади (119-расм). Фарқ шундаки, қаттиқ жисм



119-расм.

сирти деформацияланмайди. Сирт таранглик кучларининг $\sigma_{12} + \sigma_{23} + \sigma_{31}$ натижаловчиси нормал босим кучи билан ёки суюқлик ва қаттиқ жисм чегарасидаги таранглик кучи билан мувозанатлашади.

Шунинг учун (108.1) шарт ўрнига $\sigma_{12} + \sigma_{23} + \sigma_{31}$ натижаловчи кучнинг уринма (тангенциал) ташкил этувчисининг нолга тенг бўлишини талаб қилиш керак, холос. Қаралаётган ҳолда θ_3 бурчак нолга тенг ва биргина $\theta_1 = \theta$ бурчакни аниқлаш учун (108.2) даги биринчи тенгламанинг ўзи етарлидир. У қуйидагини беради:

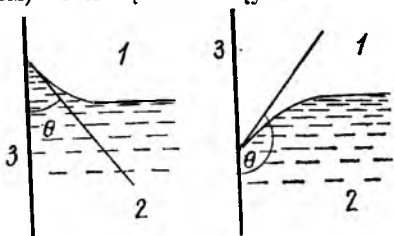
$$\cos \theta = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{23}}{\sigma_{12}} \quad (108.4)$$

θ бурчакни *чегаравий бурчак* дейилади. Уни 2 суюқлик эгаллаган соҳани ўз ичига оладиган қилиб танланади. $\frac{\sigma_{13} - \sigma_{23}}{\sigma_{12}} > 1$, яъни $\sigma_{13} > \sigma_{12} + \sigma_{23}$ бўлган ҳолда (108.4) шарт бажарилмайди. 2 суюқлик томчиси мувозанатда бўлмайди, қаттиқ жисм сирти бўйича ёйилиб, уни юпқа парда билан қоплайди (масалан, тунука ёки шиша сиртида керосин). Бу ҳолда, *суюқлик қаттиқ жисм сиртини тамомила ҳўллайди* дейилади. $\frac{\sigma_{13} - \sigma_{23}}{\sigma_{12}} < -1$, яъни

$\sigma_{23} > \sigma_{13} + \sigma_{12}$ бўлган бошқа ҳолда ҳам (108.4) шартни қаноатлан-тирадиган ҳеч қандай θ бурчак мавжуд бўлмайди. Суyoқлик (оғир-лик кучи бирмунча эзган) шарсимон томчи кўринишида йиғилади. (Масалан, шиша сиртида симоб томчиси ёки парафин сиртида сув томчиси.) Бу ҳолда *суyoқлик қаттиқ жисм сиртини тамомила ҳўлламайди* дейилади. Кўпчилик ҳолларда қисман ҳўллаш ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ бўлганда, 119-а расм) ёки қисман ҳўлламаслик

($\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ бўлганда, 119-б расм) ўринли бўлади.

Чегаравий бурчак ҳодисаси суyoқ-лик солинган идишлар деворлари ёнида кузатилади (120-расм). Че-гаравий бурчак катталиги бу ерда ҳам (108.4) формула билан аниқ-ланади.



120-расм.

4. Кўп ҳодисалар қаттиқ жисмларнинг суyoқликлар билан ҳўлланмаслиги оқибати бўлади. Улардан баъзиларини келтираемиз. Сув сиртига алюминий юпқа тахтасини қўйиш мумкин. Ҳатто унинг устига кичикроқ юкча қўйилса ҳам у чўкмайди. Агар пўлат игначани эҳтиётлик билан сув сиртига қўйилса (айниқса, агар у парафин юпқа қатлами билан қопланган бўлса), у чўкмайди. Металл тўр-ли элак олайлик. Тўрни эритилган парафинга ботираемиз, кейин парафин тўр катакларига қолиб кетмаслиги учун элакни силкитаемиз. Бундан кейин элак тубига қоғоз varaғи қўямиз ва унга сув қуямиз. Эҳтиётлик билан қоғоз varaғи-ни тортиб чиқарамиз. Тўр тешикларидан сув тўкилиб кетмайди.

Ареометр (ёки унга ўхшаш, озгина қисми сувдан чиқиб тургани ҳолда сувда вертикал вазиятда сузадиган асбоб) олайлик. Ареометр трубкасининг юқориги учига сим тўрдан ясалган ясси доирачани кийдираемиз ва маҳкамлаймиз, сўнг асбобни сувга ботираемиз. Ареометр қалқиб чиқа бошлайди. Аммо тўр сув сирти-га етганда сиртнинг яқинида уни ўтказмайдиган сув пардаси қаршилигига дуч келиб тўхтайдди. Агар асбобни тўрнинг чети сувдан ажраладиган қилиб озгина қийшайтирилса, у қалқиб чиқади ва тўр сув сиртидан анча юқорида бўлиб ола-ди. Ареометрни қийшайтирмасдан ҳам уни қалқиб чиқишга мажбур қилиш мум-кин. Бунинг учун сув устига эфирнинг бир неча томчисини томизиш kifoya.

109-§. Суyoқликнинг эгриланган сирти атрофидаги босимлар фарқи. Лаплас формуласи

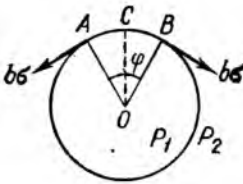
1. Агар суyoқлик сирти эгри бўлса, у ҳолда мувозанат шароитида унинг атрофидаги босимлар турлича бўлиши керак. Бу ҳо-диса сирт таранглик кучлари билан боғлиқ. Суyoқлик тўғри дои-равий цилиндр ён сирти билан чегараланган энг содда ҳолни қараб чиқайлик. Цилиндрнинг кўндаланг кесими 121-расмда тасвирлан-ган. Унинг сиртида марказий ϕ бурчакка мос келган чексиз кич-чик АВ участкани олайлик. Бу участканинг ён томонларига $b\sigma$ уринма кучлар таъсир қилади, бунда b — цилиндрнинг узунлиги. Бу кучларнинг натижаловчиси цилиндрнинг CO радиусига парал-лел йўналган ва $F = 2b\sigma \sin \frac{\phi}{2}$ ёки $F = b\sigma\phi$ га тенг, чун-ки ϕ бурчак чексиз кичик қилиб танланган. Бунга $\phi = a/R$ ни қўйиб (бунда a — АВ ёйнинг узунлиги, R — цилиндр радиуси),

$$F = \frac{\sigma}{R} S \quad (109.1)$$

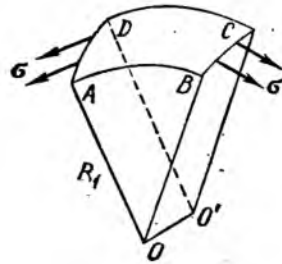
ифодани оламиз. Бу ифодада $S = ab$ — цилиндр ён сиртидаги чексиз кичик тўғри тўртбурчакли участканинг юзи. F кучни S юзга бўлиб, суюқлик ичидаги ва ташқарисидаги босимлар фарқини топамиз:

$$P_2 - P_1 = \frac{\sigma}{R}$$

2. Бу формулани суюқлик иккиёқлама эгриликли сирт билан чегараланган ҳол учун умумлаштирамиз. Шу мақсадда суюқлик сиртида чексиз кичик тўғри тўртбурчакнинг (122-расм) учларида жойлашган тўртта: A, B, C, D нуқталарни оламиз. A ва B, B ва



121-расм.



122-расм.

C ва ҳ.к. нуқталар орқали суюқлик сиртига перпендикуляр бўлган текисликлар ўтказамиз (122-расмда фақат AD ва BC орқали ўтказилган икки текислик тасвирланган. Улар чексиз кичик OO' кесма бўйлаб кесишади). Натижада чексиз кичик эгри чизиқли $ABCD$ тўртбурчак ҳосил бўлади. Унинг томонлари айланаларнинг чексиз кичик ёйлари сифатида қаралиши мумкин. AB ёйнинг эгрилик радиуси R_1 бўлсин. DC ёйнинг эгрилик радиуси R_2 дан чексиз кичик фарқ қилади. Қарама-қарши AD ва BC томонларга сирт тарангликнинг уринма кучлари таъсир қилади. Бу кучларнинг натижаловчиси суюқлик сиртига нормал йўналган бўлади.

(109.1) формулага мувофиқ, унинг катталиги $F_1 = \frac{\sigma}{R_1} S$ га тенг,

бунда S — $ABCD$ тўртбурчакнинг юзи. Шунга ўхшаш мулоҳаза юритиб, қарама-қарши AB ва DC томонга таъсир этувчи сирт таранглик уринма кучлари натижаловчиси ҳам суюқлик сиртига перпендикуляр ва $F_2 = \frac{\sigma}{R_2} S$ эканлигини топамиз, бунда R_2 — AD

ёйнинг эгрилик радиуси. (BC ёйнинг эгрилик радиуси ундан чексиз кичик фарқ қилади.) Шундай қилиб, $ABCD$ тўртбурчакнинг чегараларида таъсир этувчи барча сирт таранглик кучлари натижаловчиси қуйидагига тенг:

$$F = F_1 + F_2 = \sigma S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Уни S га бўлиб, қидирилайётган босимлар фарқини топамиз:

$$P_2 - P_1 = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (109.2)$$

(109.2) формулани *Лаплас формуласи* дейилади. R_1 ва R_2 катталар суюқлик сиртининг икки ўзаро нормал кесимлари эгрилик радиусларидир. Агар тегишли нормал кесим суюқлик томонга эгилянган бўлса, унинг эгрилик радиуси мусбат ҳисобланади. Акс ҳолда у манфий бўлади. $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ катталарни сиртининг ўртача эгрилиги дейилади. Ўртача эгрилик суюқлик сиртининг ўзаро перпендикуляр нормал кесимлари қандай танланишига боғлиқ эмас. Акс ҳолда бундай танлашга $P_2 - P_1$ босимлар фарқи ҳам боғлиқ бўлар эди, бу эса физик маънога эга эмасдир. Дифференциал геометрияда ҳар қандай сирт ўртача эгрилигининг нормал кесимлар танланишига боғлиқ бўлмаслиги соф математик методлар ёрдамида исботланади, бунда физик ёки қандайдир бошқа мулоҳазалардан фойдаланилмайди. Бу боғлиқмаслик *Эйлер теоремасининг* мазмунини ташкил этади.

3. Агар суюқлик сирти сфера шаклида бўлса, у ҳолда $R_1 = R_2 = R$ бўлади ва (109.2) формула

$$P_2 - P_1 = \frac{2\sigma}{R} \quad (109.3)$$

кўринишни олади. Совун пуфаги учун пуфакнинг ичидаги ва ташқарисидagi босимлар фарқи (109.3) формуладагидан икки марта ортиқ, яъни

$$P_2 - P_1 = \frac{4\sigma}{R}$$

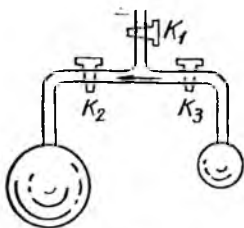
Бу ҳол пуфакнинг қобиғи икки сиртга — ички ва ташқи сиртларга эга бўлиши билан боғлиқ. Пуфак икки ёқлама сирт тарангликка эга бўлган парда каби ишлайди.

Шундай қилиб, пуфак сирти эгрилиги қанча катта бўлса, ундаги газнинг босими шунча катта бўлади. Бу ердаги аҳвол футбол коптоғини шиширганда биз дуч келадиган ҳолга қарама-қаршидир: копток ўлчами катталашган сари унинг ичидаги босим ҳам орта боради. Кўрсатилган бу фарқнинг бўлишига сабаб шуки, пуфак пардасининг сирт таранглиги унинг ўлчамига боғлиқ эмас, ваҳоланки, футбол коптоғи камераси қобиғининг таранглиги у шишган сари ортиб боради.

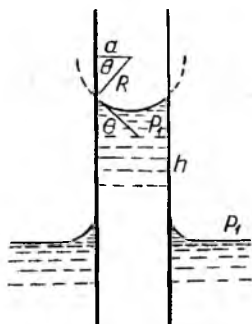
Бир-бирига туташган икки совун пуфагини қарайлик. Жўмраклар ўрнатилган учлик (тройник) ёрдамида бундай пуфакларни ҳосил қилиш мумкин (123-расм). Аввал ҳар бир пуфак айрим шиширилади. Сўнгра K_1 жўмрак ёпилади, K_2 ва K_3 жўмраклар очилади. Кичик пуфакдаги босим каттароқ ва ҳаво ундан катта пуфакка оқиб ўта бошлайди. Катта пуфак кичик пуфак ҳисобига ўса боради.

4. Лаплас формуласини цилиндр шаклидаги a радиусли капиллярда суюқликнинг кўтарилиш баландлигини ҳисоблашга қўлланамиз (124-расм). Баландликнинг a тартибли катталиқ қадар орти-

шида суюқлик босимининг ўзгаришини эътиборга олмаймиз. Бу тақрибда менискнинг барча нуқталарида $P_2 - P_1$ босим фарқи бир хил бўлади. (109.2) Лаплас формуласига мувофиқ, $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ ўртача эгрилик ҳам ҳамма жойда бир хил бўлади. Симметрия туфайли, $R_1 = R_2$ бўлади. Шунинг учун ҳам қаралаётган тақрибда ме-



123- расм.



124- расм.

ниски сферик деб ҳисобласа бўлади. Менискнинг эгрилик радиуси

$$R = \frac{a}{\cos \theta}$$

бўлади, бунда θ — чегаравий бурчак. Қаралаётган ҳолда P_1 — атмосфера босими, P_2 — суюқликнинг мениск сатҳидаги босими. Бу босимлар

$$P_1 - P_2 = \rho gh$$

муносабат орқали боғланган, бунда h — суюқликнинг кўтарилиш баландлиги, ρ — суюқликнинг зичлиги. Бу формулани (109.3) формула билан таққослаб, қуйидагини оламиз:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R} = \frac{2\sigma}{\rho g a} \cos \theta. \quad (109.4)$$

Кўтарилиш баландлиги капилляр радиусига тескари пропорционал. θ бурчак ўтмас бўлса, яъни мениск қавариқ бўлса, h катталики манфий бўлади, яъни суюқликнинг капилляр кўтарилиши эмас, балки пасайиши юз беради.

МАСАЛАЛАР

1. $m = 0,1$ г массали сув томчиси сув ҳўллай оладиган, икки ясси ва ўзаро параллел шиша пластинкалар орасига киритилган, бунда чегаравий бурчак $\theta = 0$. Агар пластинкалар бир-биридан $d = 10^{-4}$ см масофада турса, улар орасидаги тортишиш кучи F қандай бўлади? Сувнинг сирт таранглиги (18°C да) $\sigma = 73$ дина \cdot см $^{-1}$.

Е ч и л и ш и. Томчи ён сирти қавариқ бўлган диск шаклини олади. Пластинкаларга параллел бўлган текислик кесишидан ҳосил бўлган бу сиртнинг кесими

эгрилигини эътиборга олмаса бўлади. Унга нормал бўлган кесимнинг эгрилик радиуси $r = d/2$. Диск ён сиртининг ўртача эгрилиги $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{2}{d}$. Пластинкалар орасида суюқлик босими атмосфера босимидан $\Delta P = 2\sigma/d$ қадар кичик. Дискнинг юзи $S = m/(\rho d)$ бунда ρ — суюқлик зичлиги. Пластинкалар бир-бирига

$$F = S \Delta P = \frac{2m\sigma}{\rho d^2} = 1,46 \cdot 10^9 \text{ дина} = 1,46 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

куч билан тортилади.

2. Бир грамм симоб икки параллел шиша пластинкалар орасига жойланган. Симобнинг бир хил қалинликли ва $R = 5$ см радиусли доиравий диск шаклини олиши учун юқориги пластинкага қандай F куч қўйиш керак? Симобнинг сирт таранглиги (15°C да) $\sigma = 487$ дина \cdot см $^{-1}$, симоб билан шиша орасидаги чегаравий бурчак $\theta = 40^\circ$.

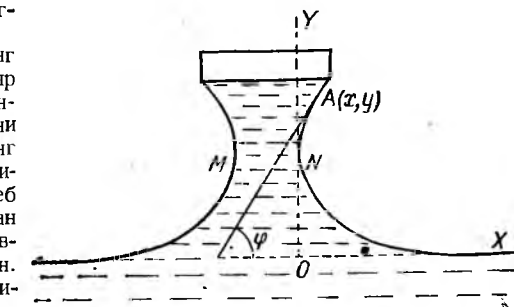
$$\text{Ж а в о б и. } F = \frac{2 \sigma \rho \cos \theta}{m} \pi^2 R^4 = 630 \text{ Н} \quad (m \text{ — симоб массаси}).$$

3. Оралиқ масофаси $d = 0,1$ мм бўлган, вертикал ҳолатда сувга қисман бо-тирилган иккита ўзаро параллел шиша пластинка бир-бирига қандай F куч билан тортилади? Пластинкалар кенглиги $l = 10$ см, $\sigma = 73$ дина \cdot см $^{-1}$, $\theta = 0$. Пластинкалар, кўтарилган сув уларнинг юқориги учига етмайдиган даражада, баланд.

$$\text{Ж а в о б и. } F = \frac{2\sigma^2 l \cos^2 \theta}{\rho g d^2} \approx 10 \text{ Н.}$$

4. Чексиз узун тўғри тўртбурчак шаклидаги пластинка уни ҳўллайдиган суюқлик сирти устига қўйилади, сўнгра озгина кўтарилиб, ўз кетидан бирор миқдордаги суюқликни эргаштиради (125-расм). Капилляр кучлар ва оғирлик кучи таъсири остида ҳосил бўладиган суюқлик ён сиртининг тенгламасини топинг.

Е ч и л и ш и. Пластинканинг узун томонига перпендикуляр бўлган ва суюқликнинг горизонтал сиртида ётган тўғри чизиқни X ўқи деб, суюқликнинг ўнг цилиндрик сиртига уринма вертикал тўғри чизиқни Y ўқи деб қабул қиламиз. Қидирилаётган сиртда ётган нуқтанинг ўзгарувчан координаталари x ва y бўлсин. Суюқлик ичида A нуқта сатҳидаги (125-расм) босим $P = P_0 + \rho g y$, бунда P_0 — атмосфера босими. Шу P босимни $P = P_0 + \sigma K$ Лаплас формуласи бўйича ифодалаш ҳам мумкин, бунда K — суюқлик сиртининг A нуқтадаги эгрилигининг абсолют қиймати. Демак,



125-расм.

$$\rho g y = \sigma K. \quad (109.5)$$

Эгрилик таърифига асосан $K = d\varphi/dS$, бунда dS — ёй узунлиги элементи бўлиб, у пастдан юқорига ўтганда мусбат ҳисобланади. Бу элемент dx ва dy лар билан $dx = ds \cos \varphi$, $dy = ds \sin \varphi$ муносабатлар орқали боғланган. Шундай қилиб,

$$K = -\frac{d\varphi}{dx} \cos \varphi = -\frac{d\varphi}{dy} \sin \varphi.$$

Бу ифодаларни (109.5) формулага қўйиб, иккита тенглама оламиз:

$$\rho g y dy + \sigma \sin \varphi d\varphi = 0, \quad (109.6)$$

$$\rho g y dx + \sigma \cos \varphi d\varphi = 0. \quad (109.7)$$

10 9.6) ни $y = 0$ бўлганда $\varphi = \pi$ бошланғич шартда интеграллаб,

$$y = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \cos \frac{\varphi}{2} \quad (109.8)$$

ифодани оламиз. Бу ифодани (109.7) га қўйилса,

$$dx = - \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \cos \frac{\varphi}{2} d\varphi + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \frac{d\varphi}{\cos \frac{\varphi}{2}}$$

тенглама ҳосил бўлади, уни $\varphi = \pi/2$ бўлганда $x = 0$ бошланғич шартда интеграллаш қуйидагини беради:

$$x = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \sin \frac{\varphi}{2} \right) + \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \ln \frac{1 + \sin \frac{\varphi}{2} (\sqrt{2}-1)}{(1 - \sin \frac{\varphi}{2}) (\sqrt{2}+1)} \quad (109.9)$$

(109.8) ва (109.9) формулалар қидирилаётган сиртнинг параметрик шаклдаги тенгламасини ифодалайди.

5. Олдинги масалада пластинканинг суюқлик сатҳидан максимал кўтарилиш h баландлигини ва энг иигичка MN жойда (125-расм) кўтарилган суюқлик устунини D кенглигини (ўша кўтарилиш баландлиги бўлганда) аниқланг. Пластинкани суюқликдан ажратиш учун унинг узунлик бирлигига қўйилиши зарур бўлган F кучни ҳам топинг. Пластинка узунлик бирлигининг оғирлиги q , унинг қалинлиги a .

Ечилиши. Максимал мумкин бўлган h баландликка кўтарилганда суюқлик устунининг минимал $D = MN$ кенглигини (125-расм) $y = h$ бўлганда $\varphi = 0$ бўлиши керак деган талаб асосида аниқлаш мумкин. (109) формулага $x = \frac{(a-D)}{2}$

$\varphi = 0$ ни қўйиб, D ни топамиз:

$$D = a - 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} [\sqrt{2} - \ln (\sqrt{2} + 1)] = a - 1,066 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \quad (109.10)$$

Агар $a < 1,066 \sqrt{\sigma/\rho g}$ бўлса, D нинг минимал қиймати нолга тенг бўлади. Бу ҳолда φ бурчакнинг $\varphi = 0$ лимит қийматига эришилмайди.

$a > 1,066 \sqrt{\sigma/\rho g}$ бўлсин. У ҳолда, агар $\varphi = 0$ деб олинса, максимал мумкин бўлган кўтарилиш баландлиги (109.6) формуладан аниқланади:

$$h = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \quad (109.11)$$

Пластинкага таъсир этаётган атмосфера ва гидростатик босимлар фарқи пастга йўналган ва $\rho g h$ га тенг. Шунинг учун:

$$F = q + \rho g h a = q + 2a \sqrt{\rho g \sigma} \quad (109.12)$$

Энди иккинчи $a < 1,066 \sqrt{\sigma/\rho g}$ ҳолни қараймиз. Бу ҳолда:

$$h = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \cos \frac{\varphi}{2} \quad (109.13)$$

бунда катталик қуйидаги трансцендент тенгламадан аниқланади:

$$\frac{a}{2} = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \sin \frac{\varphi}{2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \ln \frac{(1 - \sin \frac{\varphi}{2}) (\sqrt{2}-1)}{(1 - \sin \frac{\varphi}{2}) (\sqrt{2}+1)} \quad (109.14)$$

F ни топишда бу қаралаётган ҳолда пластинкани пастга $2\sigma \sin \varphi$ қўшимча сирт таранглик кучи тортади, деб ҳисоблаш керак. Бу кучни ҳисобга олсак:

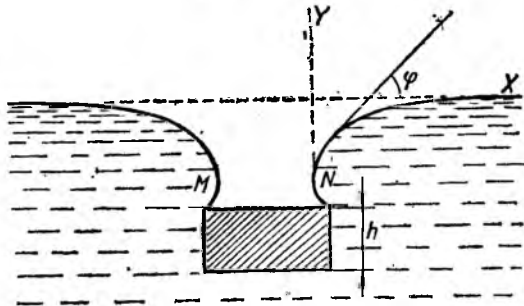
$$F = q + 2a \sqrt{\rho g \sigma} \cos \frac{\varphi}{2} + 2\sigma \sin \varphi. \quad (109.15)$$

Агар $a \ll \sqrt{\sigma/\rho g}$ бўлса, у ҳолда бу формулада иккинчи ҳадни эътиборга олмаслик мумкин. (109.14) формулада $a/2$ ҳадни ташлаб юбориб, $\varphi = \pi/2$ эканини топамиз. Шундай қилиб, $a \ll \sqrt{\sigma/\rho g}$ бўлганда

$$F = q + 2\sigma, \quad h = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho g}}.$$

6. a қалинликли чексиз узун тўғри тўртбурчак шаклдаги пластинкани уни ҳўлламайдиған, σ сирт тарангликка эга бўлган суюқлик устига қўямиз. Пластинка моддаси ρ_0 зичлиги суюқликнинг ρ_0 зичлигидан катта. Пластинка ҳали чуқмайдиған унинг максимал h қалинлигини топинг.

Е ч и л и ш и. Суюқликнинг ён сиртига уринма бўлган вертикал тўғри чизиқни Y ўқи деб, пластинка узунлигига перпендикуляр ва суюқлик сиртига чексизликда уринма бўлган горизонтал тўғри чизиқни X ўқи деб қабул қиламиз (126-расм). Суюқлик ён сиртининг тенг-ламаси қуйидагича бўлади:



126- расм.

$$x = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \cos \frac{\varphi}{2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \ln \frac{(1 + \cos \frac{\varphi}{2}) (\sqrt{2} - 1)}{1 - \cos \frac{\varphi}{2} (\sqrt{2} + 1)} \quad (109.16)$$

$$y = -2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (109.17)$$

Пластинканинг мумкин бўлган ботиш чуқурлиги максимал бўлгандаги минимал $D = MN$ масофани $\varphi = \pi$ шарт асосида топилади:

$$D = a - 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} [\sqrt{2} - \ln [\sqrt{2} + 1]] = a - 1,066 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}. \quad (109.18)$$

Агар $a < 1,066 \sqrt{\sigma/\rho g}$ бўлса, у ҳолда $D = 0$ ва бурчакнинг чегаравий $\varphi = \pi$ қийматига эришилмайди.

Аввал $a > 1,066 \sqrt{\sigma/\rho g}$ ҳолни қараймиз. Бу ҳолда пластинканинг юқориги асосининг максимал ботиши чуқурлиги (109.17) дан аниқланади, бунда $\varphi = \pi$ деб олиш керак. У $|y|_{\max} = 2 \sqrt{\sigma/\rho g}$ га тенг. Бунда пластинка асосига юқорига йўналган $\rho g (h + |y|_{\max})$ босим фарқи таъсир қилади, уни эса пластинка оғирлиги мувозанатлаши керак. Пластинка ҳали чуқиб кетмайдиған ҳолдаги унинг максимал қалинлигини $\rho g (h + |y|_{\max}) = \rho_0 g$ шартдан аниқланади:

$$h = \frac{2}{\rho_0 - \rho} \sqrt{\frac{\sigma \rho}{g}}. \quad (109.19)$$

Энди $a < 1,066 \sqrt{\sigma/\rho g}$ ҳолни қараймиз. Бу ҳолда

$$|y|_{\max} = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (109.20)$$

бундаги φ ни

$$\frac{a}{2} = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \cos \frac{\varphi}{2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \ln \frac{\left(1 + \cos \frac{\varphi}{2} \right) (\sqrt{2} - 1)}{\left(1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right) (\sqrt{2} + 1)} \quad (109.21)$$

тегламадан аниқланади. Пластинканинг максимал қалинлиги учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$h = \frac{1}{\rho_0 - \rho} \sqrt{\frac{\sigma \rho}{g}} \sin \frac{\varphi}{2} + \frac{2\sigma \sin \varphi}{ga (\rho_0 - \rho)} \quad (109.22)$$

Агар $a \ll \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$ бўлса, у ҳолда биринчи ҳадни эътиборга олмаслик мумкин.

Бунда, (109.1) дан кўришиб турганидек, $\varphi = \pi/2$ ва

$$h = \frac{2\sigma}{ga (\rho_0 - \rho)} \text{ ёки } 2\sigma = g a h (\rho_0 - \rho) \quad (109.23)$$

ифодани, яъни пластинканинг оқлигини сирт таранглик ва Архимед кўтариш кучи мувозанатлашини топамиз.

7. Сув сиртига қўйилган $r = 8$ см радиусли вазнсиз доравий пластинкани сувдан ажратиш учун зарур бўлган F кучни топинг. Сувнинг сирт таранглиги $\sigma = 73$ дина \cdot см $^{-1}$. Сув пластинкани ҳўллайди.

Жавоби. Пластинкани чегаралаган айлана эгрилигини эътиборга олмасдан, қуйидагини оламиз:

$$F \approx 2\pi r^2 \sqrt{\rho g \sigma} \approx 1,1 \text{ Н.}$$

8. Суяқлик ҳўллайдиган вертикал чексиз пластинка яқинида суяқликининг h кўтарилиш баландлигини топинг. Чегаравий бурчак θ га тенг.

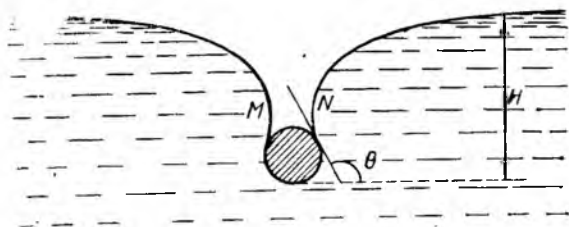
Кўрсатма. 4-масала ечилишини қаранг.

$$\text{Жавоби. } h = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho g}} (1 - \sin \theta).$$

9. Ясси горизонтал шиша устидаги симоб кўлмагининг h чуқурлигини аниқланг. Кўлмакнинг кўндаланг ўлчами унинг чуқурлигидан анча катта. Ҳаво билан чегарада симобнинг сирт таранглиги $\sigma = 490$ дина \cdot см $^{-1}$, шиша устидаги чегаравий бурчак $\theta = 140^\circ$. Симоб zichлиги $\rho = 13,6$ г \cdot см $^{-3}$

$$\text{Жавоби. } h = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \sin \frac{\theta}{2} = 3,6 \text{ мм.}$$

10. Парафин ёки мойнинг юққа қатлами билан қопланган пўлат игна сув сиртида суза олади (127-расм). Игнанинг r радиусини, энг ингичка жой-

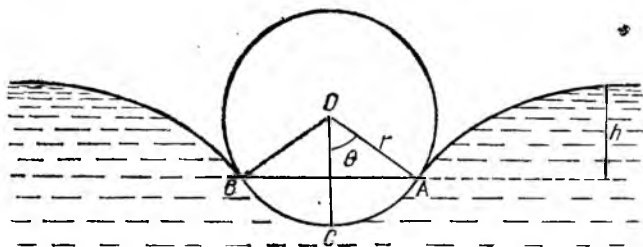


127-расм.

даги суяқликининг ёни сиртлари оралиги $D = MN$ ни шунингдек, игна ва суяқлик сиртига умумий уринма билан горизонтал текислик ташкил қилган θ бурчакнинг турли қийматлари учун h бўлиш чуқурлигини топинг. Пўлатнинг zichлиги $\rho_0 = 7,8$ г \cdot см $^{-3}$, сувнинг сирт таранглиги $\sigma = 73$ дина \cdot см $^{-1}$. Игна ҳали чўкиб

қетмайдиған ҳолда унинг максимал радиусини аниқланг. Максимал мумкин бўлган боғиш чуқурлигини ва унга мос игна радиусини тоинг. Ҳисоблашда игнани чексиз узун цилиндр билан алмаштиринг.

Ечилиши. A нуқтада (128-расм) суюқлик ва игна сиртлари таиғенциал (бир-бирига уринма бўлиб) ажралишади. Игна узунлиги бирлигига юқорига йўналган $F_1 = 2\sigma \sin \theta$ сирт таранглик кучи таъсир қилади. Бундан ташқари, ун-



128- расм.

га юқорига йўналган гидростатик босим кучи ҳам таъсир қилади. Агар игнанинг ACB қисмини суюқлик билан алмаштирилганида эди, у ҳолда гидростатик босим кучи $F_2 = \rho gh \cdot AB = 2 \rho ghr \sin \theta$ бўлар эди, бунда r — игна радиуси, ρ — суюқликнинг зичлиги.

ACB қисм суюқликка ботгани сабабли, игнага қўшимча равишда, ACB қисм сиқиб чиқарган сув оғирлигига тенг бўлган $F_3 = \rho gr^2 (\theta - \sin \theta \cos \theta)$ гидростатик босим кучи таъсир қилади, F_1 , F_2 , F_3 учта куч йиғиндис игнанинг узунлик бирлиги оғирлигига тенг бўлиши керак. Шунга асосан:

$$2\sigma \sin \theta + 2 \rho ghr \sin \theta + \rho gr^2 (\theta - \sin \theta \cos \theta) = \rho_0 \sigma \pi r^2.$$

у бурчак ва h баландлик орасида $h = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \sin \frac{\theta}{2}$ (6- масаланинг ечилишига қ.) муносабат бор ва олдинги тенглама

$$[\rho_0 - \rho (\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta)] r^2 - 4r \sqrt{\frac{\rho \sigma}{g}} \sin \nu \sin \frac{\theta}{2} - \frac{2\sigma \sin \theta}{g} = 0 \quad (109.24)$$

қўринишни олади. D ва H учун қуйидагини оламыз:

$$D = 2r \sin \theta + 2 \sqrt{\frac{\rho}{\rho g}} \left(2 \cos \frac{\theta}{2} + \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{4} \right) - 2 \sqrt{\frac{\rho}{\rho g}} (\sqrt{2} - \ln(\sqrt{2} - 1)) \quad (109.25)$$

$$H = 2r \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \sin \frac{\theta}{2}, \quad (109.26)$$

сон қийматларини қўйгандан сўнг:

$$\left[24,5 - \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \right] r^2 - 1,091 r \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} - 0,1488 \sin \nu = 0, \quad (109.27)$$

$$D = 2 r \sin \theta + 1,091 \cos \frac{\theta}{2} + 1,256 \operatorname{lg}_{10} \operatorname{tg} \frac{\theta}{4} - 0,291 \quad (109.28)$$

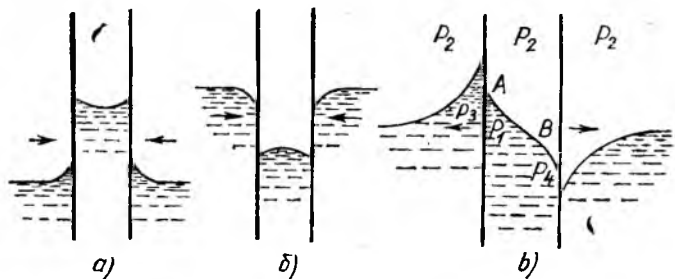
(бу ерда узунликлар сантиметрларда ифодаланади, деб фараз қилинади). θ га турли қийматлар бериб, қуйидаги жадвални оламыз.

θ°	r , мм	H , мм	D , мм	$-\theta^\circ$	r , мм	H , мм	D , мм
0	0	0	—	80	0,955	4,29	—
10	0,328	0,481	—	90	0,990	4,85	1,98
20	0,471	0,975	—	100	1,005	5,35	1,91
30	0,583	1,49	—	110	1,001	5,82	1,68
40	0,680	2,03	—	120	0,977	6,20	1,24
50	0,763	2,58	—	130	0,922	6,45	0,65
60	0,840	3,15	—	139	0,846	6,59	0,04
70	0,903	3,72	—	139°30'	0,842	6,60	0,00

$\theta \approx 100^\circ$ бўлганда r радиус энг катта ва тақрибан 1 мм га тенг бўлади. Агар $r > 0,842$ мм бўлса, у ҳолда игнанинг мувозанатли икки вазияти мавжуд бўлади: биричиси $\theta < 100^\circ$ бўлганда, иккинчиси $\theta > 100^\circ$ бўлганда. Агар $r < 0,842$ мм бўлса, у ҳолда фақат $\theta < 60^\circ$ қийматда биттагина мувозанатли вазият бор, чунки бу ҳолда $\theta > 60^\circ$ бўлганда (109.28) формула D учун манфий қиймат беради. $r \approx 0,842$ мм бўлган ҳолда H ботиш чуқурлиги энг катта ва бу тақрибан 6,60 мм га тенг бўлади.

11. Икки вертикал, параллел пластинкалар суюқликка қисман ботирилган. Суюқлик иккала пластинкани ҳам ё ҳўллайдиган, ё ҳўлламайдиган бўлган ҳолда улар ўзаро тортишишлигини, суюқлик бир пластинкани ҳўллайдиган, иккинчисини эса ҳўлламайдиган ҳолда улар ўзаро итаришишини исботланг.

Ечилиши. Ҳўлланиш ҳолида пластинкалар орасида суюқлик кўтарилади (129-а расм). Суюқликнинг кўтарилган қисмида босим атрофидаги атмосфера босимидан кам бўлиб қолади. Атмосфера босими пластинкаларни бир-бирига ёпиштиришга интилади. Ҳўлланмаслик ҳолида (129-б расм) пластинкалар ташқарисида суюқлик босими улар орасидаги ҳаво босимидан катта. Пластинкаларни яқин-



129-расм.

лаштиришга интилувчи босимлар фарқи пайдо бўлади. Суюқлик чапдаги пластинкани ҳўллайдиган, ўнгдагини ҳўлламайдиган ҳолини қарайлик (129-в расм). Агар пластинкалар бир-бирига етарлича яқин жойланган бўлса, бу ҳолда улар орасидаги суюқлик сирти ҳеч бир нуқтада горизонтал бўлмайди.

Бу сирт пластинкалар орасида қаердадир букилиш нуқтасига эга бўлади. Шу туфайли пластинкалар орасидаги суюқлик, ташқаридаги суюқликка нисбатан, чапдаги пластинка ёнида пастроқ кўтарилади, ўнгдаги пластинка ёнида эса ташқарисидагидан камроқ пастга тушади. Бу ҳодиса қаралаётган ҳолдаги пластинкалар орасида итаришиш пайдо бўлишига сабаб бўлади. Пластинкалар орасидаги A нуқтада суюқлик босими ташқаридаги суюқликнинг шу баландликдаги босимига тенг. Ҳавонинг P_2 босими P_1 босимидан катта, чунки чапдаги пластинка яқинида суюқлик сирти ботиқ томони билан ҳавога қараган. Баландлик ортган сари P_3 босим камаяди. P_2 босим эса амалда ўзгармасдан қолади. Шунинг учун босимлар фарқи чапдаги пластинкани чапга томон жилддиришга интилади. B нуқтада P_4 суюқлик босими P_2 дан катта, чунки бу нуқтада суюқлик сирти қавариқ томони билан ҳавога қараган. Бу ҳулоса бу нуқтадан пастдаги босим учун

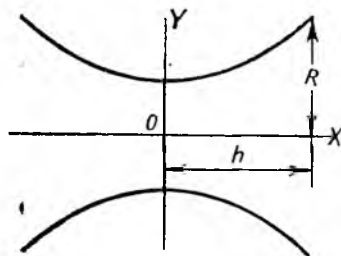
ҳам тўғри. Натижада $P_4 - P_2$ босимлар фарқи ўнгдаги пластинкани ўнг томонга жилдиради. Қараб чиқилган кучлар таъсири турғун ҳовузлардаги сув сиртида сузадиган ҳаво пуфаклари, барглар, майда пайраха ва бошқа ҳўлланувчан жисмларнинг тўда бўлиб тўпланишига сабаб бўлади.

12. Конус шаклидаги трубкага жойланган суюқлик устунчаси, трубка девори ҳўлланидиган ҳолда трубканинг торроқ жойига, ҳўлланмайдиган ҳолда эса кенгроқ жойига томон ҳаракат қилади. Бу ҳодисани тушунтиринг.

13. Агар трубкада бирор суюқликнинг бир қатор томчилари (устунчалари) бўлса, бу ҳолда уларни трубка бўйлаб жилдириш учун (томчилар трубка деворини ҳўллаши ёки ҳўлламаслигидан қатъи назар (анча босим талаб қилинади). Трубканинг канали навбати билан торайиб ва кенгайиб борадиган ҳолда ҳўлловчи томчилар қаршилиги янада кўпроқ ортади. Бу ҳолда томчилар каналнинг тор жойларида тўпланади. Бу ҳодисани тушунтиринг.

14. Совун парданинг четлари бир-бирдан $2h$ масофадаги R радиусли иккита бир хил ҳалқага ёпишган. Ҳалқалар марказлари уларнинг текисликларига перпендикуляр бўлган умумий тўғри чизиқда ётади. Ҳалқалар текисликларида пардалар йўқ. Совун парданинг шаклини аниқланг.

Е ч и л и ш и. Симметрия туфайли парда ҳалқаларнинг марказлари ётган тўғри чизиқ атрофида айланиш сиртидан иборат. Парда сиртини бу ўқ орқали ўтган ихтиёрий текислик билан кесамиз ва уни XU координаталар текислиги деб қабул қиламиз (130- расм). Парданинг ҳар икки томонида босим бир хил бўлганлиги учун унинг тўла $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ эгрилиги нолга тенг бўлиши керак. Парданинг XU



130- расм.

текисликда ётувчи нормал кесимининг эгрилик радиуси R_1 ни $\frac{1}{R_1} = -\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$ (манфий катталик) формуладан аниқлаймиз. Унга тик бўлган нормал кесимнинг эгрилик радиусини дифференциал геометриядан маълум бўлган Менье теоремаси ёрдамида аниқлаш осон. Бу теоремага мувофиқ, $y = R_2 \cos \alpha$, бундаги α — нормал кесим текислиги ва YZ координаталар текислиги орасидаги бурчак. $\cos \alpha$ нинг қийматини қўйиб, $R_2 = y\sqrt{1+y'^2}$ (мусбат катталик) ифодани оламиз. Шундай қилиб, парданинг ўқ кесими шаклини аниқлайдиган дифференциал тенглама қўйиндаги кўринишда бўлади

$$\frac{y''}{1+y'^2} - \frac{1}{y} = 0. \quad (109.29)$$

$y' = \operatorname{sh} \theta$ деб белгилаймиз. U ҳолда $1 + y'^2 = \operatorname{ch}^2 \theta$, $y = \operatorname{ch} \theta \frac{d\theta}{dx}$. Охирги муносабатни дифференциаллаб ва $y' = \operatorname{sh} \theta$ ни эътиборга олиб, $d^2 \theta / dx^2 = 0$ бўлишини топамиз, бундан: $\theta = ax + b$, буида a ва b ўзгармас катталиклар. Уларни $x = \pm h$ бўлганида $y = R$ бўлади деган шарт асосида аниқланади. $b = 0$ бўлиши равшан, чунки симметрия туфайли y катталик x нинг жуфт функцияси бўлиши керак. Натижада

$$y = \frac{1}{a} \operatorname{ch} ax = \frac{1}{2a} (e^{ax} + e^{-ax}), \quad (109.30)$$

бунда a ушбу тенгламадан топилади:

$$aR = \operatorname{ch} ah. \quad (109.31)$$

Парда сирти (109.30) эгри чизиқни X ўқи атрофида айлантиришдан ҳосил қилинади. (109.31) тенгламани график равишда текшириш ва ечиш осон. Бу методни қўллаиб, тенгламанинг фақат $\frac{R}{h} = 1,51$ шарт бажарилганда ечимга эга экан-

лигини исботлаш осон. Демак, ҳалқалар орасида парда ҳосил бўлиши учун улар орасидаги $2h$ масофа $\frac{2}{1,51} R = 1,33 R$ дан ортиқ бўлмаслиги зарур.

15. Бир хил радиусли икки доиравий ҳалқа орасида совун парда ҳосил бўлган, бунда ҳалқаларнинг асослари ҳам сферик шаклли (буни исботлаш осон) совун пардалар билан қопланган. Пардаларнинг цилиндрик ва сферик қисмларн радиуслари орасидаги муносабатни топинг.

Жавоби. Цилиндрик парданинг r радиуси парданинг сферик қисмлари R радиусидан икки марта кичик.

16. Фақат ҳалқаларнинг ён сирти эмас, балки уларнинг текисликлари ҳам совун парда билан қопланган деб фараз қилиб, 14-масалани ечинг.

Ечилиши. Парданинг ён сирти шаклини унинг тўла $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ эгрилигининг ўзгармас қолиш шарти асосида аниқланади. (14-масаладан фарқли равишда, бу ўзгармас катталиқ, умуман айтганда, молдан фарқ қилади). Бу шарт ушбу

$$\frac{1}{y \sqrt{1+y'^2}} - \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = \text{const} = 2K \quad (109.32)$$

дифференциал тенгламага олиб келади. (Белгилашлар худди 14-масаладагидек.) Яна $y = \text{sh}\theta$ деб белгилаб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{1}{\text{ch}\theta} y \right) = 2Ky, \quad (109.33)$$

бундан

$$\frac{1}{\text{ch}\theta} = Ky + \frac{A}{y}, \quad (109.34)$$

бу ерда A — интеграллаш доимийси. Бу ёфодадан $\text{sh}^2\theta = \text{ch}^2\theta - 1$ ёрдамида $\text{sh}\theta$ ни аниқлаб ва $y = \text{sh}\theta$ эканлигини эсга олиб, ушбунни топамиз:

$$x = \int \frac{Ky^2 + A}{\sqrt{y^2 - (Ky^2 + A)^2}} dy + B, \quad (109.35)$$

бунда B — иккинчи интеграллаш доимийси. A ва B интеграллаш доимийларини $x = \pm h$ бўлганида $y = R$ бўлиш чегаравий шартларидан аниқланади. (109.35) формула бу чегаравий шартлар билан биргаликда масала ечимини беради.

Агар $A = 0$ бўлса, (109.35) даги интеграллаш элементар бажарилади ва ушбун беради:

$$(x - a)^2 + y^2 = \frac{1}{K^2}$$

бунда a — интеграллаш доимийси. $a = 0$ бўлганида маркази координаталар бошида жойлашган $R = 1/K$ радиусли айлана ҳосил бўлади. Бу ечим ҳалқалар радиуси нолга айланган ҳолда мос келади. $a = +1/K$ бўлганида маркази $x = +1/K$ да бўлган, $a = -1/K$ да эса маркази $x = -1/K$ да бўлган айланалар ҳосил бўлади. Иккала айлана ҳам бир хил $R = 1/K$ радиусига эга ва бир-бирига координаталар бошида уринади. Бу ечимлар ҳалқалар орасидаги масофа ҳалқанинг иккиланган радиусига тенг бўлган ҳолда ҳам мос келади.

17. 15 масалада пуфак ичидаги ҳаво босими озгина ўзгаради, бунинг оқибатида цилиндрик сиртнинг тўғри чизиқли ясовчилари эгриланади. Агар эгриланиш оз бўлса, u ҳолда ясовчи синусоида шаклини олишини исботланг, бунда синусоиданинг даври эгриланмаган цилиндрик парда асоси айланасининг $2\pi r$ узунлигига тенг бўлади. Бу натижадан фойдаланиб, пуфакнинг узунлиги πr дан кичик бўлган ҳолда пуфак ичидаги ҳаво босими органида пуфакнинг кенгайишини, босим пасайганида эса торайишини исботланг. Агар пуфакнинг узунлиги πr дан катта, лекин $2\pi r$ дан кичик бўлса, u ҳолда ички босим ортши парда ён сиртини ботиқ, унинг камайиши эса қавариқ қилади.

Ечилиши. (109.32) тенгламада y'^2 ни ташлаб юборамиз. u ҳолда парда ён сиртининг $2K$ эгрилиги учун қуйидаги ёфодани оламиз:

$$2K = \frac{1}{y} - y''.$$

$y = r + \eta$ деб белгилаймиз, бунда $\eta \ll r$. Энди η^2 ни эътиборга олмасдан,
 $\frac{1}{y} = \frac{1}{r} - \frac{\eta}{r^2}$ ва бинобарин,

$$2K = \frac{1}{r} - \eta'' - \frac{\eta}{r^2} \quad (109.36)$$

деб ёза оламиз. $2K$ эгрилик ўзгармас бўлганлиги учун бу тенгламани интеграллаш ушбуни беради:

$$\eta = A \cos \frac{x}{r} + B \sin \frac{x}{r} + C,$$

бунда A ва B интеграллаш доимийлари, C доимий эса $r - 2Kr^2$ га тенг. B доимий нолга тенг, чунки $\eta(x)$ функция жуфт функция бўлиши керак. $x = \pm h$ бўлганда $\eta = 0$, яъни $A \cos \frac{x}{r} + C = 0$ бўлиши лозим. Бинобарин,

$$\eta = A \left(\cos \frac{x}{r} - \cos \frac{h}{r} \right).$$

Шундай қилиб, цилиндр ясовчисини синусоида шаклини олар экан. Ён сирт эгрилиги учун (109.36) дан мана бу ифода олинади:

$$2K = \frac{1}{r} + \frac{A}{r^2} \cos \frac{h}{r}.$$

Пуфак ичида босим ортганида $2K$ эгрилик катталашини керак. Агар $\frac{h}{r} < \frac{\pi}{2}$

яъни пуфакнинг $2h$ узунлиги πr дан кичик бўлса, у ҳолда $\cos \frac{h}{r} > 0$ бўлади.

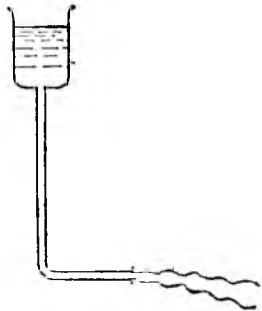
Шунинг учун A доимий мусбаб бўлиши керак. Демак, пуфак ичида босим ортганида униинг ён сирти шишади. Агар $\frac{h}{r} > \frac{\pi}{2}$, яъни пуфакнинг $2h$ узунлиги πr

дан катта бўлса, у ҳолда $\cos \frac{h}{r} < 0$ бўлади. Бу ҳолда A доимий манфий бўлади ва босим ортганида пуфакнинг ён сирти эзилади.

18. Идиш тубидаги трубкадан суюқлик шарраси оқиб чиқади (131-расм). Трубканинг кўндаланг кесими горизонтал йўналишда чўзилган эллипс шаклида. Шарра занжир шаклини олиб, бу занжирнинг бўғинлари горизонтал йўналишда гоҳ чўзилган, гоҳ қисилган бўлади. Ҳодисани тушунтиринг. Ўлчамлик мулоҳазаларидан фойдаланиб, трубканинг кўндаланг кесими ўзгармай қолади деб ҳисоблаб, шарранинг бошланиш қисмидаги бўғин l узунлигининг суюқликнинг ρ зичлигига, σ сирт таранглигига, трубка асоси ва суюқлик сатҳи орасидаги h масофага, шунингдек, оғирлик кучи g кучланишига боғланишини топинг. Суюқликнинг сирт таранглигини ўлчашнинг Релей методи шу ҳодисани кузатишга асосланган.

Жавоб и, $l \sim \sqrt{\frac{\rho g h}{\sigma}}$.

19. Совун пуфак ички радиуси $r = 1$ мм ва узунлиги $l = 10$ см бўлган цилиндрик трубка орқали пуфлаб шиширилган. Пуфак радиуси $R_0 = 10$ см қий-



131-расм.

матга эришган пайтда пуфлаш тўхтатилади ва ҳаво пуфак ичидан трубка орқали чиқа бошлайди. Шу пайтдан бошлаб қанча вақт ўтгач пуфак йўқолади? Совуили эритманнинг сирт тараңглиги $\sigma = 50$ дина/см, ҳавонинг қовушқоқлик коэффициентини $\eta = 1,8 \cdot 10^{-4}$ г/(с·см). Процесс вақтида ҳаво zichлигининг ўзгаришини ҳисобга олманг.

Жавоби. t вақт билан пуфак радиуси $t = \frac{2\eta l}{\sigma r^4} (R_0^4 - R^4)$ муносабат орқали боғланган. Пуфак $t = \frac{2\eta l}{\sigma r^4} R_0^4 = 7,2 \cdot 10^3 \text{с} = 2$ соатдан кейин йўқолади.

20. Пуфак кутарилла бошлаши учун совун пуфак ичидаги температура атрофидаги ҳаво температураси T дан қандай ΔT катталиқ қадар ортиқ бўлиши керак? Пуфакнинг радиуси r га тенг, совун парданинг сирт тараңглиги σ . Пуфак ичида ҳаво босими P атмосфера босимидан оз фарқ қилишини ҳисобга олинг.

Жавоби. $\Delta T > \frac{4\sigma T}{P r}$.

21. Медицина термометрида симобни силжитиб тушириш учун $a \sim 10\text{г}$ тезлаиш керак. Термометр капилляридаги торайган жой диаметри қандай? Симобнинг сирт тараңглик коэффициентини $\sigma = 490$ дина/см, торайган жойнинг юқорисидаги симоб устуни узунлиги: $h \sim 5$ см, симобнинг zichлиги $\rho = 13,6$ г/см³.

Жавоби. $r = \frac{2\sigma}{\rho r h} \approx \frac{\sigma}{5\rho g h} \approx 1,5 \cdot 10^{-3}$ см.

22. Агар идеал газни $r = 1$ см радиусли совун пуфак ичида қиздирилса, унинг S иссиқлик сиғими моляр C_p иссиқлик сиғимига нисбатан қанчага ўзгаради? Совуили эритманнинг сирт тараңглиги $\sigma = 50$ дина/см. σ нинг температурага боғлиқлигини ҳисобга олманг. Пуфакдан ташқаридаги босим $P_0 = 1$ атм.

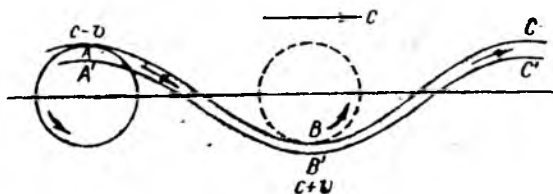
Жавоби. $C - C_p = \frac{4\sigma}{3P_0 r} = \frac{2}{3} R \cdot 10^{-4} = 1,33 \cdot 10^4$ кал/(К·моль)

110-§. Кичик амплитудали капилляр-гравитацион тўлқинлар

1. Сирт тараңглик кучлари ва оғирлик кучи таъсири остида суюқлик сирти бўйлаб тарқаладиган тўлқинларни капилляр-гравитацион тўлқинлар дейилади.

Мазкур параграфни тушуниш учун тўлқинлар тўғрисидаги таълимотга тегишли баъзи тушунчалар (бу тушунчалар курсимизнинг учинчи томида батафсил баён қилинади) билан таниш бўлиш керак. Бу тушунчалар билан таниш бўлмаган ўқувчи шу параграфни ташлаб кетиши мумкин, бу келгуси материални тушунишга зарар келтирмайди. *Кичик амплитудали* капилляр-гравитацион тўлқинларни қараб чиқиш билан чекланамиз. Амплитудаси тўлқин узунлигига нисбатан кичик бўлган тўлқинларни шундай аталади. Шунингдек, суюқликни *чуқур* деб ҳисоблаймиз, яъни суюқлик чуқурлиги тўлқин узунлигидан анча катта бўлган ҳолни текширамиз.

Капилляр-гравитацион тўлқинлар тарқалиши тезлиги учун ифода топайлик. Агар сиқилмас суюқлик гидродинамикаси теңламаларидан келиб чиқадиган қуйидаги натижадан фойдаланилса, бу ифодани жуда содда йўл билан олиш мумкин-*Кичик амплитудали юзгучи синусоидал ясси тўлқин тарақалаётганда су-*



132- расм.

юқликнинг ҳар бир зарраси айлана бўйлаб ҳаракат қилади, бу айлана тўлқин тарқалиши йўналиши орқали ўтган вертикал текисликда ётади. Айлананинг r радиуси λ тўлқин узунлигига нисбатан кичик. Суюқлик сиртидан узоқлашган сари у экспоненциал камаё боради. Аммо келгуси мулоҳазалар учун r нинг камайиб бориши конкрет қонунини билиш талаб қилинмайди. Фараз суюқлик сиртида тебранишлар амплитудаси максимал бўлишлиги, уидан узоқда ($\gg \lambda$ масофада) эса нолга айланишлиги муҳимдир.

Агар суюқлик сиртининг бирор тўғри чизик устида жойлашган нуқталарини гармоник тебраима ҳаракат қилдирилса, суюқликнинг бу тўғри чизикқа перпендикуляр бўлган сирти бўйлаб капилляр-гравитацион тўлқинлар (уларнинг тарқалиш тезлигини c билан белгилаймиз) югуриб кетади. Олдин айтилганидек, ҳаракатсиз саноқ системасида суюқликнинг ҳар бир зарраси айлана бўйлаб ҳаракат қилади. c тезлик билан текис ҳаракатланаётган саноқ системасида шу ҳодисани текшира-миз. Бу системада тўлқинлар ўз жойида тураверади. Зарранинг ҳаракати c тез-ликли текис илгариланма ҳаракатдан ва r радиусли айлана бўйлаб текис айланма ҳаракатдан ташкил топади. r радиусни λ тўлқин узунлигидан кичик деб фараз қилинганлиги учун зарранинг горизонтал тебранишларини эътиборга олмаслик мумкин. Агар X ўқини суюқликнинг ғалаёнланмаган сирти бўйлаб тўлқин тарқалиши томонига, z ўқини эса вертикал пастга йўналтирилса, у ҳолда кўрсатил-ган яқинлашиш билан суюқлик сиртида зарра ҳаракати

$$x = ct, \quad z = r \sin \frac{2\pi ct}{\lambda} \quad (110.1)$$

тенгламалар билан тасвирланади. Булардан t ни йўқотиб, траектория шаклини то-памиз:

$$z = r \sin \frac{2\pi x}{\lambda}. \quad (110.2)$$

Бу — синусоида. Суюқликнинг сиртида эмас, балки унинг чуқурлигида жойлаш-ган зарралар ҳам синусоидалар бўйича ҳаракат қилади. Лекин улар учун r ради-ус кичик бўлади — у чуқурлик ортган сари камайиб боради.

2. 132-расмда юқориги ABC синусоида суюқлик сиртида зарра траектория-сини, $A'B'C'$ эса суюқлик ичидаги унга чексиз яқин зарранинг траекториясини тасвирлайди. Қаралаётган саноқ системасида суюқликнинг оқиши стационар бўла-ди. ABC ва $A'B'C'$ сиртлар орасидаги фазо оқим найидир. Унга Бернулли тенг-ламасини татбиқ қиламиз. Агар v — айлана бўйича суюқлик ҳаракати тезлиги бўлса, у ҳолда A нуқтада илгариланма ва айланма ҳаракат тезликлари айрилади, суюқликнинг тўла тезлиги $c - v$ бўлади, B нуқтада эса, тезликлар қўшилади, яъни тўла тезлик $c + v$ бўлади. A ва B нуқталар баландликлари айирмаси $h = = 2r$. Шунинг учун Бернулли тенгламасига мувофиқ

$$P_A + \frac{\rho}{2}(c - v)^2 + 2\rho gr = P_B + \frac{\rho}{2}(c + v)^2,$$

ёки

$$2\rho cv = 2\rho gr + (P_A - P_B). \quad (110.3)$$

Равшанки,

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi rc}{\lambda}. \quad (110.4)$$

A ва B нуқталарда суюқлик бссими Лаплас [формуласи бўйича мос равишда қуйидагига тенг:

$$P_A = P_0 + \sigma K, \quad P_B = P_0 - \sigma K, \quad (110.5)$$

бунда K — синусоиданинг A ёки B нуқтадаги эгрилик абсолют қиймати. Бу нуқ-таларда dz/dx биринчи ҳосила нолга тенг бўлганлиги туфайли, K эгрилик учун (110.2) дан ушбу ифодани ҳосил қиламиз:

$$K = \left| \frac{d^2z}{dx^2} \right| = \frac{4\pi^2 r}{\lambda^2}. \quad (110.6)$$

(110.4), 110.5) ва (110.6) *лардан фойдаланиб, (110.3) дан капилляр гравитацион тўлқинлар тарқалиши тезлиги учун формула ҳосил қиламиз:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}. \quad (110.7)$$

Тўлқинлар назариясида c катталикини *фаза тезлиги*, яъни тўлқин фазаси тарқаладиган тезлик дейилишини айтиб ўтаемиз. Бу тезлик тўлқин узунлигига боғлиқ, яъни *капилляр-гравитацион тўлқинлар дисперсияга эга*.

3. $\frac{g\lambda}{2\pi} \gg \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}$, яъни $\lambda \gg 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$ бўладиган узун тўлқинлар учун сирт таранглик роль ўйнамайди ва (110.7) формула

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad (110.8)$$

формулага айланади. Бу ҳолда тўлқинларни *гравитацион* тўлқинлар дейилади.

Бошқа, $\lambda \ll 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$ бўладиган чегаравий ҳолда, аксинча, оғирлик кучи таъсири муҳим эмас. Бу ҳолда тўлқинларни *капилляр* тўлқинлар дейилади. Уларнинг тарқалиш тезлиги:

$$c = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}. \quad (110.9)$$

Капилляр тўлқинларни кузатиш сууюқликлар сирт таранглигини ўлчашнинг қулай методини беради. Сууюқлик сиртида доиравий капилляр тўлқинларни сууюқликка ботирилган штифт тебранишлари воситасида ҳосил қилинади. Тебранишлар частотаси $\nu = c/\lambda$ ва тўлқин узунлиги λ ни ўлчанади. Сирт таранглик

$$\sigma = \frac{\rho\lambda^3\nu^2}{2\pi} \quad (110.10)$$

формула бўйича ҳисобланади.

4. Мазкур параграфга қўшимча тариқасида бизнинг мулоҳазаларимиз учун асос бўлган гидродинамика тенгламалари натижаларини исбот қиламиз. Биринчидан, сууюқлик массаси сақланиши шартига асосланамиз. Агар сууюқлик сиқилмовчан бўлса, бу шарт бизнинг ҳолда

$$\frac{dv_x}{dx} + \frac{dv_z}{dz} = 0 \quad (110.11)$$

кўринишда ёзилади (узлуксизлик тенгламаси). Иккинчидан, биз сууюқликнинг кичик тебранишлари учун

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\text{grad } P \quad (110.12)$$

Эйлер тенгламасидан фойдаланамиз. Бу тенгламаларда v тезликни вақтнинг ва бу тезлик тегишли бўлган фазо нуқтасининг функцияси сифатида қаралади. Аниқ Эйлер тенгламасида (110.12) нинг чап томонида хусусий dv/dt ҳосила эмас, балки зарранинг dv/dt тезланиши туриши керак эди. Бу хусусий ҳосила фақат фазонинг биргина нуқтаси орқали ўтувчи турли зарраларнинг тезликлари вақт бўйича қандай ўзгаришини кўрсатади. Тезланишни ҳисоблаш учун эса биргина зарранинг турли вақт моментларидаги (бу моментларда зарра фазода турли вазиятларни эгаллайди) тезликларни таққослаш керак бўлар эди. Аммо кичик тебранишлар учун бу тафовутни эътиборга олмаслик мумкин ва Эйлер тенгламасини соддалашган (110.12) шаклда ёзиш мумкин. Координата шаклидаги ёзувга ўтиб, (110.12) дан ушбуни оламиз:

$$\rho \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x}, \quad \rho \frac{dv_z}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial z}.$$

Биринчи тенгламани z бўйича, иккинчисини эса x бўйича дифференциллаб, P ни йўқотамиз:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) = 0. \quad (110.13)$$

Энди суяқликда

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x}(z) \cos(\omega t - kx), \\ v_z &= v_{0z}(z) \sin(\omega t - kx + \delta). \end{aligned}$$

Синусоидал тўлқинлар тарқалаётир деб фараз қиламиз, бунда ω , k , δ — доимийлар. Олинган ифодаларни дифференциаллаб ва (110.11) тенгламага қўйиб,

$$k v_{0x}(z) \sin(\omega t - kx) + \frac{d v_{0z}}{dz} \sin(\omega t - kx + \delta) = 0$$

муносабатни оламиз. Бу муносабат ҳар қандай вақт моментида бажарилиши керак. Бу эса $\delta = 0$ ва

$$k v_{0x}(z) + \frac{d v_{0z}}{dz} = 0$$

шартлар бажарилганидагина мумкин. (Бошқа $\delta = \pi$ ҳолни текширмаё ҳам бўлади, чунки бунда фақат v_{0z} нинг ишораси ўзгаради холос).

Худди шу тарзда (110.13) тенгламадан қўйидаги олинади:

$$k v_{0z}(z) + \frac{d v_{0x}}{dz} = 0.$$

Бу икки тенгламани таққослаб,

$$v_{0x} d v_{0x} = v_{0z} d v_{0z}$$

муносабатни топамиз. Бундан $v_{0x}^2 = v_{0z}^2 + \text{const}$. Интеграллаш доимийси бу жойда нолга тенг, чунки суяқлик солинган идиш тубида тезлик нолга айланади. Демак, $v_{0x} = v_{0z} \equiv C(z)$, шунинг учун

$$v_x = C(z) \cos(\omega t - kx), \quad v_z = C(z) \sin(\omega t - kx)$$

вақт бўйича интеграллаб, ушбуни топамиз:

$$x - x_0 = \frac{C(z)}{\omega} \sin(\omega t - kx), \quad z - z_0 = -\frac{C(z)}{\omega} \cos(\omega t - kx).$$

Бунда зарранинг траекторияси $r = \frac{C(z)}{\omega}$ радиусли айлана бўлиши кўриниб турипти.

ФАЗАВИЙ МУВОЗАНАТ ВА ФАЗАВИЙ ЎЗГАРИШЛАР

* *

111- §. Фазалар ва фазавий ўзгаришлар

1. Модданинг системанинг бошқа қисмларидан ажралиш чегараси билан ажралган, бинобарин, системадан механик йўл билан чиқариб олиниши мумкин бўлган, физик жиҳатдан бир жинсли макроскопик қисми фаза дейилади.

Масалан, ёпиқ идишда бирор массали сув бўлиб, унинг устида ҳаво билан сув буғи аралашмаси бор деб фараз қилайлик. Бу системани *икки фазали* система дейилади. У икки фазадан: *суюқ* (сув) ва *газсимон* (ҳаво билан буғ аралашмаси) фазалардан иборат. Агар ҳаво бўлмаганида эди, у ҳолда ҳам системада икки фаза: *суюқ* (сув) ва *газсимон* (сув буғи) фазалар бўлар эди. Сувга муз парчаларини ташлаймиз. Система *уч фазали* системага айланади ва *қаттиқ* (муз), *суюқ* (сув) ва *газсимон* (ҳаво билан сув буғи аралашмаси) *фазалардан* таркиб топган бўлади. Сувга бирор миқдорда спирт қўшамиз. Фазалар сони ўзгармайди, чунки сув билан спирт аралашиб физик жиҳатдан бир жинсли суюқлик ҳосил қилади. Аммо сувга симоб қўшилса, симоб сув билан аралашмайди ва *икки суюқ фазали* (симоб ва сув) система ҳосил бўлади. Газсимон фаза илгаригидек битта бўлади; у ҳаво билан сув буғи ва симоб буғи аралашмасидан иборат бўлади. Сувга ош тузи парчалари ташланса, *икки қаттиқ фазали* (муз ва қаттиқ ош тузи) система ҳосил бўлади. Фазалар сонини ҳисоблаганда у ёки бу фазанинг яхлит бир жисм бўлиши ёки бир-биридан ажралган бир неча қисмлардан иборат бўлишининг аҳамияти йўқ. Масалан, ҳаводаги туман томчилари у билан биргаликда *суюқ* фазадан (сув) ва *газсимон* фазадан (ҳаво билан сув буғи аралашмаси) иборат *икки фазали* системани ташкил қилади. Системада бир неча *қаттиқ* ёки *суюқ* фазалар бўлиши мумкин. Лекин унинг таркибидан биттадан ортиқ газсимон фаза бўлмайди, чунки барча газлар ўзара аралашиб кетади.

2. Фазалар ҳақидаги таълимотнинг энг муҳим масаласи — икки ёки бир неча фазадан таркиб топган системанинг *мувозанатда* бўлиш шарт-шароитини аниқлашдир. Мувозанат ўз ичига *механик* ва *иссиқлик мувозанатларини* олади. Иссиқлик мувозанати бўлиши учун системанинг барча фазалари бир хил температурага эга бўлиши зарур. Механик мувозанатнинг зарурий шarti бир-бирига тегишувчи фазалар чегараларининг ҳар икки томонида босимларнинг тенг бўлишидир. Дарвоқе, охириги шарт фақат аж-

радиш чегаралари ясси бўлган ҳолдагина қатъий тўғридир. Эгри чегаралар ҳолида бу шарт сирт таранглик кучлари таъсири билан бузилади. Масалан, суюқлик ва унинг буғи ажралиш чегарасида мувозанат ҳолатида $P_2 - P_1 = \sigma K$ босимлар фарқи мавжуд бў-

лади, бунда $K = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ — бу сиртнинг ўртача эгрилиги

(109- § га қ.). Аввал биз фазаларнинг ажралиш чегаралари ё ясси, ё уларнинг эгрилиги кичик деб фараз қилиб, уларнинг эгрилигини эътиборга олмаймиз. Эгриликнинг таъсири алоҳида ҳисобга оли-
нади.

Босимлар ва температуралар тенглиги ҳали системанинг му-
возанатда турганлигини билдирмайди, чунки тегишувчи фазалар
бир-бирига айланиши мумкин. Бу ўзгаришларни *фазавий ўзгариш-
лар* дейилади. Фазавий ўзгаришларда баъзи фазалар ўсиши, бош-
қалари камайиши ва ҳатто бутунлай йўқ бўлиб кетиши мумкин.
Мувозанат ҳолатида системанинг барча фазаларининг массалари
ўзгармай қолиши керак. Бинобарин, мувозанатнинг яна битта зар-
рурий шarti — *фазаларнинг бир-бирига ўтишига нисбатан муво-
занат шarti* бажарилиши керак. Бу — фазалар мувозанати
ва фазавий ўзгаришлар ҳақидаги таълимотнинг асосий шар-
тидир.

3. Фазавий ўзгаришларга *модда агрегат ҳолатининг* ўзгариши
мисол бўла олади. Агрегат ҳолатлари дейилганда модданинг суюқ,
қаттиқ ва газсимон ҳолатлари тушунилади. Қаттиқ ва суюқ ҳо-
латлар *конденсацияланган* ҳолатлар дейилади. Кенг маънода,
буғланиши ёки буғ ҳосил қилиши деб модданинг конденсацияланган
ҳолатдан газсимон ҳолатга ўтишига айтилади. Тескари ўтишни
конденсация дейилади. Тор маънода, буғланиш модданинг суюқ
ҳолатдан газсимон ҳолатга ўтишидир. Қаттиқ ҳолатдан тўғридан-
тўғри газсимон ҳолатга ўтишни *сублимация* ёки *қуруқ ҳайдаш*
дейилади. Қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтишни *эриш* дейилади,
суюқ ҳолатдан қаттиқ ҳолатга ўтишни *қотиш* ёки *кристалланиш*
дейилади.

Сублимациянинг яхши маълум бўлган мисоли музнинг буғга
айланиши — ҳўл кийим совуқда қуришидир. Бошқа мисол келти-
рамиз. Йод кристаллчаларини шиша колбага жойлаймиз ва уни
спирт ёки газ горелкасида қиздирамиз. Эриш кузатилмайдди. Аммо
колбада йоднинг сублимацияси оқибатида ҳосил бўлган бинафша
йод буғи пайдо бўлади. Совитилганда йод буғи, колба деворига
тегиб кристалланади ва деворда кичкина кристаллчалар кўрини-
шида ўтириб қолади.

Модданинг қаттиқ ҳолати турли *кристалл модификацияларида*
мавжуд бўлиши мумкин. Бу ҳодисани *полиморфизм* дейилади. Ма-
салан, қаттиқ углерод бир-биридан кристалл тузилиши билан
фарқ қилувчи графит ёки олмос кўринишида мавжуд бўла олади.
Музнинг, яъни қаттиқ сувнинг бир неча кўриниши мавжуд. Қаттиқ
темир тўрт хил модификацияда (α -, β -, γ - ва δ - темир) мавжуд бў-
лиши мумкин. Баъзи суюқликлар ҳам турли модификациялар
кўринишида мавжуд бўла олади (суюқ кристаллар, суюқ гелий

I ва гелий II). Температура ва босим ўзгарганида баъзи модификациялар бошқаларига айланиши мумкин. Бундай айланишлар ҳам фазавий ўзгаришлар жумласига тегишлидир. Модданинг бир кристалл модификациядан бошқасига айланишини *полиморф ўзгаришлар* дейилади.

Полиморф ўзгаришларга мисоллар келтирамиз. Йодли симоб (HgI_2) солинган пробирка оламиз. Хона температурасида бу модда қизил рангли кукун бўлади. 126°C гача қиздирилганда эса у сариқ рангли кристалларга айланади. Совитилганда тескари айланиш юз беради. 253°C температурада сариқ модификация эриб, қизғиш-қўнғир суюқликка айланади.

α -темирнинг γ -темирга айланиши бошқа бир мисол бўлади. Бир учи қўзғалмас қилиб маҳкамланган, иккинчи учи қўзғалмас блок орқали ўтказилган узун горизонтал тортилган темир сим олинади. Симни таранг қилиш учун эркин учига юкча осилади. Блокка стрелка маҳкамланган бўлиб, унинг айланишига қараб симнинг чўзилаётгани ёки қисқараётгани ҳақида хулоса чиқариш мумкин. Электр токи симни қизариб чўғланиш даражасигача қиздиради. Бирор температурада α -темирнинг γ -темирга айланиши юз беради. Аммо бу айланишни сезиш қийин. Тескарисига айланишни кузатиш осон. Чўғланган сим совийди ва қисқаради. Лекин бирор пайтда тўсатдан у яна чўзилади. Бу пайтда γ -темир яна α -темирга айланади. Бунда сим бир он ёрқинроқ ёруғланади, буни ўтиш (айланиш) иссиқлиги ажрალიши оқибати деб тушунтирилади.

4. Яна фазавий ўзгаришларнинг энг содда мисоли — буғланиш ва конденсацияни қараб чиқайлик. Бу мисолда фазалар орасидаги мувозанат маъносини ҳаммадан яхши тушуниш мумкин. Ёниқ идишда бирор массали суюқ бўлиб, унинг устида буғи бор деб фараз қиламиз. Идиш ҳажми ўзгармас қолади, температура эса доимий тутиб турилади. Модда молекулалари ҳаракат қилиб, суюқлик билан буғ орасидаги чегарадан ҳамма вақт ўтиб туради. Бу икки фаза орасида узлуксиз равишда молекулалар алмашиш юз бериб туради. Агар буғдан суюқликка ўтишга нисбатан суюқликдан бугга кўпроқ молекула ўтиб турса, у ҳолда суюқлик миқдори камаяди, яъни буғланиш процесси юз беради. Бу ҳолда суюқлик устидаги буғни *тўйинмаган* ёки *ўта қиздирилган* буғ дейилади. Аксинча, агар буғдан суюқликка ўтаётган молекулалар сони тескари йўналишда ўтаётган молекулалар сонидан каттароқ бўлса, у ҳолда буғ суюқликка конденсацияланаётган бўлади. Бу ҳолда буғни *ўта тўйинган* буғ дейилади. Ниҳоят, агар суюқликдан бугга ўтаётган молекулалар сони шу вақтда буғдан суюқликка ўтаётган молекулалар сонига тенг бўлса, у ҳолда *динамик* ёки *статистик мувозанат* ҳолати ўрнашган бўлади, бу ҳолатда ҳар бир фазада модда миқдори ўртача ўзгармас бўлиб қолади. Шунинг ўзи фазавий мувозанат ҳолатидир. Умуман, *ҳар қандай 1 ва 2 фазалар орасида фазавий мувозанат ҳолати фазавий айланишлар тамомила тўхтайдиган статик ҳолат эмас, балки у икки ўзаро қарама-қарши процесслар: 1 фазанинг 2 фазага ва тескарисига, 2 фазанинг 1 фазага айланиши ўртача тезликлари тенг бўлиши билан характерланади*. Мувозанат ҳолатида, детал мувозанат принципи талаб қилинганидек, бу қарама-қарши процесслар бир-бирини ўзаро компенсациялайди. Шу туфайли ҳар бир фазадаги модда миқдори ўртача ўзгармас қолаверади.

112- §. Химиявий бир жинсли бўлган модданинг фазавий мувозанат шарт

1. Бу бобда биз фақат химиявий жиҳатдан бир жинсли бўлган моддаларнинг фазавий ўзгаришларини текшираемиз. Эритмалар ва аралашмаларда бўладиган фазавий ўзгаришларни кейинги бобда текшираемиз. Фазалар мувозанати шарт термодинамика теоремаларидан ҳосил қилиниши мумкин. Юқорида айтиб ўтилганидек, системанинг мувозанат ҳолатида барча фазаларнинг температураси ва босимлари тенг бўлади. Агар уларни ўзгармас тутиб турилса, у ҳолда системанинг термодинамик потенциали фақат камайиши мумкин (50- § га қ.). Мувозанат ҳолатида у минимал қиймат қабул қилади. Бу қойдадан фойдаланиб, фазалар мувозанати шартини келтириб чиқарамиз.

Бир-бирига айлана оладиган 1 ва 2 фазалардан иборат системани қараймиз. m_1 — биринчи фазанинг, m_2 — иккинчи фазанинг массаси бўлсин. Модданинг бу фазалардаги *солиштирма термодинамик потенциалларини* φ_1 ва φ_2 орқали белгилаймиз. Бутун системанинг термодинамик потенциали $\Phi = m_1\varphi_1 + m_2\varphi_2$ кўринишда ифодаланади. Системанинг босими ва температураси ўзгармас бўлсин. У ҳолда фазавий ўзгаришлар вақтида φ_1 ва φ_2 катталиклар ўзгармайди, чунки улар фақат температура ва босимнинг бир қийматли функцияларидир. Тушунарлики, модданинг $m = m_1 + m_2$ тўла массаси ҳам ўзгармайди. Фақат m_1 ва m_2 массалар ўзгариши мумкин. Бу ўзгаришлар φ термодинамик потенциал қаралаётган шароитда мумкин бўлган энг кичик қиймат оладиган йўналишда юз бериши керак. Агар $\varphi_1 < \varphi_2$ бўлса, у ҳолда 1 фазанинг 2 фазага ҳар қандай айланиши Φ нинг камайиши билан биргаликда содир бўлади. Бутун 1 фаза турғунроқ 2 фазага ўтгунча бу айланиш давом этади. У ҳолда система бир фазали бўлиб қолади, унинг термодинамик потенциали эса $m\varphi_2$ минимал қийматга эришади. Аксинча, агар $\varphi_1 > \varphi_2$ бўлса, у ҳолда 2 фаза 1 фазага айланади. Фақат

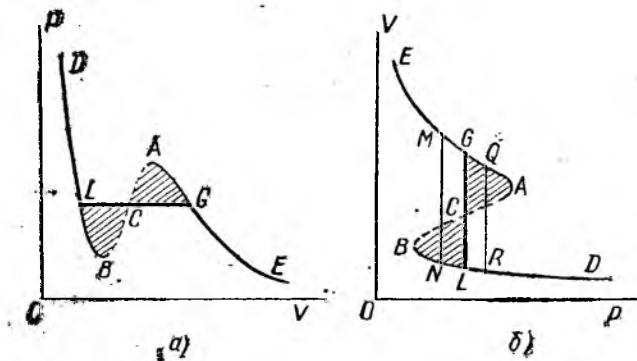
$$\varphi_1(P, T) \approx \varphi_2(P, T) \quad (112.1)$$

шарт бажарилганидагина фазалар бир-бири билан мувозанатда бўлади. Демак, *фазалар мувозанати шартини уларнинг солиштирма термодинамик потенциаллари тенг бўлишидир.*

Жисмнинг U энергияси ва S энтропияси ихтиёрий аддитив доимийлар катталигига чата тартибдаги аниқлик билан аниқланади. Шунинг учун, $\Phi = U - TS + PV$ ва унинг солиштирма $\varphi(P, T)$ қиймати температуранинг ихтиёрий чизиқли функцияси қиймати-гача аниқлик билан аниқланади. Шу туфайли пайдо бўладиган бир қиймаглимаслик (112.1) шартдан чиқариб ташланиши керак. Бунинг учун, $d\varphi = -sdT + vdP$ ифодани биргина бошланғич ҳолат асосида интеграллаш йўли билан $\varphi_1(P, T)$ ва $\varphi_2(P, T)$ солиштирма термодинамик потенциалларни аниқлаш тўғрисида келишиб олиш етарли. (112.1) шартнинг маъноси қуйидагича: *ҳар қандай фазавий ўзгаришларда солиштирма термодинамик потенциал катталиги ўзгармасдир.* Демак, модда ҳолатининг барча ўзгаришлари

вақтида унинг солиштирма термодинамик потенциали ҳамма вақт узлуксиз ўзгаради. Бу жиҳатдан у бошқа физик катталиклардан — солиштирма ҳажм, солиштирма энтропия ва иссиқлик сими, электр ва магнит киритувчанлик, электр ўтказувчанлик ва ҳоказолардан фарқ қилади, бу катталиклар фазавий ўзгаришлар вақтида, қондага кўра, сакрашсимон ўзгаради.

2. (112.1) шартни суюқликнинг бугга айланиши ва аксинча, бугнинг суюқликка айланиши процессларига татбиқ этамиз. Вандер-Ваальс тенгламасига бўйсунадиган модданинг критик температурадан пастдаги бирор изотермасини оламиз (133- а расм). Изотер



133- расм.

манинг йўғон чизилган EG ва LD тармоқлари модданинг турғун ҳолатларини — газсимон ва суюқ ҳолатларини тасвирлайди. GA участка — ўта тўйинган бугга, LB участка — ўта исиган суюқликка мос келади. Улар ингичка туташ чизиқлар билан тасвирланган. Нуқталари модданинг *абсолют турғунмас* ҳолатларини тасвирлайдиган ACB тармоқ пунктир чизиқ билан кўрсатилган. LCG йўғон горизонтал участка икки фазали ҳолатдаги модданинг изотермасини тасвирлайди. Барча бу участкаларнинг вазиятини 101- § да аниқланган эди. Бу ишни тўлароқ, (112.1) шарт ёрдамида ҳам қилиш мумкин. Модда ҳолатини тасвирловчи нуқта изотерма бўйлаб кўчиб борганида, температура ўзгармас ($dT = 0$) бўлганлиги туфайли, солиштирма термодинамик потенциал ўзгариши учун ушбуни ёзиш мумкин:

$$d\varphi = v dP, \quad \varphi = \int v dP. \quad (112.2)$$

Энди мустақил ўзгарувчи P бўлганлиги сабабли, координаталар ўқларини босимлар ўқи горизонтал, ҳажмлар ўқи вертикал бўладиган қилиб буриш мумкин (133- б расм). Тасвирловчи нуқтанинг назарий $EACBD$ изотерма бўйлаб кўчиб бориши вақтида $\varphi(P, T)$ функциянинг ўзгаришини текшираемиз (133- а расм). EA участкада dP дифференциал мусбат, шунинг учун φ потенциал орта боради. ACB участкада dP ишорасини ўзгартиради, φ эса камаё бошлайди. Модда ҳолатининг BD изотерма бўйлаб янада ўзгара бориш вақтида φ потенциал яна монотон орта бошлайди. φ катталик ўзи олдин AE тармоқда қабул қилган ўша қийматлар орқали ўтади. Бундан

L ва G нуқталарида солиштирма φ термодинамик потенциал қийматлари тенг ($\varphi_G = \varphi_L$) бўладиган GL изобара мавжуд бўлиши келиб чиқади. Бинобарин, $vdP = 0$ ёки

$$\int_{GAC} vdP = \int_{LBC} vdP.$$

Бу эса 133-расмда штрихланган $GACG$ ва $CBLC$ юзлар бир хил эканини англатади. Энди GL изобарадан чапроқда ва ўнпроқда MN ва QR изобаралар ўтказамиз. У ҳолда

$$\varphi_M = \varphi_G - \int_{P_M}^{P_G} v_o dP, \quad \varphi_N = \varphi_L - \int_{P_N}^{P_L} vdP,$$

бунда v_o — бугнинг, v_c — суюқликнинг солиштирма ҳажми, $\varphi_G = \varphi_L$, $v_o > v_c$ интеграллаш чегаралари бир хил бўлгани сабабли $\varphi_M < \varphi_N$. Худди шу тарзда $\varphi_R < \varphi_G$ экани ҳам исботланади.

Демак, изотерманинг EG тармоғидаги газнинг солиштирма термодинамик потенциали BL тармоқдаги суюқликнинг тегишли термодинамик потенциалидан кичик. Шунинг учун, мазкур температура ва босимда модда мавжуд бўла оладиган M ва N мумкин бўлган ҳолатлардан газсимон M ҳолат турғунроқдир. Шу ҳолат ҳақиқатда амалга ошади. Аксинча, LD тармоқда суюқлик, изотерманинг GA участкасидаги газникдан кичик солиштирма термодинамик потенциалга эга. Модданинг босим ва температура бир хил бўлган R ва Q мумкин бўлган ҳолатларидан R суюқ ҳолат Q газсимон ҳолатдан кўра турғунроқ. Агар бундай ҳолатлардаги суюқлик ва газ бир-бири билан чегарадош бўлса, у ҳолда бутун модда суюқ ҳолатда бўлиб олгунча газ суюқликка айланаверади. G ва L нуқталарда газ ва суюқликнинг солиштирма термодинамик потенциаллари бир хил. Шунинг учун G ва L ҳолатлар турғун. G ҳолатдаги газ ва L ҳолатдаги суюқлик бир-бири билан фазавий мувозанатда бўлади. Бундай газ шу суюқликнинг тўйинган буги бўлади.

Шундай қилиб, биз яна Максвелл қондасига келдик, у 101-§ да бевосита Клаузиус тенглигидан олинган эди. Аммо янги усул фақат мувозанат ҳолатига мос GL изобаранинг вазиятини кўрсатибгина қолмай, балки нима учун L ва G нуқталарда фазавий ўзгаришлар юз бериш кераклигини ҳам тушунишга имкон беради. Изотерма ACB оралиқ эгри чизиқ билан ўзаро боғланмаган икки DB ва AE якка тармоқдан иборат бўлган ҳолда ҳам мувозанатли LG изобаранинг вазиятини шу усулда топиш мумкин бўлар эди. Тушунарлики, бу ҳолда Максвелл қондаси ўз маъносини йўқотади, мувозанатли LG изобара эса $\varphi_L = \varphi_G$ шартдан аниқланиши керак. Аммо метастабил ҳолатларнинг (ўта тўйинган буг ва ўта исиган суюқлик, изотерманинг GA ва LB участкалари) мавжуд бўлишини тушунтириш учун баён қилинган мулоҳазалар етарли эмас. Бу масала 119-§ да батафсил таҳлил қилинган.

МАСАЛАЛАР

1. Қалин деворли ёпиқ идишда муз парчаси бўлиб, унинг устида тўйинган сув буги бор. Идишга юқори босимгача ҳаво киритиш мумкин. Агар температура ($T = 250$ К) ўзгармас тутиб турилса, муз устидаги тўйинган буг босимини

1% орттириш учун идишдаги ҳаво босимини қанча орттириш керак? Музининг солиштирма ҳажми $v_M = 1,1 \text{ см}^3 \cdot \text{г}^{-1}$.

Ечилиши. Ташқи босимнинг ΔP қадар изотермик ўзгариши музининг солиштирма термодинамик потенциалини $\Delta \Phi_M = v_M \Delta P$ қадар орттиради, бунда музининг сиқилувчанлигини ҳисобга олмаслик мумкин. Мувозанат бўзилмаслиги учун буғнинг солиштирма термодинамик потенциали ҳам ана шунча миқдорга ортиши керак. Лекин буғ учун $\Delta \Phi_6 = v_6 \Delta P_6 = \frac{RT}{\mu} \frac{\Delta P_6}{P_6}$. Иккала ифодани тенглаштириб, ушбуни оламиз:

$$\Delta P = \frac{PT}{\mu v_M} \cdot \frac{\Delta P_6}{P_6} = 10.5 \text{ атм.}$$

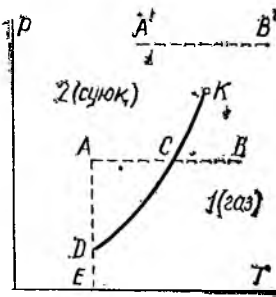
2. Цилиндрда поршень остида сув бўлиб, унинг устида ҳаво билан тўйинган сув буғи аралашмаси бор. Поршенга таъсир этувчи бошланғич босим атмосфера босимига (1 атм) тенг. Сўнгра бу босимни икки барабар орттирилади. Агар температура ($T = 300 \text{ К}$) ўзгармас сақланса, цилиндрдаги тўйинган сув буғи босими неча процент ўзгаради?

$$\text{Жавоб. } \frac{\Delta P_6}{P_6} = \frac{\mu v_c}{RT} \Delta P = 0,08\%.$$

113- §. Клапейрон—Клаузиус тенгламаси.

Буғланиш ва конденсация. Эриш ва кристалланиш

1. Фазалар мувозанати шартини ифодалайдиган (112.1) тенгламанинг келгуси натижаларини текширишга ўтамиз. Аниқлик учун буғланиш ва конденсация процессларини кўзда тутамиз. Аммо биз оладиган натижалар ҳеч қандай ўзгаришсиз, бошқа фазавий айланишларга ҳам табиқ этилиши мумкин. Модда ҳолатини TP



134- расм.

текисликдаги нуқта билан тасвирлаймиз (134- расм). Бу текисликнинг ҳар бир нуқтаси модданинг бир жинсли (бир фаза) ҳолатига — ё суюқликка, ё унинг буғига мос келади. DK чизиқнинг нуқталари бундан мустаснодир. Бу чизиқ (112.1) тенглама орқали ифодаланадиган чизиқдир. DK чизиқда суюқлик ва буғнинг солиштирма термодинамик потенциаллари бир хил. DK чизиқнинг ҳар бир нуқтаси ё суюқликни, ё унинг буғини, ёки бу фазаларнинг ихтиёрий нисбатидаги аралашмасини тасвирлайди. Агар (112.1) тенгламани P га нисбатан ечилса, у ҳолда DK эгри чизиқ тенгламасини

$$P = P(T)$$

кўринишда тасвирлаш мумкин. Бу тенглама тўйинган буғ босимининг температурага боғланишини беради. DK эгри чизиқни суюқлик ва унинг тўйинган буғининг мувозанати эгри чизиғи ёки буғланиш эгри чизиғи дейилади.

2. Буғланиш эгри чизиғини горизонтал тўғри чизиқ, яъни AB изобара билан кесамиз. AB изобарада босим критик босимдан

кичик бўлсин. A нуқтада модда суюқ ҳолатда бўлади. Ҳақиқатан, бу ерда $P = EA$ босим шу температурадаги тўйинган бугнинг $P = ED$ босимдан юқори. Бундай босим остида буғ мавжуд бўла олмайди. У суюқликка айланади. Суюқликни ўзгармас босим остида иситганда тасвирловчи нуқта ўнг томонга силжиб боради. AB изобаранинг DK эгри чизиқ билан кесишиш нуқтасида — C нуқтада суюқликнинг буғланиши бошланади. Бутун буғланиш вақтида суюқлик ва унинг буғи температураси ўзгармас қолаверади. Ҳамма суюқлик буғланиб бўлганда тасвирловчи нуқта яна иситиш давом эттирилганда CB кесма бўйлаб изобара бўйича силжиб боради — бунга доимий босимда буғнинг иситилиши мос келади. Бинобарин, DK буғланиш эгри чизигининг чап томонида ётган нуқталар модданинг суюқ ҳолатини, бу эгри чизиқдан ўнг томонда ётган нуқталар эса газсимон ҳолатни тасвирлайди. Энди изобарада босим критик босимдан катта, яъни $A'B'$ изобара критик K нуқтадан юқоридан ўтади, деб фараз қиламиз. У ҳолда изобарик иситиш ёки совитиш процессида суюқлик буғга ёки буғ суюқликка ҳеч айланмайди. Шунинг учун DK буғланиш эгри чизиги юқоридан K критик нуқтада тугаши керак. Шунингдек, вертикал тўғри чизиқлар, яъни изотермалар ўтказиб, бунга ишонч ҳосил қилиш мумкин. Агар изотерма DK эгри чизикни кесиб ўтса, у ҳолда мсс изотермик процесс суюқликнинг буғга ёки буғнинг суюқликка айланиши билан биргалликда боради. Бу ҳолда температура критик температурадан паст. Агар температура критик температурадан юқори бўлса, у ҳолда изотерма буғланиш эгри чизигини кеса олмайди. Демак, буғланиш эгри чизиги бирор нуқтада, аниги K критик нуқтада тугаши керак, бунда қаралаётган изотерма бу нуқтадан ўнг томонда ўтади.

Буғланиш эгри чизигининг критик нуқтада узилишининг натижаси — модданинг суюқ ва газсимон ҳолатлари узлуксизлигидир. Ҳақиқатан, ихтиёрий бошланғич A нуқтадан ихтиёрий охири B нуқтага буғланиш эгри чизигини кесиб ўтиш мумкин. У ҳолда фазавий ўзгариш содир бўлади. Ўша охири ҳолатга, критик K нуқтани айланиб DK буғланиш эгри чизигини кесмасдан ўтиш ҳам мумкин. У ҳолда ҳеч қандай фазавий ўзгариш юз бермайди. Модда ҳамма вақт физик жиҳатдан бир жинсли бўлиб қолади, унинг хоссалари эса узлуксиз равишда ўзгаради.

3. Буғланиш эгри чизиги оғмалигини топайлик. Бунинг учун тўйинган буғ босимининг температура бўйича dP/dT ҳосиласини ҳисоблаймиз. (112.1) буғланиш эгри чизиги бўйлаб силжишда $d\varphi_1 = d\varphi_2$ бўлади. $d\varphi = -sdT + vdP$ бўлгани учун бу муносабатни

$$v_1 dP - s_1 dT = v_2 dP - s_2 dT$$

ёки

$$\frac{dP}{dT} = \frac{s_1 - s_2}{U_1 - U_2} \quad (113.1)$$

кўринишда ёзиш мумкин, бунда $s_1, v_1; s_2, v_2$ — суюқлик ва буғнинг солиштирма энтропиялари ва солиштирма ҳажмлари. Фазавий ўзгаришлар, умуман айтганда, энтропиянинг сакрашсимо

Ўзгаришлари билан биргалликда боради. Бу — шундай ўзгаришларда иссиқлик ютилади ёки ажралади демакдир. Масалан, бирлик массали модданинг 1 газсимон ҳолатдан 2 суяқ ҳолатга ўтишида

$$q = T(s_1 - s_2)$$

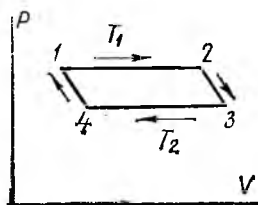
иссиқлик ажралади. 2 суяқ ҳолатдан 1 газсимон ҳолатга ўтишда эса шунча иссиқлик ютилади. Ўтиш ўзгармас температурада, бинобарин, ўзгармас босимда квазистатик равишда юз беради, деб фараз қилинади. q иссиқликни солиштирма буғланиш иссиқлиги дейилади. Умумий ҳолда уни фазавий ўзгаришнинг солиштирма иссиқлиги ва ҳоказо тўғрисида гапирилади. Бу терминлар тушунтириш талаб этмайди. Агар q буғланиш иссиқлигини (113.1) тенгламага киритилса, у ҳолда

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q}{T(v_1 - v_2)}. \quad (113.2)$$

Бу муҳим муносабатни Клапейрон — Клаузиус тенгламаси дейилади.

Суяқликнинг буғланиши учун нима сабабдан иссиқлик сарфлаш керак бўлишини молекуляр нуқтаи назардан тушуниб олиш қийин эмас. Суяқлик молекулалари тезликлари Максвелл қонуни бўйича тақсимланган. Суяқликдан атрофдаги фазога фақат энг тез молекулалар учиб чиқиши мумкин, чунки фақат уларгина суяқлик сирт қатламида таъсир этувчи тортиш кучларини енга олишга қодир. Сирт қатламдан ўтаётиб, молекулалар секинлашади, бинобарин, буғ температураси суяқлик температурасига тенг бўлади (77- §, 7- пунктга қ.). Тез молекулалар кетиши натижасида суяқлик совийди. Унинг температурасини ўзгармас сақлаш учун иссиқлик келтириб туриш талаб қилинади. Ўтиш иссиқлиги бошқа фазавий ўзгаришларда ҳам кузатилиши керак, аммо уларнинг механизми буғланиш ҳолидагидек содда эмас.

4. Клапейрон — Клаузиус тенгламасини цикллар методи билан ҳосил қилиш ҳам осон. Суяқлик ва унинг тўйинган буғдан иборат икки фазали система устида Карно цикли ўтказамиз. Тўйинган буғ босими унинг температурасига бир қийматли боғлиқ бўлгани туфайли бундай система учун $T = \text{const}$ изотерманинг ўзи бир вақтда $P = \text{const}$ изобара ҳам бўлади. VP диаграммада изотермалар горизонтал тўғри чизиқлар билан тасвирланади. Икки фазали системанинг бошланғич ҳолати 1 нуқта билан тасвирлансин (135- расм). Система билан иситгич орасида иссиқлик контакти



135- расм.

ҳосил қилиб, унга квазистатик равишда иссиқлик келтира бошлаймиз. Суяқлик буғлана бошлайди, система эса (масалан, юкли поршенни кўтариб) иш бажаради. Суяқликнинг бир бирлик масса миқдори буғланиб бўлгач, иссиқлик контактини йўқотамиз ва системани аднабатик тарзда яқкалаймиз. Шундан сўнг система температураси совитгичнинг T_2 температураси билан тенглашгунча, уни чексиз қисқа

23 адиабата бўйича кенгайишга мажбур қиламиз. Совитгич сифатида T_2 температураси иситгичнинг T_1 температурасидан чексиз кичик миқдорга фарқ қиладиган иссиқлик резервуари оламиз. Системани 3 ҳолатдан 34 изотерма ва 41 адиабата бўйича 1 бошланғич ҳолатга қайтарамиз. Натижада система чексиз кичик Карно циклини бажаради. Системанинг иситгичдан олган иссиқлик миқдори $Q_1 = q$. Система 12 изотермада $A_1 = P(T_1)(v_1 - v_2)$ мусбат иш бажаради, чунки унинг ҳажми $v_1 - v_2$ қадар катталашади, 34 изотермада эса $A_2 = -P(T_2)(v_1 - v_2)$ манфий иш бажаради. 23 ва 41 адиабаталарда бажарилган ишни юқори тартибли кичик миқдор сифатида ҳисобга олмаслик мумкин. Системанинг тўла иши:

$$A = A_1 + A_2 = (v_1 - v_2)[P(T_1) - P(T_2)] = \frac{dP}{nT}(v_1 - v_2)(T_1 - T_2).$$

Карно теоремаси бўйича

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Бу ифодага A ва Q_1 ни қўйиб ва T_1 ни T билан алмаштириб, (113.2) тенгламани ҳосил қиламиз.

5. Клапейрон—Клаузиус тенгламаси, унинг келтириб чиқарилишидан равшан кўринганидек, фақат буғланиш учун эмас, балки иссиқлик ажралиши ёки ютилиши билан биргаликда борадиган бошқа фазавий ўзгаришлар (масалан, эриш, сублимация ва ҳоказо) учун ҳам адолатлидир. Эриш ҳолида, масалан, бундай ёзиш мумкин:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q_{23}}{T(v_2 - v_3)}, \quad (113.3)$$

бунда q_{23} — солиштирма эриш иссиқлиги, v_2 ва v_3 — суюқ ва қаттиқ фазалар солиштирма ҳажмлари, T эса босим P бўлгандаги температура. q_{23} катталик мусбат. Шунинг учун, агар $v_2 > v_3$ бўлса, у ҳолда $\frac{dP}{dT} > 0$. Бу — босим ошиши билан эриш нуқтаси

кўтарилади демакдир. Агар $v_2 < v_3$ бўлса, $\frac{dP}{dT} < 0$ бўлади, яъни босим ортган сари эриш температураси пасаяди. Кейинги ҳол сув учун ўринли бўлади. Муз ва сув солиштирма ҳажмларининг 0°C даги фарқи тақрибан:

$$v_3 - v_2 = 9,1 \cdot 10^{-2} \text{ см}^3/\text{г}.$$

Эриш иссиқлиги:

$$q = 80 \text{ кал/г} = 3,35 \cdot 10^9 \text{ эрг/г}.$$

Бу маълумотдан фойдаланиб, ушбуни оламиз:

$$\frac{dP}{dT} = - \frac{3,35 \cdot 10^9}{273 \cdot 9,1 \cdot 10^{-2}} = - 1,35 \cdot 10^8 \text{ дина}/(\text{см}^2 \cdot \text{К}) = 134 \text{ атм/К}.$$

Бундан кўриниб турибдики, босим бир атмосфера ортганда, музнинг эриш нуқтаси тақрибан $0,0075$ градус ортади. Дьюар тажриба йўли билан $0,0072$ К/атм ни топди, бу қиймат ҳисобланган қийматга яхши мос тушади.

Агар учлари қўзғалмас таянчларда ётган муз тахтаси устига сим сиртмоқ ташлаб, унга оғир юк осибқўйилса, у ҳолда сим остидаги муз эрийди. Сув сим остидан сиқиб чиқарилади ва унинг устида яхлайди. Сим аста-секин муз тахта орқали ўтади, бироқ тахта кесилмасдан қолади.

М А С А Л А Л А Р

1. Ёпиқ идишда 0°C да бир моль (18 г) сув бор. Агар идишнинг ҳажми ундаги ҳамма сув тўйинган бугга айланиб кета оладиган даражада сизимга эга бўлса, системанинг температурасини 100°C гача кўтариш учун қанча Q иссиқлик миқдори талаб қилинади? 100 С да ва ўзгармас босимда сувнинг буғланиш иссиқлиги $q = 539$ кал/г. Тўйинган бугнинг 0°C даги эластиклигини ва идиш девори иссиқлик сизимини эътиборга олманг. Шунингдек, тўйинган буг ҳажмига нисбатан сувнинг ҳажмини эътиборга олманг.

Е ч и л и ш и. Система ҳажми ўзгармайди, бинобарин, иш бажарилмайди. Шунинг учун Q система ички энергияси ўзгаришига тенг ва унинг бошланғич ҳолатдан охириги ҳолатга қандай усул билан ўтишига боғлиқ эмас. Бу ўтишни икки босқичда амалга оширамиз. 1) Суюқлик ва буғ орасида (иссиқлик сизими чексиз кичик бўлган) ҳаракатчан қаттиқ тўсиқ қўямиз ва системани 100°C гача иситамиз. Суюқликнинг кенгайиши ишини эътиборга олмаса бўлади. Юқорида айтилганидек, бутунча система иш бажармайди. Шунинг учун бу босқичда $Q_1 = 18 \cdot 100 = 1800$ кал иссиқлик келтириш керак. 2) Ўзгармас температурада тўсиқни силжитиб, бутун сувни тўйинган бугга айлантирамиз. Тўсиқ деворни силжитиш иши нолга тенг бўлади, чунки унинг ҳар икки томонидаги босим бир хил. Бу босқичда $Q_2 = U_6 - U_c -$ иссиқлик миқдори келтириш керак, бунда $U_6 U_c$ — буғ ва суюқликнинг 100°C даги ички энергиялари. Термодинамиканинг биринчи бош қонунига мувофиқ $q_{\text{мол}} = U_6 - U_c = A$, бунда $q_{\text{мол}} = 18q = 970$ кал. моль $^{-1}$ —суюқликнинг моляр буғланиш иссиқлиги, A —ўзгармас ташқи босимга қарши бажарилган иш ($A = PV_6 \approx RT = 1,98 \times 373 = 739$ кал. моль $^{-1}$). Демак, $Q_2 = U_6 - U_c = q_{\text{мол}} - A = 8970$ кал. моль $^{-1}$, $Q = Q_1 + Q_2 = 1800 + 8970 = 10770$ кал. моль $^{-1}$.

2. 0°C да муз устида сув буги босими $4,58$ мм сим. уст. га тенг. Музнинг эриш иссиқлиги 0°C да 80 кал. г $^{-1}$, сувнинг шу температурада буғланиш иссиқлиги 596 кал. г $^{-1}$. Муз устидаги бугнинг $t = -1^\circ\text{C}$ температурадаги эластиклигини топинг.

Жавоби. $4,20$ мм сим. уст.

3. Қуйидаги жадвалда тўйинган азот буғининг уч хил температурадаги босимлари келтирилган. Улардан фойдаланиб, суюқ азотнинг $t = -196^\circ\text{C}$ температурада q солиштирма буғланиш иссиқлигини ҳисобланг. Газсимон азот конденсация температурасигача Клапейрон тенгламасига бўйсунди деб ҳисобланг. Газсимон азотниқига нисбатан, суюқ азотнинг Газсимон азотниқига ҳажмини эътиборга олманг.

$t, ^\circ\text{C}$	$P, \text{ мм сим. уст.}$
-195	833
-196	741
-197	657

Жавоби. $q = \frac{RT^2}{\mu} \left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dT} \right) = 50$ кал/г.

4. 5 л ҳажмли ёпиқ идишда $T = 373$ К температурадаги 1 кг сув бор. Сув устидаги фазо тўйинган буг билан банд (ҳаво сўриб олинган). Температуранинг $\Delta T = 1$ К қадар оширилганда тўйинган буг массасининг Δm орттирмасини топинг.

Жавоби. Агар ΔT қадар иситилганда V буг ҳажмининг ўзгариши эътиборга олинмаса, у ҳолда $\Delta m = \frac{\mu VP}{RT^2} \left(\frac{q\mu}{RT} - 1 \right) \Delta T = 0,075 \text{ г}$.

5. Муз парчаси 0°C да ва атмосфера босимидаги адиабатик қобиқ ичига жойланган. Агар муз парчасини адиабатик равишда $P = 100 \text{ атм}$ гача сиқилса, унинг температураси қандай ўзгаради? Музнинг қандай $\Delta m/m$ ҳиссаси бу ҳолда эриб кетади? Сувнинг солиштирма ҳажми $v_c = 1 \text{ см}^3 \cdot \text{г}^{-1}$, музники $v_m = 1,09 \text{ см}^3/\text{г}$. Сув ва музнинг иссиқлик сифмлари $c_m \approx 0,6 c_c$ муносабат орқали боғланган.

$$\text{Жавоби. } \Delta T \approx \frac{RT}{iq} (v_c - v_m) = -0,72^\circ\text{C}, \quad \frac{\Delta m}{m} = -c_m \frac{\Delta T}{q} = 0,0054.$$

6. Ўзгармас T температурада, ўзининг тўйинган буғи босими остида суюқликнинг моляр буғланиш иссиқлиги ифодасини топинг. Суюқлик ва буғ Ван-дер-Ваальс тенгласига бўйсунди деб фараз қилинг.

Жавоби. $q_{\text{мол}} = V_0 \left(\frac{RT}{V_0 - b} - \frac{2a}{V_0^2} \right) - V_c \left(\frac{RT}{V_c - b} - \frac{2a}{V_c^2} \right)$, буида V_0 ва V_c — буғ ва суюқликнинг моляр ҳажмлари.

7. Абсолют ноль температура яқинида (P, T) диаграммадаги $P = P(T)$ эриш эгри чизигига ўтказилган уривманинг горизонтал бўлиб қолишини исботланг.

Аниқроғи, $\lim_{T \rightarrow 0} \frac{dP}{dT} = 0$. Бу тасдиқ қаттиқ ва суюқ фазаларнинг солиштирма ҳажмлари турли бўлган ҳолда тўғридир. Бунда абсолют ноль температурагача суюқ ҳолатда қоладиган ягона модда—гелий II ҳақида конкрет гап бориши мумкин (139-расмга қ.).

Ечилиши. Нернст теоремасидан $q=0$ экани келиб чиқади. Бошқа натижалар (113.2) тенгламадан олинади.

114-§. Тўйинган буғ босимининг температурага боғлиқлиги

1. Агар температура функцияси сифатида q буғланиш иссиқлиги ва v_1, v_2 солиштирма ҳажмлар маълум бўлса, у ҳолда (113.2) тенгламани интеграллаб, тўйинган буғ босимининг температурага боғланишини ошкор кўринишда топиш мумкин. Жуда қўпол тақрибда, q ни температурага боғлиқ эмас деб ҳисоблаш ва буғнинг солиштирма ҳажмига нисбатан суюқликнинг солиштирма ҳажмини эътиборга олмаслик мумкин. Бундан ташқари, бугга

$Pv = \frac{1}{\mu} RT$ Клапейрон тенгласини татбиқ этиш мумкин деса бўлади (v нинг 1 индексини тушириб қолдирдик). Агар температура ўзгариши интервали унча катта бўлмаса, бу эоддалаштиришларга йўл қўйиш мумкин*). Қабул қилинган тақрибда (113.2) тенглама ушбу тенгламага ўтади:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q}{Tv} = \frac{\mu q}{RT^2} P \quad (114.1)$$

ёки

$$\frac{dP}{P} = \frac{\mu q}{R} \frac{dT}{T^2}$$

*Бироқ, критик температура яқинида иккала соддалаштириш ҳатто тақрибан ҳам ҳақиқатга тўғри келмайди.

Уни интеграллаб,

$$\ln P = -\frac{\mu q}{RT} + C \quad (114.2)$$

ифодани оламиз. Агар бирор T_0 температурада тўйинган буғ P_0 босими маълум бўлса, у ҳолда интеграллаш доимийси C ни топиш мумкин. Бу температурада

$$\ln P_0 = -\frac{\mu q}{RT_0} + C.$$

Бундан C доимийни аниқлаб, сўнг (114.2) га қўйиб,

$$P = P_0 e^{\frac{\mu q}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}. \quad (114.3)$$

ифодани ҳосил қиламиз.

2. Сув учун нормал атмосфера босимида қайнаш температураси $T = 373$ К, буғланиш иссиқлиги $q = 539$ кал/(г·К). (114.1) формулага $R = 1,9858$ кал/(К·моль), $\mu = 18$ ни қўйиб, ушбунни оламиз:

$$\frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dT} = \frac{18 \cdot 539}{1,986 \cdot 373^2} = 0,0352 \text{ К}^{-1}.$$

Бундан, бир радиус қадар иситганда сув тўйинган буғнинг босими 0,0352 атм ёки 27 мм с.м. уст. қадар ортади, деган хулоса чиқади.

q буғланиш иссиқлигининг бир қисми системанинг ички энергиясини орттиришга, бошқа қисми ташқи A ишни бажаришга кетади. Агар суюқликнинг солиштирма ҳажми ҳисобга олинмаса, сув буғини эса идеал деб газ ҳисобланса, $A = P(v_1 - v_2)$ ёки $A = Pv \approx \frac{1}{\mu} RT$ бўлади. A ишнинг тўла иссиқлик миқдорига нисбати:

$$\frac{A}{q} = \frac{RT}{\mu q} = 0,076.$$

Шундай қилиб, ташқи ишга буғланиш иссиқлигининг фақат жуда озгина қисми сарфланади.

3. Агар солиштирма буғланиш иссиқлигининг температурага боғлиқлиги ҳисобга олинса, у ҳолда тўйинган буғ босими учун янада аниқроқ формулани ҳосил қилиш мумкин. Айтиб ўтилганидек, q катталик икки қисмдан иборат. Биринчи қисм буғ ва суюқлик солиштирма ички энергияларининг $u^b - u^c$ айирмасидир. Иккинчи қисм ташқи босимга қарши бажарилган иш бўлиб, у $P(v^b - v^c)$ га тенг. Демак,

$$q = (u^b - u^c) + P(v^b - v^c). \quad (114.4)$$

Суюқликнинг солиштирма ҳажмини эътиборга олмаймиз ва буғ Клапейрон тенг-ламасига бўйсунди деб ҳисоблаймиз. Бундай яқинлашишда:

$$q = (u^b - u^c) + \frac{RT}{\mu}.$$

Хусусан, бирор белгиланган $T = T_1$ температурада:

$$q_1 = q(T_1) = (u_1^b - u_1^c) + \frac{RT_1}{\mu}.$$

Буғ идеал газ деб ҳисоблангани туфайли буғнинг ички энергияси фақат температурага боғлиқ бўлади, шунинг учун

$$u^b = u_1^b + \int_{T_1}^T c_v^b(T) dT.$$

Агар иситганда суюқликнинг кенгайиш ишн эътиборга олинмаса, у ҳолда

$$u^c = u_1^c + \int_{T_1}^T c^c(T) dT,$$

бунда c^c — ўз тўйинган буғи босими остидаги суюқликнинг солиштирма иссиқлик сифими (у амалда ўзгармас босимдаги суюқликнинг солиштирма иссиқлик сифимига тенг). (T_1, T) температура интервалида c_v^b ва c^c катталиқларни ўзгармас деб ҳисоблаб ва буғ учун Роберт Майернинг $c_v^b + R/\mu = c_p^b$ муносабатидан фойдаланиб

$$q = q_1 + (c^c - c_p^b)T_1 - (c^c - c_c^b)T.$$

Бу қийматни (113.2) формулага қўйиб ва v_2 солиштирма ҳажми эътиборга олмай, ушбуни оламиз:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q_1 + (c^c - c_p^b)T_1}{RT^2} \mu - \frac{c^c - c_p^b}{RT} \mu,$$

интеграллашдан кейин эса:

$$\ln P = -\mu \frac{q_1 + (c^c - c_p^b)T_1}{RT} - \mu \frac{c^c - c_p^b}{R} \ln T + A.$$

Демак,

$$\ln P = A - \frac{B}{T} - C \ln T \quad (114.5)$$

бунда A, B, C — ўзгармас катталиқлар. Бу тенгламани Қирхгоф олган ва экспериментал маълумотларни таҳлил қилиш учун кенг қўлланади.

4. Содда молекуляр — кинетик мулоҳазалар ҳам (114.5) га ўхшаш формулага олиб келади. Суюқлик молекуласига нисбатан буғ молекуласи каттароқ потенциал энергияга эга. Молекулани суюқлик эгаллаган соҳадан буғ эгалланган соҳага ўтказиш учун сарфлаш керак бўлган ишни b билан белгилансин. Больцман формуласи бўйича

$$n = n_0 e^{-\frac{b}{kT}}.$$

бунда n буғ молекулалари концентрацияси, n_0 — суюқлик молекулалари концентрацияси, b катталиқ температурага боғлиқ эмас деб қабул қиламиз. (Фақат шу ҳолда Больцман формуласи қатъиян тўғри.) Бундан ташқари, ички энергия ортирмаси $u^b - u^c$ га нисбатан кенгайиш иши RT/μ ни эътиборга олмаймиз. У ҳолда

$$b = \frac{u^b - u^c}{N} \mu = \frac{q\mu}{N},$$

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu q}{NkT}} = n_0 e^{-\frac{\mu g}{RT}}$$

Тўйинган буғ босими учун

$$P = nkT = n_0 k T e^{-\frac{\mu g}{RT}}$$

ни оламиз, бунда

$$\ln P = -\frac{\mu g}{RT} + \ln T + \text{const}. \quad (114.6)$$

$\ln T$ температуранинг секин ўзгарадиган функциясидир. Агар унн доимий катталиқ билан алмаштирадик, у ҳолда (114.6) формула (114.3) формулага айланади.

МАСАЛАЛАР

1. Ёпиқ идишда $t = 20^\circ\text{C}$ да нисбий намлиги $f = 80\%$ бўлган нам ҳаво бор. Идиш деворида шудринг ўтира бошлаши учун температурасини неча градус пасайтириш керак? Сувнинг 20°C да солиштирма буғланиш иссиқлиги $q = 600$ кал/г. Сув буғини идеал газ деб қаранг.

Ечилиши. Тақрибий баҳолаш учун (114.1) тенгламада dP/dT ҳосилани чекли айирмалар нисбати билан алмаштирамиз:

$$\frac{T_2 - T_1}{P_2 - P_1} = \frac{RT_1^2}{\mu q P_1}$$

бунда P_1 ва P_2 — тўйинган буғнинг T_1 ва T_2 температурадаги босими. Ҳавода буғнинг T_1 температурадаги ва нисбий намлик f бўлгандаги босими fP_1 бўлади, шунинг учун $P_2 = \frac{T_2}{T_1} f P_1$. Бу қийматларни олдинги муносабатга қўйсақ:

$$T_2 - T_1 = \frac{f-1}{\mu q - fRT_1} RT_1^2 = -3,3 \text{ К.}$$

Янада аниқ ечим топиш учун (114.2) формуладан қуйидагини оламиз:

$$\ln \frac{fT_2}{T_1} = \frac{\mu q}{RT_1 T_2} (T_2 - T_1).$$

Сон қийматларини қўйиб ва ўнли логарифмларга ўтиб, бу тенгламани ушбу кўринишга келтирамиз:

$$T_2 - T_1 = 0,124 T_2 \lg \left(\frac{fT_2}{T_1} \right) \quad (\text{A})$$

Тенгламани ечиш учун кетми-кет яқинлашиш методини қўлланамиз. Бундан фойдаланиб, биринчи яқинлашишни топамиз:

$$T_2 - T_1 = 0,124 T_1 \lg f = -3,52 \text{ К.}$$

Бу ифодадан T_2 ни ҳисоблаб ва уни (A) тенгламанинг ўнг томонига қўйиб, иккинчи яқинлашишни топамиз: $T_2 - T_1 = -3,66705 \text{ К.}$ Шундай ишни давом эттириб учинчи яқинлашишни: $T_2 - T_1 = -3,67313 \text{ К,}$ тўртинчи яқинлашишни $T_2 - T_1 = -3,67360 \text{ К}$ ҳосил қиламиз. Учинчи қийматли рақамгача аниқликда $T_2 - T_1 = -3,67 \text{ К}$ бўлади. Демак, dP/dT ҳосилани чекли айирмалар нисбати билан алмаштириш $\sim 10\%$ хатога олиб келади.

2. Қуйидаги жадвалда сув устидаги ва муз устидаги тўйинган буғнинг уч хил температурадаги босими (мм сим. уст. да) қийматлари келтирилган. Бу маълумотлардан фойдаланиб, сувнинг 0°C да музлаш q_{23} солиштирма иссиқлигини ҳисобланг.

	$t, ^\circ\text{C}$	P
Муз	-10	1,950
	0	4,579
Сув	0	4,579
	+10	9,209

Ечилиши. Учланган нуқтада ва $t = 0^\circ\text{C}$ да $P = 1$ атм босимда q_{23}, q_{13} ва q_{12} қийматлари фарқини эътиборга олмасдан, $q_{23} = q_{13} - q_{12}$ ва кейин

$$q_{23} = \frac{RT_0}{\mu \Delta T} \left(T_1 \ln \frac{P_0}{P_{13}} - T_2 \ln \frac{P_{12}}{P_0} \right) \approx 81 \text{ кал/г.}$$

деб ёза оламиз ($T_0 = 273 \text{ К, } T_1 = 263 \text{ К, } T_2 = 283 \text{ К, } P_0, P_{13}, P_{12}$ — шу температураларда тўйинган буғ босими; $\Delta T = T_0 - T_1 = T_2 - T_0$).

3. Ҳавоси сўриб олинган $r = 10$ см радиусли юпқа деворли металл шарга сув солинган. Шардан ташқарида ҳаво босими атмосфера босимига тенг. Агар шар девори чидаш бера оладиган чегаравий таранглик (ундан каттасида шар ёрилиб кетади) $\sigma = 84 \text{ Н/см}$ бўлса, шар девори ёрилиб кетмаслиги учун сувни қандай максимал температурагача иситиш мумкин? Шардаги сув миқдори шунчаки, бу температурада сувнинг ҳаммаси ҳам буғланиб кетмайди, лекин сув ҳажми буғ ҳажмидан кичик.

$$\text{Жавоб и. } \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{R}{\mu q} \ln \left(1 + \frac{2\sigma}{P_0 r} \right), \quad T = 404 \text{ К.}$$

$t = 131^{\circ}\text{C}(T_0 - \text{нормал } P_0 \text{ атмосфера босимида қайнаш температураси}).$

4. Бир назарияга мувофиқ, гейзерлар замин суви билан тўлдирилган ва ер ости иссиқлиги билан иситиладиган катта ер ости ҳовузларидир. Улардан Ер сиртига («тинч» даврда сув билан амалда тамомила тўлган) тор канал орқали буғ чиқади. Ер ости ҳовузида сув қайнай бошлаганида «актив» давр бошланади деб ва гейзердан ташқарига буғ отилиб чиқиши вақтида канал фақат шу буғ билан тўлган деб ҳисоблаб, бир отилиш вақтида гейзер ҳовузи сувнинг қанча қисмини йўқотишини баҳоланг. Қаналнинг чуқурлиги, яъни сув ости ҳовузидан Ер сиртигача масофа $h = 90 \text{ м}$.

$$\text{Ж а в о б и. } \frac{\Delta m}{m} \approx \frac{c(T_{10} - T_1)}{q} \approx 14\%.$$

(c — сувнинг солиштирма иссиқлик сифими, T_1 ва T_{10} — мос равишда сувнинг 1 а 10 атм босим остида қайнаш температураси).

115-§. Тўйинган буғнинг иссиқлик сифими

1. Тўйинган буғ иситилмоқда ва бир вақтнинг ўзида унинг ҳажми (буғ ҳамма вақт тўйинган бўлиб қолаверадиган тарзда) ўзгармоқда, деб фараз қилайлик. Температура dT қадар кўтарилаганида буғга δQ иссиқлик миқдори бериш керак бўлсин. $\delta Q/dT$ нисбатни *тўйинган буғ иссиқлик сифими* дейилади. Агар буғ массаси бир бирликка тенг бўлса, у ҳолда бу c *солиштирма иссиқлик сифими* бўлади; агар буғ бир моль миқдорда олинган бўлса, у ҳолда C *моляр иссиқлик сифими* ҳосил бўлади.

Буғ иситилганда тўйинган бўлиб қолавериши учун, уни бир вақтда сиқиш ҳам керак, чунки тўйинган буғ зичлиги температура билан биргаликда ортади. Сиқиш вақтида эса газ исийди. Уч ҳол бўлиши мумкин. 1) Сиқишда ажраладиган иссиқлик буғ тўйинмаган (ўта қизиган) бўлиб қоладиган даражада катта бўлади ва бу ҳолда буғни тўйинган ҳолатда сақлаш учун иссиқликни ундан олиб кетиб туриш керак. Бу ҳолда c иссиқлик сифими манфий бўлади. 2) Сиқишда ажраладиган иссиқлик, сиқилган буғ ташқаридан унга иссиқлик келтирмаганида ўта тўйинган бўлиб қоладиган даражада кичик. Тўйиниш ҳолатида сақлаш учун буғга иссиқлик келтириб туриш керак. Бу ҳолда буғнинг c иссиқлик сифими мусбат бўлади. 3) Сиқишда ажраладиган иссиқлик қўшимча иссиқлик келтирмасдан ёки олиб кетмасдан буғни тўйинган ҳолатда сақлаш учун тамомила етарли. Бу ҳолда $c = 0$.

2. Энди тўйинган буғнинг солиштирма иссиқлик сифимини ҳисоблайлик. Термодинамиканинг биринчи бош қонунини буғнинг бирлик массаси учун $\delta Q = di^{\circ} - v dP$ кўринишда ёзиш мумкин, бунда i° — буғнинг солиштирма энтальпияси, v — солиштирма ҳажми. Биз бу тенгламани P босим ўзгармас қоладиган процессга қўлланамиз. Бироқ, агар буғни идеал газ деб ҳисоблаш мумкин бўлса, бу ҳолда унинг энтальпияси фақат температурага боғлиқ бўлади U вақтда ҳар қандай квазистатик процесс учун $di^{\circ}/dT = c_p^{\circ}$. Шунинг учун тўйинган буғнинг қидирилаётган иссиқлик сифими учун $c = c_p^{\circ} - v dP/dT$ ифодани оламиз. Буғ ҳамма вақт тўйинган ҳолатда қолаверадиган қилиб иситилаётгани туфайли dP/dT ҳосила (114.1) формула бўйича аниқланади, ундан фойдаланиб, ушбуни оламиз:

$$c = c_p^{\delta} - \frac{q}{T}. \quad (115.1)$$

Классик назарияга мувофиқ, сув буғининг моляр иссиқлик сифими ўзгармас босимда 8 кал/(К·моль), солиштира иссиқлик сифими эса $c_p^{\delta} = 8/18 = 0,444$ кал/(г·К). Сув учун $T = 373$ К да буғланиш иссиқлиги $q = 539$ кал/г. Бу маълумотдан фойдаланиб, (115.1) формула бўйича $c = -1$ кал/(г·К) қийматни оламиз. c иссиқлик сифими манфий. Демак, *тўйинган сув буғи адиабатик кенгайтирилганда у совийди ва ўта тўйинган бўлиб олади.*

3. (115.1) формула буғ ўзини идеал газ каби тутати, яъни у Клапейрон тенгламасига бўйсунди деган фараз асосида келтириб чиқарилди. Бу фараздан фойдаланмай, энди янада аниқ формулани келтириб чиқарамиз. Уни келтириб чиқаришда, яна олдингидек, буғ солиштира ҳажмига нисбатан суюқлик солиштира ҳажмини эътиборга олмаймиз. Олдингидек, буғнинг массаси учун $\delta Q = di^{\delta} - v^{\delta} dP$ деб ёзиш мумкин. Бундан

$$c = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{di^{\delta}}{dT} - v^{\delta} \frac{dP}{dT}.$$

di^{δ}/dT ва dP/dT ҳосилалар иситилиш пайтида буғ ҳамма вақт тўйинган бўлиб қолаверади деган шартга биноан ҳисобланиши керак. Кейинги ҳосила учун унинг (114.1) қийматини қўйгач:

$$c = \frac{di^{\delta}}{dT} - \frac{q}{T}.$$

di^{δ}/dT ҳосилани ҳисоблаш учун

$$q = u^{\delta} - u^c + P(v^{\delta} - v^c) = i^{\delta} - i^c$$

формуладан фойдаланамиз. Бу муносабатни буғ ҳамма вақт тўйинган бўлиб қоладиган процесс учун ёзилганлиги туфайли, унга кирган катталиклар фақат температурага боғлиқ бўлиши мумкин. Уни температура бўйича дифференциаллаб, қуйидаги топилади:

$$\frac{di^{\delta}}{dT} = \frac{dq}{dT} + \frac{di^c}{dT}.$$

Суюқлик учун $di^c = c_p^c dT + v^c dP$, бунда охириги қўшилувчини эътиборга олмаслик мумкин. Бу тақрибда $\frac{di^c}{dT} = c_p^c$, шунинг учун

$$\frac{di^{\delta}}{dT} = c_p^c + \frac{dq}{dT}.$$

Бу катталикни c нинг ифодасига қўямиз ва

$$c = c_p^c - \frac{q}{T} + \frac{dq}{dT} \quad (115.2)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Сув учун $T = 373$ К да $q = 539$ кал/г, $dq/dT = 0,64$ кал/(г·К), $c_p^c = 1,01$ кал/(г·К). Бу қийматлардан фойдаланиб, $c = -1,07$ кал/(г·К) қийматни топамиз, бу эса олдин олинган қийматдан 7% қадар фарқ қилади.

МАСАЛАЛАР

1. Сув ва унинг тўйинган бугидан иборат система энтропиясининг система тамомила тўйинган бугга утганидаги ўзгаришини аниқланг. Системанинг бошланғич температураси T_1 , охири температураси T_2 . Бугнинг бошланғич массаси m_1 , охиригиси m_2 . Сувнинг солиштирма бугланиш иссиқлиги q нинг температурага боғлиқлигини эътиборга олманг. Бугни идеал газ деб қаранг.

Е ч и л и ш и. Суяқликни T_1 температурада квазистатик ва изометрик равишда буглантирамиз. Бу процессда энтропиянинг ўзгариши:

$$\Delta_1 S = \frac{q}{T_1} (m_2 - m_1).$$

Сўнгра, буг ҳамма вақт тўйинган бўлиб қоладиган равишда, бугнинг температурасини квазистатик тарзда ўзгартирамиз. Бу процессда бугга берилиши талаб қилинадиган элементар иссиқлик миқдори:

$$\delta Q = m_2 c dT = m_2 \left(c_p^G - \frac{q}{T} \right) dT.$$

$dS = \delta Q/T$ бўлгани учун, q ни T га боғлиқ эмас деб ҳисоблаб ва интеграллаб, энтропиянинг тегишли ўзгариши учун

$$\Delta_2 S = m_2 \left[c_p^G \ln \frac{T_2}{T_1} + q \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right]$$

ифодани топамиз.

2. Тўйинган бугни идеал газ сифатида қараб унинг солиштирма энтропиясини топинг, бунда q нинг температурага боғлиқлигини эътиборга олманг.

Ж а в о б и. $s = c_p^G \ln T + \frac{q}{T} + \text{const.}$

116-§. Учланма нуқталар. Ҳолат диаграммалари

Энди химиявий бир жинсли модданинг бир-бири билан мувозанатда турган учта фазаси бор деб фараз қилайлик. Қаттиқ фаза, суяқлик ва унинг бугидан иборат система бунга мисол бўла олади. Мувозанат бўлиши учун учта шарт бажарилиши зарур:

$$\begin{aligned} \Phi_1(P, T) &= \Phi_2(P, T), \\ \Phi_2(P, T) &= \Phi_3(P, T), \\ \Phi_3(P, T) &= \Phi_1(P, T). \end{aligned}$$

Биринчи шарт — суяқлик ва унинг буги орасидаги, иккинчи шарт — суяқлик ва қаттиқ фаза орасидаги, учинчи шарт — қаттиқ фаза ва буг орасидаги мувозанат шартларидир. Бу уч шарт бир-бирдан мустақил эмас. Уларнинг ҳар бири қолган иккитасининг натижасидир. (116.1) системанинг биринчи тенгламаси газ ва суяқлик орасида мувозанат эгри чизигини, яъни 12 бугланиш эгри чизигини текисликда тасвирлайди (136-расм). Иккинчи тенглама қаттиқ ва суяқ фазалар орасида 23 мувозанат эгри чизигини тасвирлайди. Уни эриш эгри чизиги дейилади. Эриш эгри чизиги ва бугланиш эгри чизиги *учланма нуқта* деб аталадиган A нуқтада кесишади. 31 *сублимация эгри чизиги*, яъни қаттиқ ва газсимон фазалар орасида мувозанат эгри чизиги ҳам учланма нуқтадан ўтиши керак. Бу бевосита (116.1) нинг учинчи тенгламасидан келиб чиқади. Демак, учала фаза, умуман айтганда, фақат бир нуқтада, худди учланма нуқтада, яъни температура ва босимнинг аниқ

маълум қийматларидагина бир-бири билан мувозанатда бўлиши мумкин.

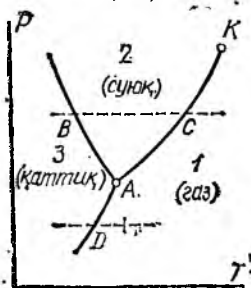
Учланма нуқтада 31 сублимация эгри чизиғи 12 буғланиш эгри чизиғига нисбатан тикроқ кўтарилади. Ҳақиқатда, бу эгри чизиқларнинг оғмалиғи

$$\frac{dP_{12}}{dT} = \frac{q_{12}}{T(v_1 - v_2)}, \quad \frac{dP_{13}}{dT} = \frac{q_{13}}{T(v_1 - v_3)}$$

Клапейрон—Клаузиус тенгламаларидан аниқланади. Бу ифодаларнинг махражлари деярли ўзаро тенг, чунки суyoқ ва қаттиқ фазаларнинг солиштирма ҳажмларини эътиборга олмаслик мумкин. Бундан ташқари, термодинамиканинг биринчи бош қонунига асосан, учланма нуқтада $q_{13} = q_{12} + q_{23}$. Демак, $q_{13} > q_{12}$, шунинг учун эса $\frac{dP_{13}}{dT} > \frac{dP_{12}}{dT}$.

Сув учун учланма нуқта нормал атмосфера босимида эриш нуқтасидан 0,008 °қадар юқорида туради. Учланма нуқтада босим тахминан 4,58 мм сим. уст. ни ташкил этади. Сувнинг учланма нуқтаси Кельвин термодинамик абсолют температуралар шкаласини тузишда, шунингдек, Цельсий амалий халқаро температуралар шкаласини тузишда асосий репер нуқта бўлиб хизмат қилади (4, 6, 31- § га қ.).

2. Буғланиш, эриш ва сублимация эгри чизиқлари TP текисликни 1, 2, 3 соҳага бўлади (136- расмга қ.). 1 соҳадаги ҳар бир



136- расм.

нуқтага модданинг газсимон ҳолати, 2 соҳага — суyoқ ҳолати, 3 соҳага қаттиқ ҳолати мос келади. Кўрсатилган уч мувозанат эгри чизиқлари жойлашган TP текисликни ҳолат диаграммаси дейилади. Ҳолат диаграммаси у ёки бу процесс вақтида қандай фазавий ўзгаришлар юз бериши тўғрисида хулоса чиқариш имконини беради. Масалан, ўзгармас босимда иситилмоқда деб фараз қилайлик. Ҳолат диаграммасида бундай процесс горизонтал тўғри чизиқ билан тасвирланади.

Агар бу тўғри чизиқ учланма нуқтадан юқорида, лекин критик нуқтадан пастда ўтса, бу ҳолда у B нуқтада эриш эгри чизиғини, C нуқтада эса буғланиш эгри чизиғини кесиб ўтади. Демак, қаттиқ жисмни исита борганда у аввал эрийди (B нуқта) кейин эса суyoқлик буғланади (C нуқта). Агар мазкур тўғри чизиқ учланма нуқтадан пастда ўтса, бу ҳолда у фақат сублимация эгри чизиғини бирор D нуқтада кесиб ўтади, бу нуқтада қаттиқ жисмнинг бевосита газсимон ҳолатга ўтиши юз беради. Оралиқ ҳолат бўлмайди. 104- § да (4- пункт) газсимон карбонад ангидридни дросселлаб совитилган ва бевосита қаттиқ ҳолатга ўтказилган тажриба тавсифланган эди. Ҳосил бўлган қаттиқ карбонад ангидрид эримайди, балки бевосита газга айланади (сублимация). Бу ҳодиса куйидагича тушунтирилади. Карбонад ангидриднинг учланма нуқтасидаги босим тажриба ўтказилаётган уйдаги атмосфера босимидан юқори бўлади. Карбонат ангидрид учун учланма нуқтадаги темпе-

ратура —56,6° С, босим эса 4,8 атм га тенг. Шунинг учун атмосфера босими шароитида карбонат ангидрид суюқ ҳолатда туролмайди. Бунинг учун босимни ошириш талаб қилинади.

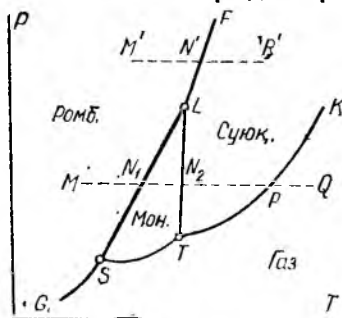
3. Энди химиявий бир жинсли модданинг тўрт ва ундан ортиқроқ сондаги фазалари бир вақтда мавжуд бўлиши мумкинлиги ҳақидаги масалани қўяйлик. Мувоzanат бўлиши учун (116.1) типидagi олтига тенглама ўринли бўлиши керак, ammo улардан фақат учтаси мустақил бўлади. Бу масала геометрик жиҳатдан

$$\begin{aligned} \Phi_1(P, T) &= \Phi_2(P, T), \\ \Phi_2(P, T) &= \Phi_3(P, T), \\ \Phi_3(P, T) &= \Phi_1(P, T) \end{aligned}$$

кўринишидаги тенгламалар билан ифодаланадиган учта фаза мувоzanати эгри чизиғининг умумий кесишиш нуқтасини топишга келтирилади. Лекин учта эгри чизиқ, умуман айтганда, бир нуқтада эмас, балки уч нуқтада кесишади. Бир нуқтада кесишиши истисно ҳол бўлиб, уни амалда ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Бунинг физик маъноси қуйидагича: *химиявий бир жинсли модданинг тўрт ва ундан ортиқ сондаги фазалари ҳеч қандай босим ва температурада ўзаро мувоzanатда тура олмайди. Бир-бири билан мувоzanатда тура оладиган фазаларнинг максимал сони учдан ортиқ бўла олмайди.*

4. Агар химиявий бир жинсли модданинг мумкин бўлган барча температура ва босим қийматларидаги фазалари сони учдан ортиқ бўлса, у ҳолда системанинг барча мувоzanат ҳолатларини аввалгидек ҳолат диаграммаси деб аталадиган TP текисликда тасвирлаш мумкин. TP текислик бир қанча соҳаларга бўлинади. TP текисликнинг соҳа чегарасида ётмаган ҳар бир нуқтаги модданинг бир фазали ҳолатини тасвирлайди. Ҳар бири икки фазанинг мувоzanат эгри чизиғи бўлган эгри чизиқлар бўйлаб соҳалар ўзаро чегарадош бўлади. Мувоzanат эгри чизиғида ётган ҳар қандай нуқта модданинг икки фазали ҳолатини тасвирлайди, ammo бу ҳолатда фазалар ўзаро ҳар қандай пропорцияда бўлиши мумкин. Фазалар мувоzanати эгри чизиқлари бошқа-бошқа учта нуқтада кесишиши мумкин. Бу нуқталар — учта бир-бири билан чегарадош фаза мувоzanатда турадиган учланма нуқталардир.

Ҳолат диаграммасида температура ва босимнинг қандай қийматларида модданинг қандай мувоzanатли ҳолатларда тура олиши ҳамда у ёки бу процесс давомида модданинг қачон ва қандай фазавий ўзгаришларга дуч келиши яққол кўришиб турибди. Мисол тариқасида 137-расмда олтин-гургуртнинг соддалаштирилган ҳолат диаграммаси тасвирланган. Олтин-гургурт икки хил кристалл модификацияда — моноклин ва ромбик модификацияда мавжуд бў-



137-расм.

лиши мумкин. Шу боисдан ҳолат диаграммасида учта учланма нуқта бор: булар S , T , L нуқталардир. Моноклин модификация соҳаси STL учбурчак билан чегараланган. Ромбик модификация соҳаси $GSLF$ эгри чизиқдан юқорида ётади. Уй температураси ва нормал босимда, олтингургурт ромбик кристалларини олиб, босимни ўзгармас сақлаб, уларни қиздираемиз. Бу процессни MN_1N_2Q горизонтал тўғри чизиқ тасвирлайди. Бу тўғри чизиқ икки хил кристалл модификация мувозанати эгри чизиғини кесиб ўтган N_1 нуқтада ромбик кристаллар моноклин кристалларга айланади (атмосфера босимида N_1 нуқтага $95,5^\circ\text{C}$ температура мос қелади). N_2 нуқтада ($119,2^\circ\text{C}$ температурада) моноклин кристаллар эрийди. P нуқтада ($444,60^\circ\text{C}$ температурада) суюқ олтингургурт қайнайди. Моддани совитганда бу ўзгаришлар тескари тартибда юз беради. Агар ромбик кристалларни L учланма нуқтадагидан (1200 атм) юқори босимдаги M' ҳолатда олинса, у ҳолда $M'N'$ изобара L нуқтадан юқорида ўтади. Шунинг учун ромбик кристалларнинг моноклин кристалларга айланиши юз бермайди. Ромбик кристаллар N' нуқтада тўғридан-тўғри эрийди.

5. Бу параграфни қуйидаги изоҳ билан тугаллаймиз. Кўриб ўтганимиздек, буғланиш эгри чизиғи критик нуқтада тугалланади. Фақат шу туфайли модданинг суюқ ҳолатдан газсимон ҳолатга (ва аксинча) узлуксиз ўтиши, яъни фазовий ўзгаришларсиз бўладиган ўтиш мумкин бўлади. Бу ўтиш — газ ва суюқлик орасидаги фарқнинг соф *миқдорий* фарқ бўлиши билан боғлиқдир. Газ ва суюқлик фақат молекулалараро таъсирнинг каттароқ роль ўйнаши билан бир-биридан фарқ қилади. Лекин бу иккала ҳолат *изотроп* ва ички тузилишнинг *бир хил симметрияси* билан характерланади. Кристалл ва суюқ (газсимон) фазалар орасидаги ёки икки-та турли кристалл фазалар орасидаги фарқ бутунлай бошқача характерлидир. Бу фазалар фақат *миқдорий жиҳатдан* эмас, балки *сифат жиҳатдан*, яъни *ички тузилиш симметрияси* жиҳатидан ҳам бир-биридан фарқ қилади. Ҳар қандай симметрия хоссаси ҳақида у бор ёки йўқ маъносида сўзлаш мумкин. У ёки бу симметрия хоссаси фақат бирдан, узлуксиз эмас, балки сакраш билан пайдо бўлиши ёки йўқ бўлиши мумкин. Ҳар бир ҳолатда жисм ё бир, ё бошқа симметрияга эга бўла олади, шунинг учун унинг икки фазадан қайсисига тегишли эканини кўрсатиш мумкин. Шунинг учун бундай фазалар мувозанат эгри чизиғи яккаланган (критик) нуқтада тугалланиши мумкин эмас. Бу эгри чизиқ бошқа мувозанат эгри чизиғи билан кесишиш нуқтасида тугалланиши ёки чексизликка кетиши мумкин. •

МАСАЛА

Учланма нуқтада (137-расм)

$$(v_1 - v_2) \frac{dP_{12}}{dT} + (v_2 - v_3) \frac{dP_{23}}{dT} + (v_3 - v_1) \frac{dP_{31}}{dT} = 0$$

муносабат ўрили бўлишини исботлаиғ.

1. Идишда суюқликни ўзгармас ташқи босимда иситилса, у ҳолда буғ ҳосил бўлиши аввал осойишта характерли бўлади. Бу суюқликнинг фақат сиртидан ҳосил бўлади. Бундай буғ ҳосил бўлиш процессини *буғланиш* дейилади. Қайнаш температураси деб аталадиган маълум температурга етганда буғ фақат суюқликнинг эркин сиртидан эмас, балки унинг ичидан ҳам ҳосил бўла бошлайди. Суюқлик ичида буғ пуфаклари пайдо бўлиб, катталашади ва сиртга кўтарилади, ўз кетидан суюқликнинг ўзини ҳам эргаштиради. Буғ ҳосил бўлиш процесси шиддатли, нотинч характер олади. Бу ҳодисани *қайнаш* дейилади.

Моҳияти бўйича қайнаш — буғланишнинг махсус кўринишидир. Гап шундаки, суюқлик ҳеч қачон физик жиҳатдан бир жинсли бўлмайди. Унда ҳамма вақт ҳаво ёки бошқа газлар пуфакчалари бўлади, кўпинча улар оддий кўз билан кўриб бўлмас даражада кичик бўлади. Ҳар бир пуфакчанинг сиртида суюқлик буғланиши ва буғ конденсацияланиши бўлиб туради. бунда динамик мувозанат ҳолати ўрнашганида бу икки қарама-қарши йўналишли процесслар бир-бирини компенсациялайди. Механик мувозанат ҳолатида пуфакча ичидаги ҳаво ва буғ босимлари йиғиндиси пуфакча ташқарисидаги босимга тенг бўлиши керак. Ташқи босим атмосфера босими билан атрофдаги суюқликнинг гидростатик босимлари йиғиндисидан иборат. Агар суюқликни тўйинган буғ босими пуфакча ташқарисидаги босимдан ортиб кетадиган температурагача иситилса, у ҳолда пуфакча унинг ички сиртидан суюқлик буғланиши ҳисобига ўса бошлайди ва Архимед кўтариш кучи таъсири остида юқорига кўтарила бошлайди. Суюқлик билан ҳаво пуфакчаларидан иборат икки фазали система механик жиҳатдан нотурғун бўлиб қолади ва қайнаш процесси бошланади. Тўйинган буғ босими мазкур баландликда атмосфера босими ва гидростатик босим йиғиндисига тенг бўладиган температура турғунлик чегарасини аниқлайди. Бу — қайнаш температураси бўлади.

2. Ҳар қандай модда учун тайинли катталиқ бўлган учланма нуқта температурасидан фарқли равишда, суюқликнинг қайнаш температураси ташқи босимга боғлиқ бўлади. Ташқи босим ортганда у кўтарилади, камайганда — пасаяди. Масалан, сувни уй температурасида қайнатиш мумкин. Буни намойиш қилиш учун, водопровод суви билан тўлатилган шиша колбани ҳаво насоси қалпоғи остига жойланади. Ҳаво сурила бошлаганда сув сиртига бўлган босим пасая боради ва маълум сийракланиш даражасига эришилганда сув қайнай бошлайди. Суюқликнинг буғга айланиши учун зарур бўлган иссиқлик унинг ўзидан олинади, шунинг учун у совийди. Сўриб олиш узоқ давом эттирилганда сув музлаб қолиши мумкин. Сувнинг музлаш процессини тезлаштириш учун буғланиш юз берадиган эркин сиртни катта қилиш мақсадида сувни саёз тарелкачага солинади. Шу мақсадда ҳаво насоси қалпоғи остига сув буғини ютувчи олтингугурт кислотасининг кучли эритмаси жойланади. Насос бир-икки минут ишлагандан сўнг тарелкачадаги сув музлайди.

Ташқи босим камайганида суюқликнинг қайнаш температураси пасайишини ҳаво насосисиз ҳам намойиш қилиш мумкин. Туби доиравий шаклли бўлган ўртача колба олиб, уни водопровод суви билан ярмисигача тўлатамиз. Ҳосил бўлган сув буғи колбадан ҳавони сиқиб чиқариши учун колбадаги сув тахминан 15 минут давомида қайнатиради. Кейин колбани олиб, буғзига каучук пуқак тезда тиқилади, колба тубини юқорига қилиб тўнтарилади ва ҳалқасимон тагликка жойланади. Агар колбанинг устидан совуқ сув қуйилса, у ҳолда сув буғининг бир қисми суюқликка айланади, сув сиртидаги босим камаяди ва у қайнай бошлайди.

3. Баён қилинганлардан, фақат суюқлик ичида газ пуфакчалари бўлганидагина қайнаш юз бериши мумкинлиги келиб чиқади. Агар бундай пуфакчалар бўлмаса, яъни суюқлик физик жиҳатдан тамомила бир жинсли бўлса, у ҳолда суюқлик ичида буғ ҳосил бўлиши, яъни қайнаш мумкин бўлмайди. Бундай суюқликни қайнаш температурасидан юқори температурагача иситиш мумкин. Мазкур босимда қайнаш температурасидан юқори температурали физик жиҳатдан бир жинсли суюқликни *ўта исиган суюқлик* дейилади. Бошқача айтиш ҳам мумкин. *Ўта исиган суюқлик* деб берилган температурада ўз тўйинган буғи босимидан паст босим остида турган суюқликка айтилади. Ван-дер-Ваальс изотермасида (133-расмга қ.) *ўта исиган суюқлик LB* участканинг нуқталари билан тасвирланади, чунки бу участкада суюқлик босими *LCG* изобара — изотермадаги босимдан паст, бу ерда босим тўйинган буғ босимига тенг бўлади. *Ўта исиган суюқлик метастабил* ёки нотурғун бўлади. Турғунроқ буғсимон фазанинг кўпайиш марказлари пайдо бўлганига қадар *ўта исиган суюқлик* физик жиҳатдан бир жинсли жисм сифатида мавжуд бўлиши мумкин. Аммо бундай марказлар (масалан, ҳаво пуфакчалари) мавжуд бўлганида *ўта исиган суюқлик* нотурғун бўлиб қолади ва мазкур температурада турғунроқ бўлган ҳолатга ўтади — буғга айланади.

Масалан, *ўта исиган сувни* силлиқ деворли кварц колбада ҳосил қилиш мумкин. Колбани аввал олтингургурт, азот ёки бирор бошқа кислота билан, кейин эса дистилланган сув билан тозалаб ювилади. Ювилган колбага дистилланган сув солинади. Сувни узоқ вақт қайнатиш йўли билан унда эриган ҳаво ҳайдаб чиқарилади. Бундан кейин колбадаги сувни газ горелкасида қайнаш температурасидан анча юқори температурагача иситиш мумкин, аммо у қайнамайди, балки фақат эркин сиртидан кучли буғланади. Фақат аҳён-аҳёнда колба тубида буғ пуфакчаси ҳосил бўлиб, тез катталашади, тубдан ажралиб суюқлик сиртига кўтарилади, бунда унинг ўлчами кўтарилиш вақтида кучли ортади. Кейин сув узоқ вақт тинч қолади. Агар шундай сувга газсимон фазанинг кўпайиш марказлари киритилса, масалан, бир чимдим чой ташланса, бу ҳолда у шарақлаб қайнай бошлайди, унинг температураси эса қайнаш температурасигача тез пасаяди. Бу ёрқин тажриба портлаш характерида бўлади. Тажриба муваффақиятли бўлиши учун колба девори силлиқ бўлиши керак. Ҳар қандай гадир-будирлар ва учли четлар газсимон фаза кўпайиш марказлари ҳосил бўлишига ёрдамлашади. Улардан узлуксиз равишда буғ пуфакчалари ажралиб

сув сиртига кўтарилиб туради—сув колбанинг тубидан ёки деворидан қайнайди, уни ўта иситиш қийин ва ҳатто бутунлай мумкин бўлмайди.

Аммо қуйидаги савол пайдо бўлади. Сувни унда эриган ҳаводан ҳар қанча тозаланмасин, ҳаво қандайдир озроқ миқдорда майда пуфакчалар кўринишида ҳамма вақт қолади. Агар ҳатто сувни унда эриган газлардан тамомила тозаланса, бу ҳолда сувда флукуацион келиб чиқишга эга буғ пуфакчалари ҳар тугул пайдо бўлиши мумкин. Нима учун бундай ҳолда ҳам сувни ўта иситиш мумкин? Бу саволга келгуси икки параграфда жавоб берилади.

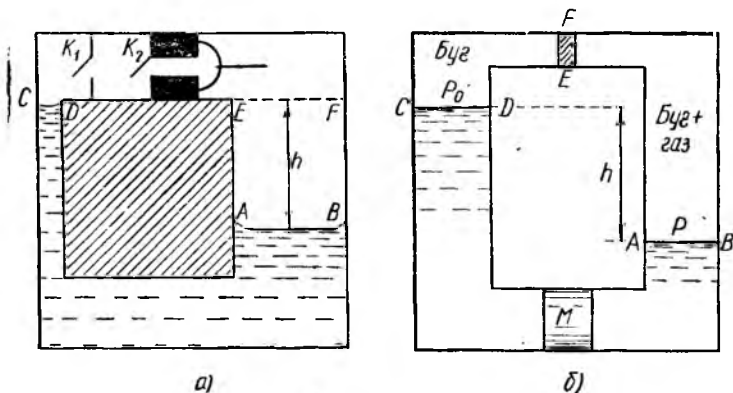
МАСАЛА

Стаканга 10 см баландликкача сув тўлдирилган. Унинг тубига бир учи қавшарланган ва ҳаво тўлдирилган капилляр трубкалар жойлаштирилган. Сув қайнаган вақтда капиллярларнинг очиқ учидан буғ пуфакчалари ҳосил бўлади, пуфакчалар диаметри узилиш пайтида 0,2 мм га тенг. Агар атмосфера босими 760 мм сим. уст. га тенг бўлса, қайнаш вақтида идиш тубидаги сув температураси қанча бўлади? Қайнаётган сувнинг сирт таранглиги 57 дина/см, 100°C яқинида температура 1 градус кўтарилганида сув буғи эластиклиги 2,7 см сим. уст. қадар ошади.

Жавоби. 100,59°C.

118-§. Тўйинган буғ босимининг суюқлик сирти эгрилигига боғлиқлиги

1. Туташ идишларда суюқлик бор деб фараз қиламиз. Битта идиш тор, иккинчиси эса кенг (138-а расм.). Кенг идишдаги суюқликнинг AB сиртини ясси деб ҳисоблаш мумкин. Агар суюқлик идиш деворини ҳўлласса, тор идишдаги суюқлик кўтарилади, акс ҳолда эса — у пасайди. Суюқлик деворни ҳўллайди деган фараз асосида мулоҳаза юритамиз. Ҳўлланмаслик ҳоли ҳам худди шу тарзда қаралиши мумкин. Бу икки идишни юқоридан цилиндрик трубка ёрдамида туташтирамиз. Кейин бу системани унинг температурасини ўзгармас тутиб турадиган термостатга жойлаймиз.



138- расм.

Мувозанат ҳолатида тўйинган буғнинг бир хил баландликдаги босими бир хил бўлиши керак. Агар бундай бўлмаганида эди, босимлар фарқи таъсири остида буғ ҳаракатга келар эди ва бундан иккинчи тур перпетуум мобиле қуриш учун фойдаланиш мумкин бўлар эди. Ҳақиқатан, масалан, суюқликнинг CD ботиқ сирти устида тўйинган буғ босими шу сатҳда турган EF горизонтал текислик устидаги босимдан катта деб фараз қиламиз. 138-а расмдан равшан кўриниб турган мосламадан фойдаланамиз. Бошланғич пайтда K_1 клапан очиқ, K_2 клапан ёпиқ бўлсин. Фаразимизга асосан, поршенга чапдан таъсир қиладиган босим ўнгдан таъсир этувчи босимга нисбатан катта. Бу босимлар айирмаси таъсири остида поршень ўнг томонга силжийди ва унга иш бажартириш, масалан, юкни кўтартириш мумкин. Поршень энг четки ўнг вазиятга етганда K_1 клапанни ёпиб, K_2 клапанни очамиз. Поршеннинг икки томонида буғ босимлари тенглашиши мувозанатсиз процесси юз беради. Бу процесс тамом бўлгач, K_2 клапани очиқ бўлган поршенни бошланғич вазиятга қайтарамиз. Поршеннинг икки томонида босимлар бир хил бўлгани учун бунга қўшимча иш талаб қилинмайди. Сўнгра K_2 клапанни ёпиб, K_1 клапанни очамиз. Мувозанат ўрнашгандан кейин бутун система бошланғич ҳолатга қайтади. Тавсифланган циклик процесснинг натижаси — системанинг термостатдан олинган иссиқлик ҳисобига бажарган мусбат ишидир. Аммо бу процесс термодинамиканинг иккинчи бош қонунига зид бўлган Томсон — Планк процессидир. Ҳосил бўлган зиддият тўйинган буғнинг CD ботиқ сирт устидаги босими EF текислик сатҳидаги босимдан катта бўла олмаслигини исботлайди. Агар CD сирт устидаги буғ босими EF текислик устидаги босимдан кичик деб фараз қилганимизда ҳам термодинамиканинг иккинчи қонунига зид натижага келар эдик. Бинобарин, иккала босим бир хил бўлиши керак.

Оғирлик кучи таъсири туфайли EF текислик сатҳида буғ босими, бинобарин, унга тенг бўлган суюқликнинг CD сирти устидаги P босим суюқликнинг ясси AB сирти устидаги P_0 буғ босимидан кичик бўлади. Албатта, идиш девори тўйинган буғ босими катталигига ўзича таъсир қила олмайди. Тўйинган буғ босими ўзгаришининг бевосита сабаби — суюқлик сиртининг эгриланишидир. Бинобарин, биз қуйидаги хулосага келамиз: *суюқликнинг ботиқ сирти устидаги тўйинган буғ босими ясси сирт устидаги босимдан кичик бўлиши керак. Худди шундай мулоҳаза юритиб, суюқликнинг қавариқ сирти устидаги тўйинган буғ босими ясси сирт устидаги босимдан катта бўлишини топамиз.*

2. Босимлар айирмаси $P_0 - P = \rho_0 gh$ орқали ифодаланади, бунда ρ_0 — буғнинг зичлиги, h — туташ идишлардаги суюқлик сатҳлари айирмаси. Бунда биз баландлик ўзгарганида буғ зичлигининг ўзгаришини эътиборга олмадик. Зичлик ўрнига буғнинг солиштирма ҳажмини киритиб, қуйидагини оламиз:

$$P = P_0 - \frac{gh}{v_0}. \quad (118.1)$$

Энди h катталикини топиш қолди. CD сирт остидаги суюқлик ичида босимни P' билан белгилаймиз. $У$ ҳолда

$$P_0 - P' = \rho_c gh = gh/v_c,$$

бунда ρ_c ва v_c — суюқликнинг зичлиги ва солиштирма ҳажми. Лаплас формуласига биноан $P' - P = \delta K$, бунда K катталиқ CD сиртнинг эгрилиги. У қавариқ сирт учун мусбат, ботиқ сирт учун манфий деб ҳисобланади. P' ни йўқотиб

$$gh = v_c(P_0 - P - \delta K) \quad (118.2)$$

ифодани топамиз. Бу қийматларни (118.1) га қўйиб,

$$P = P_0 + \frac{v_c}{v_0 - v_c} \sigma K \quad (118.3)$$

формулани оламиз. Буни *Вильям Томсон формуласи* дейилади. У фақат R_1 ва R_2 эгрилик радиуслари бир хил ишорали бўлган ҳол учун (яъни қавариқ ва ботиқ сиртлар учун) эмас. Балки бу ишоралар турли бўлган ҳол учун ҳам тўғридир. Исбот учун мулоҳазамизда бир жинсли деворли тор идиш ўрнига деворлари турли (суюқ ҳўллайдиган ва ҳўлламайдиган) материаллардан қилинган идиш олиш кифоя.

3. Эгрилик жуда катта бўлганида буғ зичлигининг баландлик бўйича ўзгаришини эътиборга олиш керак. Бу ҳолда (118.1) формула ўрнида

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}} \quad (118.4)$$

барометрик формуладан фойдаланиш керак. Бироқ суюқлик зичлигининг баландлик бўйича ўзгаришини олдингидек эътиборга олмаслик мумкин. Шунинг учун (118.2) ва (118.4) дан gh ни йўқотиб, қуйидагини оламиз:

$$\ln \frac{P_0}{P} = \frac{\mu v_c}{RT} (P_0 - P - \sigma K). \quad (118.5)$$

Агар $|P - P_0| \ll P_0$ бўлса, у ҳолда (118.5) соддароқ (118.3) формулага айланади. Агар яна $v_0 = RT/(\mu P)$ муносабатдан фойдаланилса, $|x| \ll 1$ бўлганда $\ln(1+x) = x$ [формула ёрдамида бунга ишониш осон.

Бошқа бир чегаравий ҳолда, яъни

$$|\sigma K| \gg |P - P_0|, \quad (118.6)$$

$$\frac{\mu v_c}{RT} |P - P_0| \ll 1 \quad (118.7)$$

шартлар бажариладиган ҳолда (118.5) формула

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu v_c}{RT} \sigma K} \quad (118.8)$$

га айланади.

Мисол учун 20°C температурадаги $R = 10^{-5}$ см радиусли сферик сув томчиси (туман томчиси) сирти устида тўйинган сув буғи босимини ҳисоблаймиз.

Бундай температурада сув учун $\sigma = 72,7$ дина/см, $\rho_0 = 1,002$ см³/г, $P_0 = 17,5$ мм сим. уст. $= 2,34 \cdot 10^4$ дина/см². Сув буги солиштирма ҳажми учун $v_6 = RT/(\rho P_0) = 5,77 \cdot 10^4$ см³/г қийматни оламиз. Томчининг эгрилиги $K = 2/R = 2 \cdot 10^5$ см⁻¹. Бу маълумотни (118.3) формулага қўйсақ,

$$P - P_0 = 252 \text{ дина/см}^2 \approx 0,19 \text{ мм сим. уст.}$$

$|P - P_0| \ll P_0$ шарт мазкур ҳолда яхши бажарилади, бу эса (118.3) формуланинг татбиқланиши тўғриллигини билдиради. Демак, туман томчиси сирти устида тўйинган буг босими яси сирт устидаги босимдан $\sim 1\%$ ортиқ.

Энди $R = 10^{-7}$ см радиусли сув томчисини қарайлик. Бу томчи учун (118.3) формулани татбиқ қилиб бўлмайди, бунда (118.8) формуладан фойдаланиш керак. У $P/P_0 \approx 2,9$ ни беради. Қавариқ сирт устида босим яси сирт устидаги мос босимдан тахминан уч марта ортиқ. Дарвоқе, бу ҳисоблашни баҳолаш сифатида қараш керак. чунки томчининг радиуси худди молекуляр кучлар таъсири радиуси тартибидadır. Бундай шароитда σ сирт таранглигининг сирт эгрилигига боғланишини ҳисобга олиш керак бўлар эди, буни биз қилмадик.

4. Баён қилинган методни бу параграфда таҳлил қилинган масалага ўхшаш масалаларни ечиш учун қўлланиш ҳам мумкин. Масалан, суюқлик сирти қандайдир нейтрал газнинг Π босими остида турибди деб фараз қилайлик. Суюқликнинг тўйинган буги P босимнинг Π катталиққа боғланишини текширамиз. Бу мақсадда 138-б расмда тасвирланган туташ идишларни оламиз. EF тўсиқ буг молекулаларини эркин ўтказадиган, лекин нейтрал газ молекулаларини ўтказмайдиган бўлсин. M поршень ўнгга ва чапга эркин ҳаракат қила олади. У чапдаги идишда эриган газнинг ўнгдаги идишга ўтишига имкон бермайди. Бутун бу системани температураси ўзгармайдиган термостатга жойланган. Агар EF тўсиқнинг турли томонида тўйинган буг босими турли бўлганида, у ҳолда иккинчи жинсли перпетуум мобилени амалга ошириш мумкин бўлар эди. Олдингидек муҳолага юритиб,

$$\Pi + P - P_0 = \frac{gh}{v_c}, \quad P - P_0 = \frac{gh}{kv_c}$$

деб ёзиш мумкин, бунда P_0 — тўйинган бугнинг CD суюқлик сирти устидаги босими, P — Π босим таъсиридаги AB сирт устидаги босими. gh ни йўқотиб ушбунни оламиз:

$$P = P_0 + \frac{v_c}{v_6 - v_c} \Pi.$$

Бу формула (118.3) формулага тамомила ўхшашдир. Агар уни чиқаришда барометрик формуладан фойдаланилса, у ҳолда (118.5) типдаги ифода ҳосил бўлади. Π ташқи босим ортиши билан тўйинган буг босимининг ортишини қуйидаги тарзда тушунтириш мумкин. Π органида суюқликнинг қарши босими ортади, у билан бирга суюқлик сиртига урилувчи суюқлик молекулалари сони ҳам ортади. Демак, суюқликдан бугга ўтувчи молекулалар сони ҳам ортиши керак.

МАСАЛАЛАР

1. Туман $R = 0,0005$ мм радиусли сув томчиларидан иборат. 10°C температурали атроф-муҳитдаги сув буги қандай даражада ўта тўйинган бўлганида сув томчиларини буг билан мувозанатда бўлади? 10°C да фазони тўйинтирувчи буг эластлиги $9,2$ мм сим. уст. га тенг. Сирт таранглик $\sigma = 70$ дина/см.

Жавоби. $P - P_0 = \frac{\rho_6 \sigma}{\rho_c R} = 0,02$ мм сим. уст.

2. $r = 2$ мм радиусли сув томчиси $t = 20^\circ\text{C}$ температурали тўйинган сув буги атмосферасида турибди. Бошланғич вақт momentiда томчининг сиртидан бир секундда қанча молекула бугланади? Тўйинган сув буги зичлиги 20°C да $\rho = 1,7 \cdot 10^{-5}$ г/см³, сирт таранглик $\sigma = 72,5$ дина/см.

Жавоби. $n = 4\pi r^2 N \frac{\rho_6}{\rho_c} \sqrt{\frac{2}{4\pi RT}} = 2,2 \cdot 10^{15}$ молекула/с. (N — Авогадро

сон, μ — сувнинг молекуляр оғирлиги. Биз суюқлик зичлигига исбатан бу зичлигини эътиборга олмадик).

3. Бошланғич радиуси $a_0 = 1$ мм бўлган сферик сув томчисининг $f = 40\%$ исбий намликка эга бўлган ҳавода $t = 20^\circ\text{C}$ температурада буғланиш вақтини аниқланг. Бу температурада ясси сирт устида тўйинган сув буғининг зичлиги $\rho_{\text{тўй}} = 1,7 \cdot 10^{-5}$ г/см³, буғнинг диффузия коэффициентини $D = 0,22$ см²/с.

Е ч и л и ш и. Томчи сирти билан коицентрик бўлган r радиусли сферик сирт орқали ҳар секундда диффузияланаётган буғ массаси $m = -D \cdot 4\pi r^2 dp/dr$, бунда ρ — буғнинг зичлиги. Агар процесс стационар бўлса, у ҳолда бу (m) катталик r радиусга боғлиқ бўлмайди. Бу $r^2 dp/dr = -A$ тенгламага олиб келади, бунда $A = m/(4\pi D)$. Интеграллашдан сўнг $\rho = A/r + \rho_\infty$ ни оламиз, бунда ρ_∞ томчидан чексиз масофада буғ зичлиги. A катталикни $r = a$ бўлганда (a — вақт бўйича ўзгарувчи томчи радиуси) буғ тўйинган бўлиши керакли шартдан топамиз. Бундан

$$\rho = (\rho_{\text{тўй}} - \rho_\infty) \frac{a}{r} + \rho_\infty, \quad (118.9)$$

$$m = 4\pi Da(\rho_{\text{тўй}} - \rho_\infty). \quad (118.10)$$

Охирги ифодани $m = -\frac{4\pi}{3} \rho_c \frac{da^3}{dt}$ га қўйсак, у

$$a \frac{da}{dt} = -\frac{D}{\rho_c} (\rho_{\text{тўй}} - \rho_\infty)$$

тенгламага айланади. $\rho_{\text{тўй}}$ нинг томчи сирти эгрилигига боғланишини эътиборга олмай, интеграллашдан сўнг ушбуни топамиз.

$$a^2 = -\frac{2D(\rho_{\text{тўй}} - \rho_\infty)}{\rho_c} t + a_0^2. \quad (118.11)$$

Томчи

$$t = \frac{\rho_c a_0^2}{2D(\rho_{\text{тўй}} - \rho_\infty)} = \frac{\rho_c a}{2D(1-f)\rho_{\text{тўй}}} \approx 37 \text{ мин.}$$

вақт давомида йўқолиб кетади.

4. Ҳаво сув буғи билан тўйинган деб фараз қилиб, бошланғич радиуси $a_0 = 0,1$ мм бўлган томчи учун олдинги масалани ечинг.

Е ч и л и ш и. (118.10) формулага буғ зичлиги ўрига унинг босимини киритиб, қуйидаги ифодани оламиз:

$$m = \frac{4\pi Da\mu}{RT} [P_{\text{тўй}}(a) - P_\infty].$$

(118.3) Томсон формуласи бўйича (агар унинг махражидаги v_c ни ташлаб юборсак): $P_{\text{тўй}} - P_\infty = \frac{2\sigma \rho_c}{a} = \frac{2\sigma \rho_\infty}{a \rho_c}$.

Бундан:

$$m = \frac{8\pi D\mu\sigma\rho_\infty}{RT\rho_c}$$

m катталик томчи радиусига боғлиқ эмас, шунинг учун

$$t = \frac{\frac{4\pi}{3} \rho_c a_0^2}{m} = \frac{RT\rho_c^2 a_0^3}{6D\mu\sigma\rho_\infty} \approx 225 \text{ соат.}$$

1. Энди суюқликда ҳатто бирор газ ёки суюқликнинг ўзи буғ бўлган ҳолда ҳам нима учун суюқликни ўта иситиш мумкин эканлигини тушуниш осон. Ўта иситиш учун фақат пуфакчаларнинг етарлича кичик бўлиши зарур. Пуфакча ичида тўйинган буғ босими ўша температурали ясси сирт устидаги буғнинг тегишли босимидан анча паст бўладиган даражада пуфакча кичик деб фараз қиламиз. Агар пуфакча буғдан иборат бўлса, бу ҳолда уни атрофдаги суюқликнинг гидростатик босими қисиб қўяди ва ҳатто суюқлик температураси қайнаш температурасидан анча юқори бўлганда ҳам пуфакча йўқолади. Агар пуфакча газдан иборат бўлса, бу ҳолда ўша сабабдан унинг ҳажми суюқлик буғланиши ҳисобига катталаша олмайди. Бундан жуда кичик пуфакчалар буғсимон фазанинг кўпайиш марказлари вазифасини бажара олмайди, деган хулоса чиқади. Суюқликнинг мазкур температурада қайнай бошлаши учун пуфакчаларнинг ўлчами маълум чегаравий қийматдан кичик бўлмаслиги зарур.

2. Ўта тўйинган буғ ҳолида ҳам аҳвол худди шундай бўлади. Бу ҳам модданинг метастабил ҳолатидир. Ван-дер-Ваальс изотермасида унга AG участка мос келади (133- расмга қ.). Ўта тўйинган буғнинг P босими ўша температурадаги тўйинган буғ босимидан катта. Ўта тўйинган буғда суюқлик томчилари ҳосил бўлган (масалан, иссиқлик флукутуациялари натижасида) деб фараз қилайлик. Агар уларнинг ўлчами маълум чегаравий қийматдан кичик бўлса, бу ҳолда томчилар буғланиб кетади. Ҳақиқатан, суюқлик томчиси билан мувозанатда турган буғнинг босими томчининг радиуси қанча кичик бўлса, ўшанча катта бўлади. Агар бу босим P дан катта бўлса, у ҳолда томчи буғлана бошлайди ва охирида йўқ бўлади. Бундай кичик томчилар конденсация марказлари вазифасини бажара олмайди. Агар суюқлик устида буғнинг мувозанатли босими атрофдаги ўта тўйинган буғ босимидан кичик бўлса, бу ҳолда томчи катталашади, бинобарин, буғ суюқликка айланади (конденсацияланади). Бу хулоса етарлича катта томчилар учун тўғри бўлади. Ўта тўйинган буғда чанг ёки бошқа майда зарралар бўлиши конденсацияга ёрдамлашади. Ҳамма гап шундаки, чанг заррасида ҳосил бўлган суюқлик томчиси сферик шаклга эга бўлмайди. Унинг шакли чанг заррасининг шакли ва ўлчамига боғлиқдир. Шу туфайли томчи сирти эгрилиги (томчи ҳатто жуда кичик ўлчамли бўлганида ҳам) кичик бўлади. Бундай томчилар эффектив конденсация марказлари бўла олади.

Янада эффективроқ конденсация марказлари бўлиб электр зарядли зарралар ёки ионлар хизмат қилади. Электр ўтказувчан шар электр билан зарядланганда электр зарядлари бир-биридан итаришишиб, унинг сиртида жойлашиб олади. Лекин улар сиртда туриб, итаришишда давом этади. Демак, сиртдаги зарядларга шар ташқарисига йўналган кучлар таъсир қилади. Электр ҳодисалари тўғрисидаги таълимотда кўрсатилганидек (агар зарядлар шарнинг сиртида эмас, балки ҳатто унинг ҳажмида жойлашганида ҳам), бундай кучлар зарядланган диэлектрик шар чегарасида ҳам таъсир қилади.

Бу итариб чиқарувчи кучлар зарядланган зарра ҳолида ҳам мавжуд. Улар томчи сиртининг эгрилиги пайдо қиладиган Лаплас капилляр босими кучларига қарама-қарши йўналган. Демак, томчи заряднинг таъсири сирт тарангликнинг камайишига эквивалентдир. Шу туфайли тўйинган буғнинг зарядланган томчи устидаги босими ўша ўлчамли зарядланмаган томчи устидаги босимдан кичик. Мана шу мулоҳаза нима учун зарядланган томчининг буғ конденсацияланишига ёрдамлашишини тушунтиради.

3. 115- § да батафсил аниқланганидек, нам ҳавони адиабатик тез кенгайтириб ўта тўйинган сув буғи ҳосил қилиш мумкин. Бу принципдан ядро физикаси ва элементар зарралар физикасининг асосий асбобларидан бири бўлган *Вильсон камерасида* фойдаланилган. Вильсон камераси конденсацияланмайдиган газ (гелий, аргон, азот ва бошқалар) ва баъзи суюқликларнинг (сув, этил спирт ва бошқалар) тўйинган буғи тўлдирилган герметик равишда ёпиқ ҳажмдан иборат. Камеранинг бир деворчаси ҳаракатланадиган (поршень ёки эластик диафрагма кўринишида) қилинади, бу — камера ишчи ҳажмини ўзгартириш имконини беради. Адиабатик кенгайтиш вақтида ишчи ҳажмда суюқликнинг ўта тўйинган буғи пайдо қилинади. Конденсация марказлари ҳали йўқлигида буғ конденсацияланмайди. Аммо, агар буғ орқали зарядли зарра учиб, ўтса, бу ҳолда у ўз йўлида кўп ионлар пайдо қилади. Кўринадиган ўлчамларга эришадиган майда томчилар кўринишида буғ ионлар устида конденсацияланади. Ионлантирувчи зарра траекторияси бўйлаб жойлашган томчилар қатори ҳосил бўлади. Уларни *треклар* дейилади. Трекларни ёритиш ва фотография қилиш мумкин. Трек параметрларини (унинг зичлиги, магнит майдонидаги эгрилиги, ионлаштирувчи зарранинг кўп марта тўқнашиш натижаси тўғри чизиқли йўлдан огиши, трек бирлик узунлигида томчилар сони ва ҳоказоларни) ўрганиш учиб ўтган зарраларнинг табиати ва хоссалари тўғрисида хулосалар чиқариш имконини беради.

4. Суюқликнинг ўта исиниш ҳодисасидан ионлантирувчи зарралар изини кузатиш учун ҳам фойдаланилади. Д. А. Глезер 1952 йилда ясаган *пуфакли камеранинг* тузилиши шу ҳодисага асосланган. Пуфакли камерадаги ҳаво дастлаб қайнаш температурасидан юқори температурада туради. Суюқликка тегиб турган поршень ёки эластик мембранага юқори босим бериб, суюқликни қайнатмасдан турилади. Камерани ишчи ҳолатга келтириш учун босим тўсатдан пасайтирилади. Бу ҳолда суюқлик ўта исиган бўлиб олади ва қисқа вақт мобайнида бу метастабил ҳолатда тура олади. Агар бу вақтда камера орқали ионлантирувчи зарра учиб ўтса, у ҳолда зарра траекторияси бўйлаб тор соҳада суюқлик кескин қайнайди. Натижада зарранинг йўли буғ пуфакчалари қатори билан белгиланади. Ҳодиса бундай тушунтирилади. Ионлантирувчи зарра ўз йўлида энергия йўқотади, бу энергия асосан иссиқликка айланади. Суюқлик ўта исиган бўлганлиги туфайли зарра йўлида жуда кўп буғ пуфакчаларининг ҳосил бўлиши учун бу қўшимча иссиқлик етарли. Пуфакли камеранинг муҳим афзалликларидан бири ишчи модданинг юқори зичлигидир. Бу эса зарранинг ишчи модда ядролари билан кўп марта тўқнашишини ҳосил қилиш имконини беради.

Пуфакли камерада суюқлик сифатида суюқ водород, суюқ пропан, фреонлар, суюқ гелий, CO_2 ва бошқалар ишлатилади.

5. Модданинг ўта исиган суюқлик ва ўта тўйинган буғдан бошқа метастабил ҳолатлари жуда кўп. Буларга *ўта совиган суюқликлар* ва қаттиқ жисмларнинг турли хил кристалл модификациялари мисол бўла олади. Масалан, бегона моддалардан тозаланган сувни олайлик ва уни ўзгармас босимда чайқалтирмасдан совитайлик. Агар ҳатто сувнинг температураси -10°C ва пастроққа тушса ҳам, сув суюқ ҳолатда қолади. Аммо, агар шундай сувга муз кристаллчалари (кристалл фаза кўпайиш марказлари ролини бажарадиган) ташланса ёки идишдаги сув чайқалтирилса, у ҳолда тез қотиш юз беради, бунда температура 0°C гача кескин кўтарилади. Қотиш температурасидан паст температурагача совитилган суюқликни *ўта совиган суюқлик* дейилади. У, шу температурада ва босимдаги кристалл фазага нисбатан турғунмасроқ фаза бўлади. Шунинг учун, агар суюқликни кристалл фаза кўпайиш марказлари ролини бажарадиган бегона моддалардан тозаланмаса, бу ҳолда унинг ўта совииши кузатилмайди. Суюқлик совитила борилганда суюқлик босимига тенг босимга мос келган эриш температурасида кристалланиш бошланади. (Бу жуда ҳам аниқ эмас, чунки кристалланиш температураси кўпайиш марказларининг ўлчами ва шаклига боғлиқ.)

Ўта совиган суюқликнинг унда кўпайиш марказлари бор бўлгандаги кристалланиш тезлиги температурага кучли боғлиқдир. Температура кристалланиш нуқтасидан пастга тушганда кристалланиш тезлиги дастлаб орта боради, максимумга эришади, кейин эса камай бошлайди. Жуда кўп ўта совитилиш ҳолида кристалланиш тезлиги амалда нолга тенг бўлиб қолади. Етарлича кўп совитилишда кўпайиш марказлари ўз-ўзидан пайдо бўла бошлайди. Бу процесснинг тезлиги ҳам температура пасайган сари дастлаб орта боради, максимумга эришади, температура яна пасайганида нолга интилади. Одатда, кўпайиш марказлари ўз-ўзидан ҳосил бўладиган температура кристалланиш тезлиги максимуми эришиладиган температурадан пастроқ бўлади.

Суюлган қанд ва асал — ўта совиган суюқликлардир. Бу ҳолда кристалланиш тезлиги жуда кичик. Аммо секин бўлса-да, кристалланиш процесси юз беради. Асал ва мураббо вақт ўтиши билан шакар боғлайди, яъни кристалл модификацияга ўтади. Одатда қаттиқ деб аталадиган кўпгина жисмлар ички кристалл тузилишга эга эмас. Уларни, энг яхшиси, кучли ўта совиган суюқликлар деб қараш керак. Асфальт, этик муми, шиша, турли пластмассалар ва ҳоказолар ана шундай моддалардир. Фақат кристаллар ҳақиқий қаттиқ жисмлардир. Шишада ўта совииш шунчалик кучлики, унда на кўпайиш марказлари ҳосил бўлиши, на мавжуд марказларда кристалланиш юз беради. Аммо, ҳатто бу ерда ҳам жуда секин бўлса-да, кристалланиш процесси боради. Бу — ўнлаб йил ўтгач, шишанинг хира бўлиб қолишига (шишанинг «шишасизланишига») олиб келади.

«Қалай вабоси» номи билан машҳур ҳодиса кўпайиш марказларининг полиморф ўзгаришлардаги ролини намойиш қилувчи яққол мисол бўла олади. Қаттиқ қалайнинг икки модификацияси мавжуд:

оддий (ёки оқ) қалай ва порошоксимон (ёки кул ранг) қалай. Атмосфера босимида бу модификациялар 18°C дан юқорида оқ қалай, 18°C дан пастда кул ранг қалай турғунроқ. Агар қалайда тегишли кўпайиш марказлари бўлса, кучли совуқдан кейин исиш бўлганида қалай буюмлар порошокка айланиб қолиши мумкин. Худди шу ҳодисани «қалай вабоси» дейилади. У жуда сийрак учрайди, чунки одатда бундай кўпайиш марказлари йўқ, улар ўз-ўзидан фақат жуда паст температурада пайдо бўлади. Кучли совуқ пайтида ўзгариш тезлиги жуда кичик бўлган марказлар таъсирсиз бўлади. Исишда ўзгариш тезлиги ортади ва қалай буюм порошокка айланади. Оқ қалайнинг кул ранг қалайга (кўпайиш марказлари бўлганда) айланиш тезлиги 0°C яқинида максимал бўлади ва ундан паст температурада тез камайиб кетади.

Баъзан қаттиқ қишдан кейинги исишда қалай вабоси «эпидемиялари» кузатилган. Масалан, бундай ҳодиса ўтган аср охирида Петербургда бўлган. Бир ҳарбий кийимлар омборида ўша вақтда оқ қалайдан тайёрланадиган солдат тугмалари запаси бўлган. Омбор иситилмас экан, тугмалар «шамоллаб қолиб», «қалай вабоси билан касал бўлиб қолган». Дастлаб бир неча тугма озгина қорайган. Тугмаларнинг ялтириши тезда йўқолган ва бир неча кундан кейин улар порошокка айланган. «Касалланган» тугмалар ўзининг оқ қалайи қўшниларига «касал юқтирган». Касал вабо каби тез тарқалган: Бир неча кунда ялтироқ қалайи тугмалар катта тўдаси шаклсиз кул ранг порошок уюмига айланган.

Қалай вабоси Роберт Скоттнинг (1868—1912) антрактик экспедицияси ҳалокатининг асосий сабабларидан бири бўлган: ёқилги солинган банклар емирилиб, қутбчилар иссиқ овқатсиз қолган. Жанубий қутбга етиб олгач, улар ўз базасига қайтиб кела олмай қолганлар.

МАСАЛА

Ионлантирувчи зарранинг ўта исиган суюқлик орқали ўтишида унинг траекторияси бўйлаб буғнинг жуда майда пуфакчалари ҳосил бўлади. Радиуси $R_{кр}$ «критик радиус» дан катта бўлган пуфакчалар тез ўсиб кўрннадиган даражага етади, кичик радиусли пуфакчаларни эса сирт таранглик кучлари йўқ қилиб юборади. Агар камерада суюқ пропан (C_3H_8) $P_c = 5$ атм босим остида ва $T = 328$ К температурада турган бўлса, унинг учун $R_{кр}$ ни аниқланг. Тўйинган пропан буғининг шу температурадаги босими $P_6 = 15$ атм, пропаннинг сирт таранглиги $\sigma = 4,46$ дина/см.

$$\text{Жавоб и. } R_{кр} = \frac{2\sigma}{P_6 - P_c} = 9 \cdot 10^{-7} \text{ см. Қаралаётган масалада пуфакча}$$

сирт эгрлигининг тўйинган буғ босимига таъсири муҳим эмаслигини исботлаш қийин эмас.

120- §. Иккинчи тур фазавий ўзгаришлар

1. Ҳар бир фазавий ўзгариш модда хоссаларини характерловчи қандайдир катталикларнинг сакрашсимон ўзгариши билан бирга кузатилади. $\phi(T, P)$ солиштирма термодинамик потенциал ҳар қандай ўзгаришларда ҳам узлуксиз ўзгаради (112- §га қ.). Бироқ

унинг ҳосилалари узилиши (сакраб ўзгариши) мумкин. $\varphi(T, P)$ функциянинг биринчи ҳосилалари сакрашсимон ўзгарадиган бўлган фазавий ўзгаришларни биринчи тур фазавий ўзгаришлар дейилади. Уша функциянинг биринчи ҳосилалари узлуксизлигича қоладиган, аммо иккинчи ҳосилалари сакрашсимон ўзгарадиган фазавий ўзгаришларни иккинчи тур фазавий ўзгаришлар дейилади.

Аввал биринчи тур фазавий ўзгаришларни қарайлик.

$$s = - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial T} \right)_P, \quad v = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial P} \right)_T \quad (120.1)$$

бўлгани учун бундай ўзгаришларни ё s солиштирма энтропиянинг, ё v солиштирма ҳажмнинг, ёки бир вақтда бу иккала катталиқнинг сакрашсимон ўзгариши характерлайди. Солиштирма энтропиянинг сакрашсимон ўзгариши фазавий ўзгаришларнинг иссиқлик ажралиши ёки ютилиши (масалан, эриш, буғланиш ёки сублимация иссиқлиги) билан биргаликда юз беришини билдиради. Модданинг бирлик массасини 1 ҳолатдан 2 ҳолатга квазистатик равишда ўтказиш учун унга бериш керак бўлган q иссиқлик миқдори:

$$q = T(s_2 - s_1) \quad (120.2)$$

ифода орқали аниқланади. Биз ҳозиргача қараб чиққан барча фазавий ўзгаришлар (эриш, сублимация, кристалланиш) иссиқлик ажралиши ёки ютилиши билан биргаликда боради. Шунинг учун эса улар биринчи тур фазавий ўзгаришларга мансубдир.

Энди иккинчи тур фазавий ўзгаришларни қарайлик. (120.1) формулалардан бундай ўзгаришларда s ва v катталиқлар узлуксиз бўлиб қолавериши келиб чиқади. Бу шуни билдиради: *иккинчи тур фазавий ўзгаришларда иссиқлик ажралмайди ёки ютилмайди, шунингдек, модданинг солиштирма ҳажми ўзгармайди. Иккинчи тур фазавий ўзгаришларда солиштирма термодинамик потенциалнинг барча ёки баъзи иккинчи ҳосилалари узилишига эга бўлади.* Ҳар бир фаза учун бу ҳодисалар узлуксиздир ва қуйидаги кўринишда ифодаланиши мумкин:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial T^2} = - \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_P = - \frac{c_P}{T},$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial T \partial P} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial P \partial T} = \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P,$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial P^2} = \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T.$$

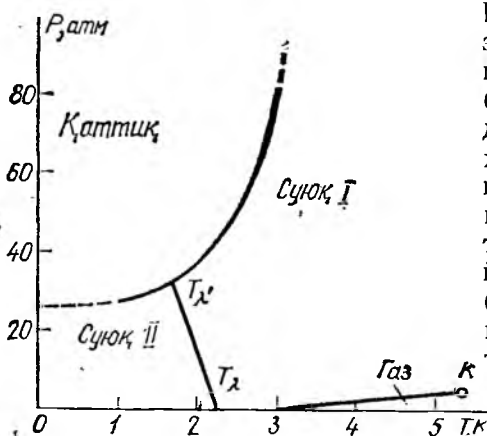
Улар фақат иккинчи тур фазавий ўзгаришларда узилишга эга бўлади. Бу формулалардан кўриниб туришича, *иккинчи тур фазавий ўзгаришлар модданинг қуйидаги: 1. c_P солиштирма иссиқлик*

сифими, 2) $\alpha = \frac{1}{v_0} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$ иссиқликдан кенгайиш коэффициентини,

3) $\gamma = - \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T$ изотермик сиқилиш коэффициентидан иборат уч катталиқдан бири ёки бир нечасининг сакрашсимон ўзгариши билан биргаликда юз беради.

2. Иккинчи тур фазавий ўзгаришларга, масалан, темир, никель, кобальт ёки қандайдир магнит қотишманинг ферромагнит ҳолатдан парамагнит ҳолатга ўтиши тааллуқли бўлади. Бу ўтиш материални Кюри нуқтаси деб аталадиган маълум температурада иситиш вақтида содир бўлади. Иситиш ёки совитиш вақтида сегнет тузи ва кўпгина бошқа сегнетоэлектриклар модданинг диэлектрик хоссалари ўзгарадиган иккинчи тур фазавий ўзгаришларга дучор бўлади. Ўзгариш температурасини Кюри нуқтаси деб ҳам аталади. Иккинчи тур фазавий ўзгаришларга кўпгина металллар ва қотишмалар ўта ўтказувчанлик ҳолатига ўтишда дучор бўлади. Бу процесс абсолют нолга яқин температурада юз беради ва электр қаршилиқнинг нолгача сакрашсимон камайиши билан характерланади. Бу ҳодисани ўта ўтказувчанлик дейилади. Барча бу ҳодисаларни электр ҳақидаги таълимотда қараб чиқилади.

Иккинчи тур фазавий ўзгаришларига ажойиб мисол — оддий суюқ гелийнинг (у гелий I дейилади) гелий II дейиладиган бошқа суюқ модификацияга айланиши бўлади. Гелийнинг ҳолат диаграммаси 139- расмда келтирилган.



139- расм.

Гелий газсимон, қаттиқ фазаларда, I ва II икки суюқ модификацияларда мавжуд бўлиши мумкин. Гелий ҳолат диаграммасининг характерли хусусияти — унда сублимация эгри чизигининг йўқлигидир. Агар суюқ гелий I совитилса, бу ҳолда λ - нуқта дейиладиган тамомила аниқ (ташқи босимга боғлиқ бўлган) температурада у иккинчи тур фазавий ўзгаришга дучор бўлиб, суюқ гелий II га айланади. Бу суюқ модификация абсолют ноль температурагача суюқлигича қолаверади. Фақат гелий шундай

хоссага эга. Барча бошқа моддалар абсолют ноль температурада фақат қаттиқ ҳолатда тура олади.

Гелийнинг ҳолат диаграммасидаги асосий нуқталар (139- расм) параметрлари қийматларини келтирамыз:

$$P_K = 1718 \text{ мм сим. уст.}, T_K = 5,20 \text{ К}, T_{\lambda}' = 1,778 \text{ К},$$

$$P_{\lambda}' = 29,96 \text{ атм}, T_{\lambda} = 2,186 \text{ К}, P_{\lambda} = 38,3 \text{ мм сим. уст.}$$

Суюқ гелий II ажойиб ўта оқувчанлик хоссасига эга. Бу ҳодисани П. Л. Капица кашф қилган, бу — суюқ гелий II нинг қовушоқликка эга бўлмаслигидан иборат. Унинг учун қовушоқлик нолга тенг. Ўта оқувчанлик ҳодисаси ўта ўтказувчанлик ҳодисаси билан жипс боғланган. Ўта ўтказувчанлик ҳодисаси металлларда электронлар газининг ўта оқувчанлиги сифатида характерланиши мумкин.

Иккала ҳодисани фақат квант тасаввурлар асосида тушунтириш мумкин.

3. Клапейрон — Клаузиус (113.2) тенгламаси иккинчи тур фазавий ўзгаришлар ҳолида ўз маъносини йўқотади. Бундай ўзгаришлар учун (113.2) тенгламанинг ўнг томонида сурат ва маҳраж нолга айланади ва у 0/0 аниқмаслик кўринишини олади. Иккинчи тур фазавий ўзгаришлар ҳолида Клапейрон — Клаузиус тенгламасини Эренфест (1880—1933) муносабатлари билан алмаштириш керак. Бу муносабатларни келтириб чиқаришга ўтамиз.

Эренфест муносабатлари — иккинчи тур фазавий ўзгаришларда s солиштирма энтропиянинг ва v солиштирма ҳажмнинг узлуксизлиги натижаларидир. Агар қандайдир фазанинг s солиштирма энтропиясини температура ва босим функцияси тарзида қаралса, бу ҳолда унинг дифференциали учун қуйидаги ифодани ёзиш мумкин:

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right) dP$$

ёки

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P = \frac{c_P}{T}, \quad \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \quad (120.3)$$

муносабатлардан фойдалансак, у ҳолда

$$ds = \left(\frac{c_P}{T}\right) dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dP. \quad (120.4)$$

Бу муносабатни ҳар бир фаза учун ёзамиз:

$$ds_1 = \frac{c_{1P}}{T} dT - \left(\frac{\partial v_1}{\partial T}\right)_P dP,$$

$$ds_2 = \frac{c_{2P}}{T} dT - \left(\frac{\partial v_2}{\partial T}\right)_P dP.$$

Мувоzanат эгри чизиғида T , P ва $(T + dT, P + dP)$ нуқталарни оламиз. У ҳолда dP/dT катталиқ бу эгри чизиқ оғмалигини аниқлайди. Бундан ташқари, иккинчи тур фазавий ўзгаришларда солиштирма энтропиянинг узлуксиз бўлиши туфайли $ds_1 = ds_2$ бўлади. Бундан

$$(c_{2P} - c_{1P}) \frac{\partial T}{T} \left[\left(\frac{\partial v_2}{\partial T}\right)_P - \left(\frac{\partial v_1}{\partial T}\right)_P \right] dP.$$

ёки қисқача

$$\Delta c_P = T \Delta \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \frac{dP}{dT}, \quad (120.5)$$

бунда Δc_P ва $\Delta \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$ — фазавий ўзгаришларда c_P ва $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$ катталиқларнинг сакрашсимон ўзгаришларини билдиради. (120.5) муносабат — Эренфестнинг биринчи муносабатидир.

Эренфестнинг иккинчи муносабати худди шундай йўл билан ҳосил қилинади. Фақат бунда s солиштирма энтропияни темпера-

тура ва солиштирма ҳажм функцияси тарзида қараш керак. Бу муносабат

$$\Delta c_v = -T \Delta \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \frac{dv}{dT} \quad (120.6)$$

кўринишда бўлади.

Эренфестнинг учинчи муносабати v ва P нинг функцияси тарзида қараладиган солиштирма энтропиянинг узлуксиз бўлиши шартидан ҳосил қилинади. Шундай йўл билан

$$\Delta \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \Delta \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \frac{dv}{dT} \quad (120.7)$$

учинчи муносабатни топамиз. Ниҳоят, Эренфестнинг тўртинчи муносабати T ва P нинг функцияси тарзида қараладиган v солиштирма ҳажмнинг узлуксизлик шартидан ҳосил қилинади. У қуйидаги кўринишга эга:

$$\Delta \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = -\Delta \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_T \frac{dP}{dT}. \quad (120.8)$$

Тушунарлики, (120.6) (120.7) ва (120.8) формулаларда dv/dT , dv/dP , dP/dT ҳосилалар мос мувозанат эгри чизиқлари бўйлаб олинади.

Аммо шунга айтиш керакки, Эренфестнинг юқорида келтирилган фазавий ўзгаришлар классификацияси ва унга асосланган термодинамик назариянинг қўлланилиши соҳаси чегараланган. Бу классификацияда термодинамик потенциал иккинчи ҳосилалари фазавий ўзгаришлар нуқталарида чекли бўлиб қолади, деб фараз қилинади. Экспериментал ва назарий тадқиқотлар кўрсатганидек, бу фараз, афтидан, ҳамма жойда ҳам ўринли бўлавермайди. Масалан, модданинг ферромагнит ҳолатдан парамагнит ҳолатга ва аксинча ўтиши ҳолида, шунингдек гелий I \rightleftharpoons гелий II ўтишлар ҳолида температура тегишли ўтиш температурасига интилганда c_p иссиқлик сифими, афтидан, логарифмик равишда чексизга интилади. Бу эса (120.3) формуладан кўринишича, $\left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_P$ ҳосиланинг ва u билан бирга $\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial T^2} \right)_P$ ҳосиланинг чексизга интилишини билдиради. Бироқ Эренфест назарияси, афтидан, ўта ўтказувчанлик ҳодисасига татбиқ қилиниши мумкин.

121- §. Суюқлик ва газларнинг конвектив турғунлиги

1. Агар огирлик майдонига жойлаштирилган суёқлик (ёки газ) нотекис иситилган бўлса, у ҳолда температура ҳар қандай тақсимланганда ҳам у механик мувозанатда туравермайди. Умуман айтганда бундай суёқликда турлича иситилган қисмларнинг аралашishi (конвекция) юз беради. Соддалик учун суёқлик температураси фақат баландлик бўйича ўзгаради деб фараз қиламиз. Огирлик майдонини бир жинсли деб ҳисоблаймиз. Қандай шароитда конвекция бўлмаслигини аниқлаймиз. Суёқликда иссиқлик ўтказувчанлик процессларини эътиборга олмаймиз. Бу ҳолда суёқлик элементининг бир вазиятдан иккинчи вазиятга ҳар қандай кўчишини энтропия ўзгармайдиган адиабатик процесс тарзида қараш мумкин.

2. Механик мувозанат ҳолатида суёқликнинг T температураси, v солиштирма ҳажми ва P босими фақат ер сиртидан z баландлик функциялари бўлади. dv, dT, P лар баландлик dz қадар ўзгарганида, ҳаракатсиз суёқликда v, T, P ларнинг чексиз кичик орттирмалари бўлсин. Ҳолат тенгламасига асосан, бу катталиклар

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP \quad (121.1)$$

муносабат орқали боғланган. Энди қандайдир чексиз кичик таъсир остида суюқлик элементи юқорига dz қадар силжиган деб фараз қиламиз. Бу силжиш аднабатик равншда юз бераётгани учун бу ҳолда суюқлик солиштирма ҳажмининг бундай силжишдаги ўзгариши учун

$$dv_{ад} = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dT_{ад} + \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP \quad (121.2)$$

ифодани ёзиш мумкин. Бу ерда $dT_{ад}$ ва dP — қаралаётган суюқлик элементи аднабатик равншда dz баландликка кўтарилганида унинг ичида температура ва босимнинг ўзгариши. $(dP)_{ад}$ ёнидаги «ад» белгисини тушириб қолдирдик, чунки суюқлик элементида босим ўзгариши атрофдаги суюқликда босим ўзгаришидек бўлади.) Агар $dz > 0$, яъни суюқлик элементи ҳақиқатан юқорига кўтарилган бўлса ва $dv_{ад} > dv$ бўлса, у ҳолда силжиган элемент ўз атрофидаги суюқликка нисбатан енгилроқ бўлади. У яна ҳам юқорига кўтарилверади ва суюқликнинг мувозанати нотурғун бўлади. Акс ҳолда, $dv_{ад} < dv$ бўлганда, атрофдаги суюқлик босими элементни бошланғич ҳолатга қайтаради, яъни мувозанат турғун бўлади. (121.1) ва 121.2) ифодалардан фойдаланиб ва тенгсизлиكنи мусбат dz катталиқка бўлиб, турғун мувозанат шартини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{ад} < \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \frac{dT}{dz} \quad (121.3)$$

Бу ифодани чиқаришда фойдаланилган $dz > 0$ шартни энди олиб ташлаш мумкин, чунки (121.3) тенгсизликка қийматлари dz ишорасига боғлиқ бўлмаган $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ад}$ ва $\frac{dT}{dz}$ ҳосилаларгина кирган. Кўпчилик жисмлар учун иссиқликдан кенгайиш коэффициенти мусбат бўлади ва (121.3) шарт ўрнига ушбу соддароқ шартни ёзиш мумкин:

$$\frac{dT}{dz} > \left(\frac{dT}{dz}\right)_{ад} \quad (121.3 \text{ а})$$

Иссиқликдан кенгайиш коэффициенти маңфий бўлган жисмлар учун тенгсизлик ишорасини қарама-қаршисига алмаштириш керак. Қуйида, биринчи ҳол ўрниди бўлади деб фараз қилинади.

3. Демак, dT/dz температура градиенти қанча катта бўлса, конвекция юз бериши шунча қийин, суюқликнинг механик мувозанати шунча турғунроқ. Конвекция ҳали юз бера олмайдиган dT/dz нинг пастки чегараси — «аднабатик температура градиенти» $(dT/dz)_{ад}$ бўлади. Уни ҳисоблаш учун аднабатик процессда s солиштирма энтропия ўзгармаслигини эътиборга оламиз. s ни T ва P ларнинг функцияси тарзида қараб, қуйидагини ёза оламиз:

$$\left(\frac{ds}{dz}\right)_{ад} = \left(\frac{ds}{dT}\right)_P \left(\frac{dT}{dz}\right)_{ад} + \left(\frac{ds}{dP}\right)_T \frac{dP}{dz} = 0$$

(120.3) термодинамик муносабатлардан ва гидростатиканинг $dP/dz = -\rho g = -g/v$ тенгласидан фойдаланиб,

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ад} = -\frac{gT}{vc_P} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \quad (121.4)$$

муносабатни ҳосил қиламиз.

4. Агар ҳаво идеал газ сифатида қаралса, у ҳолда ҳавонинг v солиштирма ҳажми T температурага пропорционал ($P = \text{const}$ бўлганида), шунинг учун $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{v}{T}$. Бундан:

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ад} = -\frac{g}{c_P} \quad (121.5)$$

Ҳавони икки атомли газ деб ҳисобласак, бу ҳолда иссиқлик сифмлари классик назариясига асосан: $c_p = \frac{7}{2} \frac{R}{\mu}$, бунда μ — ҳавонинг ўртача молекуляр оғирлиги ($\mu \approx 28,8$). Сон қийматлар қўйилгач,

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ад} = -\frac{2\mu g}{7R} = -9,7 \cdot 10^{-5} \text{ К/см} \approx -10^{-2} \text{ К/м.}$$

Агар баландлик ортган сари ҳаво температураси кўтарилиб борса, у ҳолда атмосфера механик жиҳатдан турғун бўлади. Лекин баландлик ортган сари температура пасайиб борадиган ҳолда ҳам турғун мувозанат бўлиши мумкин. Бироқ бу пасайиш ҳар бир юз метр баландликка тахминан 1 градусдан ортиқ бўлмаслиги керак.

5. Биз ҳавода ҳамма вақт мавжуд бўладиган сув буғи таъсирини ҳисобга олмадик. Ҳавонинг температураси сувнинг қайнаш температурасидан анча паст бўлган ҳоллар асосан қизиқарлидир. Бундай шароитда сув буғи миқдори нисбатан кам. Агар адиабатик процессларда сув буғи конденсацияси юз бермаганида, буғининг адиабатик температура градиенти катталигига таъсири кичик бўлар эди. Ҳақиқатда адиабатик равншда кўтарилган ҳаво совийди, тўйинади, кейин эса ўта тўйинган бўлиб олади. Натижада сув буғи ионлар, чанг ва бошқа конденсация марказларида конденсацияланади. Бунда буғланиш иссиқлиги ажралади. Бу аҳвол муҳим даражада процессни ўзгартиради.

Сув буғи билан тўйинган ҳавонинг бирор порциясини қараймиз. Ундаги ҳаво массасини m_x билан, сув буғи массасини m_6 билан белгилаймиз. Адиабатик кўтарилиш вақтида қаралаётган системанинг энтропияси ўзгармайди:

$$m_x s_x + m_6 s_6 + m_c s_c = \text{const}, \quad (121.6)$$

бунда s_x, s_6, s_c — мос равншда ҳаво, сув буғи, суёқ сувнинг солиштирма энтропиялари. Бунда сувнинг тўла миқдори ўзгармайди: $m_6 + m_c = \text{const}$, бинобарин, $dm_c = -dm_6$. Агар қаралаётган ҳолатда бутун сув тўйинган сув буғи кўринишида бўлса, у ҳолда суёқ сув массасини нолга тенг деб ҳисоблаймиз. Албатта, лекин dm_c нолга тенг эмас деб ҳисоблангани керак, чунки юқорига кўтарилганда сув буғи сув томчилари кўринишида конденсацияланади. Буни назарда тутиб, (121.6) шартда қуйидагини оламиз:

$$m_x ds_x + m_6 ds_6 + (s_6 - s_c) dm_6 = 0.$$

Солиштирма энтропиялар айирмасининг солиштирма буғланиш иссиқлиги орқали ифодаalayмиз: $q = T (s_6 - s_c)$. Қаралаётган системада m_6 буғ массаси фақат T температурага боғлиқ бўлади, бинобарин, $dm_6 = \frac{dm_6}{dT} dT$. Ҳавони идеал газ деб ҳисоблаб, ҳаво солиштирма энтропияси ds_x дифференциали учун қуруқ ҳолидаги га ўхшаш ифода ҳосил қиламиз:

$$ds_x = \frac{c_{pX}}{T} dT - \frac{v_x}{T} dP_x.$$

Шундай ифодани сув буғи учун ҳам ёзиш мумкин. Бироқ тўйинган буғ босими фақат температурага боғлиқ бўлишини ҳисобга олмақ керак, шунинг учун

$$ds_6 = \left[\frac{c_{p6}}{T} - \frac{v_6}{T} \frac{dP_6}{dT} \right] dT$$

Ниҳоят, ҳавога гидростатика тенгласини қўлланамиз: $dP_x = -\rho_x g dz = -\frac{g}{v_x} dz$. Буларнинг ҳаммасини ҳисобга олган ҳолда:

$$\left[c_{pX} + \frac{m_6}{m_x} \left(c_{p6} - v_6 \frac{dP_6}{dT} + \frac{q}{m_6} \frac{dm_6}{dT} \right) \right] \frac{dT}{dz} = -g.$$

Бу муносабатда m_x ва m_6 ни ҳаво ва сув буғи зичликлари ρ_x ва ρ_6 билан алмаштириш мумкинлиги равшан. Клапейрон тенгламасидан: $\rho = \mu P/RT$, шунинг учун

$$\frac{m_6}{m_x} = \frac{\mu_6 P_6}{\mu_x P_x},$$

$$\frac{1}{m_6} \frac{dm_6}{dT} = \frac{1}{\rho_6} \frac{d\rho_6}{dT} = \frac{T}{P_6} \frac{d}{dT} \left(\frac{P_6}{T} \right) = \frac{1}{P_6} \frac{dP_6}{dT} - \frac{1}{T}.$$

Тегишли ўринга қўйишдан кейин, қуйидагини оламиз:

$$\left[c_p + \frac{\mu_6 P_6}{\mu_x P_x} \left(c_{p_x} - v_6 \frac{dP_6}{dT} - \frac{q}{T} + \frac{q}{P_6} \frac{dP_6}{dT} \right) \right] \frac{dT}{dz} = -g.$$

Ниҳоят, соддалашган кўринишдаги

$$\frac{dP_6}{dT} = \frac{q}{Tv_6}.$$

Клапейрон — Клаузиус тенгламасидан фойдаланамиз. Натижада ушбу ифодани топамиз:

$$\left(\frac{dT}{dz} \right)_{ад} = -\frac{q}{c_{p_x}} \frac{1}{1 + \frac{\mu_6 P_6}{\mu_x P_x c_{p_x}} \left[c_{p_6} - \frac{2q}{R} + \frac{\mu_6}{R} \left(\frac{q}{T} \right)^2 \right]}, \quad (121.7)$$

Охириги (121.7) формулада биз оралиқ ҳисобда тушириб қолдирилган «ад» индексини температура градиенти ёнига қўйдик. Ҳавони икки атомли газ, сув буғини эса уч атомли газ деб, ҳаво ва сув буғи солиштирма иссиқлик сифимларини классик назария асосида ҳисоблаймиз. Бу ҳолда

$$c_{p_x} = \frac{7R}{2\mu_x}, \quad c_{p_6} = \frac{4R}{\mu_6}.$$

Сўнгра, $-g/c_{p_x}$ кўпайтувчи қуруқ ҳаво учун адиабатик температура градиентини беришини ҳисобга оламиз ва уни $\left(\frac{dT}{dz} \right)_{ад, қуруқ}$ тарзида белгилаймиз. Бу ҳолда (121.7) формула

$$\left(\frac{dT}{dz} \right)_{ад} = f \cdot \left(\frac{dT}{dz} \right)_{ад, қуруқ}. \quad (121.8)$$

кўринишда ифодаланади, бундаги f коэффициент ушбу ифодадан аниқланади:

$$\frac{1}{f} = 1 + \frac{8}{8} \frac{P_6}{P_x} \left[1 - \frac{q\mu_6}{2RT} + \left(\frac{q\mu_6}{2RT} \right)^2 \right]. \quad (121.9)$$

Совитилганда сув буғи конденсацияланмасдан, балки музга айланган ҳолларда ҳам шу формулалардан фойдаланиш мумкин. Фақат бу ҳолларда q ни буғланиш ва эриш иссиқликлари йиндисига тенг бўлган сублимация иссиқлиги деб тушуниш лозим.

6. 12- жадвалда f коэффициентнинг турли температуралардаги ва тўла босимнинг икки: $P_x + P_6 = 760$ мм сим. уст. ва $P_x + P_6 = 380$ мм см. уст. (агар Ер атмосферасини $t = 0^\circ$ С да изотермик деб ҳисобланса, денгиз сатҳидан $\sim 5,5$ км баландлик) қиймати учун ҳисобланган қийматлари келтирилган. Агар атмосферадаги адиабатик процесслар сув буғининг конденсацияланиши ёки музлаши билан бирга борса, у ҳолда намликнинг таъсири қанчалик муҳим эканлиги жадвалдан кўриниб турибди.

$P_x + P_6 = 760$ мм сим. уст.		$P_x + P_6 = 760$ мм сим. уст.		$P_x + P_6 = 380$ мм сим. уст.	
Температура	f	Температура	f	Температура	
-30°C	0,24	10°C	0,47	-30°C	0,88
-25	0,91	15	0,40	-25	0,83
-20	0,86	20	0,33	-20	0,76
-15	0,81	25	0,28	-15	0,68
-10	0,74	30	0,23	-10	0,57
-5	0,65	40	0,16	-5	0,47
0	0,62	50	0,10	0	0,44
5	0,54				

«Нам» адиабата ҳолида ҳавонинг баландлик ортган сари совини «қуруқ» адиабата ҳолидагидан 2—3 марта секин юз беради. *Фён*, яъни тоғдан эсувчи қуруқ ва иссиқ шамолнинг вужудга келиши ана шу ҳодиса билан боғлиқдир. СССР да фёнлар Қавказда ва Урта Осиёда энг кўп тарқалган. Сув буғи билан тўйинган ҳаво массаси тоғ тизмасидан ошиб ўтаётир деб фараз қиламиз. Қўтарилаётган ҳаво «нам» адиабата бўйича, яъни нисбатан секин совийди, чунки кўтаририлган сари сув буғи конденсацияси ҳамма вақт ортади. Бунда ажралаётган яширин иссиқлик совини секинлатади. Сувнинг айрим томчилари шунча катталашадик, улар Ер сиртига ёмғир бўлиб ёғила бошлайди. Натижада тоғ тизмасидан ошиб ўтган ҳаво массасида сув миқдори камаяди. Водийга тушганда ҳаво адиабатик исийди, лекин бу исийш аввал яна «нам» адиабата бўйича, яъни секин боради, чунки иссиқликнинг анча қисми ҳали мавжуд бўлган булутларни буғлантиришга сарфланади. Аммо булутлар буғланиб бўлиши биланоқ, ҳавонинг янада исийши «қуруқ» адиабата бўйича, яъни тез юз беради. Нами камайган ҳаво водийга анча исиган ҳолда тушади. Демак, катта тоғ занжирини об-ҳавонинг гуё чегаралари бўлади. Ҳавонинг қўтарилаётган нам оқимлари ёмғирли оқимлар бўлади. Нами анча камайган ва адиабатик сиқилиш натижасида исиган ҳаво келаётган тоғ тизмаси ортидаги жойлар қуруқ ва кам ёмғирли бўлади. Мисол сифатида Жанубий Американинг ғарбий қирғоғини кўрсатиш мумкин, бу жойда намликка бой ғарбий шамоллар кўпроқ бўлиб туради, чунки улар Тинч океан томонидан эседи. Кордильера тоғ тизмасидан ғарбда ётган тор территория ёмғирга жуда бой бўлади, аммо тоғ тизмасининг бошқа томонидаги жойлар саҳрони эслатади.

ЭРИТМАЛАР

* *

122- §. Умумий маълумот

1. Икки ёки бир неча модданинг физик жиҳатдан бир жинсли (гомоген) аралашмасини эритма дейилади. Молекулаларнинг бир текис аралашishi натижасида физик жиҳатдан бир жинслиликка эришилади. Бу жиҳатдан эритма механик аралашмадан фарқ қилади: механик аралашмада молекулалар эмас, балки модданинг макроскопик зарралари аралашган бўлади. Агар эритмада бир модда бошқа моддадан кўпроқ бўлса, уни *эритувчи*, бошқа моддаларни эса *эриган моддалар* дейилади. Агар эриган модда молекулалари сони эритувчи молекулалари сонига нисбатан жуда кам бўлса, бундай эритмани *кучсиз ёки суюлтирилган* эритма дейилади. Таркибида эрувчи модда кўп миқдорда бўлган эритмаларни *кучли* эритмалар дейилади. Жуда кучли эритмаларни *концентрланган* эритмалар дейилади.

2. Эритмалар химиявий бирикмалардан шу билан фарқ қиладики, химиявий бирикмаларга моддалар қатъиян маълум нисбатда киришади, ваҳоланки, эритмадаги моддаларнинг нисбий миқдорлари бирмунча кенг интервалда ўзгариши мумкин. Лекин эритмаларни молекулаларнинг механик аралашмаси деб ҳисоблаб бўлмайди. Молекулаларнинг ўзаро таъсири туфайли эритмалар баъзи аломатлари бўйича химиявий бирикмаларга яқин бўлади. Масалан, сувга спирт аралаштирилганида ҳажмнинг бирмунча камайиши кузатилади. Эритишда одатда иссиқлик ажралиб чиқади ёки ютилади. Агар эритишда иссиқлик ажралиб чиқса, у ҳолда иссиқлик эффекти манфий деб ҳисобланади. Иссиқлик эффекти фақат эрувчи модда миқдорига эмас, балки эритувчи модда миқдорига ҳам боғлиқ. *Эритиши иссиқлиги деб, одатда эритувчи миқдори энг кўп бўлиб, эритувчи миқдорининг бундан кейинги кўпайиши иссиқлик ажралиши ёки ютилишига олиб келмайдиган бир моль модданинг эритилишида ажраладиган ёки ютиладиган иссиқлик миқдори тушунилади.* Қуйидаги маълумот 18°С ва атмосфера босимида баъзи моддаларнинг сувда эритиш иссиқлиги тўғрисида маълумот беради:

новшадил (NH_4Cl қаттиқ)	—16,5 кЖ·моль ⁻¹
аммоний нитрат тузи (NH_4NO_3 қаттиқ)	—26,5 кЖ·моль ⁻¹
калий гидроксид (KOH қаттиқ)	+ 54,2 кЖ·моль ⁻¹
сульфат кислота (H_2SO_4 суюқ)	+ 74,5 кЖ·моль ⁻¹

Бу миқдорлар химиявий реакциялар вақтида ажраладиган ёки ютиладиган иссиқлик миқдорларидан тахминан бир тартиб кичик бўлади, холос (17- § га қ.).

Тузни қор билан ёки майдаланган муз билан аралаштирилганда эритма ҳосил бўлиб, кучли совиш юз беради. NaCl ёрдамида температурани -21°C гача, $\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ ёрдамида эса -55°C гача пасайтириш мумкин. Бу ҳодисадан совитиш техникасида фойдаланилади (105- § га қ.).

Кучсиз эритмаларда эрувчи модда молекулалари орасидаги ўзаро таъсир сезиларли роль ўйнамайди. Назарияда, идеал газлар таълимотидагидек, бу ўзаро таъсир эътиборга олинмайди. Фақат эрувчи модда молекулалари билан эритувчи модда молекулаларининг ўзаро таъсири аҳамиятга эга.

Электролитларда эрувчи модда молекулалари тўла ёки қисман ионларга ажралади (диссоциацияланади). Мана шу сабабли электролитларнинг электр ўтказувчанлиги ва у билан боғланган электролиз ҳодисаси кузатилади. Кўп суyoқ эритмаларда *сольватлар* мавжуд бўлиши аниқланган. Эрувчи модданинг ўзгарувчан таркибли молекулалари ёки ионлари билан эритувчи молекулаларининг мустақкам бўлмаган бирикмалари сольватлар дейилади. Сувли эритмалардаги сольватларни *гидратлар* дейилади. Сольватлар ва гидратлар узлуксиз равишда парчаланиб (диссоциацияланиб) ва янгидан ҳосил бўлиб туради.

3. Эритма таркибига кирган моддаларни эритма *компонентлари* дейилади. Эритмада компоненталарнинг нисбий миқдори уларнинг *концентрациялари* билан характерланади. Улар *огирлик*, *моляр* ва *ҳажмий* концентрацияларга бўлинади. *Огирлик концентрацияси* — қаралаётган компонента *огирлигининг эритманинг умумий огирлигига нисбатидир*. У одатда процентларда ифодаланади. Назарий тадқиқотларда моляр концентрация айниқса қулайдир. Бу концентрация — *қаралаётган компонента мольлари сонининг эритманинг мольлари умумий сонига нисбатидир*. *Компонентанинг ҳажмий концентрацияси* *деб унинг эритманинг бирлик ҳажмидаги миқдорига* (граммларда ёки мольларда ифодаланган) *айтилади*.

123- §. Жисмларнинг эрувчанлиги

1. Ҳар қандай моддани бошқа бир модда ичида ҳамма вақт ҳам чекланмаган миқдорда эритиш мумкин бўлавермайди. *Модданинг эритилиши мумкин бўлган энг кўп миқдорини ўз ичига олган эритмани тўйинган эритма дейилади*. Агар тўйинган эритмага эритиладиган модданинг янги порцияси қўшилса, у ҳолда эритманинг концентрацияси ўзгармайди. Эрувчи жисм ва эритма орасида термодинамик ёки статистик мувозанат вужудга келади: жисмдан эритмага ўтаётган молекулалар сони эритмадан жисмга қайтиб келаётган молекулалар сонига ўртача тенг бўлади. Масалан, қуйидаги тажриба мувозанатнинг статистик характерли бўлишининг исботи бўла олади. Агар NaCl тўйинган эритмаси солинган жипс ёпилувчи идишга ош тузи кристаллининг номунтазам шаклли катта

бўлаги ботирилса ва узоқ вақт бутун системани ўзгармас температурада тутиб турилса, бу ҳолда бўлакнинг шакли ўзгаради (NaCl учун характерли шаклга — куб шаклига яқинлашади), аммо унинг массаси ўзгармайди.

Агар эрувчи модданинг эритмадаги миқдори тўйинган эритмадаги миқдоридан камроқ бўлса, бу эритмани *тўйинмаган* дейилади. Агар у кўпроқ бўлса, бу эритмани *ўта тўйинган* дейилади. Ҳта тўйинган эритмалар *метастабил* бўлади. Эрувчи модда кўпайиш марказлари бўлганида унинг ортиқчаси эритмадан чиқиб кетади ва эритма тўйинган бўлиб олади.

Тўйинган эритма концентрацияси, қаралаётган модданинг эригувчида эритилиш қобилиятининг ўлчови бўлиб хизмат қила олади. Уни *эрувчанлик* дейилади.

2. Эрувчанлик температурага боғлиқ. Бу боғланиш характери эритишдаги иссиқлик эффектнинг ишорасидан аниқланади. Тўйинган эритма ва у билан чегарадош эрувчи моддадан иборат мувозанатли системани қарайлик. Агар уни иситсак, мувозанат бузилади. Ле-Шателье — Браун принцинга мувофиқ, системада мувозанатни қайта тиклаш учун бу иситишни камайтиришга интилувчи процесслар бошланиши керак. Бундан, агар эритилишда иссиқлик эффекти мусбат бўлса, модданинг бир қисми эритмадан чиқиб қолади, агар у манфий бўлса, у ҳолда модданинг бирор миқдори эритмага ўтади деган хулоса келиб чиқади. Демак, мусбат иссиқлик *эффектли моддаларнинг эрувчанлиги температура ортган сари камаяди, манфий иссиқлик эффектли моддаларники эса ортади.*

Газнинг суюқлик ёки қаттиқ жисм ичида эритилиши ҳолида молекулалар газдан (улар газда бир-бири билан кучсиз таъсирлашади) эритмага (улар эритма молекулаларига кучли тортилади) ўтади. Кўп ҳолларда газларнинг эритилишида иссиқлик эффектнинг мусбат бўлиши ана шу процесс билан боғлиқ. Демак, *газлар эрувчанлиги (ўзгармас босимда) температура ортган сари камайиб бориши керак.*

3. Ўз эритмаси билан мувозанатда турган газни қарайлик. Агар эритма устидаги газ босими орттирилса, у ҳолда мувозанат бузилади. Ле-Шателье — Браун принципи мувозанат қайта тикланиши учун бу босимни камайтирадиган процесслар бошланишини талаб қилади. Газнинг бир қисми эритмага ўтиши керак. Демак, *босим ортган сари (ўзгармас температурада) газларнинг эрувчанлиги орта бориши, босим пасайганда эса камай бориши керак.*

Статистик мувозанат ҳолатида молекулаларнинг газдан эритмага ўтиш тезлиги молекулаларнинг эритмадан газга ўтиш тезлигига тенг бўлиши керак. Биринчи ўтишнинг тезлиги эритма сиртига урилаётган газ молекулалари сонига, яъни (ўзгармас температурада) эритма устидаги газ босимига пропорционал бўлади. Кучсиз эритмалар учун тескари (эритмадан газга) ўтишнинг тезлиги эритмадаги газ концентрациясига, яъни унинг эрувчанлигига пропорционал бўлади. (Кучли эритмалар учун эритмадаги газ молекулаларининг ўзаро таъсирлашиши туфайли бу қонуният нотўғри бўлиши мумкин.) Агар эритма устида газлар аралашмаси бўлса, у ҳолда бу мулҳаза ҳар бир газга айрим-айрим татбиқ этилиши мумкин. Демак,

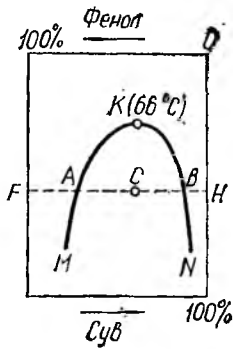
Ўзгармас температурада газнинг эрувчанлиги унинг эритма устидаги парциал босимига пропорционалдир. Бу қонунни 1803 йилда инглиз химиги Уильям Генри (1774—1836) тажрибада аниқлади. *Генри қонуни* фақат газ молекулаларининг бир-бири билан ва эритма молекулалари билан ўзаро таъсири бўлмагани ҳолда, яъни кучсиз эритмаларгагина қўлланилиши мумкин. Масалан, уни сувда кам эрийдиган кислород ва азотга қўлланса бўлади, аммо сувда кўп эрийдиган карбонат ангидрид ва аммиакка қўлланиб бўлмайди.

4. Худди шунга ўхшаш мулоҳазаларни эрувчи модданинг бир-бири билан аралашмайдиган эритувчилар (масалан, сув ва керосин) орасида тақсимланишига татбиқ этиш мумкин. Бирор модданинг сувли эритмасига керосин қўшилган бўлсин. Бу ҳолда модданинг бир қисми сувдан керосинга ўтади. Мувозанат ҳолатида сувдан керосинга ўтаётган эриган модда молекулалари сони ўша вақт ичида керосиндан сувга ўтаётган молекулалар сонига тенг бўлиши керак. Бундан қуйидаги хулоса келиб чиқади: *кучсиз эритмалар ҳолида бир-бири билан аралашмайдиган икки эритувчида эриган модданинг мувозанатли концентрациялари нисбати концентрацияга боғлиқ эмас, у фақат температура ва босимнинг функцияси бўлади.* Бу қондани *тақсимот қонуни* дейилади.

5. Газлар оддий шароитда ҳар қандай нисбатда ўзаро аралашishi мумкин. Бошқача айтганда, ҳар бир газ бошқа бир газда чекланмаган эрувчанликка эга. Бир газнинг бошқа газда тўйинган эритмалари мавжуд бўлмайди. Фақат газларнинг зичликлари мос суyoқликларнинг зичликларига яқин бўладиган жуда юқори босимлардагина бу қондадан четланишлар кузатилиши мумкин: газлар аралашмаси турли таркибли икки фазага ажралади. Газларнинг бундай чекланган ўзаро эрувчанлиги биринчи марта 140°C да ва 5 минг атм босимда N_2 ва NH_3 аралашмасида кузатилган.

6. Қаттиқ жисмларнинг суyoқликларда эрувчанлиги ҳамма вақт чекланган. Суyoқликларнинг бошқа суyoқликларда эрувчанлигига нисбатан икки ҳол бўлиши мумкин: бир-бири билан ҳар қандай нисбатда аралаша оладиган суyoқликлар (масалан, сув ва спирт) ҳамда чекли даражада, аммо турлича нисбатда аралашадиган суyoқликлар учрайди. Масалан, сув ва бензин ёки сув ва углерод сульфид амалда бир-бирини бутунлай эритмайди. Эфир сувда ва сув эфирда анча эрийди (20°C да эфирнинг сувдаги эритмасида оғирлик бўйича 6,5% эфир бўлади, сувнинг эфирдаги эритмасида 1,2% сув бўлади).

Икки ёки бир неча модда аралашмаси ҳолатини ҳолат диаграммасида тасвирлаш қулай, бунда система ҳолатини характерловчи параметрлар қийматлари координаталар ўқларига қўйилади. Одатда босим (атмосфера босими) ўзгармас бўлганлиги учун бундай параметрлар сифатида температуранинг ва аралашма компоненталари концентрациясини олиш мумкин. Икки моддали аралашмалар учун мустақил параметрлар сони иккига тенг (компоненталар концентрациялари мустақил бўлмай, балки нормалаш шarti билан ўзаро боғланган бўлганлиги учун). Ҳолат диаграммаси ясси (икки ўлчовли) бўлади. 140-расмда фенол билан сув аралашмаси учун шундай диаграмма схематик равишда тасвирланган. МАҚ чизиқ



140- расм.

сув чекланмаган миқдорда бир-бири билан аралашishi мумкин. K нуқтага мос келадиган температурани *аралашishi критик температураси* дейилади.

Икки фазали соҳанинг бирор C нуқтасида фенолнинг сувдаги ва сувнинг фенолдаги тўйинган эритмаларининг $m_{\text{фс}}$ ва $m_{\text{сф}}$ массалари орасидаги муносабат «ричаг қондаси» дан аниқланади. Бу қоидага мувофиқ, C нуқта AB кесмани тегишли тўйинган эритмалар массаларига тескари пропорционал бўлган икки қисмга бўлади, яъни

$$\frac{m_{\text{фс}}}{m_{\text{сф}}} = \frac{AC}{AB}$$

Ҳақиқатан, $m_{\text{фс}}$ ва $m_{\text{сф}}$ тегишли эритмаларнинг C нуқтада нисбий массалари бўлсин. \bar{y} ҳолда $m_{\text{фс}} + m_{\text{сф}} = 1$. Фенолнинг сувдаги тўйинган эритмасида фенолнинг нисбий миқдори B нуқтага мос келади ва сон жиҳатдан NB кесма узунлигига тенг. Сувнинг фенолдаги тўйинган эритмасида фенолнинг нисбий миқдори HA кесма узунлиги билан ифодаланади. Демак, C нуқтада фенолнинг нисбий миқдори:

$$m_{\text{фс}} \cdot NB + (1 - m_{\text{фс}})HA.$$

Бошқа томондан, шу катталикнинг ўзи HC кесма узунлиги билан тасвирланади. Иккала ифодани тенглаштириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$m_{\text{фс}} = \frac{HA - HC}{HA - NB} = \frac{AC}{AB}$$

Бундан

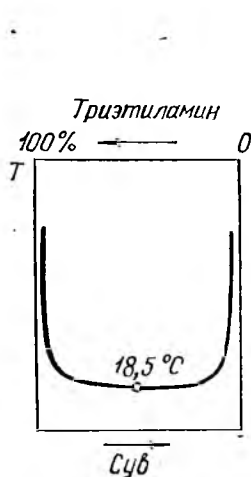
$$m_{\text{сф}} = 1 - m_{\text{фс}} = \frac{AB - AC}{AB} = \frac{BC}{AB}$$

Ҳадма-ҳад бўлиш йўли билан талаб қилинган натижани оламиз.

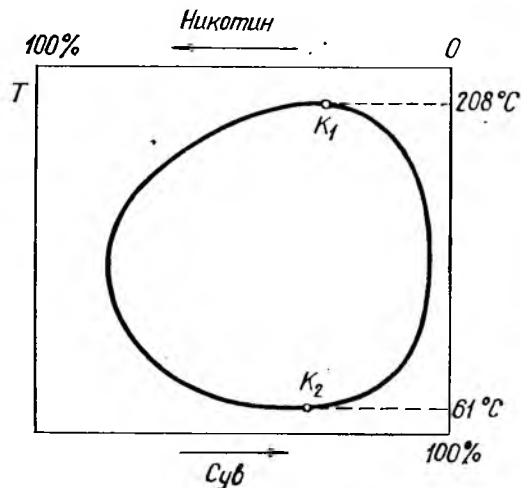
Баъзи мавжуд суюқликлар учун улар бир-бири билан чекланмаган даражада аралаша оладиган соҳа бирор маълум температу-

радан пастда ётади (*аралашши пастки критик температураси*). Триэтиламин $[N(C_2H_5)_3]$ ва сув мисол бўлиб хизмат қила олади (141- расм).

Икки суюқлик ўзаро эрувчанлигининг энг умумий ҳоли никотин—сув системаси мисолида ўрганилган. Бу системада *икки* критик температура: *пастки* K_2 ва *юқориги* K_1 аралашши критик температураси мавжуд (142- расм). $61^\circ C$ дан пастда ва $208^\circ C$ дан юқорида иккала суюқлик ҳар қандай нисбатда аралашади, оралиқ темпера-



141-расм.



142-расм.

тураларда эса аралашманинг икки фазага: суви кўпроқ бўлган фазага ва никотини кўп бўлган фазага қатламланиши юз беради.

Дарвоқе, кўп системалар учун аралашши критик температура-сига амалда эришилмайди ва барча мумкин бўлган тажриба шароитида эрувчанлик ё чекли, ё чекланмаган бўлиб қолаверади. Пастки аралашши критик температурасига эришишга аралашма компонента-ларидан бирининг қотиб қолиши, юқорисига эришишга — унинг қайнаб кетиши тўсқинлик қилади.

7. Қаттиқ жисмлар бошқа қаттиқ жисмлар ичида жуда сийрак ҳолларда эрийди. Қаттиқ жисмларнинг кўпчилиги бир-бирида бутунлай эримайди. Аммо бу қондадан истисно ҳоллар учраб туради. Бошқа қаттиқ жисмларда эритма ҳосил қиладиган қаттиқ жисмлар мавжуд. Бундай эритмаларни *қаттиқ эритмалар* дейилади. Химиявий элементларнинг қаттиқ эритмалари тез-тез учраб туради. Баъзи химиявий элементлар бир-бирида чекланмаган миқдорда эрийди. Масалан, олтин ва кумуш ёки мис ва кумуш шундай элементлардандир. Икки типдаги: «*киритиши типидagi*» ва «*ўрин эгаллаш типидagi*» қаттиқ эритмалар бўлади.

Киритиш типидagi эритмаларда эрувчи модда атомлари эритувчининг кристалл панжараси тугунлари оралиғига кириб, эритувчи атомларини бирмунча силжитади. Эрувчи модда атомлари эритувчи атомларидан анча кичик бўлган ҳолларда ана шундай бўлиши

табийдир. Углерод эритмаларининг кўпи қаралаётган типга тааллуқлидир. Масалан, углероднинг темирдаги эритмаси — аустенит ана шундай эритмадир.

Ўрин эгаллаш типдаги эритмалар кўпроқ тарқалган. Бу қаттиқ эритмаларда эрувчи модда атомлари кристалл панжарадан эритувчининг баъзи атомларини сиқиб чиқариб, уларнинг ўрнини ўзи эгаллайди. Натижада кристалл панжара тугунларининг бир қисмини эритувчи модда атомлари эгаллайди, қолган қисмини эрувчи модда атомлари эгаллайди. Ўрин эгаллаш типдаги эритмаларга металлларнинг бир-бири билан ҳосил қилган жуда кўп қотишмалари (масалан, олтин ва қумуш қотишмаси) мансубдир. Ўрин эгаллаш тип бўйича ҳамма вақт химиявий бирикмаларнинг бири-биридаги эритмалари ҳосил бўлади, чунки химиявий бирикмалар молекулалари жуда катта ва шу сабабли кристалл панжара тугунлари оралиғидаги жойларни эгаллай олмайди.

М А С А Л А

Бир хил температурада 1 суюқликнинг 2 суюқликдаги тўйинган эритмаси устидаги ва 2 суюқликнинг 1 суюқликдаги тўйинган эритмаси устидаги тўйинган буг таркиби ва босими бир хил бўлишини исботланг.

К ў р с а т м а. Бири — биринчи суюқлик билан, бошқаси — иккинчи суюқлик билан тўлатилган туташ идишлар қаралсин. Тўйинган бугнинг идишлардаги суюқлик сатҳлари устидаги босимларининг оғирлик кучи туфайли мавжуд бўлаган фарқи эътиборга олинмасин.

124- §. Осмос ва осмотик босим

1. Икки эритма бир-биридан ғовак тўсиқ ёрдамида ажратилган бўлиб, у орқали эритувчи молекулалари ҳам ўта оладиган бўлсин. Агар эриган модданинг тўсиқнинг турли томонидаги концентрациялари турлича бўлса, бу ҳолда молекулалар бир эритмадан иккинчисига ўта бошлайди. Макроскопик жиҳатдан бу ўтиш иккала эритманинг концентрациялари тенглашгунча давом этади.

Эритувчининг молекулалари ўта оладиган, лекин эриган модда молекулалари ўта олмайдиган тўсиқлар мавжуд. Уларни *ярим ўтказувчан* тўсиқлар дейилади. Уларга ўсимлик ва ҳайвонотдан олинадиган қобиқлар ва тўқималар мансуб бўлади. Физика тажрибалари учун сунъий ярим ўтказувчан тўсиқлар қулай. Масалан, мис сўльфат ва калий ферроцианид эритмаларининг ўзаро таъсирдан, яъни



реакция асосида олинадиган мис ферроцианид $[\text{Cu}_2\text{Fe}(\text{CN})_6]$ плён-каси шундай тўсиқ бўлиб хизмат қилади. Улар сувни ўтказмайди, лекин эриган кўп моддаларни (масалан, қандни) ўтказмайди. Аммо бу пардалар мустаҳкам эмас. Шунинг учун мис ферроцианидни одатда майда ғовакли сопол ёки чинни идиш деворидан ўтказилади. Бунинг учун идиш $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ эритмаси билан тўлдирилади, кейин CuSO_4 эритмасига маълум вақтга тушириб қўйилади. Шундай йўл билан Пфеффер (1845—1920) ярим ўтказувчан тўсиқлар тай-

ёрланган ва биринчи марта осмотик босим қонунларини систематик равишда ўрганган.

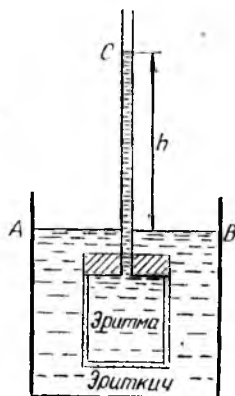
Эритма соф эритувчидан ярим ўтказувчан тўсиқ билан ажратилган бўлса, у ҳолда тўсиқ орқали соф эритувчининг молекулалари эритма эгаллаган ҳажмга ўтади. Бу ҳодисани *осмос* дейилади. Осмос натижасида эритма ва соф эритувчи орасида босимлар фарқи вужудга келади. Бу фарқ маълум қийматга эришганда осмос тўхтайтиди. Осмос тўхтагандаги босимлар фарқини *осмотик босим* дейилади. Шунингдек ярим ўтказувчан тўсиқ турли концентрацияли икки эритмани ажратган ҳолда ҳам осмос юз беради.

Масалан, агар спирт тўлатилган ҳайвон пуфаги қаттиқ тугилиб сувга туширилса, бу ҳолда пуфак шиша бошлайди ва осмотик босим таъсири остида ҳатто ёрилиб кетиши ҳам мумкин. Агар пуфакни сув билан тўлатиб спиртга туширилса, бу ҳолда, аксинча пуфак кичраяди. Ҳамма гап пуфак деворининг сувни ўтказиши, лекин спиртни ўтказмаслигидадир. Шундай шишиш ва қобиқнинг ёрилиши ҳодисалари, ўсимликлар, мевалар ёки сабзавот уруғларини сувга ботирилганда ҳам кузатилади. Бу ҳодиса сўлиган гулларнинг сувга туширилганда «жонланиши» ни тушунтиради.

2. Осмос механизми ва ярим ўтказувчан тўсиқнинг таъсири тамомила аниқланган деб ҳисоблаб бўлмайди. Назариялардан бирига мувофиқ эритувчи молекулаларининг ярим ўтказувчан тўсиқ орқали ўтиши уларнинг дастлаб тўсиқ моддасида эриши йўли билан амалга ошади. Бу процесс соф эритувчига нисбатан тўйиниш хоссасига эга. Аммо бу тўйинишга эришгунча тўсиқдаги суюқлик эритмаси тўсиқнинг бошқа томонида турган эритмага нисбатан ўта тўйинган бўлади (чунки бу эритмада эриган модда борлиги тўсайли эритувчининг нисбий миқдори камайган бўлади). Бу ҳолда тўсиқ суюқ эритмага ўзида эриган суюқликнинг бир қисмини бера бошлаб, соф суюқликнинг янги улушларини шмиради. Эриган модда суюқ эритмадан тўсиқ орқали ўтмайди, чунки у тўсиқда эримайди. Демак, ярим ўтказувчанлик хоссаси тўсиқ говакларининг ўлчами билан эмас, балки тўсиқ моддасида унга тегишган моддаларнинг турлича эрувчанлиги билан аниқланади.

3. Осмотик босимни ўлчаш учун хизмат қиладиган асбобни *осмометр* дейилади. 143-расмда Пфеффер ўзининг осмотик босимни ўрганиш бўйича тадқиқотларида (1877 й.) фойдаланган осмометр тасвирланган. Лойдан ясалган идиш говакларида юқорида тавсифланган усул билан мис ферроцианид ўтказилган. Идиш текширилаётган модданинг (масалан, қанднинг) сувли эритмаси билан тўлдирилади.

Идишнинг бўғзига жипис мосланган тешикка пўкак текилади, тешикка узун вертикал най учи киритилади. Агар идишни соф сувга ботирилса, бу ҳолда сув ярим ўтказувчан девор орқали идиш ичига киради. Найда суюқлик сатҳи маълум баландликка кўтарилган



143 - расм.

вақтда сувнинг идиш ичига кириши тўхтайтиди, чунки бунга найдаги суюқлик устунининг гидростатик босими тўсқинлик қилади. AB ва C сатҳлар орасидаги суюқлик устунни оғирлиги осмотик босим ўлчови бўлиб хизмат қилади: $P_{осм} = \rho gh$, бунда ρ — эритма зичлиги, h — ўша суюқлик устунининг баландлиги.

4. Осмотик босимнинг келиб чиқишини тушуниш қийин эмас. Эритувчи ярим ўтказувчан тўсиқдан эркин ўта олиши мумкин бўлганлиги туфайли мувозанат ҳолатида тўсиққа қарама-қарши томонлардан урилайётган эритувчи молекулалари сони бир хил бўлиши керак. Бу урилишлар бир-бирини мувозанатлаб, тўсиққа ҳеч қандай босим бермайди. Лекин эриган модда молекулаларининг тўсиққа урилиши ҳеч қандай қарама-қарши йўналишдаги молекуляр урилишлар билан мувозанатлашмайди. Шулар худди осмотик босим вужудга келишига олиб келади.

Суюлтирилган эритмалар учун осмотик босим катталигини ҳисоблаш қийин эмас. Кинетик энергиянинг эркинлик даражалари бўйича тенг тақсимланиши теоремасига мувофиқ молекулаларнинг иссиқлик ҳаракати ўртача тезлиги фақат температурага боғлиқ. Бир хил температурада бу тезлик суюқликлар ва газлар учун бир хил бўлади. Бундан ташқари, агар эритма кучсиз бўлса, бу ҳолда эриган модда молекулаларининг идиш деворига урилишлари сони идеал газ ҳолида молекулалар концентрацияси ўшандай бўлгандаги урилишлар сонига тенг бўлади. Шунинг учун эриган модда молекулалари берадиган босим, яъни осмотик босим ҳам ўша ҳолдагидек бўлади. Демак,

$$P_{осм} = \frac{NkT}{V} = \nu \frac{RT}{V}, \quad (124.1)$$

бунда N ва ν — мос равишда эритманинг V ҳажмидаги молекулалар сони ва мольлар сони. (124.1) формула *кучсиз эритмалардаги осмотик босим идеал газ босими бўйсунадиган қонунга бўйсунишини кўрсатади*. Бу қонунни Вант Гофф (1852—1911) Пфедфер тажрибалари асосида аниқлаган.

Кучли эритмаларнинг осмотик босими катталиги эритувчи ва эрувчи модда табиатига боғлиқ эмас, балки эрувчи модданинг моль ҳажмий концентрациясига боғлиқ. Масалан, агар эритманинг бир литрида 1 моль эриган модда бўлса, у ҳолда (124.1) формулага мувофиқ 15°C да осмотик босим қуйидагига тенг:

$$P_{осм} = \frac{1 \cdot 288 \cdot 0,0821}{1} = 23,7 \text{ атм.}$$

Осмотик босимнинг анча катта эканлигини кўриб турибмиз. Аммо эритма солинган идиш девори унинг таъсирини сезмайди. Бунинг сабаби — осмотик босимнинг суюқликнинг эркин сиртига ҳам таъсир қилишидир. Бу суюқликнинг чўзилишига олиб келади. Вужудга келадиган таранглик кучлари осмотик босимни мувозанатлайди. Идиш деворига фақат гидростатик босим таъсир қилади.

Электролит эритмаларда эриган модда молекулалари ионларга парчаланadi. Шу туфайли осмотик босим диссоциацияни ҳисобга олмасдан чиқарилган (124.1) формула бўйича ҳисобланган босимдан

катта бўлади. Аммо, агар N ни эриган зарралар (ҳар икки ишорали ионлар ва нейтрал молекулалар) умумий сони деб тушунилса, бу ҳолда (124.1) формула яна тўғри бўлиб олади (албатта, кучсиз эритмалар учун). Ионлар ва нейтрал молекулалар сольватлар ва гидратлар ташкил қилиши мумкин. Лекин бу ҳол осмотик босим ҳосил қилувчи зарралар умумий сонини ўзгартирмайди, шунинг учун (124.1) формула тўғрилигича қолаверади.

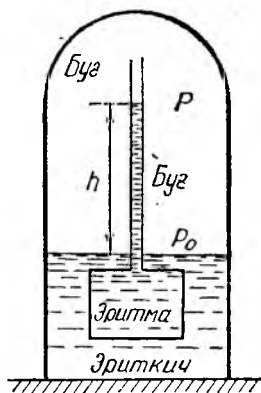
(124.1) формула химияда газсимон ҳолатда олинмайдиган химиявий бирикмаларнинг (масалан, оқсиллар ва полимерларнинг) молекуляр оғирликларини аниқлаш учун хизмат қилади.

5. Осмос ҳайвонот ва ўсимликларнинг ҳаёт фаолиятида муҳим роль ўйнайди. Организмда модда алмашинуви ўсимлик ва жониворлар ҳужайраларининг ярим ўтказувчан тўсиқларига тегиб оқадиган эритмалар — шарватлар ва қон воситасида амалга оширилади. Кўп ўсимликлар ҳужайраларининг осмотик босими 5—20 атм бўлади. Фақат шу туфайли тупроқдан дарахтлар (масалан, эвкалипт дарахтлари) танаси бўйича катта баландликка қадар сув кўтарилади. Одам қонининг осмотик босими 7,6—7,9 атм. Аммо қон ва лимфа осмотик босимлари фарқи (бу улар орасида сувнинг ўтиши учун аҳамиятга эга) атиги 0,03—0,04 атм ни ташкил қилади. Умуман мураккаб бошқариш механизми борлиги туфайли ҳужайралар (уларга тегиб оқадиган организм суюқликларига нисбатан) фақат озгина ортиқ ёки тенг осмотик босимга эга бўлади. Ҳужайраларда осмотик босимнинг пасайиши (масалан, организмнинг сувсизланиши ҳолида) уларнинг коллапсига олиб келади. Организмнинг тузсизланиши ҳужайраларнинг шишиши ва ёрилишига (осмотик шок) олиб келиши мумкин.

125- §. Рауль қонуни

Агар суюқликда учиб кетмайдиган модда эриган бўлса, бу ҳолда суюқлик эркин сиртининг ўзи ярим ўтказувчан тўсиқ каби бўлади. У орқали эритувчининг молекулалари эркин ўта олади, лекин эриган модда молекулалари ўта олмайди. Бирдай температурада эритма устидаги тўйинган буғ босими эритувчи устидаги босимдан кичик бўлишини тушуниш осон. 118- § да тўйинган буғ босимининг суюқлик сирти эгрилигига боғланишини текширганимизда фойдаланган мулоҳазалар ёрдамида юқоридаги хулосани тасдиқлаш ва тўйинган буғ босими камайиши миқдорини ҳисоблаб топиш мумкин.

Эритма осмометр идишига жойланган ва бутун система қалпоқ билан ёпилган бўлсин (144- расм). Эритувчи устидаги тўйинган буғ босимини P_0 билан, осмометр найдидаги эритма сирти устидаги босимни P билан белгилаймиз. Мувоzanат ҳолатида осмометр найдидаги тўйинган буғ босими тўйинган буғнинг



144- расм.

ўша баландликдаги ташқи босимига тенг бўлиши керак. Агар бундай бўлмаганида эди, бу ҳолда осмометр ёрдамида иккинчи тур перипетуум мобиле амалга оширилиши мумкин бўларди (бу хулоса 118- § даги мулоҳазалардан келиб чиқади). Демак, агар буғ зичлигининг h баландлик интервалида ўзгариши эътиборга олинмаса, бу ҳолда $P_0 - P = P_0 gh$ бўлиши керак. Бундан ташқари, $P_{\text{осм}} = \rho_c gh$. Бу муносабатлардан:

$$\frac{P_0 - P}{P_0} = \frac{\rho_c}{\rho_c} \frac{P_{\text{осм}}}{P_0}.$$

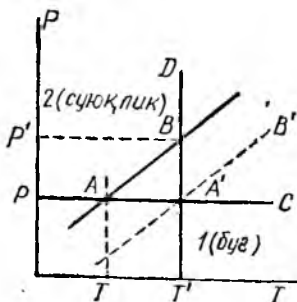
Агар эритма кучсиз бўлса, у ҳолда эритма ва эритувчи зичликларини бир хил деб ҳисоблаш мумкин. Бу яқинлашишда $\rho_c/\rho_c = n_c/n$, бунда n_c — бирлик ҳажмда буғ молекулалари сони, n эса эритувчи молекулалари сони. Бундан ташқари, Ван Гофф қонуни бўйича $P_{\text{осм}} = n'kT$, Клапейрон тенгламаси бўйича $P_0 = nkT$ (бунда n' — эритувчининг бирлик ҳажмида эрувчи модда молекулалари сони). Бу икки муносабатдан фойдаланиб, қуйидаги ифодани олиш осон:

$$\frac{P_0 - P}{P_0} = \frac{n'}{n} = \frac{v'}{v}, \quad (125.1)$$

бунда v' ва v — эритманинг бирлик ҳажмидаги эрувчи модда ва эритувчи модда мольлари сони. Демак, *учувчан бўлмаган модда кучсиз эритмаси сирти устида эритувчи тўйинган буғи босимининг нисбий пасайиши эрувчи модда мольлари сонининг эритувчи мольлари сонига нисбатига тенг*. Бу қонунни француз химиги Рауль (1830—1901) топган ва унинг номи билан аталган.

126- §. Эритманинг қайнаш нуқтасининг кўтарилиши ва қотиш нуқтасининг пасайиши

1. AB — соф эритувчининг буғланиш эгри чизиғи бўлсин (145- расм). Учувчан бўлмаган модда тўйинган эритмасининг $A'B'$ буғланиш эгри чизиғи пастроқдан бориши керак, чунки эритма устидаги тўйинган буғ босими соф эритувчи устидаги босимдан паст.



45- расм-

Ташқи босим P бўлсин. Уни ўзгармас тутиб, эритувчи ва эритмани исита бошлаймиз, яъни уларнинг ҳолатини AC изобара бўйлаб ўзгартирамиз. Эритувчи ва эритманинг буғланиш чизиқларини изобара кесиб ўтадиган A ва A' нуқталарда бу суюқликлар қайнайди. Бу нуқталар температурасини мос равишда T ва T' билан белгилаймиз. Кўриниб турибдики, *бирдай босимда эритманиң T' қайнаш температураси соф эритувчининг T қайнаш температурасидан юқори бўлади*.

T' ни ҳисоблаш учун A' нуқта орқали $A'D$ изотерма ўтказамиз. У соф эритувчи буғланиш чизиғини B нуқтада кесади; бу нуқтадаги босимни P' билан белгилаймиз. Равшанки, T' — соф эритув-

чининг P' босим остида қайнаш температураси бўлади. Агар эритма кучсиз бўлса, бу ҳолда $AA'B$ учбурчак томонларини тўғри чизиқли деб ҳисобласа бўлади. Рауль қонунига мувофиқ

$$\frac{P' - P}{P'} = \frac{v'}{v}$$

Агар буғнинг солиштирма ҳажмига нисбатан суюқлик солиштирма ҳажми эътиборга олинмаса, у ҳолда Клапейрон — Клаузиус тенгламаси бўйича

$$\frac{P' - P}{T' - T} = \frac{q_{12}}{Tv_6} = \frac{q\mu P}{RT^2}$$

бунда q_{12} — буғланиш солиштирма иссиқлиги, μ — эритувчи буғи молекулаларининг молекуляр оғирлиги. Ҳадма-ҳад бўлиб,

$$\frac{T' - T}{P'} = \frac{v'}{v} \frac{RT^2}{\mu q_{12} P}$$

ифодани оламиз ёки P ва P' фарқини эътиборга олмасак,

$$T' - T = \frac{v' RT^2}{v \mu q_{12} P} \quad (126.1)$$

Бу натижани қуйидаги кўринишда ҳам ифодалаш мумкин:

$$T' - T = \frac{P_{осм}}{v \mu q_{12}} \quad (126.2)$$

2. Шунга ўхшаш йўл билан, *учувчан бўлмаган модда эритмаси* T' қотиши температурасининг соф эритувчи T қотиши температурасидан паст бўлишини исботлаймиз. А нуқта соф эритувчининг учланма нуқтаси бўлсин, унда AB эриш чизиғи. AC буғланиш чизиғи ва AD сублимация чизиғи учрашади (146-расм). Келгусида биз температура ва босимнинг кичик ўзгаришлари билан ишлашимиз туфайли, бизга бу чизиқларнинг фақат кичик кесмалари керак бўлади, холос. Уларни олдин қилинганидек, тўғри чизиқ кесмалари деб ҳисоблаш мумкин. Муҳими — DA сублимация чизиғи AC буғланиш чизиғига нисбатан тикроқ кўтарилади (116-§ га қ.). AB эриш чизиғи жуда тик кўтарилади ($|v_c - v_k| \ll v_6$), уни вертикал чизиқ деб ҳисобласа бўлади. Бошқача айтганда, эриш температураси босимга боғлиқ бўлмайди ва у A учланма нуқтадаги температурага тенг бўлади деб ҳисоблаш мумкин. Кўрганимиздек, эритманинг $A'C'$ буғланиш чизиғи соф эритувчининг AC буғланиш чизигидан пастроқдан ўтади. Шунинг учун соф эритувчининг A' учланма нуқтаси эритманинг A учланма нуқтасидан чапроқда ётади. A орқали вертикал тўғри чизиқ ўтказиб, эритманинг $A'B'$ эриш чизиғини топамиз. AB га нисбатан унинг AN силжиши эритма эриш нуқтасининг пасайишини беради. Бошқа томондан, MA кесма



146- расм.

нинг $A'C'$ буғланиш чизиғи соф эритувчининг AC буғланиш чизигидан пастроқдан ўтади. Шунинг учун соф эритувчининг A' учланма нуқтаси эритманинг A учланма нуқтасидан чапроқда ётади. A орқали вертикал тўғри чизиқ ўтказиб, эритманинг $A'B'$ эриш чизиғини топамиз. AB га нисбатан унинг AN силжиши эритма эриш нуқтасининг пасайишини беради. Бошқа томондан, MA кесма

узушлиги эритма қайнаш нуқтасининг кўтарилишини беради. Расмдан кўринишича,

$$\frac{NA}{MA} = \frac{EN}{A'E}$$

Сублимация ва буғланиш учун ёзилган Клапейрон—Клаузиус тенгламаларига асосан:

$$\frac{A'N}{EN} = \frac{q_{13}}{q_{12}}$$

бундан:

$$\frac{A'N - EN}{EN} = \frac{A'E}{EN} = \frac{q_{13} - q_{12}}{q_{12}} = \frac{q_{23}}{q_{12}}$$

Яна $MA = \frac{v' RT^2}{v \mu q_{12}}$, $NA = T - T'$ эканлигини эътиборга олсак, у ҳолда

$$T' - T = -\frac{v' RT^2}{v \mu q_{23}} \quad (126.3)$$

ёки

$$T' - T = -\frac{P_{осм} T}{v \mu q_{23}} \quad (126.4)$$

(126.2) ва (126.4) ифодаларга мувофиқ, эритманинг қайнаш нуқтасининг кўтарилиши ва қотиш нуқтасининг пасайиши фақат эритувчининг бирлик ҳажмига тўғри келган эрувчи модда мольлари сонига боғлиқ бўлади, лекин бу модданинг химиявий хоссаларига боғлиқ бўлмайди. Хусусан, агар икки ёки бир неча модда эриган бўлса, бу ҳолда эритмаларнинг қайнаш ва қотиш температураларининг ўзгаришлари бу моддаларнинг ҳар бири айрим ҳосил қилган ўзгаришлари йиғиндисига тенг бўлади. Аммо бу ўзгаришлар эритувчининг химиявий хоссаларига боғлиқ бўлади.

МАСАЛАЛАР

1. Бир грамм оддий қанд ($C_{12}H_{22}O_{11}$) 100 см³ сувда эритилган. Нормал атмосфера босимида бу эритманинг қайнаш нуқтаси кўтарилишини аниқлинг. 100°C да сув zichлиги 0,96 г/см³ га тенг.

Ечилиши. Қанднинг молекуляр оғирлиги 342; $v = \frac{1}{342 \cdot 10^2}$; $\mu v = 0,96$;

$b = 539$ кал/г; $R = 1,98$ кал/моль; $T = 373$ К.

Бу маълумотни (126.1) формулага қўйиб, $T' - T = 0,0156^\circ\text{C}$ қийматни оламиз.

2. Олдинги масалада қанд эритмасининг музлаш нуқтаси пасайишини аниқланг.

Жавоб и. $T' - T = -0,0543^\circ\text{C}$.

127-§. Фазалар қондаси

1. Бир неча фазадан таркиб топган термодинамик системани қарайлик. Фаза таркибини характерлаш учун унинг таркибидаги химиявий бир жинсли моддалар миқдорини кўрсатиш керак. Агар фазалар мувозанатда бўлмаса, у ҳолда бу миқдорлар каттароқ ёки кичикроқ интервалда мустақил ўзгариши мумкин. Агар система

термодинамик мувозанатда бўлса, бундай бўлмайди. Бу ҳолда фаза таркибига кирган моддалар орасида муайян миқдорий муносабатлар мавжуд бўлади. Шунинг учун фаза таркибига кирган барча моддаларнинг миқдорини эмас, балки фақат баъзиларининг миқдорини кўрсатиш kifоя. Қолган модда миқдори термодинамик мувозанат шартларидан аниқланади. *Термодинамик мувозанат ҳолатида системанинг ҳар бир фазаси таркибини бир қийматли равишда аниқлайдиган химиявий бир жинсли моддаларнинг минимал сони система компоненталари сони дейилади.* Бу моддаларнинг ўзини системанинг мустақил компоненталари ёки соддароқ системанинг компоненталари дейилади. Уларнинг системадаги миқдори ихтиёрий равишда ва бир-биридан мустақил берилиши мумкин. Компоненталарни танлаб олиш бир қийматли эмас. Қапдай моддаларнинг компоненталар сифатида олиниши аҳамиятга эга эмас. Уларнинг сони муҳим. Агар мустақил компоненталар сони бирга тенг бўлса, бу ҳолда системани *бир компонентали*, агар иккига тенг бўлса, *икки компонентали* ёки *бинар* система ва ҳозирга дейилади.

Масалан, суяқ сув, муз ва сув буғидан таркиб топган ва маълум босим ва температурада турган мувозанатли системани олайлик. Бу — бир компонентали уч фазали системадир. Компонента сифатида системадаги бутун сув массасини олиш мумкин, чунки термодинамик мувозанат шартлари бу массанинг суяқ, қаттиқ ва газсимон фазалар орасида қандай тақсимланишини бир қийматли равишда аниқлаб беради. Хусусан, P ва T лар қийматларига боғлиқ равишда, бир ёки икки фаза йўқ бўлиши мумкин. Лекин, масалан, компонента сифатида системада бор бўлган бутун водородни олиш ҳам мумкин, чунки унинг миқдори маълум бўлса, системанинг барча фазалари таркиби бир қийматли равишда аниқланган бўлади. Ҳақиқатан, водород атомлари сони кислород атомлари сонидан икки марта ортиқ бўлиши керак, чунки бу атомлар эркин бўлмай, балки H_2O сув молекулалари кўринишида боғланиш ҳолатида система таркибига кирган.

Бу мисолни таҳлил қилишни давом эттириш мумкин. Температура кўтарилганида H_2O молекулалари O_2 ва H_2 молекулалар ҳосил қилиб диссоциацияланади. Водород ва кислород суяқ сувда эрийди, бунда кислород эрувчанлиги каттароқ. Бундан ташқари сувда H_2O молекулаларнинг $(H_2O)_n$ типдаги ксмплекслари бўлади. Агар бу зарраларнинг барчаси системада сув молекулаларининг диссоциацияланиши ва ассоциацияланиши натижасида ҳосил бўлган бўлса, бу ҳолда уларнинг сони ҳар бир фазадаги мувозанат шартлари воситасида бир қийматли равишда аниқланган бўлар эди. Система эса аввалгидек бир компонентали бўларди. Молекулалар (H_2O) комплексига нисбатан аҳвол худди шундай бўлади. O_2 ва H_2 молекулаларга нисбатан эса аҳвол бсшқача. Системага ихтиёрий миқдорда водород ва кислород қўшилиши мумкин. Бу шароитда система икки компонентали бўлиб қолади. Мустақил компоненталар сифатида водороднинг умумий массасини ва кислороднинг умумий массасини олиш мумкин. O_2 ва H_2 молекулаларнинг қанчаси эркин ҳолатда бўлишини, қанчаси эса H_2O сув молекуласи

бўлиб бирикишини, O_2 ва H_2 молекулаларнинг бир қанчаси газ-симмон фазада қолиб, қанчаси эса эритмага ўтишини ва ҳоказоларни термодинамик мувозанат шартлари бир қийматли равишда аниқлаб беради. Қисқаси, бу шартлар системанинг ҳар бир фазаси таркибини бир қийматли равишда аниқлайди.

Бошқа мисол сифатида бирор тузнинг тўйинган сувли эритмасини қарайлик, унда эримаган қаттиқ чўкма бўлсин ва эритма устида тўйинган буғ бўлсин. Бу системанинг қаттиқ фазасига нисбатан эримаган тузда сув ихтиёрий миқдорда эмас, деб фараз қиламиз. Туз молекулалари таркибига сув кристалланган кўринишда муайян нисбатда кириши мумкин. Қаралаётган система икки компонентали бўлади. Масалан, агар сув миқдори ва сувсиз туз миқдори маълум бўлса, системанинг ҳар бир фазасининг мувозанат ҳолатидаги таркиби бир қийматли равишда аниқлашган бўлади. Эритманинг ўзида сув молекулаларининг $(H_2O)_n$ комплекслари, туз молекулалари парчаланишидан ҳосил бўлган ионлар, гидратлар ва ҳоказолар бўлиши мумкин. Бироқ юқорида кўрсатилганидек, бундай зарраларнинг мавжуд бўлиши система компоненталари сонига таъсир қилмайди, чунки биз уларнинг миқдорини ихтиёрий равишда ўзгартира олмаймиз.

Хусусий ҳолларда, одатда компоненталар сонини аниқлаш унча қийин бўлмаса-да, компоненталар сонини аниқлашнинг умумий қондасини кўрсатиб бериш қийин.

2. Системадаги ҳар бир компонента система таркибидаги фазалар бўйича тақсимланади. Агар фазалар бир-бири билан чегарадош бўлса, бу ҳолда компоненталар бир фазадан бошқа фазага ўтиши мумкин. Термодинамик мувозанат ҳолатида компоненталарнинг фазалари бўйича муайян тақсимоти қарор топади. Термодинамик мувозанатнинг зарурий шартларини келтириб чиқарайлик. Мувозанат ўрнашган деб фараз қиламиз. Ҳар бир компонентанинг бир фазадан бошқа фазага ўтишига нисбатан мувозанат сақланиши зарур. Шунинг учун мувозанат бузилишини текширганда фақат битта компонента бир фазадан бошқа фазага ўта олади, бошқа компоненталарнинг барча фазаларидаги миқдорлари эса ўзгармас қолади, деб фараз қилиш мумкин. Бу ҳолда система ўзини бир компонентали система каби тутаяди ва унга химиявий бир жинсли система учун чиқарилган (112.1) фазавий мувозанат шартини қўлланиш мумкин. Демак, *агар фазалар бир-бири билан чегарадош бўлса, бу ҳолда мувозанат ҳолатида ҳар бир компонентанинг барча фазаларидаги солиштирма термодинамик потенциаллари бир хил бўлиши керак.* Бундан ташқари, барча фазаларда температура ва босим бир хил бўлиши керак.

3. Системадаги компоненталар сони k , мувозанатдаги фазалар сони эса n бўлсин. Бу ҳолда мувозанат шартларини қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\varphi_1^{(1)} = \varphi_1^{(2)} = \dots = \varphi_1^{(n)},$$

$$\varphi_2^{(1)} = \varphi_2^{(2)} = \dots = \varphi_2^{(n)},$$

$$\dots$$

$$\varphi_k^{(1)} = \varphi_k^{(2)} = \dots = \varphi_k^{(n)}.$$

(127.1)

Пастки индекс компонента номерини, қавсга олинган юқориги индекс эса фаза номерини билдиради. Масалан, $\varphi_3^{(2)}$ иккинчи компонентанинг учинчи фазадаги солиштирма термодинамик потенциални билдиради. Бу потенциалларнинг ҳар бири мос фазанинг таркиби билан аниқланади ва бутун система учун бир хил бўлган T температурага ва P босимга ҳам боғлиқ бўлади. Фаза таркиби ундаги компоненталар концентрацияси, яъни фазадаги компоненталар массаларининг бутун фаза массасига нисбати билан аниқланади. Аммо бу концентрациялар йиғиндиси 1 га тенг бўлганлиги учун улар мустақил эмас. Шунинг учун фазанинг таркибини k эмас, балки $k - 1$ мустақил аргумент аниқлайди. Барча n фазаларда бундай аргументлар сони $n(k - 1)$. Уларга температура ва босимни қўшсак, (127.1) тенгламаларга кирадиган ҳаммаси бўлиб $n(k - 1) + 2$ номаълумлар сони олинади. Тенгламалар сони $n(k - 1)$ га тенг бўлади. Бу тенгламалар бир-бирига зид бўлмаслиги учун, умуман айтганда, бу сон номаълумлар сонидан ертиқ бўлмаслиги зарур, яъни $k(n - 1) \leq n(k - 1) + 2$. Бундан

$$n \leq k + 2 \quad (127.2)$$

Демак, *ўзаро мувозанатда бўла оладиган фазалар сони компоненталар сонидан кўпи билан иккита ортиқ бўлиши мумкин*. Бу қондани Гиббс аниқлаган ва уни *Гиббснинг фазалар қондаси* дейилади. Бир компонентали системалар хусусий ҳолида бу қонда 116-§ да исботланган эди.

Келтирилган исбот (127.1) системани ташкил қилувчи $n(k - 1)$ та тенглама *мустақил* деган фаразга асосланган. Қўйидаги изоҳ бу фаразни асослашга хизмат қилади. Турли атомлар сони ва у билан бирга химиявий реакциялар сони чекли бўлганлиги учун $\varphi_1(1), \varphi_2(1), \dots$ функциялар орасида айнан бирдайлари топилиши эҳтимолдан жуда узоқдир. Бу функциялар орасида қандайдир функционал алоқа мавжудлиги ҳам эҳтимолдан ҳолидир. Газ молекулаларини геометрик нуқталар деб қараб, улар орасидаги тўқнашишлар имкониятини ҳисобга олмаганимиз сабабдан, бундай алоқалар имкониятини ҳам ҳисобга олмаслик мумкин.

Бундан ташқари, исбот фазанинг физик ҳолатини унинг таркиби билан биргаликда яна *икки* параметр: P босим ва T температура аниқлайди, деган фаразга асосланган. Агар системани магнит майдонга жойланса, бу ҳолда у параметрларга магнит майдон кучланганлигини ҳам қўшиш керак. У ҳолда (127.2) ўрнига $n \leq k + 3$ шартни ҳосил қиламиз. Умуман:

$$n \leq k + r,$$

бунда r — маълум таркибли фазанинг физик ҳолатини аниқлайдиган мустақил параметрлар сони. Лекин биз келгусида $r = 2$ ҳол билан чекланамиз.

4. Ҳар бир фазанинг физик ҳолатини $k + 1$ координата: температура, босим ва $k - 1$ компоненталар концентрацияси аниқлайди. Геометрия тилида бу — ҳолатни координаталар ўқларида кўрсатилган координаталар қийматлари қўйиладиган $(k + 1)$ ўлчовли фазодаги нуқта аниқлайди, демакдир. Бундай фазсни *таъсирловчи*

фазо, система ҳолатини тасвирлайдиган унинг нуқталарини эса *тасвирловчи нуқталар* дейилади. Бир компонентали системалар учун тасвирловчи фазо икки ўлчовли (текислик), икки компонентали системалар учун — уч ўлчовли, кўп компонентали системалар учун кўп ўлчовли бўлади. Бошқа томондан, мувозанатсиз система ҳолатини аниқловчи параметрлар умумий сони, кўриб ўтганимиздек, $n(k - 1) + 2$ га тенг. Агар система таркибидаги n фаза бир-бири билан мувозанатда бўлса, у ҳолда бу параметрлар $k(n - 1)$ муносабат билан ўзаро боғланган. Термодинамик системанинг эркинлик даражалари сони ёки вариантлиги дейиладиган мустақил параметрлар сони $f = n(k - 1) + 2 - k(n - 1)$, яъни

$$f = k + 2 - n \quad (127.3)$$

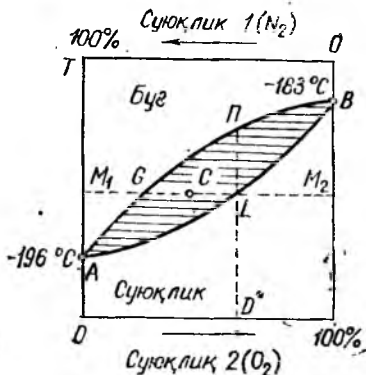
бўлади. Бундан тасвирловчи фазонинг n фаза мувозанатда турадиган нуқталари тўплами бу фазода f ўлчовли соҳа ҳосил қилади. Бир фазали система ($n = 1$) учун $f = k + 1$ ни олампиз, яъни мумкин бўлган тасвирловчи нуқталар $k + 1$ ўлчовли соҳани тўлдиради. $n = 2$ ($f = k$) бўлганда тасвирловчи нуқталар k ўлчовли соҳада жойлашади, $n = 3$ ($f = k - 1$) бўлганда $-(k - 1)$ ўлчовли соҳада жойлашади ва ҳоказо. Ниҳоят, $n = k + 2$ ($f = 0$) бўлганда тасвирловчи нуқталар соҳаси нуқтага айланади. Учланма нуқтага ўхшаш уни $(k + 2)$ -каррали нуқта дейиш мумкин. $f = 0$ бўлганда системани инвариант ёки нонвариант система дейилади. Унинг учун босим, температура ва барча концентрациялар бир қийматли равишда аниқланган. $f = 1$ ($n = k + 1$) бўлганда системани моновариант ёки унивариант система дейилади, $f = 2$ ($n = k$) бўлганда дивариант ёки бивариант, $f \leq 3$ ($n \leq k - 1$) бўлганда — поливариант система дейилади.

128- §. Бинар аралашмаларнинг ҳолат диаграммалари

1. Кўриб ўтганимиздек, кўп компонентали система ҳолатини $(k + 1)$ ўлчовли фазода (k — система компонентлари сони) нуқта орқали тасвирлаш мумкин. Координаталар ўқлари бўйича T температура, P босим ва қандайдир $(k - 1)$ компоненталар концентрациялари қўйилади. Тасвирловчи фазода камроқ сондаги ўлчовли соҳаларни (кичик фазоларни) ажратиш мумкин, уларнинг нуқталари икки ёки бир неча фазанинг мувозанатига мос келади. Агар шундай қилинса, у ҳолда системанинг ҳолат диаграммалари ҳосил бўлади. $k = 1$ ва $k = 2$ бўлганда текислик ва оддий уч ўлчовли фазо тасвирловчи фазолар бўлади. Бу ҳолларда мазкур график метод геометрик жиҳатдан яққол бўлиб, кўп қўлланилади. $k = 1$ ҳоли олдинги бобда қаралган эди. Энди $k = 2$ ҳолига мурожаат қиламиз (икки компонентали ёки бинар системалар). Ҳолат диаграммаси уч ўлчовли. Одатда унинг ё $T = \text{const}$ текислик билан, ё $P = \text{const}$ текислик билан кесилган кесими қаралади. Конкретлик учун $P = \text{const}$ кесимларидан фойдаланамиз. 123- § да жисмларнинг ўзаро эрувчанлигини текширганда шундай қилган эдик. Ҳолат диаграммалари методини намойиш қилиш мақсадида суюқ

аралашмаларнинг қайнаши ва қаттиқ қотишмаларнинг эришини текшираимиз.

2. Сууюқ аралашмаларнинг қайнаш қонуниятларини рус химиги Д. П. Коновалов (1856—1926) тажрибада текширган. Уларни термодинамик жиҳатдан Гиббс асослаган. Икки сууюқлик ихтиёрий миқдорларда бир-бири билан аралаша олади деб фараз қилайлик. Сууюқ азот ва кислород аралашмаси бунга мисол бўлади (147-расм). Экспериментал тадқиқотларнинг кўрсатишича, бундай аралашманинг ҳолат диаграммаси (аниқроғи, унинг $P = \text{const}$ текислик билан кесими) уч соҳадан иборат. Штрихланган соҳа сууюқ аралашма ва унинг буғидан иборат системанинг икки фазали ҳолатини тасвирлайди. Бу соҳа пастдан ALB сууюқлик эри чизиғи билан, юқоридан AGB буғ эри чизиғи билан чегараланган. ALB эри чизиқ пастда система бир фазали бўлиб, у сууюқликларнинг бир жинсли аралашмасидан иборат, AGB эри чизиқдан юқорида ҳам система бир фазали бўлиб, у ўша сууюқликлар буғлари аралашмасидан иборат. Бундай типдаги ҳолат диаграммаларини «сигара» дейилади.



147-расм.

Чапки вертикал тўғри чизиқ I сууюқликнинг (азот) юз процент бўлишига, ўнгдагиси 2 сууюқликнинг (кислород) юз процент бўлишига мос келади. «Сигарани» M_1GCLM_2 горизонтал тўғри чизиқ билан кесамиз. L нуқтада система сууюқ ҳолатда бўлиб, унда 1 ва 2 сууюқликлар миқдорлари нисбати M_2L ва M_1L кесмалар нисбатига тенг бўлади. G нуқтада система газсимон ҳолатда бўлиб, унда 1 ва 2 сууюқликларнинг нисбий миқдорлари M_2G ва M_1G кесмаларга мос равишда пропорционал бўлади. Ниҳоят, C нуқтада буғ ва сууюқлик аралашмаси бўлади. Ундаги азот ва кислород массалари нисбати мос равишда M_2C ва M_1C кесмалар узунликлари нисбатидек, сууюқлик ва буғ массалари нисбати мос равишда GC ва LC кесмалар нисбатидек бўлади (ричаг қондаси).

Энди сууюқлик қайнаши характерини текшираимиз. Аввал, сууюқлик ёпиқ идишда (масалан, поршенли цилиндрда) иситилаётган бўлиб, поршенга таъсир қилувчи ташқи босим ўзгармас тутиб турилади деб фараз қиламиз. Ҳосил бўлаётган буғ системада қолади, шу сабабли унинг химиявий таркиби ўзгармайди. Шўнинг учун иситилиш процессини — DLI вертикал тўғри чизиқ тасвирлайди. L нуқтада сууюқлик қайнай бошлайди. Исита борган сари қайнаш температураси кўтарилади ва бир вақтда системада буғ миқдори ортади. Система фақат буғдан иборат бўладиган P нуқтада қайнаш тўхтамайди. Демак, сууюқликлар аралашмасининг маълум қайнаш нуқтаси бўлмайди. Барча қайнаш нуқталари (мазкур таркиб ва босимда) LP вертикал кесма бўйлаб жойлашади, бунда ҳар бир қайнаш нуқтасига буғ ва сууюқлик миқдорлари орасида аниқ бир мунсабат мос келади.

Энди иситиш очиқ идишда амалга оширилади деб фараз қиламиз. Ҳосил бўлаётган буғ системадан узоқлашади. L нуқтага эришгач, суюқликлар аралашмаси яна қайнайди. Аммо аралашма тўйинган буғнинг L нуқта температурасидаги ҳолати бу нуқта билан эмас, балки ундан чапроқда жойлашган G нуқта билан тасвирланади. Аралашманинг тўйинган буғида, L нуқтадаги аралашмага нисбатан, азот миқдори кўпроқ. Ҳосил бўлаётган буғ тўйинган бўлади, шунинг учун системадан кислородга нисбатан азотни кўпроқ олиб кетади. Система иситилиш вақтида кислородга бойиёди. Иситишни LB чизиқ тасвирлайди. Оқибат натижада, B нуқтага эришилганда системада фақат биргина кислород қолади. *Ректификация*, яъни икки ёки ундан кўп компонентали суюқликларни ажратиш ана шу ҳодисага асосланган. Бу методда ажратилиши керак бўлган аралашмани кўп каррали буғланишга ва ҳосил бўлаётган буғни конденсацияланишга дучор қилинади.

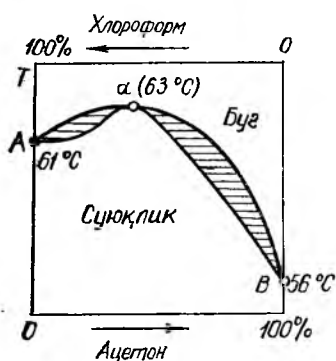
Агар органик ва аноорганик суюқликлар бинар аралашмаларининг экспериментал ҳолат диаграммаларини таҳлил қилинса, бу ҳолда уларнинг анча кўпчилиги «сигара» типига мос келади ва шунинг учун «сигара» типини «нормал» тип дейиш мумкин. Бу типдаги диаграммаларни айниқса химиявий таркиби жиҳатидан бир-бирига яқин моддалар (бензол-толуол, гексан-октан, метил ва этил спиртлари ва ҳоказо) беради.

3. Бироқ бошқа типдаги ҳолат диаграммалари ҳам мавжуд. Улар 148 ва 149-расмларда тасвирланган. Масалан, ацетон ва хлороформ аралашмаси ёки H_2O ва HNO_3 аралашмаси учун суюқлик ва буғ эгри чизиқлари α -нуқтада бир-бирига уриниб, максимумга эга бўлади. Ацетон ва углерод сульфид аралашмаси ёки сув ва этил спирт аралашмаси учун бу эгри чизиқлар бир-бирига уриниш нуқтасида минимумга эга. Биринчи ва иккинчи типдаги ҳолат диаграммаларида α уриниш нуқтасида суюқлик ва буғнинг таркиби бир хил. α нуқтага таркиби мос келган аралашмани *азеотроп* аралашма дейилади.

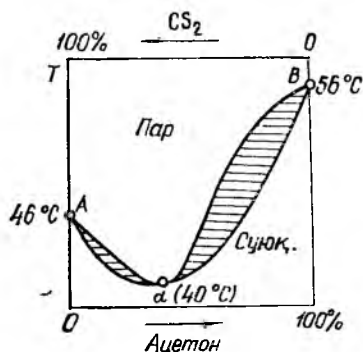
Иситиш очиқ идишда бажарилади деб фараз қилайлик. Азеотроп аралашма қатъиян маълум қайнаш температурасига эга бўлиб, химиявий соф модда каби, бутунлай буғланиб кетади. Агар аралашма азеотроп бўлмаса, 148-расмдаги ҳолда қайнаш тасвирловчи нуқтанинг α вазиятга кўчишига олиб келади, бу кўчиш бошланғич ҳолатнинг қандай бўлишига боғлиқ эмас. Демак, қайнаш натижасида суюқликларнинг азеотроп аралашмаси ҳосил бўлиб, у бундан кейин химиявий жиҳатдан бир жинсли бўлган суюқлик каби қайнайверади. 149-расмдаги ҳолда суюқ аралашманинг иситилиши тасвирловчи нуқтанинг (бошланғич нуқтанинг α нуқтадан чапда ёки ўнгда турганига боғлиқ равишда) ё B вазиятга, ё A вазиятга кўчишига олиб келади.

4. Азот ва кислород аралашмасининг юқорида келтирилган ҳолат диаграммаси (147-расм) атмосфера босимида сигара шаклига эга. Босим ортганида диаграмма характери ўзгармайди. Аммо азотнинг 33,5 атм га тенг критик босимида етгунча ана шундай бўлади (кислороднинг критик босими 49,7 атм га тенг). Бундай ва ундан юқорироқ босимда соф азотнинг суюқ ва газсимон фазаларга

ажралиши энди мумкин бўлмайди. Шунинг учун сигаранинг чапки учи мос вертикал тўғри чизиқдан узоқлашади ва ҳолат диаграммасининг 150-расмда схематик тасвирланган кўринишини олади.

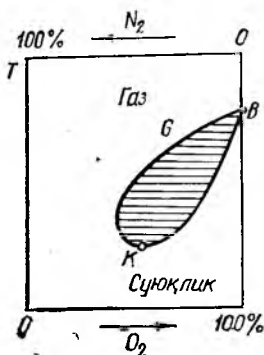


148- расм.



149- расм.

Буғ ва суюқлик чизиқлари критик нуқта дейиладиган бирор K нуқтада туташади. Бундай нуқтанинг бўлиши фақат $BKВ$ ёпиқ эгри чизиқ чегаралаган ҳолатлар учунгина аралашманинг суюқ ва газсимон фазаларга ажралиши мумкинлигини билдиради. Бу эгри чизиқдан ташқарида икки фазали система бўлиши мумкин эмас, модданинг суюқлик ва газга ажралиши шартли характер олади.



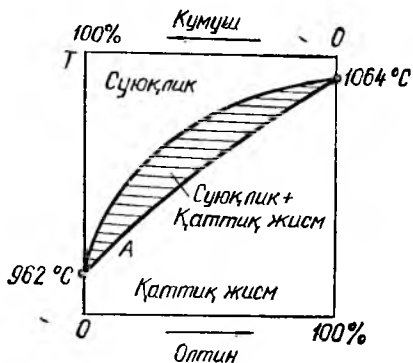
150- расм.



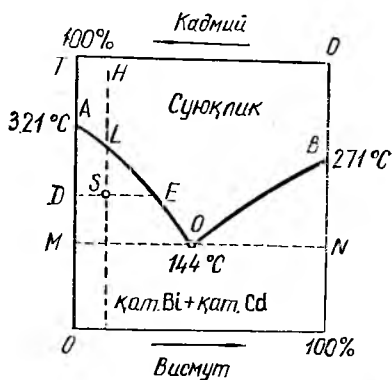
151- расм.

Шу муносабат билан газсимон аралашмалар конденсацияланишига тааллуқли ўзига хос бир ҳодисани айтиб ўтамиз. Бу ҳодисани текширишда T, c нинг эмас, балки P, c диаграммасидан (c — концентрация) фойдаланиш қулайроқ. Критик нуқта атрсфида ҳолат диаграммаси участкасини оламиз (151-расм). Ўзгарувчилар P, c бўлганида икки фазали ҳолат соҳаси критик нуқтадан юқорида эмас, балки пастда жойлашган. Изотермик сиқилиш процессида системанинг ҳолати AB вертикал тўғри чизиқ бўйлаб ўзгаради. Газлар аралашмасининг конденсацияланиши A нуқтада бошланади. Бу

жойда суюқлик миқдори ҳали нолга тенг. Сиқилиш-ортган сари суюқ фаза орта боради. *C* нуқтада суюқлик ва буғ нисбати *MC* ва *CN* кесмалар нисбатига тенг. Аммо сиқилиш янада давом эттирилганда суюқлик миқдори яна камая бошлайди. *B* нуқтада эса суюқлик бутунлай йўқолади. Бу ҳодисани *тескари конденсация* дейилади.



152- расм.



153- расм.

5. Энди қаттиқ ва суюқ аралашмаларнинг ҳолат диаграммаларини қарайлик. Сигара типидagi диаграммалар (масалан, $\text{Ag} - \text{Au}$, $\text{Cu} - \text{Ni}$, $\text{AgCl} - \text{NaCl}$ учун), минимумли (масалан, $\text{Cr} - \text{Fe}$, $\text{Fe} - \text{Zr}$, $\text{LiCl} - \text{NaCl}$ учун) ва максимумли (масалан, $\text{Na}_2\text{SO}_4 - \text{FeSO}_4$, $\text{стеарин} - \text{пальмитин}$ учун) диаграммалар бўлиши мумкин. Юқорида суюқ ва газсимон аралашмалар учун келтирилган мулоҳазаларни барча бу диаграммаларга ҳам татбиқ этиш мумкин. Масалан, 152-расмда олтин ва кумуш қотишмасининг ҳолат диаграммаси тасвирланган. Юқориги эгри чизиқ устидаги соҳа жисмнинг суюқ ҳолатини, пастки эгри чизиқ остидаги соҳа қаттиқ ҳолатини тасвирлайди. Иккала эгри чизиқ орасидаги штрихланган соҳа суюқлик ва қаттиқ жисмдан иборат икки фазали системани тасвирлайди. Қаттиқ қотишма иситилганида *A* эгри чизиқ бўйлаб эриш бошланади. Температура ортган сари суюқ аралашма миқдори ортиб бориб, *B* эгри чизиқда бутун аралашма суюқ ҳолатга ўтади. Маълум таркибли аралашманинг эриш нуқталари чекли температура интервалини тўлдиради, бунда ҳар бир эриш нуқтасига қаттиқ ва суюқ фазалар орасида аниқ бир муносабат мос келади.

6. Висмут-кадмий (153-расм) ёки қўрғошин-сурьма системаларининг ҳолат диаграммалари бутунлай бошқа характерга эга. Уларнинг характерли хусусияти — система таркибига кирган иккала компонентанинг аралаш кристалларни ҳосил қилмаслигидир. *A* ва *B* нуқталар тоза кадмий ва тоза висмут эриш нуқталаридир. Кадмийга висмутнинг қўшилиши висмутнинг кадмийдаги суюқ эритмасининг қотиш нуқтасини пасайтиради. Висмут концентрацияси орта борган сари эритманинг қотиш эгри чизиғи пастга томон кетади. Кадмийнинг висмутдаги эритмаси қотиш эгри чизиғи ҳам

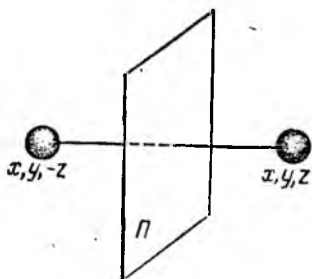
худди шундай характерли бўлади. Иккала эгри чизиқ *эвтектик нуқта* дейиладиган O нуқтада кесишади. AOB эгри чизиқнинг юқорисидаги соҳа висмут билан кадмийнинг бир жинсли суюқ аралашмасини тасвирлайди. MON горизонтал тўғри чизиқ пастдаги соҳа — висмут кристаллари ва кадмий кристалларидан иборат икки фазали системани тасвирлайди. $AOMA$ ёпиқ эгри чизиқ билан чегараланган соҳа — кадмий кристалларидан ва кадмий билан висмутнинг суюқ аралашмасидан иборат икки фазали системани тасвирлайди. Қаралаётган соҳани кесувчи ҳар қандай DE горизонтал тўғри чизиқнинг барча нуқталарида суюқ аралашманинг таркиби бир хил бўлади. $У$ мазкур тўғри чизиқнинг эриш эгри чизиғи AEO участкаси билан кесишиш нуқтаси E билан аниқланади, бу нуқтада бутун модда суюқ аралашма кўринишида бўлади. Қаралаётган соҳанинг бирор S нуқтасида суюқ ва қаттиқ қисмлар миқдорини оддий ричаг қондаси аниқлайди: қаттиқ кадмий ва суюқ аралашма миқдорлари DS ва SE кесмалар узунликларига тескари пропорционал бўлади. Шунга ўхшаш, $OBNO$ ёпиқ эгри чизиқ билан чегараланган соҳа висмут кристалларидан ва висмут билан кадмийнинг суюқ аралашмасидан иборат икки фазали системани тасвирлайди.

Суюқ аралашманинг, уни совитилганда, HL вертикал тўғри чизиқ бўйлаб қотиш процессини қарайлик. L нуқтада аралашмадан кадмий кристаллари ажрала бошлайди. Система висмут билан бойийди ва унинг қотиш температураси пасаяди. Ҳамма суюқлик қотиб бўлмагунча, бу нуқтада температуранинг пасайиши тўхтамайди. O нуқтада суюқликда қолган кадмийнинг кристаллари ажралиши давом этади ва висмут кристаллана бошлайди. Бунда кадмий ва висмутнинг нисбий миқдори бутун кристалланиш процесси давомида ўзгармас қолади. O эвтектик нуқтани кадмий билан висмутнинг суюқ аралашмаси, кадмий кристаллари ва висмут кристалларидан иборат *уч фазанинг биргаликда мавжуд бўлишининг мувозанатли нуқтаси* дейилади. Эвтектик нуқтада иккала компонента-нинг кристалланиши бир вақтда юз бергани туфайли бу нуқтада кристаллар аралашмаси кадмий ва висмутнинг жуда майда кристаллчаларидан иборат бўлади. Бу аралашмани *эвтектик аралашма ёки эвтектика* дейилади. Эвтектик нуқтадан чағда, MN тўғри чизиқдан пастда жойлашган соҳада эвтектик аралашмада олдин ажралиб чиққан йирик кадмий кристаллари бўлади, ўнгда эса — висмут кристаллари бўлади.

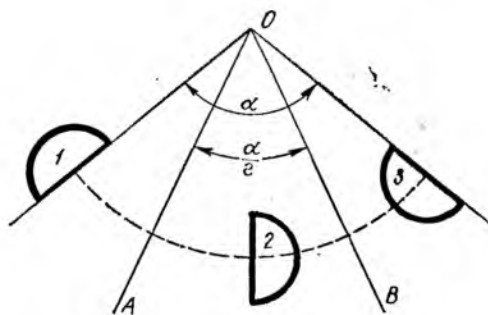
129- §. Жисмлар симметрияси

1. Жисмнинг симметрияси унинг *алмаштиришлар* ёки *симметрия операциялари* дейиладиган маълум ўрин алмаштиришларида жисмнинг ўз-ўзи билан устма-уст тушиши хоссаларини ифодалайди. Бу ўрин алмаштиришларда жисм нуқталари орасидаги масофаларни ўзгартира оладиган чўзилиш, сиқилиш, силжиш ва бошқа деформациялар бўлмаслиги керак. Симметрия алмаштиришларига: 1) жисмнинг барча нуқталарини маълум масофага *параллел кўчириш* (*трансляция*); 2) жисмни бирор ўқ атрофида маълум бурчакка *бурилиши*; 3) *текисликда аксланиши*; 4) *инверсия* ёки *нуқтада аксланиши*, шунингдек, бундай алмаштиришларнинг барча комбинациялари киради.

Жисмнинг Π текисликда аксланиши дейилганда жисмнинг ҳар бир нуқтасини шу текисликка нисбатан унга симметрик бўлган нуқтага кўчирадиган операция тушунилади (154- расм). Агар Π текислик сифатида тўғри чизиқли координаталар системаси XU текислиги олинса, u ҳолда бу текисликда аксланишда (x, y, z) нуқта $(x, y, -z)$ нуқтага ўтади. Биргина текисликда икки каррали ва умуман жуфт каррали аксланиш ҳолида *айнан алмаштириш* ҳосил бўлади, бунда жисм ўзининг бошланғич вазиятига қайтади. Текисликда аксланишга жисмнинг ўзидан унинг ясси кўзгудаги мавҳум оптик тасвирига ўтиш мисол бўла олади.



153- расм.



154- расм.

Барча симметрия операциялари кетма-кет бажариладиган текисликда аксланиш операцияларига келтирилиши мумкин. Масалан, α бурчакка бурилишни O бурилиш ўқида $1/2 \alpha$ бурчак остида кесишадиган OA ва OB икки текисликда икки кетма-кет акслантириш йўли билан ҳосил қилиш мумкин (155- расм). Агар O бурилиш ўқини чексизликка узоқлаштирилса, яъни икки параллел текисликда икки акслантириш бажарилса, бу ҳолда бурилиш параллел кўчиришга (трансляцияга) ўтади. Агар $x = \text{const}$, $y = \text{const}$, $z = \text{const}$ текисликларда кетма-кет уч акслантириш бажарилса, бу ҳолда (x, y, z) нуқта $(-x, -y, -z)$ нуқтага ўтади. Натижада инверсия ёки координаталар бошида аксланиш ҳосил бўлади. Демак, ҳар қандай жисмнинг симметриясини фақат аксланиш операциялари ёрдамидагина тавсифлаш мумкин. Аммо, яққолроқ бўлиши учун бундай тавсифлашда мураккаб симметрия операцияларидан ҳам (улар текисликларда кетма-кет бажариладиган аксланишга келтирилади) фойдаланиш қулай.

Жисмга нисбатан симметрик жойлашган маълумгеометрик нуқталар, тўғри чизиқлар ва текисликларни унинг *симметрия элементлари* дейилади. Симметрия ўқи, симметрия текислиги, кўзгусимон бурилиш ўқи, симметрия маркази ва бошқалар симметрия элементларидир. Жисмнинг барча симметрия элементлари тўпламини унинг *симметрия группаси* дейилади. Фақат аксланиш, бурилиш ва инверсия операцияларини ўз ичига олган, лекин трансляциялар бўлмаган симметрия группаларини *нуқтавий группа* дейилади. Бундай группалар камида жисмнинг бир нуқтасини ўз жойида қолдиради ва *чекли фигуралар* — атомлар, молекулалар, кўп ёқлилар ва ҳоказолар симметриясини тавсифлайди. Санаб ўтилган операциялардан ташқари яна трансляцияларни ҳам ўз ичига олган симметрия группалари даврий тузилишга эга бўлган *чексиз системалар* симметриясини тавсифлайди. Уларни фазовий группалар дейилади.

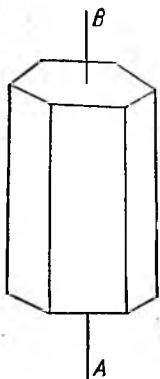
2. Агар бирор ўқ атрсефида $\varphi_n = 2\pi/n$ ($n = 2, 3, 4$) бурчакка бурилганда жисм ўзига ўтса, бу ҳолда у ўқни n -*тартибли бурилиш ўқи* ёки *симметрия ўқи* дейилади. Келгусида қисқа ифодалаш мақсадида симметрия элементини ва унга мос алмаштиришни биргина символ билан белгилашга келишиб оламиз. Масалан, n -тартибли бурилиш ўқини ва унинг атрофида $2\pi/n$ бурчакка бурилишни биргина C_n символ билан белгилаймиз. Агар $n = 1$ бўлса, бу ҳолда жисм $\varphi_1 = 2\pi$ бурчакка бурилади, яъни ўзининг бошланғич вазиятига қайтади. $\varphi = p(2\pi/n)$ бурчакка бурилганда (бу ерда n — бутун сон) жисм яна ўзи-ўзига ўтиши равшан. φ бурчакни $\varphi = 2\pi : (n/p)$ кўринишида ифодалаш мумкин. Бундан, агар n сон p га қаррали бўлса, бу ҳолда қаралаётган бурилиш C_n ўқи бир вақтнинг ўзида пастроқ n/p тартибли бурилиш ўқи, яъни $C_{n/p}$ ўқи бўлади. Масалан, мунтазам олти қиррали призманинг AB геометрик ўқи (156- расм) олтинчи, учинчи ва биринчи тартибли бурилиш ўқи бўлади.

3. Агар жисм бирор текисликда кўзгусимон аксланиш оқибатида ўзи-ўзига ўтса, у ҳолда бу текисликни *симметрия текислиги* дейилади. Уни, шунингдек, мос аксланиш операциясини ҳам σ ор-

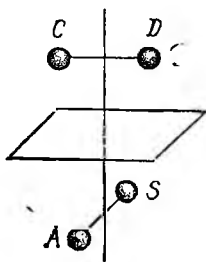
қали белгиланади. Масалан, одам танаси, агар ички органларнинг жойлашишига эътибор қилинмаса (юрак чапда жойлашган), уни икки бир-бирига ўхшаш яримга: чап ва ўнг яримга бўладиган симметрия текислигига эга.

Жисмда ҳар қандай тартибли бурилиш ўқининг бўлиши бу ўқ орқали ўтувчи симметрия текислиги бsr эканлигини билдирмайди. Масалан, мунтазам олти қиррали призма (156- расм) AB ўқ орқали ўтувчи олти симметрия текислигига эга. Агар умумий ўққа эга бўлган, бир-бирига нисбатан ихтиёрий бурчакка бурилган бундай призмалар тўплами олинса, бу ҳолда умумий ўқ сақланади, аммо бу ўқ орқали ўтган симметрия текисликлари, умуман айтганда, бўлмайди.

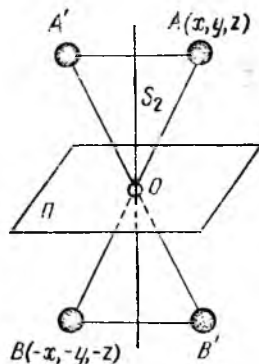
4. Жисмни қўзғалмас ўқ атрофида $2\pi/n$ бурчакка буриш билан бир вақтда уни бу ўққа тик бўлган текисликда акслантиришдан иборат операцияни *кўзгусимон-бурилиш алмаштириши* дейилади. Агар бундай алмаштириш натижасида жисм ўз-ўзига ўтса, бу ҳолда мос ўқни *n*-тартибли *кўзгусимон-бурилиш* ўқи дейилади. Масалан, 157- расмдаги тўрт нуқта системаси $ABCD$ тўртинчи тартибли



156- расм.



157- расм.



158- расм.

кўзгусимон бурилиш ўқига эга. Равшанки, бу ўқ иккинчи тартибли оддий бурилиш ўқи ҳам бўлади. Кўзгусимон-бурилиш алмаштиришлар ва ўқни S_n билан белгилаймиз.

n-тоқ сон бўлганида *n*-тартибли кўзгусимон бурилиш ўқи янги симметрия ўқи бўлмайди, балки *n*-тартибли C_n бурилиш ўқи билан унга тик бўлган σ симметрия текислигининг комбинациясидан иборат бўлишини пайқаш қийин эмас. (Шунинг учун кўзгусимон-бурилиш ўқлари қаралаётганда жуфт тартибли ўқларни қараш билан чекланиш кифоя). Ҳақиқатан, S_n операцияни *n* марта такрорлаймиз. Жисм тоқ сондаги аксланишга дуч келиб, 2π бурчакка бурилади. Барча бу операциялар σ текисликда бир қаррали аксланишга эквивалентдир. Уларнинг ҳар бири жисмни ўзи-ўзига мос туширганлиги учун σ операция ҳам шундай хоссага эга бўлади. Бу эса σ текислик жисмнинг симметрия текислиги бўлиши-

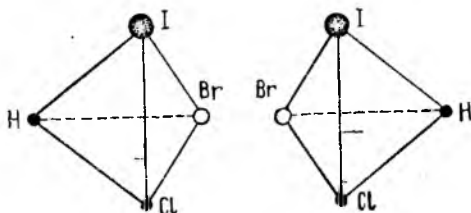
ни кўрсатади. Буни назарга олиб, жисм устида σ ва S_n алмаштиришлар бажарамиз — жисм ўзи ўзига ўтади. Лекин σ ва S_n икки операциянинг бирикмаси битта C_n бурилишга эквивалент. Демак, S_n ўқ жисмнинг n - тартибли бурилиш ўқи бўлади.

5. Агар бирор O нуқтага нисбатан инверсияда жисм ўзи ўзига ўтса, бу ҳолда O нуқтани *симметрия маркази* дейилади. Жисм иккинчи тартибли S_2 кўзгусимон — бурилиш ўқига эга деб фараз қилайлик. Бу ҳолда S_2 ўқ унга мос Π текисликни кесадиган O нуқта симметрик маркази бўлади. Ҳақиқатан S_2 ўқ атрофида 180° га бурилиш (158- расм) A нуқтани A' вазиятга кўчиради. Π текисликда аксланиш A нуқтани B вазиятга ўтказди. S_2 кўзгусимон — бурилиш ўқи бўлганлигидан B вазиятда жисмнинг A нуқта билан бир хил нуқтаси туриши керак. Лекин A ва B нуқталар O нуқтага нисбатан симметрик равишда жойлашган. Бу эса O нуқта жисмнинг симметрия маркази эканлигини билдиради. Демак, *агар жисмда иккинчи тартибли кўзгусимон бурилиш ўқи бўлса, у ҳолда жисмда симметрия маркази ҳам бўлади. Аксинча, агар жисмда симметрия маркази бўлса, бу ҳолда унда иккинчи тартибли кўзгусимон бурилиш ўқлари ҳам бўлади, бундай ўқлар сони чексиз бўлишини пайқаш қийин эмас.*

158- расмдан кўринишича, уч элемент: симметрия маркази, иккинчи тартибли бурилиш ўқи ва унга тик бўлган симметрия текислиги мустақил эмас. Бундай симметрия элементларидан бир жуфтнинг мавжуд бўлиши учинчисининг ҳам мавжуд бўлишини тақозо қилади. Ҳақиқатан, масалан, жисмда симметрия маркази ва иккинчи тартибли бурилиш ўқи бор деб фараз қилайлик. Бу ҳолда, агар жисмда A нуқта бор бўлса, бурилиш ўқи мавжудлиги туфайли унда A' нуқта ҳам бор бўлиши, симметрия маркази мавжудлиги туфайли B ва B' нуқталар бўлиши керак. Лекин A' ва B , A ва B' нуқталар Π текисликка нисбатан симметрик жойлашган. Бинобарин, Π текислик — симметрия текислигидир.

6. Жисмнинг текисликда аксланишида дастлабки жисмга тамомила ўхшаш жисм ҳосил бўлиши мумкин — иккала жисмни фақат буришлар ёрдамида бир-бирига мос тушириш мумкин. Лекин дастлабки жисмга ўхшасада, ундан (ўнг қўл чап қўлдан фарқ қилгани каби) фарқ қиладиган жисм ҳосил бўлиши ҳам мумкин. Ҳеч қандай буриш билан бундай икки жисмни бир-бирига мос тушириш мумкин эмас. Жисм етарлича симметрик бўлганида биринчи ҳол ўринли бўлади, жисм худди симметрия текислигига ёки кўзгусимон — бурилиш ўқи, хусусан, симметрия марказига эга бўлади; жисм бу симметрия элементларига эга бўлмаганида — иккинчи ҳол ўринли бўлади. Органик химия бунга кўп мисоллар беради. Бунда модда молекулалари бир хил атомлардан тузилган бўлса-да улар ўхшаш бўлмаган икки модификацияда учрайди: бири иккинчисидан кўзгусимон аксланиш йўли билан ҳосил қилиниши мумкин. Бундай молекулаларни *кўзгусимон изомерлар* ёки *стереоизомерлар* дейилади. Ҳодисанинг ўзи *кўзгусимон изомерия* номини олган. Уни Пастер (1822—1895) очган. Энг содда мисол келтирамиз. CN_4 метан молекуласини оламинг. У тетраэдр шаклида бўлиб, углерод атоми унинг марказида ва тўртта водород атоми унинг учларида жойлашган бў-

лади. Бундай молекула симметрия текисликларига эга бўлади, шунинг учун эса кўзгусимон изомерияга эга эмас. Водород атомларидан бири хлор атоми билан алмаштирилган молекула ҳам, шунингдек, водород атомларидан бири хлор атоми билан, иккинчиси — бром атоми билан алмаштирилган молекула ҳам кўзгусимон изомерияга эга бўлмайди. (Бундай молекулаларда энг камида битта симметрия текислиги бор.) Бироқ, агар водороднинг учинчи атомини I йод билан алмаштирилса, CHClBrI молекула ҳосил бўлади, у 159-расмдан кўринишича (C атом тасвирланмаган), турли икки стереоизомер кўринишида мавжуд бўла олади.

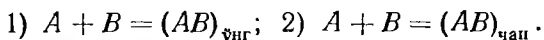


159- расм.

Бир изомернинг физик хоссаларини иккинчи изомернинг текисликда аксланишдан ҳосил бўлган хоссалари сифатида тасаввур қилиш мумкин. Унг чапдан қандай фарқ қилса, бу хоссалар бир-биридан фақат шундай фарқ қилади. Хусусан, эритмаларда стереоизомерлар чизикли қутбланган ёруғлик қутбланиш текислигини қарама-қарши йўналишда буради: бири ўнгга, иккинчиси чапга буради. (Ёруғлик кузатувчи кўзи томонга бораётир деб фараз қилинади.) Бу атомат бўйича изомерлардан бирини — *ўнг*, иккинчисини — *чап* изомер дейилади.

Турли *A* ва *B* моддаларнинг ўнг изомерлари орасидаги химиявий реакциялар худди чап изомерлар орасидагидек боради — бу процессларнинг бири иккинчисининг кўзгусимон тасвири бўлади. Шу сабабли *A* ўнг изомер билан *B* чапки изомер ва *B* ўнгги изомер билан *A* чапки изомер бирдек реакция қиладилар. Аммо реакциялар олдинги икки ҳолда кейинги икки ҳолдагига нисбатан анча босиқача боради. Бунинг ҳаммаси биологияда муҳим эҳамиятга эга, чунки жонли организмлар таркибига кирган молекулалар симметрик эмас ва стереоизомерлар ҳосил қилади.

A ва *B* молекулалар кўзгусимон изомерияга эга эмас, балки бир-бири билан химиявий бирикнишда бу хоссага эга бўладиган молекулалар ҳосил қилади дейлик. Бу ҳолда икки реакция бўлиши мумкин:



Агар бу реакцияларни кўзгуда акслантирилса, бу ҳолда *A* ва *B* молекулалар ўз-ўзига ўтади, *AB* ўнг изомер чап изомерга, чапкисига айланади. Натижада қаралаётган реакциялар қуйидагиларга ўтади:

$$1) A + B = (AB)_{\text{чап}}; \quad 2) A + B = (AB)_{\text{ўнг}},$$

яъни биринчи реакция иккинчиси билан, иккинчиси эса биринчиси билан алмашинади. Бунда A билан B бирикканида қанча ўнг стереоизомер ҳосил бўлса, шунча чап стереоизомер ҳосил бўлади.

130- §. Кристалл панжаралар

1. Кристаллларнинг уларни суюқликлар ва аморф қаттиқ жисмлардан фарқ қилдирадиган асосий хусусияти — кристаллни ташкил қилган атомлар, молекулалар ёки ионларнинг фазода даврий жойлашишидир. Бундай даврийлик *узоқ тартиб** номини олган. Келгусида, қисқалик учун, кристалллар атомлардан тузилган деймиз, аммо атомлар ролини молекулалар ёки ионлар бажариши ҳам мумкин. Даврий жойлашган бундай атомлар тўплами *кристалл панжара* деб аталувчи даврий структурани ҳосил қилади. Атомларнинг ўзи жойлашган нуқталарни (аниқроғи, иссиқлик ва ноль тебранишлар юз бераётган нуқталарни) *кристалл панжара тугунлари* дейилади. Агар бизни фақат атомларнинг фазода жойлғиши даврийлиги қизиқтираётган бўлса, бу ҳолда уларнинг ички тузилишини эътиборга олмаслик ва атомларни геометрик нуқта сифатида қараш мумкин. Бу маънода *фазовий панжара* тўғрисида гапирилади. Кристаллографияда фазвий панжара тасаввурини француз кристаллографи ва математиги Огюст Браве (1811—1863) киритган. Шу билан кристалллар симметриясининг систематик назарий тадқиқотига асос қўйилган эди. 1912 йилда Лауэ (1879—1960) ва унинг ҳамкорлари Фридрих (1883—1968) ва Книппинг (1883—1935) ларнинг рентген нурлари дифракцияси устидаги машҳур тажрибасида биринчи марта (аммо бирмунча билвссита бўлса-да) мазкур тасаввур экспериментал исботланди.

2. Кристаллнинг ички симметриясини аниқлаш учун кристалл панжара чекланмаган деб фараз қиламиз. Панжаранинг даврийлиги *трансляцион симметрия* деб аталадиган хосса билан ифодланади. Трансляцион симметрия қуйидагини билдиради: учта бир текисликда ётмайдиган нокомпланар \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_3 векторлар мавжудки, улар панжара

$$\mathbf{T} = n_1\mathbf{a}_1 + n_2\mathbf{a}_2 + n_3\mathbf{a}_3 \quad (130.1)$$

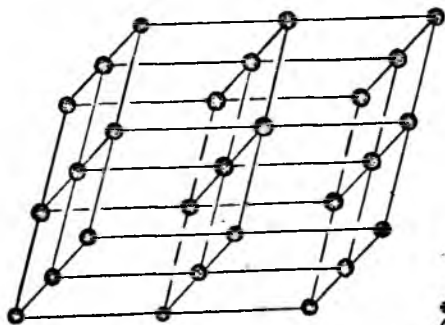
вектор қадар силжиганида панжара ўзи ўзига ўтиши билан характерланади, бунда n_1 , n_2 , n_3 —бутун сонлар. Бундай силжишларни *трансляциялар*, \mathbf{T} векторни эса *трансляция вектори* дейилади. Агар \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_3 векторлар йўналиши ўзгармас бўлганда, (уларни бу йўналишлар бўйлаб трансляция қилиб бутун кристалл панжарани ҳосил қилиш мумкин бўлган даражада) уларнинг узунлиги минимал қилиб олинса, бу ҳолда \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_3 векторларни панжаранинг *асосий ёки базис* векторлари, уларнинг тўпламини *панжара базиси* дейилади.

* Аморф ва суюқ жисмларда фақат қўшни атомларгина тартибли жойлашган бўлиши мумкин (яқин тартиб).

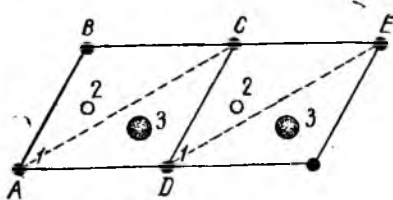
Қирралари a_1, a_2, a_3 бўлган параллелепипедни асосий ёки *базис параллелепипед* дейилади. Унда жойлашган атомлар билан бирга у кристалл панжаранинг *элементар ячейкасини* ташкил қилади. Қирраларнинг a, b, c узунликлари *панжаранинг асосий даврлари* дейилади.

Агар элементар ячейканинг асосий параллелепипеди учларида саккизта атом турса, лекин бу параллелепипеднинг ҳажми ичиди ёки ёқларида бирорта атом бўлмаса, уни *примитив элементар ячейка* дейилади (160- расм). Барча бошқа ячейкаларни *мураккаб ячейкалар* дейилади. Шуларга мос панжара ва параллелепипедларни аташда ҳам ўша терминлардан фойдаланилади. Параллелепипеднинг ҳар бир учига саккиз элементар ячейка ёндошганлиги туфайли ҳар бир примитив ячейкага бир атом тўғри келади. Примитив фазовий панжарани *Браве панжараси* деб ҳам аталади. Браве панжараси бир нуқтадан ҳосил қилиниши мумкин. Бунинг учун нуқтани асосий параллелепипеднинг a, b, c қирраларига параллел равишда кўчириб, барча мумкин бўлган трансляцияларни бажариш керак. Мураккаб кристалл панжарани бир-бирига киритилган Браве панжаралари комбинацияси сифатида қараш мумкин.

3. Базисни, u билан бирга элементар ячейкани ҳам, танлаш бир қийматли эмас. Буни тор, яъни яси панжара масолида тушунтирамиз (161- расм). Элементар ячейкалар сифатида, масалан,



160- расм.



161- расм.

$ABCD$ ва $ACED$ параллелограммни танлаб олиш мумкин. Иккала ҳолда элементар ячейка таркибида ҳар бир сорт атомларнинг сони бир хил (1, 2, 3 сорт атомларидан биттадан кирган). Умуман, a_1, a_2, a_3 базис векторлар сифатида (1301) типдаги a_1, a_2, a_3 векторларнинг ҳар қандай чизиқли нокомпланар (бир текисликда ётмаган) комбинацияларини олиш мумкин. Фақат a_1, a_2, a_3 векторларнинг йўналишлари белгили бўлган ҳолда, уларнинг узунликлари минимал бўлиши муҳим. Бу ҳолда ҳар бир сорт атомларнинг иккала элементар ячейкадаги сони бир хил бўлади. Кристалл панжаранинг барча элементар ячейкалари ҳажмлари ҳам бир хил бўлади. Бу шундан кўринади: элементар ячейканинг ҳажмини $v = n V/N$ ифода тасвирлайди, бунда n — элементар ячейкадаги атомларнинг тўла сони, N — бутун кристалл атомлари сони, V —

унинг ҳажми, nV/N ифода эса базиснинг танланишига боғлиқ эмас.

4. Фазовий панжаранинг ташқи кўриниши бўйича унинг примитив ёки мураккаб панжара эканини аниқлаш ҳамма вақт ҳам осон бўлавермайди. Келгуси учун муҳим бўлган бир мисолни келтирамиз. Асосий параллелепипеди a, b, c қиррали тўғри бурчакли параллелепипед бўлган (164-расмга қ., учинчи қатор) примитив фазовий панжарани қарайлик. Бундай панжарани ромбик панжара дейилади. Ҳар бир элементар ячейканинг марказида биттадан нуқта жойлаштирамиз — ҳажмий марказлашган ромбик панжара дейиладиган янги фазовий панжара ҳосил бўлади. Агар элементар ячейка ёқлари марказларида биттадан нуқта жойланса бу ҳолда ёқлари марказлашган ромбик панжара дейиладиган панжара ҳосил бўлади. Биринчи қарашда иккала панжара мураккаб панжаралар бўлиб кўринади. Аслида бундай эмас.

Ҳақиқатан, ҳажмий марказлашган панжара тугунлари

$$r = n_1 a + n_2 b + n_3 c \quad (130.2)$$

ва

$$r = \left(n_1 + \frac{1}{2}\right) a + \left(n_2 + \frac{1}{2}\right) b + \left(n_3 + \frac{1}{2}\right) c \quad (130.3)$$

ифодалар билан тасвирланади. Янги базисга ўтамыз:

$$a' = \frac{-a + b + c}{2}, \quad b' = \frac{a - b + c}{2}, \quad c' = \frac{a + b - c}{2}, \quad (130.4)$$

яъни базис векторлар сифатида параллелепипедлардан бирининг учини унга ёндашган уч параллелепипед марказлари билан туташтирувчи векторларни қабул қиламиз. Бу ҳолда

$$a = b' + c', \quad b = c' + a', \quad c = a' + b'$$

бўлади ва (130.2) (130.3) ифодалар қуйидаги кўринишни олди:

$$r = (n_2 + n_3) a' + (n_3 + n_1) b' + (n_1 + n_2) c', \quad (130.2a)$$

$$r = (n_2 + n_3 + 1) a' + (n_3 + n_1 + 1) b' + (n_1 + n_2 + 1) c'. \quad (130.2b)$$

Агар фақат m_1, m_2, m_3 лар барча мумкин бўлган бутун сон қийматларни қабул қиладиган бўлса, юқоридаги иккала ифода ҳам $r = m_1 a' + m_2 b' + m_3 c'$ ифодадан ҳосил бўлади. Бундан, ҳажмий марказлашган панжаранинг примитив бўлиши келиб чиқади.

Ёқлари марказлашган панжара учун ҳам шунга ўхшаш мулоҳазалар қилиш мумкин. Фақат бу ҳолда янги базис векторлар сифатида параллелепипеднинг бирор учини унга ёндашган уч ёқ марказлари билан туташтирувчи уч векторни, масалан,

$$a' = \frac{b + c}{2}, \quad b' = \frac{c + a}{2}, \quad c' = \frac{a + b}{2} \quad (130.5)$$

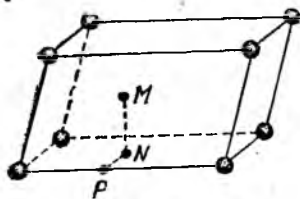
векторларни қабул қилиш керак.

Содда ромбик панжара учун бошланғич тўғри бурчакли параллелепипеди асосий параллелепипед деб қабул қилиш мумкин. Аммо у ҳажмий марказлашган ва ёқлари марказлашган панжаралар учун асосий бўла олмайди. Ҳақиқатан, бу ҳолларда a, b, c

базисни трансляция қилиш йўли билан панжаранинг барча тугунларини ҳосил қилиш мумкин эмас. Лекин (130.4) ва (130.5) базисларни трансляция қилиб, бунга эришиш мумкин. Шунинг учун ҳажмий марказлашган панжара учун базис параллелепипед сифатида (130.4) параллелепипедни, ёқлари марказлашган панжара учун (130.5) параллелепипедни олиш мумкин.

Ёқлари марказлашган ва ҳажмий марказлашган панжаралар учун, умуман айтганда, базис параллелепипедлар қийшиқ бурчакли бўлади. Ҳақиқатан, бошланғич тўғри бурчакли параллелепипед кубга айланиши хусусий ҳолини қарайлик (164- расмга қ., биринчи қатор). Бу ҳолда икки қўшни (130.4) базис векторлар орасидаги α бурчак, яъни кубнинг ҳажмий диагоналлари орасидаги бурчак $\sin(\alpha/2) = 1/\sqrt{3}$ тенгламадан аниқланади, бундан: $\alpha = 70^\circ 32'$ қийматни оламиз. (130.5) базис векторлар орасидаги бурчак (яъни кубнинг қўшни ёқлари диагоналлари орасидаги бурчак) 60° ни ташкил қилади. Демак, асосий кубларнинг ёқларини ва ҳажмни марказлаш йўли билан содда кубик панжарадан ҳосил қилинган панжаралар примитив панжаралар бўлади. Аммо улар содда кубик панжара бўлмайди.

5. Ҳар бир примитив панжара ҳажмида келтирилган параллелепипед дейиладиган параллелепипед ажратиш мумкин. У қуйидаги тарзда олинади. Панжаранинг тугунларини жуфтма-жуфт туташтирувчи барча векторлар тўпламини қарайлик. Улардан минимал узунликдаги векторни танлаймиз ва уни a_1 вектор сифатида оламиз. Қолган векторлардан яна минимал узунликдаги (a_1 билан бир хил йўналишли бўлмаган) векторни танлаймиз ва уни a_2 вектор сифатида оламиз. Барча қолган векторлардан минимал узунликдаги (a_1 ва a_2 билан бир текисликда ётмайдиган) a_3 векторни танлаб оламиз. a_1, a_2, a_3 базисни ва ундан тузилган параллелепипедни келтирилган базис ва келтирилган параллелепипед дейилади. *Келтирилган параллелепипеднинг асосий хоссаси — параллелепипеднинг примитив бўлишидир.* Буни исботлаш учун, ҳаммадан олдин, ҳар қандай асосий параллелепипеднинг учлари каби келтирилган параллелепипеднинг учлари ҳам панжара-тугунларида жойлашганини айтиб ўтамиз. Бундан кейин келтирилган параллелепипед ичида панжаранинг M тугуни бор деб фараз қиламиз (162-расм). M дан параллелепипеднинг энг яқин ёқига MN перпендикуляр тушира-миз. Перпендикулярнинг N асосидан шу N нуқтадан ўтган ёқнинг энг яқин қиррасига янги NP перпендикуляр тушира-миз. Ниҳоят, P нуқтани ўзи жойлашган қирранинг энг яқин O учи билан туташтирилади. Қуришдан равшан кўринишича, ўзаро перпендикуляр MN, NP ва PO кесмаларнинг узунликлари келтирил-



162- расм.

ган параллелепипеднинг максимал қирраси узунлигининг $a_3/2$ ярмисидан ортиқ бўлмайди. Бундан ва Пифагор теоремасидан $OM \leq \sqrt{3}a_3/2 < a_3$ эканлиги келиб чиқади. Бу эса O ва M тугун-

ларни туташтирувчи OM вектор a_3 вектордан қисқа ва a_1 ва a_2 векторлар билан бир текисликда ётмаслигини билдиради. Лекин бу натижа a_1, a_2, a_3 базис келтирилган базис деган фаразга зиддир. Чизиқли ва ясси панжараларга нисбатан шунга ўхшаш мулоҳазалар келтирилган параллелепипеднинг қирралари ва ёқларарида ички тугунлар мавжуд бўла олмаслигини кўрсатади. Исботланган теорема асосий параллелепипед сифатида келтирилган параллелепипедни олишга имкон беради.

6. Математик мулоҳазаларда кўпинча фазовий панжара билан бир қаторда *тескари панжара* дейиладиган ёрдамчи нуқталар системаси тушунчасини кириштириш қулай бўлади. Тескари панжаранинг базис векторлари a_1, a_2, a_3 векторларга нисбатан ўзаро перпендикуляр бўлади, яъни

$$a_1^* = \frac{[a_2 a_3]}{([a_1 a_2] a_3)}, \quad a_2^* = \frac{[a_3 a_1]}{([a_1 a_2] a_3)}, \quad a_3^* = \frac{[a_1 a_2]}{([a_1 a_2] a_3)} \quad (130.6)$$

(I том, 7- §, 9- масалага қ). Бошланғич ва тескари панжараларнинг базис параллелепипедлари ҳажмлари

$$VV^* = 1 \quad (130.7)$$

муносабат орқали боғланган.

М А С А Л А

Тескари панжара базиснинг таълимига боғлиқ бўлмаслигини исботланг. Ечилиши. Янги базисга ўтамиз:

$$a_1' = a_1 + n_2 a_2, \quad a_2' = a_2, \quad a_3' = a_3. \quad (130.8)$$

Базис параллелепипедларнинг V ҳажми иккала базисда ҳам. бир хил бўлгани тўғрисида тескари панжаранинг янги базис векторлари:

$$a_1'^* = \frac{1}{V} [a_2' a_3'] = a_1^*,$$

$$a_2'^* = \frac{1}{V} [a_3' a_1'] = \frac{1}{V} [a_3 a_1] + \frac{n_2}{V} [a_3 a_2] = a_2^* - n_2 a_1^*,$$

$$a_3'^* = \frac{1}{V} [a_1' a_2'] = \frac{1}{V} [a_1 a_2] = a_3^*.$$

Тескари панжарада янги базисга ўтиш мумкин:

$$a_1^* = a_1', \quad b_2^* = a_2'^* + n_2 a_1'^* = a_2^*, \quad b_3^* = a_3^*.$$

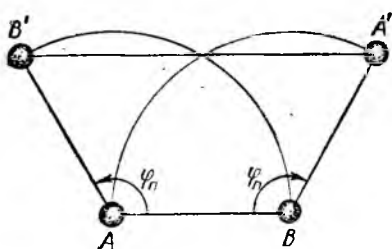
Лекин бу базис (130.6) базис билан мос тушади. Шунинг учун уларга мос тескари панжаралар ҳам уста-уст тушади. Умумий ҳолда (130.8) типидagi хусусий алмаштиришлар йўли билан янги базисга ўтиш мумкин. Шунинг учун юқоридаги хулоса бу ҳолда ҳам ўз кучида қолади.

131- §. Кристалл системалар

1. Трансляцион симметрия хоссасидан ташқари кристалл панжара яна бошқа симметрия элементларига эга бўлиши мумкин. Масалан, ҳар қандай примитив фазовий панжара симметрия марказига эга. Осон кўриш мумкинки, панжара примитив параллелепипеднинг ҳар бир учи ва маркази, шунингдек, унинг қирралари ўртаси ва ёқлари марказлари симметрия маркази бўла олади. Базис бир қийматли равишда примитив панжарани аниқлайди. Бунга тескари

хулоса нотўғридир — биргина панжара учун базисни чексиз кўп сонли усуллар билан танлаб олиш мумкин. Шунинг учун базис параллелепед симметрияси, умуман айтганда, унинг асосида қурилган панжара симметриясига мос тушмайди.

2. Чекли ўлчамли жисмлар (масалан, молекулалар) ҳар қандай тартибли бурилиш ва кўзгусимон бурилиш симметрия ўқларига эга бўлиши мумкин. Чексиз (ҳам примитив, ҳам мураккаб) кристалл панжаралар уларда трансляцион симметрия борлиги тўғрисида бошқача характерли бўлади. Кристалл панжаранинг бурилиши ва кўзгусимон бурилиши симметрия ўқлари фақат 2-, 3-, 4- ва 6- тартибли бўлиши мумкин. Буни исботлаш учун AB тугунлар чизигида, яъни панжаранинг чексиз кўп атомларидан ўтган тўғри



163- расм.

чизиқда бир хил A ва B икки қўшни тугунни олайлик (163- расм). Агар A тугун орқали n - тартибли бурилиш ўқи ўтса, бу ҳолда B тугун орқали ўтган унга параллел бўлган тўғри чизиқ ҳам шу тартибли бурилиш ўқи бўлади. Бу ўқларни фазода ҳаракатсиз қилиб маҳкамлаймиз ва уларни A ва B ўқлар дейишга шартлашамиз. Бутун панжарани B ўқ атрофида $\varphi \equiv \varphi_n = 2\pi/n$ бурчакка

бурамиз. A нуқтада турган атом A' нуқтага ўтади, бунда бутун панжара ўзи ўзи билан устма-уст тушади. A нуқтадаги атом ўрнини худди шундай бошқа атом эгаллайди. Энди панжарани A ўқ атрофида ўша φ бурчакка, аммо қарама-қарши йўналишда бурамиз. Панжара яна ўзи ўзи билан устма-уст тушади. B нуқтада турган атом B' нуқтага ўтади; B ва A' нуқталардаги атомлар худди шундай бошқа атомлар билан алмашинади. Агар A' ва B' нуқталар ўзаро мос тушса, бу ҳолда $\varphi = 60^\circ$ ҳамда A ва B ўқлар, олтинчи тартибли бурилиш ўқлари бўлади. Агар A' ва B' нуқталар ўзаро мос тушмаса, бу ҳолда $B'A'$ тўғри чизиқ тўғри панжаранинг тугунлар чизиги бўлади, чунки у AB тўғри чизиққа параллел бўлади. Шарт бўйича A ва B нуқталар AB тўғри чизиқдаги қўшни бир хил тугунлар, шунинг учун эса AB узунлиги AB ва $A'B'$ иккала тугунлар чизиги учун асосий давр бўлади. Демак, $B'A'$ узунлиги AB узунлигига қараганда бўлиши керак. Лекин $B'A' = AB (1 - 2\cos \varphi)$. Шунинг учун $(5 - 2 \cos \varphi)$ сон бутун бўлиши керак (бу сон нолга тенг, яъни $\cos \varphi = 1/2$ бўлган ҳолни юқорида қаралган эди). Бу фақат $\cos \varphi = 0, -1/2, -1$ бўлган ҳоллардагина мумкин. Бундай қийматларга $\varphi = 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ бурилиш бурчаклари, яъни 4-, 3- ва 2- тартибли бурилиш ўқлари мос келади. Тегишли бурилиш билан текисликда аксланишни комбинациялаб, келтирилган исботни кўзгусимон бурилиш ўқларига ҳам қўлланиш осон.

3. Мураккаб фазовий панжара примитив панжаралардан (Браве панжараларидан) таркиб топади. Примитив панжаралар симметрияси бўйича кристаллар етти хил кристалл системага бўлинади. Бу ерда симметрия дейилганда, трансляцион симметриядан бошқа

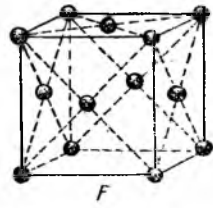
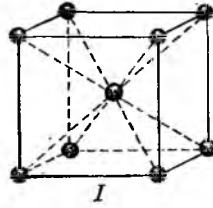
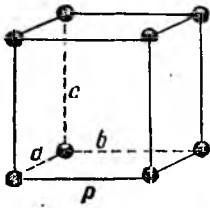
барча симметрия элементларини, яъни турли тартибли симметрия маркази, текислиги ва бурилиш ўқларини ўз ичига олган *нуқтавий симметрия* тушунилади. Аслида, кристалларнинг кристалл системаларга бўлиниши Браве панжараси эга бўлган турли тартибли бурилиш симметрия ўқлари сони бўйича бажарилади.

Фазовий панжара симметрияси панжарага асос бўлган асосий параллелепипеднинг симметрияси билан ҳамма вақт ҳам мос тушавермаслигини эслатамиз. Бироқ гексагонал панжарадан бошқа ҳар қандай примитив панжарадан (шу панжара бутунича эга бўладиган) барча симметрия элементларига (албатта трансляцион элементлардан ташқари) эга бўлган параллелепипедни ажратиб олиш мумкин эканлигини Браве пайқаган. Бундай параллелепипедлардан энг кичигини *Браве параллелепипеди* дейилади. Агар у кубга айланса, уни *Браве куб* дейилади. Браве параллелепипеди улар учун примитив параллелепипед бўладиган олти тип примитив панжаралар мавжуд бўла олишини Браве исботлаган. Агар уларга гексагонал панжара қўшилса, у ҳолда ҳаммаси бўлиб 7 тип панжара бўлади, улар Браве панжаралари симметрия элементларининг барча имконий комбинацияларини ўз ичига олади. Браве параллелепипедларининг ёқлари ва ҳажмини марказлаш панжара симметриясини ўзгартрмайди. Бироқ бу марказлаш Браве панжараларининг яна янги 7 типи пайдо бўлишига олиб келади. Демак, 7 кристалл система бўйича тақсимланган ҳаммаси бўлиб 14 тип Браве панжаралари мавжуд. Бу системаларни ва уларга мос бўлган Браве панжараларини тавсифлаймиз.

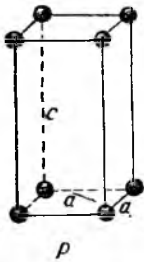
Кубик система. Бу системанинг панжаралари энг симметрик бўлади. Браве параллелепипеди куб бўлади (164-расм). Кубик системадаги Браве панжараларининг уч типи мавжуд: *содда* (P орқали белгиланади), *ҳажмий марказлашган* (I орқали белгиланади) ва *ёқлари марказлашган* (F орқали белгиланади) панжаралар 130-§ да (4-пунктда) кўрсатилганидек, содда кубик панжаранинг Браве параллелепипеди шунингдек, асосий параллелепипед ҳам бўлади. Қолган икки панжара учун асосий параллелепипедлар қийшиқ бурчакли бўлади, шунинг учун бу параллелепипедлар панжараларга нисбатан, пастроқ симметрия билан характерланади. Барча уч кубик панжара учун Браве куб қирраси узунлиги панжаранинг ягона *фазовий параметри* бўлади. Бу узунликни панжаранинг доимийси дейилиб, уни одатда a орқали белгиланади. Кубик системанинг кристалл панжаралари 13 та бурилиш симметрия ўқларига эга: иккинчи тартибли 6 ўқ, учинчи тартибли 4 ўқ ва тўртинчи тартибли 3 ўқ. Иккинчи тартибли симметрия ўқлари Браве кубининг қарама-қарши қирралари марказларини, учинчи тартиблилари — унинг қарама-қарши учларини, тўртинчи тартиблилари эса қарама-қарши ёқлар марказларини туташтиради.

Тетрагонал (ёки квадратик) система. Браве параллелепипеди тўғри бурчакли квадратик призма шаклига эга (164-расм). Примитив P панжара билан бир қаторда ҳажмий марказлашган панжара (I) ҳам мавжуд. Асосларнинг марказланиши янги типдаги панжарани бермайди. У бошланғич панжаранинг унинг типдаги икки примитив панжарага бўлинишига олиб ке-

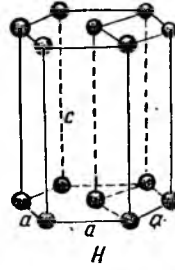
Кубик система



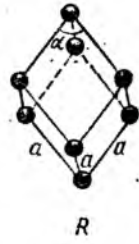
Тетрагонал система



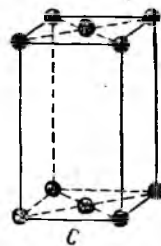
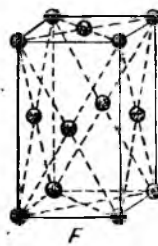
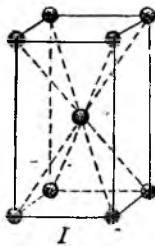
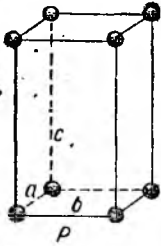
Гексагонал система



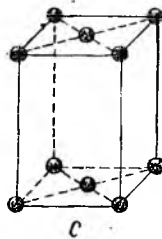
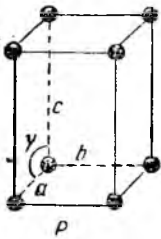
Ромбоэдрик система



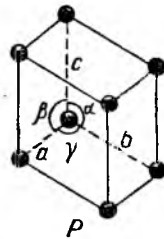
Ромбик система



Моноклин система



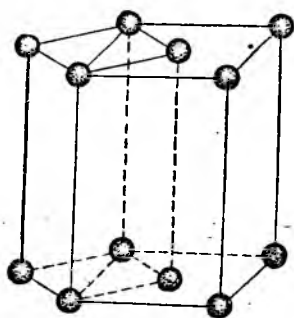
Триклин система



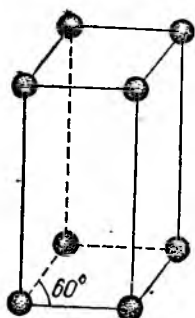
164- расм.

лади. Бу 165- расмдан кўриниб турибди. Бошланғич панжара барча ёқларининг марказланиши ҳам ҳеч қандай янгилик бермайди. Бу марказланиш панжарани ўша системадаги ҳажмий марказлашган панжараларга айлантиради. Демак, тетрагонал системадаги фақат икки содда ва ҳажмий марказлашган Браве панжараси мав-

жуд. Улар иккинчи тартибли 4 бурилиш симметрия ўқига ва тўртинчи тартибли 1 симметрия ўқига эга. Кейинги ўқ Браве параллелепеди квадрат асосларининг марказларини, биринчи ўқлар эса унинг ён ёқлари марказларини ва қирралари ўртасини туташ-



165- расм.



166- расм.

тиради. Тетрагонал панжарани икки параметр: Браве параллелепеди квадрат асоси томонининг a узунлиги ва унинг c баландлиги аниқлайди.

Гексагонал система (панжараси H орқали белгиланади). Бу система кристаллари учун Браве параллелепеди тушунчаси ўз маъносини йўқотади. Асосий параллелепед тўғри призма шаклида бўлиб, унинг асосида ўткир (60°) бурчакли ромб ётади (166- расм). Аммо бундай параллелепед бутунича фазовий панжаранинг симметриясини характерлай олмайди. Бу мақсадга эришиш учун учта шундай параллелепедни, улар олти ёқли мунтазам призма ташкил қиладиган равишда, бирга бирлаштирилади. Бу призма панжара симметриясини характерлайди. Бундай олти ёқли призманинг учларида ва асослари марказларида фазовий панжаранинг тугунлари жойлашади. Гексагонал панжарани икки параметр: призманинг асоси томонининг a узунлиги ва c баландлиги аниқлайди. Панжара олтинчи тартибли симметрия ўқига ва бу ўққа перпендикуляр бўлган иккинчи тартибли 6 бурилиш симметрия ўқларига эга.

Ромбоэдрик система (панжараси R символ орқали белгиланади). Браве параллелепеди ромбоэдр шаклига эга. Кубни унинг ҳажмий диагонали йўналишида бир текис чўзиш ёки сиқиш йўли билан ромбоэдрни олиш мумкин. Ромбоэдрнинг барча ёқлари бир хил ромблардан иборат бўлади. Бундай системанинг ягона Браве панжараси содда панжара бўлади. Уни икки параметр: Браве параллелепеди қирраларининг a узунлиги ва қирралар орасидаги α бурчак аниқлайди ($\alpha = 90^\circ$ бўлганда ромбоэдр кубга айланади). Кубнинг тўртта ҳажмий диагонали учинчи тартибли бурилиш симметрия ўқларидир. Бу диагоналлардан бири бўйлаб чўзилганда ёки сиқилганда ҳам у учинчи тартибли симметрия ўқи бўлиб қолаверади. Қолган уч диагонал иккинчи тартибли симметрия ўқига айланади. Кубнинг қолган еттита симметрия ўқлари симметрия хоссасини йўқотади. Демак, ромбоэдрик панжара

тўртта (битта учинчи тартибли ва учта иккинчи тартибли) симметрия ўқига эга.

Ромбик ёки ортогонал система. Браве параллелепеди — қирралари турли a, b, c узунликка эга бўлган тўғри бурчакли параллелепеддир, a, b, c лар панжаранинг параметрлари бўлади. Қаралаётган системанинг тўрт типдаги: *содда* (P) *ҳажмий марказлашган* (I), *ёқлари марказлашган* (F) ва *базаси марказлашган* (C), яъни асослари марказлашган панжара типларидаги Браве панжаралари мавжуд. Симметрия ўқлари учта. Улар Браве параллелепеди қирраларига параллел ва иккинчи тартибли ўқлар бўлади.

Моноклин система. Браве параллелепеди тўғри параллелепед бўлади. Унинг асоси — ихтиёрий параллелограмм. Моноклин панжарани тўртта параметр: Браве параллелепеди қирраларининг a, b, c узунликлари ва улардан икkitаси орасидаги β бурчак (бошқа бурчаклар тўғри бурчак бўлади) аниқлайди. Бу панжара Браве параллелепеди асослари марказларини туташтирувчи иккинчи тартибли ягона симметрия ўқига эга.

Триклин система. Бу системанинг панжаралари фақат содда панжаралардир (P). Браве параллелепеди ихтиёрий шаклда бўлиши мумкин. Шунинг учун триклин система панжаралари симметриянинг энг кам даражаси билан характерланади. Улар фақат симметрия марказига эга бўлиб симметрия ўқларига эга эмас. Панжаранинг параметрлари — Браве параллелепеди қирраларининг a, b, c узунликлари ва улар орасидаги α, β, γ бурчаклардир.

Браве панжарасининг қайси кристалл системага тааллуқли эканлигини симметрия ўқлари сони ва характери бир қийматли равишда аниқлайди. Бу қуйидаги жадвалдан кўриниб турибди.

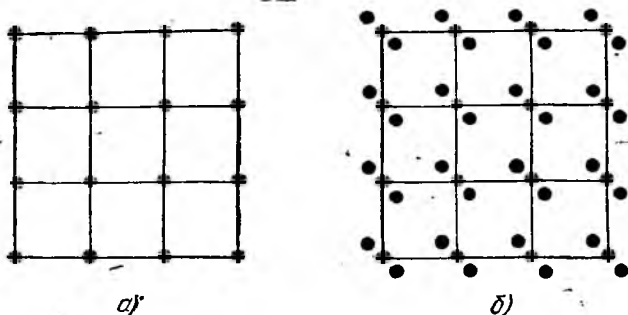
Системалар	Симметрия ўқлари сони				Симметрия ўқлари умумий сони
	2- тартибли	3- тартибли	4- тартибли	6- тартибли	
Кубик	6	4	3	—	13
Тетрагонал	4	—	1	—	5
Гексагонал	6	—	—	1	7
Ромбоздрик	3	1	—	—	4
Ромбик	3	—	—	—	3
Моноклин	1	—	—	—	1
Триклин	—	—	—	—	—

Браве панжараларининг барча 14 типини Бравенинг ўзи ҳеч қандай физик принциплардан фойдаланмасдан фақат геометрик мулоҳазалар асосида топган. Шунинг учун уларни *геометрик жиҳатдан мумкин бўлган панжаралар* деб атаса ҳам бўлади. Уларнинг барчаси ҳақиқатан табиатда учрайди. Лекин геометрик мулоҳазалар йўли билан эмас, балки *кузатишлар натижасида* бунга

ишонч ҳосил қиламиз. Бу фазовий группалар ва кристаллар синфлари тўғрисида гапириладиган келгуси баёнимизга ҳам тааллуқлидир.

132- §. Фазовий группалар ва кристаллар синфлари

1. Мураккаб кристалл панжарани ташкил қилувчи примитив фазовий панжаралар ўзининг симметрияси билан ундан фарқ қилиши мумкин. Масалан, асоси 167- а расм да тасвирланган тетрагонал примитив панжарани қарайлик. Ҳар бир тугун орқали тўртинчи тартибли бурилиш симметрия ўқи (у расм текислигига перпендикуляр) ўтади. Бу панжара ичига 167- б расмда кўрсатилгандек, иккита шундай примитив панжара киритамиз. Агар бошлан-

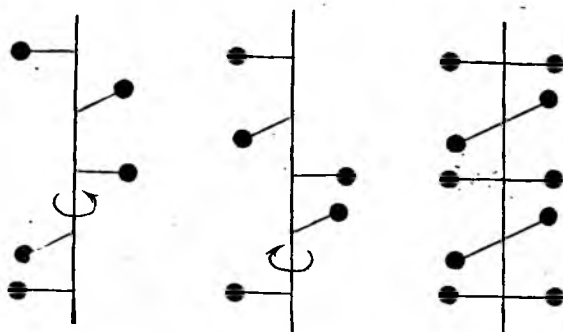


167- расм.

ғич примитив панжаранинг тугунлари янгидан киритилган примитив панжаралар тугунлари ўртасида жойлашиб қолса, бу ҳолда мураккаб панжарада олдинги 4- тартибли симметрия ўқи 2- тартибли симметрия ўқи бўлиб қолади. Агар бундай бўлмаса, бу ҳолда у умуман бурилиш симметрия ўқи бўлмай қолади. Иккала ҳолда ҳам панжара симметрияси пасаяди.

2. Бунга қуйидагини қўшимча қилиш керак: мураккаб панжарада симметрия янги элементлари: *винтсимон ўқ* ва *кўзгусимон сирпаниш текислиги* бўлиши мумкин. n - тартибли винтсимон ўқ деб шундай тўғри чизиққа айтиладиги, унинг атрофида $2\pi/n$ бурчакка бурилиш билан бир вақтда у бўйлаб параллел равишда силжиганда панжара ўзи ўзи билан устма-уст тушади. Мисол сифатида 168- расмда учта 4- тартибли винтсимон ўқ тасвирланган. Улардан биринчиси «ўнг», иккинчиси — «чап» ўқ бўлади. Агар винтсимон ўқ бўйлаб силжиш йўналишида қаралса, панжара ўзи ўзига устма-уст тушиши учун уни биринчи ҳолда ўнгга, иккинчи ҳолда эса чапга 90° буриш керак. Учинчи ҳолда ўнгга ҳам, чапга ҳам айланиш юз бериши мумкин. Масалан, кварц икки модификацияда учрайди, улардан бири ўнг, иккинчиси эса чап винтсимон ўққа эга. Бу ҳодиса *кристаллар энантиоморфизми* дейиладиган ҳодисанинг хусусий ҳолидир. Энантиоморфизм 129- § да тасвирланган молеку-

лалар кўзгусимон изомерияси ҳодисасига ўхшашдир. У қуйидагидан иборат: бири иккинчисининг кўзгусимон тасвири бўлган, ammo фазода ҳеч қандай бурилиш билан бир-бирига мос тушириб бўлмайдиган кристалл панжаралар мавжуд бўлади. Молекулаларда бўлганидек, симметрия текисликлари, марказлари ва кўзгусимон



168- расм.

бурилиш ўқлари бўлмаган панжаралар учун энантиоморфизм бўлиши мумкин.

Кўзгусимон сирпаниш текислиги деб шундай текисликка айтиладики, бу текисликда аксланган ва бир вақтда унга параллел йўналишда маълум масофага силжиганда панжара ўзи ўзи билан устма-уст тушади.

3. Демак, мураккаб фазовий панжара трансляцион симметрияга эга, шунинг билан бир қаторда бсшқа симметрия элементларига: содда ва винтсимон ўқларга, кўзгусимон бурилиш ўқларига, содда ва кўзгусимон сирпаниш текисликларига эга бўлиши ҳам мумкин. *Фазовий панжаранинг барча симметрия элементлари тўпламини унинг фазовий группаси дейилади.* Фазовий группа кристаллар ички тузилиши симметриясини тўла характерлайди. 1890 йилда рус кристаллографи ва минералоги Е. С. Федоров (1853—1919) геометрик мулоҳазалар асосида исботланганидек, *ҳаммаси бўлиб 230 та турли хил фазовий группа мавжуд бўлиши мумкин*, улар кристалл системалар бўйича қуйидагича тақсимланади: кубик — 36, тетрагонал — 68, гексагонал — 27, ромбоздрик — 59, моноклин — 13, триклин — 2.

230 та фазовий группа орасидан 11 жуфти бир-биридан фақат винтсимон ўқлар айланиши билан фарқ қилади. Бу — *энантиоморф группалар*. Афтидан, Федоров фазовий группаларнинг ҳаммаси ҳам табиатда учрайвермайди. Ҳозиргача 53 та группага мансуб бирорта ҳам кристалл топилмаганлиги факти бу фикрни тасдиқлайди.

4. Энди кристалл панжара синфи тушунчасини аниқлаймиз. Кўп физик ҳодисаларда модданинг атом тузилиши бевосита намўён бўлмайди. Бундай *макроскопик* ҳодисалар деб аталадиган ҳодисаларни жисм — маълум *макроскопик параметрлар* билан характерланувчи *тўташ мўҳит (континуум)* дан иборат деган тасаввурлар

асосида тасвирлаш мумкин. Масалан, жисмларнинг иссиқликдан кенгайиши ёки деформацияси текширилганда шундай қилинади.

Кристаллар тўғрисидаги таълимотда *континуумни кристалл панжаранинг чегаравий ҳоли сифатида қараш лозим*. Панжаранинг қўшни тугунлар орасидаги масофалар континуум хоссаларини характерлайдиган параметрлар сонига кириши мумкин эмас. Бундай масофаларни чексиз кичик катталиклар деб ҳисоблаб, улар кўп ҳолларда эътиборга олинмайди. Аммо уларнинг нисбатлари чекли катталик бўлади ва континуумнинг макроскопик параметрлари бўлиб хизмат қилиши мумкин. Масалан, примитив тетрагонал панжарани олайлик. Мос примитив параллелепипед қирраларининг a ва c узунликлари унинг микроскопик параметрлари бўлади (164-расмга қ.) Масалан, қирранинг a узунлигини ва $e = c/a$ нисбатини ҳам панжара параметрлари сифатида олиш мумкин. Континуумга ўтишда a параметр нолга айланади ва белгили миқдор ($a = 0$) сифатида текширишдан чиқариб юборилиши мумкин. Фақат лимит ўтишда чекли қийматини сақлайдиган биттагина (макроскопик) e параметр қолади. Равшанки, бундай лимит ўтиш натижасида ҳосил бўлган континуум бир жинсли, лекин умуман айтганда *анизотроп* бўлади.

Бир жинслилик муҳитнинг барча нуқталари мутлақо бирдай эканлигини билдиради. Муҳитни ҳар қандай масофага ва ҳар қандай йўналишда параллел силжитганда у ўзи ўзи билан устма-уст тушади. Шунинг учун кристалларни уларнинг макроскопик хоссалари симметрияси бўйича синфларга ажратганда параллел силжицларни бутунлай назарга олмаслик мумкин, чунки улар бир кристаллни бошқа кристаллдан фарқлайдиган ҳеч қандай махсус хоссаларни аниқлаб бера олмайди.

Анизотропия турли йўналишларда кристалларнинг хоссалари турлича бўлишини билдиради. Лекин баъзи йўналишларда улар бирдай бўлиши ҳам мумкин. Бу ҳолда *кристаллнинг континуум сифатида қаралаётган симметрияси бор* дейилади. Масалан, агар кристалл панжара симметрия маркази, текислиги ёки n -тартибли бурилиш ўқига эга бўлса, у ҳолда бу симметрия элементлари панжаранинг чегаравий ҳоли бўлган континуум учун ҳам сақланади. *Континуумнинг махсуслиги — унда (асосий параллелепипед қирраларининг нолга айланиши туфайли) содда ва винтсимон симметрия ўқлари орасидаги, шунингдек, содда симметрия текисликлари ва кўзгусимон сирпаниш текисликлари орасидаги фарқнинг йўқолишидир*. Континуум учун фақат қуйидаги симметрия элементлари сақланади: симметрия маркази, текислиги, бурилиш ва кўзгусимон бурилиш ўқлари. Континуум сифатидаги кристалл панжаранинг барча бу симметрия элементлари тўплами унинг *синфи* дейилади. Равшанки, агар фазовий гурпуада барча трансляциялар инкор қилинса, ҳамда содда ва винтсимон ўқлар, содда симметрия текисликлари ва кўзгусимон сирпаниш текисликлари бир-бир идан фарқ қилинмаса, бу ҳолда кристалл панжаранинг синфини унинг фазовий гурпуасидан олиш мумкин.

32 хил кристалл синфи мавжуд бўлиб, улар кристалл системалар бўйича қуйидагича тақсимланган: кубик — 5, тетрагонал — 7,

гексагонал — 7, ромбэдрик — 5, ромбик — 3, моноклин — 3, триклин — 2. Мазкур системага мансуб бўлган синфлар орасида системанинг тўла симметриясига (яъни унга мос примитив параллелепипеднинг симметриясига) эга бўлган синф ажралиб туради.

5. Энди кристаллар анизотропияси намён бўладиган физик ҳодиса мисолини келтирамыз. Агар панжара кубик панжара бўлса бу ҳолда унинг иссиқликдан кенгайиши кубнинг қирраларига параллел бўлган барча йўналишлар бўйича бирдай бўлади. Иситилишда кубик панжара ўз шаклида қолади. Агар тетрагонал панжара ($a \neq c$) бўлса, бу ҳолда a ва c қирралар йўналишларида иссиқликдан кенгайиш коэффициентлари турли бўлади. Иситилишда C/a нисбат ўзгаради.

Бирор температурада қирраларнинг c ва a узунликлари ҳам фарқ қилади ($a < c$) деб фараз қилайлик. Яна, иситилишда кристалл c йўналишида (унга перпендикуляр йўналишлардагига нисбатан) секинроқ кенгайди деб фараз қиламыз. Бу ҳолда бирор $T = T_c$ температурада қирраларнинг a ва c узунликлари тенглашиб олиши мумкин. Панжара узлуксиз равишда ўзгаради. T_c температурада зичликнинг ҳеч қандай ўзгариши ёки иссиқлик ажралиши юз бермайди. Аммо бу температурада панжара симметрияси сакрашсимон ўзгаради: тетрагонал панжара кубик панжарага айланади. Шунинг учун T_c температурани, принцип жиҳатдан, аниқ кўрсатиш мумкин. Агар панжарани яна иситиш давом эттирилганда у кубик панжаралигича қолаверса, у ҳолда $T = T_c$ нуқтада зичлик ўзгаришсиз ва иссиқлик ажралиши ёки ютилишсиз фазавий ўтиш бўлади деб айтиш мумкин. Бу — *иккинчи тур фазавий ўтишдир*. Панжара симметриясининг ўзгариши панжара ҳажмий кенгайиш коэффициентининг сакрашсимон ўзгаришига олиб келиши мумкин, чунки кубик панжара ўзини вужудга келтирган тетрагонал панжарага нисбатан бошқача кенгайди. Худди шунақа, сакрашсимон равишда панжаранинг иссиқлик сифими ўзгариши ҳам мумкин. Л. Д. Ландауга (1908 — 1968) тегишли келтирилган фаразий мисол иккинчи тур фазавий ўтишларнинг физик табиатини тушунтириш учун хизмат қила олади. Биринчи тур фазавий ўтишларда кристалл панжара ё бузилади (эриб кетади) ё сакрашсимон ўзгаради (полиморф ўзгаришлар). Бундай ўзгаришларда жисм ҳажмининг ўзгариши ва иссиқлик ажралиши (ютилиши) ана шу ҳодиса билан боғланган бўлади.

133- §. Миллер индекслари ва йўналишлар индекслари

1. Кристалл панжарада атомлар вазиятини аниқлаш учун кристаллографик координаталар системалари дейиладиган махсус тўғри чизиқли координаталар системаларидан фойдаланилади. Панжара тугунларидан бирини координаталар бoshi қилиб, Браве параллелепипеднинг мсс қирраларини эса координата ўқлари қилиб слинади. Моноклин ва триклин кристаллар учун Браве параллелепипедини танлаб олиш бир қийматли эмас. Гексагонал кристалларда X ва Y ўқлар сифатида асосий параллел пипед асосининг ўзаро 120° бурчак ташкил қилувчи томонларини, Z ўқ

сифатида эса Браве параллелепипеди асосига перпендикуляр бўлган қирраси олинади. Кубик, тетрагонал ва ромбик кристалларда координаталар системаси тўғри бурчакли, бошқа кристалларда — қийшиқ бурчакли бўлишини кўрамиз. Браве параллелепипеди қирраларини координаталар ўқлари йўналишларида узунлик бирлиги қилиб олинади. Бундай узунлик birlikларини *ўқ бўйича* birlikлар дейилади. Демак, турли координата ўқлари йўналишларида узунлик birlikлари турлича бўлади. Масалан, ромбик кристалл Браве асосий параллелепипедининг марказидаги атом ($1/2, 1/2, 1/2$) координаталарга, шу параллелепипедининг ХУ ёқи марказидаги атом ($1/2, 1/2, 0$) координаталарга эга. Кристаллографик координаталар кристалл текисликлар ва панжара тугунлари чизиқлари йўналишини характерлаш учун ҳам қўлланилади.

Панжара атомлари чексиз тўплами жойлашган ҳар қандай текисликни *кристалл текислик* ёки *туғунлар текислиги* дейилади. Фақат атомлар етарлича зич жойлашган текисликлар амалий аҳамиятга эга бўлади. Худди шулар кристаллнинг *табиий ёқлари* хизматини бажаради*. Кристалл текисликлар кристалларни рентгеноструктуравий ва нейтронструктуравий анализ методлари учун катта аҳамиятга эгадир. Панжара атомлари чексиз тўплами жойлашган тўғри чизиқни *туғунлар чизиғи* дейилади. Атомлар етарлича зич жойлашган тугунлар чизиқлари яна асосий аҳамиятга эга.

2. Энди кристаллда кристалл текисликларнинг йўналишини қандай характерланишини тасвирлаймиз. Барча параллел текисликлар таъриф бўйича битта йўналишга эга бўлади. Улардан панжаранинг ҳар қандай тугуни орқали ўтувчи текисликни ҳамма вақт танлаб олиш мумкин. Шунинг учун умумийликни йўқотмаган ҳолда, кристалл текисликларнинг йўналиши ҳақидаги масалани текширишда примитив панжаралар ҳоли билан чекланиш мумкин. Бундай панжараларда барча тугунларнинг координаталари бутун сонлар орқали ифодаланади. Ҳар бир кристалл текислигини

$$\frac{x}{A} + \frac{y}{B} + \frac{z}{C} = 1 \quad (133.1)$$

тенглама билан ифодалаш мумкин, бунда A, B, C — бу текисликнинг координаталар ўқларида кесган кесмаларининг (ўқлар бўйича birlikлардаги) узунликлари. Бу узунликлар ҳамма вақт *рационал* (мусбат ёки манфий) *сонлар* билан ифодаланади. Буни исботлаш мақсадида (133.1) текисликда бир тўғри чизиқда ётмайдиган қандайдир учта тугунни танлаймиз. Уларнинг бутун сонли координаталарини (133.1) га қўйиб, $1/A, 1/B, 1/C$ номаълумлар ва бутун коэффициентлар иштирок қилган чизиқли уч тенглама ҳосил қи-

* Кристаллнинг ташқи сирти у фақат эркин ўстирилган шарондагина мунтазам табиий шакли олади. Кристалл ўсаётган эритманинг турли жойларида температуранинг, модда концентрациясининг турлича бўлиши бегона моддалар киришмаси, механик тўсиқлар ва ҳоказолар бўлиши кристалл ёқларидан баъзиларининг тезроқ, баъзиларининг кристаллнинг мунтазам табиий шакли олиши учун талаб қилганига нисбатан секинроқ ўсишига олиб келади.

ламиз. Бу тенгнамалар қаралаётган номаълумларни рационал сонлар сифатида аниқлайди. Бинобарин, (133.1) тенгнамани ҳаммавақт

$$hx + ky + lz = D \quad (133.2)$$

кўринишга келтириш мумкин, бунда h, k, l коэффициентлар *бутун сонлар* бўлади. Улар умумий кўпайтувчига эга эмас деб ҳисоблаш мумкин, чунки ундай кўпайтувчига қисқартириш ҳаммавақт мумкин. Шу тарзда олинган h, k, l бутун сонлар кристалл текислик йўналишини аниқлайди ва бу текисликнинг *Миллер индекслари* ёки, содда равишда бу текисликнинг *индекслари* дейилади. Кристалл текисликнинг Миллер индекслари тўпламини $(h\ k\ l)$ кўринишда қавсга олиш қабул қилинган. Агар индекслардан қайси бири манфий бўлса, унинг устига минус қўйилади, масалан, $\bar{1}, \bar{3}$ ва ҳоказо.

Мисол сифатида кубик панжарани қараймиз (169-расм). Кубнинг штрихланган ёки $y = 1$ ёки $0 \cdot x + 1 \cdot y + 0 \cdot z = 1$ тенглама билан ифодаланади. Демак, унинг Миллер индекслари (010) бўлади. Қолган ёқларнинг индекслари: (100) ва (001). *ОВС* диагональ текислик $x - y = 0$ тенглама билан ифодаланади, бинобарин (110) индексларга эга. *ABC* текисликнинг индекслари (111) бўлади.

3. Юқорида айтилгандек, кристаллнинг ҳар қандай табиий ёки кристалл текислик бўлади. Кристаллнинг Миллер индекслари (hkl) ва $(h'k'l')$ бўлган қандайдир икки табиий ёқини қараймиз. A, B, C ва A', B', C' — бу ёқларнинг панжара координата ўқларда кесган кесмаларининг (ўқлар бўйича бирликлардаги) узунликлари бўлсин. (133.2) тенгламадан кўришиб турганидек, бу узунликлар мос Миллер индексларига тескари пропорциональ бўлади, яъни

$$A:B:C = \frac{1}{k} : \frac{1}{k'} : \frac{1}{l}, \quad A':B':C' = \frac{1}{h'} : \frac{1}{k'} : \frac{1}{l'}$$

Бир муносабатни иккинчисига бўлсак,

$$\frac{A'}{A} : \frac{B'}{B} : \frac{C'}{C} = \frac{h}{h'} : \frac{k}{k'} : \frac{l}{l'} \quad (133.3)$$

Охириги муносабат A ва A', B ва B', C ва C' кесмалар қандай бирликларда ўлчанишдан қатъи назар бажарилиши керак, чунки $A'/A, B'/B$ ва C'/C нисбатлар бирликлар танлашга бэглик эмас. Хусусан, барча кесмаларни бир хил бирликларда ўлчаш мумкин. h', k', l' сонларнинг умумий бўлинувчисига кўпайтириб, (133.3) муносабатнинг ўнг томонини учта бутун сон нисбатига келтириш мумкин. Демак, кристалл панжара ўқларида кристаллнинг қандайдир икки ёки кесган мос кесмалар узунликлари нисбати ўзаро бутун сонлар нисбати каби бўлади. Бу қондани *ёқларнинг рационаллиги қонуни* дейилади.

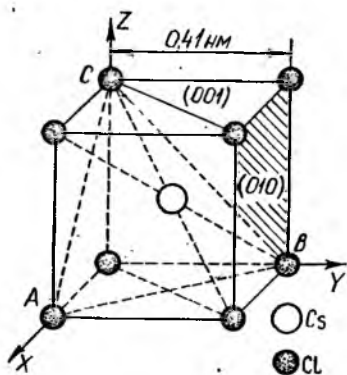
4. Кристалл панжаранинг бирор тугунлар чизиғининг йўналишини кўрсатиш учун шу чизиқда ётган қўшни бирдай икки тугун координаталари айирмасини кўрсатиш кифоя. Одатда биринчи тугун координаталар бошида жойлашади (бунинг учун координаталар боши орқали қаралаётган йўналишга параллел бўлган

тўғри чизиқ ўтказиш кифоя). Шундай йўл билан олинган (бутун) сонларни *йўналишлар индекслари* дейилади ва квадрат қавсга олинади. Масалан, кубнинг ҳажмий диагонали (169- расм) йўналишининг индекслари [111] бўлади.

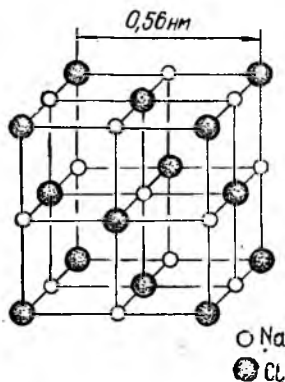
134- §. Химиявий элементлар ва бирикмалар панжаралари

1. Кристалл панжарани ташкил этган зарралар жинси бўйича ва зарралар орасидаги ўзаро таъсир кучлари характери бўйича *ионли, атомли, металл ва молекуляр* кристаллар турлари бўлади. Ваҳоланки, улар орасида ҳамма вақт ҳам кескин фарқ бўлавермайди. Баъзи бир кристаллар санаб ўтилган кристаллар турлари орасида гўё оралиқ вазиятни эгаллайди.

Ионли кристалларнинг кристалл панжараси қарама-қарши зарядли ионлардан тузилган бўлиб, улар орасидаги Кулон қонуни бўйича тортишиш «Ионли» боғланишни вужудга келтиради. Бундай кристалл панжарада боғланган атомларнинг айрим группаларини, яъни молекулаларни ажратиш мумкин эмас. Бутун кристалл гўё битта улкан молекуладан иборат бўлади. Ионли кристалларнинг типик вакиллари NaCl, CsCl, CaCl (дала шпати). CsCl ва NaCl ларнинг кристалл панжаралари 169- ва 170- расмда тасвирланган. Иккаласи ҳам кубик панжара: CsCl ники—ҳажмий марказлашган, NaCl ники—ёқлари марказлашган кубик панжарадир. Натрий ва цезий ионлари мусбат, хлор ионлари манфий зарядланган, CaF, панжараси ҳам ёқлари марказлашган кубик панжара: эле.



169- расм.



170- расм.

ментар ячейкаси—кальций иони ва икки фтор ионидан ташкил топган. Ионли кристалларга баъзи интерметалл бирикмалар (масалан, AuZn, MgAg, CdAg ва бошқ.) мансубдир.

Кристалл ионлари орасидаги электростатик ўзаро таъсирга маълум потенциал энергия мос келади. Мувозанат ҳолатида кристаллнинг потенциал энергияси минимал бўлиши керак. Бир ишорали ионларнинг электростатик ўзаро таъсир потенциал энергияси ҳам-

ма вақт мусбат. Агар ионларнинг бир қисмини қарама-қарши ишорали ионлар билан алмаштирилса, у ҳолда потенциал энергия камаяди. Шунинг учун бир ишорали ионлардан тузилган кристалл текисликлар кристаллнинг ёқлари бўла олмайди. Масалан, CsCl кристаллининг (100), (010) ва (001) текисликлари бир ишорали ионлардан тузилган (169- расм). Бу текисликлар кристаллнинг ёқлари бўла олмайди. Шунинг учун CsCl кублар кўринишида кристалланмайди. NaCl ҳолида ўшандай индексли кристалл текисликлар ҳар хил ишорали ионлардан тузилган. Шу туфайли NaCl кублар кўринишида кристалланади.

Атомли кристалллар атомлардан ташкил топган бўлиб, атомлар бир-бири билан *гомеополяр* ёки *ковалент* боғланган. Бу боғланиш худди бир хил атомлардан молекулалар (масалан, O₂, H₂ ва ҳоказо) ҳосил бўлишига олиб келадиган боғланишдир. Гомеополяр боғланиш, албатта, электронлар ва атом ядролари орасида электростатик ўзаро таъсир туфайли ҳосил бўлади. Аммо молекулалар ҳосил бўлишини классик равишда, яъни Ньютон механикаси асосида тушунтириш мумкин эмас. Фақат квант назария пайдо бўлгандан кейин атомларга оид ҳар қандай ҳодисалар сингари, гомеополяр боғланиш табиатини ҳам тўла-тўқис тушуниш мумкин бўлди.

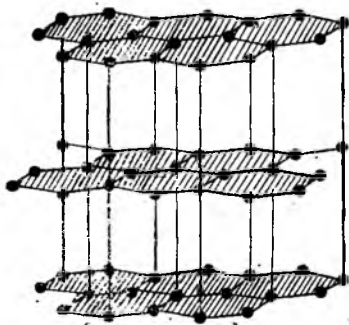
Металл кристаллларнинг панжаралари, ораларида «эркин» электронлар жойлашган мусбат зарядли ионлардан тузилган. «Эркин» электронлар металлда «коллективлашган» бўлади ва ўзига хос равишда «электрон газ» деб қаралиши мумкин. Металллар *монокристалл* дейиладиган ягона кристалл кўринишида кам учрайди. Кўпинча улар *поликристалл* кўринишида учрайди, яъни жуда кўп майда ва тартибсиз ориентацияланган монокристалллардан тузилган бўлади. Металлларнинг бундай поликристалл структураси микроскоп ёрдамида осон кузатилади.

Молекуляр кристалллар Ван-дер-Ваальс кучлари, яъни молекуляр электр диполларнинг ўзаро таъсири кучлари орқали бир-бири билан боғланган молекулалардан тузилган. Молекуляр кристалл мисоли бўлиб нафталин хизмат қила олади. CO₂, O₂ ва N₂ газлар ҳам қотганидан сўнг молекуляр кристалллар ҳосил қилади.

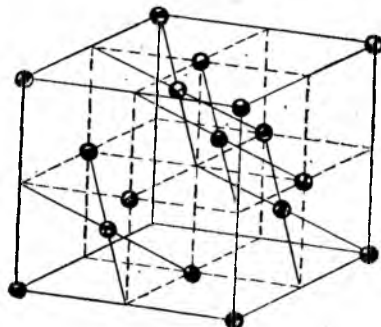
2. Баъзи қаттиқ жисмларда бир вақтнинг ўзида бир неча кўринишдаги боғланиш бўлиши мумкин. Графит буйга мисол бўла олади (171- расм). Графит гексагонал панжарада кристалланидиган ягона химиявий элементдир. Графит панжараси бир қатор ясси — параллел қатламлардан иборат бўлиб, уларда углерод атомлари мунтазам олти ёқли кўпбурчак учларида жойлашган. Қўшни қатламлар орасидаги масофа айрим қатламдаги қўшни атомлар орасидаги масофадан 2,3 марта катта. Ясси қатламлар бир-бири билан Ван-дер-Ваальс кучлари орқали боғланган. Қатлам соҳасида ҳар бир углерод атомининг уч электрони қўшни атомлар билан гомеополяр боғланишни амалга оширади. Тўртинчи электрон эркин қолади. У «коллективлашган», аммо бутун панжара бўйича эмас, балки фақат бир қатлам соҳасида «коллективлашган». Демак, графит панжарасида бирданига уч кўринишдаги боғланиш амалда бўлади: бир қатлам соҳасида гомеополяр ва металл боғланиш қат-

ламлар орасида Ван-дер-Ваальс боғланиши бўлади. Боғланишларнинг бу хусусияти графитда ўзига хос юмшоқликни намоён қилади; ёзиш учун графитнинг қўлланилиши шунга асосланган. Агар графит кристалли босилса, у ҳолда панжара қатламлари сирпанади ва бир-бирига нисбатан силжийди.

Углероднинг бошқа модификацияси бўлган олмоснинг кристалл панжараси бутунлай бошқача тузилган. У иккита ёқлари марказлашган кубик панжарадан иборат бўлиб, улар бир-бирига нисбатан кубнинг фазовий диагоналининг $1/4$ улуши қадар ($[111]$ йўналишда) масофага силжиган, бунда иккала панжара тугунларида углерод атомлари жойлашган бўлади (172- расм). Натижада углероднинг



171- расм.



172- расм.

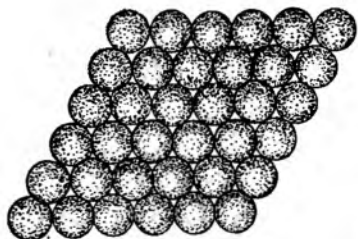
ҳар бир атоми тўртта шундай атом билан ўралган бўлиб, бу атомдан улар бир хил масофада тетраэдр учларида жойлашган бўлади. Графитдан фарқли равишда, олмоснинг панжараси ҳеч қандай ясси қатламларга эга эмас, кристаллнинг айрим участкасини силжитиб бўлмайди. Шунинг учун олмос графитдан кўп марта мустаҳкам ва қаттиқ бўлади.

3. Ёқлари марказлашган кубик панжара ҳосил қилиб кристалланидиган 20 та химиявий элемент бор (Ag, Au, Cu, Al ва бошқ.) 15 та элемент (Li, Na, K ва бошқ.) ҳажмий марказлашган кубик панжарага эга. Аммо бирорта элемент содда кубик панжара ҳосил қилиб кристалланмайди.

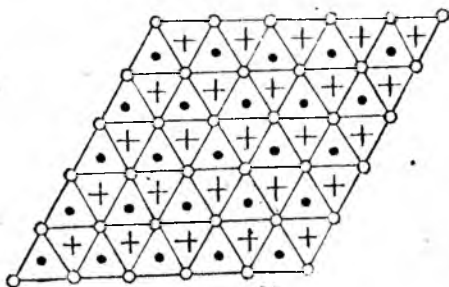
Химиявий элементларнинг ёқлари марказлашган ва ҳажмий марказлашган структураларни содда структурага нисбатан афзал кўришини қандай тушунтириш мумкин? Ҳамма гап системанинг энг турғунлигини таъминлайдиган потенциал энергиянинг минимал бўлиши зарурлигида. Бир-бирига тортилувчи идеал қаттиқ шарлар моделини қараймиз. Шарлар энг зич «жойлашганда» потенциал энергия минимал бўлади. Бунинг учун шарлар ўзаро тегишиб туриши зарур (аммо бу шарт етарли эмас). Уч кубик панжарадан қайсинида шарлар энг зич жойлашганлигини қарайлик. Барча шарлар бирдай деб фараз қиламиз. Содда кубик панжарада барча шарлар марказлари кубнинг учларида жойлашган. Бир кубик ячейкага бир шар тўғри келади. Шарлар тегишиб турганлиги

туфайли бу ҳолда панжаранинг a доимийси шарнинг d диаметрига тенг. Шарнинг ҳажми $V_1 = \pi a^3/6 = 0,52a^3$. Энди шарларни, ҳар бир куб марказида биттадан шар бўладиган қилиб жойлаймиз. Шарлар кубнинг диагонали бўйлаб тегишади, шунинг учун диагоналнинг узунлиги $2d$ га тенг бўлади. Шу катталиқ $a\sqrt{3}$ ифода билан ҳам тасвирланади, бинобарин, $2d = a\sqrt{3}$. Энди бир кубик ячейкага $V_2 = \pi d^3/3 = \pi\sqrt{3} a^3/8 = 0,68 a^3$ умумий ҳажмли икки шар тўғри келади. Ниҳоят, шарларни ҳар бир ёқ марказида биттадан шар маркази турадиган қилиб жойлаймиз. У ҳолда бир кубик ячейкага 4 шар тўғри келади, уларнинг умумий ҳажми $V_4 = \sqrt{2}\pi a^3/6 = 0,74 a^3$ ни ҳисоблаб топиш осон. Биринчи ҳолда панжаранинг 52% ҳажми, иккинчи ҳолда 69% ҳажми, учинчи ҳолда 74% ҳажми шарлар билан тўлатилган бўлади. Демак, қараб чиқилган учта структурадан ёқлари марказлашгани энг зич тўлдирилган.

4. Умуман, барча мумкин бўлган структуралардан кубик ёқлари марказлашган панжара энг зич тўлдирилган бўлади. Ҳақиқатан, энг зич жойлаштиришни куйидаги тарзда ҳосил қилиш мумкин. 173- расмда кўрсатилганидек, аввал бир текисликда шарлар қатламини жойлаштирамиз. Равшанки, бу текисликда шарлар энг зич жойлашган бўлади. Келгусида қисқароқ гапириш учун, шарлар марказларини улар ётган текисликка проекциялаймиз. Бу проекцияларни оқ доирачалар билан белгилаймиз (174- расм). Шу



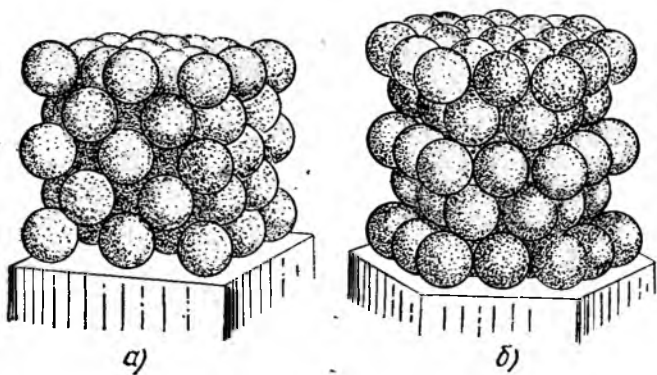
173- расм.



174- расм.

текисликка шарлар оралигини проекциялаб, нуқталарнинг икки системасини оламиз (улар 174- расмда мос равишда қора доирачалар ва крестчалар билан белгиланган). Яна, агар шарларнинг марказлари оқ доирачалар устида жойлашган бўлса, ҳар қандай зич жойлашган қатламини A қатлам дейишга, агар улар қора доирачалар устида жойланган бўлса — B қатлам дейишга, улар крестчалар устида жойлашган бўлса — C қатлам дейишга шартлашамиз. Энди қандай қилиб энг зич жойлашиш ҳосил қилинишини тавсифлаш мумкин. Биринчи (A) қатлам устида (шарлари биринчи қатлам орилиқларида жойлашадиган қилиб) худди шундай иккинчи қатламини жойлаймиз. Буни икки усул билан қилиш мумкин: иккинчи қат-

лам сифатида ё *B* қатламни, ё *C* қатламни олиш мумкин. Иккинчи қатлам устида энди учинчи зич жойлашган қатламни ўрнатамиз, буни ҳам икки усул билан қилиш мумкин ва ҳоказо. Равшанки, ҳар қандай зич жойлашган структурани шундай тарзда ҳосил қилиш ва *ABCBC* ... кўринишида ёзиш мумкин, бу қаторда бир ҳарф билан белгиланган қатламлар ёнма-ён тура олмайди. Дарвоқе тасаввур қилиниши мумкин бўлган чексиз кўп комбинациялардан: 1) *ABCBC* ... (ёқлари марказлашган кубик структура, 175-а расм) ва 2) *ABABAB*... (зич жойлашган гексагонал структура, 175-б расм) схемаларга мос келадиган фақат икки типдаги жойлаштириш кристаллар тўғрисидаги таълимотда ҳақиқий аҳамиятга эгадир.



175-расм.

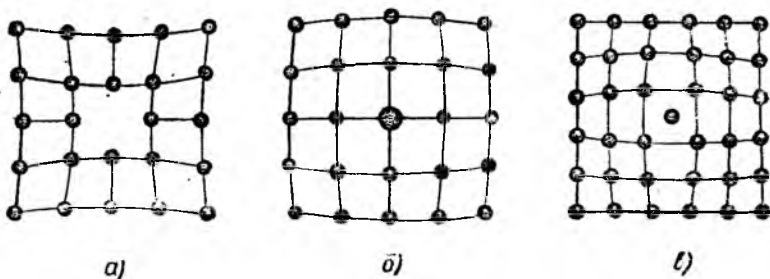
Бу структураларнинг биринчиси шарларига фазонинг қандай қисми тўғри келишини ҳисоблаб чиқамиз. Бунинг учун шарлар бирдай деб фараз қилиб, барча қатламларни ромблар кўринишида қурамиз, уларни ўткир бурчаги 60° бўлган ромбоэдр ҳосил бўладиган қилиб, бир-бирининг устига тахлаймиз. Агар n — ромбоэдр қиррасидаги шарлар сони бўлса, бу ҳолда ромбоэдр таркибидаги шарлар тўла сони $N = n^3$ бўлади. Улар $v = \pi d^3 n^3 / 6 = \pi l^3 / 6$ ҳажми эгаллайди, бунда l — ромбоэдр қирраси узунлиги. Ромбоэдрнинг ўз ҳажми $V = l^3 / \sqrt{2}$. Демак, $v = \pi V / (3 \sqrt{2}) = 0,74V$, яъни шарлар ҳажми бутун ҳажмнинг 74% ини ташкил қилади. Шундай бўлиши ҳам керак, чунки қараб чиқилган жойлаштириш усулида шарлар ёқлари марказлашган кубик панжарани ҳосил қилади.

135- §. Кристаллардаги дефектлар (нуқсонлар)

1. Ҳақиқий кристалл панжараларда, биз ҳозиргача қараган панжарадаги атомларнинг идеал жойлашишидан четланишлар мавжуд бўлади. Бундай барча четланишларни *кристалл панжара дефектлари* (нуқсонлари) дейилади. Макроскопик дефектларга *ғоваклар*, *ёриқлар*, *бегона макроскопик киришмалар* ва бошқ. киради.

Микроскопик дефектларнинг энг содаси *нуқтавий дефектлардир*. Уларга қуйидагилар киради: 1) панжаранинг бирор тугунида атомнинг бўлмаслиги (*вакансия*, 176-а расм), 2) панжара «ўз атомини» қандайдир бошқа «бегона» атом билан алмашиши (176-б расм), 3) ўз атоми ёки бегона атомнинг тугунлар орасидаги жойга ўрнашиши (*тугунлараро* атом, 176-в расм). Нуқтавий дефектлар — вакансиялар ва тугунлараро атомлар — иссиқлик флукуациялари натижасида вужудга келиши мумкин. Равшанки, улар худди броун ҳаракати ёки ҳар қандай флукуациялар сингари муқаррар мавжуд бўлмоғи керак. Кристалл иситилганда вакансиялар ва тугунлараро атомлар концентрацияси экспоненциал равишда ортади.

Нуқтавий дефектлар энергияси панжара иссиқлик тебранишлари энергиясидан кўп марта катта. Масалан, мис учун вакансия энергияси $E_v \approx 1$ эВ, тугунлараро атом энергияси $E_T \approx 3$ эВ,



176- расм.

ваҳоланки иссиқлик тебранишлари kT энергияси ҳатто эриш температураси ($1084,5^\circ\text{C}$) яқинида атиги 0,12 эВ га тенг. Шунинг учун нуқтавий дефектларнинг мувозанатли кснцентрацияси, қсида тариқасида, катта эмас. Масалан, мис учун эриш температураси яқинида вакансиялар ва тугунлараро атомлар мувозанатли кснцентрацияси (агар уларни Больцман формуласи бўйича баҳсланса) мос равишда

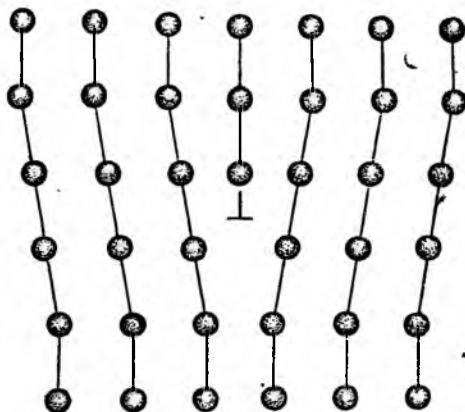
$$c_v \approx \exp\left(-\frac{E_v}{kT}\right) \sim 10^{-4}, \quad c_T \approx \exp\left(-\frac{E_T}{kT}\right) \sim 10^{-11}$$

бўлади. Аммо кристалларда тоблaш, нейтронлар билан нурлантириш ва бошқалар натижасида нуқтавий дефектлар кснцентрацияси кўпинча мувозанатли кснцентрациядан кўп марта ортиқ бўлади. Вакансиялар ва тугунлараро атомларнинг бундай «ўта тўйинган эритмаси» дислокациялар ҳосил бўлиши билан йўқолиб (парчаланиб) кетиши мумкин.

2. *Дислокациялар* — кристалл панжаранинг маҳсус, *чизиқли дефектлари* бўлиб, атомлар жойлашган текисликлар мунтазамлик тартибининг бузилишидан иборат. Яқин тартибни бузувчи нуқтавий дефектлардан фарқли равишда, дислокациялар кристаллнинг бутун структурасини, яъни унинг *узоқ тартибини* бузади.

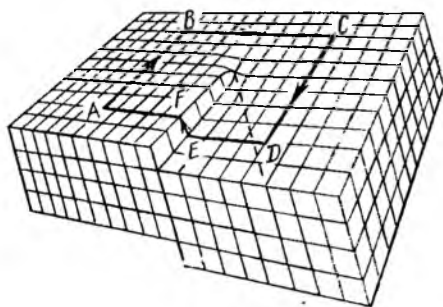
Шунинг учун худди шу дислокациялар қаттиқ жисмнинг механик хоссаларида муҳим роль ўйнайди.

Дислокацияларнинг икки муҳим типи: *чегаравий* ва *винтсимон* дислокациялар мавжуд. Чегаравий дислокация схемаси 177-расмда кўрсатилган. Бу дислокация атомларнинг икки қўшни қатлами орасига киришган ортиқча кристалл текислик билан характерланади. Мазкур ҳолда расм текислигига перпендикуляр бўлган ва унда \perp белги қўйилган тўғри чизиқ дислокация чизиғи бўлади. Атомларнинг «ортиқча» қатлами шу белги юқорисидан жойлашган. Кристалл панжаранинг номунтазам ўсиб борганлиги натижасида ҳосил бўлган чегаравий дислокация ўнларча ва юзларча атомларро масофаларда мавжуд бўлиши мумкин.



177- расм.

Винтсимон дислокацияни қуйидаги равишда яққол тасаввур қилиш мумкин: панжарани ярим текислик бўйича «кесиб» ва унинг кесимнинг икки томонидаги қисмларини қарама-қарши йўналишда кесим четига параллел равишда бир давр масофага силжитилади. Бу четни *винтсимон дислокация чизиғи* дейилади ва у 178-расмда пунктир билан тасвирланган. Винтсимон дислокациялар мавжуд бўлиши панжаранинг кристалл текисликларини *геликоидал сиртга* (поғонасиз винтсимон чизиққа ўхшаш) айлантиради.



178- расм.

Дислокация турини аниқлаш учун *Бюргерс методидан* фойдаланилади. Панжаранинг асосий трансляцион векторларидан тузилган ва идеал кристаллда ёпиқ бўладиган контурни *Бюргерс контури* дейилади. Дефектли кристаллда дислокация чизиғи атрсфида юришда Бюргерс контури очиқ бўлади. Контурнинг охири нуқтасини унинг бошланғич нуқтаси билан туташтирувчи векторни *Бюргерс вектори* дейилади. 178-расмда мисл сифатида винтсимон дислокация учун *EF* Бюргерс вектори қандай ясалиши кўрсатилган. *Бюргерс вектори* дислокация чизиғига чегаравий дислокация ҳолида перпендикуляр бўлади, *винтсимон дислокация* ҳолида эса параллел бўлади.

Электрон микроскоп ёрдамида дислокацияларни ва уларнинг ҳаракатини кузатиш мумкин. Бошқа бир метод кристаллни махсус реагентлар билан едиришга асосланган. Дислокацияларнинг кристалл сиртига чиқиш жойларида унинг емирилиши анча кучли юз беради. Шу туфайли дислокацияларни кўринувчан қилувчи едирилиш чуқурчалари вужудга келади.

Жисмдаги дислокациялар сонини характерлаш учун уларнинг зичлиги тушунчаси киритилади. Жисмда фикран танланган бирлик юзини кесиб ўтувчи дислокация чизиқлари сонини *дислокациялар зичлиги* дейилади. Бу сон энг мукамал соф монокристалларда 10^2 — 10^3 см⁻² чамасида, кучли деформацияланган (совуқ ишлов берилган) металлларда 10^{11} — 10^{12} см⁻² гача бўлади.



179- расм.

3. Кристаллардаги дефектлар уларнинг физик (механик, магнит, электр ва бошқ.) хоссаларига кучли таъсир кўрсатади. Масалан, уринма

кучланишлар таъсири остида кристаллнинг деформациланишини қарайлик. Даставвал кристаллни идеал кристалл, яъни унда ҳеч қандай дефектлар йўқ деб фараз қиламиз. Кристаллга қўйилган уринма τ кучланиш панжаранинг бир кристалл текислигига параллел бўлсин (179- расм). Бундай кучланиш таъсири остида панжаранинг CD қатлами AB қатламга нисбатан x масофага силжиши. Панжаранинг $U(x)$ потенциал энергияси x силжишининг a даврли даврий функцияси бўлади, бунда a силжиш йўналишидаги панжара доимийсига тенг. $x = 0, a, 2a, \dots$ бўлганда $U(x)$ минимал ва $x = a/2, 3a/2, 5a/2, \dots$ бўлганда—максимал бўлади. $U(x)$ минимумларига *турғун*, максимумларига — *турғунмас мувозанат ҳолатлари* мос келади. $U = U(x)$ эгри чизиқда ҳеч қандай бошқа минимумлар ва максимумлар йўқ деб фараз қиламиз. Агар $x < a/2$ бўлса, у ҳолда кучланиш бартараф қилингандан сўнг панжара ўзининг дастлабки вазиятига қайтади, яъни деформация *эластик* деформация бўлади. x силжиш $x = a/2$ максимум нуқтасидан ўтиб кетганда ундай бўлмайди. Бу ҳолда энг яқин турғун мувозанат $x = a$ ҳолатга ўз-ўзидан ўтиш юз беради. Агар бунда τ кучланишни бартараф қилинмаса, шу ўтиш кетидан кейинги турғун мувозанат вазиятлари бўлган $x = 2a, x = 3a$ ва ҳоказоларга ўтиш содир бўлади. Бошқача айтганда, деформация *пластик деформация* бўлиб қолади. Демак, ҳали пластик деформация юз бермайдиган максимал силжиш $x = a/2$ бўлади. Унга мос бўлган кучланишни кристаллнинг *эластиклик чегараси* ёки *оқувчанлик чегараси* дейилади. Эластиклик чегарасини баҳолаш учун, Френкель $U(x)$ функцияни синусоидал функция деб фараз қилди:

$$U(x) = U_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right).$$

Агар AB ёқнинг юзини бир бирликка тенг деб олинса, у ҳолда қўйилган кучланиш

$$\tau = \frac{dU}{dx} = \frac{2\pi U_0}{a} \sin \frac{2\pi x}{a}$$

бўлади. Унинг максимал қиймати, яъни $2\pi U_0/a$ катталик τ_3 эластиклик чегараси бўлади. Демак,

$$\tau = \tau_3 \sin \frac{2\pi x}{a}$$

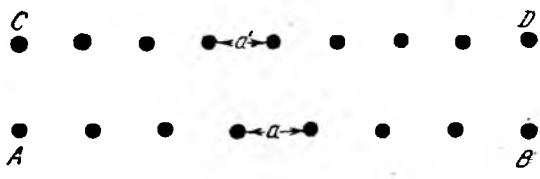
x кичик бўлган ҳолда: $\tau = \frac{2\pi \cdot \tau_3}{a} x$. Бошқа томондан, бу ҳолда $\tau = G\gamma$, бундаги G — силжиш модули, γ эса силжиш бурчаги. $\varphi = x/b$, бунда, b — текисликлараро масофа, яъни AB ва CD текисликлар орасидаги масофа. Иккала ифодани таққослаб,

$$\tau_3 = \frac{G}{2\pi} \frac{a}{b} \quad (135.1)$$

ифодани оламиз. Хусусан, кубик кристаллар ($a = b$) учун:

$$\tau_3 = \frac{G}{2\pi} \quad (135.2)$$

Агар силжиш модулининг экспериментал қийматларини бу ифодага қўйсақ, у ҳолда энг кўп ишлатиладиган материаллар (металллар ва бошқ.) эластиклик чегараси учун тахминан 1000 дан 10000 Н/мм² интервалда ётган қийматлар ҳосил бўлади. Улар кузатиладиган қийматлардан икки тартиб чамаси юқори. Назария билан тажриба орасидаги бу тафовутнинг сабаби — ҳақиқий кристаллда ҳамма вақт мавжуд бўладиган турли дефектларнинг назарияда ҳисобга олинмаслигидадир. Кристаллдаги дефектлар турли хил бўлгани ва турлича жойлашганлиги туфайли дефектлар таъсири механизмлари турлича бўлиши мумкин. Шунинг учун фақат битта жуда соддалашган мисол билан чекланамиз. Чегаравий дислокацияни эслатувчи идеаллаштирилган дефектни қарайлик. Кристаллда қўшни параллел текисликларга нисбатан ортиқча атомларга эга бўлган кристалл текислик мавжуд бўлсин (180- расм).



180- расм.

Бир текисликнинг n та атоми, бошқа текисликнинг $(n + 1)$ та атоми жойлашадиган масофада жойлаш ади деб фараз қилайлик. (Бундай дефект нониусни эслатади). Бу ҳолда Френкель баҳолгшидан фойдаланиш мумкин. Фақат олдинги a давр ўрнига каттароқ a' давр олинади: $na = (n + 1)a'$. Бу эластиклик чегарасини n марта пасайтиради.

4. Кристалларнинг *узлишига мўстаҳкамлиги* масаласида ҳам мутлақо шундай манзара ўринли бўлади. Мустаҳкамликни назарий

жиҳатдан баҳолаш бу катталикнинг кристаллар учун бир неча минг (10 минг гача) Н/мм² бўлишига олиб келади. Ҳақиқатда кўп ҳолларда кузатишдан олинган қийматлар тахминан 100 ва ҳатто 1000 марта кичик. Бу тафовутнинг сабаби ҳам ҳақиқий кристалларда дефектлар борлигининг назарияда ҳисобга олинмаслигидир. Кристаллар мустаҳкамлигига, аввало, кристаллар *сиртида* ва *ҳажмида* мавжуд бўладиган микроскопик дарзлар (ёриқлар) таъсир қилади. Дарзларнинг таъсири механизмларидан бири — дарзлар атрофида кучланишнинг *нотекис* тақсимланишидир. Дарзлар четлари яқинида кучланиш максимал бўлади ва кристаллдаги ўртача кучланишдан кўп марта ортиқ бўлиши мумкин.

Бу максимал кучланишлар назарий мустаҳкамлик чегарасига етиши биланоқ дарзларнинг катталашиши, ундан кейин эса *кристаллнинг ёрилиши* юз беради. А. Ф. Иоффе (1880—1960) ош тузи кристаллини сувга чуқтирганда унинг мустаҳкамлиги 5 Н/мм² дан 1600 Н/мм² гача, яъни назарий қийматга яқин катталиккача ошганлигини экспериментал аниқлаган. У бу натижани кристалл сирти қатламининг сувда эриши ва ундаги микродарзлар ва бошқа дефектларнинг йўқолиб кетиши оқибати деб тушунтирди.

Кристаллнинг узилишга (ёрилишга) мустаҳкамлиги пасайиб кетишининг бошқа сабаблари ҳам мавжуд. Масалан, П. А. Ребиндер (1898—1972) кўрсатишича, материаллар мустаҳкамлигига жисмлар сиртида адсорбцияланган ва шу сирт энергиясини камайтирадиган *сирт—актив моддалар* катта таъсир қилиши мумкин. Афтидан, адсорбцияланган моддалар зарралари мавжуд дарзларни кенгайтиради, жисм ичига киради ва унинг мустаҳкамлигини кучли равишда камайтиради. Ҳавода ҳамма вақт жисмлар сиртида адсорбцияланадиган нам ва бошқа моддалар мавжуд бўлади. Ҳаво билан бирга ундаги киришмалар сўриб чиқарилаётганда дезабсорбция юз бериб, у жисмнинг узилишга (ёрилишга) мустаҳкамлиги ортади.

Материалларнинг мустаҳкамлигига дефектларнинг таъсири «*масштаб фактори*», яъни мазкур материал намунаси ўртача мустаҳкамлигининг унинг ўлчамларига боғланиши текширилганда яққол намоён бўлади. Бир неча сантиметр ва ундан ортиқроқ бўлган оддий ўлчамли намуналар учун бу боғланиш амалда кузатилмайди. Лекин ингичка иплар учун у жуда яққол кўринади. Масалан, диаметри 22, 16, 12, 5,8 ва 2,5 мкм бўлган шиша иплар мустаҳкамлиги мос равишда 200, 1000, 1400, 2000 ва 5500 Н/мм² бўлади. Демак, шиша ипнинг диаметри 22 дан 2,5 мкм гача камайдиганда мустаҳкамлик 25 марта чамаси ортади. Бунинг сабаби намунанинг узилишига олиб кела оладиган «хавfli дефект»нинг (масалан, дарзнинг) учраш эҳтимоллиги йўғон ипга нисбатан ингичка ип учун кичик бўлишидир.

Дарзлар пайдо қиладиган процессларни бартараф қилиш натижасида, шунингдек, дарзларнинг жисмда ёйилиб кетишига йўл қўймаслик чораларини кўриш натижасида материалнинг мустаҳкамлиги орттирилади. Шунинг учун энг мустаҳкам материалларни икки қарама-қарши усул билан олиш мумкин. Бу усуллардан бири дефектсиз (масалан, ипсимон) кристаллар тайёрлашдан иборат

бўлиб, бунда дарзлар туғилиши мумкин бўлган ички кучланиш манбалари бартараф қилинади. Иккинчи усул, масалан, кристаллнинг мунтазам структурасини максимал даражада бузишдан иборат бўлиб, бунда дарзлар ва пластик деформациялар жисмда ёйилиб кета олмайди. Ҳозирги замонда ўта мустақкам материаллар ва қотишмалар олиш техникасида фақат иккинчи усул (*легирилаш*, яъни панжарага бегона атомлар киритиш, *парчинлаш*, яъни металлга совуқ ишлов берилганда кристалл панжарани кучли пластик деформациялаш, *тоблаш* ва бошқ.) қўлланилади.

МУНДАРИЖА

Сўз боши	3
Қириш	5

I б о б

ТЕМПЕРАТУРА

1- §. Температура ва термодинамик мувозанат	10
2- §. Термоскоп ва температура нуқталари	14
3- §. Температуранинг эмпирик шкалалари	16
4- §. Температураларнинг идеал-газ шкаласи	18
5- §. Термометрларнинг турлари	23
6- §. Халқаро амалий температура шкаласи	28
7- §. Идеал газ қонунлари	30
8- §. Ҳолат тенгламаси ва чексиз кичик процесслар учун ундан келиб чиқадиган натижалар	32
9- §. Макроскопик параметрлар	35

II б о б

ТЕРМОДИНАМИКАНИНГ БИРИНЧИ ҚОНУНИ

10- §. Қириш	39
11- §. Квазистатик процесслар	40
12- §. Макроскопик иш	41
13- §. Адиабатик қобиқдаги системалар учун термодинамиканинг биринчи қонуни	45
14- §. Ички энергия	48
15- §. Иссиқлик миқдори. Термодинамика биринчи қонунининг математик ифодаланиши	53
16- §. Жисмда бўлган иссиқлик миқдори ҳақидаги тасаввурдан қаерда файдаланиш мумкин	56
17- §. Гесс қонуни	60
18- §. Иссиқлик сифими	62
19- §. Идеал газнинг ички энергияси. Жоуль қонуни	64
20- §. Роберт Майер тенгламаси	68
21- §. Адиабатик процесс. Пуассон тенгламаси	69
22- §. C_p / C_v ни Клеман ва Дезорм методи билан аниқлаш	72
23- §. Газларда товушнинг тезлиги	74
24- §. Газлар учун C_p ва C_v ларни аниқлашнинг экспериментал методларига тегишли мулоҳазалар	76

25- §. Бернулли тенгламаси	77
26- §. Газнинг тешиқдан оқиб чиқиш тезлиги	79

III боб

ТЕРМОДИНАМИКАНИНГ ИККИНЧИ ҚОНУНИ

27- §. Термодинамиканинги биринчи ва иккинчи қонунлари ҳақида умумий мулоҳазалар	82
28- §. Термодинамиканинги иккинчи қонунини ифодаловчи асосий постулатнинг турли таърифлари	83
29- §. Қайтар ва қайтмас процесслар	87
30- §. Карно цикли ва Карно теоремаси	90
31- §. Температураларнинг термодинамик шкаласи	93
32- §. Температуралар термодинамик шкаласининг идеал-газ термометри шкаласига айниёлиги	97
33- §. Газ термометри шкаласини термодинамик шкалага келтириш	99
34- §. Карно теоремасининг татбиқига доир мисоллар	101
35- §. C_p ва C_v иссиқлик сифимлари орасидаги фарқ	105
36- §. Термометри абсолют шкалада даражалашнинг принципиал усули	107
37- §. Клаузиус тенгсизлиги (хусусий ҳол учун)	108
38- §. Умумий кўринишдаги Клаузиус тенгсизлиги	112
39- §. Динамик иситиш усули	117
40- §. Клаузиус тенглиги, Энтропия	119
41- §. Энтропиянинг ўсиш қонуни	124
42- §. Энтропия тушунчасининг мувозанатсиз ҳолатлар учун умумлаштирилиши	126
43- §. Газлар диффузиясида энтропиянинг ортиши, Гиббс парадокси	129
44- §. Термодинамиканинги иккинчи қонунини турли хил тушуниш	131
45- §. Термодинамик функциялар	132
46- §. Жоуль — Томсон эффектнинг термодинамик назарияси	136
47- §. Термодинамик функциялар методи ҳақида умумий мулоҳазалар. Мисоллар	139
48- §. Максимал иш ва эркин энергия	142
49- §. Гальваник элементнинг электр юритувчи кучи	144
50- §. Термодинамик барқарорликнинг умумий критерийлари	146
51- §. Ле-Шателье — Браун принципи ва термодинамик мувозанатнинг барқарорлиги	148

IV боб

ИССИҚЛИК ҲТКАЗУВЧАНЛИК

52- §. Иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси	156
53- §. Иссиқлик ўтказувчанликка доир энг содда стационар масалалар	161
54- §. Ностационар масалалар. Ягоналик теоремаси	163
55- §. Температуралар суперпозицияси принципи. Температура тўлқинлари	168
56- §. Ярим фазонинг совиши ҳақидаги масала	172
57- §. Ташқи иссиқлик ўтказувчанлик	174

V боб

МОДДА МОЛЕКУЛЯР-КИНЕТИК НАЗАРИЯСИНING ЭНГ СОДДА МАСАЛАЛАРИ

58- §. Кириш	177
59- §. Газ босимининг молекуляр-кинетик назария нуқтаи-назаридан тушунтирилиши	130
60- §. Газ молекулалари иссиқлик ҳаракатининг тезликлари	185
61- §. Фотон газининг босими	188
62- §. Температуранинг молекуляр-кинетик мазмунн. Иссиқлик ҳаракати кинетик энергиясининг илгариланма эркинлик даражалари бўйлаб текис тақсимланиши	189
63- §. Кинетик энергиянинг иссиқлик даражалари бўйлаб текис тақсимланиши	194
64- §. Броун ҳаракати	201
65- §. Броун айланма ҳаракати	206
66- §. Идеал газлар иссиқлик сифимларининг классик назарияси	207
67- §. Газнинг адиабатик қизиши ва совиини молекуляр-кинетик назария асосида тушунтириш	211
68- §. Қаттиқ jismlar (кристаллар) иссиқлик сифимининг классик назарияси	215
69- §. Иссиқлик сифимлари классик назариясининг етарли эмаслиги. Квант назарияси ҳақида тушунча (сифат жиҳатидан қараш)	216

VI боб

СТАТИСТИК ТАҚСИМОТЛАР

70- §. Эҳтимоллик назариясидан элементар маълумотлар	223
71- §. Газ молекулаларининг тезликлари тақсимоти. Масаланинг қўйилиши	234
72- §. Максвелл тезликлари тақсимоти қонуни	239
73- §. Молекулаларнинг тезликларнинг абсолют қийматлари бўйлача тақсимоти. Молекулаларнинг ўртача тезликлари	245
74- §. Максвелл тезликлар тақсимоти қонунининг бошқа исботи. Батафсил мувозанат принципи	248
75- §. Идиш деворлари билан тўқнашувчи моддаларнинг ўртача сони	254
76- §. Максвелл тезликлар тақсимоти қонунини тажрибада текшириш	260
77- §. Больцман тақсимоти қонуни	263
78- §. Перреннинг Авогадро сонини аниқлашга доир ишлари	270
79- §. Больцман тақсимоти ва планеталарнинг атмосфераси	274
80- §. Энтропия ва эҳтимоллик	280
81- §. Больцман статистикасида энг катта эҳтимолли тақсимот методи	291
82- §. Ферми — Дирак ва Бозе — Эйнштейн статистикаси	297
83- §. Химиявий потенциалнинг термодинамик маъноси	304
84- §. Нернст теоремаси	306
85- §. Иссиқлик сифимлари учун Эйнштейн квант назарияси	310

VII боб

ГАЗЛАРДА ҚҶЧИШ ҲОДИСАЛАРИ

86- §. Эркин югуриш йўли ўртача узунлиги	315
87- §. Эффеkтив кесим	321
88- §. Молекулаларнинг эркин югуриш узунликлари бўйлача тақсимоти	325

89- §. Газларнинг ички ишқаланиши ва иссиқлик ўтказувчанлиги	327
90- §. Газларда диффузия	336
91- §. Диффузия коэффициентининг зарра ҳаракатчанлиги билан боғланиш	338
92- §. Газларда концентратсион диффузия	339
93- §. Броун ҳаракати диффузия процесси сифатида	341
94- §. Газларда термик диффузия	343
95- §. Сийрак газлардаги ҳодисалар	345
96- §. Ультрасийрак газнинг тўғри труба орқали молекуляр оқиши	351

VIII б о б
РЕАЛ ГАЗЛАР

97- §. Молекуляр кучлар ва идеал газ қонуларидан четланишлар	359
98- §. Ван-дер-Ваальс тенгламаси	362
99- §. Молекулалараро тортишиш кучларига тузатма киритишнинг бошқа методи. Дитеричи тенгламаси	367
100- §. Ван-дер-Ваальс гази изотермалари	370
101- §. Реал газ изотермалари. Максвелл қондаси. Модданинг газсимон ва суяқ ҳолатларининг узлуксизлиги	374
102- §. Критик ҳолатда модда хоссалари. Критик параметрларни аниқлаш	380
103- §. Ван-дер-Ваальс газининг ички энергияси	386
104- §. Ван-дер-Ваальс гази учун Жоуль-Томсон эффекти	388
105- §. Паст температуралар ҳосил қилиш ва газларни суюлтириш метод- лари	394

IX б о б
СИРТ ТАРАНГЛИК

106- §. Сирт таранглик ва у билан бэглик бўлган бэъзи ҳодисалар	400
107- §. Сирт таранглик термодинамикаси	406
108- §. Чегаравий бурчаклар. Ҳўллаш ва ҳўлламаслик	408
109- §. Суяқликнинг эгриланган сирти атрофидаги босимлар фарқи. Лап- лас формуласи	411
110- §. Кичик амплитудали капилляр-гравитацион тўлқинлар	424

X б о б
ФАЗАВИЙ МУВОЗАНАТ ВА ФАЗАВИЙ ЎЗГАРИШЛАР

111- §. Фазалар ва фазавий ўзгаришлар	428
112- §. Химиявий бир жинсли бўлган модданинг фазавий мувозанат шарти	431
113- §. Клапейрон—Клаузиус тенгламаси. Бўғланиш ва конденсация. Эриш ва кристалланиш	434
114- §. Тўйинган буг босимининг температурага боғлиқлиги	439
115- §. Тўйинган бугнинг иссиқлик сифими	443
116- §. Учланма нуқталар. Ҳолат диаграммалари	445
117- §. Суяқликнинг қайнаши ва ўта исиши	449
118- §. Тўйинган буг босимининг суяқлик сирти эгрилигига боғлиқлиги	451
119- §. Метастабил ҳолатлар	456
120- §. Иккинчи тур фазавий ўзгаришлар	459
121- §. Суяқлик ва газларнинг козвектив турғунлиги	463

XI боб

ЭРИТМАЛАР

122-§. Умумий маълумот	468
123-§. Жисмларнинг эрувчанлиги	469
124-§. Осмос ва осмотик босим	474
125-§. Рауль қонуни	477
126-§. Эритманинг қайнаш нуқтасининг кўтарилиши ва қотиш нуқтасининг пасайиши	478
127-§. Фазалар қойдаси	480
128-§. Бинар аралашмаларнинг ҳолат диаграммалари	484

XII боб

КРИСТАЛЛАР СИММЕТРИЯСИ ВА ТУЗИЛИШИ

129-§. Жисмлар симметрияси	490
130-§. Кристалл панжаралар]	495
131-§. Кристалл системалар	499
132-§. Фазавий группалар ва кристаллар синфлари	505
133-§. Миллер индекслари ва йўналишлар индекслари	508
134-§. Химиявий элементлар ва бирикмалар панжаралари	511
135-§. Кристаллардаги дефектлар (нуқсонлар)	515

На узбекском языке

ДМИТРИЙ ВАСИЛЬЕВИЧ СИВУХИН

ОБЩИЙ КУРС ФИЗИКИ

ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие для студентов
физических специальностей
высших учебных заведений

Перевод с русского, второго исправленного издания
изд-ва «Наука» М., 1979

Ташкент «Ўқитувчи» 1984

Таржимонлар: *М. Усмонов* (I—VI боблар)
А. Тешабоев (VII—XII боблар)
Редакторлар: *М. Шерматова*, *М. Пўлатов*
Расмлар редактори: *С. Соин*
Техредактор *Т. Грешикова*
Корректор *Н. Абдуллаева*

ИБ № 2255

Теришга берилди 23.10.82. Босинга рухсат этилди 24.09.84. Тип. қозони № 3. Литературна ва
гарн. Кегли 10, 8 шпонсиз. Юқори босма усулида босялди. Шартли б. л. 33,0. Шартли
кр-отт. 33,0. Нашр. л. 35,19. Тиражи. 4000. Зак. 2633. Баҳоси 1 с. 60 т.

«Ўқитувчи» нашриёти. Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома 9—123—82.

Ўзбекистон ССР нашриётлар, полиграфия ва китоб савдоси ишлари Давлат комитети Тош-
кент «Матбуот» полиграфия ишлаб чиқариш Ўзбекистон Республикаси Бош қорхонаси Тошкент, На-
воий кўчаси, 30. 1984 й.

Главное предприятие ТПО «Матбуот» Государственного комитета УзССР по делам изда-
тельств, полиграфии и книжной торговли, Ташкент, ул. Навои, 30.

С 50

Сивухин Д. В.

Умумий физика курси. Т. 2. Термодинамика ва молекуляр физика: Олий ўқув юртлар. физика мутахасс. бўйича ўқувчи студентлари учун ўқув қўлланма.—Русча 2-тузатилган нашр. тарж.—Т.: Ўқитувчи, 1984.—528б.

Сивухин Д. В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика.

ББК 22.3

53

Д. В. СИВУХИН

УМУМИЙ ФИЗИКА КУРСИ

ТЕРМОДИНАМИКА
ВА МОЛЕКУЛЯР
ФИЗИКА

